ATIVIDADES DIDÁTICAS VISANDO O ACOLHIMENTO DE ESTUDANTES AUTISTAS EM AULAS DE MATEMÁTICA

PRODUTO EDUCACIONAL

BLUMENAU, 2024

Julia Gabriella Pedrini

Eduardo Simão da Silva

Tânia Baier

Universidade Regional de Blumenau

Centro de Ciências Exatas e Naturais

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática

Ficha catalográfica elaborada por Everaldo Nunes – CRB 14/1199
Biblioteca Universitária da FURB

Pedrini, Julia Gabriella, 1999-
Atividades didáticas visando o acolhimento de estudantes autistas em aulas de matemática / Julia Gabriella Pedrini. - Blumenau, 2024.
95 f. : il.

Orientador: Eduardo Simão da Silva.
Coorientador: Tânia Baier.
Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.
Bibliografia: f. 92-95.

1. Matemática. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Educação de crianças. 4. Ensino fundamental. 5. Autismo. 6. Crianças autistas. 7. Crianças com transtorno do espectro autista. 8. Aprendizagem. I. Silva, Eduardo Simão da, 1981-. II. Baier, Tânia, 1953-. III. Universidade Regional de Blumenau. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. IV. Título.

CDD 510.7

Atividades didáticas visando o acolhimento de estudantes autistas em aulas de matemática © 2024 by Julia Gabriella Pedrini está licenciado sob CC BY 4.0

FOLHA DE APROVAÇÃO

JULIA GABRIELLA PEDRINI

ATIVIDADES DIDÁTICAS VISANDO O ACOLHIMENTO DE ESTUDANTES AUTISTAS EM AULAS DE MATEMÁTICA

Produto Educacional vinculado à Dissertação **Possibilidades pedagógicas em aulas de Matemática para o acolhimento de estudantes autistas** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Aprovado em: 16/05/2024.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Simão da Silva

Universidade Regional de Blumenau

Coorientadora: Profa. Dra. Tânia Baier

Universidade Regional de Blumenau

Profa. Dra. Janaina Poffo Possamai

Universidade Regional de Blumenau

Profa. Dra. Leonor Bezerra Guerra

Universidade Federal de Minas Gerais

SUMÁRIO

Carta ao leitor

O presente Produto Educacional tem por objetivo sugerir atividades didáticas com a utilização de textos teóricos e práticas educativas visando o acolhimento de estudantes autistas em aulas de Matemática.

O Produto Educacional foi validado em curso de formação continuada com quatro professores que atuam na Educação Básica dos municípios de Brusque (SC), Gaspar (SC) e Blumenau (SC).

Esse Produto é classificado como material didático e instrucional, contendo sugestões de atividades didáticas. São apresentadas possibilidades pedagógicas a serem desenvolvidas com estudantes do Ensino Fundamental em salas onde estão presentes aprendizes com Transtorno do Espectro Autista (TEA), buscando sistematizar práticas educativas em aulas de Matemática de modo a incluir estudantes com TEA, por meio de contribuições de tópicos em pesquisas de Neurociências e de recomendações elaboradas por especialistas na área. Na sequência estão disponibilizados seis módulos, sendo no primeiro uma introdução sobre tópicos de Neurociência e autismo, no segundo módulo são apresentadas técnicas para multiplicação, o terceiro módulo consiste em práticas envolvendo sequências recursivas, no quarto módulo é abordada a árvore Baobá para estudo de fractais e generalização algébrica, o quinto módulo trata de ladrilhamentos e no último módulo são apresentados grafos. Todas as atividades foram organizadas seguindo orientações das pesquisas em Neurociências.

O caráter inovador do Produto está na articulação das pesquisas de Neurociência com Ensino de Matemática voltado para turmas de estudantes onde estão presentes estudantes com Transtorno do Espectro Autista. Este Produto pode possuir impacto na formação de professores norteando ações pedagógicas pautadas em pesquisas de Neurociência. Diante da carência de material didático focado na busca da superação das dificuldades encontradas pelos estudantes no estudo de Matemática, este Produto Educacional oferece possibilidades pedagógicas cientificamente fundamentadas. Este Produto possibilita para o professor a aquisição de informações que consideram o aspecto biológico nos processos de ensino e de aprendizagem. Este Produto pode ser ressignificado com devidas adaptações para outras práticas em diferentes níveis de ensino dos espaços formais e, também, pode ser ressignificado para espaços não formais. Este Produto Educacional foi elaborado para ser utilizado em aulas de Matemática para turmas com todos os estudantes envolvidos incluindo autistas mas, também, pode ser utilizado somente por estudantes com TEA. O aporte teórico que fundamentou este Produto Educacional pode inspirar professores de diversas áreas de ensino para criarem materiais didáticos de outros componentes curriculares além da Matemática.

Convidamos você para a leitura da dissertação articulada com este Produto Educacional intitulada "Possibilidades pedagógicas em aulas de matemática para o acolhimento de estudantes autistas", onde você encontra um amplo referencial teórico, focalizando-se em importantes tópicos da Neurociência e do autismo. Em relação a Neurociência é retratado desde o contexto histórico até questões contemporâneas como o sistema nervoso central, a plasticidade cerebral, tópicos para a aprendizagem e os doze princípios de Neurociências para a aprendizagem segundo Amaral e Guerra (2022). Um aspecto significativo do estudo é dedicado ao autismo, explorando seu histórico, definição, causas e diversas abordagens de tratamento, além de propor estratégias para possibilitar a inclusão de estudantes autistas dentro do ambiente escolar. Além disso, a dissertação detalha o processo de desenvolvimento dos módulos deste Produto Educacional, destacando os princípios de Neurociência utilizados. A dissertação apresenta análises dos relatos de experiência dos professores que participaram do curso de formação continuada, cujo material de apoio foi este Produto Educaional, oferecendo *feedbacks* sobre a aplicabilidade prática das sequências didáticas utilizadas e, também, ressaltando como foi a participação do estudante autista durante as aplicações.

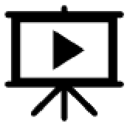
Espera-se que com essa leitura os professores ampliem os conhecimentos gerados para contribuição do acolhimento de estudantes com TEA, também espera-se melhoria na prática pedagógica com a disponibilização de sequências didáticas para serem utilizadas no cotidiano escolar. Deseja-se que com essa leitura, as práticas didáticas possibilitem a inclusão de estudantes autistas, proporcionando uma aprendizagem significativa para eles e para todos os estudantes da turma.

Este Produto Educacional, orientado pelo Professor Doutor Eduardo Simão da Silva e coorientado pela Professora Doutora Tânia Baier, pertencentes ao grupo de pesquisa “Neurociência no Ensino de Ciências e Matemática”, linha de pesquisa “Formação e Práticas docentes em contextos de Ensino de Ciências Naturais e Matemática" do Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, da Universidade Regional de Blumenau. O produto foi avaliado e aprovado em banca de defesa, pelos professores Eduardo Simão da Silva, Janaína Poffo Possamai, Leonor Bezerra Guerra e Tânia Baier. O acesso a esse material pode ser realizado pela Biblioteca de Teses e Dissertações da FURB e, também, pelo portal de objetos educacionais eduCAPES.

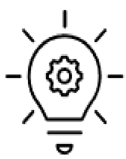
IMAGENS E SUAS LEGENDAS

SUGESTÃO

DE LEITURA



SUGESTÃO DE VÍDEO



IDEIA OU SUGESTÃO

OPCIONAL

MÓDULO 1:

NEUROCIÊNCIA

E

TRANSTORNO DO

ESPECTRO AUTISTA

1.1 NEUROCIÊNCIA E EDUCAÇÃO

Para iniciar este capítulo faço uma indagação: você sabe da importância em relacionar a Neurociência com a Educação? Para responder a essa pergunta, deve-se lembrar que quando os docentes conhecem a forma e estratégias para o cérebro aprender e embasam suas práticas nesses conhecimentos, há uma otimização na aprendizagem (Freire; Lautenschlager, 2021).

Também cabe ressaltar que os estudantes são distintos e, assim, aprendem por caminhos diferenciados. Com isso, o processo educativo deve oferecer diferentes caminhos, diversificando práticas pedagógicas e recursos didáticos, buscando a construção de processos de aprendizagem personalizados, potencializando o desenvolvimento das competências (Amaral; Guerra, 2022).

Deve-se lembrar também que a Neurociência não se apresenta como uma nova fórmula ou solução mágica para todos os problemas da Educação, mas oferece um novo olhar de aprofundamento e compreensão, onde os mecanismos cerebrais responsáveis pelo processo de aprendizagem são considerados (Conceição, 2021).

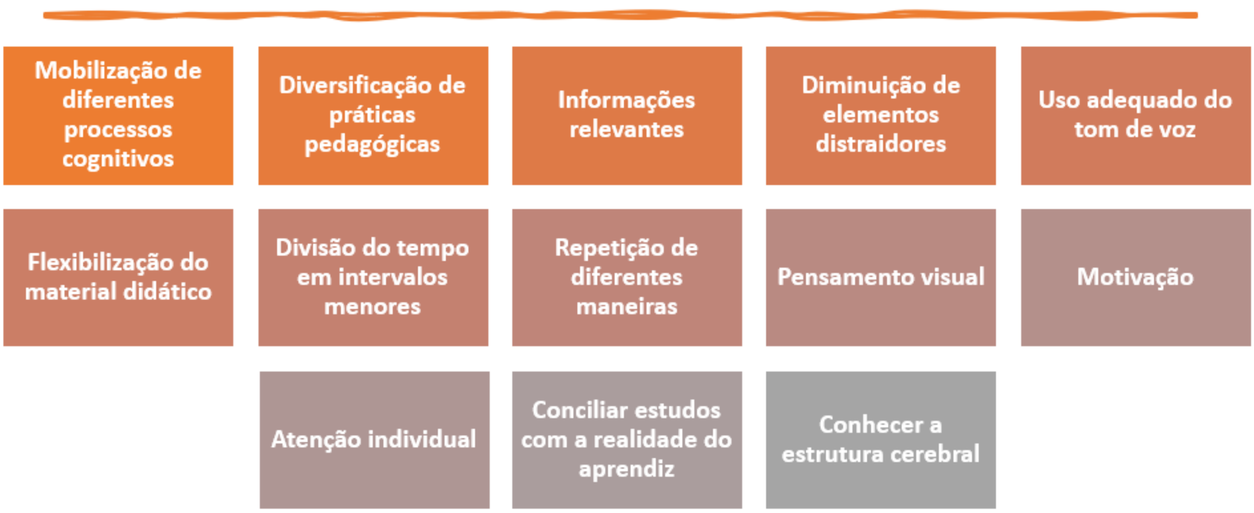
Visando melhorar os processos de ensino e de aprendizagem, a seguir serão destacadas diversas estratégias para serem utilizadas durante as práticas pedagógicas. Deve-se enfatizar que por meio da atenção é possível focalizar em determinado aspecto e dispensar o que não está sendo o foco e o processamento também se dá de melhor forma quando o foco está em uma informação de cada vez (Cosenza; Guerra, 2011).

Outros quesitos importantes para o favorecimento da aprendizagem são a diminuição de elementos distraidores, que são estímulos, internos ou externos, que desviam a atenção dos estudantes, dificultando a concentração e o aprendizado, utilização do tom de voz adequado, flexibilização do material didático que consiste em adaptar os recursos educativos para atender às diversas necessidades e estilos de aprendizagem dos estudantes e a divisão do tempo em intervalos menores (Cosenza; Guerra, 2011).

Com base nos conhecimentos neurocientíficos é importante utilizar diferentes recursos multissensoriais, como o visual, auditivo e tátil, pois, assim, são acionadas diferentes vias neurais de processamento (Kandel; Schwartz; Jessel, 2003).

A figura destacada a seguir apresenta uma síntese dos principais pontos a serem utilizados, conforme a Neurociência, para favorecer a aprendizagem.

Estratégias para favorecer a aprendizagem



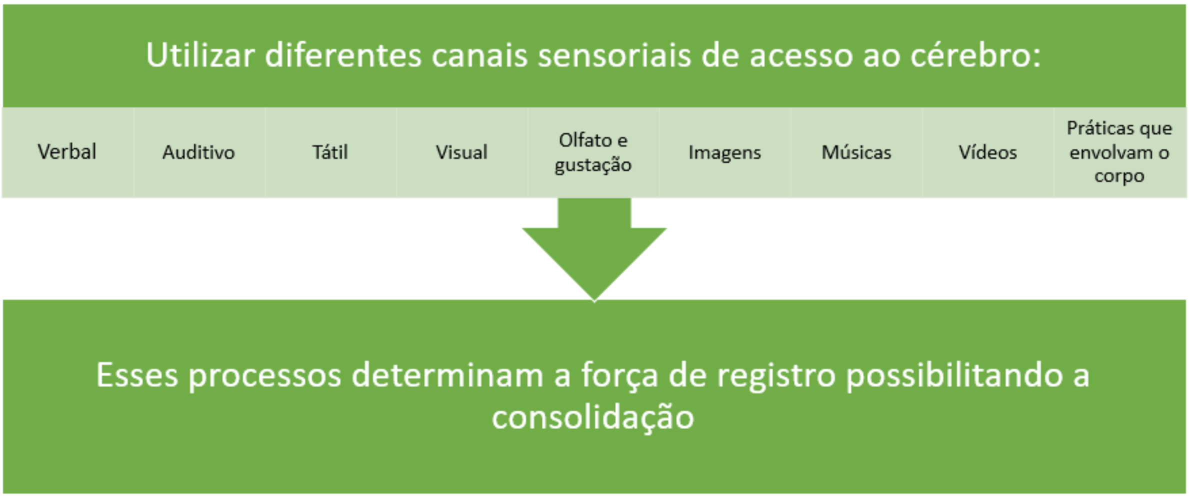
Estudantes que apresentam algum transtorno terão habilidades, comportamentos, e potencialidades cognitivas diferentes dos aprendizes cujo sistema nervoso não sofreu alterações.

Com isso, frequentemente necessitará de estratégias pedagógicas diferentes para poder adquirir conhecimentos (Cosenza; Guerra, 2011).

Para estudantes que encontram dificuldades na aprendizagem de Matemática, são recomendadas diversas estratégias pedagógicas, como por exemplo: organizar um caderno de registros do professor, para descrever detalhadamente as dificuldades específicas do estudante; utilizar diferentes recursos multissensoriais, como a visão, audição, tato e movimentos cinestésicos; organizar as atividades em etapas simples e com aumento de dificuldade progressivo; verificar com a família se mantém acompanhamento do estudante nas realizações das tarefas; planejar um acompanhamento individualizado e propiciar oportunidades de práticas informais, como jogos matemáticos, aplicativos e computadores (Carmo; Martins; Arruda, 2021).

