UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT

André Borges Carlos
Orientador: Dr. Gilles Gonçalves de Castro

# Resoluções de Problemas da Olimpíada Regional Mirim de Matemática utilizando o Método de Polya

Florianópolis
2024

# SUMÁRIO

# 1 INTRODUÇÃO

A resolução de problemas matemáticos ainda é um grande desafio no processo de ensino e aprendizagem. Os conteúdos de Matemática na educação básica ainda são vistos como grandes vilões pela maioria do estudantes. Ensinar Matemática significa quebrar paradigmas e trabalhar com metodologias mais eficientes e métodos que busquem amenizar este processo devem cada vez mais serem utilizados.

O método de Polya surge como um meio de organizar o passo a passo da resolução de um problema matemático. Ele vem dividido em quatro partes: compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e retrospecto. Cada um dos passos é fundamental para um desenvolvimento correto de um problema matemático.

Resolver um problema significa encontrar um caminho que ainda não é conhecido e que contorne um obstáculo para alcançar o objetivo traçado, por meios adequados. Seguindo os quatro passos, dificilmente o estudante vai se perder na resolução do problema. Cada um dos passos possui uma relevante importância para encontrar a resposta final do problema.

Este trabalho traz a resolução dos problemas da Olimpíada Regional de Mirim de Matemática utilizando o método de Polya, trazendo uma resolução acessível ao público alvo da olimpíada: alunos do quinto ano e professores do ensino fundamental e médio. A partir deste trabalho, também foi desenvolvido um produto educacional, ou seja, um material que contém todas o conteúdo deste documento, porém não no formato de dissertação.

Quanto a olimpíadas de Matemática, são competições individuais de resolução de problemas não convencionais de Matemática, que envolvem, de um modo geral, pouco conteúdo, mas que exigem muita imaginação e criatividade. A Olimpíada Regional Mirim de Matemática (ORMM) era um projeto de extensão do Departamento de Matemática da UFSC e é voltado para estudantes e professores do 5º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas e particulares do estado de Santa Catarina.

Cada resolução das questões foi devidamente pensada e organizada de forma que o leitor não somente consiga obter uma compreensão, mas também consiga entender com mais eficiência o caminho para chegar a resolução. Desenvolver um esboço que conecte as informações do enunciado com a resposta final num problema matemático não é fácil. É importante desenvolver cada uma das conexões e implicações lógicas de forma coerente e conexa.

Resolver um problema matemático nem sempre é fácil, manter uma organização para este fim é de grande importância. Ao desenvolver os quatro passos do método Polya corretamente, dificilmente o aluno irá se perder ou chegar num resoltado errado.

# 2 MÉTODO DE POLYA

"Como resolvo um problema matemático?" Essa é um pergunta frequentemente realizada por muita gente no mundo todo e, infelizmente, não há uma simples resposta. Resolver um problema matemático é muito mais do que a simples ação de realizar algumas contas e chegar num resultado, há todo um processo de implicações lógicas que resultam na resposta final. E mesmo assim, ainda temos que interpretar o significado desse resultado e como ele se relaciona com o problema proposto.

Como você pode perceber, há todo um processo para resolver um problema matemático e, por vezes, é fácil se perder e acabar não conseguindo encontrar a resolução correta. Diante disso, é de grande importância ter cuidado ao desenvolver a resolução, principalmente para quem não está familiarizado com o pensamento matemático.

O método de Polya surge como uma ferramenta que auxilia na resolução de problemas matemáticos. Ele consiste em dividir um problema matemático em 4 passos: Compreensão do problema, Elaboração de um plano, Execução do plano e Retrospecto. Cada um desses passos deve ser analisado e desenvolvido com calma.

**Compreensão do problema:** Esta parte, como o próprio nome diz, é um momento que o aprendiz deve entender o problema. Neste momento, ele deve se perguntar algumas questões como: *O que o problema está pedindo? Quais são as incógnitas? Quais informações que não tenho?* Um ponto importante a destacar aqui é que é essencial desenvolver releituras do problema até que tudo esteja suficientemente claro.

É durante esta etapa que o aluno vai ter o seu contato inicial com o problema e é fundamental que ele seja capaz de visualizar o que o problema pede. De acordo com Polya (2006, pg. 5), se houver uma figura relacionada ao problema, deverá traçar uma figura e nela indicar a incógnita e os dados. Se for necessário designar estes elementos, deverá adotar uma notação adequada.

É essencial que o aluno compreenda o problema e o que está sendo solicitado. Caso esta parte do processo não seja bem desenvolvida, acarretará em problemas para a construção dos demais passos.

**Elaboração de uma plano:** A partir do momento que o problema foi compreendido, inicia-se a elaboração. Nesta parte, deve-se desenvolver estratégias para a construção de caminhos entres as informações disponibilizadas no enunciado e o resultado que almeja-se chegar. Deve-se ter em mente algumas perguntas como *Como faço para chegar neste valor? Qual o padrão que notamos? Como faço para obter esta informação? Utilizei todos os dados?*.

É também sempre importante analisarmos se o problema atual se assemelha a algum outro problema visto anteriormente, se há algum padrão similar que possa ser usado. De acordo com Polya (2006, pg. 7), boas ideias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos. Para uma boa ideia, não basta uma simples recordação, mas não podemos ter nenhuma ideia boa sem relembrar alguns fatos pertinentes.

Há de se tomar o cuidado se de fato o planejamento está levando ao caminho correto. Muitas vezes, a elaboração do plano pode levar a respostas errradas. Um meio de verificar isso é conferindo se todos os dados foram utilizados, se o último passo vai mesmo levar a resposta desejada e se todas as implicações estão realmente conectadas.

**Execução do plano:** A partir do momento que o plano foi elaborado, deve-se executá-lo. Esse é um ponto muito importante pois é onde o aluno vai desenvolver toda a estratégia que analisou e criou. Neste momento é importante ter muito cuidado para não desenvolver nenhum erro, o que poderia por em xeque todo o trabalho desenvolvido anteriormente.

De acordo com Polya (2006, pg. 10), o plano proporciona apenas um roteiro geral. Precisamos ficar convictos de que os detalhes inserem-se nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após o outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e que não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro.

Neste ponto, algumas perguntas são importantes para orientar o desenvolvimento da execução: *Este passo está correto? Como que faço para conferir esta conta?*

**Retrospecto:** Após executar o plano e chegar no resultado, surge uma grande pergunta: *Será que minha resposta está correta?* A forma de verificar esta afirmação é realizando um retrospecto do que foi realizado. Mesmo os mais habilidosos em resolver problemas cometem erros, por isso é fundamental que haja uma verificação do que foi desenvolvido.

De acordo com Polya (2006, pg. 12), se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas.

O meio mais prático para verificar se o resultado está correto é refazendo todos os passos e analisando se nenhuma sentença ou operação matemática foi realizada de forma errada. Há ainda outros meios de fazer esta verificação, como por exemplo, resolver o problema por um método diferente. Ao momento que você resolve um mesmo problema de formas diferentes e obtém o mesmo resultado, dificilmente ele vai estar incorreto.

Não há uma regra geral para a verificação do resultado e cada problema vai trazer uma forma diferente de desenvolver este passo. Além dos dois métodos citados acima, pode-se pensar ainda em listagem de termos, tabelas, diagramas, árvores de possibilidades, desenhos, dobraduras, recortes e outras formas de verificação.

# 3 OLIMPÍADA REGIONAL MIRIM DE MATEMÁTICA

A Olimpíada Regional Mirim de Matemática surgiu no ano de 2011 como um subprojeto da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina (ORM), projeto este que foi desenvolvido por professores do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) de 1998 até 2019.

A ORMM caracteriza-se por ser uma olimpíada destinada aos alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, sendo realizada, na maioria das edições, em uma etapa composta por uma prova discursiva que envolviam problemas matemáticos de raciocínio lógico. Para participar do projeto, os colégios também tinham que participar de treinamentos para os professores e alunos, que visavam preparar os estudantes para a realização da prova.

> “ O trabalho desenvolvido por professores dos anos finais do Ensino Fundamental junto à ORM, aliado à experiência adquirida por alguns professores do Departamento de Matemática da UFSC com as atividades desenvolvidas junto a programas do MEC fez com que se vislumbrasse a possibilidade de estender a competição aos alunos dos anos iniciais e se tivessem os subsídios necessários para investir e acreditar num projeto de olimpíadas nesse segmento de ensino. Como um subprojeto da ORM, a primeira Olimpíada Regional Mirim de Matemática (ORMM) aconteceu como um projeto de extensão da UFSC, pela primeira vez, em 2011.” [SADA; MORTARI; 3; CASTRO, 2019]

Visto isso, um dos diferenciais da ORMM é que ela atingiu um público que a ORM e outras olimpíadas não atingiram: alunos dos quintos anos do Ensino Fundamental I. Desta forma, de acordo com Sada, Mortari, 3 e Castro (2019) a ORMM se propôs a estabelecer um veículo para a melhoria do ensino da Matemática nas escolas, preparar alunos do quinto ano do Ensino Fundamental para competições olímpicas e discutir a alfabetização em Matemática e a resolução de problemas motivando professores dos anos iniciais a refletir sobre sua prática.

Durante o período de funcionamento do projeto, houve a necessidade de fazer algumas alterações no formato da olimpíada, mas na maioria dos anos ela teve a característica de possuir treinamentos aos alunos, treinamentos aos professores e uma prova discurssiva.

Os treinamentos aos professores visavam proporcinar uma base de conhecimento para que estes educadores consigam trabalhar problemas matemáticos com maior eficiência em sala de aula. De acordo com Sada, Mortari, 3 e Castro (2019) o material trabalhado nos treinamentos é preparado pela Comissão e constitui-se de: uma lista de problemas com características olímpicas distribuída aos professores no dia do treinamento; documento contendo a resolução detalhada de cada um deles, suas relações com os conteúdos trabalhados no quinto ano e sugestões de problemas similares, enviado posteriormente aos professores. Fica a critério de cada professor a escolha do momento adequado para a inserção desses problemas no seu planejamento diário.

Já os treinamentos desenvovidos aos alunos ocorriam no próprio horário de aula dos estudantes e era realizado por um professor da Comissão da ORMM. De acordo com Sada, Mortari, 3 e Castro (2019) o material trabalhado nesses treinamentos é preparado pelos professores da equipe da ORMM e constitui-se de: uma lista de seis problemas com características olímpicas distribuída aos alunos no dia do treinamento e documento contendo a resolução detalhada de cada um deles, enviado posteriormente ao professor da turma. A dinâmica do treinamento consiste de um tempo dado ao aluno para leitura, interpretação e registro da resolução de cada questão, seguido de uma discussão, mediada pelo aplicador, sobre as diferentes resoluções.

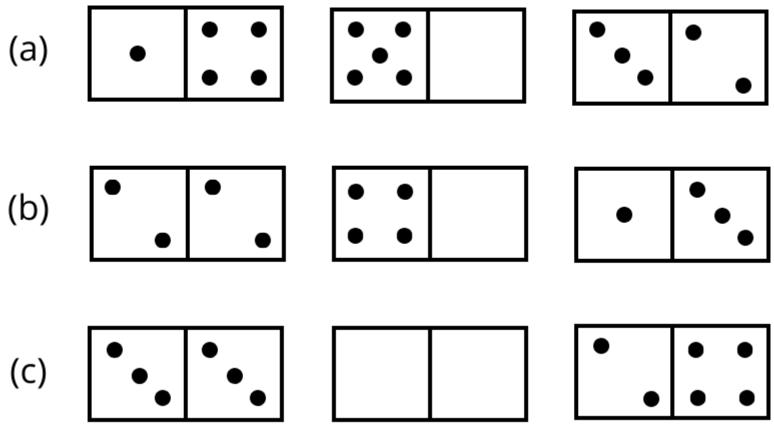
A prova era realizada em todas as escolas numa mesma data e era aplicada por uma equipe composta pelos professores organizadores do projeto e colaboradores. Nas duas primeiras edições a prova era composta por cinco questões discurssivas e nas demais edições composta por quatro questões discurssivas. De acordo com Sada, Mortari, 3 e Castro (2019), a correção era feita com critérios pré-estabelecidos, é feita por duas pessoas, sendo um professor da equipe da ORMM e um aluno colaborador (incluindo o bolsista). Em cada questão consideram-se acertos parciais, ou seja, mesmo que o aluno não tenha conseguido terminar ou tenha errado.

Devido a grande adesão de colégios a ORMM, surgiu a necessidade de fazer algumas alterações no formato na olimpíada. De acordo com Sada, Mortari, 3 e Castro (2019) a Comissão Organizadora decidiu, pela primeira vez, fazer a ORMM em duas fases. Na primeira fase, a prova foi aplicada pelo professor da turma em horário de aula, mas será corrigida pelos membros da Comissão. A prova da segunda fase foi aplicada na UFSC em um sábado, visando facilitar a organização de uma equipe de alunos e professores colaboradores para a aplicação.

Em 2020, em função da pandemia do vírus da covid-19 o projeto entrou em suspensão e não houve novos projetos de extensão para reativar a ORMM até o momento.

# 4 RESOLUÇÕES DAS QUESTÕES DA I ORMM

**QUESTÃO 1:** Observe as sequências (a) e (b). Descubra o segredo e complete a sequência (c).




Resolução:

**COMPREENSÃO DO PROBLEMA:**

**O que quero saber?**

*Queremos descobrir o segredo e completar a peça do meio da linha (c).*

**ELABORAÇÃO DE UM PLANO:**

**Como faço para descobrir o segredo?**

*Bom, não há um regra geral para resolver problemas como este, mas uma estratégia interessante é analisar os dados que temos e notar as repetições.*

**Onde seria um bom começo?**

*Tem algo que já possui um padrão determinado fixo? SIM! Observe as peças da coluna do meio das fileiras (a) e (b). Note que o segundo espaço está em branco, logo, seguindo o padrão, podemos concluir que na linha (c) este espaço também irá estar branco.*

**O que tenho que descobrir agora?**

*Temos que encontrar o número vai estar no primeiro espaço da peça do meio da linha (c).*

**Como faço para determinar isso?**

*Podemos novamente analisar algum padrão que existe nas peças. Veja que a primeira peça da linha (a) possui os números 1 e 4, a segunda peça possui os números 5 e 0 e a terceira peça possui os números 3 e 2.*

**Mas o que estes números tem em comum?**

*Note que a soma dos números de cada uma das peças da fileira (a) é 5 (* $1+4=5$, $5+0=5$ *e* $3+2=5$*).*

**Então este é o padrão? A soma dos números de cada peça é 5?**

*Antes de tirar conclusões precipitadas vamos analisar a linha (b). A primeira peça da linha (b) possui os números 2 e 2, a segunda peça possui os números 4 e 0 e a terceira peça possui os números 1 e 3. Veja que neste caso a soma não é 5, mas sim 4 (*$2 + 2 = 4$*,* $4 + 0 = 4$ *e* $3 + 2 = 5$*).*

**E o que podemos concluir com isso?**

*Cada linha possui uma soma diferente. Para encontrarmos o número que vai no primeiro espaço da peça do meio da linha (c) temos que determinar qual a soma da linha (c).*

**E quanto seria a soma na linha (c)?**

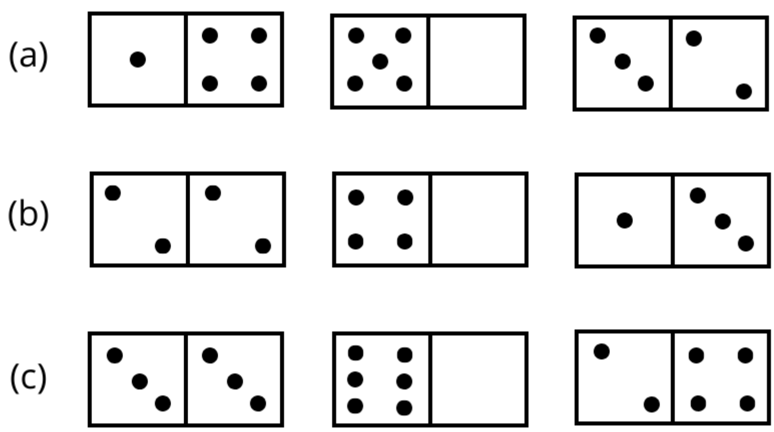
*Veja que a primeira peça da linha (c) possui os números 3 e 3 e a segunda peça os números 2 e 4, logo a soma é 6 (*$3 + 3 = 6$ *e* $2 + 4 = 6$*).*

**EXECUÇÃO DO PROBLEMA:**

**Então qual é o número do primeiro espaço?**

*Como já sabemos que o número que ocupa o segundo espaço é o 0 e a soma dos dois tem que ser 6 então o número do primeiro espaço é o próprio 6.*

**RESPOSTA: Portanto o desenho fica da seguinte forma:**



**RETROSPECTO:**

**De que outra forma posso visualizar os padrões?**

*Às vezes utilizar de uma tabela para organizar os dados pode ajudar. Principalmete num problema como este no qual a sequência não está diretamente representada por números e sim quantias de bolinhas.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| (a) | 1 - 4 | 5 - 0 | 3 - 2 |
| (b) | 2 - 2 | 4 - 0 | 1 - 3 |
| (c) | 3 - 3 | | 2 - 4 |

*Veja que organizando as informações elas ficam mais visíveis, facilitando a visualização e identificação dos padrões.*

**QUESTÃO 2:** Bianca usou sua calculadora para efetuar algumas operações. Ela começou com o número 432 e obteve os seguintes resultados:

432 500 250 2000 2011

Quais foram as operações que Bianca fez para obter cada resultado a partir do anterior?

Resolução:

**COMPREENSÃO DO PROBLEMA:**

**O que quero saber neste problema?**

*Queremos determinar quais foram as operações que Bianca fez para obter cada resultado.*

**ELABORAÇÃO E EXECUÇÃO DO PLANO:**

**Como faço isso?**

*Este é um problema que admite várias soluções, ou seja, Bianca pode ter desenvolvido seu caminho de mais de um modo diferente. Aqui vamos resolver utilizando soma e subtração, mas também é possível resolver utilizando outras operações.*

**Então qual foi a primeira operação que ela efetuou?**

*Bom, o primeiro número que aparece no visor da calculadora dela é o 432 e o próximo número é o 500. Desta forma, podemos pensar "Quanto falta do 432 pra chegar no 500?". A resposta é* $500 - 432 = 68$*, ou seja, Bianca deve primeiro somar 68 ao número 432.*

*Assim, a primeira operação é adição.*

**Qual foi a segunda operação que ela efetuou?**

*O segundo número no visor é o 500 e o terceiro número é o 250. Veja que 250 é menor do que 500, logo podemos concluir que a operação utilizada foi a subtração de* $500 - 250 = 250$ *unidades.*

*Assim, a segunda operação é subtração.*

**Qual foi a terceira operação que ela efetuou?**

*Seguindo o raciocínio anterior, o último número no visor da calculadora é o 250. Para chegar no 2000 deve-se somar 1750 unidades.*

*Portanto a terceira operação é adição.*

**E qual foi a última operação que ela efetuou?**

*Por fim, para chegar do 2000 até 2011 ela deve adicionar 11 unidades. Logo, a última operação também foi a adição.*

**RESPOSTA: Portanto as operações que Bianca digitou na calculadora foram, seguindo a ordem: adição, subtração, adição e adição.**

**RETROSPECTO:**

**Como posso verificar se esta resposta está correta?**

*Podemos fazer o caminho inverso, ou seja, pertir do resultado final, realizar as operações inversas e chegar no valor inicial.*

**Como faço isso?**

*O resultado final foi o número 2011 e foi somado 11 ao número anterior. Realizando a operação inversa, obtemos* $2011 - 11 = 2000$.

*De forma análoga, o número 2000 foi obtido somando 1750 unidades ao número anterior. Realizando a operação inversa, obtemos* $2000 - 1750 = 250$.

*O número 250 foi obtido subtraindo 250 unidades ao número anterior. Realizando a operação inversa, obtemos* $250 + 250 = 500$.

*Por fim, o número 500 foi obtido somando 68 unidades ao número anterior. Realizando a operação inversa, obtemos* $500 - 68 = 432$.

*Desta forma, confirmamos que a resposta está correta.*

**OBSERVAÇÃO:** Para a resolução de problemas, nem sempre a elaboração de um plano e a execução de um plano estão evidentemente distintas. É comum que em muitas resoluções estes dois passos se sopreponham, sendo necessário desenvolver ambos os procedimentos de forma conjunta.

No caso deste problema, ao passo que pensa-se sobre como resolvê-lo, surge a necessidade de executá-lo para que, no passo seguinte, consiga-se elaborar o plano e executá-lo novamente. Visto isso, neste trabalho nem sempre os dois passos serão desenvolvidos de forma separada.

**QUESTÃO 3:** Daniella e Michely vão à lanchonete fazer um lanche. A lanchonete oferece as seguintes opções:

| SALGADO | BEBIDA | DOCE |
|---|---|---|
| Sanduíche | Suco | Sorvete |
| Coxinha | Refrigerante | Bombom |
| Pastel | | |

Cada uma vai comprar um lanche composto por um salgado, uma bebida e um doce. Daniella não gosta de sorvete e Michely não gosta de sanduíche.

De quantas maneiras diferentes cada uma delas pode escolher seu lanche? Escreva todas as possibilidades.

