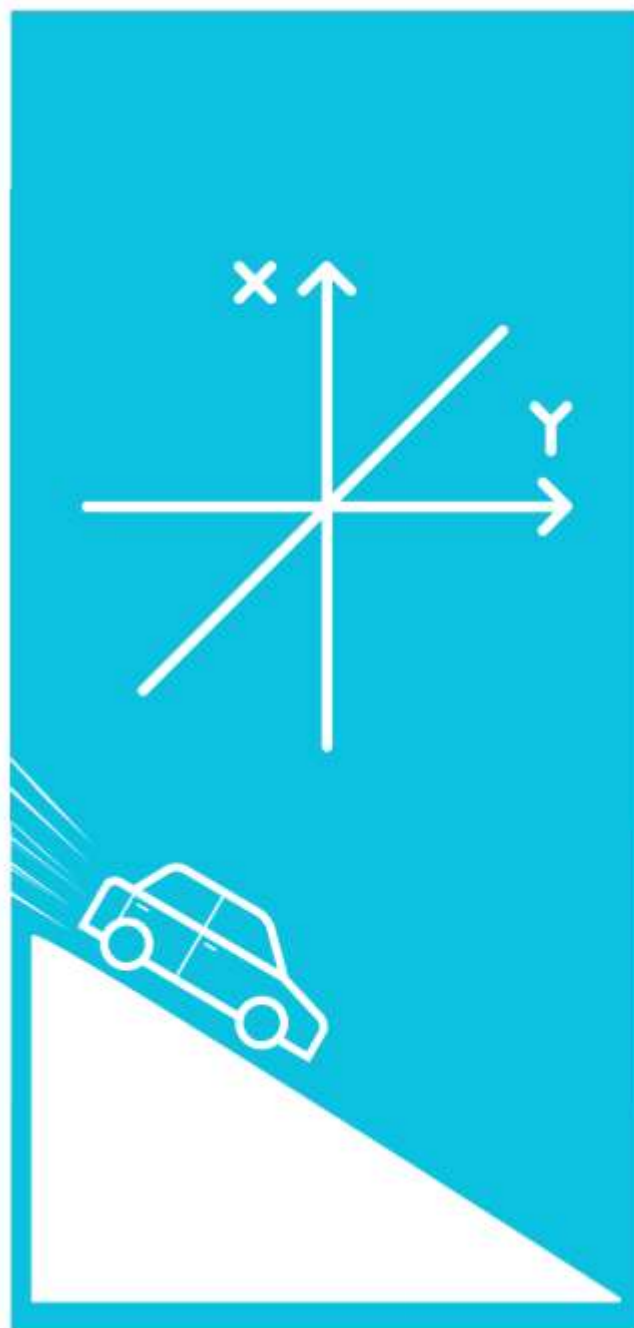


DESVENDANDO O MOVIMENTO: EXPLORANDO FUNÇÕES COM O TRACKER

Thiago de Vasconcelos Barros
Fábio José da Costa Alves
Roberto Paulo Bibas Fialho
Miguel Chaquiam



Capa: Autores.

BARROS, Thiago de Vaconcelos; FIALHO, Roberto Paulo Bibas; ALVES, Fábio José Costa da; CHAQUIAM, Miguel. Desvendando o Movimento: Explorando Funções com o *Tracker*. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2024.

ISBN: 978-65-84998-85-8

Ensino de Matemática. Ensino de função. Software Tracker. Software Desmos.

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	3
2. FUNÇÃO E SUAS CONEXÕES.....	4
3. AÇÃO E CONSCIÊNCIA: EXPLORANDO MOVIMENTOS NA REALIDADE.....	7
3.1. OBTENÇÃO E INSTALAÇÃO DO <i>TRACKER</i>	7
3.2. PROCEDIMENTOS INICIAIS: GRAVAÇÃO DO VÍDEO E IMPORTAÇÃO PARA O SOFTWARE	9
3.3. TRANSFORMANDO O MOVIMENTO EM DADOS TABULADOS	13
3.4. INVESTIGANDO OS DADOS	24
4. APROFUNDANDO NO UNIVERSO DAS FUNÇÕES	26
4.1. UTILIZANDO O DESMOS	26
4.2. INVESTIGAÇÃO COM O AUXÍLIO DO DESMOS	34
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
6. REFERÊNCIAS	40
7. INFORMAÇÃO DOS AUTORES.....	41

1. APRESENTAÇÃO

Este trabalho foi idealizado durante as aulas durante as aulas da disciplina de Modelagem no Ensino da Matemática, do programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Com a ideia da criação de um Livreto com o objetivo de instrumentalizar ao professor o uso do *software* o *Tracker* como ferramenta de ensino, afim de consolidar o conhecimento do Objeto Matemático Funções, como também construir uma visão integrada da Matemática aplicada à realidade.