É importante utilizar diferentes canais sensoriais de acesso ao processamento cognitivo, como por exemplo, verbal, auditivo, tátil, visual, olfato e gustação e além de textos, é interessante utilizar imagens, músicas, vídeos, práticas que envolvam o corpo, dentre outras. Esses processos e suas repetições em diferentes contextos determinam a força de registro, resultando em conexões nervosas estabilizadas no cérebro. Com isso, haverá a consolidação, ocorrendo alterações biológicas nas ligações entre neurônios e tornando os registros mais permanentes. O esquema a seguir ilustra os diferentes canais sensoriais adequados para favorecer a aprendizagem.

Diferentes canais sensoriais para favorecer a consolidação



Ao explorar as estratégias para a aprendizagem considerando pesquisas em Neurociência e abordagens que facilitem os processos de ensino e de aprendizagem, adentraremos nos doze princípios da Neurociência para a aprendizagem, segundo Amaral e Guerra (2022), para embasar as práticas educacionais explorando suas implicações na prática, visando aprimorar as estratégias para beneficiar o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

PRINCÍPIOS DE NEUROCIÊNCIA PARA A APRENDIZAGEM EFETIVA SEGUNDO AMARAL E GUERRA (2022)

Nessa seção vamos analisar os doze princípios de estudos da Neurociência buscando uma aprendizagem significativa segundo pesquisas realizadas por Amaral e Guerra (2022). Também estão comtempladas sugestões para aplicar os princípios na prática do professor. Na figura estão contidos os princípios que serão discutidos e aprofundados.

Doze princípios da Neurociência por Amaral e Guerra (2022)

A seguir serão apresentadas sugestões para você colocar cada princípio em ação, destacando dicas e sugestões para a prática diária. Com relação ao Princípio 1, a aprendizagem modifica o cérebro, aquele que instrui promove alterações no cérebro do aprendiz, você deve saber que não é a quantidade de estímulos que promovem a aprendizagem, mas sim, a qualidade. Com isso, é necessário filtrar o que é mais relevante para a aprendizagem (Amaral; Guerra, 2022).

No que tange o Princípio 2, a forma que cada um aprende é única. Embora você apresente o mesmo conteúdo a todos, cada estudante processa de maneira singular. Para prevalecer a aprendizagem, o primeiro passo é descobrir o centro de interesse dos aprendizes, buscando personalizar o ensino, também há a possibilidade de utilização das plataformas virtuais adaptativas. Ao planejar atividades, você precisa conectar conteúdos distantes, com algo de interesse do aprendiz, para isso, é possível organizar atividades que oportunizem momentos para o estudante questionar, efetuar reflexões, debater ideias, elaborar argumentos, explorar possibilidades e realizar práticas concretas (Amaral; Guerra, 2022).

Quanto ao Princípio 3, a interação social favorece a aprendizagem, você precisa estimular e promover práticas colaborativas, apresentar expectativas altas a seus estudantes, desenvolver aulas pautadas no diálogo buscando envolver de maneira ativa o aprendiz e buscar favorecer sintonia entre o você e a turma (Amaral; Guerra, 2022).

No Princípio 4, a utilização de tecnologias influencia o processamento e o armazenamento das informações, você precisa orientar e oferecer suporte ao aprendiz e estimular os estudantes a desenvolver a leitura profunda e, não apenas superficial, do que está sendo estudado (Amaral; Guerra, 2022).

Com relação ao Princípio 5, a emoção orienta a aprendizagem, ela indica o valor da experiência, facilita a criação de significado e impulsiona a motivação para a aprendizagem. Sem emoções, torna-se impossível construir memórias. É importante que você crie vínculos com o aprendiz, desenvolva técnicas e socioemocionais, oportunize um ambiente positivo na sala de aula e fique atento às emoções dos estudantes (Amaral; Guerra, 2022).

No que tange o Princípio 6, a motivação é capaz de colocar o cérebro em ação para que ocorra a aprendizagem. Essa motivação exerce influência sobre áreas cerebrais relacionadas à tomada de decisões e ao planejamento de ações, envolvendo o estudante de maneira ativa no processo de aprendizagem (Amaral; Guerra, 2022).

Referente ao Princípio 7, a atenção é a porta de entrada para a aprendizagem, ela é responsável por escolher as informações e é essencial para a criação de memórias. Você pode utilizar atividades que motivem e instigam a curiosidade do aprendiz, por exemplo: utilizar um jogo, ler um poema, dentre outros. Para obter o foco, é necessário diminuir os elementos distraidores e reduzir o tempo de exposição, diversificando as atividades propostas em intervalos curtos (Amaral; Guerra, 2022).

Quanto ao Princípio 8, o cérebro não é multitarefa, ele não lida de maneira eficaz com dois estímulos simultâneos. Para colocar esse princípio em ação, você pode esclarecer para os aprendizes os prejuízos de aprendizagem com o comportamento multitarefas (Amaral; Guerra, 2022).

Em relação ao Princípio 9, a aprendizagem ativa necessita de elaboração e tempo para consolidação na memória, você precisa estimular a repetição de formas diferenciadas, buscando ativar canais sensoriais distintos, permitir práticas que promovam à associação da nova informação com registros já existentes no cérebro do aprendiz e utilizar metodologias ativas (Amaral; Guerra, 2022).

Com relação ao Princípio 10, a autorregulação e a metacognição potencializam a aprendizagem. Você pode estimular para que o estudante desenvolva autonomia, orientar para a metacognição, ou seja, estimular que os aprendizes planejem, monitorem e avaliem o próprio progresso de aprendizagem e tornar o pensamento visível, falando, escrevendo ou desenhando suas ideias (Amaral; Guerra, 2022).

Referente ao Princípio 11, quando o corpo participa, a aprendizagem torna-se mais efetiva, o movimento e a cognição apresentam uma forte interligação. Você pode estimular atividades que envolvam experimentação, utilizar canais sensoriais diferentes para concretizar conceitos, desenvolver atividades que relacionem o corpo todo e estimular a escrita manual (Amaral; Guerra, 2022).

Por fim, em relação ao Princípio 12, a criatividade reorganiza múltiplas conexões cerebrais e exercita o cérebro aprendiz. Você precisa estimular a imaginação, favorecer a interdisciplinaridade e integrar a teoria e a prática (Amaral; Guerra, 2022).

Ao discutirmos os fundamentos da Neurociência e sua relação com a Educação, foram destacadas sugestões e estratégias para favorecer a aprendizagem. Com esses elementos você pode adaptar e construir novas atividades pedagógicas, adequando à sua realidade e as realidades dos seus estudantes.

1.2 TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA

Nesta seção busca-se compreender o que é o Transtorno do Espectro Autista (TEA) e quais as suas características, a fim de conhecê-los melhor para proporcionar um acolhimento durante as atividades que serão propostas. Mas afinal, o que é o autismo? Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), o TEA, é uma série de condições marcadas por algum nível de comprometimento no que tange o comportamento social, a comunicação e a linguagem, também é caracterizado por um interesse único por atividades específicas, realizadas de forma repetitiva, além de poder conter outras comorbidades (Sousa, 2021).

É importante conhecer suas características, e dentre elas, as mais marcantes estão ligadas ao fato de possuir interesse único em diversas atividades, comportamento e atitudes repetitivas, déficit na comunicação e interação social de tal forma que implicam em prejuízos nas relações do indivíduo com o ambiente em que ele vive (Sousa, 2021).

Em 27 de dezembro de 2012 entrou em vigor a lei número 12.764/2012 (Lei Berenice Piana), instituindo direitos e no que tange a educação, todo estudante diagnosticado possui direito a um acompanhante em sua rotina escolar, no Parágrafo Único do artigo 3º consta que:

> Parágrafo único. Em casos de comprovada necessidade, a pessoa com transtorno do espectro autista incluída nas classes comuns de ensino regular, nos termos do inciso IV do art. 2°, terá direito a acompanhante especializado (Brasil, 2012).

No ano de 2020 esta lei sofreu alterações para a lei número 13.977/2020 (Lei Romeo Mion), para instituir a Carteira de Identificação da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista (Ciptea), com objetivo de garantia de integral, além de prioridade e o pronto atendimento no acesso a serviços públicos e privados, principalmente na área da saúde, educação e assistência social (Sousa, 2021).

Buscando promover o acolhimento do estudante com TEA e priorizar seu bem-estar, é necessário que no início das ações pedagógicas você pergunte para toda a turma se gostariam de desenvolver as atividades individualmente ou em equipe. Desse modo, o estudante com TEA poderá escolher realizar as atividades junto com algum colega da turma ou apenas com o apoio da sua professora especializada que o acompanha no cotidiano escolar.

Além das estratégias de ensino mencionadas na seção anterior, para estudantes com TEA é importante forncer o *feedback* durante as atividades, indicando se está no caminho correto ou o auxiliando durante seus erros. As intervenções educacionais em relação ao suporte metacognitivo para estudantes com autismo melhora o desempenho em matemática dentro da sala de aula (Maras; Gamble; Brosnan, 2019).

A correção dos erros pode ser feita utilizando materiais manipulativos em contextos diferentes, também é importante o reforço, instruções de estratégias, intervenções individuais explícitas e sistemáticas, utilização de práticas de matemática baseadas em evidências, como por exemplo, manipulação, instruções de estratégias, dentre outros (Gevarter *et al.,* 2016).

Materiais manipulativos auxiliam tanto estudantes da educação em geral como da educação especial, podendo ser manipulação virtual ou com material concreto (Yakubova *et al.,* 2022). Neste Produto Educacional as atividades estão sempre seguidas de sugestões de materiais manipuláveis, tanto em versão *online* quanto com materiais concretos disponíveis nas sequências didáticas.

É fundamental identificar e intervir em casos de alunos com autismo e ansiedade ou até mesmo em casos de aversão à Matemática, nessas situações são sugeridos tratamentos para ansiedade, ou ansiedade matemática, terapia cognitivo-comportamental ou treinamento de atenção plena, podendo melhorar significativamente seu desempenho na sala de aula (Oswald *et al.,* 2016).

Para possibilitar a inclusão é necessário conhecer os estudantes, para assim estabelecer as prioridades, deixando claro quais habilidades o aprendiz já possui e quais necessita conquistar. Utilizar o sentimento positivo para educá-lo influencia beneficamente no processo da aprendizagem. Acolher o estudante autista já é considerado uma prática inclusiva, além disso, também é necessário ouvi-lo e compreender as suas curiosidades. A ação do professor não está voltada para facilitar, mas sim, mediar, trazendo oportunidades, desafios e criando vínculos entre o aprendiz e o espaço escolar (Cunha, 2013).

Cabe ressaltar que crianças autistas são extremamente visuais, com isso, longas entregas verbais podem confundi-las e dificultar a aprendizagem. É recomendado "[...] falar de modo lento e claro, e recorrer a ajudas visuais de vários tipos: objetos, imagens, fotografias, sinais etc., que tornem imediatamente compreensível a ação ou a atividade a ser realizada, o lugar aonde ir ou as pessoas com as quais é preciso estar" (Pontis, 2022, p. 19). Durante a elaboração de atividades, é interessante optar por suportes visuais, sequências lógicas de atividades, histórias sociais envolvidas no contexto abordado, imagens plastificadas, dentre outros. Além disso, "quanto mais associamos a prática escolar a conteúdos significativos, mais tornamos a experiência do aprendizado profícua" (Cunha, 2013, p. 22).

Crianças com TEA necessitam que as atividades propostas sejam elaboradas com coerência, ordem e previsibilidade, buscando alcançar poucos e claros objetivos por vez. Quando a tarefa proposta tem um nível de dificuldade maior, é importante subdividi-la em pequenos passos (Pontis, 2022). As atividades elaboradas precisam fazer sentido para o estudante e não podem ser muito extensas, pois o aprendiz pode encontrar dificuldade em manter o foco, também é importante oferecer um tempo maior, dentro do possível, buscando aumentar a capacidade de concentração, ao final é importante oferecer retorno positivo sobre seu desempenho para mantê-lo motivado (Cunha, 2013). Ao elaborar atividades e perguntas, fornecer tempo maior para o aprendiz autista responder e sempre utilizar a linguagem simples (Willians e Wright, 2008).

Para proporcionar melhorias no ambiente de estudo é necessário eliminar as fontes de desconfortos, luzes intermitentes, ruídos, identificar as fontes de distração, estruturar o espaço de forma compreensível, estruturar o tempo para cada atividade de forma previsível (Pontis, 2022). Também é importante evitar luzes brilhantes e cores fluorescentes, pois causam grandes desconfortos (Willians e Wright, 2008). É aconselhável a utilização de marcadores de tempo durante as atividades, como ampulheta, cronômetro ou relógio digital, para que o estudante autista possa compreender a duração de tempo de cada exercício proposto (Pontis, 2022).

Quando se sabe o que o estudante gosta e suas motivações, é mais fácil de conseguir atrair sua atenção e criar oportunidades de ensino. Após as atividades, há possibilidade dos estudantes se frustrarem com os resultados, porém o docente precisa intervir e ensiná-lo a lidar com essas situações, ajudando o aprendiz a estar mais preparado para o cotidiano (Cunha, 2013).

Para o autista, são importantes os trabalhos em grupo, visto que o auxilia a acostumar-se com a presença de outras pessoas, no início pode causar desconfortos, mas aos poucos aprendem a rotina social (Willians e Wright, 2008). Para iniciar trabalhos em grupos, é importante começar pela interação a dois, em seguida, formar pequenos grupos, procurando identificar estudantes com os quais a criança possui maior afinidade e facilidade de interação. O autista não irá se juntar com o grupo caso a atividade seja difícil ou de assuntos que não são do seu interesse, por isso, momentos de partilha devem ser cativantes e divertidos. Você deve optar por atividades que o interesse, buscando envolvê-lo durante as atividades, também alguns aprendizes rejeitam a atividade pelo fato de serem situações "novas", mas com paciência e com tentativas é possível convencê-lo para a realização (Pontis, 2022).

Envolver atividades com musicalização tende a ser produtivo, visto que "a música desenvolve habilidades que estão relacionadas à memória, à representação geométrica e à leitura. Ademais, a música traz para o campo das atividades escolares a expressão da subjetividade e a instrumentalização sensorial" (Cunha, 2013, p. 65).