Resolução:

**O que quero saber neste problema?**

*Queremos determinar de quantas maneiras diferentes cada uma das meninas consegue escolher seu lanche.*

**Como posso determinar isso?**

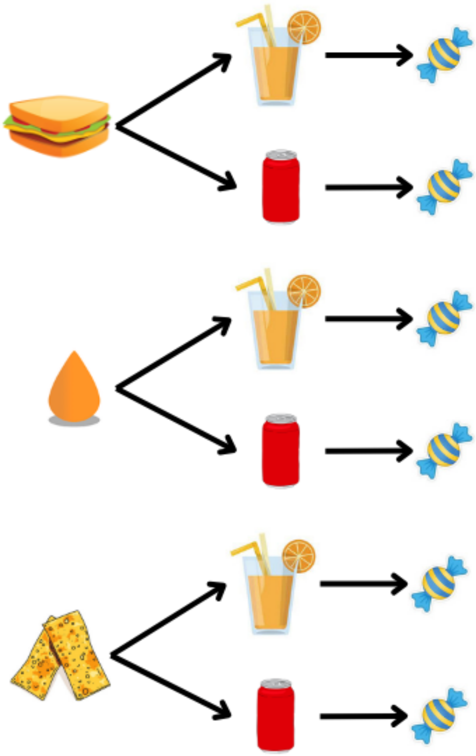
*Para essa situação uma estratégia interessante é a de construir uma árvora de possibilidades.*

**Mas o que é uma árvore de possibilidades?**

*É uma forma gráfica de organizar dados em situações de listagens como esta.*

**Como que ficaria a árvore de possibilidades de Daniella?**

*Veja que para cada uma das meninas tem que fazer três escolhas (salgado, bebida e doce). Para a escolha do salgado, Daniella possui três opções (sanduíche, coxinha ou pastel), para cada uma destas opções ela possui duas escolhas de bebida (suco ou refrigerante) e em cada uma destas situações ela vai pedir o bombom de doce (já que não gosta de sorvete). Logo a árvore de possibilidades de Daniella vai ficar assim:*



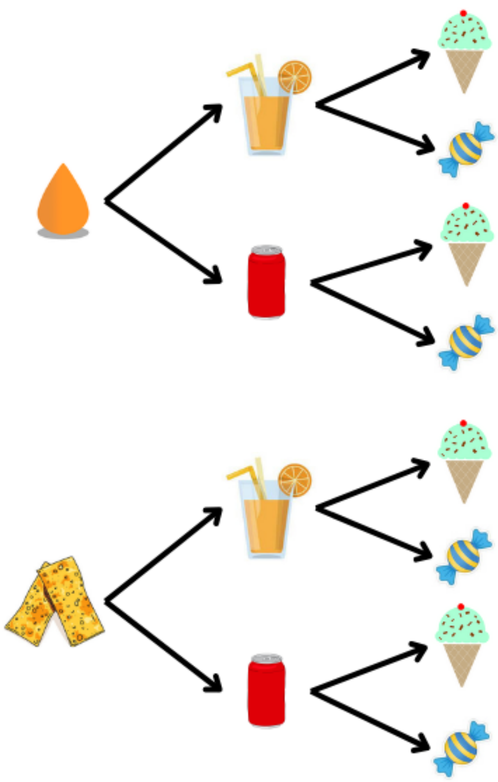
**Agora consigo listar todas as possibilidades de escolha de Daniella?**
*Sim. Segue abaixo:*

1) SANDUÍCHE - SUCO- BOMBOM;
2) SANDUÍCHE - REFRIGERANTE - BOMBOM;
3) COXINHA - SUCO - BOMBOM;
4) COXINHA - REFRIGERANTE - BOMBOM;
5) PASTEL - SUCO - BOMBOM;
6) PASTEL - REFRIGERANTE - BOMBOM;

*Desta forma, Daniella possui 6 formas distintas de escolher seu lanche.*

**E quanto a Michely?**

*Para a escolha do salgado, Michelly possui duas opções (coxinha ou pastel) já que não gosta de sanduíche, para cada uma destas opções ela possui duas escolhas de bebida (suco ou refrigerante) e em cada uma destas situações ela vai possuir ainda mais duas escolhas de doce (sorvete ou bombom). Logo a árvore de possibilidades de Michely vai ficar assim:*



**Agora consigo listar todas as possibilidades de escolha de Michelly?**
*Sim. Segue abaixo:*

1) COXINHA - SUCO - SORVETE;
2) COXINHA - SUCO - BOMBOM;
3) COXINHA - REFRIGERANTE - SORVETE;
4) COXINHA - REFRIGERANTE - BOMBOM;
5) PASTEL - SUCO - SORVETE;
6) PASTEL - SUCO - BOMBOM;
7) PASTEL - REFRIGERANTE - SORVETE;
8) PASTEL - REFRIGERANTE - BOMBOM;

*Desta forma, Michelly possui 8 formas distintas de escolher seu lanche.*

**RESPOSTA: Daniella possui 6 formas de escolher seu lanche e Michely 8 formas de escolher seu lanche. Segue abaixo todas a opções para cada uma das meninas:**

**Opções de Daniella: (sanduíche, suco, bombom), (sanduíche, refrigerante, bombom), (coxinha, suco, bombom), (coxinha, refrigerante, bombom), (pastel, suco, bombom) e (pastel, refrigerante, bombom).**

**Opções de Michely: (coxinha, suco, sorvete), (coxinha, suco, bombom), (coxinha, refrigerante, sorvete), (coxinha, refrigerante, bombom), (pastel, suco,**

**sorvete), (pastel, suco, bombom), (pastel, refrigerante, sorvete) e (pastel, refrigerante, bombom).**

**RETROSPECTO:**

**Esta é a única forma de visualizar o problema?**

*Não. Esta mesma resolução pode ser realizada utilizando o princípio multiplicativo, que nada mais é do que uma versão numérica da árvore de possibilidades.*

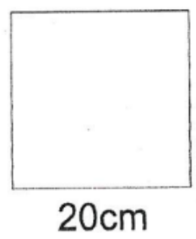
**Como que uso o princípio multiplicativo?**

*Neste caso, este método consiste em multiplicar as quantias de opções para cada escolha.*

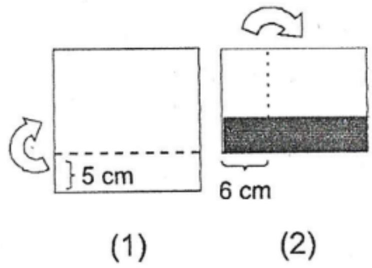
*Para Daniella temos 3 opções na escolha do salgado (sanduíche, coxinha ou pastel), 2 opções na escolha da bebida (suco ou refirgerante) e 1 opção na escolha do doce (bombom). Logo, utilizando o princípio multiplicativo teremos* $3 \times 2 \times 1 = 6$ *formas diferentes de escolher o lanche.*

*Já para Michelly temos 2 opções de salgado(coxinha ou pastel), 2 opções de bebida(suco ou refrigerante) e 2 opções de doce(sorvete ou bombom). Logo, utilizando o princípio multiplicativo teremos* $2 \times 2 \times 2 = 8$ *formas diferentes de escolher o lanche.*

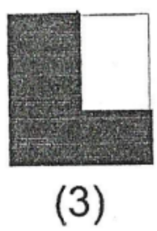
**QUESTÃO 4:** O desenho abaixo é de uma folha quadrada com 20*cm* de lado.




A folha é dobrada duas vezes, como mostram as figuras (1) e (2).




Após as duas dobras, qual é, em centímetros, o contorno da parte branca da figura (3)?




Resolução:

**COMPREENSÃO DO PROBLEMA:**

**O que quero saber neste problema?**

*Queremos saber quanto mede o contorno na parte branca da figura (3)?*

**ELABORAÇÃO E EXECUÇÃO DE UM PLANO:**

**Como que posso determinar este valor?**

*Este contorno também é chamado formalmente de perímetro, que em um retângulo é a soma da medida dos comprimentos de todos os quatro lados. Como a região branca é um retângulo, para calcular este contorno precisamos encontrar as medidas dos comprimentos dos quatro lados desta figura.*

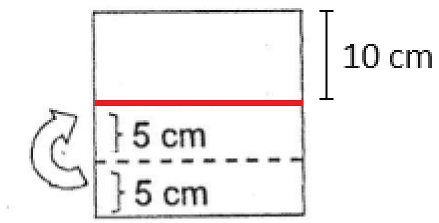
**Como faço para encontrar estes valores?**

*Podemos analisar figura 1 e a figura 2.*

**Que tipo de informação a figura 1 traz?**

*A altura da folha é de* 20*cm. Ao realizarmos a primeira dobra não estamos apenas reduzindo a altura dela em* 5*cm, mas também este pedaço de papel está sobrepondo na própria folha, formando a região cinza também com* 5*cm de altura.*

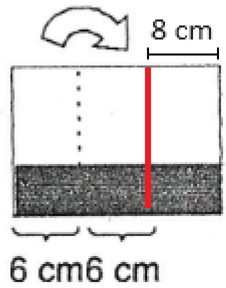
*Deste modo, a altura do novo retângulo formado pela região branca da folha possui medida igual a* $20 - 5 - 5 = 10$*cm.*




**E a figura 2?**

*Ao realizarmos a segunda dobra não estamos apenas reduzindo a largura em* 6*cm, mas também estamos sobrepondo essa região na folha criando a outra parte da região cinza.*

*Assim, a largura de um dos lados do novo retângulo formado pela região branca da folha possui medida de igual a* $20 - 6 - 6 = 8$*cm.*

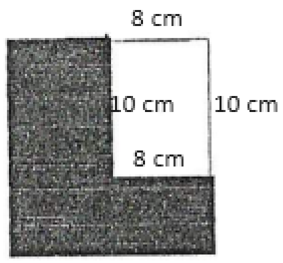



**E o que consigo concluir disso?**

*Sabemos agora que a medida da altura do novo retângulo branco mede* 10*cm e a medida da largura mede* 8*cm.*

**Como que calculo o contorno?**

*Veja bem, o retângulo branco é formado por quatro lados: dois que representam a altura e dois que representam a largura.*




*Portanto o contorno da região braca mede* $10 + 10 + 8 + 8 = 36cm$.

**RESPOSTA: O perímetro da região branca do novo retângulo mede** $36cm$**.**

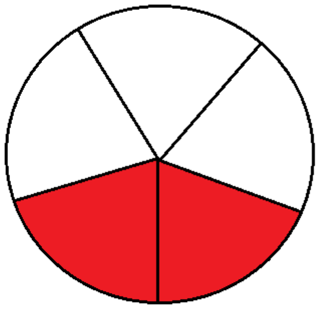
**RETROSPECTO:**

**Como consigo verificar se a resposta está correta?**

*Caso você tenha acesso a uma régua, uma tesoura e um papel você mesmo pode realizar estas dobraduras.*

*Primeiro você deve pegar o papel e a régua e recortar a folha no formato de um quadrado de* $20cm$ *de lado. Depois, com o auxílio da régua, você pode realizar as dobraduras das figuras (1) e (2) e, por fim, medir novamente as dimensões da nova figura. Você vai verificar que o perímetro dela vai medir* $36cm$.

**QUESTÃO 5:** A especialidade do restaurante Matafome é a pizza de mussarela, que é vendida em fatias. Cada pizza é vendida em cinco fatias. Sabe-se que duas destas fatias matam a fome de uma criança de dez anos, como mostra na figura.



Thuysa quer comemorar seu aniversário de dez anos no restaurante Matafome, com seus 14 convidados, todos crianças de dez anos. Quantas pizzas são necessárias para matar a fome de Thuysa e seus convidados?

Resolução:

**COMPREENSÃO DO PROBLEMA:**

**O que quero saber?**

*Queremos determinar quantas pizzas são necessárias para satisfazer Thuysa e seus convidados no restaurante Matafone.*

**ELABORAÇÃO DE UM PLANO:**

**Como que faço para encontrar este valor?**

*Como cada pizza possui 5 fatias, para saber o total de pizzas temos que saber o total de fatias que as crianças irão comer.* **Como que calculo o total de fatias?**

*Cada criança come duas fatias e há ao total 15 crianças (Thuysa e seus 14 convidados), logo, serão comidas* $15 \times 2 = 30$ *fatias de pizza.*

**EXECUÇÃO DO PLANO:**

**Agora consigo determinar a quantia de pizzas?**

*Sim, basta dividir a quantia de fatias por 5 (número de fatias por pizza), ou seja, serão necessárias* $30 \div 5 = 6$ *pizzas inteiras.*

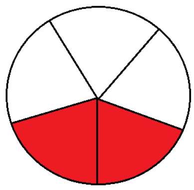
**RESPOSTA: Serão necessárias 15 pizzas para satisfazer Thuysa e seus convidados.**

**RETROSPECTO:**

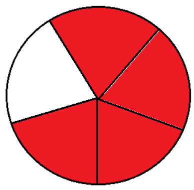
**Existe outra forma de resolver este problema?**

*Sim, uma boa estratégia é fazer um desenho.*

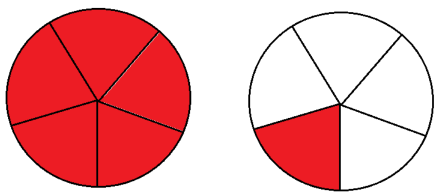
*Para uma criança, são necessárias duas fatias da pizza, tal qual o desenho abaixo:*



*Duas crianças comem ao total duas fatias. Fazendo o desenho desta situação temos:*

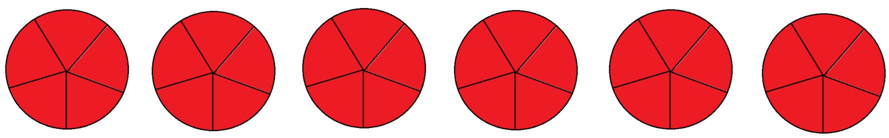


*Três crianças comem ao total seis fatias. Fazendo o desenho desta situação temos:*



*Note que com três crianças serão necessárias duas pizzas para que todas saiam satisfeitas.*

*Agora, as 15 crianças comem ao total 30 fatias de pizza. Fazendo o desenho obtemos:*



*Veja que desenhando cada uma das pizzas conseguimos chegar no mesmo resultado, ou seja, de que Thuysa vai precisar de 6 pizzas inteiras.*

# 5 RESOLUÇÃO DA II ORMM

Para a resolução de problemas, nem sempre consegue-se definir os quatro passos de forma exata. É comum que em muitas resoluções os passos se sopreponham, sendo necessário desenvolver ambos os procedimentos de forma conjunta. Visto isso, nas próximas resoluções não será identificado cada um dos passos do método de Polya, porém eles estarão presentes em cada questão.

**QUESTÃO 1:** Escreva no último retângulo a letra e o número que estão faltando para completar a sequência:

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | D | G | |
| 15 | 21 | 27 | |

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos determinar a letra e o número que estão faltando para completar a sequência.*

**Como posso fazer isso?**

*Não existe um estratégia geral para resolver um problema matemático de sequências, porém geralmente vamos ter um padrão associado à esta sequência e o que podemos fazer é analisar os termos e tantar descobrir este padrão.*

**Como posso determinar este padrão?**

*Primeiro podemos analisar os números: 15, 21 e 27.*

**Existe uma relação entre eles?**

*Sim!* $21 - 15 = 6$ *e* $27 - 21 = 6$*, ou seja, a sequência está aumentando de 6 em 6.*

**Então descobrimos o padrão dos números?**

*Sim, como números estão aumentando de 6 em 6 o número que está no retângulo em branco é o 33.*

**E qual o padrão das letras?**

*Já sabemos que o padrão dos números é que vai aumentado de 6 em 6 então podemos tentar um padrão semelhante para as letras. Vamos pensar na ordem alfabética, a primeira letra a parecer na sequência é a letra A que é a primeira letra do alfabeto, a segunda letra a aparecer na sequência é a letra D que é a quarta letra do alfabeto e a terceira letra a aparecer na sequência é a letra G que é a sétima letra do alfabeto.*

**Então posso concluir que o padrão das letras vai aumentado de três em três letras?**

*Sim. Desta forma a quarta letra da sequência seria a letra J.*

**RESPOSTA: Os retângulos irão ficar da seguinte forma:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | D | G | J |
| 15 | 21 | 27 | 33 |

**Este é o único jeito de resolver este problema?**

*Não. Outra estratégia interessante é a de listar os números e as letras para observar o padrão.*

10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44

A - B - C - D - E - F - G - H - I - J - K - L - M - N - O

*Para fazer esta listagem você não precisa necessariamente listar todos os números e todas as letras, pode ser apenas uma porção próxima aos dados que temos, tal qual realizado acima.*

*Note que usando essa estratégia fica mais fácil de visualizar o padrão, tanto com números quanto com letras, sem contar que ainda podemos determinar, se necessário, os termos além dos solicitados.*

**QUESTÃO 2:** Sofia tem uma calculadora diferente:

- A tecla D divide por 5 o número que está no visor;
- A tecla A apaga o algarismo das unidades que está no visor;
- A tecla T calcula o triplo do número que está no visor;

No visor da calculadore de Sofia está o número 950. Que número aparecerá no visor quando Sofia apertar a sequência de teclas T, A, T, D, T, A, nesta ordem?

Resolução:

**Como resolvo este problema?**

*Este é um problema mecânico no qual teremos que realizar as contas conforme a tecla que Sofia aperta na calculadora. O primeiro número no visor da calculadora de Sofia é o número 950 e a partir dele ela aperta as teclas:*

- **T***(triplica o número)*:

  $950 \times 3 = 2850$
- **A** *(apaga o algarismo das unidades)*

  $2850 \to 285$
- **T***(triplica o número)*:

  $285 \times 3 = 855$
- **D***(divide o número por 5)*:

  $855 \div 5 = 171$
- **T***(triplica o número)*:

  $171 \times 3 = 513$
- **A** *(apaga o algarismo das unidades)*

  $513 \to 51$

**RESPOSTA: Portanto o número que aparece no visor da calculadora de Sofia após ela apertar as teclas é o 51.**

**Existe outra forma de resolver este problema?**

*Sim, uma estratégia interessante é a de resolver utilizando expressões numéricas. O único problema é que você tem que ter mais atenção ao escolher este caminho pois as aperações relacionadas às teclas T e D são facilmente organizadas numa expressão numérica, já a tecla A não. Por isso iremos separar em duas expressões: uma que representa as duas primeiras teclas que Sofia aperta(T e A) e outra as demais teclas(T, D, T, A).*

- **T** *e* **A**:

$$950 \times 3 = 2850$$

$$2850 \rightarrow 285(apertouA)$$

- **T**, **D**, **T** *e* **A**:

$$[(285 \times 3) \div 5] \times 3$$

$$[855 \div 5] \times 3$$

$$171 \times 3$$

$$513$$

$$513 \rightarrow 51(apertouA)$$

**QUESTÃO 3:** Escreva todos os números de três algarismos que podem ser formados com os algarismos 0, 3, 4 e 5, sem repetição de algarismo. Quais deste números são divisíveis por dois?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos determinar todos os números de três algarismos formados pelos algarismos 0, 3, 4 e 5.*

**Como faço isso?**

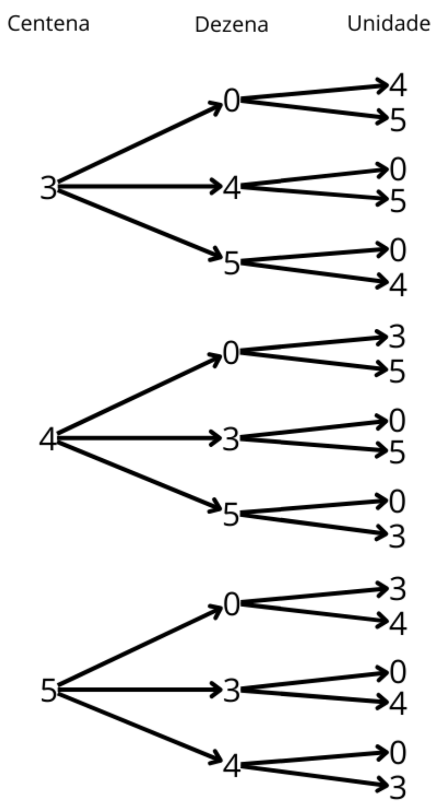
*Uma estratégia muito eficiente para situações como esta é a de desenhar uma árvore de possibilidades.*

**Como que monto a árvore de possibilidades?**

*Na hora de construir a árvore de possibilidades temos que ter atenção a algumas restrições do problema.*

*A primeira delas é que número tem que ter os três algarismos distintos, ou seja, não pode haver números como 440, 300 e 554.*

*A segunda coisa que temos que prestar atenção é que nenhum número pode começar com o zero. Veja só, o número* 054 = 54 *logo possui dois algarismos e não três.*




**Agora consigo listar todos os números?**

*Sim, segue abaixo a lista:*

304 - 305 - 340 - 345 - 350 - 354 - 403 - 405 - 430 - 435 - 450 - 453 - 503 - 504 - 530 - 534 - 540 - 543

**Resolvi tudo que o problema pede?**

*Não, ainda temos que determinar quantos deles são divisíveis por dois.*

**E como posso fazer isso?**

*Um número é divisível por 2 se possui o algarismo das unidades sendo 0, 2, 4, 6, ou 8. Basta analisarmos na lista quais números se enquadram neste critério.*

*Desta forma, os números divisíveis por dois da lista são 304, 340, 350, 354, 430, 450, 504, 530, 534 e 540, totalizando 10 números.*

**Resposta: Os números de três algarismos que podem ser formandos pelos algarismos 0, 3, 4 e 5 sem repetição são 304 - 305 - 340 - 345 - 350 - 354 - 403 - 405 - 430 - 435 - 450 - 453 - 503 - 504 - 530 - 534 - 540 - 543, e destes, 10 são pares (304 - 340 - 350 - 354 - 430 - 450 - 504 - 530 - 534 - 540).**

**Como faço para verificar se cheguei no resultado correto?**

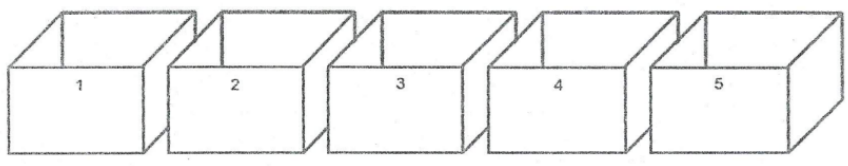
*Outra forma de resolver este problema é listando todas as possibilidades de números:*

300 - 303 - **304** - **305** - 330 - 333 - 334 - 335 - **340** - 343 - 344 - **345** - **350** - 353 - **354** - 355 - 400 - **403** - 404 - **405** - **430** - 433 - 434 - **435** - 440 - 443 - 444 - 445 - **450** - **453** - 454 - 455 - 500 - **503** - **504** - 505 - **530** - 533 - **534** - 535 - **540** - **543** - 544 - 545 - 550 - 553 - 554 - 555

*Note que, da lista acima, apenas os números em negrito satisfazem as condições do enunciado, que são os 18 números encontrados anteriormente. Portanto a resposta está correta.*

*Resolver problemas utilizando de listagens é uma estratégia interessante, porém há de se ter alguns cuidados. Este método não é muito eficiente para listas muito grandes, fazer este processo para situações com muitos números pode demorar muito e não ser eficiente. Temos também que ter a garantia de que nenhum número foi deixado para trás, por isso é importante fazer a listagem com muito cuidado.*

**QUESTÃO 4:** Em um supermercado estão enfileiradas cinco caixas, cada um com um tipo de fruta: maçã, uva, banana, laranja e pera. Veja a posição das caixas na figura:




- As laranjas estão do lado das maçãs.
- As bananas não estão do lado das laranjas, nem das maçãs.
- As uvas estão do lado das bananas, mas não estão do lado nem das laranjas nem das maçãs.

Em qual posição estão as peras.

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber em qual posição estão as peras?*

**Como faço para saber isso?**

*Podemos analisar as afirmações que possuem informações das peras.*

**Mas não tem nenhuma informação sobre as peras nas afirmações, o que faço?**

*Há informações sobre as outras frutas, uma estratégia que podemos tomar é alocar as demais frutas e a caixa que sobrar será a das peras.*

**O que a primeira informação nos diz?**

*Ela diz que as maçãs e as laranjas estã uma ao lado da outra.*

**E a segunda afirmação?**

*Ela diz que as bananas não estão do lado das laranjas nem das maçãs.*

**E o que podemos concluir dessa afirmação?**

*Veja bem, como as laranjas e maçãs estão uma a lado da outra e as bananas não estão ao lado de nenhuma destas duas, tem que haver pelo menos uma fruta entre as bananas e a dupla de laranjas e maçãs.*

**E a terceira afirmação, o que ela diz?**

*Ela diz que as uvas estão ao lado das bananas, mas não estão do lado nem das laranjas nem das maçãs.*

*Veja que podemos concluir que a uva não pode ficar entre as bananas e a dupla de laranjas e maçãs e a única fruta que pode ficar nessa posição são as peras.*

*Em outras palavras, as peras vão ficar no meio, as uvas e bananas de uma lado e as laranjas e maçãs do outro.*

**RESPOSTA: As peras vão ficar na caixa número 3.**

**E quanto as demais frutas, vão ficar em quais posições?**

*Note que não importa o lado que cada par(uvas/bananas e laranjas/maçãs) está e nem a ordem dentro dele pois não há nenhuma restrição quanto a isso. Veja que, conferindo as três afirmações, o lado que cada par estiver não importa:*

**Afirmação 1: As laranjas estão do lado das maçãs.**

*Verificada esta afirmação, já que o par laranjas/maçãs está ou nas caixas 1 e 2 ou nas caixas 4 e 5.*

**Afirmação 2: As bananas não estão do lado das laranjas, nem das maçãs.**

*Se as maçãs e laranjas estão nas caixas 1 e 2, as uvas e bananas nas caixas 4 e 5 e se as maçãs e laranjas estão nas caixas 4 e 5, as uvas e bananas nas caixas 1 e 2.*

**Afirmação 3: As uvas estão do lado das bananas, mas não estão do lado nem das laranjas nem das maçãs.**

*Se as bananas e uvas estão nas caixas 1 e 2 elas estão uma ao lado da outra e separadas das maçãs e bananas pelas peras e se as bananas e uvas estão nas caixas 4 e 5 elas estão uma ao lado da outra e separadas das maçãs e bananas pelas peras.*

*Portanto a resposta está correta!*

**QUESTÃO 5:** Pedro tem uma corda com 72 m de comprimento. Com um terço dessa corda ele fez o contorno de um retângulo, usando todo o pedaço da corda.

