



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE
DO PARANÁ**

Campus Cornélio Procópio

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO**

**TALITA DUTRA DA HORA
LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA**

PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

**CADERNO DE ATIVIDADES: O USO ESTRATÉGICO DO
DESENHO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM
MATEMÁTICA**

TALITA DUTRA DA HORA
LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA

PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

**CADERNO DE ATIVIDADES: O USO ESTRATÉGICO DO
DESENHO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM
MATEMÁTICA**

**ACTIVITY BOOK: THE STRATEGIC USE OF DRAWING
IN MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES**

Produção Técnica Educacional apresentada
ao Programa de Pós-Graduação em Ensino
da Universidade Estadual do Norte do
Paraná – *Campus* Cornélio Procópio, como
requisito parcial à obtenção do título de
Mestre em Ensino.

Ficha catalográfica elaborada por Juliana Jacob de Andrade - Bibliotecária, CRB9/1669, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

H811c HORA, Talita Dutra da
 Caderno de atividades: o uso estratégico do
 Desenho em atividades de modelagem matemática. /
 Talita Dutra da Hora; orientadora Lourdes Maria
 Werle de Almeida - Cornélio Procópio, 2024.
 38 p. :il.

 Produção Técnica Educacional (Mestrado
 Profissional em Ensino) - Universidade Estadual do
 Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da
 Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2024.

 1. Modelagem Matemática. 2. Desenho Estratégico.
 3. Tecnologia Digital. 4. Anos Iniciais. I. Almeida,
 Lourdes Maria Werle de, orient. II. Título.

CDD: 372.7

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Coleta de dados realizada pelos estudantes.....	14
Figura 2 - Modelos matemáticos.....	15
Figura 3 – Coleta de dados realizada pelos estudantes.....	19
Figura 4 – Modelos produzidos.....	20
Figura 5 – Fardos de garrafas PET compactadas.....	25
Figura 6 – Modelos produzidos.....	26
Figura 7 – Possível resolução	30
Figura 8 – Possíveis desenhos.....	33
Figura 9 – Possíveis desenhos construídos com o GeoGebra.....	34

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Quadro 1 – Fases e procedimentos de uma atividade de modelagem matemática.....	7
Tabela 1 – Tipos de desenhos e possíveis colaboração para a modelagem matemática Tipos de desenhos e possíveis colaboração para a Modelagem Matemática.....	9
Tabela 2 – Elementos que podem apoiar a prática docente na promoção do uso estratégico de desenhos.....	10
Tabela 3 – Espécies de árvores indicadas par arborização urbana.....	13
Tabela 4 – Preços aparelhos de ar-condicionado.....	18

SUMÁRIO

	APRESENTAÇÃO	05
1	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA	06
1.1	Modelagem Matemática e a Sala de Aula.....	06
1.2	O Uso do Desenho e a Intervenção do Professor.....	08
2	QUATRO ATIVIDADES: ALGUMAS POSSIBILIDADES	09
	Atividade 1: Arborização da Escola.....	10
	Atividade 2: Climatização da Sala de Aula.....	15
	Atividade 3: Reciclagem de Garrafas PET.....	20
	Atividade 4: Beleza das Flores.....	29
3	CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
	REFERÊNCIAS	37

APRESENTAÇÃO

Este Produto Educacional foi elaborado a partir de uma pesquisa de mestrado intitulada “Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar para o uso estratégico de desenhos”, desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Ensino (PPGEN), da Universidade Estadual do Norte do Paraná, disponível no *site* do Programa de Pós-graduação em Ensino – PPGEN/ UENP, através do *link*: <https://uenp.edu.br/ppgen-produtos-educacionais>.

Trata-se de um material de apoio, denominado Caderno de Atividades, que tem como objetivo apresentar possibilidades de atividades de modelagem matemática com o uso de desenhos, que podem ser desenvolvidas por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Este material inclui uma breve base teórica relativamente à modelagem matemática e a sala de aula, o uso de desenhos e a intervenção do professor. Na sequência, são apresentadas quatro atividades de modelagem matemática desenvolvidas em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, em que a primeira autora deste trabalho atuou como professora.

Cada atividade de modelagem matemática apresenta sua especificidade. Sendo assim, mesmo com as sugestões descritas neste material, a implementação em sala de aula poderá apresentar resultados diferentes, dado que os sujeitos envolvidos serão outros. Contudo, trata-se de sugestões de como pode ser o encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática, partindo do cotidiano e do interesse dos estudantes, considerando que a sua familiaridade para fazer desenhos nesta etapa é frequente.

Para mais informações, entrar em contato com a autora pelo *E-mail*: talita.hora@discente.uenp.edu.br

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA

1.1 Modelagem Matemática e a Sala de Aula

De modo geral, a modelagem matemática pode ser entendida como a investigação de um problema identificado em uma situação da realidade, mediada pela construção e validação de um modelo matemático (Almeida; Silva; Vertuan, 2013; Blum, 2015; Borromeo Ferri, 2018).

No contexto da sala de aula, a relação entre a realidade e a matemática propiciada por uma atividade de modelagem matemática, serve de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam acionados e/ou produzidos. Assim, a modelagem matemática pode ser caracterizada como uma alternativa pedagógica que visa estabelecer conexões entre a matemática escolar e o cotidiano dos estudantes. Para isso, parte-se de uma situação inicial em que se identifica um problema e, seguindo um encaminhamento matemático, chega-se a uma situação final em que a solução para o problema é apresentada (Almeida; Silva; Vertuan, 2013).

A passagem da situação inicial para a situação final requer dos estudantes um conjunto de procedimentos, em meio as fases da modelagem matemática: inteiração; matematização; resolução; interpretação de resultados e validação, Quadro 1.

Quadro 1: Fases e procedimentos de uma atividade de modelagem matemática

Inteiração	Matematização	Resolução	Interpretação de resultados e validação
Nesta fase, os estudantes se familiarizam com o tema a ser estudado por meio de buscas por informações e características específicas da situação. Essa busca conduz a definição do problema.	O problema identificado, de modo geral, apresenta-se em linguagem natural, em que é preciso traduzi-lo em termos matemáticos. Essa transição de linguagens é realizada por meio da seleção de variáveis, formulação de hipóteses e realização de simplificações.	A resolução se refere à busca por uma solução ao problema, por meio da construção de um modelo matemático que permite descrever a situação, realizar previsões, analisar aspectos relevantes e fornecer uma resposta.	A fase de interpretação de resultados e validação, consiste na análise, interpretação e verificação do modelo matemático, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação.

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2013)

Durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, deve-se levar em consideração dois aspectos: os procedimentos dos

estudantes não são pré-definidos, pois a matemática utilizada emerge do problema e de suas especificidades; à atividade associa-se a uma estrutura cíclica em que as fases podem ser revisitadas sempre que necessário (Almeida; Silva e Vertuan, 2013). Desta atividade cíclica, conforme aponta Almeida (2018), tem-se a possibilidade de diferentes soluções para um problema que emerge em uma situação da realidade, considerando especificidades do contexto e interesses dos estudantes.

No contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática é feito em concordância com o conhecimento matemático dos estudantes e deve-se considerar algumas especificidades concernentes aos modelos matemáticos produzidos. Tortola (2016), considera que os modelos matemáticos são sistemas conceituais dotados de uma linguagem ou estrutura matemática e pode incluir a escrita, diagramas, tabelas, colagens ou desenhos que, de certa forma, expliquem matematicamente o que está sendo investigado.

Nesta perspectiva, Zoigaib e Wagner (2015), consideram que os desenhos nos anos iniciais do Ensino Fundamental se constituem como uma forma de linguagem que a criança utiliza para expressar sentimentos, pensamentos, ideias e, até mesmo, como uma estratégia para compreender e subsidiar a resolução de um problema. Entretanto, Van Meter e Firetto (2013), consideram que não é qualquer tipo de desenho que proporciona ao estudante entender a situação problema e avançar no desenvolvimento da atividade. Nesse sentido, o professor pode contribuir com a efetividade do uso de desenhos por meio de intervenções estratégicas.

1.2 O Uso de Desenhos e a Intervenção do Professor

A transição entre as fases identificadas em uma atividade de modelagem matemática pode ser considerada uma possível fonte de bloqueio que o estudante precisa ultrapassar (Blum, 2015). Neste contexto, Rellensmann, Schukajlow e Leopold (2016), discutem o traçado de desenhos como uma estratégia que pode apoiar os estudantes durante a transição de uma etapa para outra.

Ao construir um desenho, o estudante mobiliza processos cognitivos a fim de descrever informações visuais ou espaciais da situação de estudo. Nesse contexto, o desenho corresponde a uma exteriorização de uma forma de imagem esboçada na mente em que o modelo mental é transformado em uma representação visual externa (Van Meter; Garner, 2005). Conforme indica Rellensmann (2019), o desenho é estratégico,

pois o estudante o usa de forma a tirar proveito dele para a resolução do problema, podendo apoiar a seleção, organização e integração de informações relevantes descritas na situação.

Com a intenção de apoiar a busca por uma solução para um problema, os desenhos podem ser construídos com auxílio de lápis e papel, ou com o uso de um computador. Nesse sentido, diferentes tipos de desenhos podem ser construídos pelos estudantes para apoiar o processo de resolução de um problema, os quais variam de acordo com suas características específicas, conforme evidenciado na Tabela 1.

Tabela 1: Tipos de desenhos e possíveis colaboração para a modelagem matemática

Tipos de desenhos	Caracterização	Possíveis colaborações para a modelagem matemática
Situacionais	Retratam com detalhes a situação de estudo, em que os objetos são representados de acordo com sua aparência física.	Compreensão do problema; visualização de conceitos matemáticos; matematização e interpretação de resultados.
Esboços	Representa uma visão geral e simplificada da situação, geralmente expresso por linhas e traços grosseiros.	Visão geral da situação; entender objetos e suas relações; apoiar a matematização e comunicação de resultados.
Matemáticos	Representa a sistematização de elementos e informações matemáticas essenciais da situação em estudo.	Observação de conceitos e métodos matemáticos.
Digitais	Desenhos construídos com o apoio de recursos tecnológicos digitais que expressem a precisão de conceitos matemáticos em duas ou mais dimensões.	Visualização e compreensão da situação; observação de conceitos matemáticos; matematização; formulação do modelo matemático; identificação de imprecisões; otimização de tempo; trabalho colaborativo, representação reduzida da situação real (menores simplificações).