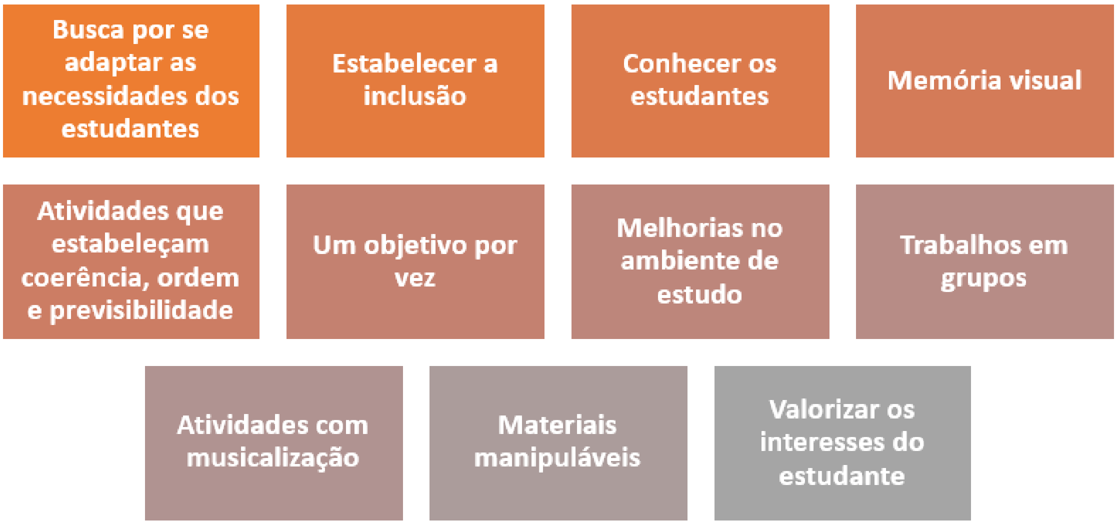
Durante as explicações é fundamental definir o significado das palavras utilizadas para a melhor compreensão do estudante autista, sendo necessário explicá-lo antes de sua efetiva utilização. A postura do professor durante a aula é relevante para a aprendizagem, é necessário que durante as explicações a fala seja de maneira suave, lenta e clara (Cunha, 2013).

É comum durante explicações que o aprendiz não esteja olhando diretamente para o professor, nessas situações, não é indicado chamar a atenção, pois, apesar de não estar olhando o estudante pode estar atento àquilo que está sendo dito (Pontis, 2022).

É importante você estimular trabalhos em grupos, compartilhar tarefas, propor atividades espelhadas no interesse do estudante autista, utilizar a linguagem objetiva na elaboração das atividades, explorar o cotidiano, utilizar jogos, estimular o pensamento lógico, evitar atividades extensas, adaptar avaliações, incentivar o aprendiz, privilegiar seus vínculos afetivos e suas habilidades (Cunha, 2013). Para atingir os objetivos esperados, "é válida a utilização de quaisquer materiais e/ou situações a fim de introduzir, instruir, reforçar e prover a criança com experiências para a aprendizagem destes conceitos" (Gauderer, 1993, p. 151).

A imagem a seguir apresenta um resumo das estratégias destacadas para favorecer a aprendizagem de estudantes com Transtorno do Espectro Autista.

Estratégias para favorecer aprendizagem



Todas as atividades sugeridas aqui neste Produto Educacional foram fundamentadas em princípios da Neurociência e buscam possibilitar que os estudantes com autismo estejam incluídos durante as atividades propostas na sala de aula e que atribuam significado para os conteúdos matemáticos curriculares apresentados.

MÓDULO 2:

MULTIPLICAÇÕES

A multiplicação e a divisão são operações que geram dificuldade para um número cada vez maior de estudantes, esse problema é decorrente da necessidade de memorização da tabuada que é indispensável nesse processo. Atualmente, diversas escolas trabalham com um processo único, o que reduz as possibilidades de aprendizado, visto que os estudantes apresentam graus de dificuldades diferentes, com isso surge a importância de ensinar com métodos diferentes (Santos, 2018).

A falta de domínio da tabuada acarreta diversos problemas no processo de aprendizado, sendo um "[...] obstáculo para a correta resolução de operações de multiplicação, fragilidade seguida pela dificuldade em aplicação do algoritmo da multiplicação tradicional" (Santos, 2018, p. 60).

Na antiguidade, na Europa ocidental, era natural a contagem com a utilização dos dedos, na época os manuais envolvendo Aritmética não eram considerados completos se não tivessem instruções com esses métodos manuais. Ao longo do tempo, foi perdendo-se este costume e passando ao uso do papel. Na época, saber utilizar os dedos para a contagem era um dos requisitos para considerar o homem instruído. Os dedos eram utilizados para contar e multiplicar os números (Dantzig, 1970).

Uma pesquisa apresentada por Nicosia (2018) envolveu 50 estudantes de um instituto profissional em Bolonha, norte na Itália. Os estudantes tinham 13 ou 14 anos, 25 oriundos de famílias italianas e 25 de famílias estrangeiras, sendo 6 das Filipinas, 5 de Marrocos, 4 da Romênia, 2 de Bangladesh, 2 da Eritreia, 2 da Tunísia, 1 de Cabo Verde, 1 da Índia, 1 da Polônia e 1 do Sri Lanka. Dentre os imigrantes, 16 estudaram em escolas italianas pelo menos três anos e 9 recém-chegados na Itália apresentavam dificuldades linguísticas. Uma das atividades visou valorizar os procedimentos espontâneos conhecidos pelos estudantes a partir de habilidades aprendidas fora da escola. Visando a construção coletiva de uma nova cultura escolar, estudantes socializaram saberes e práticas oriundos de seus contextos familiares. Dentre as apresentações para seus colegas de turma, os estudantes oriundos das Filipinas explicaram a técnica muito comum nas escolas de sua terra natal que consiste em utilizar os dedos para multiplicar rapidamente números naturais de 6 até 10. A Figura 1 mostra a apresentação, divulgada por Nicosia (2018), que foi organizada pelos estudantes filipinos para explicar aos colegas da sala de aula como esta técnica funciona.

Fonte: Nicosia, 2018.

Há uma explicação para o funcionamento desse algoritmo, vamos conhecer? Sejam x e y dois números inteiros, tais que $6 \leq x \leq 10$, $6 \leq y \leq 10$ e xy o produto entre eles. Ao unir os dedos, posicionamos o valor de x na mão esquerda e o valor de y na mão direita, com isso temos $x - 5$ dedos na mão esquerda e $y - 5$ dedos na mão direita, totalizando em $x + y - 10$ dedos. Esse total é multiplicado por 10, ou seja, $(x + y - 10).10$. Ao efetuar o produto da quantidade de dedos restantes em cada mão, temos: $5 - (x - 5) = 10 - x$ por $5 - (y - 5) = 10 - y$, obtendo-se $(10-x).(10-y)$. Ao final, soma-se o valor $(x+y-10).10$ com $(10-x).(10-y)$, obtendo $(x+y-10).10+(10-x).(10-y)=\cdots=xy$, provando que o algoritmo fornece o produto entre x e y (Elian, 1991).

Para minimizar as dificuldades encontradas pelos estudantes em relação à memorização das multiplicações, a seguir estão expostos dois métodos para ensinar a tabuada de maneira lúdica.

2.1 MULTIPLICAÇÕES COM OS DEDOS

Habilidades:

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação	**(EF03MA03)** Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.

Duração: 1 aula (45 minutos).

Objetivos:

- Conhecer materiais manipuláveis que contribuem para o entendimento da operação de multiplicação.

Recursos didáticos:

- Retroprojetor com áudio;
- Luvas descartáveis tipo não estéril;
- Caneta permanente.

Instruções:

Inicie a aula, utilizando o retroprojetor, para apresentar o vídeo explicativo para os estudantes. O vídeo encontra-se neste *link*: https://www.youtube.com/watch?v=8X5hzSlUO10. Trata-se do passo a passo para efetuar as multiplicações envolvendo os números 6, 7, 8, 9 e 10. Essa etapa é opcional, caso não tenha acesso à internet na sala de aula, não há problemas.

Para continuar, distribua as luvas descartáveis já numeradas conforme a imagem para os estudantes. No mercado estão disponíveis luvas esterilizadas que são mais caras, então para uso escolar não é necessário. Para a atividade, pode-se utilizar a luva não estéril. Foi utilizado tamanho médio, para que se adeque a qualquer criança, não importando o peso corporal.

Juntamente com os aprendizes faça explicações de como proceder para efetuar as multiplicações. O passo a passo segue conforme as imagens a seguir.

Para compreender o tema:

- **Multiplicando 6 · 6**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 6 da mão esquerda juntamente com o número 6 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

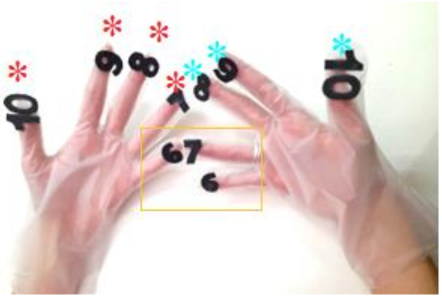
Os dedos conectados e os que estão abaixo deles valem 10 unidades cada um. Nesse caso, temos apenas os dedos conectados e nenhum dedo abaixo dele, conforme indicado na área laranja. Somando os dedos conectados temos 20 unidades, visto que são apenas dois dedos e cada um vale 10.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 4 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, na mão direita também há 4 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar $4 \cdot 4$, resultando em 16.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 20 + 16 = 36. Então, $6 \cdot 6 = 36$.

- **Multiplicando 6 · 7**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 6 da mão esquerda juntamente com o número 7 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.



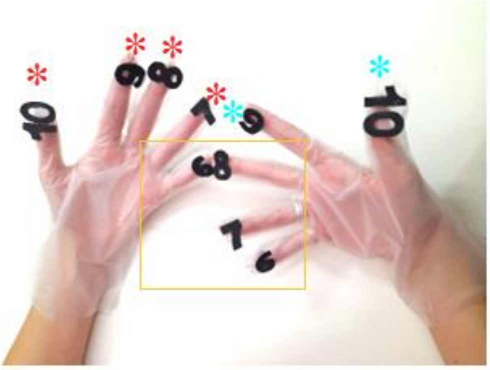
Os dedos conectados e os que estão abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 3 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 30 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 4 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita temos 3 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar $4 \cdot 3$, resultando em 12.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 30 + 12 = 42. Então, $6 \cdot 7 = 42$.

- **Multiplicando 6 · 8**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 6 da mão esquerda juntamente com o número 8 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.



Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 4 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 40 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 4 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita 2 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 4 · 2, resultando em 8.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 40 + 8 = 48. Então, 6 · 8 = 48.

- **Multiplicando 6 · 9**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 6 da mão esquerda juntamente com o número 9 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 5 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 50 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 4 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita apenas 1 dedo, conforme destacado com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 4 · 1, que resulta em 4.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 50 + 4 = 54. Então, 6 · 9 = 54.

- **Multiplicando 6 · 10**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 6 da mão esquerda juntamente com o número 10 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 6 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 60 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 4 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita não restou nenhum dedo. Com isso, multiplicar 4 · 0, resultando em 0.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 60 + 0 = 60. Então, 6 · 10 = 60.

- **Multiplicando 7 · 6**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 7 da mão esquerda juntamente com o número 6 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

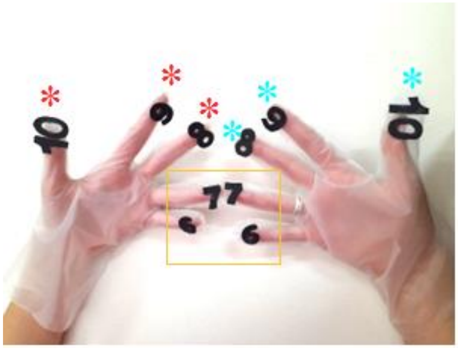
Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 3 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 30 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 3 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita temos 4 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 3 · 4, resultando em 12.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 30 +12 = 42. Então, 7 · 6 = 42.

- **Multiplicando 7 · 7**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 7 da mão esquerda juntamente com o número 7 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.



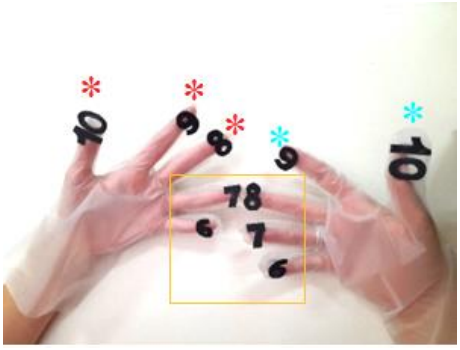
Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 4 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 40 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 3 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, na mão direita também há 3 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 3 · 3, resultando em 9.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 40 + 9 = 49. Então, 7 · 7 = 49.

- **Multiplicando 7 · 8**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 7 da mão esquerda juntamente com o número 8 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.



Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 5 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 50 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 3 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita temos 2 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 3 · 2, resultando em 6.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 50 + 6 = 56. Então, 7 · 8 = 56.

- **Multiplicando 7 · 9**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 7 da mão esquerda juntamente com o número 9 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 6 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 60 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 3 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita temos 1 dedo, conforme destacado com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 3 · 1, resultando em 3.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 60 + 3 = 63. Então, 7 · 9 = 63.

- **Multiplicando 7 · 10**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 7 da mão esquerda juntamente com o número 10 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

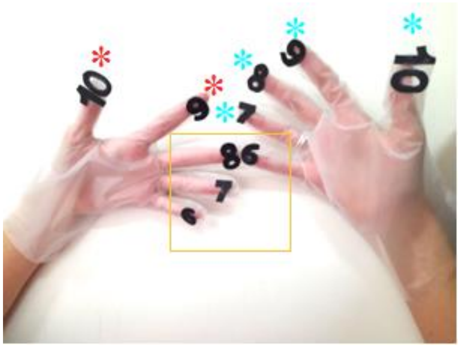
Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 7 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 70 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 3 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita não restou nenhum dedo. Com isso, multiplicar 3 · 0, resultando em 0.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 70 + 0 = 70. Então, 70 · 10 = 70.

- **Multiplicando 8 · 6**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 8 da mão esquerda juntamente com o número 6 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.



Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 4 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 40 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 2 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita temos 4 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 2 · 4, resultando em 8.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 40 + 8 = 48. Então, 8 · 6 = 48.

- **Multiplicando 8 · 7**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 8 da mão esquerda juntamente com o número 7 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

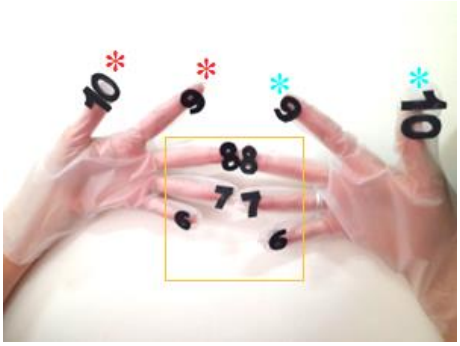
Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 5 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 50 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 2 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita temos 3 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 2 · 3, resultando em 6.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 50 + 6 = 56. Então, 8 · 7 = 56.