As medidas dos lados do retângulo são números inteiros. Ele tem mais de uma opção para escolher as medidas dos lados do retângulo.

Quais são as opções de Pedro? Desenhe todas elas indicando as medidas dos lados do retângulo.

Resolução:

**O que quero saber neste problema?**

*Queremos determinar quantos retângulos Pedro consegue construir com um pedaço de corda.*

**Quanto mede o pedaço que ele quer usar?**

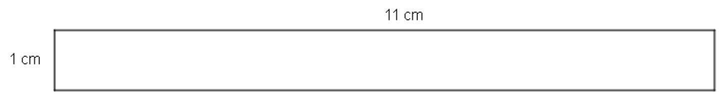
*O pedaço que ele quer usar mede um terço de uma corda com 72cm de comprimento, logo vai medir* $72 \div 3 = 24$ *cm.*

**Como eu determino os possíveis retângulos?**

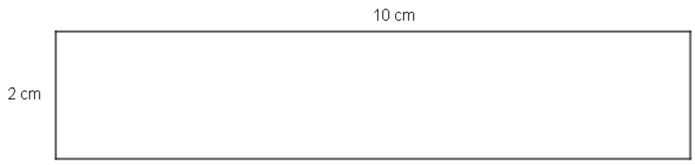
*Uma estratégia que podemos utilizar é fazer uma tentativa e erro para as possíveis medidas dos lados, mas não de forma aleatória e sim de modo guiado, ou seja, vamos começar analisando o que acontece se um dos lados mede 1 cm e gradualemtne iremos aumentando essa medida e vendo o que acontece.*

*Lembre-se que em um retângulo os seus lados opostos possuem mesma medida.*

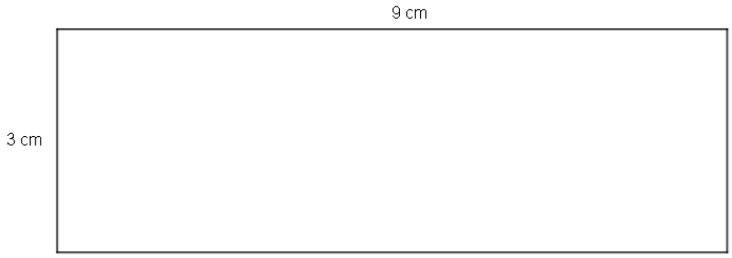
- *Um par de lados medindo 1 cm: Neste caso sobram* $24 - 1 - 1 = 22$ *cm de corda, logo cada um dos dois outros lados deve medir* $22 \div 2 = 11$ *cm.*



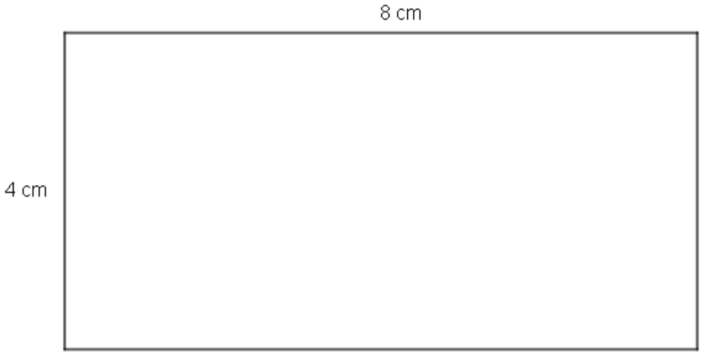

- *Um par de lados medindo 2cm: Neste caso sobram* $24 - 2 - 2 = 20$ *cm de corda, logo cada um dos dois outros lados deve medir* $20 \div 2 = 10$ *cm.*



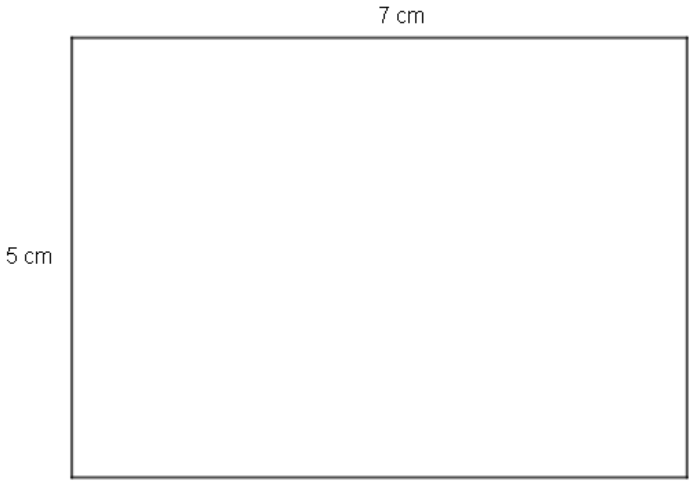

- *Um par de lados medindo 3 cm: Neste caso sobram* $24 - 3 - 3 = 18$ *cm de corda, logo cada um dos dois outros lados deve medir* $18 \div 2 = 9$ *cm.*



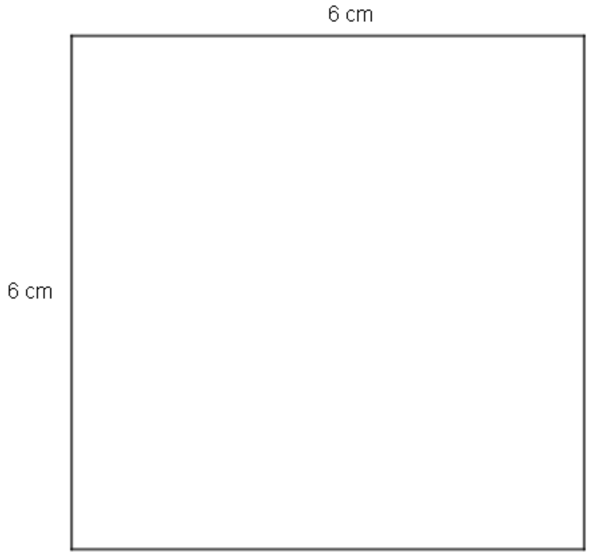

- *Um par de lados medindo 4 cm: Neste caso sobram* $24 - 4 - 4 = 16$ *cm de corda, logo cada um dos dois outros lados deve medir* $16 \div 2 = 8$ *cm.*




- *Um par de lados medindo 5cm: Neste caso sobram* $24 - 5 - 5 = 14$ *cm de corda, logo cada um dos dois outros lados deve medir* $14 \div 2 = 7$ *cm.*




- *Um par de lados medindo 6 cm: Neste caso sobram* $24 - 6 - 6 = 16$ *cm de corda, logo cada um dos dois outros lados deve medir* $12 \div 2 = 6$ *cm.*




**RESPOSTA: Desta forma, Pedro possui 6 opções para contornar os retângulos com uma corda.**

**Encontrei o que o problema pedia?**

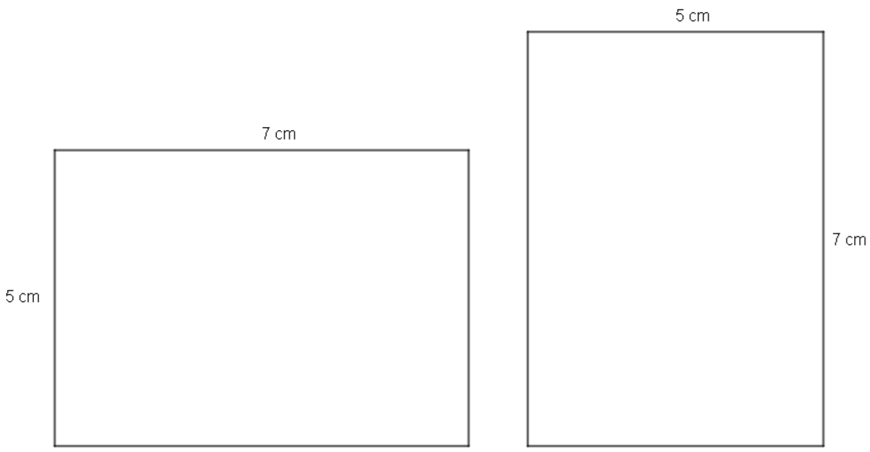
*Sim, determinamos que todos os possíveis retângulos com as medidas dos lados medindo números inteiros que podemos construir com uma corda de 72 m.*

**Verifiquei todas as possibilidades?**

*Não. Não verificamos situações que tenham as medidas dos lados medindo valore maiores que 6 cm.*

**Por que não posso ter o primeiro par de lados medindo valores maiores do que 6 cm?**

*Veja que o caso em que dois lados medem 7 cm teremos os demais lados medindo 5 cm, que é uma repetição de um caso anterior, logo não conta como um novo retângulo, ele apenas está em uma posição diferente, tal qual na figura abaixo:*




*A mesma coisa acontece com as medidas de 8 cm, 9 cm, 10 cm e 11 cm.*

*Agora para lados medindo mais do que 11 cm temos uma situação diferente. Imagine que um par de lados meça 12 cm, como* $12 + 12 = 24$ *não sobra nenhum* *centímetro de corda para Pedro contornar os demais lados. Isso vale para a medida de 12 cm e todos as demais medidas maiores que 12 cm.*

# 6 RESOLUÇÃO DA III ORMM

**QUESTÃO 1:** O segredo de um cofre é um número de quatro algarismo, mas só conhecemos o segundo algarismo. Para descobrir o segredo, complete os quadradinhos para formar o número, seguindo as instruções:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8 | | |
| $1^o$ | $2^o$ | $3^o$ | $4^o$ |

1º) O segundo algarismo é o dobro do primeiro algarismo, somado com 2.

2º) O terceiro algarismo é a diferença entre o segundo algarismo e o primeiro algarismo.

3º) A soma de todos os algarismos é 18.

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber o segredo do cofre.*

**Como faço para saber isso?**

*Podemos seguir as instruções dadas.*

**O que a primeira informação diz?**

*Ela diz que o segundo algarismo é o dobro do primeiro algarismo somado de 2.*

**Tenho alguma informação sobre o primeiro e o segundo algarismo?**

*Temos informação apenas do segundo algarismo, que é 8.*

**Como que essas informações podem me ajudar?**

*Podemos descobrir o primeiro algarismo realizando um procedimento chamado de Operação Inversa. Veja bem, se tivéssemos o primeiro algarismo, para descobrir o segundo bastaria multiplicar por 2 e depois somar 2. Utilizando a Operação Inversa, vamos fazer o procedimento inverso partindo do segundo algarismo e descobrindo o primeiro, ou seja, subtraímos 2 unidades do segundo algarismo e depois dividimos o resultado por 2.*

$8 - 2 = 6$

$6 \div 3 = 3$

*Desta forma o primeiro algarismo da senha é o número 3.*

**Agora, o que a segunda informação diz?**

*Ela diz que o terceiro algarismo é a diferença entre o segundo e o primeiro. Bom, como já descobrimos o primeiro algarismo, basta realizar a diferença, ou seja, o terceiro algarismo é* $8 - 3 = 5$*.*

**E a terceira informação, o que ela diz?**

*Ela diz que a soma de todos os algarismos é 18.*

**Quantos algarismos da senha ainda tenho que descobrir?**

*Apenas um, o quarto algarismo.*

**Como faço para descobrir isso?**

*Bom, já sabemos os três primeiros algarismos, basta somá-los e ver quanto falta para chegar à 18. Este número é o quarto algarismo.*

*Veja que somando os três primeiros algarismos obtemos* $3 + 8 + 5 = 16$*. Como* $18 - 16 = 2$*, então o quarto algarismo é 2.*

**RESPOSTA: Portanto o segredo é 3 8 5 2.**

**Como faço para veirificar se minha resposta está correta?**

*Podemos ver se a senha confere com as três informações dadas no enunciado.*

**PRIMEIRA INFORMAÇÃO: O segundo algarismo é o dobro do primeiro algarismo, somado com 2.**

*Como o primeiro algarismo é o 3, temos que* $3 \times 2 = 6$ *e* $6 + 2 = 8$*.*

**SEGUNDA INFORMAÇÃO: O terceiro algarismo é a diferença entre o segundo algarismo e o primeiro algarismo.**

*O primeiro algarismo é 3 e o segundo é o 8, logo* $8 - 3 = 5$*.*

**TERCEIRA INFORMAÇÃO: A soma de todos os algarismos é 18.**

*Bom, somando* $3 + 8 + 5 + 2 = 18$*.*

*Portanto todas as informações conferem com o segredo.*

**QUESTÃO 2:** A escola Saber organizou uma excursão dos alunos dos quintos anos para conhecer um museu. Foram dois ônibus com 43 lugares cada um e quatro vans com 12 lugares cada uma. Além dos alunos, haverá um professor em cada veículo. Três décimos dos alunos vão de van e não sobra lugar nos dois ônibus.

a) Quantos alunos foram visitar o museu de ônibus? Quantos alunos foram de van?

b) Sobrarão lugares nas vans?

Resolução:

**Item a)**

**O que quero saber?**

*Primeiro queremos encontrar o número de alunos que foram visitar o museu de ônibus.*

**Como faço para encontrar esse número?**

*Veja que há um total de dois ônibus com 43 lugares cada um, porém um destes lugares é destinado a um professor, logo, há ao total* $42 \times 2 = 84$ *alunos que foram a excursão de ônibus.*

**E de van, quantos alunos foram à excursão de van?**

*Veja que a quantia que representa os alunos que foram de van é de três décimos do total de alunos que foram a excursão.*

**Mas o que significa três décimos?**

*Três décimos significa três partes de dez, ou seja, o total de alunos da excursão foi dividido em 10 grupos iguais e três destes grupos foram de van para a excursão.*

*Pense bem, se três destes grupos foram de van, então os outros sete foram de ônibus, logo sete décimos dos alunos foram de ônibus à excursão, ou seja, 84 alunos.*

*Bom, se em sete décimos(sete grupos) há 84 alunos, então em um décimo há* $84 \div 7 = 12$ *alunos.*

**Agora consigo definir quantos alunos foram de van?**

*Sim. Veja que se um décimo representa 12 alunos, então três décimos representam* $3 \times 12 = 36$ *alunos.*

**RESPOSTA: 84 alunos foram de ônibus e 36 alunos foram de van para e excursão.**

**Item b)**

**O que quero saber?**

*Queremos saber se irão sobrar lugares nas vans.*

**Como posso verificar isso?**

*Veja que podemos calcular as vaga que sobraram fazendo o total de vagas menos a quantia de vagas utilizadas.*

**Qual o total de vagas?**

*Há quatro vans com 12 lugares cada uma, logo, ao total há* $12 \times 4 = 48$ *lugares.*

**Qual o total de vagas utilizadas?**

*Do item anterior sabemos que há 36 alunos que irão de van mais 4 professores(cada van tem que ter um professor), totalizando* $36 + 4 = 40$ *vagas utilizadas.*

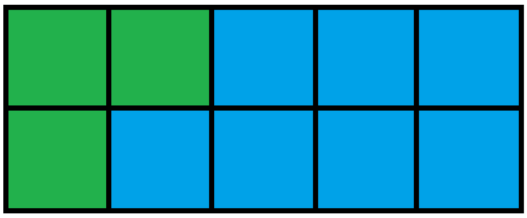
**Agora consigo calcular se sobrarão vagas?**

*Sim, irão sobrar* $48 - 40 = 8$ *vagas.*

**RESPOSTA: Sobrarão 8 lugares nas vans.**

**Existe outra forma de visualizar o problema?**

*Partindo de que sabemos que 84 alunos foram à excursão de ônibus, queremos descobrir quantos foram de van. Como sabemos que a quantia de alunos que foram de van representa três décimos do total de alunos, podemos representar a situação através de um desenho.*



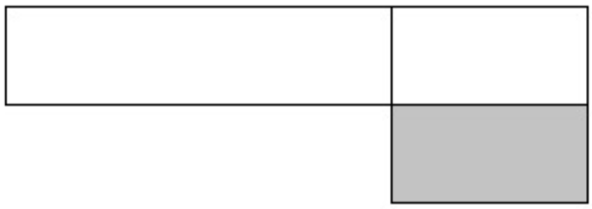
*Analisando o desenho acima, pense no retângulo maior representando o total de alunos que vão à excursão. Dividir os alunos em décimos significa dividir todos os alunos em 10 grupos com iguais quantias de alunos e cada um dos quadrados menores representa um destes grupos.*

*Saber que os alunos que vão de van à excursão representam três décimos do total de alunos significa que três destes grupos vão de van à excursão, no desenho acima, representados de verde. De forma análoga, sete décimos dos alunos vão a excursão de ônibus, ou seja, sete grupos, representados de azul.*

*Como 84 alunos vão de ônibus e isso representa sete décimos, logo cada grupos tem que possuir* $84 \div 7 = 12$ *alunos.*

*Em outras palavras, cada quadradinho do desenho representa um grupo de doze alunos. Como há três quadrados verdes, há um total de* $3 \times 12 = 36$ *alunos que vão de van para à excursão.*

**QUESTÃO 3:** A figura abaixo é o desenho da planta da oficina do seu João. A área total da oficina é 80 $m^2$. Os retângulos pequenos têm a mesma área e o retângulo grande tem o dobro da área do retângulo pequeno. Seu João quer colocar um novo piso na área pintada de cinza na figura. Um metro quadrado de piso custa $R\$ \ 30,00$.



a) Quanto pagará seu João pelo piso novo?

b) Se o trabalho do pedreiro custa $R\$ \ 40,00$ por metro quadrado, quanto pagará seu João pelo total da obra?

Resolução:

**Item a)**

**O que quero saber?**

*Queremos saber quantos reais João pagará no seu piso novo.*

**Como que faço para calcular o valor que João irá gastar?**

*O metro quadrado do piso custa* $R\$ \ 30,00$ *e para calcular o valor do piso novo de João basta multiplicar o valor do piso pela quantia de metros quadrados.*

**Como faço para descobrir a quantia de metros quadrados do piso de João?**

*João irá colocar piso novo somente na área pintada. Basicamente, temos que encontrar a quantia de metros quadrados da área pintada.*

**Como que faço para determinar o tamanho da área pintada?**

*Sabemos que a área do retângulo maior equivale ao dobro da área de cada um dos retângulos menores(que são iguais), ou seja, a área do retângulo maior é igual soma das áreas dos retângulos menores. Como a área total da oficina mede* $80 \ m^2$*, então a área do retângulo maior mede* $40 \ m^2$ *e a área dos dois retângulos menores mede* $40 \ m^2$*.*

*Os dois retângulos menores são iguais e a área dos dois mede* $40 \ m^2$*, logo cada um deles mede* $40 \div 2 = 20 \ m^2$*.*

**Agora consigo determinar quanto João irá gastar?**

*Sim, multiplicando o valor do piso pela quantia de metros quadrados obtemos* $30 \times 20 = 600$ *reais.*

**RESPOSTA: João pagará 600 reais pelo seu novo piso.**

**Item b)**

**Como faço para calcular o valor total da obra?**

*O valor total da obra é composto pelo custo do piso mais o custo da mão de obra do pedreiro?*

**Como que faço para calcular o valor da mão de obra?**

*Veja que vamos realizar o mesmo raciocínio do item anterior: multiplicar o valor do piso pela quantia de metros quadrados.*

$40 \times 20 = 800$.

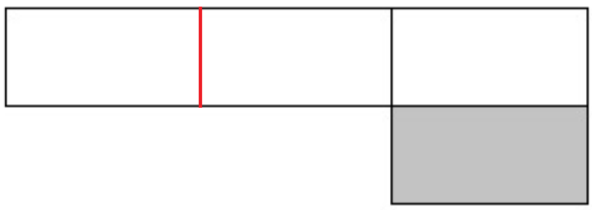
**Agora, consigo calcular o valor total da obra?**

*Sim, somando o valor do piso mais o valor da mão de obra seu João pagará* $600 + 800 = 1400$ *reais.*

**RESPOSTA: João pagará 1400 reais pelo seu novo piso.**

**De que outra forma posso resolver este problema?**

*Como a área do retângulo maior é o dobro da área de cada um dos retângulos menores, podemos dividir ele em dois retângulos menores de mesma área, tal qual a imagem abaixo:*



*Desta forma, a figura que representa a planta da oficina de seu João está dividida em quatro retângulos de mesma área.*

*Como a área total da oficina mede* $80\ m^2$ *e está dividida em quatro retângulos, cada um dele mede* $80 \div 4 = 20\ m^2$.

*Veja que, para trocar o piso de cada metro quadrado, haverá um custo de* $R\$\ 70,00$*(*$R\$\ 30,00$ *do piso mais* $R\$\ 40,00$ *do trabalho do pedreiro). Como são, ao total,* $20\ m^2$ *o custo total será de* $70 \times 20 = 1400$ *reais.*

**QUESTÃO 4:** Um número de dois algarismos é Leal quando duas coisas acontecem ao mesmo tempo:

1º) O número é ímpar;

2º) A diferença entre o maior algarismo e o menor algarismo do número também é um número ímpar.

Por exemplo: 29 é um número Leal, pois 29 é um número ímpar e $9 - 2 = 7$ também é ímpar. Quantos números Leais existem?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber quantos números Leais existem.*

**O que é um número Leal?**

*É um número com dois algarismos que atende a duas condições.*

**Como que faço para saber quantos números Leais existem?**

*Podemos fazer análise das duas afirmações.*

**O que a primeira afirmação diz?**

*A primeira afirmação diz que para se um número Leal, ele deve ser ímpar.*

**E sobre a segunda afirmação?**

*Ela diz que a diferença entre o maior e o menor algarismo tem que ser um número ímpar.*

**O que sei sobre a diferença entre números pares e ímpares?**

*Veja bem, temos três possíveis situação:*

- *1ª) A diferença entre dois números pares resulta em um número par. Por exemplo* $14 - 10 = 4$ *e* $74 - 22 = 52$.
- *2ª) A diferença entre dois números ímpares resulta em um número par. Por exemplo* $23 - 5 = 18$ *e* $97 - 31 = 36$.
- *3ª) A diferença entre um número par e um número ímpar resulta em um número ímpar. Por exemplo* $54 - 13 = 41$ *e* $89 - 51 = 37$.

**Como que esta informação pode me ajudar?**

*Como o número Leal tem que ser ímpar, os únicos possíveis números para o algarismo das unidades são: 1, 3, 5, 7 ou 9.*

*A única situação que o resultado da diferença é ímpar ocorre quando há um número par e outro ímpar e como o algarismo das unidades já é ímpar, obrigatoriamente o algarismo das dezenas tem que ser par, ou seja, 2, 4, 6 e 8.*

**Então quais são os números Leais?**

*Listando todos eles:*

$$21 - 23 - 25 - 27 - 29$$

41 – 43 – 45 – 47 – 49

61 – 63 – 65 – 67 – 69

81 – 83 – 85 – 87 – 89

**RESPOSTA: Portanto, realizando a contagem, obtemos 20 números Leais.**

**De que outra forma consigo resolver este problema?**

*Também podemos fazer uma listagem com todos os números de 10 a 99, selecionando os números ímpares que possuem um algarismo par e outro ímpar:*

10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19

20 – 21 – 22 – 23 – 24 – 25 – 26 – 27 – 28 – 29

30 – 31 – 32 – 33 – 34 – 35 – 36 – 37 – 38 – 39

40 – 41 – 42 – 43 – 44 – 45 – 46 – 47 – 48 – 49

50 – 51 – 52 – 53 – 54 – 55 – 56 – 57 – 58 – 59

60 – 61 – 62 – 63 – 64 – 65 – 66 – 67 – 68 – 69

70 – 71 – 72 – 73 – 74 – 75 – 76 – 77 – 78 – 79

80 – 81 – 82 – 83 – 84 – 85 – 86 – 87 – 88 – 89

90 – 91 – 92 – 93 – 94 – 95 – 96 – 97 – 98 – 99

*Veja que também obtemos 20 números Leais.*

# 7 RESOLUÇÃO DA IV ORMM

**QUESTÃO 1:** Escrever todos os números de três algarismos diferentes seguindo as instruções:

a) Todos os números são múltiplos de 5.

b) Em cada número, o algarismo da centena é igual à soma dos algarismos da dezena e da unidade.