Fonte: As autoras, com base em Rellensmann, Schukajlow e Leopold (2016)

Em sala de aula, o uso de desenhos pode se dar espontaneamente ou por meio de uma intervenção do professor. Os estudantes fazem uso espontâneo de um desenho se o construírem proativamente, ou seja, sem a mediação do professor. Em contrapartida, a construção de um desenho pode ser motivada por uma intervenção estratégica do professor, na qual solicita-se aos estudantes que façam um desenho.

Eventualmente, é possível que o pedido para desenhar não seja suficiente e o professor pode fornecer *feedbacks* aos estudantes, sinalizando à ausência de objetos relevantes e suas representações no desenho. De acordo com Rellensmann (2019), a intervenção estratégica do professor visa contribuir com a efetividade do uso de

desenhos, de modo a estimular uma abordagem estratégica da tarefa e auxiliar os estudantes a superar uma possível dificuldade no processo de resolução. Particularmente, a autora sugere que o uso da estratégia de desenho pode ser promovido e incentivado em sala de aula e propõe uma abordagem que pode apoiar o professor a promover tal uso.

Tabela 2: Elementos que podem apoiar a prática docente na promoção do uso estratégico de desenhos

Demonstrar a aplicação do desenho	Comunicar as condições de aplicação	Praticar seu uso em tarefas diversas	Feedback individual sobre o progresso do estudante
O professor demonstra como resolver um problema de modelagem matemática usando um desenho.	Abordar as funções dos diferentes tipos de desenhos no processo de modelagem matemática.	Promover um ambiente desafiador em que as tarefas demandem um comportamento estratégico dos estudantes.	Fornecer ao estudante um <i>feedback</i> sobre a qualidade do desenho produzido.

Fonte: Adaptado de Rellensmann (2019)

Visando colaborar com essas discussões já identificadas na literatura e ampliar as possibilidades de uso de desenhos em atividades de modelagem matemática, apresentamos orientações que buscam auxiliar o professor no desenvolvimento de atividades desta natureza.

2 QUATRO ATIVIDADES: ALGUMAS ORIENTAÇÕES

Abordamos nesse material pedagógico quatro atividades de modelagem matemática que foram desenvolvidas em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública, localizada no Norte do Paraná. Tendo as seguintes temáticas:

- ❖ Arborização da Escola
- ❖ Climatização da Sala de Aula
- ❖ Reciclagem de Garrafas PET
- ❖ Beleza das Flores

Para cada atividade apresentamos orientações que podem auxiliar em seu uso em sala de aula. Salientamos que não se trata de um roteiro, as atividades podem ser adaptadas em conformidade com o nível de escolaridade a ser trabalhado e de acordo com os encaminhamentos que o professor queira desenvolver. Elas foram planejadas a partir de temas sugeridos tanto pela professora, quanto pelos estudantes.

Os resultados dessa pesquisa são relatados na dissertação intitulada “Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um olhar para o uso estratégico de desenhos” e fornecem subsídios para a confecção desse material pedagógico. Desta forma, esse material contempla orientações que são resultantes de reflexões acerca da teoria e da prática, inspiradas em estratégias e encaminhamentos de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental para as atividades de modelagem matemática que abordamos.

ATIVIDADE 1

Arborização da Escola

Sobre a Atividade

Para a realização desta atividade, os estudantes em grupos, investigam possibilidades de arborização do espaço escolar. Com o objetivo de compreender as unidades usuais de medida de comprimento, a atividade possibilita a introdução e sistematização de conteúdos matemáticos, além de promover discussões relativas à importância das árvores e de sua preservação, contribuindo com a conscientização ambiental.

Conteúdos matemáticos que podem ser abordados

- ✓ Unidades de medidas convencionais de comprimento (cm, m);
- ✓ Conversões de medida;
- ✓ Ideia de proporção;
- ✓ Operações aritméticas;
- ✓ Números decimais;
- ✓ Medidas de área;
- ✓ Figuras geométricas planas;
- ✓ Sistema monetário brasileiro.

Materiais necessários

- ✓ Régua;
- ✓ Trena;
- ✓ Folhas para anotações;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha.

Arborização da Escola

Dentre vários aspectos positivos da arborização, destaca-se o conforto térmico associado à umidade do ar, a redução dos níveis de poluição e a melhoria da infiltração da água no solo. Uma maneira de se maximizar os diversos benefícios proporcionados pelas árvores é plantá-las onde não ultrapassem o espaço disponível para elas, vale destacar, que o espaçamento entre uma árvore e outra deve respeitar a distância mínima de 3 metros. A arborização implantada de forma mal planejada pode proporcionar danos à rede elétrica, calçadas, muros e telhados. Desta forma, é essencial a escolha de espécies adequadas. É possível ver detalhes de espécies de árvores indicadas para arborização urbana na tabela a seguir.

Tabela 3: Espécies de árvores indicadas para arborização urbana.

Espécie	Nome Popular	Altura (metros)	Valor Unitário
Thevetia peruviana	Chapéu-de-napoleão	4-5	R\$38,00
Bauhinia forficata	Pata-de-vaca	5-8	R\$22,90
Caesalpinia pulcherrima	Flamboianzinho	3-4	R\$20,90
Senna bicapsularis	Canudo-de-pito	3-4	R\$27,90
Lagerstroemia	Estremosa	5-8	R\$32,90

Fonte: Apolinário (2009)

Levando em consideração as informações apresentadas e os benefícios que as árvores podem proporcionar à escola, pense você: Quantas árvores são necessárias para arborizar as áreas verdes da escola? Quanto custará essa arborização?

❖ Orientações Para o Desenvolvimento da Atividade

Organize os estudantes em grupos e inicie a atividade fazendo alguns questionamentos de modo com que eles se inteirem sobre a temática, comecem a expor opiniões e sintam a necessidade de realizar a investigação: As árvores são importantes? Quantas árvores têm na escola? A arborização da escola está adequada? Quais são os possíveis benefícios dessas árvores para a comunidade escolar?

Após esse debate inicial, disponibilizar as informações relativas a arborização urbana. Espera-se que os estudantes percebam que as informações fornecidas não são suficientes para

Caso isso não ocorra professor(a), você pode direcionar as discussões nesse sentido.

responder às questões e se faz necessário coletar as medidas de cada região a ser arborizada.

Figura 1: Coleta de dados realizada pelos estudantes



Fonte: Dados da pesquisa

Esse momento é oportuno para o(a) professor(a) sistematizar conceitos de unidades usuais de medida de comprimento. Em seguida, peça para que os estudantes registrem as informações coletadas. Como meio de organizar as informações, os estudantes podem representar os espaços a serem arborizados por meio de um desenho. É importante que os desenhos construídos apresentem

Caso a iniciativa de construir um desenho não ocorra espontaneamente, você professor(a), pode pedir aos estudantes que representem a situação por meio de um desenho.

informações numéricas sobre as medidas coletadas anteriormente, caso contrário, o(a) professor(a) pode fornecer *feedbacks* quanto a ausência de informações numéricas nos desenhos construídos, direcionando os estudantes a refletir sobre a utilidade de sua representação do problema e a complementar os desenhos construídos.

Conhecendo as dimensões de cada espaço a ser arborizado, o(a) professor(a) pode conduzir a matematização da situação por meio de alguns questionamentos que direcionem os estudantes a selecionar informações relevantes para resolução do problema: O que vocês podem fazer agora que conhecem as medidas dos espaços que serão arborizados? A escolha das espécies de árvores seguirá algum critério ou serão escolhidas ao acaso?