- **Multiplicando 8 · 8**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 8 da mão esquerda juntamente com o número 8 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.



Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 6 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 60 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 2 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho e na mão direita também temos 2 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 2 · 2, resultando em 4.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 60 + 4 = 64. Então, 8 · 8 = 64.

- **Multiplicando 8 · 9**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 8 da mão esquerda juntamente com o número 9 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 7 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 70 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 2 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho e na mão direita também temos 1 dedo, conforme destacado com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 2 · 1, resultando em 2.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 70 + 2 = 72. Então, 8 · 9 = 72.

- **Multiplicando 8 · 10**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 8 da mão esquerda juntamente com o número 10 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 8 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 80 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 2 dedos, conforme marcados com o asterisco vermelho, já na mão direita não restou nenhum dedo. Com isso, multiplicar 2 · 0, resultando em 0.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 80 + 0 = 80. Então, 8 · 10 = 80.

- **Multiplicando 9 · 6**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 9 da mão esquerda juntamente com o número 6 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 5 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 50 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 1 dedo, conforme marcado com o asterisco vermelho, já na mão direita temos 4 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 1 · 4, resultando em 4.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 50 + 4 = 54. Então, 9 · 6 = 54.

- **Multiplicando 9 · 7**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 9 da mão esquerda juntamente com o número 7 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 6 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 60 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 1 dedo, conforme marcado com o asterisco vermelho, já na mão direita temos 3 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 1 · 3, resultando em 3.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 60 + 3 = 63. Então, 9 · 7 = 63.

- **Multiplicando 9 · 8**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 9 da mão esquerda juntamente com o número 8 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 7 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 70 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 1 dedo, conforme marcado com o asterisco vermelho, já na mão direita temos 2 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 1 · 2, resultando em 2.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 70 + 2 = 72. Então, 9 · 8 = 72.

- **Multiplicando 9 · 9**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 9 da mão esquerda juntamente com o número 9 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 8 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 80 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 1 dedo, conforme marcados com o asterisco vermelho e na mão direita também temos 1 dedo, conforme destacado com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 1 · 1, resultando em 1.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 80 + 1 = 81. Então, 9 · 9 = 81.

- **Multiplicando 9 · 10**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 9 da mão esquerda juntamente com o número 10 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 9 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 90 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda temos 1 dedo, conforme marcado com o asterisco vermelho, já na mão direita não restou nenhum dedo. Com isso, multiplicar 1 · 0 , resultando em 0.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 90 + 0 = 90. Então, 90 · 10 = 90.

- **Multiplicando 10 · 6**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 10 da mão esquerda juntamente com o número 6 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 6 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 60 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda não restou nenhum dedo, já na mão direita temos 4 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 0 · 4, resultando em 0.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 60 + 0 = 60. Então, 10 · 6 = 60.

- **Multiplicando 10 · 7**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 10 da mão esquerda juntamente com o número 7 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 7 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 70 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda não restou nenhum dedo, já na mão direita temos 3 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 0 · 3, que resultando em 0.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 70 + 0 = 70. Então, 10 · 7 = 70.

- **Multiplicando 10 · 8**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 10 da mão esquerda juntamente com o número 8 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 8 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 80 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda não restou nenhum dedo, já na mão direita temos 2 dedos, conforme destacados com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 0 · 2, resultando em 0.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 80 + 0 = 80. Então, 10 · 8 = 80.

- **Multiplicando 10 · 9**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 10 da mão esquerda juntamente com o número 9 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 9 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 90 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda não restou nenhum dedo, já na mão direita temos 1 dedos, conforme destacado com o asterisco azul. Com isso, multiplicar 0 · 1, resultando em 0.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 90 + 0 = 90. Então, 10 · 9 = 90.

- **Multiplicando 10 · 10**

Inicialmente conectamos os dedos marcados com o número 10 da mão esquerda com o número 10 da mão direita, conforme representado na figura a seguir.

Os dedos conectados e os abaixo deles, conforme destacado dentro da área laranja, valem 10 cada um. Como temos 10 dedos, somando de 10 em 10, obtemos 100 unidades.

Com o restante dos dedos, fazer uma multiplicação, da seguinte maneira: na mão esquerda e na direita não restaram nenhum dedo. Com isso, multiplicar 0 · 0, resultando em 0.

Para finalizar, somar os valores encontrados, nesse caso 100 + 0 = 100. Então, 10 · 10 = 100.

Relato de uma experiência pedagógica:

Durante uma mostra escolar na Escola de Educação Básica Carlos Techentin, localizada na cidade de Blumenau (SC) havia sobre uma mesa colocada no pátio da escola, luvas numeradas de 6 a 10, conforme a figura.

As turmas eram convidadas para participar e conhecer a mostra em horários pré-estabelecidos, ao chegarem na mostra, havia professores em cada uma das mesas e os estudantes escolhiam qual atividade queriam conhecer, conforme seu interesse.

Esse relato terá foco em um estudante do sexto ano do Ensino Fundamental II, com Transtorno do Espectro Autista, que chegou na mesa já colocando as luvas, comentei que elas serviam para efetuar multiplicações de 6 a 10 de uma maneira diferente e ele mostrou-se interessado. Perguntei se ele já sabia as tabuadas decoradas e ele respondeu que não. Vesti as luvas também e expliquei o passo a passo, fiz três multiplicações junto com ele e em seguida estimulei fazendo perguntas de multiplicações diversas e ele já havia compreendido a técnica, posicionava os dedos conforme a pergunta, parava para fazer a contagem e respondia corretamente. A figura abaixo mostra eu e o estudante praticando as multiplicações.

O estudante treinou mais um pouco e instiguei para saber se ele gostou desse novo método e se achou fácil de efetuar e as respostas foram positivas. Em seguida ele mostrou a técnica que aprendeu e treinou com alguns colegas que estavam na mesa, depois guardou as luvas em seu bolso e foi conhecer outras atividades que estavam espalhadas pela mostra escolar.

2.2 MAQUININHA DE MULTIPLICAR

Duração: uma aula (45 minutos)

Objetivos:

- Conhecer materiais manipuláveis que contribuem para o entendimento da operação de multiplicação.

Recursos didáticos:

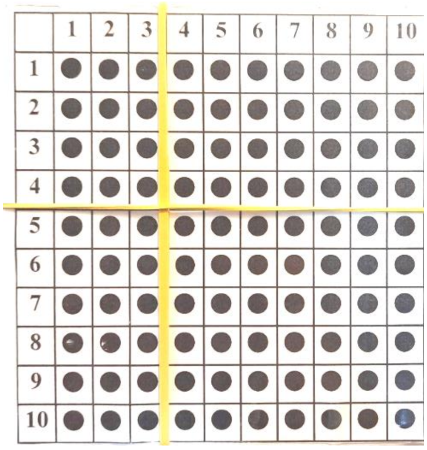
- Papel espuma com dimensões de 70 centímetros por 50 centímetros e espessura de 5 milímetros;
- Elásticos;

Instruções:

Ao iniciar a aula, pode-se distribuir as maquininhas de multiplicar prontas ou construí-las juntamente com os estudantes conforme o passo a passo a seguir.

Para iniciar a construção, utilizei uma placa de papel espuma branca, com dimensões de 70 centímetros por 50 centímetros e espessura de 5 milímetros. A escolha desse material foi devido a sua durabilidade, mantendo a forma original mesmo após o corte, preservando o trabalho intacto a longo prazo. Porém, para construir a tábua, pode-se utilizar outros materiais, por exemplo, pedaços de caixas de papelão recicláveis ou papel cartão, é interessante que sejam escolhidos materiais firmes, para quando encaixar os elásticos eles não dobrarem e se manterem conservados por mais tempo.

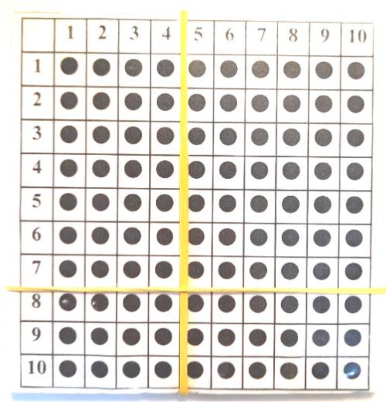
Após ter definido o material a ser utilizado, faça marcações de 12 centímetros por 12 centímetros e recorte os quadrados, um para cada estudante da turma. Em seguida, faça impressão dos moldes disponibilizados no apêndice 1, cole sobre o material recortado e em seguida transpasse 2 elásticos. Essa etapa pode ser feita manualmente com a utilização de régua e caneta, pelo professor ou pelos seus estudantes, as dimensões dos quadrados foram de 1 centímetro. Para obter maior durabilidade, foi passado papel contato sobre o molde.



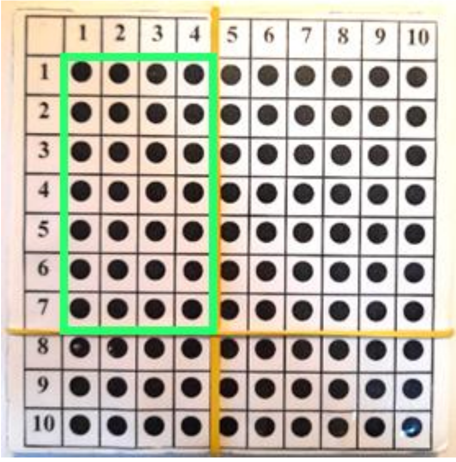
Essas tábuas serão utilizadas pelos estudantes, como forma opcional é possível construir uma em tamanho maior para o professor, para efetuar as explicações e passo a passo para seus estudantes. Nesse caso, foram utilizados quadrados de 2 centímetros por 2 centímetros e colado sobre a placa, com dimensões de 23 centímetros por 23 centímetros. Os círculos vermelhos utilizados são adesivos, para obter maior destaque, mas podem ser feitos com caneta colorida. Essa tabela também foi plastificada com papel contato. O molde segue disponibilizado no apêndice 2.

Para compreender o tema:

A tabela das multiplicações utilizada efetua multiplicações envolvendo os números de 1 a 10. Para efetuar a multiplicação, posicionar os elásticos sobre a linha do número desejado. Observe o exemplo a seguir, no qual pretende-se multiplicar o número 4 pelo número 7:



O elástico está posicionado após o número 4 e abaixo do número 7. Para saber o resultado, contar os pequenos círculos pretos que estão posicionados dentro da área desejada, conforme marcada em verde na imagem abaixo.



É possível perceber que há 28 círculos pretos, então o resultado da multiplicação do número 4 pelo número 7 é 28. Para efetuar as demais multiplicações, seguir esse passo a passo.

MÓDULO 3:

SEQUÊNCIAS RECURSIVAS

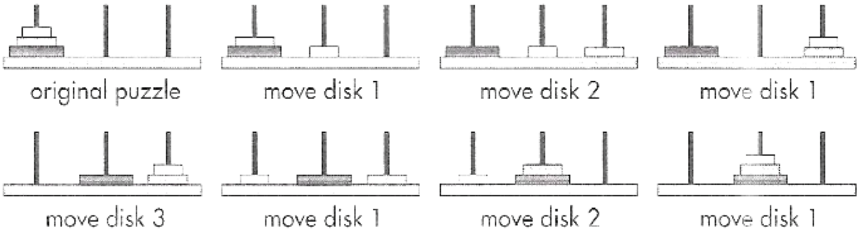
Neste módulo serão exploradas sequências recursivas por meio da música utilizando um pianinho infantil de brinquedo e da Torre de Hanoi.

E como vamos articular a música com a matemática? A escola pitagórica tinha como lema que "tudo é número", afirmando que ele estaria presente em tudo, inclusive na música e foi lá que ocorreram as primeiras experiências científicas que se tem notícias utilizando o monocórdio. Ele é um instrumento musical que contém uma só corda e um cavalete deslizante. Pitágoras teria percebido que ao tocar a corda inteira, depois sua metade, seus dois terços e seus três quartos, os sons obtidos produzem as consonâncias fundamentais (Jablonski, 2014). A partir da música vamos explorar a introdução das sequências recursivas.

Nesse módulo também será explorada a Torre de Hanoi, você já deve ter ouvido falar dela, certo? Este jogo foi criado pelo matemático francês Edouard Lucas em 1883, envolvendo três hastes e 64 discos concêntricos. Uma lenda conta que o criador do Universo também criou monges que tinham uma única missão: mover os discos da haste inicial para a haste final e quando essa meta estivesse cumprida, o mundo acabaria. Mas para isso, deveriam ser seguidas as seguintes regras: não colocar um disco maior sobre um disco menor, apenas mover um disco por vez e nunca colocar os discos em outro lugar, apenas é permitido inserir nas hastes (Brandão, [s.d]).

Na sequência didática será investigada a quantidade mínima de movimentos possíveis para resolver o desafio. Desse modo, os estudantes podem perceber o padrão envolvido nessa *sequência recursiva e, ao final, escrever a fórmula geral para obter o número de movimentos mínimos possíveis com 'n' discos.*

Utilizando três discos concêntricos pode-se perceber o padrão envolvido, podemos chamar o menor disco de 1, o disco médio de 2 e o maior disco de 3, com isso a quantidade mínima de movimentos está destacada na figura a seguir.



Fonte: Choate; Devaney; Foster (1999, p.98)

Com isso, pode-se perceber que a sequência a ser seguida é mover os discos 1213121 (Choate; Devaney; Foster, 1999).

3.1 SEQUÊNCIA MUSICAL

Habilidades:

Esta atividade atende parcialmente as habilidades da Base Nacional Comum Curricular. Os aspectos contemplados estão destacados em negrito.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Álgebra	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	**(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas,** por meio de palavras, **símbolos** ou desenhos.

Duração: 1 aula (45 minutos).

Objetivos:

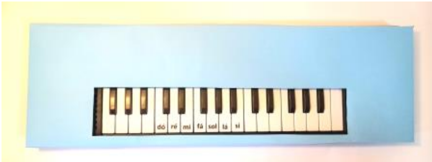
- Investigar regularidades e padrões em uma sequência recursiva.

Recursos didáticos:

- Piano musical infantil.

Instruções:

É necessária a utilização de um piano infantil de qualquer tamanho e sobre as teclas colar as notas musicais dó, ré, mi, fá, sol, lá, si, conforme disponibilizado na imagem abaixo. Sobre os papéis com as notas musicais foi aplicada uma camada de esmalte transparente para obter maior durabilidade.