O *software Tracker* é um programa disponível para computadores, destinado principalmente para análise de movimento e rastreamento de objetos em vídeos. Amplamente utilizado em pesquisas científicas, educação e em projetos que envolvem a análise de fenômenos que mudam ao longo do tempo. Desse modo, permite ao aluno interpretar e investigar criticamente situações da Matemática aplicada à realidade, construir modelos e analisar os resultados obtidos por meio da análise de vídeos do ponto de vista físico. E como se trata de uma ferramenta gratuita e de código aberto, o download e uso não possuem nenhum custo.

O objetivo desse projeto é permitir que o professor tenha conhecimento e acesso ao *software*, além de servir de guia para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática pelo aluno, por meio da exploração conceitos de funções e a relação entre as variáveis, por meio das análises detalhadas de movimento de objetos, como bolas em queda ou veículos em movimento.

Este projeto possui duas etapas de atividades, com o objetivo explorar engajar os alunos por meio de perguntas e discussões, através do software. O primeiro momento, Ação e consciência: explorando movimentos na realidade, explica e explora o software *Tracker*; o momento posterior, aprofundando no universo das funções, dá continuidade ao estudo com o auxílio de outra ferramenta, o “Desmos – Calculadora Gráfica” para realizar o estudo mais profundo das discussões do primeiro momento.

2. FUNÇÃO E SUAS CONEXÕES

No contexto da educação básica, o estudo de funções desempenha um papel fundamental entre os conteúdos matemáticos. Sua importância pode ser explicada pelo fato de que o conceito de função estabelece conexões significativas com diversos outros conceitos matemáticos e tem aplicabilidade em uma ampla variedade de campos do conhecimento. Esse fenômeno se deve ao fato de que os tópicos relacionados às funções são uma ferramenta fundamental para a compreensão e análise de fenômenos variados.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), destacam que o conteúdo de funções possui caráter integrador inerte à própria Matemática, como é evidenciado no estudo de sequências numéricas, notadamente nas progressões aritméticas e geométricas, que podem ser compreendidas como casos particulares de funções, como também em propriedades das retas e parábolas, estudadas em Geometria Analítica, podem ser interpretadas como propriedades dos gráficos das funções correspondentes.

Além disso, para além das suas interligações dentro do âmbito da Matemática, o conceito desempenha, também, um papel essencial na descrição e análise do comportamento de diversos fenômenos, seja no contexto da realidade do estudante, ou em outras disciplinas do conhecimento, tais como Física, Geografia ou Economia, por meio da leitura, interpretação e construção de gráficos (BRASIL, 2000, p. 43-44).

E em relação a Base Nacional Comum Curricular, entre os conteúdos matemáticos abordados no ensino médio, o tópico de função é destacado por sua presença significativa nas habilidades e competências propostas para essa etapa de ensino pela Base Nacional Comum Curricular. Esse destaque se deve ao fato de que esse conteúdo permite a investigação e construção de modelos capazes de representar diversos fenômenos presentes na realidade do aluno, além de desenvolver a capacidade de resolver problemas.

Tal fato de compreende o indicado pelas habilidades definidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no referente ao estudo de funções. As competências, como ((EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Na perspectiva da Educação Matemática, com intenção de provocar o aluno, criar desejo pela busca de novas perspectivas quanto ao assunto, novos modos de ver e fazer, e a adoção de diferentes perspectivas quanto a um mesmo objeto matemático. Segundo

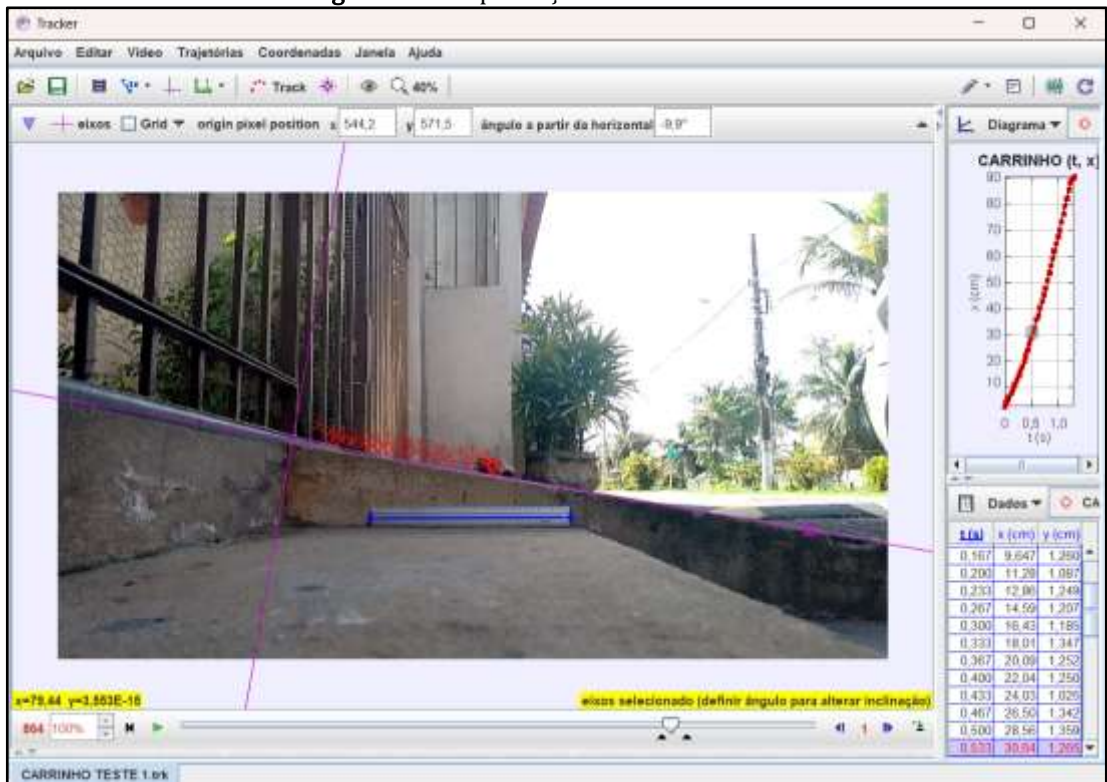
Garnica e Souza (2012, p.17), diversas são as linhas de pesquisa que se pode seguir, como a análise de currículos, a criação e análise de situações didáticas, a história da Matemática como prática de ensino, a Etnomatemática e a Modelagem Matemática.