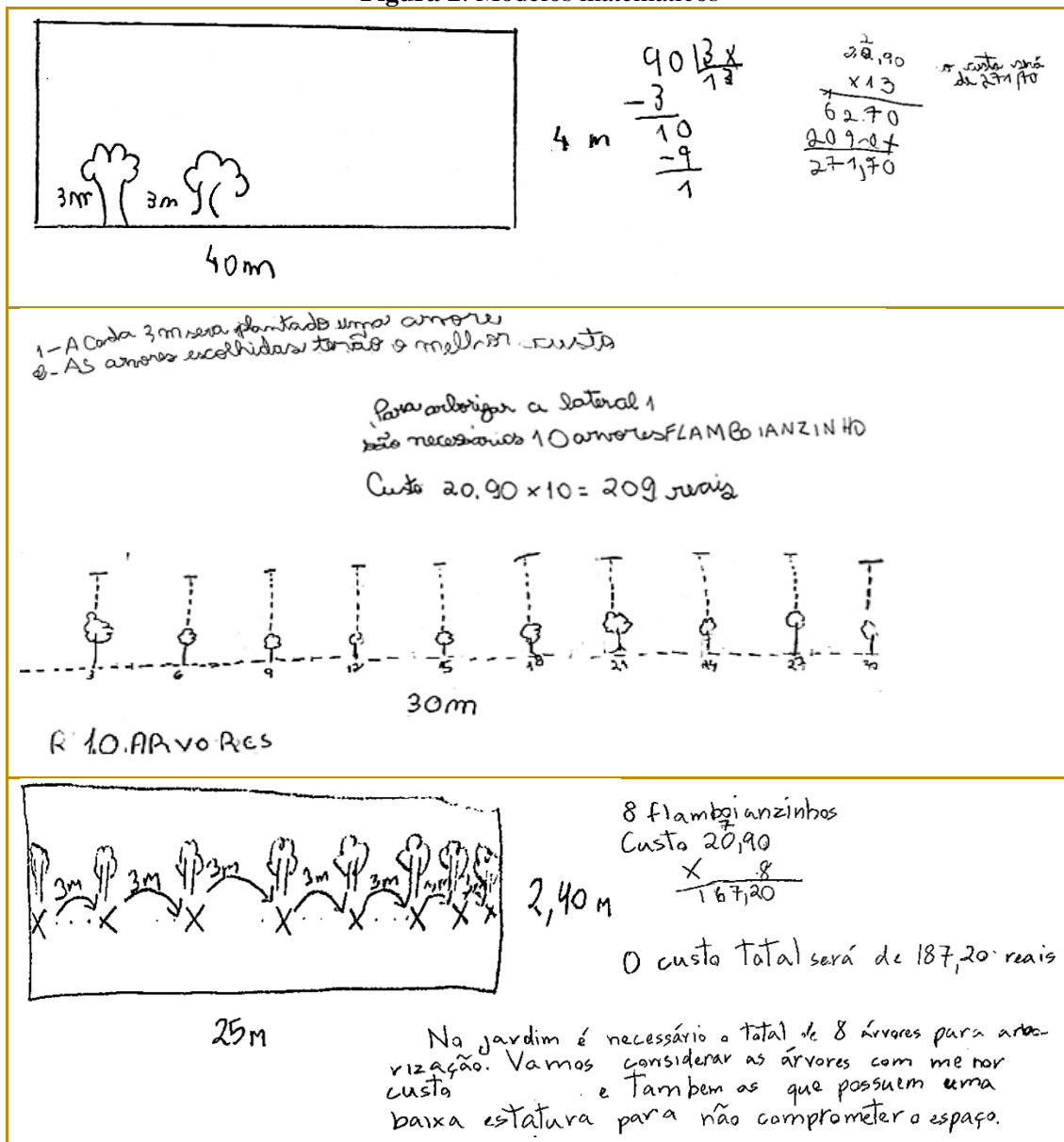
É provável que os estudantes consigam perceber a necessidade de um espaçamento mínimo necessário entre uma árvore e outra e considerem que a cada três metros será plantado uma árvore. Caso essa percepção não ocorra, é importante que o(a) professor(a) realize questionamentos e exponha ideias que orientem os estudantes a selecionar informações sobre o espaço necessário entre as árvores: Como será realizado o plantio das árvores? Haverá um espaçamento entre uma árvore e outra?

Você professor(a), pode incentivar a retomada de etapas para seleção de informações relevantes para a resolução do problema.

A estratégia de construir um desenho pode apoiar os estudantes na identificação de objetos e

informações numéricas relevantes para a resolução do problema, na organização dessas informações e na obtenção de um modelo matemático para a situação, em que o modelo produzido pode ser o próprio desenho. A Figura 3 apresenta alguns modelos matemáticos que podem ser produzidos.

Figura 2: Modelos matemáticos



Fonte: Dados da pesquisa

Ao analisarmos os modelos matemáticos produzidos, é possível observar que os estudantes usaram o desenho como uma maneira de representar os elementos envolvidos na situação, estabelecendo relações entre a medida do espaço a ser arborizado e a distância necessária entre as árvores. Assim, os diferentes tipos de desenhos possibilitou com que os estudantes encontrassem meios para resolver o

problema. Ao realizar a divisão entre a dimensão do espaço a ser arborizado e a distância mínima entre as árvores, os estudantes interpretaram o resultado como a quantidade necessária de árvores para a arborização. Uma outra possibilidade de resolução do problema é utilizar o próprio desenho para a contagem de objetos, fundamentado-se em um raciocínio proporcional de que cada 1cm no papel corresponde a 1m na medida real. Além disso, os estudantes também podem utilizar somas sucessivas da distância necessária entre as árvores (3m) para obter a medida do espaço. Nesse contexto, o uso do desenho permitiu com que os estudantes fizessem descrições, explicações e previsões com relação ao fenômeno sob investigação. Neste momento, é importante que o(a) professor(a) realize intervenções caso o modelo matemático produzido não esteja adequado à situação, podendo orientar os estudantes a complementar o desenho, caso necessário, para utilizá-lo como um instrumento de interpretação de resultados que orienta um processo recursivo e permite o refinamento do modelo matemático.

A escolha das espécies para a arborização, pode ser feita de acordo com seu custo benefício em relação aos espaços arborizados. Para isso, o(a) professor(a) pode sugerir que os estudantes façam uma pesquisa a respeito de características e finalidades de cada árvore, a fim de realizar uma análise comparativa entre as diferentes espécies, o custo da execução do projeto e seus reais benefícios.

A validação dos resultados obtidos, pode ser feita por meio de uma avaliação de profissionais capacitados. Para comunicar os resultados, cada grupo pode escolher um representante para apresentar os encaminhamentos realizados. Nesse momento, é importante que o professor aborde as funções dos diferentes tipos de desenhos construídos no processo de modelagem matemática, bem a colaboração destes desenhos sob a perspectiva daqueles que o utilizaram.

ATIVIDADE 2

Climatização da Sala de Aula

Sobre a Atividade

Para a realização desta atividade, em grupos, os estudantes irão investigar quantos aparelhos de ar-condicionado são necessários para climatizar a sala de aula. Com o objetivo de revisar conceitos pertencentes à unidade temática de Geometrias e Grandezas e Medidas, é possível explorar os diversos parâmetros que podem influenciar na escolha de um aparelho de ar-condicionado.

Conteúdos matemáticos que podem ser abordados

- ✓ Unidades de medidas convencionais de comprimento (cm, m);
- ✓ Operações aritméticas;
- ✓ Números decimais;
- ✓ Figuras geométricas planas;
- ✓ Medidas de área;
- ✓ Expressões numéricas;
- ✓ Sistema monetário brasileiro.

Materiais necessários

- ✓ Régua;
- ✓ Trena;
- ✓ Folhas para anotações;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha.

Climatização da Sala de Aula

De acordo com o Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), novembro de 2023 foi marcado por uma intensa onda de calor que deixou um recorde histórico de temperatura no país. As altas temperaturas associadas a um ambiente sem climatização adequada podem ocasionar algumas consequências, como: irritabilidade, estresse, falta de concentração, cansaço e sonolência. Esses fatores acabam interferindo no dia a dia de diversos estudantes e professores no país. A curto prazo o desconforto térmico ocasionado por altas temperaturas, pode ser mediado pela instalação de aparelhos de ar-condicionado, os quais contam com um sistema interno capaz de transformar o ar quente do ambiente externo em ar frio, proporcionando bem-estar de alunos e professores.

A climatização da sala de aula não envolve apenas comprar um ar-condicionado e instalar. É preciso fazer um estudo aprofundado sobre a quantidade de alunos que a sala comporta e sua extensão, a fim escolher a potência adequada do aparelho que pode ser verificada pela quantidade de BTU (*British Thermal Unit*), quanto mais BTUs ele possuir, maior será sua potência de refrigeração. Para calcular o BTU usado na hora de refrigerar um cômodo, devemos pensar no tamanho do ambiente, já que são necessários 600 BTUs por m². A quantidade de pessoas que frequentam o local também influenciará no resultado final. Recomenda-se somar 600 BTUs para cada pessoa que estiver no espaço. A escolha correta proporciona um maior conforto para o ambiente, resfriamento mais rápido e eficiente, temperatura bem distribuída no espaço e economia na hora da compra e com manutenções. Considerando as altas temperaturas enfrentadas nos últimos dias e o interesse em climatizar a sala de aula, foram obtidos os dados:

Tabela 4: Preços aparelhos de ar-condicionado

Aparelho	Quantidade de BTUs	Custo (aparelho/instalação)
Split Lg Dual Inverter Voice	9.000	2.519,00
Split Samsung Digital Inverter Ultra	12.000	2.934,00
Ar-Condicionado Split HW Philco	18.000	3.699,00
Ar-Condicionado Split Inverter Samsung WindFree	22.000	5.599,00
Ar-condicionado Philco split	30.000	6.839,90

Fonte: empresa local

Vamos ao problema...

Quantos aparelhos de ar-condicionado são necessários para a climatização da sala de aula? Qual será o custo para instalação destes aparelhos?

❖ Orientações para o desenvolvimento da atividade

Professor(a), você pode iniciar a atividade com uma conversa sobre a sensação térmica da sala de aula, questione sobre os fatores que podem influenciar no desconforto térmico da sala de aula e os possíveis benefícios do conforto térmico na hora dos estudos. Estabeleça um diálogo permitindo com que os estudantes expressem suas opiniões. Dentre elas, é possível que seja citado o aparelho de ar-condicionado como um instrumento que permite a climatização da sala de aula.

Mesmo que a sala de aula já possua um aparelho de ar-condicionado, questione os estudantes sobre a potência ideal para aquele ambiente, convidando-os a realizar essa investigação.

Após esse debate inicial, disponibilizar as informações a respeito de critérios que devem ser estabelecidos para a escolha de um aparelho de ar-condicionado.

Para explicar sobre o BTU - *British Thermal Unit*, pode ser feita uma analogia com as unidades que os estudantes já conhecem, pontuando que o BTU se refere a unidade de medida da potência do ar-condicionado.

Encaminhe as discussões de modo que os estudantes identifiquem nas informações os elementos que podem influenciar na escolha de um aparelho de ar-condicionado. Espera-se que eles percebam que as informações fornecidas não são suficientes para resolução do problema, sendo necessário obter as dimensões da sala de aula. Neste momento podem ser revisados conceitos de medidas fundamentais de comprimento.

Figura 3: Coleta de dados realizada pelos estudantes



Fonte: Dados da pesquisa

Peça para que os estudantes registrem as informações coletadas. Neste momento, é possível que eles usem o desenho para representar a sala de aula. É importante que os desenhos construídos apresentem informações numéricas sobre as medidas coletadas anteriormente.

Caso os estudantes não construam um desenho espontaneamente, você professor(a), pode solicitar a construção de um desenho para representar a situação.