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos determinar a quantia de números de três algarismos que satisfazem as condições do enunciado.*

**Como que faço para determinar a quantia de números que seguem as condições acima?**

*Podemos analisar cada uma das afirmações.*

**O que diz a primeira afirmação?**

*Ela diz que todos os números devem ser múltiplos de 5, ou seja, o algarismo da unidade sempre vai ser o 0 ou 5. Representando o algarismo da centena pelo símbolo* $\Delta$ *e o algarismo das dezenas pelo símbolo* $\bigcirc$ *temos duas possibilidades de números:*

- $\Delta \bigcirc 5$
- $\Delta \bigcirc 0$

**E a segunda afirmação?**

*Ela diz que o algarismo da centena é igual a soma dos algarismos da dezena e unidade, ou seja, temos dois casos:*

*CASO 1:* $\Delta = \bigcirc + 5$

*Como* $\Delta$ *é o algarismo da centena, ele pode ser somente os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9, mas ele também tem que ser a soma de* $\bigcirc$ *e* 5*. Note que* $\Delta$ *não pode ser os números 1, 2, 3 e 4 pois nenhum destes valores pode ser o resultado de uma soma com 5. Veja ainda que* $\Delta$ *não pode ser o número 5 também, já que todos os algarismos são distintos. Visto isso, resta-no apenas as situações em em* $\Delta$ *é 6, 7, 8 ou 9.*

- $\Delta$ *vale 6. Neste caso* $\bigcirc$ *vale 1 e temos o número* 615*, pois* $6 = 1 + 5$*.*
- $\Delta$ *vale 7. Neste caso* $\bigcirc$ *vale 7 e temos o número* 725*, pois* $7 = 2 + 5$*.*
- $\Delta$ *vale 8. Neste caso* $\bigcirc$ *vale 3 e temos o número* 835*, pois* $8 = 3 + 5$*.*
- $\Delta$ *vale 9. Neste caso* $\bigcirc$ *vale 4 e temos o número* 945*, pois* $9 = 4 + 5$*.*

*Portanto neste primeiro caso temos quatro possível números que satisfazem o enunciado: 615, 725, 835 e 945.*

*CASO 2:* $\Delta = \bigcirc + 0$

*Neste caso temos que o algarismo das unidades é o número 0. Veja bem, o número 0 é o elemento neutro da soma, ou seja, somar zero não influencia no resultado da soma, logo, dizer* $\Delta = \bigcirc + 0$ *ou* $\Delta = \bigcirc$ *não faz diferença. Portanto os números que se enquadram no segunda caso possuem* $\Delta$ *igual ao* $\bigcirc$ *e seriam os números* $110, 220, 330, 440, 550, 660, 770, 880$ *e* $990$*. Porém nenhum destes números satisfaz o enunciado, já que os três algarismos tem que serem distintos.*

*Concluímos assim que no segundo caso, não há nenhum número que satisfaz o enunciado.*

**RESPOSTA: Portanto os números que satisfazem o enunciado são 615, 725, 835 e 945.**

**Como consigo verificar se o resultado está correto?**

*Uma outra forma de resolver este problema é listando todos os possíveis números e depois selecionar aqueles que satisfazem o enunciado.*

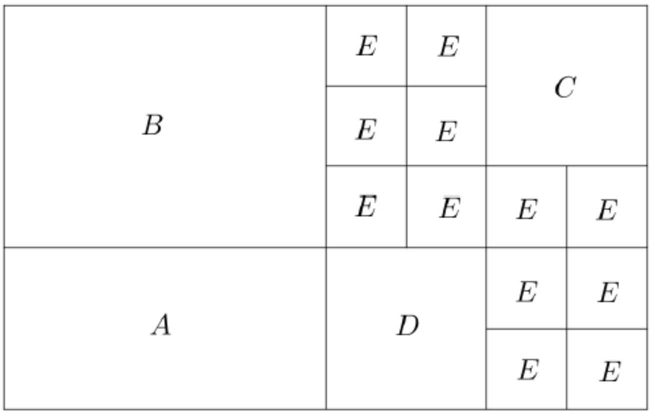
**Então eu teria que listar todos os números de de três algarismos?**

*Não necessariamente, podemos fazer uma listagem seletiva, ou seja, listar apenas uma quantia de números que nos interessa. Neste caso, podemos listar todos os números de três algarismos que terminam em 0 ou 5.*

100 - 105 - 110 - 115 - 120 - 125 - 130 - 135 - 140 -145 - 150 - 155 - 160 - 165 -
170 - 175 - 180 - 185 - 190 - 195 - 200 - 205 - 210 - 215 - 220 - 225 - 230 - 235 - 240
-245 - 250 - 255 - 260 - 265 - 270 - 275 - 280 - 285 - 290 - 295 - 300 - 305 - 310 - 315 -
320 - 325 - 330 - 335 - 340 -345 - 350 - 355 -360 - 365 - 370 - 375 - 380 - 385 - 390 -
395 - 100 - 105 - 110 - 115 - 120 - 125 - 130 - 135 - 140 -145 - 150 - 155 - 160 - 165 -
170 - 175 - 180 - 185 - 190 - 195 - 400 - 405 - 410 - 415 - 420 - 425 - 430 - 435 - 440
-445 - 450 - 455 -460 - 465 - 470 - 475 - 480 - 485 - 490 - 495 - 500 - 505 - 510 - 515 -
520 - 525 - 530 - 535 - 540 -545 - 550 - 555 - 560 - 565 - 570 - 575 - 580 - 585 - 590 -
595 - 600 - 605 - 610 - 615 - 620 - 625 - 630 - 635 - 640 -645 - 650 - 655 - 660 - 665 -
670 - 675 - 680 - 685 - 690 - 695 - 700 - 705 - 710 - 715 - 720 - 725 - 730 - 735 - 740
-745 - 750 - 755 - 760 - 765 - 770 - 775 - 780 - 785 - 790 - 795 - 800 - 805 - 810 - 815 -
820 - 825 - 830 - 835 - 840 -845 - 850 - 855 - 860 - 865 - 870 - 875 - 880 - 885 - 890 -
895 - 900 - 905 - 910 - 915 - 920 - 925 - 930 - 935 - 940 -945 - 950 - 955 - 960 - 965 -
970 - 975 - 980 - 985 -990 - 995

*Analisando as possibilidades, encontramos os números 615, 725, 835 e 945.*

**QUESTÃO 2:** Um jardim retangular foi dividido como na figura a seguir.




Sabemos que:
(i) Os canteiros C, D e E são quadrados.
(ii) A e B são canteiros retangulares.
(iii) Cada canteiro E tem 1 metro quadrado de área.
(iv) O canteiro A tem área de 8 metros quadrados.
Pergunta-se:
a) Qual é a área do canteiro B?
b) Qual é a área total do jardim?

Resolução:
**Item a):**
**O que quero saber?**
*Queremos saber a área do canteiro B.*
**Como que calculo a área do canteiro B?**
*Veja bem, de acordo com a afirmação (ii) o canteiro B é um retângulo e a área de um retângulo calcula-se multiplicando a altura pelo comprimento do retângulo.*
**Como que faço para determinar a altura do canteiro B?**
*Bom, note na figura que um dos lados que representa a altura do canteiro B coincide com três alturas de canteiros E, logo para determinar o a altura do canteiro B é preciso determinar a altura do canteiro E.*
**Como faço para determinar a altura do canteiro E?**
*Sabemos que os canteiros E são quadrados(ou seja, a sua altura e seu comprimento são iguais) e que a área do centeiro E é de 1 metro quadrado. Veja bem, para determinar a área de um quadrado, multiplicamos sua altura e seu comprimento. Neste caso, a altura e o comprimento são iguais e a área mede 1 metro quadrado. Desta forma, qual seria o número inteiro positivo que multiplicado por ele mesmo resulta em 1? SIM, o próprio número UM. Portanto o tamanho do lado dos canteiros E medem 1 metro.*

**Agora consigo determinar a altura do canteio B?**

*Sim. Como a altura do canteiro B é três vezes a altura do centeiro E, logo a altura do canteiro B mede* $3 \times 1 = 3$ *metros .*

**Agora, como faço para determinar o comprimento do canteiro B?**

*Veja que o comprimento do canteiro B coincide com o comprimento do canteiro A.*

**Como faço para determinar o comprimento do canteiro A?**

*Sabemos que o canteiro A é um retângulo e sua área mede 8 metros quadrados. Veja bem, precisamos encontrar o comprimento do canteiro A e já temos sua área, note que para encontrar essa informação precisamos da altura do canteiro A.*

**Como faço para determinar a altura do canteiro A?**

*Veja que a altura do canteiro A coincide com a altura do canteiro D.*

**Qual a altura do canteiro D?**

*Veja que a altura do canteiro D é a mesma de dois canteiros E. Como sabemos que cada canteiro E possui 1 metro de largura, então a altura do canteiro D possui* $2 \times 1 = 2$ *metros de comprimento.*

**O que concluo disso?**

*Concluímos que a altura do canteido D mede 2 metros, logo a altura do canteiro A também mede 2 metros.*

**Agora consigo determinar o comprimento do canteiro A?**

*Sim. Veja bem, a área do canteiro A mede 8 metros quadrados e a altura mede 2 metros, sabendo que a área é a multiplicação da altura pela largura, qual número que multiplicado por 2 resulta em 8? O número 4! Portanto o comprimento do canteiro A mede 4 metros, logo o comprimento do canteiro B também mede 4 metros.*

**Agora consigo calcular a área do canteiro B?**

*Sim, basta multiplicar a altura e o comprimento do canteiro B. Como já descobrimos que a altura mede 3 metros e o comprimento mede 4 metros, a área do canteiro B mede* $3 \times 4 = 12$ *metros quadrados.*

**RESPOSTA: Portanto o canteiro B mede 12 metros quadrados.**

**Item b):**

**O que quero saber?**

*A área total do jardim.*

**Como faço para calcular isso?**

*O jardim possui formato de retângulo, logo basta multiplicar as medidas do comprimento e altura do jardim.*

**Quanto mede o comprimento do jardim?**

*Veja que um dos lados que representa o comprimento do jardim coincide com o lado do comprimento do canteiro A, lado do comprimento do canteiro D e lado do comprimento de dois canteiros E.*

*Como o comprimento do canteiro A mede 4 metros, o comprimento do canteiro D mede 2 metros e o comprimento de cada canteiro E mede 1 metro, o comprimento do jardim mede* $4 + 2 + 2 \times 1 = 8$ *metros.*

**Quanto mede a altura do jardim?**

*Veja que um dos lados que representa a altura do jardim coincide com o lado da altura do canteiro A e o lado da altura do canteiro B.*

*Como a altura do canteiro A mede 2 metros e a altura do canteiro B mede 3 metros, a altura do jardim mede* $2 + 3 = 5$ *metros.*

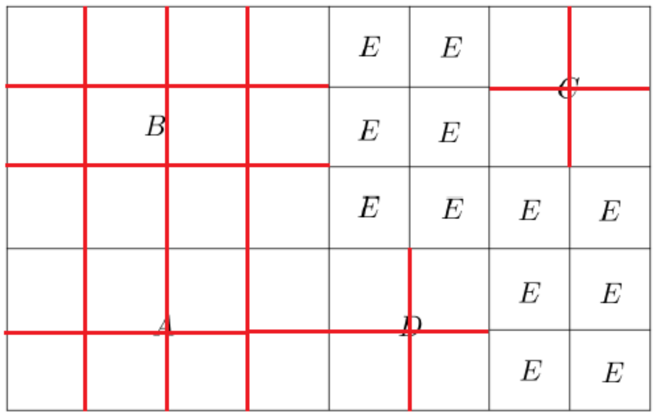
**Agora consigo calcular a área do jardim?**

*Sim, o jardim mede* $8 \times 5 = 40$ *metros quadrados.*

**RESPOSTA: Portanto o jardim mede 40 metros quadrados.**

**Como consigo tirar a prova real?**

*Uma forma de resolver problema como este é dividirmos todo o jardim em figuras menores que nos sirvam de referencial, neste caso vamos utilizar a área de um canteiro E tal qual o desenho abaixo:*




*Como cada canteiro E possui área de 1 metro quadrado, fica fácil de resolver o problema, basta contar quantos canteiros E cabem em cada canteiro.*

*Desta forma, a área do canteiro B mede 12 metros quadrado e a área total do jardim mede 40 metros quadrados.*

**QUESTÃO 3:** Os alunos do quinto ano da escola Sabetudo queriam fazer uma festa junina. Para dançar a quadrilha, foram feitos 32 pares de alunos (uma menina e um menino), mas um quinto dos meninos ficou sem par. Quantos alunos do quinto ano há na escola Sabetudo? Quantos meninos? Quantas meninas?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Há três perguntas que devemos responder.*

**Qual a ordem que posso responder as perguntas?**

*Veja que a quantia total de alunos do quinto ano é a soma da quantia de meninos com a quantia de meninas. Como estas duas informações também são questionamentos do problema, seria conveniente deixar para calcular por último a quantia total de alunos.*

*Quanto a quantia de meninos e meninas, como temos menos condições para determinar a quantia de meninas, podemos começar com esta informação e depois determinar a quantia de meninos.*

*Primeiro vamos determinar a quantia de meninas, depois a quantia de meninos e por fim o total de alunos no quinto ano. Apesar de termos determinado esta ordem, não há um regra geral que determine qual informação deve ser encontrada primeiro.*

**Como que sei a quantia de meninas?**

*Há ao total 32 pares de alunos, como cada par é composto por uma menina então há ao total 32 meninas.*

**E como que consigo saber a quantia de meninos?**

*Sabemos que há 32 meninos que vão dançar quadrilha e que um quinto dos meninos ficou sem par. Basta descobrirmos quantos alunos ficaram sem par.*

**O que significa dizer que um quinto dos meninos ficou sem par?**

*Significa que os meninos foram divididos em 5 grupos e em um destes grupo estão os meninos que ficaram sem par, logo meninos de 4 destes grupos possuem uma dupla(em outras palavras quatro quintos dos meninos possuem par).*

**Quantos alunos há em cada grupo?**

*Sabemos que ao total 32 meninos conseguiram um par para dançar e que esta quantia representa quatro quintos do total de alunos, assim, dividindo* $32 \div 4 = 8$ *e, portanto, cada quinto possui 8 meninos.*

**Agora eu sei quantos meninos ficaram sem par?**

*Sim, como um quinto dos alunos ficou sem par, então 8 alunos ficaram sem par.*

**Qual o total de meninos?**

*Somando 32 meninos que possuem par com 8 meninos que não possuem par, resulta em* $32 + 8 = 40$.

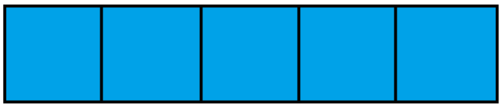
**Agora consigo determinar o total de alunos?**

*Sim, são 32 meninas mais 40 meninos resultando em* $32 + 40 = 72$ *alunos.*

**RESPOSTA: Nesta turma de quinto ano há ao total 72 alunos, sendo 40 meninos e 32 meninas.**

**Como faço para verificar que o resultado está correto?**

*Uma estratégia eficiente para verificar se a resposta está correta é a elaboração de um desenho conforme a figura abaixo.*



*Analisando o desenho acima, pense no retângulo maior representando o total de meninos do quinto ano. O enunciado diz que um quinto dos meninos ficou sem par de dança, ou seja, ao dividir os meninos em cinco grupos iguais, um deles irá conter os meninos que não vão ter par de dança. No desenho, cada quadrado representa um quinto dos meninos.*

*Há ao total 32 meninas e veja que este número representa a mesma quantia que quatro quintos dos meninos. Desta forma podemos concluir que cada quadrado representa* $32 \div 4 = 8$ *meninos.*

*Assim, podemos concluir que há na escola Sabetudo 72 alunos, sendo 40 meninos e 32 meninas.*

**QUESTÃO 4:** Na festa de Joãozinho há 19 mesas retangulares para seis pessoas: duas pessoas sentam-se em cada lado da mesa e uma pessoa senta-se em cada ponta. O pai de Joãozinho resolveu juntar todas as mesas pelo menor lado, e fazer uma única mesa comprida, conforme a figura. Todas as crianças se sentaram e sobraram três lugares. Quantas crianças havia na festa?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber quantas crianças haviam na festa.*

**Como faço para descobrir isso?**

*Sabemos que todas as crianças sentaram na mesa e sobraram três lugares, logo basta calcular o total de lugares na mesa e depois subtrair três unidades.*

**Como faço para calcular a quantia de lugares na mesa?**

*Uma criança pode sentar ou na ponta da mesa ou no lado da mesa. Vamos calcular a quantia de criançar em cada uma das situações.*

**Como que calculo a quantia de lugares nas pontas?**

*Como as mesas estão alinhadas de forma a possuir apenas uma grande mesa comprida, existem apenas duas pontas e em cada uma delas há lugar para uma criança. Portanto há dois lugares para as crianças sentarem nas pontas.*

**Como que calculo a quantia de crianças sentadas nos lados das mesas?**

*Em cada lado de uma mesa há lugar para duas pessoas e cada mesa possui dois lados, logo, em cada mesa há* $2 \times 2 = 4$ *lugares. Como há um total de 19 mesas, então há ao total* $19 \times 4 = 76$ *espaços para as crianças sentarem nos lados das mesas.*

**Qual o total de crianças?**

*Veja que há ao total* $76 + 2 = 78$ *lugares nas mesas. Mas lembre que três lugares estão vagos, logo, na festa de Joãozinho há um total de* $78 - 3 = 75$ *crianças.*

**RESPOSTA: No aniversário de Joãozinho havia 75 pessoas.**

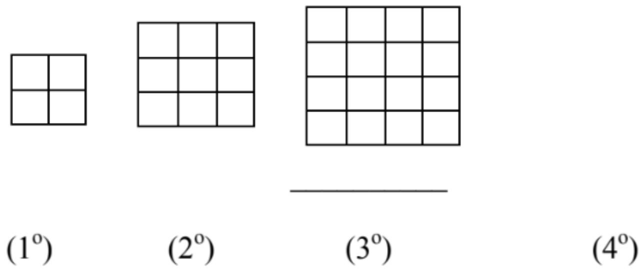
**De que outra formas consigo resolver este problema?**

*Podemos pensar neste problema de contagem classificando as mesas de acordo com a quantia de lugares que ela possui. Temos 2 mesas das pontas que possuem 5 lugares cada(um lugar na ponta e quatro lugaras nos lados maiores) e* $19 - 2 = 17$ *mesas do meio que possuem 4 lugares cada(apenas lugares nos lados maiores).*

*Desta forma temos um total de* $2 \times 5 + 17 \times 4 = 78$ *lugares. Como sobraram três lugares, o total de crianças na festa foi de* $78 - 3 = 75$.

# 8 RESOLUÇÃO DA V ORMM

**QUESTÃO 1:** Com palitos de fósforo, Aline fez vários quadrados grandes em sequência, formados por quadradinhos pequenos. Ela usa um palito para fazer o lado do quadradinho pequeno. O primeiro quadrado grande tem 4 quadradinhos e usa 12 palitos. O segundo tem 9 quadradinhos e usa 24 palitos. O terceiro tem 16 quadradinhos e usa 40 palitos, e assim por diante. Os três primeiros quadrados grandes que Aline fez são mostrados na figura abaixo.




Desenhe o 4º quadrado que Aline fez. Quantos palitos de fósforo ela usou?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Há duas coisas a fazer nesta questão. A primeira é desenhar o 4º quadrado e depois determinar a quantia de palitos de fósforo que há no quarto desenho*

**Como que posso fazer o quarto desenho da sequência?**

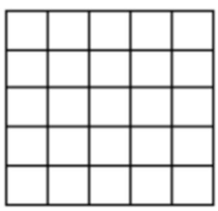
*Note que há um certo padrão no tamanho do lado de cada um dos desenhos:*

- *Primeiro desenho: Possui o lado do quadrado grande medindo dois palitos de fósforo.*
- *Segundo desenho: Possui o lado do quadrado grande medindo três palitos de fósforo.*
- *Terceiro desenho: Possui o lado do quadrado grande medindo quatro palitos de fósforo.*

**E o que posso concluir com isso?**

*Podemos concluir que o lado do quadrado do quarto desenho vai medir cinco palitos de fósforo*

**Como irá ficar o quarto desenho?**



**Consigo contar quantos palitos Aline usou para fazer o quarto desenho?**

*Sim, contando a quantia de palitos na quarta figura, temos um total de 60 palitos*

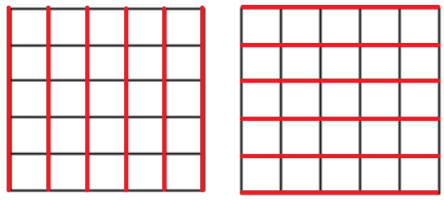
**RESPOSTA: Ao total, na quarta figura há 60 palitos.**

**Resolvi o que o problema pedia?**

*Sim. Fizemos o desenho da quarta figura e contamos o total de palitos existentes nela.*

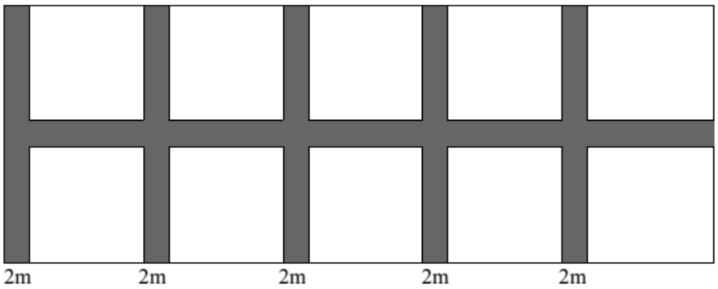
**Existe outro modo de calcular o total de palitos sem precisar contar um por um?**

*Sim, veja que para formar a quarta figura são necessárias 6 fileiras verticais e 6 fileiras horizontais, conforme as figuras abaixo:*



*Ao total há 12 fileiras e cada uma delas com 5 palitos cada, logo, o total de palitos é de* $5 \times 12 = 60$.

**QUESTÃO 2:** Seu Tide tem uma horta com 120 metros de comprimento por 50 metros de largura, organizada como na figura a seguir. A parte branca da figura são os canteiros de verduras e a parte sombreada são os corredores que ele usa para cuidar dos canteiros. Todos os canteiros têm o mesmo tamanho, e a largura de todos os corredores é 2 metros. Qual é o total da área ocupada pelos canteiros na horta de seu Tide?




Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber a área ocupada pelos canteiros na horta de seu Tide.*

**Como consigo saber a área ocupada pelos canteiros?**

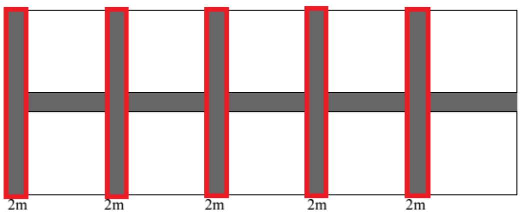
*Veja que a horta de seu Tide está dividida em duas partes: canteiros e corredores. Para saber o total de área ocupada pelos canteiros basta subtrair da área total da horta a área dos corredores e o que sobrar será a área dos canteiros.*

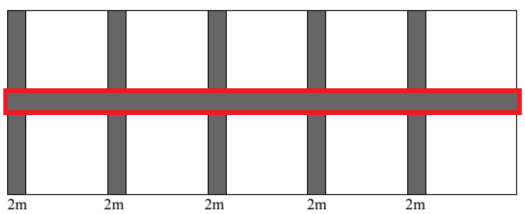
**Como consigo saber a área total da horta?**

*Sabemos que ela possui 120 m de comprimento por 50 m de largura. Lembre que calculamos a área de um retângulo multiplicando a altura pelo comprimento. Logo, a área da horta é de* $50 \times 120 = 6000\ m^2$.