Os pianos infantis geralmente são ilustrados e possuem diversas informações e como o objetivo é trabalhar apenas com as teclas musicais é interessante confeccionar uma capa para o piano, nesse caso foi elaborada com cartolina. Com isso também se evita distrações e promove maior conforto para estudantes com TEA.

Em seguida, o professor pode disponibilizar o pianinho sobre a mesa com uma sequência musical incompleta. A música que os estudantes irão tocar é o "parabéns", mas é interessante deixar que eles percebam. O início da música está disponibilizado no quadro a seguir e no apêndice 3.

Observe a seguinte sequência. O que você percebeu?

dó	**dó**	**ré**	**Dó**	**fá**	**mi**	**dó**	**dó**	**ré**	**dó**	**sol**	**Fá**

Toque as teclas correspondente no pianinho de brinquedo.

Como a sequência continua?

Permitir que os estudantes toquem o piano por um tempo e estimule-os a descobrir o restante da canção. A continuação correta esperada é a seguinte:

dó, dó, ré, dó, fá, mi, dó, dó, ré, dó, sol, fá, lá, lá, dó, lá, fá, mi, ré, lá#, lá, fá, sol, fá.

Também é possível explorar a sequência de outras músicas, utilizando o mesmo brinquedo pianinho. Por exemplo, apresente a canção “Dó, ré, mi, fá”. Sugestão: vídeo “Dó Ré Mi Fá - Galinha Pintadinha 3 – OFICIAL” disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=gjz9PM4iWWg.

Sugestão de leitura: para explorar e compreender melhor os conceitos envolvendo matemática e a música, ler o Produto Educacional do Enilso Jablonski, disponível em: https://bu.furb.br/docs/DS/2014/358354_3_1.pdf.

3.2 TORRE DE HANOI

Habilidades:

Esta atividade atende parcialmente as habilidades da Base Nacional Comum Curricular. Os aspectos contemplados estão destacados em negrito.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Álgebra	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências	**(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.**
Álgebra	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas	**(EF02MA09) Construir sequências de números naturais** em ordem crescente ou decrescente **a** partir de um número qualquer**, utilizando uma regularidade estabelecida.**
Álgebra	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	**(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas,** por meio de palavras**, símbolos ou desenhos.**
Álgebra	Linguagem algébrica: variável e incógnita	**(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.**
Álgebra	Sequências recursivas e não recursivas	**(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.**

Duração: 3 aulas (135 minutos).

Objetivos:

- Investigar regularidades e padrões em uma sequência recursiva;
- Utilizar simbologia algébrica para generalizar padrões em sequências recursivas;
- Construir algoritmos para indicar próximos termos em uma sequência recursiva.

Recursos didáticos:

- Massa de modelar;
- Folha em EVA;
- Cotonetes;
- Papéis reutilizáveis.

Instruções:

Construção da Torre de Hanoi

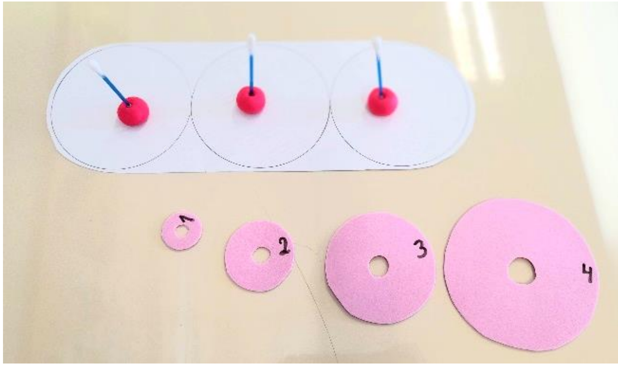
Para iniciar a sequência didática, é necessário construir a Torre de Hanoi e as etapas estão disponibilizadas na sequência. Fica a critério do professor construir a Torre de Hanoi previamente ou elaborar junto com seus estudantes.

Inicialmente foi feita a construção dos discos, foi optado utilizar folha de EVA por sua durabilidade e maleabilidade, porém o material pode ser substituído por outros, como por exemplo: folha de papel cartão ou caixa de papelão. Cada Torre de Hanoi utiliza 4 discos com tamanhos diferentes, nesse caso, foram recortados círculos com os seguintes tamanhos de diâmetro: 2, 4, 6 e 8 centímetros. Em seguida foram enumerados do menor para o maior com os números 1 ao 4 e feito um furo no centro deles. Para facilitar, o jogo pode ser construído sem os furos e sem hastes, apenas empilhando-os.

> Foram utilizados círculos para cada Torre de Hanoi, mas as peças também podem ser confeccionadas com formato de quadrados. Para estudantes com TEA é interessante que os discos tenham a mesma cor.

A base pode ser construída utilizando folhas de papel A4, elas podem ser folhas que já foram utilizadas, pois servirão apenas para demarcar o espaço de cada haste. Nessa folha devem ser desenhados três espaços e nesse caso foram utilizadas três circunferências de diâmetro medindo aproximadamente 9 centímetros.

Como sugestão, se foram confeccionados discos com os furos no centro, as hastes podem ser cotonetes. Para fixá-las poderão ser confeccionadas três bolinhas de massa de modelar e colocadas sobre o suporte de papel construído anteriormente. Ao finalizar as etapas, a Torre de Hanoi estará pronta, conforme mostra a figura a seguir.



Também há a possibilidade de utilizar recursos tecnológicos e acessar a Torre de Hanoi na versão *on-line*, disponibilizada no seguinte *link*: https://www.ime.usp.br/~leo/imatica/programas/hanoi/index.html ou no GeoGebra https://www.geogebra.org/m/txuj9b7p.

Regras e objetivos da Torre de Hanoi

O jogo inicia com as peças empilhadas no tabuleiro, da maior para a menor, com a peça enumerada 4 na base, seguida das peças 3, 2, e 1. O objetivo consiste em colocar todas as peças na última haste, da mesma forma que iniciou, porém, a peça maior nunca poderá ficar sob uma peça menor. A quantidade de movimentos é livre, mas o objetivo é finalizar as jogadas com o mínimo de movimentos possíveis. Como esse jogo possui quatro peças, a sequência correta é a de 15 movimentos.

Gabarito: as peças construídas estão numeradas do número 1 ao 4, com isso a ordem da sequência numérica de movimentos correta é: 1, 2 ,1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1.

Início da sequência didática

Para iniciar a aula os estudantes poderão sentar-se em duplas ou individualmente, a escolha ficará a critério deles. Em seguida cada aprendiz ou dupla, receberá uma Torre de Hanoi e a atividade disponibilizada no apêndice 4.

Inicialmente é interessante contar a lenda sobre a Torre de Hanoi, apresentada na introdução desse módulo e em seguida é necessário explicar qual o objetivo e regras para iniciar o jogo, deixando claro que quem conseguir realizar em menos movimentos vence. Em seguida, cada aprendiz anota no campo disponibilizado na questão 1 as suas jogadas e ao final soma a quantidade de movimentos utilizados. Quando estão dispostos em dupla, enquanto um estudante faz os movimentos o outro pode anotar, porém, cada um deverá movimentar as peças até concluir o objetivo individualmente, pelo menos uma vez. Após todos terem participado, é interessante comparar o número de jogadas e chegar à conclusão de que 15 movimentos é o mínimo possível. Caso eles não tenham atingido a meta, estimular a efetuar outras tentativas.

Quando concluírem que 15 é o mínimo de jogadas possíveis, pedir para que os estudantes que atingiram a meta escrevam o gabarito no quadro, para que percebam que só há uma sequência correta.

Após isso, solicitar que respondam à questão 3, questionando se percebem que há um padrão de movimentos e identificar que sempre se repete os movimentos 1, 2 ,1. Observe: <u>1, 2 ,1</u>, 3, <u>1, 2, 1</u>, 4, <u>1, 2, 1</u>, 3, <u>1, 2, 1.</u>

Para as questões 4, 5 e 6, permitir que os aprendizes manipulem a Torre de Hanoi com 2 e em seguida 3 discos, para perceberem que a quantidade mínima de movimentos possíveis é 3 e 7, respectivamente.

Após essa etapa, questionar os estudantes para que compreendam a generalização algébrica da quantidade de movimentos mínimos da Torre de Hanoi, para que concluam que a fórmula geradora é $2^n - 1$.

MÓDULO 4:

A ÁRVORE BAOBÁ

Os temas matemáticos desenvolvidos na Europa, fundamentados nas criações das antigas civilizações da Bacia do Mar Mediterrâneo, estão priorizados no material disponível aos professores, particularmente nos livros didáticos, onde há raras referências a outras culturas. Atitudes pedagógicas preconceituosas disseminam o entendimento de superioridade da Matemática criada na Europa e promovem desigualdade discriminatória. Os professores podem trazer para as suas aulas algumas criações matemáticas de diferentes povos e contribuir para a disseminação de atitudes de respeito por outras culturas, valorizando suas características culturais, evitando desigualdade, preconceitos e arrogância (D'Ambrosio, 2008).

A atividade a seguir está relacionada à árvore Baobá, visando conhecer seu valor nas culturas africanas, investigando suas características e sua importância, promovendo reflexões sobre as consequências da alteração climática provocada pela intervenção humana. Nessa atividade será investigada a estrutura fractal da árvore Baobá, explorando o algoritmo algébrico gerador das ramificações da árvore.

No nosso planeta, vivem nove espécies de baobá: seis são nativas de Madagascar, o continente africano e a península arábica possuem duas e uma espécie é nativa da Austrália. São árvores que estão entre as maiores do mundo, podem viver por milhares de anos e seus troncos podem atingir 30 metros de circunferência ou mais. A denominação científica Adansonia é uma homenagem ao francês Michel Adanson, botânico que contribuiu para a publicação da História Natural do Senegal em 1757 (Gurib-Fakim, 2018).

A árvore está presente em todo o continente africano e a explicação para isso está presente em uma lenda, você conhece? Segunda a lenda, depois da árvore Baobá ser criada nas margens de um espelho d'água, ela seguiu o Criador por todos os lugares, constantemente reclamando da sua aparência e implorando por melhorias. O Criador, sempre apressado, justificava que ela era uma árvore linda e diferente das demais, mas não adiantava, ela seguia reclamando e desejando ser como as outras árvores. Com isso, em determinado dia o Criador ficou irritado, arrancou a árvore do solo e plantou-a com a copa para dentro da terra para que ficasse calada e isso justifica a semelhança de seus galhos e sua copa, parecidas com raízes, gerando a impressão de que a árvore está invertida (Lima; Gneka; Lemos, 2005).

Habilidades:

Esta atividade atende parcialmente as habilidades da Base Nacional Comum Curricular. Os aspectos contemplados estão destacados em negrito.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Álgebra	Sequências recursivas e não recursivas	**(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.**
Geometria e medidas	Competência específica 1	**(EM13MAT105)** Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e **analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais,** construções civis, obras de arte, entre outras).
Números e álgebra	Competência específica 3	**(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo** que resolve um problema.

Duração: 2 aulas (90 minutos).

Objetivos:

- Conhecer origem e características da árvore Baobá;
- Analisar sua estrutura fractal;
- Compreender o algoritmo gerador de suas ramificações.

Recursos didáticos:

- Acesso a computadores com internet;
- Projetor multimídia;
- Caixa de som.

Instruções:

Ao iniciar a aula, dialogar com os estudantes sobre a árvore Baobá, ressaltando sua presença no continente africano e, em seguida, contar sobre sua lenda.

Para saber mais: ler o artigo “Ensino de conteúdos curriculares de Matemática ligados com a árvore africana baobá”, disponível em: https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RIS/article/view/13293/8697.

Para dar continuidade, distribuir a atividade disponibilizada no apêndice 5, adaptada do Produto Educacional de Noelly Susana Goedert de Souza (2022). Com a utilização de computadores com acesso à internet, solicitar que os estudantes pesquisem imagens da árvore Baobá.

Após essa etapa de introdução, projetar o vídeo, de aproximadamente 3 minutos, “Baobá, árvore da Vida | Mwana Afrika Oficina Cultural”, do canal Mwana Afrika do Youtube, disponível no endereço https://youtu.be/g-LZgQRqJ30, buscando ampliar os conhecimentos sobre a importância da árvore. Em seguida, solicitar que os estudantes acessem o *site*: https://csdt.org/culture/africanfractals/science.html. Em um primeiro momento, permitir que os aprendizes explorem o *site* e verifiquem os diversos tipos de fractais presentes no mundo, em seguida pedir para que observem e analisem a estrutura fractal da árvore Baobá.

Posteriormente solicitar que os estudantes completem a tabela disponibilizada na atividade, relacionando a iteração com seus novos ramos. Ao finalizarem, discutir sobre as respostas encontradas. É esperado que os aprendizes preencham a tabela da seguinte maneira:

Iteração **1**	**2** ramos novos	**2**
Iteração **2**	**4** ramos novos	**4**
Iteração **3**	8 ramos novos	8
Iteração **4**	16 ramos novos	16
Iteração **5**	32 ramos novos	32
Iteração **6**	64 ramos novos	64

Após a discussão, orientar para que preencham a próxima tabela, utilizando as potências, conforme a tabela seguinte:

Iteração	Ramos novos
1	2^1
2	$\mathbf{2^2}$
3	2^3
4	2^4
5	2^5
6	2^6

É importante que os estudantes relacionem que o expoente de cada potência é sempre o número correspondente a iteração. Para finalizar, solicitar que respondam a última pergunta. É esperado que eles desenvolvam a generalização da fórmula, visto que na iteração *n* a fórmula geral é 2^n.

MÓDULO 5:

LADRILHAMENTO

O ladrilhamento consiste em revestir um determinado plano com estruturas geométricas, ladrilhos, de modo que não sobrem espaços vazios e que nenhuma peça se sobreponha. Ele é visto e utilizado desde as antigas civilizações, com aplicação de pedras, pisos, pinturas, dentre outros, revestindo estruturas, tornando-se belíssimas obras de arte. Com ele também é possível explorar conceitos algébricos e geométricos, que serão abordados nesse módulo.

Para explorar os conceitos de ladrilhamento, articulados com o tema simetria de rotação, o módulo a seguir utiliza obras de arte do artista Maurits Cornelis Escher (1898-1972) e da Lygia Pimentel Lins (1920-1988). Mas afinal, quem foram eles?

Vamos lá! Escher foi um artista gráfico, reconhecido mundialmente por suas obras, famoso por seus desenhos conhecidos como impossíveis repletos de arquitetura e perspectiva. Também representa metamorfoses, entre suas várias obras, destaco a obra chamada Reptiles, que será explorada nessa sequência didática. Além de sua excelência como artista gráfico, ele também fez ilustrações em livros, desenhou tapetes e cédulas, selos, murais, dentre outros. Ele tinha fascínio por figuras geométricas regulares dos mosaicos de paredes e pisos de Alhambra.