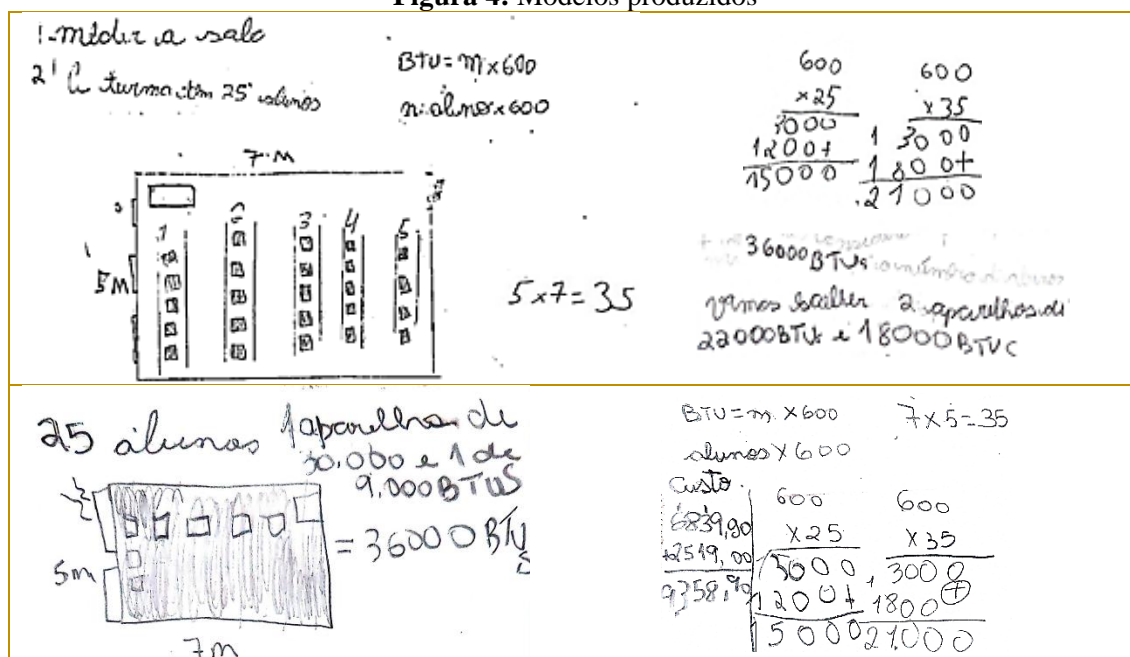
Conhecendo as dimensões da sala de aula, o(a) professor(a) pode conduzir a matematização da situação por meio de alguns questionamentos que direcionem os estudantes a selecionar informações relevantes para resolução do problema: O que vocês podem fazer agora que conhecem as medidas da sala de aula? Quais critérios podem ser considerados para a escolha de um aparelho adequado para o ambiente?

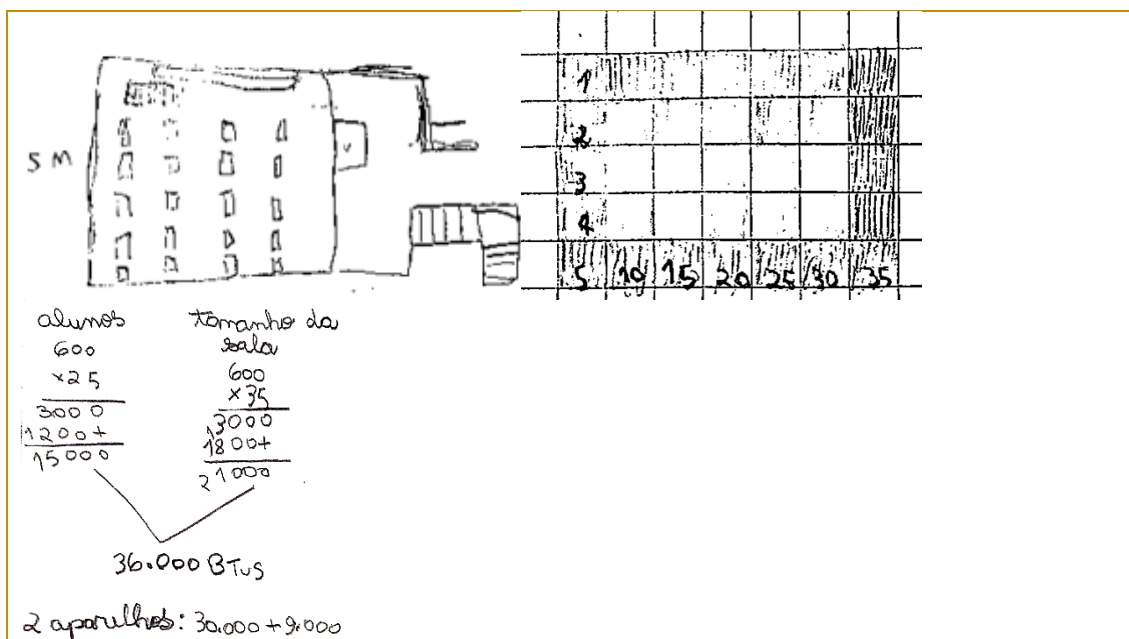
É provável que os estudantes identifiquem que a área da sala de aula e a quantidade de pessoas influenciam diretamente na escolha de um aparelho de ar-condicionado, este momento é oportuno para revisar conceitos de área de figuras planas. Caso essa percepção

O(a) professor(a) pode solicitar que os estudantes pintem, no desenho, o espaço que eles ocupam na sala de aula, para simular a climatização do ambiente. Esse procedimento pode favorecer a identificação do conceito de área.

não ocorra, é importante que o(a) professor(a) realize questionamentos e exponha ideias que orientem os estudantes a identificar essas relações para a construção do modelo matemático. A Figura 4 apresenta alguns modelos matemáticos que podem ser produzidos.

Figura 4: Modelos produzidos





Fonte: Dados da pesquisa

Os desenhos produzidos podem ser utilizados para estabelecer conexões entre as informações descritas na situação, favorecendo a identificação de conceitos matemáticos. Os estudantes podem determinar a quantidade de aparelhos necessários para a climatização da sala de aula pela seguinte expressão: *Quantidade de BTUs = área da sala de aula × 600 + quantidade de alunos × 600.*

A validação dos resultados pode ser feita por um técnico da área de refrigeração, em que pode ser realizada uma conversa com a turma, analisando os itens considerados pelos estudantes e realizando consideração a respeito. Para comunicar os resultados, cada grupo pode escolher um representante para apresentar os encaminhamentos realizados. Nesse momento, é importante que abordar as características e funções dos desenhos construídos no processo de modelagem matemática. Ao fim da atividade, o(a) professor(a) pode propor que os estudantes produzam um modelo matemático que permita determinar a quantidade de aparelhos de ar-condicionado para todas as salas de aula da escola, levando em consideração o fato de que geralmente as medidas das salas de aula de uma escola são padronizadas.

ATIVIDADE 3

Reciclagem de Garrafas PET

Sobre a Atividade

Para a realização desta atividade, os estudantes irão investigar quantos fardos de garrafas PET o espaço de armazenamento de uma Associação de reciclagem comporta. Com o objetivo de compreender a ideia de volume, é possível explorar a percepção de regularidades, o uso do *software* GeoGebra, além de permitir discussões sobre a quantidade de lixo produzido.

Conteúdos matemáticos que podem ser abordados

- ✓ Ideia de volume;
- ✓ Unidades de medidas convencionais de comprimento (cm, m);
- ✓ Operações aritméticas;
- ✓ Figuras geométricas espaciais;
- ✓ Raciocínio proporcional.

Materiais necessários

- ✓ Régua;
- ✓ Trena;
- ✓ Folhas para anotações;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha.
- ✓ *Software* GeoGebra.

Reciclagem de Garrafas PET

No município de Assaí-Paraná, a separação de materiais recicláveis é feita pela Associação de Catadores e Separadores de Materiais Recicláveis de Assaí (ASCAMARA). A coleta seletiva é organizada da seguinte forma: às terças, quartas, quintas e sextas. Na unidade de separação, o produto recebido em maior quantidade é o PET (*Politereftalato de Etileno*). A cada dia de coleta, cerca de 2.250 unidades de garrafas PET chegam na Associação. Para facilitar o manuseio e armazenamento, estas garrafas são prensadas e agrupadas, de modo a formarem fardos, sendo necessárias cerca de 1.000 garrafas deste tipo para formar um fardo.

Após a compactação, o material é empilhado e armazenamento na Associação para que sejam vendidos a empresa recicladora da região. A coleta do material compactado é feita pela empresa uma vez ao mês em que o caminhão transporta cerca de 32 fardos. Uma preocupação vivenciada pelos colaboradores que trabalham na Associação, tem sido a quantidade elevada de garrafas PET recebidas diariamente e o pouco espaço disponível para seu armazenamento, podendo acarretar no encaminhamento do material para o aterro sanitário, ocasionando diversos impactos ambientais.

Considerando que cada fardo de PET possui as dimensões de 60cm de comprimento, 35cm de largura e 90cm de altura, e o espaço disponível para armazenamento dos fardos é de 6m de comprimento, 3m de largura e 2,80m de altura.

O espaço de armazenamento na unidade de separação de nosso município comporta quantos fardos de garrafas PET compactadas? Em quanto tempo não haverá espaço disponível para o armazenamento desses fardos?

❖ Orientações para o desenvolvimento da atividade

Professor(a), você pode introduzir a temática abordando os desafios enfrentados pelo mercado da reciclagem. Discuta¹ com a turma o baixo percentual de reciclagem no Brasil, a separação incorreta nas casas, os impactos ambientais resultantes do descarte incorreto e os efeitos do plástico no meio ambiente. Ressalte a importância de se pensar em alternativas para amenizar esse cenário ambiental.