**E a área dos corredores?**

*Veja que podemos dividir os corredores em retângulos verticais e horizontais, conforme as figuras abaixo:*




*Agora podemos calcular a área de cada tipo de corredor.*

*CORREDORES VERTICAIS: Cada corredor é um retângulo com seu comprimento medindo 2 m e sua altura medindo 50 m (note que a altura do corredor é a mesma que a altura da horta). Sabemos que a área de um retângulo é calculada multiplicando-se altura pelo comprimento, logo, a área de cada corredor mede 50* $\times$

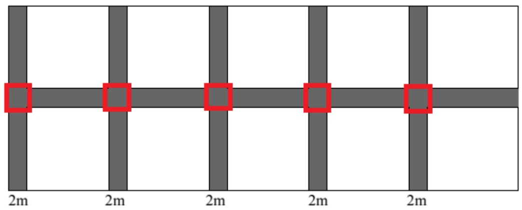
*2 = 100 m$^2$. Como há 5 corredores verticais, a área de todos os corredores verticais equivale a 5 $\times$ 100 = 500 m$^2$.*

*CORREDORES HORIZONTAIS: Há apenas um corredor horizontal que mede 120 m de comprimento e 2 m de largura, logo, a área do corredor horizontal é de 120 $\times$ 2 = 240 m$^2$.*

*Somando a área calculada dos corredores verticais com a área calculada do corredor horizontal obtemos 500 + 240 = 740 m$^2$.*

**Então basta somar a área dos corredores verticais com a área do corredor horizontal que consigo calcular a área total dos corredores?**

*NÃO! Veja que há uma região que é intersecção entre os corredores verticais e horizontais, ou seja, ela pertence tanto aos corredores verticais quanto ao corredor horizontal e esta área foi contada duas vezes, conforme a figura abaixo:*




*Desta forma, precisamos subtrair essa região que foi contada duas vezes.*

*Veja que cada intersecção entre corredores verticais e o corredor horizontal possui 2 m de comprimento e 2 m de largura, logo, cada intersecção possui 2 $\times$ 2 = 4 m$^2$. Como são 5 regiões de intersecção, ao total temos 5 $\times$ 4 = 20 m$^2$ que foram contados duas vezes.*

**Consigo determinar a região dos corredores?**

*Sim, subtraindo 740 - 20 obtemos 720 m$^2$ de corredor na horta de seu Tide.*

**Agora, consigo calcular a área dos canteiros?**

*Sim, basta subtrair da área total da hora a área dos corredores. Portanto há 6000 - 720 = 5280 m$^2$ de canteiros.*

**RESPOSTA: Ao total há 5280 m² de canteiros na horta de seu Tide.**

**Resolvi o que o problema pedia?**

*Sim, conseguimos calcular a área total dos canteiros da horta de seu Tide*.

**Esta é a única forma de resolver este problemas?**

*NÃO! Veja que ao total há 10 canteiros. Podemos também encontrar o tamamnho de cada um dos canteiros e no final multiplicar por 10.*

*Como os canteiros possuem formatos retangulares e a área de um retângulo é calculada multiplicando o comprimento pela largura, basta descobrirmos estas medidas.*

*Primeiro vamos calcular o comprimento de cada canteiro. Veja que há cinco corredores verticais, e cada uma mede 2 m, ou seja, 5 $\times$ 2 = 10 m. Logo temos que descontar essa medida do comprimento da horta: 120 - 10 = 110 m. Como existem 5 canteiros na horizontal, então o comprimento de cada canteiro mede 110 $\div$ 5 = 22 m.*

*Vamos usar um raciocínio análogo para calcular a largura dos canteiros. Como na horizontal há apenas um canteiro que mede* $2m$*, temos 50 - 2 = 48 m e como são dois canteiros na vertical,* $48 \div 2 = 24$ *m. Logo, cada canteiro possui 24 m de largura.*

*Desta forma, a área de cada canteiro mede* $24 \times 22 = 528$ $m^2$ *e como são 10 canteiros, ao total a área dos canteiros mede* $528 \times 10 = 5280$ $m^2$*.*

**QUESTÃO 3:** Juca e Joca são irmãos. Juca disse para Joca:

– Se eu diminuir 2 da minha idade e multiplicar o resultado por 6, dá a idade do vovô!

Joca respondeu:

– É verdade! Estamos em 2015, o vovô nasceu em 1955 e ele já fez aniversário este ano!

Qual é a idade de Joca, se ele é três anos mais velho do que Juca?

Resolução:

**O que quero saber?**

*A idade de Joca.*

**Como faço para saber isso?**

*Joca é três anos mais velho que Juca, logo, se soubermos a idade de Juca, basta somarmos três e descobriremos a idade de Joca.*

**Como faço para descobrir a idade de Juca?**

*Sabemos que a idade de Juca está associada a idade do avô deles.*

**E como fazemos para descobrir a idade do avô deles?**

*Veja bem, o ano atual é 2015 e o avô deles nasceu em 1955. Como sabemos do enunciado que o avô já fez aniversário no ano de 2015, podemos calcular sua idade fazendo 2015 - 1955 = 60. Logo, o avô deles possui 60 anos.*

**Agora como faço para descobrir a idade de Juca?**

*Temos que fazer uma estratégia que se chama de "operação inversa". Veja bem, do enunciado, se diminuir dois da idade de Juca e multiplicar por 6, encontra-se a idade do avô. Vamos utilizar a operação inversa e a ordem contrária a solicitada.*

*Seguindo a ordem que Joca disse, ele primeiro subtraiu 2 e depois multiplicou por 6. Fazendo a operação inversa, vamos dividir por 6 e depois somar 2, ou seja:*

$$1)60 \div 6 = 10$$
$$2)10 + 2 = 12$$

**Agora, consigo determinar a idade de Joca?**

*Sim, basta somar 3 unidades a idade de Juca. Logo a idade de Joca é* $12+3 = 15$ *anos.*

**RESPOSTA: Portanto, Joca possui 15 anos.**

**Como faço para verificar que minha resposta está correta?**

*Podemos fazer a verificação, ou seja, partirmos da idade de Joca e chegarmos na idade do avô.*

*Veja bem, Joca possui 15 anos e como Juca é três anos mais novo, Juca possui 12 anos.*

*Subtraindo 2 da idade de Juca resulta 10 e depois multiplicando este resultado* *por 6 obtemos 60, que é a idade do avô. Portanto a resposta está correta.*

**QUESTÃO 4:** Anita distribuiu todos os seus livros em três caixas. Na caixa maior, Anita colocou metade de seus livros. Na segunda caixa, Anita colocou a metade dos que sobraram. Na terceira caixa, Anita colocou os últimos 16 livros. Quantos livros tem Anita?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber quantos livros há ao total.*

**Como que faço para determinar isso?**

*Para isso precisamos saber quantos livros existem em cada uma das caixas. Assim que feito isso, basta somar que encontraremos o total.*

**Quantos livros há na terceira caixa?**

*Pelo enunciado sabemos que existem 16 livros na terceira caixa.*

**Quantos livros há na segunda caixa?**

*Dos livros que sobraram da primeira caixa, Anita colocou metade na segunda caixa e a outra metade na terceira caixa. Como na terceira caixa foram colocados 16 livros, então na segunda caixa também foram colocados 16 livros.*

**Quantos livros há na primeira caixa?**

*Veja bem, do enunciado sabemos que Anita colocou metade do total de livros na primeira caixa e a outra metado do total foi distribuída na segunda e terceira caixa. Como a segunda e a terceira caixas juntas possuem* $16 + 16 = 32$ *livros, então há 32 livros na primeira caixa.*

**Agora eu sei quantos livros há em cada caixa?**

*Sim. Há 32 livros na primeira caixa, 16 livros na segunda caixa e 16 livro na terceira caixa. Logo Anita possui um total de* $32 + 16 + 16 = 64$ *livros.*

**RESPOSTA: Anita possui um total de 64 livros.**

**Resolvi o que o problema pedia?**

*Sim, descobrimos quantos livros Anita possuía.*

**Como podemos veirificar se o problema está correto?**

*Podemos desenvolver o processo inverso, ou seja, assumir que Anita possui 64 livros e chegar na conclusão de que na terceira caixa possui 16 livros.*

**Como posso fazer isso?**

*Sabemos que Anita colocou metade de seus livro na primeira caixa, ou seja,* $64 \div 2 = 32$ *livros. Desta forma sobrara* $64 - 32 = 32$ *livros ainda para ela guardar. Destes que sobraram, ela irá colocar metade na segunda caixa, o que equivale a* $32 \div 2 = 16$ *livros, sobrando assim* $32 - 16 = 16$ *livros para pôr na terceira caixa. Logo a resposta para este problema está correta!*

# 9 RESOLUÇÃO DA VI ORMM

**QUESTÃO 1:** Em uma gincana da Escola Euclides uma das provas é arrecadar o maior número de latas ou garrafas de refrigerante vazias para reciclagem. As latas e garrafas arrecadadas por uma equipe devem ser colocadas em caixas. Em uma caixa cabem 20 latas ou 12 garrafas e uma caixa só pode ser entregue se estiver cheia. A equipe Paralela arrecadou apenas latas e a equipe Perpendicular arrecadou apenas garrafas. O número de latas que a equipe Paralela arrecadou foi igual ao número de garrafas que a equipe Perpendicular arrecadou. Sabendo que este número está entre 1 e 100, quantas caixas cada equipe entregou?

Resolução:

**O que quero saber?**

*O objetivo deste problema é descobrir quantas caixas cada equipe entregou.*

**O que sei sobre as caixas?**

*Sabemos que em uma caixa cabem 20 latas ou 12 garrafas e que uma caixa só pode ser entregue se estiver cheia.*

**Quais são as condições do problema?**

*O número de latas que a equipe Paralela arrecadou foi igual ao número de garrafas que a equipe Perpendicular arrecadou e a quantidade de latas e garrafas arrecadas está entre 1 e 100.*

**Que outras informações podem me ajudar?**

*A equipe Paralela arrecadou apenas latas e a equipe Perpendicular arrecadou apenas garrafas.*

**A equipe Paralela pode arrecadar qualquer quantia de latas?**

*Note que a equipe Paralela não pode arrecadar 34 latas, pois eles teriam uma caixa cheia mais 14 unidades sobrando* $(20 \times 1 + 14 = 34)$*. Também não podem arrecadar 71 latas, pois teriam 3 caixas cheias e sobrariam 11 latas* $(20 \times 3 + 11 = 71)$*. Em contrapartida a equipe Paralela pode arrecadar 40 latas pois* $40 = 2 \times 20$*, logo teriam fechado duas caixas inteiras.*

**A equipe Perpendicular pode arrecadar qualquer quantia de garrafas?**

*Note que a equipe Perpendicular não pode arrecadar 65 garrafas, pois eles teriam cinco caixas cheias mais 5 unidades sobrando* $(12 \times 5 + 5 = 65)$*. Em contrapartida a equipe Perpendicular pode arrecadar 36 garrafas pois* $36 = 3 \times 12$*, logo teriam fechado três caixas inteiras.*

**O que posso concluir?**

*A quantidade de latas que a equipe Paralela pode arrecadar é um múltiplo de 20 e que a quantidade de garrafas que a equipe Perpendicular pode arrecadar é um múltiplo de 12.*

**Vamos escrever algumas possíveis quantias de latas arrecadadas?**

- *0 lata;*
- *20 latas;*
- *40 latas;*
- *60 latas;*
- *80 latas;*
- *100 latas;*
- *120 latas;*
- *140 latas;*

**Todas estas quantias satisfazem o enunciado?**

*Não. Lembre que a quantidade de latas está entre 1 e 100. Ao dizer ENTRE 1 e 100, significa que estão inclusos todos os casos maiores que 1 e menores que 100, não incluindo o 1 e o 100.*

**Então quais são as possíveis quantias de latas?**

- *20 latas;*
- *40 latas;*
- *60 latas;*
- *80 latas;*

**E garrafas, quais as possíveis quantias?**

*De forma análoga a equipe Perpendicular não pode ter uma quantidade de 0 nem 100 ou mais garrafas, logo as possibilidades são:*

- *12 garrafas;*
- *24 garrafas;*
- *36 garrafas;*
- *48 garrafas;*
- *60 garrafas;*
- *72 garrafas;*
- *84 garrafas;*

- *96 garrafas;*

**O que posso concluir com essas informações?**

*Lembre que a quantidade de garrafas tem que ser igual a quantidade de latas. Olhando as informações que construímos, veja que a única quantia que satisfaz esta informação é a quantia da 60 garrafas e 60 latas.*

**RESPOSTA: As duas equipes recolheram 60 garrafas e 60 latas.**

**Resolvi o que o problema pedia?**

*Sim, encontramos o número de garrafas e latas que cada equipe arrecadou e era exatamente isso que o problema pedia.*

**Existe outra forma de resolver o problema?**

*Sim, veja que o número de garrafas e latas é um múltiplo de 20 e de 12 simultaneamente, ou seja, é um múltiplo comum. Fatorando o 12 e o 20, descobrimos que o* $MMC(12, 20) = 60$. *Veja que o próximo múltiplo comum é o 120 , que ultrapassa o limite de 100. Logo a resposta seria também 60.*

**QUESTÃO 2:** O rio Lavatudo transbordou, inundando a aldeia Socavento. A água sobe 62 cm por hora e está acima do nível do rio há três horas. Neste momento, uma cegonha cansada pousa em cima da chaminé de uma casa da aldeia que está no nível do rio e decide dormir em pé ali mesmo. A altura desta casa, sem considerar a chaminé é de 4,10 m. A altura da parte externa da chaminé é de 55 cm. A cegonha acordou quando a água do rio tocou os seus pés. Quanto tempo a cegonha dormiu?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Nosso objetivo é o de descobrir quanto tempo que a cegonha dormiu.*

**Quais são as variáveis deste problema?**

*Tempo e altura da água.*

**Como que estas variáveis se relacionam?**

*Elas estão diretamente relacionadas, ou seja, quanto mais o tempo passa, maior é a altura da água.*

**Que outras informações são úteis?**

*A água sobe 62 cm por hora e o rio está no mesmo nível da casa.*

**Como que sei quanto tempo a cegonha dormiu?**

*Como a água sobe 62 cm por hora, basta verificar quantos centímetros a água subiu desde que a cegonha começou a dormir, já que as variáveis tempo e altura da água estão diretamente relacionadas.*

**Como que consigo calcular o quanto a água subiu no período que a cegonha estava dormindo?**

*Basta realizar a diferença entre a altura da água no momento que ela acordou e o momento que ela começou a dormir.*

**A que altura a água estava quando a cegonha começou a dormir?**

*Quando a cegonha pousou na casa, já haviam se passado três horas que a água estava acima do nível do rio, ou seja, a água já havia subido* $3 \times 62 = 186$ *cm.*

**A que altura a água estava quando a cegonha acordou?**

*A resposta dessa pergunta é a soma da altura da casa com a chaminé.*

**Como realizo esta soma?**

*Note que a altura da casa e da chaminé não estão com as mesmas unidades de medida. A altura da casa está em metros e a da chaminé em centímetros.*

**O que consigo fazer neste caso?**

*É importante que tenhamos sempre mesmas unidades de medida e, para isso, podemos transformar a altura da casa de metros para centímetros(também seria possível transformas a altura da chaminé para metros sem problemas).*

**Como que transformo a altura da casa de metros para centímetros?**

*Note que cada metro possui 100 cm, logo, 4,10 m vai possuir 410 cm.*

**E agora, consigo saber a altura que a água estava quando a cegonha acordou?**

*Sim. Somando* $410 + 55 = 465$ *cm conseguimos determinar a altura da água quando a cegonha acordou.*

**O que faço agora com essa informação?**

*Quando a cegonha pousou na chaminé a altura da água já era de 186 cm e quando ela acordou a altura da água era de 465 cm, logo faltavam* $465 - 186 = 279$ *cm para que a água tocasse nos pés da cegonha.*

**Agora consigo calcular quanto tempo a cegonha dormiu?**

*Sim. Como a água sobre 62 cm por hora, basta dividirmos* $279$ *por* $62$ *que resulta em 4,5.*

**RESPOSTA: Logo, a cegonha ficou dormindo durante 4,5 horas.**

**O que significa 4,5 horas?**

*Lembre que uma hora possui 60 minutos, logo* $0,5$ *hora equivale a 30 minutos, portanto* $4,5$ *horas equivalem a 4 horas e 30 minutos.*

**Resolvemos o que o problema pedia?**

*Sim, descobrimos quanto tempo a cegonha dormiu e era exatamente isso que o problema pedia.*

**Este é o único jeito de resolver o problemas?**

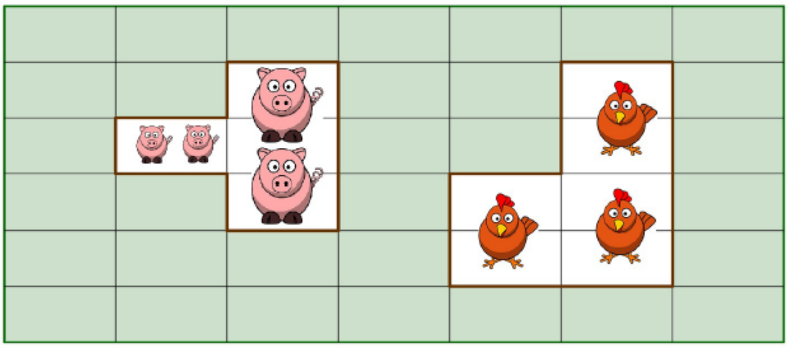
*Não, podemos também criar uma tabela conforme abaixo:*

| TEMPO | ALTURA DA ÁGUA |
|---|---|
| 1h | 62 cm |
| 2h | 124 cm |
| 3h | 186 cm (momento que a cegonha pousa na chaminé) |
| 4h | 248 cm |
| 5h | 310 cm |
| 6h | 372 cm |
| 7h | 434 cm |
| 8h | 496 cm |

**Como que a tabela foi construída?**

*Sabemos que a altura que a cegonha está é de 465 cm. Analisando a tabela, é notável que de 186 cm até 434 cm leva 4 horas e ainda faltam 31 cm para chegar em 465 cm. Veja bem, dizer que a água sobe 62 cm por hora é a mesma coisa que dizer que ela sobe 31 cm a cada meia hora. Logo, a água vai levar 4h e 30 minutos até chegar aos pés da cegonha e, portanto, este é o tempo que ela ficou dormindo.*

**QUESTÃO 3:** Rodrigo tem um terreno dividido em lotes retangulares todos do mesmo tamanho. O comprimento do maior lado de cada lote retangular é igual ao dobro do comprimento do menor lado. Ele construiu dois cercado, como na figura abaixo, para abrigar os seus animais: porcos e galinhas. Se o perímetro do cercado dos porcos tem 140 m, qual é o perímetro do cercado das galinhas?



Resolução:

**O que quero saber?**

*Neste problema temos que descobrir o perímetro do cercado das galinhas.*

**O que sei sobre o cercado das galinhas?**

*O perímetro do cercado das galinhas equivale ao tamanho de 8 pedaços de lado menor do lote mais 4 pedaços de lado maior do lote.*

**Que outras informações são relevantes?**

*Cada retângulo equivale a um lote com o lado maior sendo o dobro do lado menor.*

**Temos mais informações sobre o cercado das galinhas?**

*Não!*

**Temos alguma situação similar?**

*Sim: o perímetro do cercado dos porcos.*

**O que sei sobre o cercado dos porcos?**

*O perímetro dele mede 140 m.*

**Sei mais alguma coisa sobre o cercado dos porcos?**

*Contando no cercado dos porcos da figura, veja que o perímetro é formado por 6 pedaços de lado menor do lote mais 4 pedaços de lado maior do lote.*

**O que posso concluir sobre isso?**

*A soma dos 6 pedaços de lado menor do lote mais 4 pedaços de lado maior do lote mede 140 m.*

**Então eu posso afirmar que o perímetro é composto por 10 pedaços iguais de lado do lote?**

*Não. Veja bem, o lado maior do lote é o dobro do lado menor do lote, ou seja, cada pedaço de lado maior equivale a dois pedaços de lado menor. Basicamente, dizer* *que há 4 pedaços de lado maior do lote é a mesma coisa que dizer que há 8 pedaços do lado menor do lote.*

**Então o perímetro é composto por quantos pedaços iguais de lado do lote?**

*O cercado dos porcos possui um perímetro equivalente a 14 pedaços de lado menor do lote (6 pedaços de lado menor existentes mais 8 pedaços oriundos dos 4 pedacos de lado maior de lote).*

**Como que eu encontro o tamanho de cada pedaço menor de lote?**

*Temos que o perímetro mede 140 m e que há um total de 14 pedaços de lado menor de lote, logo para descobrir o tamanho de cada pedaço de lote basta dividir 140 por 14.*

**Quanto que mede cada pedaço menor de lote?**

*Dividindo 140 por 14 resulta em 10, ou seja, cada pedaço menor de lote mede 10 m.*

**E quanto mede cada pedaço maior de lote?**

*Mede 20 m , já que ele mede o dobro do pedaço menor de lote.*

**E agora, como que estas informações podem nos ajudar?**

*Sabemos que o perímetro do cercado das galinhas equivale ao tamanho de 8 pedaços de lado menor do lote mais 4 pedaços de lado maior do lote. Como já sabemos quanto mede os pedaços de lado maior e os pedaços de lado menor, podemos calcular o perímetro do cercado das galinhas.*

**Como que faço esta conta?**

$$8 \times 10 + 4 \times 20$$

$$80 + 80$$

$$160.$$

**RESPOSTA: Portanto, o perímetro do cercado de galinhas mede 160 m.**

**Resolvi o que o problema pedia?**

*Sim, conseguimos descobrir o perímetro do cercado das galinhas.*

**Como que posso garantir que meu resultado está correto?**

*Um passo importante da resolução de exercício é tirar a prova real, ou seja, desenvolver o processo inverso da resolução e verificar se chegamos nas informações iniciais.*

**Como que posso tirar a prova real neste problema?**

*Vamos descobrir o perímetro do cercado dos porcos sabendo o perímetro do cercado das galinhas.*

**O que eu sei sobre o perímetro do cercado das galinhas?**

*Ele mede 160 m e é composto por 4 pedaços de lado maior de lote e 8 pedaços de lado menor de lote. Como cada pedaço maior de lote equivale a dois pedaços* *menores de lote, então podemos dizer que a medida do cercado de galinhas equivale a 16 pedaços menores de lote.*

**Como que eu posso descobrir o tamanho dos pedaços menores de lote?**

*Dividindo* 160 *por* 16 *obtemos* 10*, ou seja, cada pedaço menor de lote equivale a 10 m e por consequência o pedaço maior de lote vale 20 m.*

**Agora, como calculo o perímetro do cercado do porcos?**

*Como o cercado dos porcos é composto por 4 pedaços de lado maior de lote e 6 pedaços de lado menor de lote, temos*

$$6 \times 10 + 4 \times 20$$

$$60 + 80$$

$$140.$$

**Consegui tirar a prova real?**

*Como encontramos o valor inicial da questão, conseguimos tirar a prova real e podemos assegurar que a questão está correta.*

**QUESTÃO 4:** Três candidatos concorreram à eleição de representante de uma turma do 5° ano: Aisha, Fernando e Willian. Cada aluno da turma votou em um único candidato da sua escolha. Aisha recebeu $\frac{1}{3}$ dos votos e Fernando recebeu $\frac{2}{9}$ dos votos. Quem venceu a eleição?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber quem ganhou a eleição.*

**Que informações sabemos?**

*Sabemos que Aisha recebeu* $\frac{1}{3}$ *dos votos e Fernando recebeu* $\frac{2}{9}$ *dos votos.*

**E Willian, o que sabemos sobre ele?**

*Como todos os alunos da turma tem que escolher algum candidato, então Willian recebeu o restante dos votos.*

**Sei quantos votos cada um recebeu?**

*Não.*

**Tenho como saber quantos votos cada um recebeu?**

*A princípio não, pois não temos nenhuma informação relacionada a quantidade total de votos.*

**Essa informação é essencial para saber quem ganhou a eleição?**

*Não necessariamente. Quando temos um problema envolvendo frações não precisamos ter o valor absoluto, mas sim a ideia de um total. Veja bem, Aisha recebeu* $\frac{1}{3}$ *dos votos, ou seja, se tivessem 9 alunos na turma ela teria recebido 3 votos, se tivessem 18 alunos na turma ela teria recebido 6 votos, se tivessem 27 alunos na turma ela teria recebido 9 votos e assim sucessivamente.*

**Mas o que significa então que Aisha recebeu $\frac{1}{3}$ dos votos?**

*Isso significa que a cada 3 votos, ela recebeu 1.*

**E o que significa então que Fernando recebeu $\frac{2}{9}$ dos votos?**

*Significa que a cada 9 votos, ele recebeu 2.*

**E como que saber isso me ajuda?**

*Veja bem, dizer que Aisha recebeu 1 a cada três votos significa a mesma coisa que dizer que recebeu 2 a cada 6 votos, ou 3 a cada 9 votos, ou 4 a cada 12 votos... Bom, todas estas frações são equivalentes, ou seja, são formas distintas de escrever a mesma proporção de votos. Analisando com calma, veja que :*

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = ...$$

**Sabendo desta informação e de que Fernando recebeu $\frac{2}{9}$ do votos, qual das frações acima posso utilizar para comparar os votos entre Aisha e Fernando?**

*A resposta é* $\frac{3}{9}$.