E dentre estas alternativas a Modelagem Matemática tem destaque em possibilitar a investigação e construção de modelos capazes de representar diversos fenômenos. Essa tendência da educação matemática é caracterizada por Bassanezi (2009), como um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos, consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Dessa forma, o estudo das funções, especialmente as funções polinomiais de 1º e 2º grau, pode ser integrado à Modelagem Matemática como uma ferramenta fundamental para a consolidação do aprendizado, o que possibilita tornar o processo educativo mais dinâmico e conectado com a realidade dos estudantes.

Por tanto, com o objetivo de promover a introdução e exploração de conceitos das funções afim e quadrática, desenvolveu-se uma proposta com o uso do *software Tracker*. O uso do *software* permitirá que sejam analisados os movimentos de corpos, como de queda livre e lançamento vertical de um objeto, filmados pelo professor ou pelos alunos. E assim será fornecido pelo *software* tabelas de valores e gráficos da posição do objeto em função do tempo e de sua velocidade em função do tempo, a qual se caracterizam com funções quadrática e afim, respectivamente. Para que por meio desta atividade auxilie no desenvolvimento da noção intuitiva de função, taxa de variação, além da leitura e interpretação dos Gráficos formados e por fim a possibilidade de criar modelos funcionais para experimentos.

Figura 1- Exemplificação do uso do *Tracker*.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

3. AÇÃO E CONSCIÊNCIA: EXPLORANDO MOVIMENTOS NA REALIDADE

3.1. OBTENÇÃO E INSTALAÇÃO DO *TRACKER*

O *Tracker* é um *software* gratuito que permite que o usuário faça uma análise física de eventos gravados em vídeo e a partir disso são gerados modelos que representam o comportamento do objeto escolhido a ser estudado. A única desvantagem observada com uso dessa ferramenta é a necessidade de um computador para utilizá-lo, sendo indisponível para dispositivos móveis. Para a obtenção do *software*, é necessário, primeiramente o uso de um navegador da web (Chrome, Firefox, Safari), para acessar o site para realizar o *download* da ferramenta. Então acesse: <https://physlets.org/tracker/>.

Figura 2- Visão do site de download do Tracker.



Fonte: Página da Web do *software Tracker*.

Após clicar no link fornecido, você será redirecionado para o site, como ilustrado na imagem anterior. Nesse site, você encontrará a opção para baixar a ferramenta. Primeiro, certifique-se de identificar qual sistema operacional está sendo usado em seu computador, seja Windows, MacOS ou Linux. Em seguida, localize e clique na opção destacada em azul que corresponde ao sistema operacional do seu computador, exatamente como demonstrado na figura abaixo, que mostra o processo de *download* para o sistema operacional Windows. Com isso será iniciado o *download* da ferramenta, o nome do arquivo é formado pela palavra “Tracker”, mais 3 números que representam a versão do *software*, o nome do sistema operacional e a palavra *installer*. Exemplo: Tracker-6.1.3-windows-x64-installer.