Caso o município possua uma Associação de Reciclagem, agende uma visita para familiarizar os estudantes com a situação e realizar a coleta de dados. Não

¹ É possível exibir reportagens sobre o tema, por exemplo:
https://www.youtube.com/watch?v=8_6A_hpB3_k

havendo a Associação, uma possibilidade é apresentar as informações sobre a reciclagem de garrafas PET no município em que a pesquisa foi desenvolvida, bem como disponibilizar imagens e as medidas da Associação aos estudantes.

Figura 5: Fardos de garrafas PET compactadas



Fonte: Dados da pesquisa

Quadro 2: Informações sobre as medidas da Associação

Comprimento	6 metros
Largura	3 metros
Altura	2,80 metros

Fonte: Dados da pesquisa

Com as informações em mãos, incentive os estudantes a discutir estratégias que possam auxiliar na resolução do problema. Uma possibilidade é solicitar que eles representem, por meio de um desenho, os objetos descritos no problema.

É importante que os desenhos construídos expressem as informações relevantes da situação (fardo de garrafas PET e espaço de armazenamento), bem como suas informações numéricas, pois a representação correta destes objetos pode auxiliar a visualização de conceitos matemáticos.

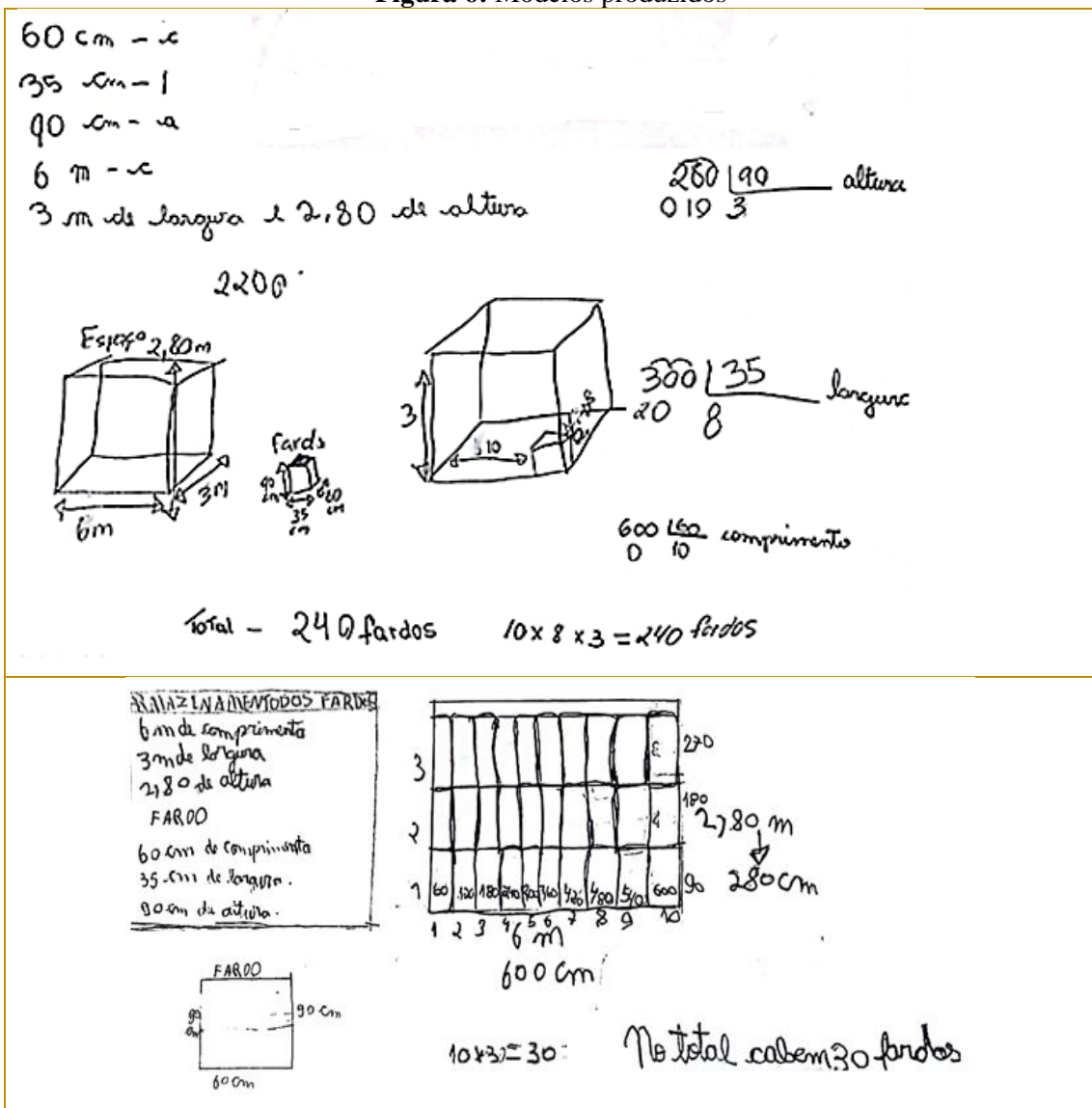
Visualizar o problema por meio de um desenho pode ajudar o estudante a lidar com possíveis dificuldades no que se refere ao estabelecimento de encaminhamentos para solução de um problema. Particularmente, os desenhos construídos no desenvolvimento desta atividade, permitiu aos estudantes

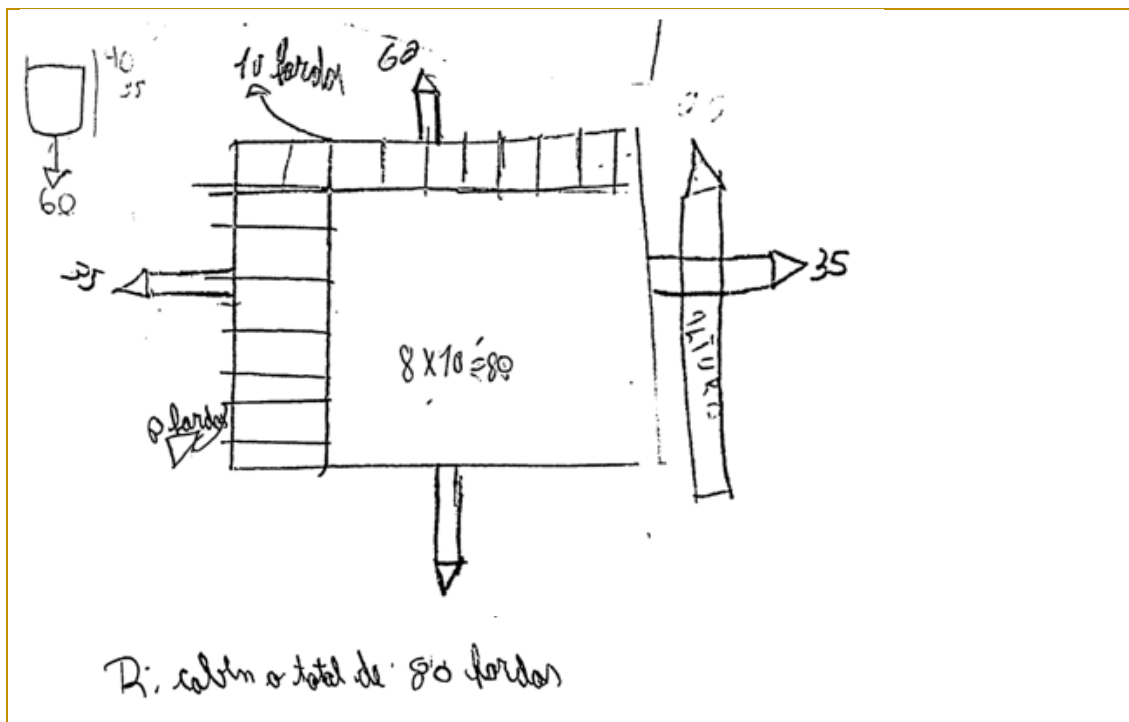
É possível que os estudantes demonstrem dificuldades em considerar o aspecto tridimensional da situação, você professor(a), pode incentivar a retomada de informações na atividade.

Caso isso não aconteça, o(a) professor(a) pode fornecer *feedbacks* quanto a ausência de elementos importantes no desenho, incentivando que as representações construídas sejam complementadas.

vislumbrar encaminhamentos que permitissem a matematização da situação, associando a estrutura do problema a ideia de volume. Além disso, propiciou aos estudantes identificar a necessidade de conversão entre as unidades de medidas do espaço de armazenamento (6m; 3m; 2,80m) e dos fardos de garrafas PET (60cm; 35cm; 90cm) e, por fim, associá-las a uma divisão. O resultado esperado dessa divisão pode ser interpretado como a quantidade de fardos que o espaço de armazenamento comporta (240 fardos). A Figura a seguir evidencia alguns modelos matemáticos que podem ser produzidos.