**E o que podemos concluir com isso?**

*Veja só, como temos que a fração que representa os votos de Aisha é de $\frac{3}{9}$ e a fração que representa os votos de Fernando é de $\frac{2}{9}$, podemos concluir que a cada 9 votos, 3 eram para Aisha e 2 para Fernando.*

**E os demais votos?**

*Bom, estes são os votos de Willian, ou seja a cada 9 votos Willian recebeu 4, ou ainda, $\frac{4}{9}$ dos votos.*

**Assim, quantos votos cada um recebeu?**

*Portando temos que Aisha recebeu $\frac{3}{9}$ dos votos, Fernando recebeu $\frac{2}{9}$ dos votos e Willian recebeu $\frac{4}{9}$ dos votos.*

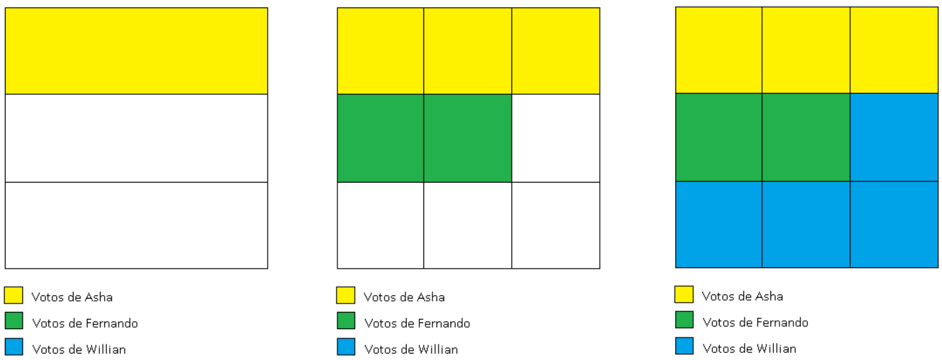
**RESPOSTA: Desta forma Willian foi quem ganhou a eleição na turma do 5º ano.**

**Resolvi o que o problema pedia?**

*Sim, conseguimos determinar quem foi o vencedor da eleição de representante de turma.*

**Existe algum outro jeito de resolver o problema?**

*Sim, podemos resolvê-lo utilizando um desenho conforme abaixo.*




*Na primeira imagem você pode ver que Aisha recebeu $\frac{1}{3}$ dos votos em amarelo. Porém como Fernando recebeu $\frac{2}{9}$ dos votos, é conveniente dividirmos o quadrado em 9 parte ao invés de três e, deste modo, Aisha fica com $\frac{3}{9}$ dos votos. Por fim, Willian fica com os votos remanescentes, ou seja, $\frac{4}{9}$ dos votos, e portanto é o ganhador da eleição.*

# 10 RESOLUÇÃO DA VII ORMM

**QUESTÃO 1:** Uma ovelha custa o mesmo que duas cabras. Uma vaca custa o mesmo que quatro ovelhas. Uma cabra custa o mesmo que seis galinhas. Quantas galinhas custam o mesmo que uma vaca?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos descobrir quantas galinhas que equivalem a uma vaca.*

**Conheço alguma situação similar?**

*O problema traz várias comparações entre quantias de animais. Uma situação dessa pode ser facilmente associada com as notas de dinheiro. Veja bem, uma nota de 100 reais vale o mesmo que 5 notas de 20 reais e cada nota de 20 reais vale o mesmo que 2 notas de 10 reais. Bom, então uma nota de 100 reais vale o mesmo* $2 \times 5 = 10$ *notas de 10 reais.*

**Tenho uma relação direta de troca entre vacas e galinhas?**

*Não há nenhuma informação sobre uma troca direta entre galinhas e vacas.*

**Mas existe alguma outra relação que consigo utilizar?**

*Há algumas informações sobre outras trocas que podem ser utilizadas. Veja abaixo:*

*1 Ovelha* $\rightarrow$ *2 Cabras*

*1 Vaca* $\rightarrow$ *4 Ovelhas*

*1 Cabra* $\rightarrow$ *6 Galinhas*

**Como que uso estas relações para me ajudar?**

*A partir disto, podemos montar um esquema com a sequência das trocas:*

*Vaca* $\rightarrow$ *Ovelhas* $\rightarrow$ *Cabra* $\rightarrow$ *Galinha*

**O que posso concluir sobre esse esquema?**

*Veja que para chegar da vaca para a galinha é preciso realizar trocas “passando" pelas ovelhas e pelas cabras.*

**Como que realizo estas trocas?**

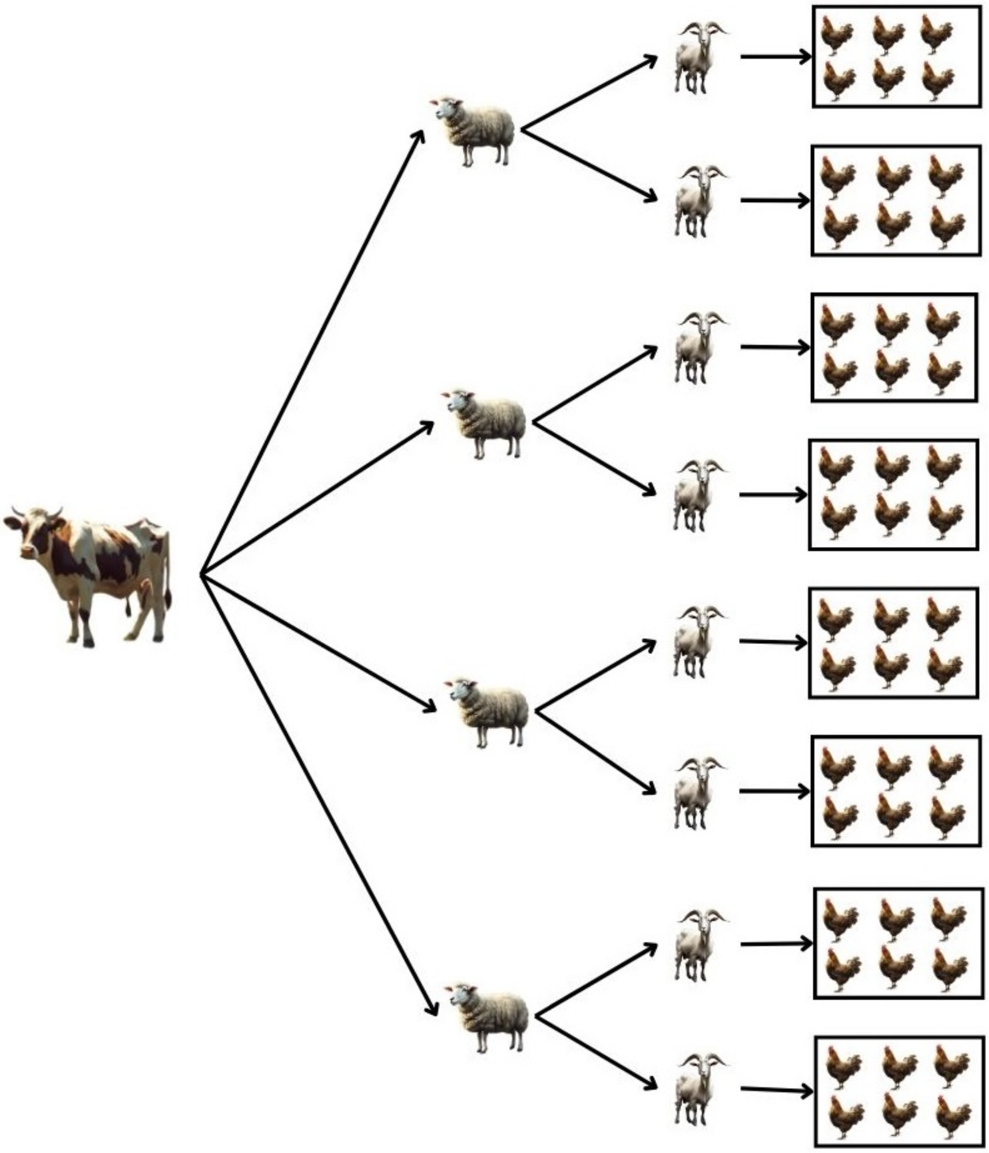
*Note que uma vaca custa o mesmo que 4 ovelhas e que uma ovelha custa o mesmo que 2 cabras, logo, uma vaca custa o mesmo que* $4 \times 2 = 8$ *cabras.*

*Agora, seguindo o mesmo raciocínio, uma vaca custa o mesmo que 8 cabras, e uma cabra custa o mesmo que 6 galinhas. Logo, uma vaca custa o mesmo que* $6 \times 8 = 48$ *galinhas.*

**RESPOSTA: Portanto 48 galinhas custam o mesmo que uma vaca.**

**Esta é a única forma de resolver o problemas?**

*Não! Este problema também pode ser resolvido utilizando uma árvore de possibilidades tal qual o desenho abaixo:*



**QUESTÃO 2:** Na feira, o quilo da maçã e o quilo da laranja custam o mesmo preço. Com R$15,00, Iara pode comprar 2 quilos de maçã e 3 quilos de laranja sobrando R$2,50 de troco. No supermercado, o preço da laranja é a metade do preço na feira, mas o preço da maçã é o triplo do preço na feira. Com os mesmos R$ 15,00, Iara percebe que não consegue comprar 2 quilos de maçã e 3 quilos de laranja no supermercado. Quanto falta para Iara conseguir fazer esta compra no supermercado?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber quantos reais faltam para Iara conseguir realizar a compra no supermercado.*

**Qual o total de dinheiro que ela possui?**

*Ela possui R$ 15,00.*

**O que ela quer comprar?**

*Ela quer comprar no mercado o mesmo que comprou na feira, no caso, 2 quilos de maçã e 3 quilos de laranja.*

**Quanto custa o quilo da laranja e da maçã no mercado?**

*Não sabemos, a única informação sobre isso é que o quilo da laranja no mercado é metade do quilo na feira e o quilo da maçã no mercado é triplo do quilo da feira.*

**Quanto custa o quilo da laranja e da maçã na feira?**

*Também não sabemos.*

**Tenho como descobrir o quilo da laranja e da maçã na feira?**

*Bom! Vamos analisar as informações sobre a feira para ver se conseguimos encontrar isso.*

**Quanto de laranja e maçã Iara comprou na feira?**

*Ela comprou 2 quilos de maçã e 3 quilos de laranja.*

**Quanto foi gasto?**

*Iara possuía R$ 15,00 e após comprar as frutas sobraram R$ 2,50, logo ela gastou* $15 - 2,50 = 12,50$ *na feira.*

**O que mais de informações sobre o preço da laranja e da maçã temos na feira?**

*Sabemos que ambos possuem o mesmo preço por quilo.*

**Como que isso pode me ajudar?**

*Veja que se Iara gastou* $12,50$ *na feira comprando cinco quilos de frutas(2 quilos de maçã e 3 quilos de laranja), então cada quilo custou* $12,50 \div 5 = 2,50$.

**O que concluí então?**

*Concluímos que o quilo da maçã na feira custa* $R\$ \ 2,50$ *e o quilo da laranja na feira custa* $R\$ \ 2,50$.

**Com esta informação consigo calcular o preço da laranja no mercado?**

*Sim, como o quilo da laranja custa no mercado metade do preço da feira, então vai custar* $2,50 \div 2 = 1,25$

**E o quilo da maçã no mercado?**

*De forma análoga, temos que o quilo da maçã no mercado custa o triplo do quilo da maçã na feira, logo vai custar* $2,50 \times 3 = 7,50$ *reais.*

**E agora, consigo determinar quanto Iara vai gastar no mercado?**

*Sim. Veja bem, como no mercado o quilo da laranja custa R\$* $1,25$ *e ela comprou 3 quilos, então vai gastar* $1,25 \times 3 = 3,75$ *reais. De mesmo modo, como no mercado o quilo da maçã custa R\$* $7,50$ *e ela comprou 2 quilos, então vai gastar* $7,50 \times 2 = 15,00$ *reais.*

**Então, quanto que ela gastaria ao total se realizasse a compra no mercado?**

*Ela gastaria um total de* $3,75 + 15 = 18,75$ *reais.*

**E era isso que o problema pedia?**

*Não, ele quer saber quanto faltaria se ela realizasse a compra no supermercado.*

**E quanto vai faltar?**

*Considerando que ela possui R\$* $15,00$ *e a compra custaria R\$* $18,75$*, irá faltar* $18,75 - 15,00 = 3,75$ *reais.*

**RESPOSTA: Portanto, faltam R\$ 3,75 para que Iara realize a mesma compra no supermercado.**

**Esta é a única forma de resolver este problema?**

*Não! Um meio interessante para resolver situações como esta é organizando os dados em uma tabela. Veja bem, neste problema há quatro valores envolvidos: preço da maçã no mercado, preço da laranja no mercado, preço da maçã na feira e preço da laranja na feira. Perceba que ao encontrar estas quatro informações, o problema está praticamente resolvido.*

| TABELA DE PREÇO(Kg) | Mercado | Feira |
|---|---|---|
| Maçã | | |
| Laranja | | |

**Qual das informações posso descobrir primeiro?**

*Veja bem, sabemos que o preço do quilo da maçã e da laranja na feira é o mesmo. Como Iara gastou R\$* $15,00$ *para comprar 5 quilos(2 quilos de maçã e 3 quilos de laranja) e sobraram R\$* $2,50$*, então ela gastou* $15,00 - 2,50 = 12,50$ *reais, ou seja, o quilo de cada fruta custou* $12,50 \div 5 = 2,50$ *reais.*

| TABELA DE PREÇO(Kg) | Mercado | Feira |
|---|---|---|
| Maçã | | R$ 2,50 |
| Laranja | | R$ 2,50 |

**E agora, o que posso descobrir?**

*Sabemos que o preço do quilo da maçã no mercado é o triplo do preço do quilo da maçã na feira, logo vale* $2,50 \times 3 = 7,50$ *reais.*

| TABELA DE PREÇO(Kg) | Mercado | Feira |
|---|---|---|
| Maçã | R$ 7,50 | R$ 2,50 |
| Laranja | | R$ 2,50 |

**E o preço da laranja no mercado?**

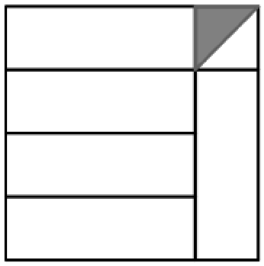
*O preço do quilo da laranja no mercado é metade do preço do quilo da laranja na feira, logo vale* $2,50 \div 2 = 1,25$ *real.*

| TABELA DE PREÇO(Kg) | Mercado | Feira |
|---|---|---|
| Maçã | R$ 7,50 | R$ 2,50 |
| Laranja | R$ 1,25 | R$ 2,50 |

**Agora consigo finalizar o problema?**

*Sim, como ela vai comprar 2 quilos de maçã e 3 quilos de laranja no supermercado, ela irá gastar* $3 \times 7,50 + 2 \times 1,25 = 18,75$ *reais. Mas Iara possui apenas R*$15,00$*, logo irá faltar* $18,75 - 15,00 = 3,75$ *reais. Portanto a resposta deste problema está correta.*

**QUESTÃO 3:** Na figura abaixo há cinco retângulos de mesmas medidas e um quadrado pequeno, com um triângulo cinza destacado. Estes cinco retângulos e o quadrado pequeno formam um quadrado grande de perímetro 320 m como mostra a figura abaixo. Calcule a área do triângulo cinza.



Resolução:

**O que quero saber?**

*O objetivo deste problema é encontrar a área do triângulo cinza.*

**O que sei sobre a área cinza?**

*A área cinza possui formato triangular e ocupa metade da área do quadrado menor. Isso não é apenas coincidência, mas sim uma propriedade matemática.*

**Como faço para encontrar a área cinza?**

*Como a área cinza é metade da área do quadrado, basta encontrar a área do quadrado.*

**Como encontro a área do quadrado?**

*Para encontrar a área de um quadrado multiplica-se dois comprimentos de seus lados.*

**Como que faço para encontrar o comprimento do lado do quadrado?**

*Veja que o lado do quadrado coincide com o lado menor de um dos retângulos, portanto basta encontrar a medida do lado menor dos retângulos.*

**Que informação pode nos ajudar o lado menor dos retângulos?**

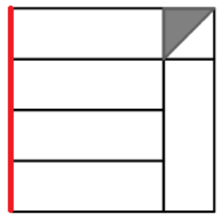
*Veja que a única informação numérica do problemas é que o quadrado maior mede 320m de perímetro.*

**Mas o que é perímetro?**

*Perímetro de um quadrado ou de um retângulo é a soma do comprimento de todos os seus lados.*

**Como que esta informação pode nos ajudar?**

*Veja que um dos lados do quadrado coincide com o lado menor de quatro dos retângulos, conforme está em vermelho na figura abaixo:*



**Mas como calculo o tamanho do lado do quadrado maior?**

*Um quadrado é uma figura geométrica que possui todos os seus quatro lados iguais. Veja que neste problema para descobrir o tamanho de cada lado basta dividirmos o perímetro por 4. Assim, cada lado do quadrado maior mede* $320 \div 4 = 80\ m$.

**E agora, o que faço?**

*Como cada um dos lados do quadrado coincide com 4 dos lados menores dos retângulos, cada um dos lados menores dos retângulos mede* $80 \div 4 = 20\ m$.

**Então quanto que mede o lado do quadrado menor?**

*Como o lado do quadrado menor mede o mesmo que o lado menor dos retângulo, então lado do quadrado menor mede 20 m.*

**Já consigo determinara a área cinza?**

*Sim! Como o lado do quadrado menor mede 20m, então sua área mede* $20 \times 20 = 400\ m^2$ *e como a área cinza mede metade da área do quadrado, então ela mede* $400 \div 2 = 200\ m^2$.

**RESPOSTA: A área cinza mede 200 m$^2$.**

**Resolvi o que eu queria?**

*Sim, descobrimos a área da região cinza.*

**Como consigo confirmar essa informação?**

*Podemos tirar a prova real realizando o caminho inverso: assumimos que a área da região cinza mede* $200\ m^2$ *e temos que encontrar o perímetro do quadrado maior e para confirmar nosso resultado, este perímetro deve medir* $320\ m$.

**Como faço isso?**

*Veja vem, se a área da região cinza mede* $200\ m^2$ *então a área do quadrado menor mede* $400\ m^2$*, já que é o dobro e, por consequência, o lado deste quadrado mede* $20\ m$.

*O lado do quadrado menor coincide com o lado menor dos retângulos, medindo também* $20\ m$*. Veja que o lado do quadrado maior coincide com quatro dos lados menores dos retângulos, logo mede* $20 \times 4 = 80\ m$.

*Por fim, como cada lado do quadrado maior mede* $80\ m$*, seu perímetro vai medir* $80 \times 4 = 320\ m$.

*Portanto, tiramos a prova real e podemos afirmar que a resolução está correta.*

**QUESTÃO 4:** A professora Carmem distribuiu igualmente 168 livros para sua turma do quinto ano. Após receber seus livros, Airton, um dos alunos da turma, doou dois destes livros para a biblioteca de seu bairro. Após a doação, Airton ficou com dois terços dos livros que ganhou. Quantos alunos tem na turma de Airton?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Quantos alunos tem na turma de Airton.*

**O que sei sobre a turma de Airton?**

*Sei que a professora Carmem doou 168 livros igualmente para todos os alunos.*

**Como que esta informação pode me ajudar?**

*Veja bem, se soubermos a quantia de livros que cada aluno recebeu, podemos dividir o total de livros por esta quantia e encontrar o número de alunos na turma.*

**Como podemos saber quantos livros cada alunos ganhou ?**

*Airton é um dos alunos da classe e como todos receberam a mesma quantia de livros, basta saber quantos livros Airton recebeu.*

**Quais informações temos sobre Airton?**

*Airton doou dois dos livros para a biblioteca e ficou com dois terços do que recebeu.*

**O que significa ele ter ficado com dois terços dos livros?**

*Ao dividir algo em terços, estamos dividindo em três partes iguais, ou seja, Airton separou seus livros em três pilhas com a mesma quantia e cada uma delas representa um terço do total de livros. Dizer que ele ficou com dois terços dos livros significa que ele ficou com duas pilhas.*

**E a terceira pilha de livros?**

*Veja que a terceira pilha representa os demais livros de Airton, ou seja, os livros que foram doados para a biblioteca.*

**Então podemos dizer que a terceira pilha tem dois livros?**

*Sim!*

**E quanto as demais pilhas?**

*Todas as pilhas possuem a mesma quantia de livros, logo cada pilha também possui 2 livros.*

**Consigo saber o total de livros de Airton?**

*Sim. Se cada pilha possui dois livros e temos três pilhas, então Airton tem ao total* $3 \times 2 = 6$ *livros.*

**Como que esta informação pode me ajudar?**

*Como cada aluno recebeu a mesma quantia de livros então cada aluno recebeu 6 livros. Logo, para saber a quantia de alunos basta dividirmos o total de livros pela quantia que cada um recebeu, ou seja,* $168 \div 6 = 28$.