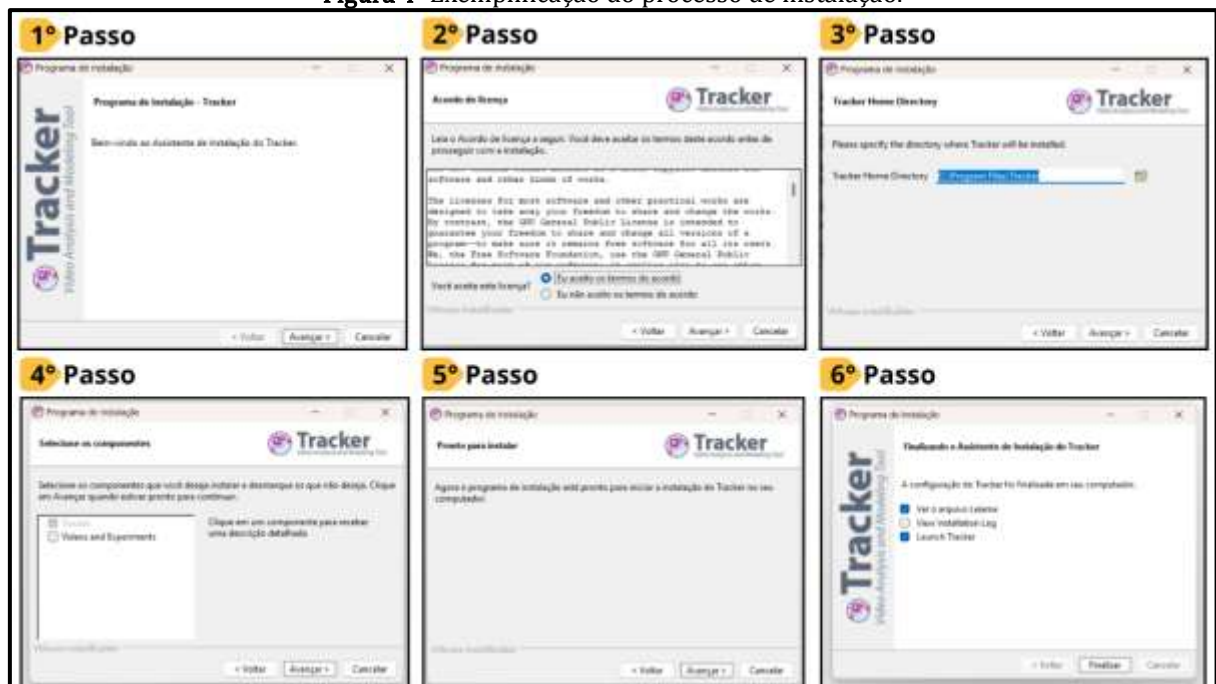
Figura 3- Escolha da versão para o sistema operacional.



Fonte: Página da Web do software Tracker.

Com a finalização do *download*, clique no arquivo para realizar a instalação do software em seu computador. Assim uma tela será exibida a qual trará o passo a passo para instalação, como mostrado na figura abaixo. Leia atentamente as instruções do instalador, aceite os termos de licença para o uso da ferramenta e prossiga com a instalação até a finalização do processo.

Figura 4- Exemplificação do processo de instalação.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

3.2. PROCEDIMENTOS INICIAIS: GRAVAÇÃO DO VÍDEO E IMPORTAÇÃO PARA O SOFTWARE

Neste livro, nossa abordagem inicial se concentra na utilização da ferramenta *Tracker* para analisar cenários de movimento de objetos, como a movimentação de um carrinho, o movimento de um objeto em queda livre, o lançamento vertical desse objeto, qualquer tipo de experiência em que ocorra o estudo do deslocamento do objeto em função do tempo. O estudo ocorre através de tabelas de valores e gráficos gerados, após a coleta dos dados, nosso objetivo é criar um ambiente propício para o surgimento de questionamentos instigantes e discussões significativas sobre o comportamento desses objetos.

Para o desenvolvimento das atividades deste projeto, o primeiro passo para o uso da ferramenta, é a gravação de um vídeo que será o evento analisado pelo programa, para esta atividade dois tipos de vídeos são sugeridos, um carrinho descendo uma rampa, soltar um objeto de certa altura e recordar o movimento de queda livre e o outro, no qual, um objeto será lançado verticalmente. Os vídeos para a análise podem ser disponibilizados pelo professor aos alunos, ou os alunos podem realizar a gravação de seus próprios vídeos.

Assim destacamos os passos que devem ser seguidos na gravação do vídeo, tanto por parte do professor, quanto pelos alunos.