Figura 6: Modelos produzidos





Fonte: Dados da pesquisa

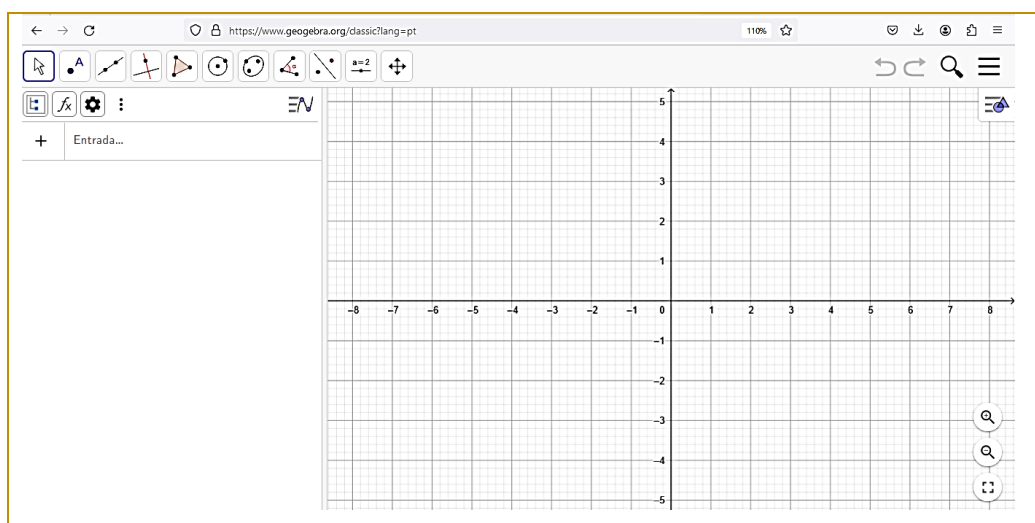
Ao analisarmos os modelos matemáticos produzidos, é possível observar duas resoluções divergentes da resposta esperada de 240 fardos. Estas resoluções evidenciam a dificuldade enfrentada pelos estudantes em visualizar o problema e, embora eles tenham utilizado o desenho como recurso para visualizar os elementos envolvidos na atividade, os estudantes demonstraram dificuldades em considerar o aspecto tridimensional da situação, construindo representações bidimensionais, semelhantes a retângulos. Nesse sentido o(a) professor(a) pode realizar uma intervenção, sugerindo aos estudantes que realizem a atividade com o apoio do *software* GeoGebra.



- O GeoGebra é um software de Matemática dinâmica, gratuito e interativo que integra recursos de geometria, álgebra e cálculo, permitindo aos estudantes criar e manipular modelos matemáticos.
- Os estudantes envolvidos na pesquisa estavam familiarizados com o *software*. Professor(a), caso esta não seja a realidade de sua turma, é possível apresentar previamente os principais recursos oferecidos pelo GeoGebra. Consultar: <https://www.youtube.com/watch?v=9IEU5cqgn7k>

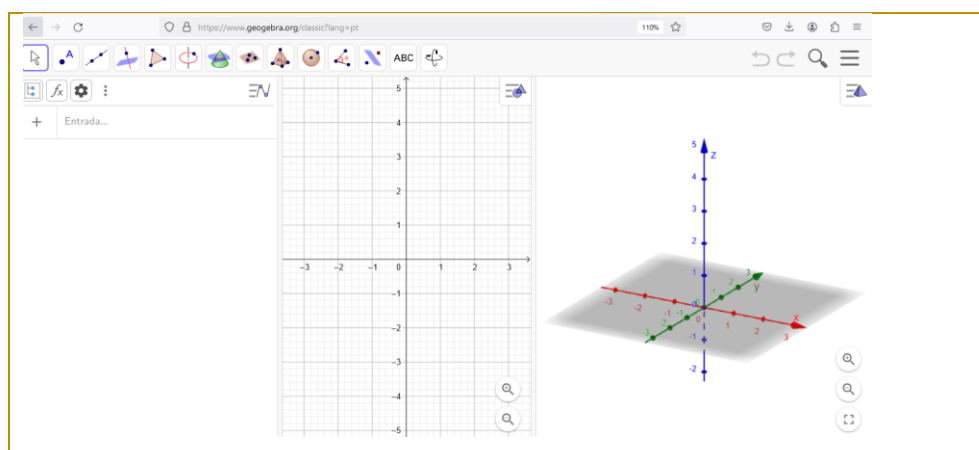
❖ Ferramentas e comandos utilizados na tarefa

- a) Acesse o software por meio do endereço eletrônico:

<https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>



b) Clique no ícone  e depois clique em  em seguida clique na janela de visualização 3D




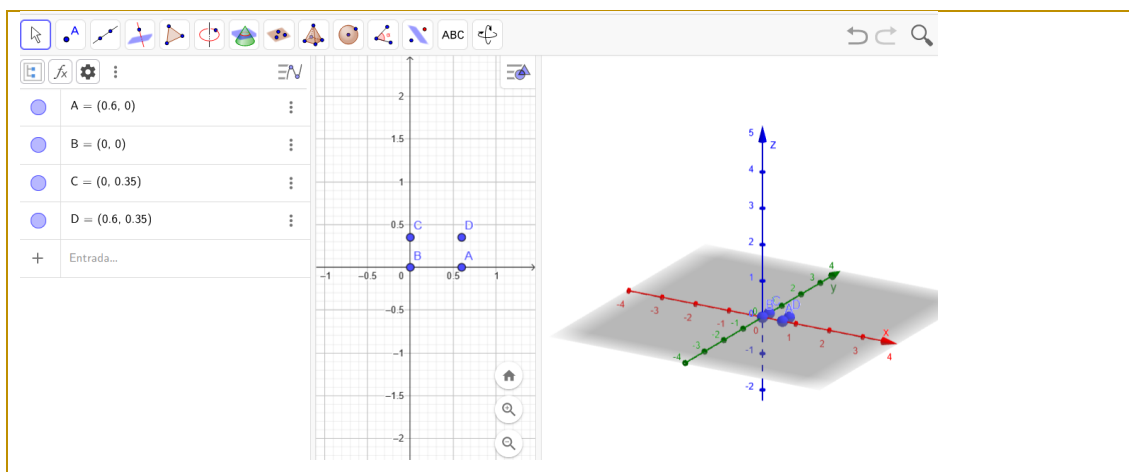
c) É preciso representar a estrutura do problema no desenho construído com o GeoGebra, para isto é fundamental padronizar as unidades de medidas descritas na situação:

Fardos de garrafas PET: 60cm de comprimento; 35 cm de largura e 90 cm de altura;

Espaço de armazenamento: 6m de comprimento; 3m de largura e 2,80m de altura.

Para o desenvolvimento da atividade, as medidas dos fardos foram convertidas em metros. Retome com os estudantes que a conversão de medidas nada mais é do que expressar uma mesma medida em outra escala de unidade, sem nenhuma perda.

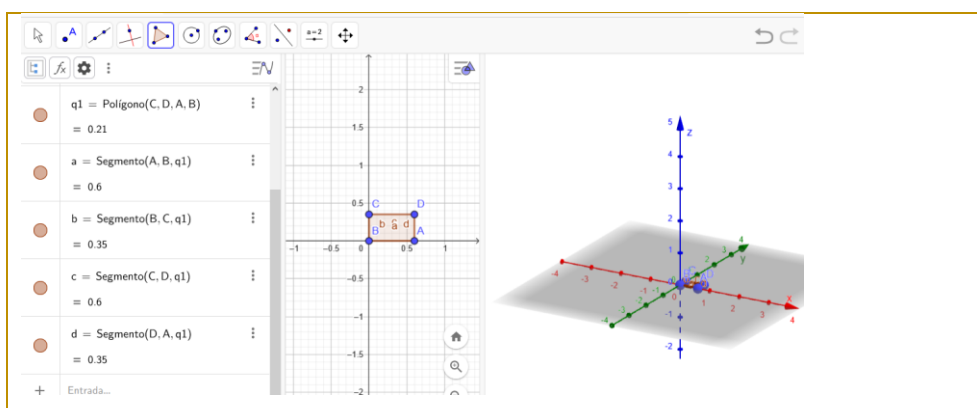
d) A partir das medidas convertidas, clique em “Ponto”  e na caixa de entrada insira os seguintes pontos A = (0,0), B = (0.6,0), C = (0,0.35), D = (0.6,0.35).



e) Clique na ferramenta “Polígono”



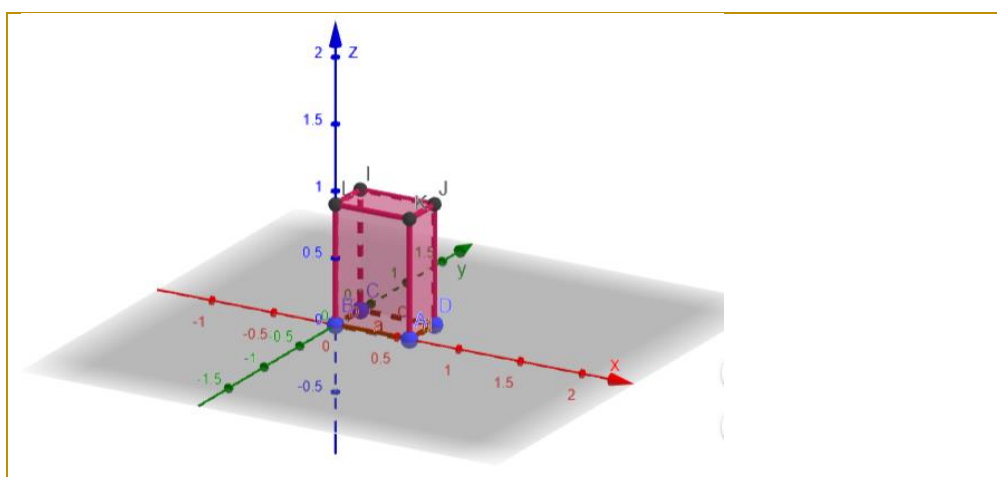
e selecione os pontos determinados anteriormente.



f) Clique na ferramenta “Extrusão para Prisma”

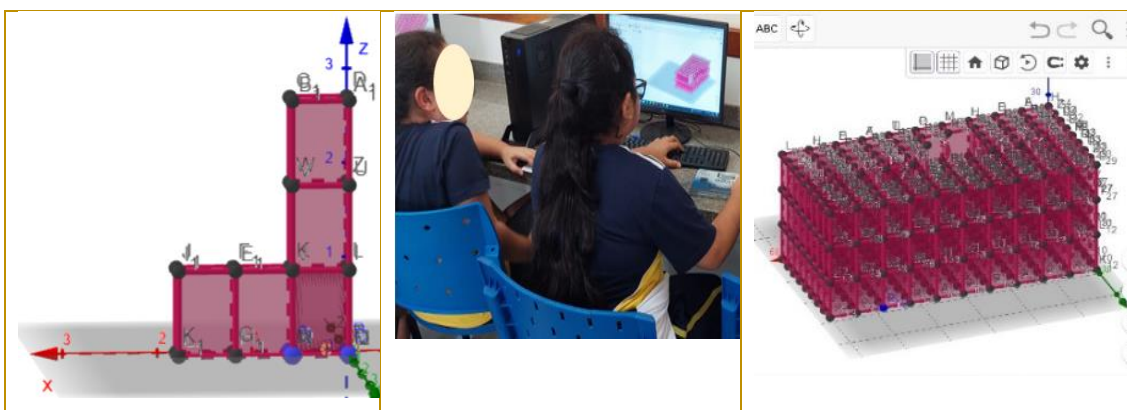


em seguida, adicione a altura correspondente a cada fardo (0.9).