Mas como iniciou sua vida artística? Vamos ao início, nasceu em Leeuwarden e após 5 anos de vida, mudou-se para Arnhem. Foi reprovado em seu exame final e após isso começou um curso de Arquitetura na Escola de Arquitetura e Artes Decorativas de Haarlem. Após uma semana parou seus estudos e decidiu dedicar-se às artes gráficas e foi a partir dali que tudo começou! Viajou pela

Itália, conheceu sua esposa e fez diversos desenhos e obras realistas, em seguida exibiu-as em seu atelier.

No início expunha suas obras em pequenas exposições, inclusive fez parte de diversas, totalizando ao longo de sua vida em 319. Em uma delas, ele impulsionou para fama, obtendo destaque, pois um visitante era o artista Mark Severin, que ficou maravilhado com seu trabalho e convidou para escrever um artigo em uma revista inglesa. Em seguida, vieram novos convites, oportunidades e propostas, sendo chamado para publicar mais dois artigos na revista Time e Life, por meio dos quais sua fama e obras espalharam-se pelo mundo inteiro e fazem sucesso até os dias atuais.

E a artista Lygia Pimentel Lins, você conhece? Ela era conhecida como Lygia Clark, nasceu em Belo Horizonte no ano de 1920. Durante sua adolescência desenhou com intensidade. Aos 18 anos, casou-se com Aluízio Clark Ribeiro e foi mãe de 3 filhos. Por volta de 1947, iniciou a aprendizagem artística e durante esse período fez diversas composições com papel e óleo.

Ela se interessou pela arte e para aprofundar seus estudos, viajou a Paris. Por volta de 1952, suas obras ficaram marcadas por conter Superfícies Moduladas, inclusive participou de diversas exposições e ganhou inúmeras premiações.

Em seguida, seu foco foi a criação de obras denominadas Geometria Amorosa e Maquete para Interior, essas despertaram interesse de inúmeros arquitetos, dentre eles, Niemeyer, com quem colaborou no projeto de uma casa em Belo Horizonte.

Dentre as diversas exposições importantes que ela participou, o ano de 1959 ficou marcado por seus trabalhos intitulados de linha orgânica, que consistiam em obras feitas de metal com a junção de dois planos e eles se articulavam por meio de dobradiças, com isso requeriam a participação do espectador. Umas das obras que ela criou foi chamada de Caranguejo, a qual será explorada durante a sequência didática desse módulo.

Em 1970 viveu um período em Paris, onde foi professora, praticando artes que envolviam criações coletivas e transformava os aprendizes em objetos de suas próprias sensações. Depois, volta a viver no Brasil, participa de diversas exposições e em 1988 morreu de um infarto do miocárdio, na sua casa em Copacabana.

5.1 LADRILHAMENTO

Habilidades:

Esta atividade atende parcialmente as habilidades da Base Nacional Comum Curricular. Os aspectos contemplados estão destacados em negrito.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	**(EF07MA27)** Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, **sem o uso de fórmulas**, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de **ladrilhamentos.**

Duração: 1 aula (45 minutos).

Objetivos:

- Compreender conceitos intuitivos de ladrilhamentos.

Recursos didáticos:

- Folhas para confecção das formas geométricas.

Instruções:

Para introdução do conceito de ladrilhamentos, entregue aos estudantes a atividade disponibilizada no apêndice 6, ela foi adaptada do livro Aprendendo e Ensinando Geometria de Mary Montgomery Lindquist e Albert P. Shulte, página 174.

Solicite que efetuem a questão 1, os moldes para recortar estão disponibilizados no apêndice 7, porém é possível solicitar que os estudantes desenhem e recortem sem a utilização de moldes. Nesse caso, foram utilizadas folhas de E.V.A, conforme a figura abaixo.

Após estarem com as peças prontas, solicite que eles as juntem sem deixar espaços entre elas. No item b da atividade é necessário que os lados de algumas figuras tenham a mesma medida, caso contrário, não será possível ladrilhar.

5.2 RÉPTEIS E CARANGUEJOS

Habilidades:

Esta atividade atende parcialmente as habilidades da Base Nacional Comum Curricular. Os aspectos contemplados estão destacados em negrito.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Simetrias de translação, rotação e reflexão	**(EF07MA21) Reconhecer** e construir figuras obtidas por simetrias de translação, **rotação** e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e **vincular esse estudo a representações planas de obras de arte,** elementos arquitetônicos, entre outros.
Geometria	Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	**(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.**

Duração: 3 aulas (135 minutos).

Objetivos:

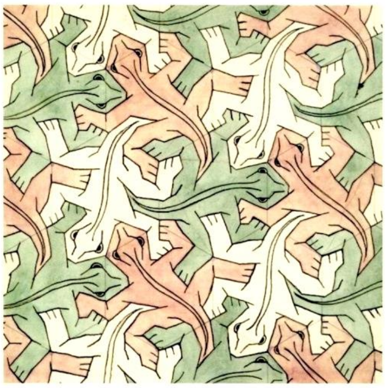
- Compreender os conceitos de simetria de rotação;
- Calcular ângulos internos de polígonos regulares;
- Estabelecer relação entre os ângulos envolvidos em ladrilhamentos.

Recursos didáticos:

- Projetor multimídia;
- Computadores com acesso à internet (opcional);
- Quebra-cabeça disponível no apêndice 8;
- Obra de arte “Caranguejo” confeccionada com cartolina.

Instruções:

Para iniciar a aula, comente brevemente sobre a biografia de Escher, destacada na introdução desse módulo e comente que para essa aula, o foco é a obra Répteis, mostrada na imagem abaixo.



Fonte: Escher, 2023.

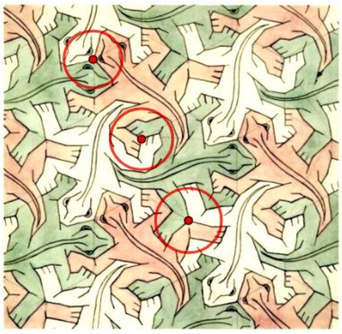
Para dar sequência a aula, com o projetor multimídia, apresente o vídeo que contém uma animação da obra répteis, pode-se iniciar o vídeo a partir de 2 minutos e 19 segundos, ele está disponível nesse endereço: https://etereaestudios.com/works/inspirations/.

Permita que os estudantes trabalhem em duplas ou individualmente, da forma que se sentirem confortáveis e distribua os quebra-cabeças, já recortados, cujo molde sugerido está disponibilizado no apêndice 8, mas se houver necessidade pode-se diminuir ou aumentar a quantidade de peças. Para facilitar a solução do quebra-cabeça, deixar uma moldura branca. Após a montagem do quebra-cabeça, solicitar que os estudantes não desmontem, pois, as próximas atividades o terão como base.

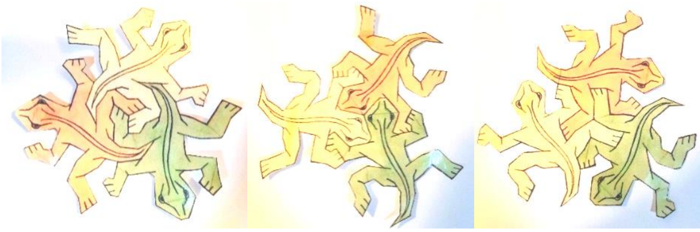
Sugestão: solicitar que os estudantes naveguem no site oficial de Escher, https://mcescher.com/, para conhecer suas diversas obras.

Após todos os aprendizes finalizarem a montagem, questione sobre quantos eixos de rotação há na obra e solicite que indiquem onde eles estão, ressaltando que rotação é uma transformação geométrica que faz uso de giros, em sentido horário ou anti-horário, segundo um ângulo, de um objeto em torno de um ponto fixo, que é chamado de centro de rotação, de modo que não haja sobreposição e sem que a forma e o tamanho sejam alterados.

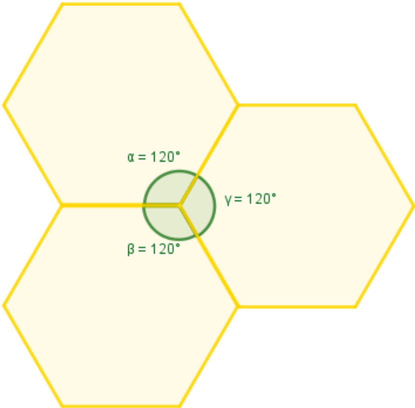
Durante a atividade possibilitar que os estudantes discutam para chegarem à conclusão. Nessa obra há 3 tipos de eixos de rotação, alguns mostrados na figura:



Como gabarito é interessante que o professor recorte os répteis em seu eixo de rotação e mostre para os estudantes ao final da discussão, para que todos possam percebê-los e encontrá-los. Nas imagens abaixo estão mostrados os recortes com os 3 eixos de rotação:



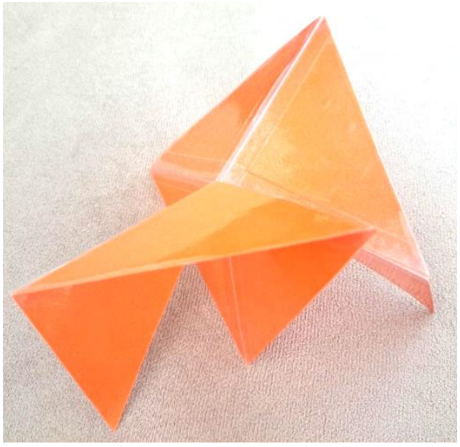
Para prosseguir a aula, os estudantes podem guardar os quebra-cabeças e o professor distribui a atividade disponibilizada no apêndice 9. A atividade inicia com o questionamento sobre o valor dos ângulos internos de um hexágono, é esperado que os aprendizes concluam que cada ângulo mede 120°, conforme destacado na imagem a seguir.



Em seguida, é solicitado que completem no eixo de rotação destacado na obra, a medida entorno do ponto A e percebam que juntos medem 360°.

Complementando com as próximas perguntas, o intuito dessa atividade é que os estudantes consigam comparar a obra de Escher ladrilhada e a obra da Lygia Clark, cujos triângulos não formam um ladrilhamento.

Para facilitar a visualização, o professor pode reproduzir a obra da Lygia Clark, Caranguejo, confeccionando com cartolinas. Visando maior firmeza, a cartolina foi revestida com plástico adesivo, conforme destacado na imagem a seguir.



MÓDULO 6:

GRAFOS

Durante esse módulo serão explorados conceitos da teoria dos grafos. Você sabe o que é um grafo? Podemos afirmar que um grafo é formado por um conjunto não vazio de vértices e um conjunto de arestas, podendo-se verificar como eles estão unidos (Müller, 2015). Para compreender melhor essa definição, a sequência didática contida nesse módulo, ajudará a entender os conceitos.

Tudo iniciou com o problema das sete pontes de Königsberg, que atualmente se chama Kaliningrad e pertence a Rússia. Nessa cidade, há o rio Pregel, que se ramifica formando uma ilha e uma península, dividindo a região em quatro partes que eram interligadas pelas sete pontes. Naquela época, os habitantes indagavam se havia a possibilidade de encontrar um caminho, partindo de uma das margens e percorrendo por todas as pontes uma única vez, sem voltar a passar por elas novamente e conseguir retornar ao ponto de partida inicial (Lima,1988).

A contribuição de Leonhard Euler foi a demonstração de que o problema das sete pontes de Königsberg não possui solução. O percurso hoje conhecido como euleriano, é possível se, e somente se, a quantidade de áreas ligadas por uma quantidade ímpar de pontes é zero ou dois. Königsberg tinha quatro áreas, de modo que, nenhum caminho euleriano era possível (Penha, 1983).

Atualmente os grafos são utilizados em diversas situações, por exemplo, para identificar qual o melhor trajeto a ser seguido quando se tem diversas opções, é utilizado no planejamento de uma cidade, na computação, em redes elétricas, dentre outras situações (Müller,2015).

Habilidades:

Esta atividade atende parcialmente as habilidades da Base Nacional Comum Curricular. Os aspectos contemplados estão destacados em negrito.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	**(EF06MA18) Reconhecer**, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, **e classificá-los em regulares e não regulares,** tanto **em suas representações no plano** como em faces de poliedros

Duração: 2 aulas (90 minutos).

Objetivos:

- Compreender os conceitos de grafos;
- Comparar polígonos regulares e não regulares.

Recursos didáticos:

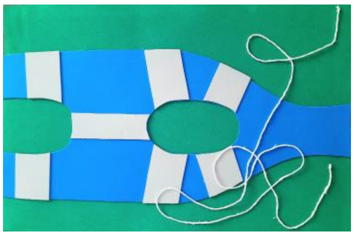
- Computadores com acesso à internet;
- Cidade de Königsberg adaptada em E.V.A. ou com cartolinas;
- Barbante.

Instruções:

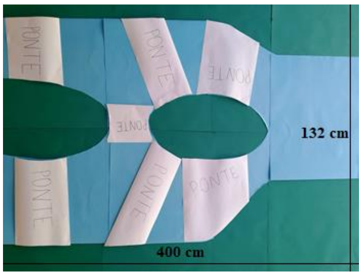
Ao iniciar a aula explicar aos estudantes o que é um grafo, sua importância e utilização atualmente, conforme foi destacado na introdução desse módulo. Para iniciar a primeira etapa, distribuir aos estudantes a atividade disponibilizada no apêndice 10 e solicitar que acessem o GeoGebra com as palavras GEOGEBRA MATERIAIS e em seguida na janela “Pesquisar materiais de Sala de Aula” digitar o código **ercWxEPr** ou o *link*: https://www.geogebra.org/m/ercWxEPr.

Para introdução, explicar o problema das sete pontes de Königsberg e questionar se se é possível passar por todas as pontes uma única vez. Permitir que os aprendizes manipulem a atividade para concluírem que não é possível.

Como sugestão, é possível confeccionar sete pontes de Königsberg com E.V.A, conforme destacado na imagem, e permitir que os estudantes manipulem com barbante o caminho percorrido.



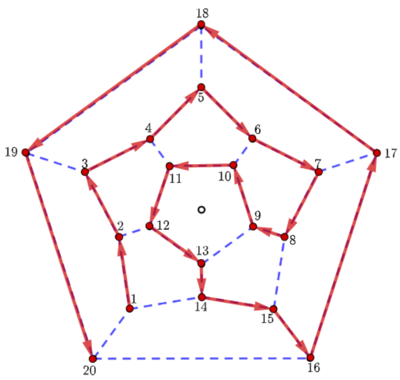
Outra forma, é executar as sete pontes de Königsberg utilizando cartolinas fixas no chão para que os estudantes possam caminhar sobre a cidade, de modo a simular o passeio que os habitantes da cidade faziam. A atividade foi elaborada utilizando oito cartolinas verdes, sete cartolinas azuis e três cartolinas cor rosa, todas com dimensões 50 centímetros por 66 centímetros.