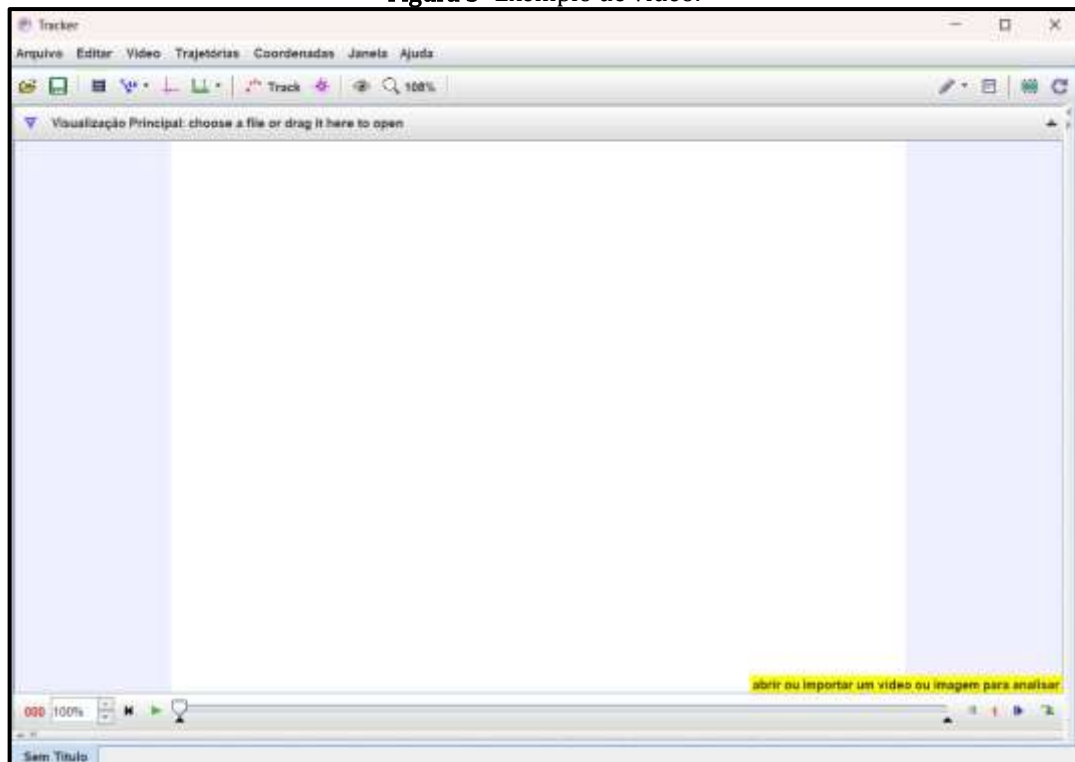
- I. **Passo 1:** Procure realizar a gravação em um local bem iluminado.
Exemplo: Algum ambiente externo com luz natural ou uma sala bem iluminada;
- II. **Passo 2:** Objeto analisado deve possuir contraste em relação ao fundo do vídeo, utilize de objetos de cores vibrantes ou que possam destacar na gravação;
Exemplo: Carrinho, Bola de futebol, bola com cor chamativa, caixa de fósforo;
- III. **Passo 3:** **É necessário** que durante a filmagem exista algum objeto de tamanho conhecido, que servirá de parâmetro para o programa determinar corretamente o deslocamento do corpo;
Exemplo: Uma régua posicionada na parede, a altura de quem irá soltar o objeto;

Figura 5- Exemplo de vídeo.

Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Após a gravação do vídeo, o próximo passo é transferir o arquivo para o computador. Isso pode ser feito através de uma conexão USB entre o celular e o computador, utilizando um cartão de memória, ou por qualquer outro método que assegure que o arquivo de vídeo esteja no computador. Recomendamos, também, que o arquivo seja armazenado em uma pasta para facilitar sua localização, como por exemplo uma pasta intitulada **Vídeo Tracker**.

Com a transferência concluída, podemos iniciar o uso do software. Para começar com o Tracker, localize o programa em seu computador e dê um duplo clique para abri-lo. A figura abaixo ilustra a tela que será exibida ao iniciar o programa.

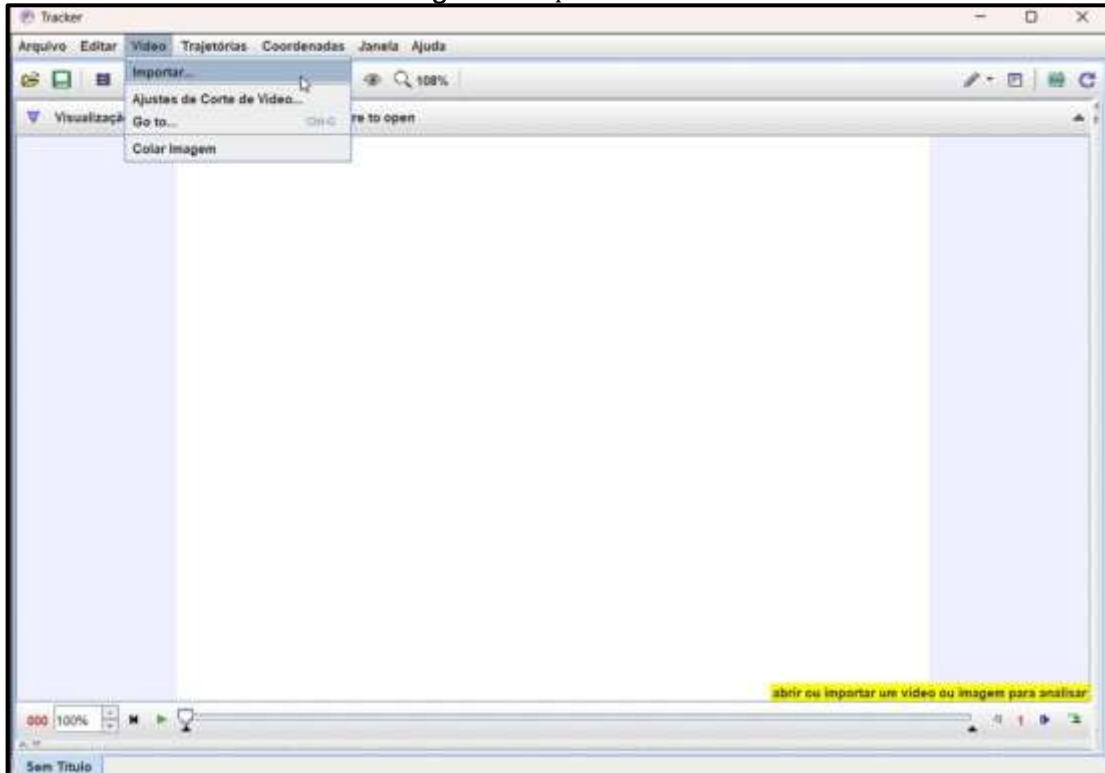
Figura 5- Exemplo de vídeo.

Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Agora é necessário importar o vídeo gravado para o *software*, e existem duas formas para realizar este procedimento.

Procedimento 1: Na barra superior do programa, clique na área vídeo e após isso em **Importar**:

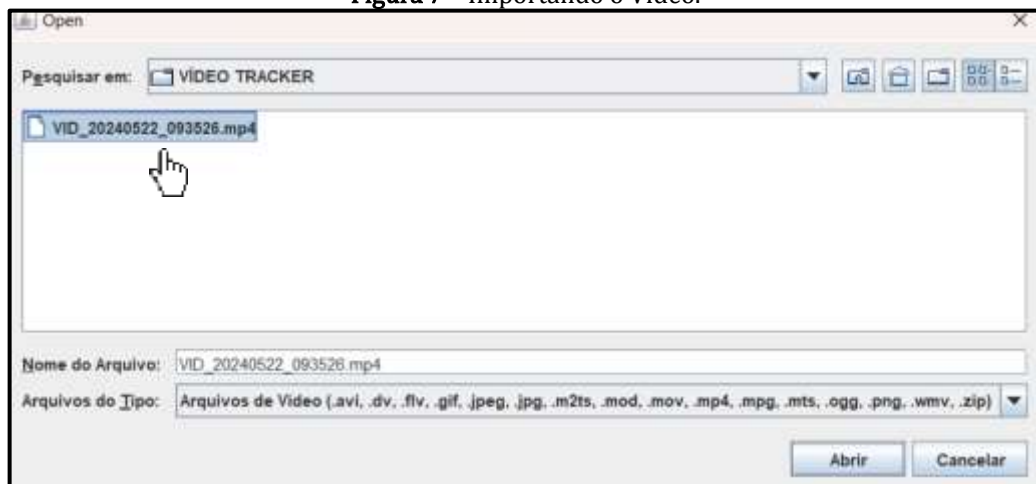
Figura 6 - Importar Vídeo.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Após isso será aberta a seguinte tela, nesta tela você deve navegar entre os arquivos do computador, e assim que localizar o vídeo, realize um clique duplo sobre o arquivo.

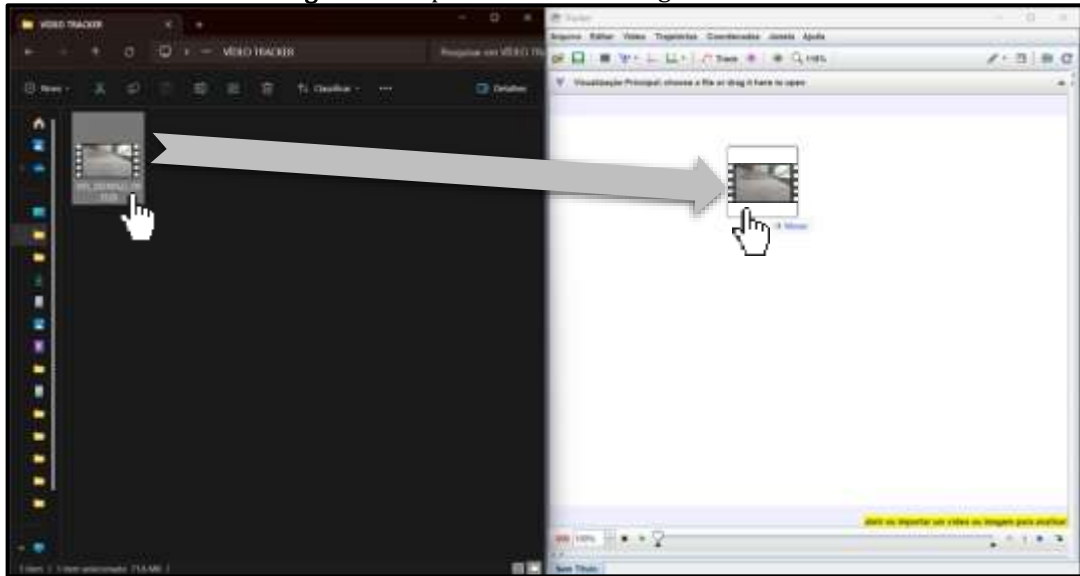
Figura 7 - Importando o Vídeo.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Procedimento 2: No segundo método, é preciso que você procure a pasta em que salvou o vídeo. Após isso, certifique-se que o *Tracker* esteja aberto. E então você irá clicar no arquivo de vídeo e arrastá-lo até a tela do *Tracker*, como demonstrado na figura abaixo:

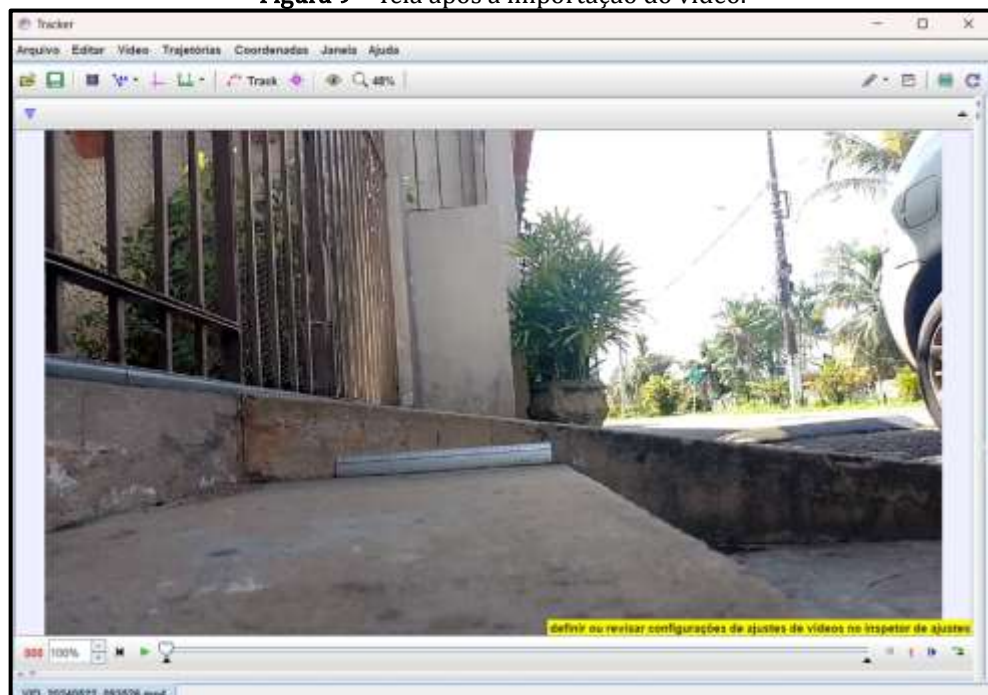
Figura 8 – Importando o Vídeo segunda forma.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Após qualquer um dos procedimentos, o vídeo será aberto por meio do Tracker, a tela abaixo será exibida e a partir disso iremos dar início de como utilizar do software para realizar a modelagem do movimento do objeto.

Figura 9 – Tela após a importação do vídeo.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