Neste momento é oportuno que o(a) professor(a) discuta as características do desenho construído e sistematize a ideia de volume como o espaço

ocupado por um corpo. Além disso, o(a) professor(a) pode levantar alguns questionamentos a respeito do armazenamento desses fardos, direcionando os estudantes ao fato de que os fardos ficam empilhados no local de armazenamento. Desta forma, é possível preencher o espaço representado no GeoGebra a fim de determinar a quantidade de fardos que o espaço de armazenamento comporta. Para isto, é preciso criar as próximas figuras com a ferramenta “Extrusão para Prisma” e preencher o espaço de armazenamento com os desenhos construídos, de acordo com suas dimensões.



A abordagem da situação com o apoio do GeoGebra, permitiu com que os estudantes superassem dificuldades enfrentadas no desenvolvimento da atividade com o uso de lápis e papel, em que o *software* favoreceu a representação e manipulação de objetos, a visualização, a identificação de conceitos matemáticos e propriedades pertinentes para a resolução do problema.

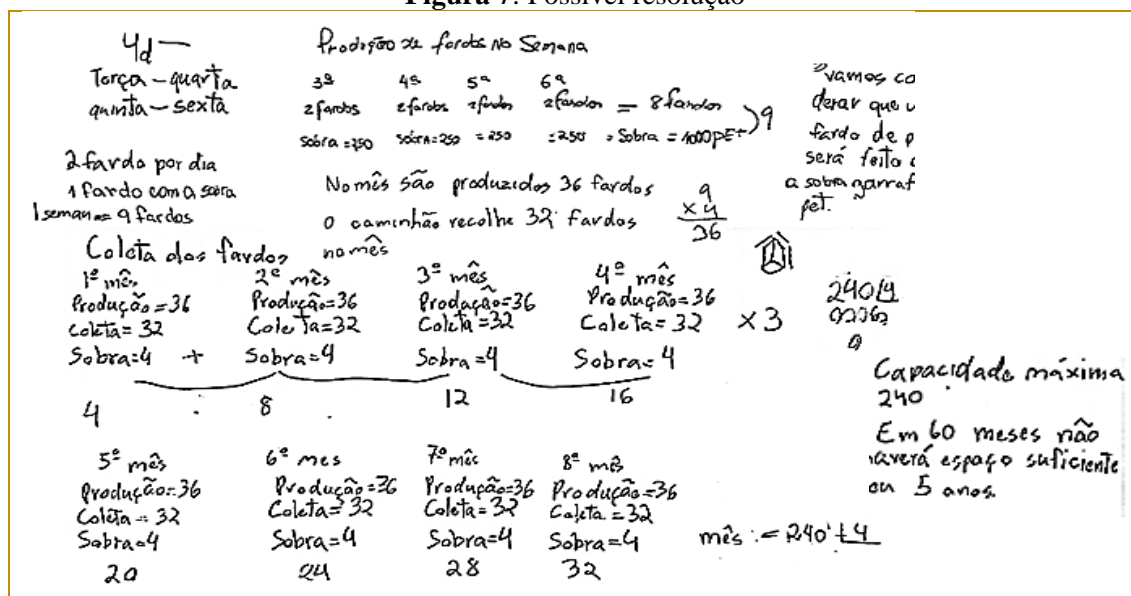
A partir da resolução da primeira questão, os estudantes iniciaram o encaminhamento da segunda questão, que consistia em determinar em quanto tempo não haverá espaço suficiente para o armazenamento de fardos de garrafas PET na Associação. Para isso, faz-se necessário considerar as informações disponibilizadas pelo colaborador durante a visita à Associação: a cada dia de coleta (às terças, quartas, quintas e sextas), cerca de 2.250 garrafas PET chegam na Associação; para a confecção de um fardo de garrafas PET compactadas são necessárias aproximadamente mil garrafas plásticas; o material compactado é vendido para uma empresa da região em que é feito um recolhimento mensal (uma vez ao mês). A cada recolhimento, 32 fardos compactados são destinados à empresa recicladora.

É provável que os estudantes estabeleçam relações entre a quantidade de garrafas PET recebidas na Associação a cada dia de coleta (às terças, quartas, quintas e sextas) e a quantidade de garrafas necessárias para se produzir um fardo, fundamentando o modelo matemático em operações aritméticas de adição e divisão, considerando a produção de 9 fardos de garrafas PET compactadas a cada semana, totalizando a produção de 36 fardos ao mês.

Como a empresa recicladora faz o recolhimento de 32 desses fardos, há uma sobra a cada mês. Essa sobra pode ser associada a uma constante de 4 fardos a cada mês, sendo possível associá-la a uma divisão entre a quantidade de fardos que o espaço de armazenamento comporta, evidenciando que se a quantidade de garrafas PET produzidas pela população permanecer a mesma, em aproximadamente 60 meses não haverá espaço suficiente para armazená-las na Associação, sendo necessário encaminhá-las para o aterro sanitário, ocasionando diversos problemas ambientais.

Os estudantes podem realizar somas sucessivas, conceitos multiplicativos ou uma divisão para obter a solução.

Figura 7: Possível resolução



Fonte: Dados da pesquisa

Para validar os resultados, os estudantes podem realizaram uma nova visita à Associação em que os dados foram coletados, acompanhados de um engenheiro ambiental. Na comunicação dos resultados é importante explorar a percepção dos estudantes em relação aos desenhos digitais construídos com o GeoGebra.

Beleza das Flores

Sobre a Atividade

Para a realização desta atividade, em grupos, os estudantes irão investigar se é possível estabelecer algum critério que possa inferir sobre a beleza de uma flor. Com o objetivo de reconhecer noções de simetria, a atividade permite explorar a observação de regularidades existentes nas flores, o reconhecimento da geometria na natureza e a identificação de figuras geométricas planas.

Conteúdos matemáticos que podem ser abordados

- ✓ Área;
- ✓ Operações aritméticas;
- ✓ Números decimais;
- ✓ Figuras geométricas planas;
- ✓ Eixos de simetria.

Materiais necessários

- ✓ Régua;
- ✓ Papel quadriculado;
- ✓ Folhas para anotações;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha;
- ✓ *Software* GeoGebra.

Primavera, a Estação das Flores

A primavera é considerada por muitos a estação mais bonita do ano. Isso se deve ao fato de que nela ocorre o florescimento de diversas espécies de plantas. As paisagens enchem-se de cores, as flores com seus tamanhos, texturas e diversos formatos estão por toda parte, deixando ruas, campos, parques e jardins com o aspecto alegre e vívido. Algumas das espécies mais populares da estação são a Cosmos, devido a variedade de cores, o fácil cultivo, além de propriedades medicinais e a Damiana, uma das flores mais utilizadas em canteiros e jardins. Veja detalhes nas imagens a seguir.

Imagem 1: Cosmos



Fonte: Dados da pesquisa

Imagem 2: Damiana



Fonte: Dados da Pesquisa

Além dessas espécies, a estação é marcada pelo desabrochamento de uma variedade de flores: margaridas, rosas, girassóis, hortênsias, hibiscos, violetas, entre tantas outras, que desabrocham em uma variedade de cores e aromas. Com características distintas, algumas flores podem ser consideradas mais belas que outras. Há casos em que uma flor é considerada bonita para uma pessoa, mas não é bonita para outra. Com isso, podemos pensar sobre a seguinte questão:

É possível medir a beleza de uma flor?

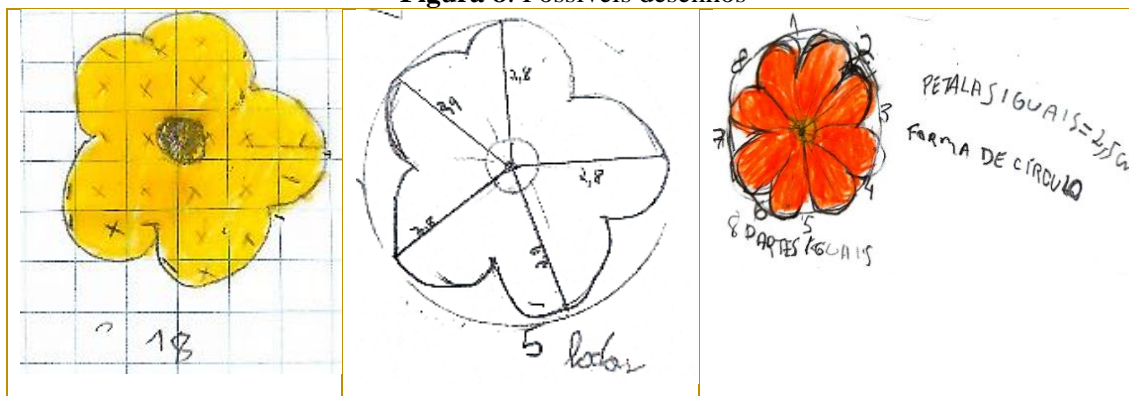
❖ Orientações para o desenvolvimento da atividade

Professor(a), você pode iniciar a atividade apresentando alguns slides com fotos de diferentes flores. Para cada imagem apresentada, solicite aos estudantes que levantem a mão caso achem a flor bonita. É possível que para algumas fotos alguns estudantes levantem a mão e outros não, ou seja, uma flor que é bonita para um estudante pode não ser para o outro. Neste contexto indague os estudantes com a seguinte questão: Será que é possível medir a beleza de uma flor?