**RESPOSTA: A turma de Carmem possui um total de 28 alunos.**

**Consegui responder o que o enunciado pedia?**

*Sim, determinamos a quantia de alunos na turma da Carmem.*

**Como consigo verificar se minha resposta está correta?**

*Um estratégia interessante é a de realizar o caminho inverso, ou seja, vamos assumir que a turma de Carmem possui 28 alunos e temos que concluir que Airton doou dois livros pra a biblioteca.*

**Como faço isso?**

*Bom, como na turma há 28 alunos e Carmem distribuiu igualmentre entre todos os alunos 168 livros, basta fazermos* $168 \div 28 = 6$*. Assim cada aluno recebeu 6 livros cada.*

**E como que sei quantos livros Airton doou para a biblioteca?**

*Airton recebeu 6 livros e ficou com dois terços do que ganhou, doando o restante à biblioteca, ou seja, ele doou um terço dos livros. Como um terço de 6 é igual a 2, concluímos que Airton doou dois livros à biblioteca.*

*Portanto a resposta está correta.*

# 11 RESOLUÇÃO DA VIII ORMM

**QUESTÃO 1:** Adamastor acende uma vela branca e no mesmo instante Benedito acende uma vela vermelha. A vela branca mede 280 milímetros e diminui 14 milímetros por minuto. A vela vermelha mede 360 milímetros e diminui 24 milímetros por minuto

a) Qual das velas acaba primeiro?

b) Quando a vela encontrada no item a) acaba, qual é a altura da outra vela?

Resolução:

**Item a)**:

**O que quero saber?**

*Neste problema queremos saber qual das velas vai acabar primeiro.*

**O que sei sobre as velas?**

*A vela branca diminui 14 milímetros por minuto enquanto a vela vermelha diminui 24 milímetros por minuto.*

**Como a vela vermelha diminui mais por minuto ela quem vai acabar mais cedo?**

*NÃO NECESSARIAMENTE! Não podemos afirmar isso porque o tempo que leva para uma vela acabar depende do tamanho inicial.*

**Então como consigo calcular o tempo que cada vela leva para acabar?**

- *A vela branca mede 280 milímetros e diminui 14 milímetros por minuto, logo, vai levar* $280 \div 14 = 20$ *minutos para acabar.*

- *A vela vermelha mede 360 milímetros e diminui 24 milímetros por minuto, logo, vai levar* $360 \div 24 = 15$ *minutos para acabar.*

**RESPOSTA :** Portanto, a vela vermelha que vai acabar antes.

**Item b)**:

**O que já sei sobre o item a)?**

*Com base no respondido anteriormente, veja que a vela vermelha vai acabar após 15 minutos e a vela branca após 20 minutos.*

**Por quanto tempo a mais a vela branca vai ficar acesa?**

*Após a vela vermelha apagar, restam ainda 5 minutos até a vela branca terminar de queimar.*

**Neste cinco minutos, quantos milímetros de vela vão ser queimados?**

*Como a vela branca diminui 14 milímetros por minuto, então quando faltarem 5 minutos para a vela acabar, vão restar* $14 \times 5 = 70$ *mm.*

**RESPOSTA: Portanto, quando a vela vermelha acabar, vão restar ainda** 70 *cm* **de vela branca para queimar.**

**Esta é a única forma de resolver o problema?**

*Não, uma outra forma de pensar este problema é realizando subtrações, veja que se a vela vermelha mede 360 milímetros e diminui 24 milímetros por minuto, então após o primeiro minuto ela passa a medir* $360 - 24 = 336$ *milímetros, após o segundo minuto* $336 - 24 = 312$ *milímetros, após o terceiro minuto* $312 - 24 = 288$ *milímetros e assim consecutivamente.*

**Que outra forma consigo visualizar isso?**

*Bom, você pode conferir a tabela abaixo:*

| TEMPO | TAMANHO DA VELA VERMELHA | TAMANHO DA VELA BRANCA |
|---|---|---|
| 0 min | 360 mm | 280 mm |
| 1min | 336 mm | 266 mm |
| 2 min | 312 mm | 252 mm |
| 3 min | 288 mm | 238 mm |
| 4 min | 264 mm | 224 mm |
| 5 min | 240 mm | 210 mm |
| 6 min | 216 mm | 196 mm |
| 7 min | 192 mm | 182 mm |
| 8 min | 168 mm | 168 mm |
| 9 min | 144 mm | 154 mm |
| 10 min | 120 mm | 140 mm |
| 11 min | 96 mm | 126 mm |
| 12 min | 72 mm | 112 mm |
| 13 min | 48 mm | 98 mm |
| 14 min | 24 mm | 84 mm |
| 15 min | 0 mm | 70 mm |
| 16 min | | 56 mm |
| 17 min | | 42 mm |
| 18 min | | 28 mm |
| 19 min | | 14 mm |
| 20 min | | 0 mm |

*Veja que, utilizando uma tabela, as informações ficam mais evidentes. Conseguimos ver com mais clareza em qual momento cada uma das velas acaba.*

**QUESTÃO 2:** Uma fábrica de material esportivo tem dois funcionários para operar uma máquina que fabrica 100 bolas de tênis por dia e cinco funcionários para operar três máquinas que fabricam 100 raquetes de tênis por dia. Além disso, há 15 funcionários para fabricar manualmente 20 redes por dia. A fábrica pretende vender estes produtos em conjuntos; cada conjunto é composto por uma bola, duas raquetes e uma rede. Para expandir seus negócios, será necessário fabricar 200 conjuntos por dia. Pergunta-se:

a) Quantas máquinas deverão ser compradas?

b) Quantos operários a mais a fábrica deverá contratar?

Resolução:

**Item a)**:

**O que quero saber?**

*Analisando a pergunta do problema, veja que ela quer saber a quantia de máquinas para que a fábrica consiga produzir 200 conjuntos por dia.*

**O que compõe um conjunto?**

*Um conjunto é composto por uma bola, duas raquetes e uma rede.*

**Em 200 conjuntos eu preciso de quanto de cada item?**

*É necessário 200 bolas, 400 raquetes e 200 redes.*

**Quantas máquinas são necessárias para produzir 200 redes?**

*O problema pergunta especificamente a quantia de máquinas. Como a produção de redes não envolve máquinas, não vamos nos preocupar com esta informação.*

**Quantas máquinas são necessárias para produzir 200 bolas?**

*A fábrica com uma máquina produz por dia 100 bolas, logo para produzir 200 bolas é preciso de 2 máquinas*

**Qual a quantia de máquinas que é preciso comprar para produzir 200 bolas por dia?**

*Como há uma máquina na fábrica e é necessário duas máquinas, então é preciso comprar uma máquina.*

**Quantas máquinas são necessárias para produzir 400 raquetes?**

*Veja que a fábrica com três máquinas produz 100 raquetes, com seis máquinas produz 200 raquetes, com 9 máquinas produz 300 raquetes e, por fim, com 12 máquinas produzem 400 raquetes.*

*Qual a quantia de máquinas que é preciso comprar para produzir 400 raquetes por dia?*

*Como a fábrica já possui três máquinas, será necessário comprar mais 9 máquinas.*

**Agora, consigo saber quantas máquinas a fábrica precisa comprar?**

*Veja que é necessário comprar mais 1 máquina para produzir bolas e 9 máquinas* *para produzir raquetes, logo, ao total é necessário comprar 10 novas máquinas.*

**RESPOSTA: Portanto, para produzir 200 conjuntos é necessário comprar 10 novas máquinas.**

**Item b)**:

**O que quero saber?**

*Quantos operários a mais é preciso contratar para que a fábrica produza 200 conjuntos por dia.*

**Que raciocínio vou utilizar?**

*Vamos utilizar o mesmo raciocínio que no item anterior: analisar quantos funcionário é preciso contratar para a produção de cada tipo de produto do conjunto.*

**Quantos funcionários são necessárias para produzir 200 redes?**

*A fábrica possui 15 funcionários para produzir 20 redes ao dia. Veja que a necessidade de redes é 10 vezes maior que a produção pois* $20 \times 10 = 200$*, logo a quantia de funcionários precisa ser 10 vezes maior para acompanhar a demanda. Desta forma, fábrica teria que ter* $15 \times 10 = 150$ *funcionários ao total.*

**Qual a quantia de funcionários que é preciso contratar para produzir 200 redes por dia?**

*Como a fábrica já possui 15 funcionário, é precisa contratar* $150 - 15 = 135$ *novos funcionários.*

**Quantos funcionários é preciso contratar para produzir 200 bolas?**

*Conforme foi visto no item a) será necessário comprar uma nova máquina que produz bolas. Como é necessário 2 pessoas para conduzir este tipo de máquina, a fábrica precisa contratar 2 novos funcionários para que a produção de bolas consiga satisfazer a demanda de 200 conjuntos ao dia.*

**Qual a quantia de funcionários que é preciso contratar para produzir 400 raquetes por dia?**

*Conforme foi visto no item a) será necessário comprar 9 novas máquinas que produzem raquetes. Também é preciso 5 pessoas para conduzir 3 máquina. Estas 9 novas máquinas podem ser dividas em três grupinhos com três máquinas cada, logo, para cada um destes grupinhos é preciso de 5 funcionários. Portanto a fábrica precisa contratar* $5 + 5 + 5 = 15$ *novos funcionários.*

**Agora, consigo saber quantos funcionário a fábrica precisa contratar?**

*Sim. Será necessário contratar 135 novos funcionários para produzirem redes, 2 novos funcionários para produzir bolas e 15 novos funcionários para produzir raquetes. Assim, será necessário contratar* $135 + 2 + 15 = 152$ *novos funcionários.*

**RESPOSTA: Portanto, para que a fábrica consiga produzir 200 conjuntos por dia, é necessário que ela contrate 152 novos funcionários.**

**Consegui resolver o que o problema pede?**

*Sim, conseguimos determinar a quantia de máquinas e funcionários para que a* *fábrica consiga produzir 200 conjuntos por dia.*

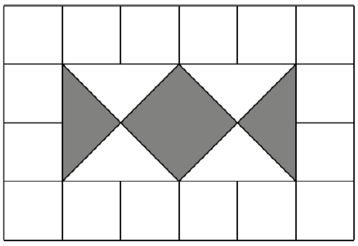
**Esta é a única forma de resolver este problema?**

*Não. Uma outra forma de resolver este problema é realizando uma tabela conforme abaixo:*

| ITEM FABRICADO POR DIA | NÚMERO DE OPERÁRIOS | NÚMERO DE MÁQUINAS | QUANTIA NECESSÁRIA DE OPERÁRIOS PARA 200 CONJUNTOS | QUANTIA NECESSÁRIA DE MÁQUINAS PARA 200 CONJUNTOS |
|---|---|---|---|---|
| 100 bolas | 2 | 1 | 2 x 2 =4 | 2 x 1 = 2 |
| 100 raquetes | 5 | 3 | 4 x 5 = 20 | 4 x 3 = 12 |
| 20 redes | 15 | | 10 x 15 = 150 | |
| 1 conjunto inteiro | 2 + 5 + 15 = 22 | 1 + 3 =4 | 4 + 20 + 150 = 174 | 2 + 12 = 14 |

*Como a fábrica já tem 22 operários e 4 máquinas, falta contratar* $174 - 22 = 152$ *operários e comprar* $14 - 4 = 10$ *máquinas.*

**QUESTÃO 3** Um retângulo é cercado por quadrados de mesmo tamanho, formando um retângulo maior, como na figura. A área da região cinza é 25 metros quadrados. Qual é á área do maior retângulo?



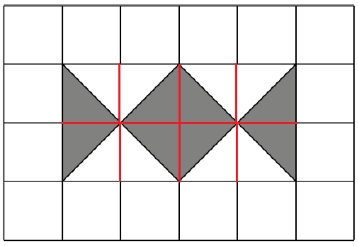
Resolução:

**O que quero saber?**

*Veja que o objetivo principal é encontrar a medida da área do retângulo maior.*

**Como faço para encontrar a área do retângulo maior?**

*Uma estratégia interessante é a de dividir toda a figura em quadrados de mesmo tamanho, tal qual na imagem abaixo.*



**E agora, como que isso me ajuda?**

*Veja que agora o retângulo maior está dividido em 24 quadrados iguais, portanto para determinar a área do retângulo maior, basta determinar a área dos quadrados e multiplicar por 24.*

**Como que determino a área dos quadrados?**

*Veja que alguns quadrados estão divididos em dois triângulos iguais: um cinza e um branco, para descobrir a área destes quadrados basta descobrir a área dos triângulos.*

**Como faço para determinar a área dos triângulos?**

*Como a área total da região cinza mede 25 metros quadrados e ela está dividida em oito triângulos iguais, cada triângulo mede* $25 \div 8 = 3,125$ *metros quadrados.*

**Agora consigo determinar a área de cada quadrado?**

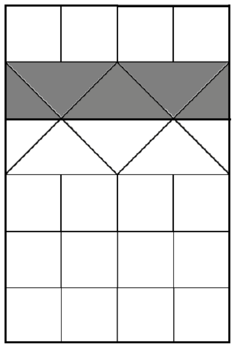
*Sim, como a área do quadrado é o dobro da área do triângulo, então cada quadrado mede* $3,125 \times 2 = 6,25$ *metros quadrados.*

**E a área do retângulo maior, consigo determinar?**

*Sim, como o retângulo maior é formado por 24 quadrados que medem* $6,25$ *metros quadrados, então a área do retângulo maior é de* $6,25 \times 24 = 150$ *metros quadrados.*

**RESPOSTA: Portanto a área do retângulo maior é de 150 metros quadrados.**

*Outra forma de resolver esta questão é recortando e colando a figura para formar um novo retângulo.*



*Este novo retângulo é formado por 6 "listras horizontais" iguais das quais uma delas é composta pela região cinza. Como a região cinza mede 25 metros quadrados, então cada listra mede o mesmo, logo a área do retângulo vai ser de* $6 \times 25 = 150$ *metros quadrados.*

**QUESTÃO 4** Ana, Bia, Célia e Denise são quatro amigas que gostam muito de ler. Nas férias, as quatro amigas leram um total de 30 livros. Descubra quantos livros leu cada uma com as informações a seguir:

1. Cada uma delas leu pelo menos um livro.
2. Célia leu a menor quantidade de livros.
3. Ana leu a maior quantidade de livros.
4. Bia e Denise foram as únicas que leram a mesma quantidade de livros.
5. O número de livros que Célia leu é igual a um terço do número de livros que Ana leu.

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber quantos livros cada um das amigas leu.*

**Como que posso descobrir isso?**

*Uma estratégia interessante para resolver este tipo de problema é analisar cada uma das afirmações e tentar moldar um caminho para a resolução.*

**O que a Afirmação 1 diz?**

*Esta afirmação diz que todas elas leram pelo menos um livro.*

**O que as Afirmação 2 e a Afirmação 3 dizem?**

*Com estas afirmações conseguimos saber quem leu menos(Célia) e quem leu mais(Ana).*

**O que a Afirmação 4 diz?**

*Sabemos da Afirmação 4 que Bia e Denise leram a mesma quantia de livros e que somente elas leram esta quantia.*

**O que a Afirmação 5 diz?**

*Esta afirmação diz que a quantia que Célia leu foi um terço da quantia que Ana leu, em outras palavras, o que Ana leu equivale ao triplo do que Célia leu. Veja que a partir desta informação conseguimos delimitar alguns possíveis números para a quantia de livro que Ana leu. Ora, se Célia leu 1 livro, então Ana leu 3, se Célia leu 2 livros, então Ana leu 6, se Célia leu 3 livros, então Ana leu 9, e assim consecutivamente. Visto isso, note que a quantia de livros que Ana leu tem que ser um número múltiplo de 3, ou seja: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 ou 27(lembre que há ao total 30 livros e que cada uma leu pelo menos um deles, logo o valor máximo possível é 27).*

**Como que estas informações podem me ajudar?**

*Uma estratégia interessante para resolução de problemas matemático é a de separar e analisar casos. Com base no dissertado acima, temos as seguintes situações:*

- ***Célia leu 1 livro***: *Neste caso Ana teria que ter lido 3 livros, sobrando 26 para Bia e Denise. Como Bia e Denise leram a mesma quantidade, cada uma teria lido 13 livros, o que não pode acontecer pois Ana é quem leu mais livros. Logo, Célia não leu apenas um livro.*
- ***Célia leu 2 livros***: *Neste caso Ana teria que ter lido 6 livros, sobrando 22 para Bia e Denise. Como Bia e Denise leram a mesma quantidade, cada uma teria lido 11 livros, o que não pode acontecer pois Ana é quem leu mais livros. Logo, Célia não leu dois livros.*
- ***Célia leu 3 livros***: *Neste caso Ana teria que ter lido 9 livros, sobrando 18 para Bia e Denise. Como Bia e Denise leram a mesma quantidade, cada uma teria lido 9 livros, o que não pode acontecer pois Ana leu mais livros do que cada uma das duas e não a mesma quantia. Logo, Célia não leu três livros.*
- ***Célia leu 4 livros***: *Neste caso Ana teria que ter lido 12 livros, sobrando 14 para Bia e Denise. Como Bia e Denise leram a mesma quantidade, cada uma teria lido 7 livros, o que é uma situação possível.*
- ***Célia leu 5 livros***: *Neste caso Ana teria que ter lido 15 livros, sobrando 10 para Bia e Denise. Como Bia e Denise leram a mesma quantidade, cada uma teria lido 5 livros, o que não pode acontecer pois Célia leu menos livros do que cada uma das duas e não a mesma quantia. Logo, Célia não leu cinco livros.*

**O que posso concluir sobre os casos?**

*Veja que conforme ia aumentando a quantia de livros de Célia, a quantia de livros de Bia e Denise ia diminuindo. Portanto, em qualquer situação que Célia tivesse lido cinco ou mais livros, ela teria lido mais do que Bia e Denise, o que não pode acontecer pela **Afirmação 2**. Assim, a única situação possível é a que Célia lê 4 livros.*

**RESPOSTA: Célia leu 4 livros, Ana leu 12 livros, Bia leu 7 livros e Denise 7 livros.**

*Como que faço para verificar se as resolução está correta?*

**Podemos verificar se cada uma das afirmações satisfaz o enunciado.**

***Afirmação 1: Cada uma delas leu pelo menos um livro.***

*CONFIRMADO!*

***Afirmação 2: Célia leu a menor quantidade de livros.***

*Ela leu 4 livros e* $4 < 7 = 7 < 12$. *CONFIRMADO!*

***Afirmação 3: Ana leu a maior quantidade de livros.***

*Ela leu 12 livros e* $12 > 7 = 7 > 5$. *CONFIRMADO!*

***Afirmação 4: Bia e Denise foram as únicas que leram a mesma quantidade de livros.***

*Cada uma leu 7 livros e ninguém mais leu essa quantia. CONFIRMADO!*

***Afirmação 5: O número de livros que Célia leu é igual a um terço do número de livros que Ana leu.***

*Ana leu 12 livros, Célia leu 4 e* $12 \div 3 = 4$*. CONFIRMADO!*

*Veja também que* $4 + 7 + 7 + 12 = 30$*.*

*Portanto podemos afirmar com garantia que a resposta está correta!*

# 12 RESOLUÇÃO DA IX ORMM

## 12.1 PRIMEIRA FASE:

**PROBLEMA 1:** Catarina tem 30 cartões numerados de 1 a 30. Quantos desses cartões têm um número par que não é múltiplo de 3?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber quantos cartões de Catarina são pares e não são múltiplos de 3.*

**Como posso determinar isso?**

*Podemos fazer uma lista de todos os números de 1 a 30 e avaliar cada um:*

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Não é par | |
| 2 | | |
| 3 | Não é par | Múltiplo de 3 |
| 4 | | |
| 5 | Não é par | |
| 6 | | Múltiplo de 3 |
| 7 | Não é par | |
| 8 | | |
| 9 | Não é par | Múltiplo de 3 |
| 10 | | |
| 11 | Não é par | |
| 12 | | Múltiplo de 3 |
| 13 | Não é par | |
| 14 | | |
| 15 | Não é par | Múltiplo de 3 |
| 16 | | |
| 17 | Não é par | |
| 18 | | Múltiplo de 3 |
| 19 | Não é par | |
| 20 | | |
| 21 | Não é par | Múltiplo de 3 |
| 22 | | |
| 23 | Não é par | |
| 24 | | Múltiplo de 3 |
| 25 | Não é par | |
| 26 | | |
| 27 | Não é par | Múltiplo de 3 |
| 28 | | |
| 29 | Não é par | |
| 30 | | Múltiplo de 3 |

*Analisando a tabela veja que os números que são pares e não são múltiplos de três são os números 2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22, 26 e 28.*

**RESPOSTA: Dos cartões de Catarina 10 possuem número que são pares e não múltiplo de 3.**

**Existe outra resolução para o problema?**

*Um problema como este pode ser resolvido listando todos os números e analisando um por um tal qual desenvolvido acima, mas este método nem sempre é eficiente. Imagine que se, ao invés de possuir 30 cartões, Catarina tivesse 1000 cartões. Não seria prático resolvermos este problema listando todos os números.*

*A primeira restrição do problema é que o número do cartão tem que ser par, ou seja, multiplo de 2. Note que ou um número ou é par ou é ímpar e de 1 a 30 temos exatos 30 cartões (uma quantia que também é par), logo podemos afirmar que metade deste número vão ser pares, ou seja* $30 \div 2 = 15$ *números (se tivéssemos uma quantia ímpar de cartões teríamos um problema, pois não teríamos uma quantia igual de cartões pares e ímpares).*

*Agora, a segunda restrição diz que o número não pode ser multiplo de 3. Note que em uma lista de números pares a cada três unidades temos um número que é multiplo de 3 (são os multiplos comuns de 2 e 3):*

2 - 4 - **6** - 8 - 10 - **12** - 14 - 16 - **18**

*Ou seja, a cada três números pares, um é multiplo de três, ou ainda, um terço dos números pares são multiplos de três. Desta forma, a quantia de números pares que são multiplos de três é de* $15 \div 3 = 5$*, logo a quantia de números que satisfaz as duas restrições é* $15 - 5 = 10$.