Na sequência, distribuir a atividade disponibilizada no apêndice 11, comentando sobre a solução encontrada por Euler e solicitando que os estudantes desenhem uma nova ponte para que seja possível passar sobre todas elas uma única vez, mas que percebam que não é possível iniciar e retornar ao mesmo local.

Para concluir o raciocínio, entregar aos estudantes o apêndice 12, no qual está contido o endereço para acesso ao Jogo de Hamilton, cujo tabuleiro é formado por diversos pentágonos, os quais serão explorados quanto a sua regularidade após a finalização do jogo.

A imagem mostra o gabarito do jogo de Hamilton.



APÊNDICES

APÊNDICE 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
2	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
3	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
4	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
5	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
6	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
7	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
8	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
9	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
10	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

APÊNDICE 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										

6										
7										
8										
9										
10										

APÊNDICE 3

Observe a seguinte sequência. O que você percebeu?

dó	**dó**	**ré**	**dó**	**fá**	**mi**	**dó**	**dó**	**ré**	**dó**	**sol**	**fá**

Toque as teclas correspondente no pianinho de brinquedo.

Como a sequência continua?

APÊNDICE 4

TORRE DE HANOI

1) Inicie o jogo registrando os movimentos utilizados.

2) Qual é o mínimo de movimentos possíveis para concluir o jogo?

3) Qual foi o padrão observado?

4) Utilizando-se apenas dois discos, qual a quantidade mínima de movimentos para concluir o jogo?

5) Utilizando-se apenas três discos, qual a quantidade mínima de movimentos para concluir o jogo?

6) Complete a tabela:

Quantidade de discos	**Quantidade de movimentos**
2 discos	
3 discos	
4 discos	

7) Qual o padrão observado em relação ao número de discos e a quantidade de movimentos?

____

____

8) Qual seria a sequência se forem utilizados 5 discos?

____

9) Qual é a quantidade mínima de movimentos se forem utilizados 5 discos?

____

10) Escreva a quantidade de movimentos utilizadas com 2, 3, 4 e 5 discos em forma de potência. Dica: utilizar potência de base 2 (Lembrete: $2^0 = 1,\ 2^1 = 2,\ 2^2 = 4$).

Quantidade de discos	**Quantidade de movimentos**	**Quantidade de movimentos na forma de potência**
2 discos		
3 discos		
4 discos		
5 discos		

11) Em uma jogada com **n** discos, qual é a quantidade mínima de movimentos?

____

____

APÊNDICE 5

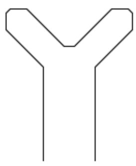
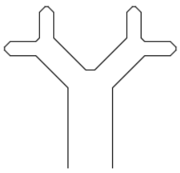
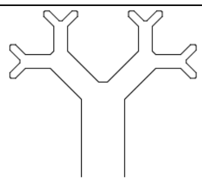
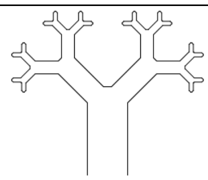
(Atividade adaptada do Produto Educacional da Noelly Susana Goedert de Souza)

A ÁRVORE BAOBÁ

Uma lenda africana explica a presença da árvore Baobá em todo o continente africano, diz ela que, depois de ser criada nas margens de um espelho d’água, a árvore Baobá seguiu o criador por todos os lugares constantemente reclamando da sua aparência e implorando melhorias. Ela parece ter suas raízes no alto porque o Criador, irritado com as lamúrias, plantou-a com a copa para dentro da terra para ficar calada.

Na internet, procure imagens da árvore Baobá e, em seguida, investigue a sua estrutura fractal no *site* contendo atividades interativas organizado por Ron Eglash: https://csdt.org/culture/africanfractals/science.html

Observe, na tabela abaixo, a quantidade de novas ramificações a cada iteração:

Iteração 1	**Iteração 2**	**Iteração 3**	**Iteração 4**
			

Complete a tabela:

Iteração **1**	**2** ramos novos	**2**
Iteração **2**	**4** ramos novos	**4**
Iteração **3**		
Iteração **4**		
Iteração **5**		
Iteração **6**		

Complete a tabela utilizando potências: (Lembrete: $2^0 = 1,\ 2^1 = 2,\ 2^2 = 4, 2^3 = 8$ ...)

Iteração	Ramos novos
1	
2	$\mathbf{2^2}$
3	
4	
5	
6	

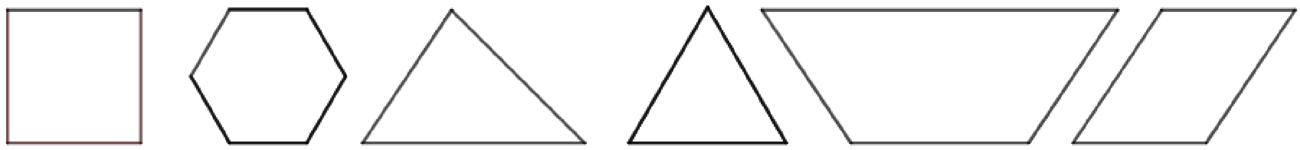
Se os números **1, 2, 3, 4 ...** são representados pela letra **n,** qual é a quantidade de ramos novos na iteração **n**?

APÊNDICE 6

Atividade adaptada do livro Aprendendo e Ensinando Geometria de Mary Montgomery Lindquist e Albert P. Shulte, página 174.

LADRILHAMENTO

Recorte cópias exatas de cada uma das figuras abaixo:



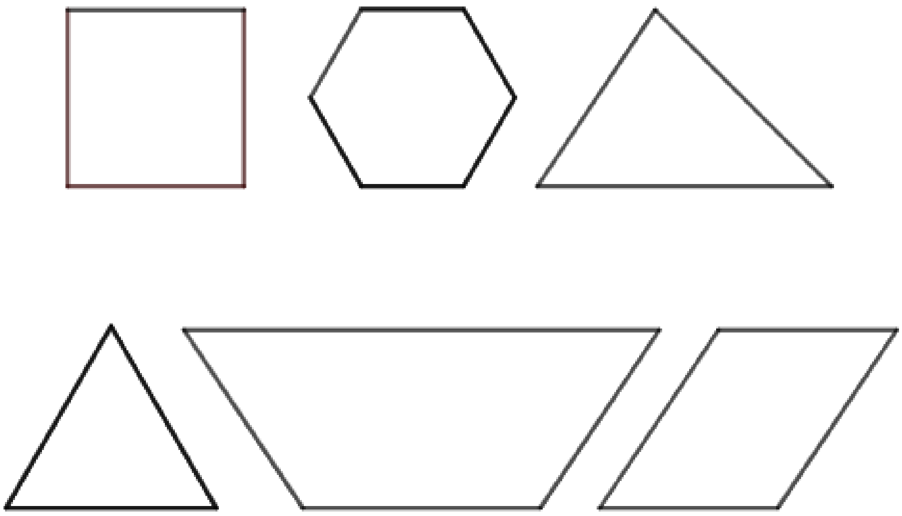
Fonte: Lindquist; Shulte (1994, p. 174).

a) Junte quatro figuras de cada polígono acima, sem deixar espaços entre elas, investigando se sempre é possível formar um ladrilhamento.

b) Escolha alguns polígonos diferentes e verifique se é possível formar um ladrilhamento.

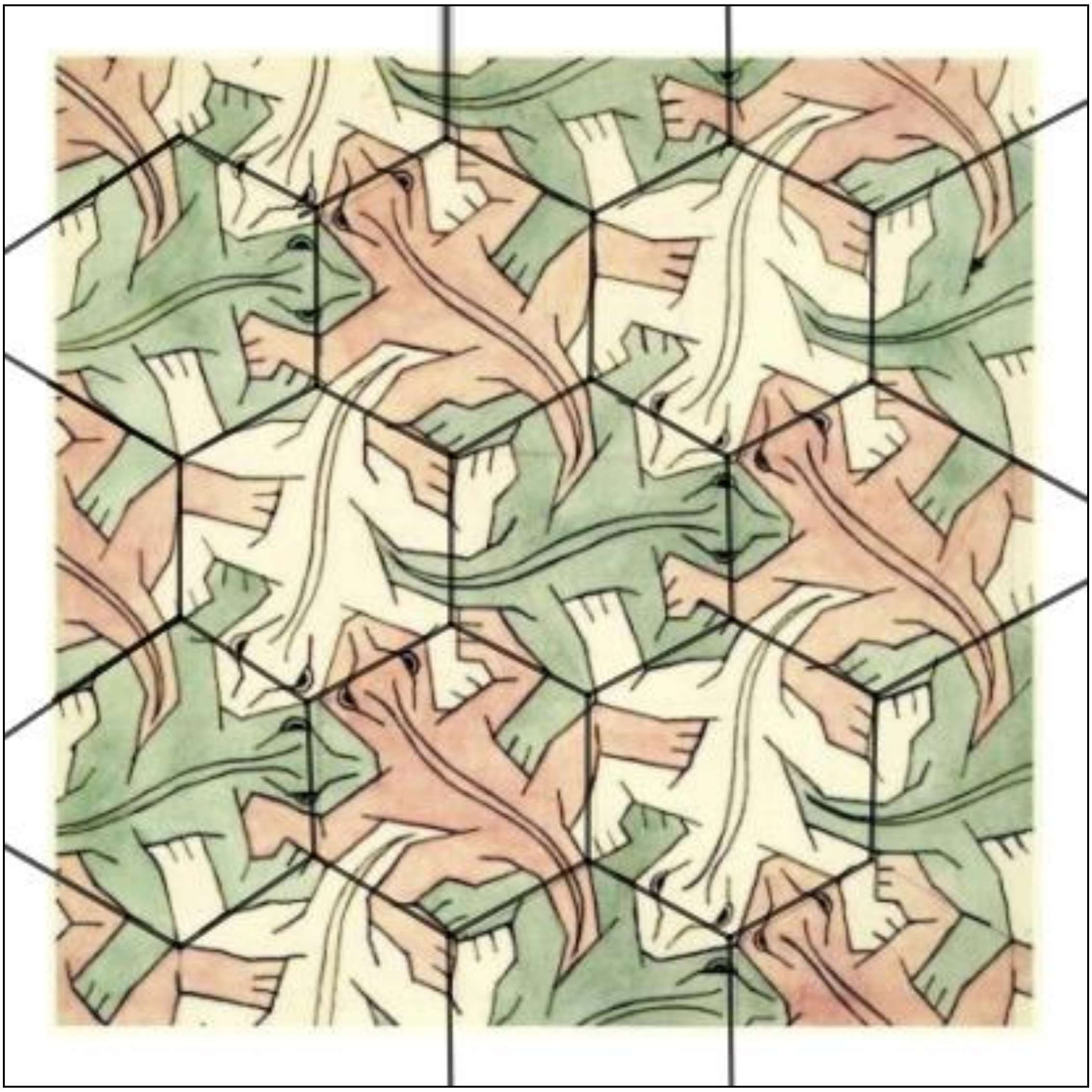
APÊNDICE 7

Molde para recortar.



APÊNDICE 8

Molde do quebra cabeça:

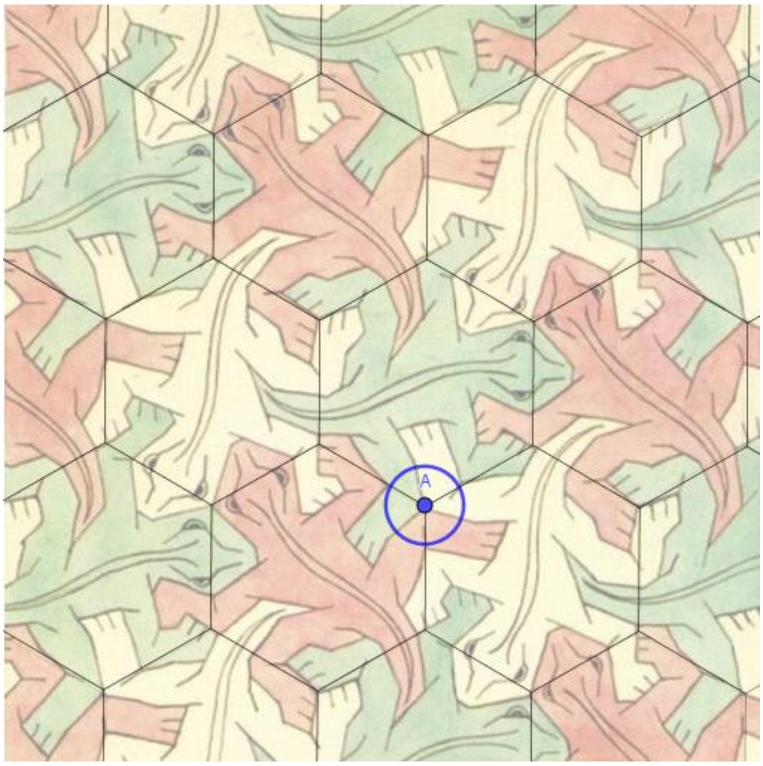


APÊNDICE 9

Atividade para ser entregue aos estudantes.

LADRILHAMENTO

1) Observe a obra Répteis do artista Escher.



a) Qual a medida do ângulo interno de cada hexágono representado na obra? Explique como você pensou.

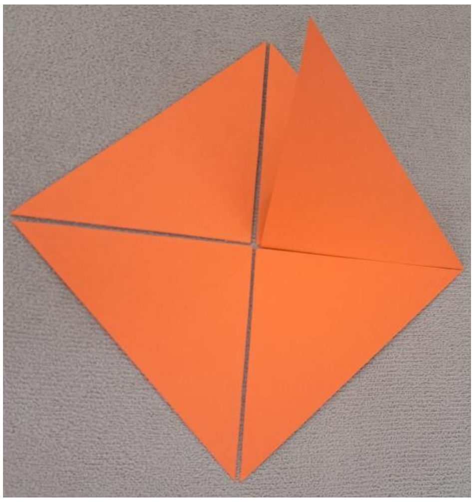
b) A **transformação que gira** uma figura em relação a um determinado ponto, no sentido horário ou anti-horário, é chamada **rotação**. A figura original e a figura obtida através desse giro possuem exatamente a mesma forma, mudando apenas a posição delas. Observe que na malha hexagonal existe um ponto chamado A onde acontece a rotação no joelho da perna traseira direita dos répteis. No eixo de rotação (ponto A) qual é a soma dos ângulos? Explique como você pensou.

c) Complete na obra os ângulos destacados em azul em torno do ponto A.

d) No ponto A está localizado um dos eixos de rotação. Encontre na imagem da obra os outros pontos onde estão eixos de rotação, marque os pontos encontrados usando letras maiúsculas e descreva quais partes dos répteis estão desenhadas perto deles.