Uma outra possibilidade é solicitar previamente que os estudantes levem uma flor.

Incentive o diálogo entre os estudantes a fim de que expressem suas opiniões e definam estratégias de resolução. Caso isso não ocorra, o professor pode conduzir as discussões indagando: Quais características podemos observar das flores? Há alguma relação com a Matemática? É provável que os estudantes construam um desenho para identificar relações matemáticas. Caso isso não ocorra, o(a) professor(a) pode solicitar que os estudantes construam um desenho para representar a flor sob investigação.

Figura 8: Possíveis desenhos





Fonte: Dados da pesquisa

Os desenhos podem favorecer a identificação de relações matemáticas nas flores de modo com que os estudantes realizem medições, associem quadraturas e identifiquem características semelhantes à formas geométricas. Caso isso não ocorra, o(a) professor(a) pode realizar uma intervenção explicando que a beleza de uma flor pode estar relacionada com a simetria de suas pétalas, suas formas e proporções harmoniosas de cada elemento que a compõe e sugerir o uso do GeoGebra para apoiar a matematização da situação e a visualização de padrões de simetria nas flores, isso para flores que se pode associar polígonos e circunferência.

❖ Ferramentas e comandos utilizados na tarefa

a) Clique no ícone  na ferramenta “Imagem” faça o *upload* da imagem a ser investigada pelos diferentes grupos de estudantes.

O(a) professor(a) pode tirar fotos das flores levadas pelos estudantes.

b) As ferramentas “Ponto”  “Polígono”  “Distância” 



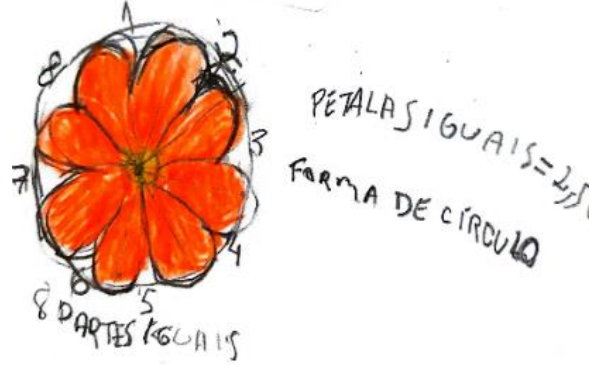
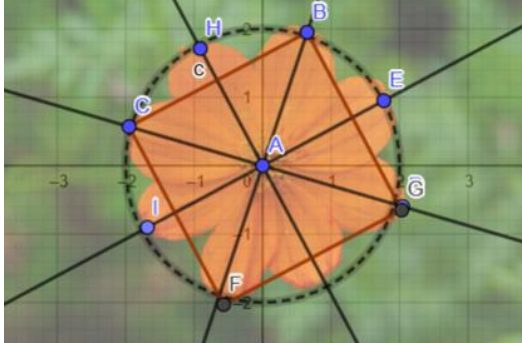
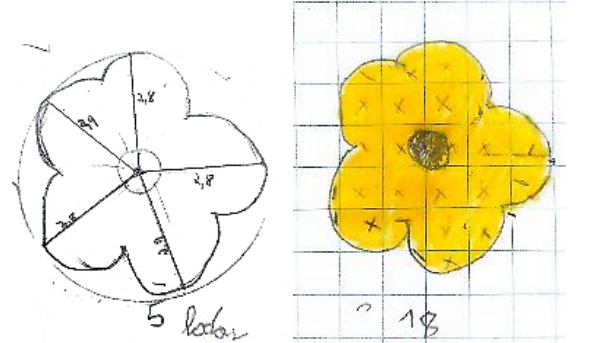
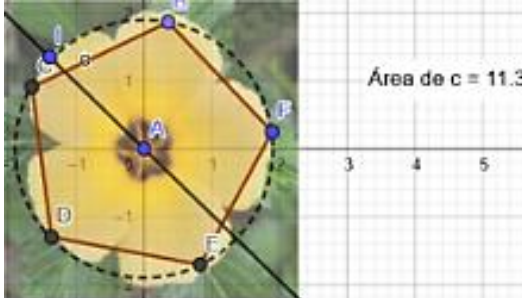
“Reta”  “Área”  Área podem ser manuseadas pelos estudantes para investigar relações matemáticas das flores. Neste momento, o professor pode sistematizar o conceito de simetria e incentivar os estudantes na identificação de relações simétricas nas flores.

Figura 9: Possíveis desenhos construídos com o GeoGebra

 <p>PETALAS IGUAIS = 1/8 FORMA DE CÍRCULO</p> <p>8 PARTES IGUAIS</p>	 <p>A FLORE COM 8 PARTES POSSUINDO 8 PARTES IGUAIS FORMADA SIMETRIA RADIAL</p> <p>SUA PÉTALA POSSUE A MESMA MEDIDA E TEM FORMATO PARECIDO COM UM CÍRCULO. É POSSÍVEL UM QUADRADO EM SEU INTERIOR LIGANDO PONTOS NAS EXTREMIDADES DE SUAS PÉTALAS.</p> <p>1 - Flor Cosmos possui 8 partes iguais formando simetria radial. 2 - Suas pétalas possuem as mesmas medidas e tem formato parecido com um círculo. É possível um quadrado em seu interior ligando pontos nas extremidades de suas pétalas.</p>
 <p>5 partes</p> <p>2.8 4.8</p>	 <p>Área de c = 11.3</p> <p>A flor tem 5 pétalas com 2,8 cm aproximadamente com formas semelhantes com círculos, pentágonos ou 18 cm</p>

<p>A flor tem as pétalas com 2,8cm, parecidas com formas geométricas: círculo e pentágono. Sua área é de 18 cm^2</p>	<p><i>A flor domiana possui duas partes iguais quando dividida por uma linha, formando uma simetria bilateral. Suas pétalas possuem medidas que variam entre 2cm e 2,5 cm. Com a ajuda do GeoGebra construímos um pentágono ligando suas pétalas. A área do círculo é de $11,34 \text{ cm}^2$</i></p>
---	--

Fonte: Dados da pesquisa

O GeoGebra possibilitou a construção de desenhos precisos, permitindo incrementar a busca por relações matemáticas, facilitando a identificação de relações simétricas por meio do traçado de retas e da inserção de polígonos ligando as extremidades de cada pétala.

Para validar os resultados, os estudantes podem realizar uma pesquisa sobre a simetria das flores e a relação com sua beleza. É possível que os estudantes considerem que a beleza de uma flor pode estar relacionada com sua simetria e proporções harmoniosas, que dizem respeito a precisão de suas pétalas, seu formato e elementos que a compõe. De fato, Critchlow (2011) pondera que, embora haja um encanto natural em toda flor, sua beleza está intimamente relacionada à sua simetria, às formas de suas pétalas e sua proporção, em que a simetria pode ser descrita como beleza resultante da proporção correta entre as partes de um todo; equilíbrio; congruência; harmonia. Para comunicar os resultados, os estudantes podem apresentar suas considerações a respeito da investigação, é importante explorar características dos desenhos manuais e digitais construídos e as contribuições do uso do GeoGebra.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades de modelagem matemática presentes neste material, foram desenvolvidas com estudantes de um 5º ano do Ensino Fundamental, em aulas regulares de matemática. Os temas das atividades foram sugeridos tanto pela professora quanto pelos estudantes, sendo, Arborização da Escola, Climatização da sala de aula, Reciclagem de garrafas PET, Beleza das flores.

No desenvolvimento destas atividades, os estudantes construíram desenhos com o objetivo de representar a situação investigada e visualizar conceitos matemáticos que até então estavam despercebidos. Os resultados apontam que o uso de

desenhos em atividades de modelagem matemática produzidos, ora com lápis e papel, ora com o *software* GeoGebra, colaboraram e incrementaram as ações dos estudantes nas diferentes etapas de uma atividade de modelagem matemática.

Os resultados nos permite inferir que o uso de desenhos em atividades de modelagem matemática colabora com a superação de dificuldades enfrentadas pelos estudantes, favorecendo a compreensão da situação, a matematização e obtenção do modelo matemático, a interpretação dos resultados e a explicação de procedimentos e escolhas realizadas durante as atividades, caracterizando-se como: uma ferramenta para compreensão; ferramenta para avançar na matematização, ferramenta para avaliação e *feedback* e ferramenta para comunicação.

Além disso, os resultados sinalizam que a interlocução entre o desenho feito à mão e o desenho feito com o *software* GeoGebra amplia as possibilidades de ações dos estudantes no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, pois os desenhos produzidos com o software permitiram com que os traçados feitos à mão fossem revisitados e aprimorados, favorecendo e incrementando as ações dos estudantes no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. A investigação realizada nos permite delinear potencialidades do uso do desenho em atividades de modelagem matemática, em particular, a pesquisa possibilitou ampliar a classificação de desenhos discutida na literatura e inferir acerca de ações cognitivas e da mobilização do conhecimento estratégico relativamente ao uso de desenhos em atividades de modelagem matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA; L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. *ZDM*, v. 50, n. 1-2, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2013.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In: CHO, S. J. (Ed), **The Proceedings of the 12th Internacional Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes**. New York: Springer, p. 73-96, 2015.

CRITCHLOW, K. The hidden geometry of flowers Living rhythms, form and number. **Floris Books**, p. 1-446, 2011.

BORROMEO FERRI, R. **Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education**. Springer, 2018.

RELLENSMANN, J. Selbst erstellte Skizzen beim mathematischen Modellieren: Ergebnisse einer empirischen Untersuchung. **Springer Spektrum**, 2019.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) –Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VAN METER, P.; GARNER, J. The promise and practice of learner-generated drawing: literature review and synthesis. **Educational Psychology Review**, v. 17, n. 4, 285–325, 2005.

ZOGAIB, S. D.; WAGNER, V. M. P. S. Crianças, desenhos e resolução de problemas na educação infantil. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 05, N. 02, p. 150-170, 2015.