**PROBLEMA 2:** A professora Ana fez um saquinho de guloseimas para cada um de seus 25 alunos com as guloseimas que ela havia comprado. Em cada saquinho colocou 4 barrinhas de chocolate, 9 balas, 2 chicletes e 5 pirulitos. Com o que sobrou, ainda deu para montar uma cestinha com 15 barrinhas de chocolate, 24 balas e 18 pirulitos para oferecer às professoras. Quantas guloseimas a professora Ana havia comprado?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos determinar a quantia de guloseimas que a professora Ana comprou.*

**Como consigo determinar isso?**

*Podemos encontrar a quantia total de cada uma das guloseimas e depois somar tudo.*

**Quantas barrinhas de chocolate ela comprou?**

*São 4 barrinhas de chocolate para cada saquinho e como são 25 alunos temos* $25 \times 4 = 100$ *barrinhas de chocolate mais as 15 da cestinha dos professores, totalizando* $100 + 15 = 115$ *barrinhas de chocolate compradas.*

**Quantas balas ela comprou?**

*São 9 balas para cada saquinho e como são 25 alunos temos* $25 \times 9 = 225$ *balas mais as 24 da cestinha dos professores, totalizando* $225 + 24 = 249$ *balas compradas.*

**Quantos chicletes ela comprou?**

*São 2 chicletes para cada saquinho e como são 25 alunos temos ao total* $25 \times 2 = 50$ *chicletes. Neste caso não sobrou gulaseimas para a cestinha dos professores.*

**Quantos pirulitos ela comprou?**

*São 5 pirulitos para cada saquinho e como são 25 alunos temos* $25 \times 5 = 125$ *pirulitos mais os 18 da cestinha dos professores, totalizando* $125 + 18 = 143$ *pirulitos comprados.*

**Agora é só somar?**

*Sim! Somando 115 barrinhas de chocolate, 249 balas, 50 chicletes e 143 pirulitos obtemos ao total 557 guloseimas.*

**RESPOSTA: A professora Ana comprou ao total 557 guloseimas.**

**Esta é a única forma de resolver este problema?**

*Não. Veja que em cada saquinho há 4 barrinhas de chocolate, 9 balas, 2 chicletes e 5 pirulitos, ou seja, possui* $4 + 9 + 2 + 5 = 20$ *guloseimas e como há um total de 25 alunos resulta em* $20 \times 25 = 500$ *guloseimas dadas aos alunos.*

*Agora, na cestinha dos professores há 15 barrinhas de chocolates, 24 balas e 18 pirulitos, ou seja a cestinha possui* $15 + 24 + 18 = 57$ *guloseimas.*

*Somando todas as guloseimas compradas encontramos um total de* $500 + 57 = 557$ *guloseimas.*

## 12.2 SEGUNDA FASE:

**QUESTÃO 1:** João é fazendeiro, criador de vacas, ovelhas e galinhas. Para levar seus animais à feira, João contratou um pequeno caminhão que pode transportar no máximo 4000 *kg*. Ele precisa transportar em uma única viagem 4 vacas, 6 ovelhas e algumas galinhas. Cada vaca pesa 720 *kg*, cada ovelha pesa 125 *kg* e cada galinha pesa 1500 *g*. No entanto, para facilitar o transporte, as galinhas devem ser colocadas em caixas, com 4 galinhas em cada caixa. Quantas caixas de galinhas João conseguirá transportar para a feira?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Queremos saber quantas caixas de galinha João consegue transportar para a feira.*

**Como que eu consigo saber isso?**

*Em um problema com muitas informações, é importante ir interpretando aos poucos cada uma das frases.*

**Por onde posso começar?**

*As primeiras informações que chamam atenção na leitura é de que João contratou um caminhão que pode carregar, no máximo,* 4000 *kg para levar vacas, ovelhas e galinhas à feira.*

**Eu tenho informações sobre estes animais?**

*A quantidade de vacas e ovelhas foi fornecida no enunciado, bem como o peso de cada unidade, mas sobre as galinhas sabemos apenas que cada animal pesa* 1500 *g.*

**O que consigo fazer então?**

*Podemos calcular valores conhecidos.*

**Quanto que pesam juntas as vacas?**

*Sabe-se que há um total de 4 vacas e cada um pesa* 720 *kg, logo, todas as vacas juntas pesam* $720 \times 4 = 2880$ *kg.*

**E as ovelhas?**

*Quanto as ovelhas, são 6 animais pesando* 125 *kg cada, logo, juntas pesam* $125 \times 6 = 750$ *kg. Portanto, vacas e ovelhas pesam um total de* $2880 + 750 = 3630$ *kg.*

**E sobre as galinhas?**

*Em relação as galinhas, queremos saber quantas caixas João irá conseguir transportar para a feira. Bom, as informações que temos sobre galinhas é de que cada uma pesa* 1500 *g e que devem ser transportadas em caixas com capacidade de quatro animais.*

**Minhas unidades de peso estão iguais?**

*Veja que o peso das unidades do peso de galinhas está em gramas enquanto o* *peso dos demais objetos do problema estão em quilogramos. É importante transformar tudo para a mesma unidade de medida, neste caso, o quilograma. Como* 1000 *g equivalem a* 1 *kg, então* 1500 *g equivalem a* 1,5 *kg. Portanto cada galinha pesa* 1,5 *kg.*

**Posso colocar quantos quilos de galinhas no caminhão?**

*Até então sabemos que vacas e ovelhas juntas pesam um total de* 3630 *kg de um total de* 4000 *kg que o pequeno caminhão comporta. Logo pode haver no máximo* $4000 - 3630 = 370$ *kg ocupados com galinhas.*

**Consigo determinar o peso máximo de galinhas no caminhão?**

*Para saber a quantia de galinhas, basta dividir o total de peso remanescente no pequeno caminhão pelo peso de cada galinha, logo* 370 *dividido por* 1,5 *resulta em* 246 *galinhas e ainda sobra* 1 *kg para preencher o peso total do caminhão.*

**Como que faço para saber quantas caixas com galinhas João precisa levar ?**

*Cada caixa comporta até 4 galinhas e como o total de galinhas é de* 246*, dividindo* 246 *por* 4 *obtêm-se* 61,5*. Veja que não há como ter* 61,5 *caixas, este número precisa ser um número inteiro. Logo, há duas opções:* 61 *ou* 62 *caixas.*

- *Se ele levar* 62 *caixas, então vai ter um total de* $62 \times 4 = 248$ *vagas para* 246 *galinhas, ou seja, teria pelo menos uma caixa que não teria 4 galinhas.*
- *Se ele levar* 61 *caixas, então vai ter um total de* $61 \times 4 = 244$ *vagas e* 246 *galinhas, logo teria que deixar de levar duas unidades, mas teria todas as caixas com* 4 *galinhas.*

**RESPOSTA: João irá transportas à feira 61 caixas com 4 galinhas.**

*Em um problema matemático é sempre importante confirmar os fatos da resolução. Vamos tirar a prova real e confirmar que João vai transportar 246 ao invés de 247 galinhas.*

*Caso ele fosse transportar 247 galinhas com cada uma pesando* 1,5 *kg, ao total elas pesariam* $247 \times 1,5 = 370,5$ *kg. Agora somando as galinhas mais as vacas mais as ovelhas, ele teria respectivamente*

$$370,5 + 2880 + 750 = 4000,5\ kg.$$

*Logo, o peso máximo do caminhão seria excedido em meio quilo, o que não pode ocorrer. Por isso que a quantidade máxima de galinhas tem que ser 246 unidades.*

**QUESTÃO 2** Na galáxia Plex, os habitantes da aldeia Benx marcam suas casa com símbolos. Cada rua da aldeia tem regras especiais para identificar suas casas. Para a rua Kanx as regras são as seguintes:

1. eles utilizam estes quatro símbolos: $\bullet$, $\triangle$, $\blacksquare$ e $\heartsuit$;
2. todas as casa são identificadas por exatamente três símbolos, todos diferentes;
3. os símbolos $\bullet$ e $\triangle$ não podem aparecer na mesma casa;
4. símbolos em ordens diferentes identificam casas diferentes. Por exemplo, $\bullet$, $\blacksquare$, $\heartsuit$ e $\blacksquare$, $\bullet$ e $\heartsuit$ identificam casas diferentes.

Seguindo estas regras, qual é o maior número de casas que podem ser identificadas na rua Kanx da aldeia Benx?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Veja que o grande objetivo do problema é determinar o número máximo de casas que podem ser identificadas utilizando o sistema descrito no enunciado.*

**Como que consigo resolver este problema?**

*Como há uma quantidade pequena de símbolos é possível realizar uma listagem com todas as possibilidades.*

**Como que consigo criar esta listagem?**

*É importante que ela não seja aleatória, que possua um padrão, caso contrário é muito fácil esquecer de algum caso.*

**Qual seria um bom padrão para iniciar a listagem?**

*Uma ideia interessante é de fixar um dos símbolos em uma posição e depois verificar todas as possibilidades de combinações com outros símbolos. Podemos começar com o $\bullet$ como o primeiro símbolo e veja que podemos ter duas possibilidades para o segundo símbolo: $\blacksquare$ ou $\heartsuit$ (veja que o segundo símbolo não pode ser $\bullet$ por causa do b) nem $\triangle$ não pode acontecer pelo item c)). Logo,*

1. $\bullet$, $\blacksquare$, $\heartsuit$
2. $\bullet$, $\heartsuit$, $\blacksquare$

*Observação: Veja que não pode haver as situações $\bullet$, $\blacksquare$, $\triangle$ e $\bullet$, $\blacksquare$, $\triangle$ pelo item c).*

**Como que prossigo agora?**

*Seguindo mesmo raciocínio, fixando $\blacksquare$ como primeiro símbolo, pode-se ter três possibilidades para o segundo símbolo: $\bullet$, $\heartsuit$ e $\triangle$. Analisando cada caso:*

1. $\blacksquare$, $\bullet$, $\heartsuit$

2. $\blacksquare$, $\heartsuit$, $\bullet$

3. $\blacksquare$, $\heartsuit$, $\triangle$

4. $\blacksquare$, $\triangle$, $\heartsuit$

*Observação: Veja que não pode ocorrer as situações: $\blacksquare$, $\bullet$, $\triangle$ e $\blacksquare$, $\triangle$, $\bullet$ pelo item 3).*

*Fixando $\triangle$ como primeiro símbolo, pode-se ter duas possibilidades para o segundo símbolo: $\blacksquare$ ou e $\heartsuit$. (veja que o caso $\triangle$ e $\bullet$ não pode acontecer pelo item 3))*

1. $\triangle$, $\blacksquare$, $\heartsuit$

2. $\triangle$, $\heartsuit$, $\blacksquare$

*Observação: Veja que não pode ocorrer as situações:$\triangle$, $\blacksquare$, $\bullet$ e $\triangle$, $\heartsuit$, $\bullet$ pelo item 3).*

*Por fim, fixando $\heartsuit$ como primeiro símbolo, pode-se ter três possibilidades para o segundo símbolo: $\bullet$, $\triangle$ e $\blacksquare$:*

1. $\heartsuit$, $\bullet$, $\blacksquare$

2. $\heartsuit$, $\triangle$, $\blacksquare$

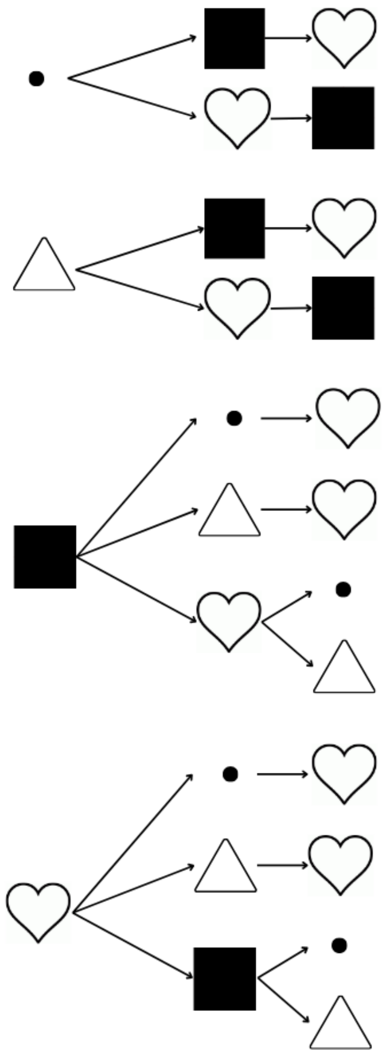
3. $\heartsuit$, $\blacksquare$, $\bullet$

4. $\heartsuit$, $\blacksquare$,$\triangle$

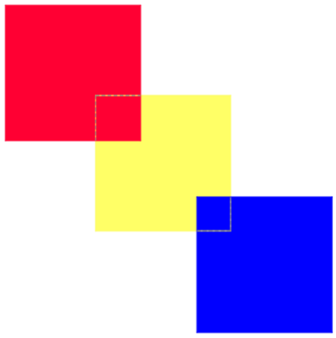
*Observação: Veja que não pode ocorrer as situações: $\heartsuit$, $\bullet$, $\triangle$ e $\heartsuit$, $\triangle$, $\bullet$ pelo item c).*

**RESPOSTA: Somando todas as possibilidades, veja que ao total podem ser identificadas até 12 casas utilizando o sistema acima.**

*Um outro método de resolver este problema é realizando uma árvore de possibilidades conforme abaixo:*



**QUESTÃO 3:** Gilles tem três cartões quadrados, um vermelho, um amarelo e um azul, todos com perímetro igual a 48$cm$. Ele cobre partes do cartão amarelo com o cartão vermelho e com o cartão azul, conforme a figura abaixo. O cartão vermelho esconde um pedaço do quadrado do cartão amarelo. O lado deste pedaço escondido mede um terço da medida do lado do cartão vermelho. O cartão azul esconde um outro pedaço quadrado do cartão amarelo. O lado deste outro pedaço escondido mede um quarto da medida do lado do cartão azul. Qual a área da região do cartão amarelo que não está escondida?



Resolução:

**O que quero saber?**

*O objetivo deste problema é descobrir a área da região amarela.*

**Como que posso fazer isso?**

*Note que para encontrar a área amarela basta daterminar a área total do quadrado amarelo e subtrair pelas áreas sobrepostas dos cartões azul e vermelho. Visto isto, há então três coisas para calcular: área do quadrado amarelo, área que o cartão vermelho sobrepõe cartão amarelo e área que o cartão azul sobrepõe o cartão amarelo.*

**Como que encontro a área do cartão amarelo?**

*A área de um quadrado é calculada multiplicando o comprimento de dois de seus lados, desta forma para descobrir a área do cartão amarelo basta encontrar o tamanho de seu lado.*

**Como que encontro o tamanho da medida do quadrado amarelo?**

*O perímetro de um polígono é a soma do comprimento de todos seus lados e um quadrado possui todos os quatro lados iguais, logo, como o perímetro do cartão amarelo é de* 48 *cm e possui os quatro lados iguais (pois é um quadrado), temos que cada lado mede* $48 \div 4 = 12cm$.

**Então consegui encontrar a área do cartão amarelo?**

*Sim, a área do cartão amarelo é de* $12 \times 12 = 144\ cm^2$.

**Como que encontro a área do cartão vermelho que sobrepõe cartão amarelo?**

*Os três cartões são quadrados e possuem mesmo perímetro, logo podemos concluir que possuem as mesmas medidas com seus lados medindo* 12 *cm. Veja que* *a intersecção destes dois cartões forma um novo quadrado que possui medida de seu lado como sendo um terço do lado do quadrado vermelho.*

*O quadrado vermelho possui tamanho de seu lado medindo* 12 *cm, logo um terço de* 12 *significa dividir o 12 em três partes iguais e "pegar" uma delas. Dividindo* 12 *por* 3 *obtemos* 4*. Logo cada terço do* 12 *equivale a* 4 *e portanto o quadrado que representa a intersecção do cartão amarelo e vermelho possui seu lado medindo* 4 *cm.*

*Visto isso, o quadrado que represente a intersecção do cartão amarelo com o vermelho possui área igual a* $4 \times 4 = 16$ $cm^2$*.*

**Como que encontro a área do cartão azul que sobrepõe cartão amarelo?**

*O raciocínio para calcular a área deste pedaço é o mesmo que utilizamos para calcular a área da intersecção com o cartão vermelho. A diferença é que o quadrado que representa esta intersecção com o cartão azul possui área igual um quarto do lado do quadrado azul.*

*Como todos os cartões possuem mesmas medidas, o lado do cartão azul mede* 12*cm, logo um quarto de* 12 *significa dividir o* 12 *em* 4 *partes iguais e "pegar" uma. Veja que* $12 \div 4 = 3$*, logo o quadrado que representa a intersecção entre os cartões azul e amarelo possui lado medindo* 3 *cm e sua área é de* $3 \times 3 = 9$ $cm^2$*.*

**E agora, consigo calcular a área do cartão amarelo que não está sobreposta aos cartões azul e vermelho?**

*Sim, encontramos esta área subtraindo as duas áreas de intersecções da área total do cartão amarelo. Veja que as informações que calculamos foram:*

*Área do cartão amarelo:* 144 $cm^2$*.*

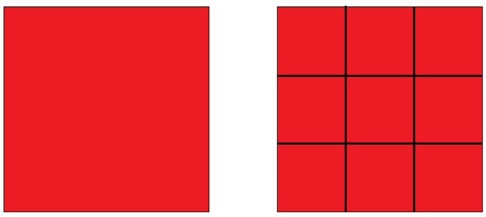
*Área que o cartão vermelho sobrepõe cartão amarelo:*16 $cm^2$*.*

*Área que o cartão azul sobrepõe cartão amarelo:* 9 $cm^2$*.*

*Assim, a área do cartão amarelo que não está escondida é* $144 - 16 - 9 = 119$ $cm^2$*.*

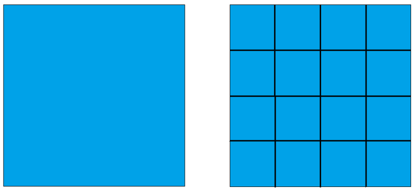
**RESPOSTA: Portanto, a área do cartão amarelo que não está escondida é de** 119 $cm^2$**.**

*Uma outra forma de descobrir a área de intersecção dos cartões amarelo e vermelho é dividindo o cartão vermelho em quadrado iguais de forma que cada um dos novos quadrados possuam seu lado medindo um terço do lado cartão, conforme a figura abaixo:*



*Veja que o cartão vermelho foi dividido em 9 novos quadradinho iguais, ou seja,* *a área de cada um deles equivale a um nono da área do cartão vermelho. Como a área do cartão é de* $144\ cm^2$*, então cada quadradinho mede* $144 \div 9 = 16\ cm^2$*.*

*O mesmo raciocínio pode ser desenvolvido com o cartão azul, porém o novo quadradinho vai possuir seu lado medindo um quarto do cartão azul e não um terço.*



*Neste caso, o cartão vai ser dividido em 16 partes, ou seja, a área de cada quadradinho vai ser de* $144 \div 16 = 9\ cm^2$*.*

*Sabendo as meidas das áreas de intersecções, basta subtrair da área do cartão amarelo. Portanto a medida da área da região amarela é* $144 - 16 - 9 = 119\ cm^2$*.*

**QUESTÃO 4:** Virgínia inventou uma nova operação com números diferentes de zero, que chamou de "blogar". O resultado de um número "blogado" com outro é o resto da divisão do primeiro número pelo segundo. Por exemplo, 9 "blogado" com 4 resulta em 1, pois 9 dividido por 4 dá 2 e tem resto 1. Quais são os números de dois algarismos que "blogados" com 21 dão como resultado 4?

Resolução:

**O que quero saber?**

*Quero saber quais são os números de dois algarismos que "blogados" com 21 dão 4.*

**Eu entendi a operação blogar?**

*Conforme o enunciado, o resultado de um número "blogado" por outro é o resto da divisão do primeiro número pelo segundo. Do exemplo no enunciado, veja que 9 "blogado" com 4 resulta em 1, em outras palavras, o 9 é 2 vezes o 4 mais 1:*

$$9 = 4 \times 2 + 1$$

*ou seja, 9 é um múltiplo de quatro mais 1.*

**9 é o único número que "blogado" com 4 resulta em 1?**

*Não,veja que o número 13 "blogado" com 4 também resulta em 1, pois*

$$13 = 4 \times 3 + 1$$

*ou o número 17*

$$17 = 4 \times 4 + 1.$$

**Então quantos números que "blogados" com 4 resultam em 1?**

*Veja que existem infinitos números que "blogados" com 4 também resultam em 1. Todos eles possuem a característica de que são um múltiplo de 4 mais 1.*

$$1 = 4 \times 0 + 1$$

$$5 = 4 \times 1 + 1$$

$$9 = 4 \times 2 + 1$$

$$13 = 4 \times 3 + 1$$

$$17 = 4 \times 4 + 1$$

$$21 = 4 \times 5 + 1$$

$$25 = 4 \times 6 + 1$$

**Como que estas informações podem me ajudar a solucionar o problema?**

*Basicamente queremos saber quais são os números com dois algarismos que blogados com o 21 resultam em 4, ou seja, queremos todos os múltiplos de 21 somados* *de 4. Realizando a mesma lista acima, observe os possíveis números que satisfazem o enunciado:*

$$4 = 21 \times 0 + 4$$

$$25 = 21 \times 1 + 4$$

$$46 = 21 \times 2 + 4$$

$$67 = 21 \times 3 + 4$$

$$88 = 21 \times 4 + 4$$

$$109 = 21 \times 5 + 4$$

*Bom, relembre que o enunciado do problema exigia que fossem números de dois algarismos, ou seja, números maiores do que 9 e menores do que 100. Desta forma, os únicos números da lista acima que satisfazem o enunciado são 25, 46, 67 e 88.*

**RESPOSTA: Portanto, os únicos números de dois algarismos que "blogados" com 21 resultam em 4 são 25, 46, 67 e 88.**

**Como faço para verificar se estes números realmente satisfazem o enunciado?**

*Podemos "blogar" cada um dos números acima e verificar se de fato resulta em 4.*

$$\begin{array}{rl} 25 & \underline{|\,21} \\ -\underline{21} & 1 \\ 04 & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 46 & \underline{|\,21} \\ -\underline{42} & 2 \\ 04 & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 67 & \underline{|\,21} \\ -\underline{63} & 3 \\ 04 & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 88 & \underline{|\,21} \\ -\underline{84} & 4 \\ 04 & \end{array}$$

*Veja que o resto da divisão em todas as contas resultou em 4, portanto a nossa resposta está correta.*

# 13 CONCLUSÃO

Vista a grande dificuldade do ensino da Matemática em sala de aula, a necessidade de novos meios de promover o ensino e aprendizagem é fundamental. Novas metodologias e formas de desenvolver os conteúdos são sempre bem vistas e maximizam o ensino das habilidades e competências previstas na BNCC(Base Nacional Comum Curricular).

O método Polya não somente auxilia a resolução de problemas matemáticos bem como promove o pensar e refletir sobre os problemas abordados. O ato de desenvolver os quatro passos do processo aumenta a significação de cada um dos conteúdos trabalhados, gerando assim um processo que maximiza a fixação de conteúdos e estimula o senso crítico do aluno.

A partir do que foi exposto neste trabalho é possível notar a importância de desenvolver cada um dos passos do processo corretamente. Veja bem, o primeiro passo, compreensão do problema, estimula o aluno a desenvolver uma análise completa de todos os dados do enunciado, levando a um questionamento sobre cada uma das informações apresentadas.

Já o segundo passo, elaboração de um plano, está mais associado a construção de uma trajetória. Durante este processo, o aluno deve buscar um caminho que ligue as informações dadas ao objetivo final, desenvolvendo a capacidade de conexão entre informações. Durante o terceiro passo, execução do plano, ocorre o desenvolvimento do que foi planejado, em outras palavras, o aluno pôs as mãos em prática. Neste momento que ele desenvolver todas as contas e de fato conectar as informações.

Por último há o quarto passo, retrospecto, que é o momento que o aluno questiona-se sobre tudo que foi desenvolvido e busca um meio de conferir se seu resultado está correto. Esta fase é de grande importância e muitas vezes o aluno aprende que não basta apenas desenvolver as contas e chegar numa resposta, mas que esta resposta deva estar correta.

Por fim, é inegável a importância do método Polya em sala de aula, são imensos os benefícios desta estratégia. Desenvolver o método Polya não é apenas uma metodologia diferente de ensino, mas também um meio de desenvolver o senso crítico dos alunos.

# REFERÊNCIAS

[1] DE CASTRO, G. G. Parte I - Resolução de problemas matemáticos. 2022. 12 f. Notas de aula.

[2] POLYA, George. A arte de resolver problemas. 2ª edição. ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006. 204 p.

[3] REVISTA DA OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE SANTA CATARINA. Florianópolis: Editora UFSC, 2013. ISSN 1679-7612. Anual.

[4] REVISTA DA OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE SANTA CATARINA. Florianópolis: Editora UFSC, 2014. ISSN 1679-7612. Anual.

[5] REVISTA DA OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE SANTA CATARINA. Florianópolis: Editora UFSC, 2015. ISSN 1679-7612. Anual.

[6] REVISTA DA OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE SANTA CATARINA. Florianópolis: Editora UFSC, 2016. ISSN 1679-7612. Anual.

[7] REVISTA DA OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE SANTA CATARINA. Florianópolis: Editora UFSC, 2017. ISSN 1679-7612. Anual.

[8] REVISTA DA OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DE SANTA CATARINA. Florianópolis: Editora UFSC, 2018. ISSN 1679-7612. Anual.

[9] STEWART, James. Cálculo. 6ª edição. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012. 535 p. v. Volume 1. ISBN 8522106608.

[10] SADA, Claires Marcele; MORTARI, Alda Dayana Mattos; Carmem Suzane Comitre Gimenez; CASTRO, Gilles Gonçalves de. OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA COM ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL - PARA ALÉM DE COMPETIÇÃO. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2019, Cuiabá.