Ponto	**Parte dos répteis**
A	
B	
C	

e) Um ladrilhamento com forma quadrada pode ser feito com quatro triângulos retângulos. Observe a reprodução da escultura “Caranguejos” de Lygia Clark. É possível acrescentar um triângulo no ladrilhamento quadrado formado por quatro triângulos? Explique. (Dica: pense nos ângulos).



e) Utilizando recortes de cartolina com a forma de diversas figuras geométricas crie outros *Bichos.*

APÊNDICE 10

Atividade adaptada de Jonathan Gil Müller, 2015.

SETE PONTES DE KÖNIGSBERG – PARTE 1

Na cidade de Königsberg, por volta do ano 1736, havia um rio, chamado de rio Pregel, que ramificava-se formando uma ilha e uma península, dividindo a região em quatro partes, que eram interligadas por sete pontes. Naquela época, os habitantes locais, tinham o costume de realizar passeios aos domingos e se perguntavam se haveria a possibilidade de passear por toda a cidade de modo que passasse sobre as pontes uma única vez, ou seja, sem voltar a passar por uma mesma ponte novamente e conseguir retornar ao ponto de partida inicial.

Para responder a essa indagação, siga as seguintes etapas:

- Acesse o GeoGebra com as palavras GEOGEBRA MATERIAIS;
- Na janela "Pesquisar materiais de Sala de Aula" digite o código **ercWxEPr** ou acesse pelo *link*: https://www.geogebra.org/m/ercWxEPr;
- Clique no quadradinho vermelho e faça um passeio pela cidade. Investigue se é possível passar por todas as pontes uma única vez.
- Clique em RESET para reiniciar.

É possível concluir o passeio, se passar sobre as pontes uma única vez e retornar ao ponto de partida inicial?

____

____

APÊNDICE 11

Atividade adaptada de Jonathan Gil Müller, 2015.

SETE PONTES DE KÖNIGSBERG – PARTE 2

Provavelmente você chegou à conclusão de que não foi possível efetuar o passeio pelas sete pontes de Königsberg, respeitando as regras pré-estabelecidas. Na época, esse problema intrigou diversos moradores e, dentre eles, o matemático Leonhard Euler, que criou uma teoria provando essa impossibilidade, a qual ficou conhecida como Teoria dos Grafos.

Agora, faça uma adaptação desenhando uma nova ponte que possibilite concluir o passeio, passando sobre todas elas uma única vez. Com essa adaptação é possível retornar ao ponto de partida inicial?

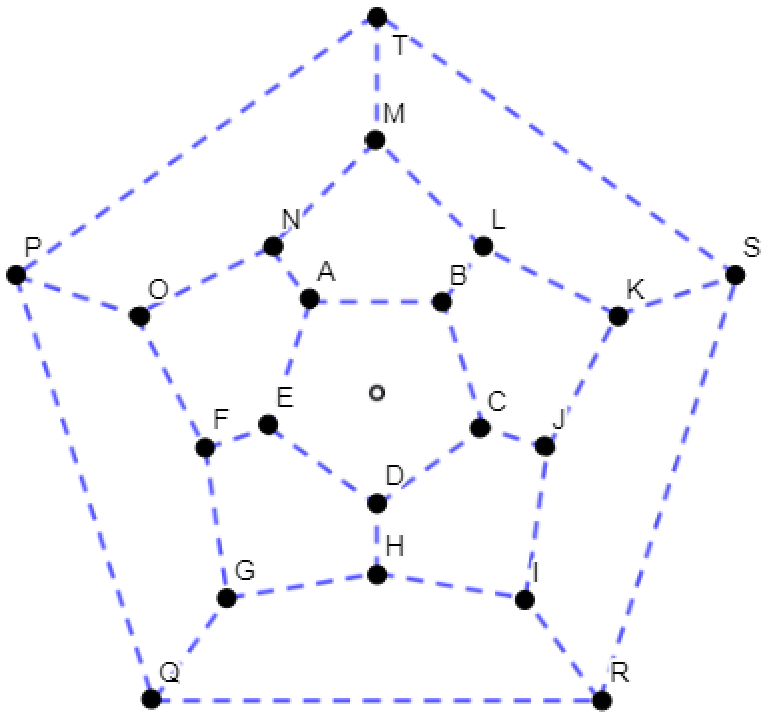
APÊNDICE 12

JOGO DE HAMILTON

Com o mesmo intuito da atividade anterior, verifique se é possível percorrer sobre todos os vértices uma única vez. Para isso, siga as etapas abaixo:

- Acesse o GeoGebra com as palavras GEOGEBRA MATERIAIS;
- Na janela “Pesquisar materiais de Sala de Aula” digite Hamilton game (jogo hamiltoniano) ou digite o código da atividade **u3xggkcj** ou acesse pelo *link*: https://www.geogebra.org/m/u3xggkcj;
- Clique sobre qualquer linha pontilhada e construa um caminho passando por todos os vértices e percorrendo cada linha uma única vez. No alto do lado direito está o local para reiniciar a atividade.

Identificar quais são os polígonos regulares contido no tabuleiro do jogo. Escreva as letras correspondentes aos vértices dos polígonos regulares encontrados.



REFERÊNCIAS

AMARAL, A. L. N.; GUERRA, L. B. **Neurociência e educação**: olhando para o futuro da aprendizagem. Brasília: Sesi, 2022. *E-book.* Disponível em: https://www.portaldaindustria.com.br/publicacoes/2022/10/neurociencia-e-educacao-olhando-para-o-futuro-da-aprendizagem/. Acesso em: 24 jul. 2023.

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018. 256 p.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIANS, C. **Mentalidades matemáticas na sala de aula**: ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2018. 220 p.

BRANDÃO, L. de O. **Torres de Hanói**. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~leo/imatica/programas/hanoi/index.html. Acesso em: 30 jan. 2023.

BRASIL, Ministério da Saúde. **Diretrizes de Atenção à reabilitação da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista (TEA)**. Brasília: Ministério da Saúde, 2014. 85 p.

BRASIL. Lei n° 12.764, de 27 de dezembro de 2012. **Institui a Política Nacional de Proteção dos Direitos da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista.** Brasília: Presidência da República, [2012].

BRASIL. Lei n°13.005, de 25 de junho de 2014. **Aprova o Plano Nacional da Educação (PNE) e dá outras providências.** Brasília: Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, Brasília, 26 jun. 2014b.

BRASIL. Lei nº 13.977, de 8 de janeiro de 2020. **Altera a Lei nº 12.764, de 27 de dezembro de 2012 (Lei Berenice Piana), e a Lei nº 9.265, de 12 de fevereiro de 1996, para instituir a Carteira de Identificação da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista (Ciptea), e dá outras providências**. Brasília: Presidência da República, [2020].

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Ofício Circular Nº 2/2021/CONEP/SECNS/MS**. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 26 fev. 2021.

CARMO, J. dos S.; MARTINS, R. S.; ARRUDA, R. C. Discalculia do desenvolvimento: contribuições para a intervenção em sala de aula. *In:* FREIRE, K. R. L. C.;

LAUTENSCHLAGER, E. (orgs.). **Neurociência e educação**: diálogos possíveis. Jundiaí: Paco Editorial, 2021. p. 51-68.

CHOATE, J.; DEVANEY, R.; FOSTER, A. **Interation:** A Tool Kit of Dynamics Activities Key Curriculum Press. Emeryville, CA (USA), 1999.

CLARK, L. **Lygia Clark ACERVO**. Disponível em: https://portal.lygiaclark.org.br/. Acesso em: 13 mar. 2023.

CONCEIÇÃO, H. Formação de professores da EJA: Neurociência, formação de conceito e significância. *In:* FREIRE, K. R. L. C.; LAUTENSCHLAGER, E. (orgs.). **Neurociência e educação**: diálogos possíveis. Jundiaí: Paco Editorial, 2021. p. 69-90.

COSENZA, R. M.; GUERRA, L. B. **Neurociência e educação**: como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011. 151 p.

COSTA, L. de F. M. da; GHEDIN, E. Importância da consideração dos processos cognitivos na didática da matemática. **Revista de Educação Matemática**, v. 19, p. 1-20, 12 ago. 2022. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Disponível em: http://dx.doi.org/10.37001/remat25269062v19id674. Acesso em: 02 out. 2023.

CUNHA, E. **Autismo na escola**: um jeito diferente de aprender, um jeito diferente de ensinar. Rio de Janeiro: Wak, 2013. 143 p.

D’AMBROSIO, U.; ROSA, M. Um diálogo com Ubiratan D’Ambrosio: uma conversa brasileira sobre etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 4, n. 2, p. 88-110, 2008. Disponível em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274020253007. Acesso em: 8 fev. 2023.

DANTZIG, T. **Número**: a linguagem da ciência. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

EGLASH, R. **Fractals in Science**. Disponível em: https://csdt.org/culture/africanfractals/science.html. Acesso em: 12 dez. 2022.

ELIAN, S. N. **Tabuada manual**. Revista do Professor de Matemática. v.18, Rio de Janeiro: SBM, 1991. Disponível em: http://rpm.org.br/cdrpm/18/10.htm. Acesso em: 06 fev. 2023.

ESCHER, M. C. **M.C. Escher Collection**. Disponível em: https://mcescher.com/. Acesso em: 6 mar. 2023.

FREIRE, K. R. L. C.; LAUTENSCHLAGER, E. (orgs.). **Neurociência e educação**: diálogos possíveis. Jundiaí: Paco Editorial, 2021. 140 p.

GAUDERER, E. C. **Autismo**. 3. ed. São Paulo: Atheneu, 1993. 192 p.

GEVARTER, C.; BRYANT, D. P.; BRYANT, B.; WATKINS, L.; ZAMORA, C.; SAMMARCO, N. Mathematics Interventions for Individuals with Autism Spectrum Disorder: a systematic review. **Review Journal Of Autism And Developmental Disorders**, v. 3, n. 3, p. 224-238, 10 mai. 2016. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1007/s40489-016-0078-9.

GOLDEN, J. **Icosian Game**. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/u3xggkcj. Acesso em: 17 mar. 2023.

GURIB-FAKIM, Ameenah. Climate change is wiping out the baobab, Africa's 'tree of life'. **The Guardian** , jun. 2018. Disponível em: https://www.theguardian.com/commentisfree/2018/jun/13/climate -change-baobab-africa-tree-of-life. Acesso em: 11 dez. 2022.

JABLONSKI, E. **Frações e música**: ligações históricas e atividades didáticas. Orientadora: Tânia Baier. 2014. 140 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática do Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2014.

LIMA, E. L. Alguns problemas clássicos sobre grafos. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 12, p. 36-40, 1988.

LIMA, H. P. *et al*. **A semente que veio da África**. São Paulo: Salamandra, 2004.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo, 1994.

MARAS, K.; GAMBLE, T.; BROSNAN, M. Supporting metacognitive monitoring in mathematics learning for young people with autism spectrum disorder: a classroom-based study. **Autism**, v. 23, n. 1, p. 60-70, 26 out. 2017. SAGE Publications. http://dx.doi.org/10.1177/1362361317722028.

MÜLLER, Jonathan Gil. **Teoria dos grafos para o Ensino Fundamental:** desafios lúdicos. Orientadora: Tânia Baier. 2015. 185 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2015.

NICOSIA, G. G. Algoritmi spontanei in classi multiculturali. **Didattica della Matematica. dalla Ricerca Alle Pratiche D'aula**, n. 4, p. 100-115, abr. 2018. Scuola Universitaria Professionale Della Svizzera Italiana -D. Formazione E Apprendimento. Disponível em: http://dx.doi.org/10.33683/ddm.18.4.6. Acesso em: 17 mar. 2023.

OSWALD, T. M. *et al*. Clinical and Cognitive Characteristics Associated with Mathematics Problem Solving in Adolescents with Autism Spectrum Disorder. **Autism Research**, [S.L.], v. 9, n. 4, p. 480-490, 29 set. 2015. Wiley. http://dx.doi.org/10.1002/aur.1524.

PONTIS, M. **Autismo**: o que fazer e o que evitar: guia rápido para professores e professoras do ensino fundamental. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2022. 156 p.

QUIALA, S. E. Baobá, árvore da Vida| Mwana Afrika Oficina Cultural. Portugal: Mwanafrika Produtora, 2019. Disponível em: https://youtu.be/g-LZgQRqJ30. Acesso em: 11dez. 2022.

RELVAS, M. P. **Neurociência e educação**: potencialidades dos gêneros humanos na sala de aula. 2. ed. Rio de Janeiro: Wak, 2010. 160 p.

RELVAS, M. P. **Neurociência e transtornos de aprendizagem**: as múltiplas eficiências para uma educação inclusiva. 4. ed. Rio de Janeiro: Wak, 2010. 144 p.

RELVAS, M. P. **Que cérebro é esse que chegou à escola?** As bases neurocientíficas da aprendizagem. Rio de Janeiro: Wak, 2012. 260 p.

SANTOS, I. Á. dos. **A história da matemática como recurso pedagógico para a aprendizagem significativa de multiplicação de números naturais**. Orientadora: Tânia Baier .2018. 189 f., Dissertação (Mestrado) **-** Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2018.

SOUSA, M. M. de. **Autismo**: Legislação, Jurisprudência e Políticas Públicas. Brasília: OAB Nacional, 2021. 245 p.

SOUZA, N. S. G. de *et al*. Ensino de conteúdos curriculares de Matemática ligados com a árvore africana baobá. **Revista Insignare Scientia - Ris**: Revista Insignare Scientia, v. 5, n. 5, p. 368-385, 22 dez. 2022. Universidade Federal da Fronteira Sul. http://dx.doi.org/10.36661/2595-4520.2022v5n5.13293.

WILLIAMS, C.; WRIGHT, B. **Convivendo com Autismo e Síndrome de Asperger**: estratégias e práticas para pais e profissionais. São Paulo: M. Books, 2008. 326 p.

YAKUBOVA, G., DEFAYETTE, M. A.; CHEN, B. B. Mathematics Learning Through Online Video-Based Instruction for an Autistic Child. **Journal of Autism and Developmental Disorders,** v. 53, p. 2349–2361, 2023. https://doi.org/10.1007/s10803-022-05525-y