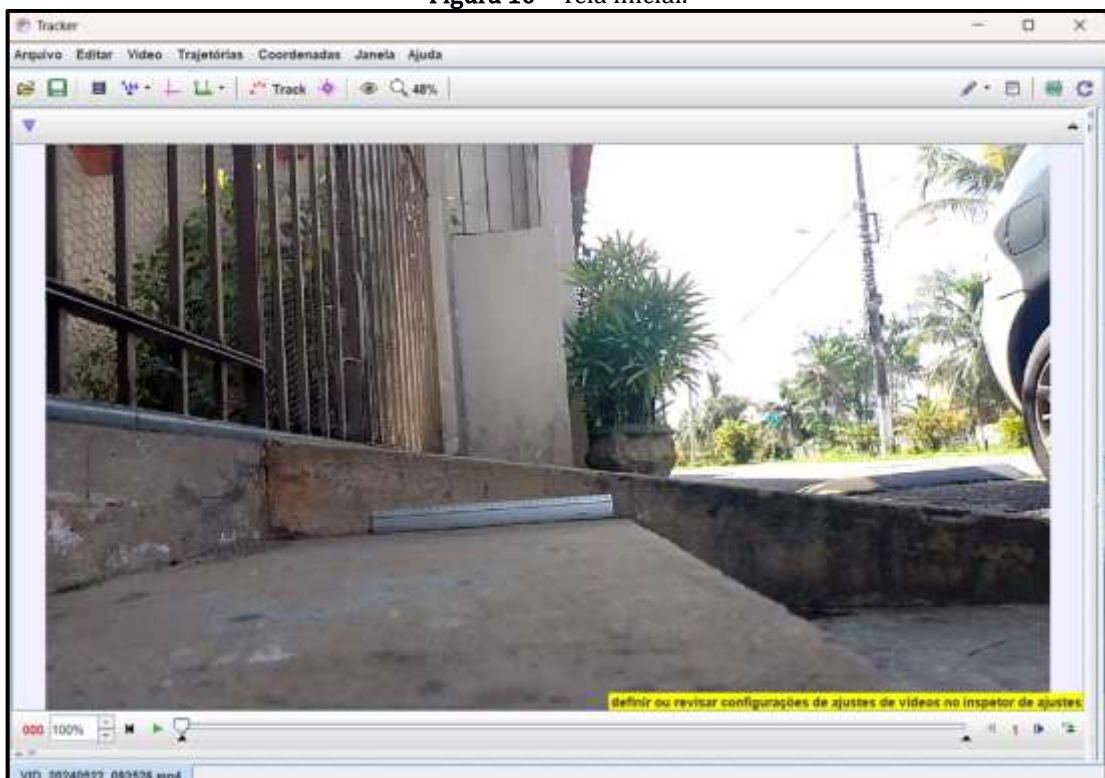
3.3. TRANSFORMANDO O MOVIMENTO EM DADOS TABULADOS

Como dito anteriormente, o software *Tracker* permite converter dados de experimentos gravados em vídeo em dados tabulados. Essa funcionalidade possibilita aos alunos interpretar e investigar criticamente situações matemáticas aplicadas à realidade, construir modelos e analisar os resultados obtidos por meio da análise de vídeos do ponto de vista físico.

A seguir, demonstraremos como obter os dados de um experimento, especificamente no caso de um carrinho descendo uma rampa, e como extrair informações como o espaço percorrido pelo objeto em função do tempo. Esse procedimento pode ser aplicado a qualquer vídeo que explore o movimento de um objeto. O vídeo utilizado neste livro serve como um exemplo de experimento. Qualquer um dos exemplos mencionados no início do capítulo pode ser analisado seguindo os procedimentos descritos a seguir.

Com o vídeo aberto no programa, você irá obter uma tela, semelhante a mostrada abaixo, no qual seu vídeo será mostrado na parte central do *software*.

Figura 10 – Tela inicial.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Primeiramente é necessário selecionar qual intervalo do vídeo vai ser analisado, para tal pressione o botão **play** (triângulo verde) localizado na parte inferior da tela. Pause o vídeo próximo ao início do trecho que deseja analisar. Utilize **as setas azuis** localizadas após a barra de tempo para avançar ou retroceder alguns frames até alcançar o momento exato que deseja analisar, conforme ilustrado abaixo.

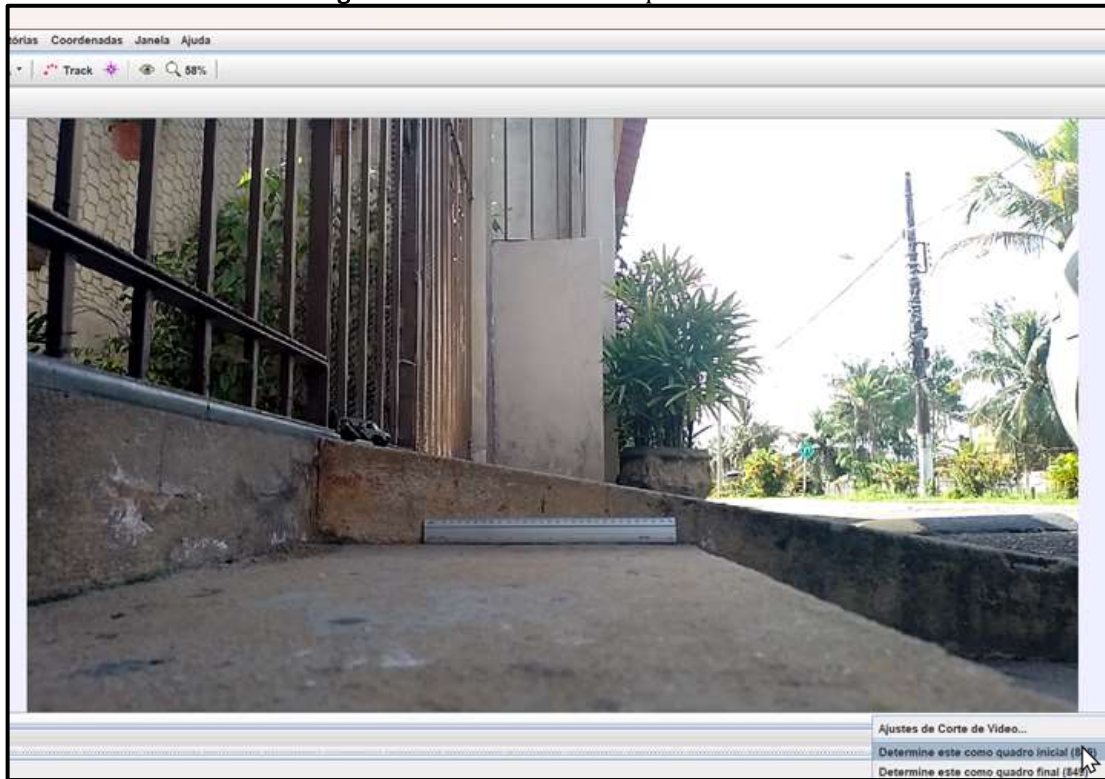
Figura 11 –Seleção do Intervalo.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Após alcançar o momento exato de início, clique com o botão direito do mouse em cima da barra de tempo, e selecione depois a opção “**Determine este como o quadro inicial**”.

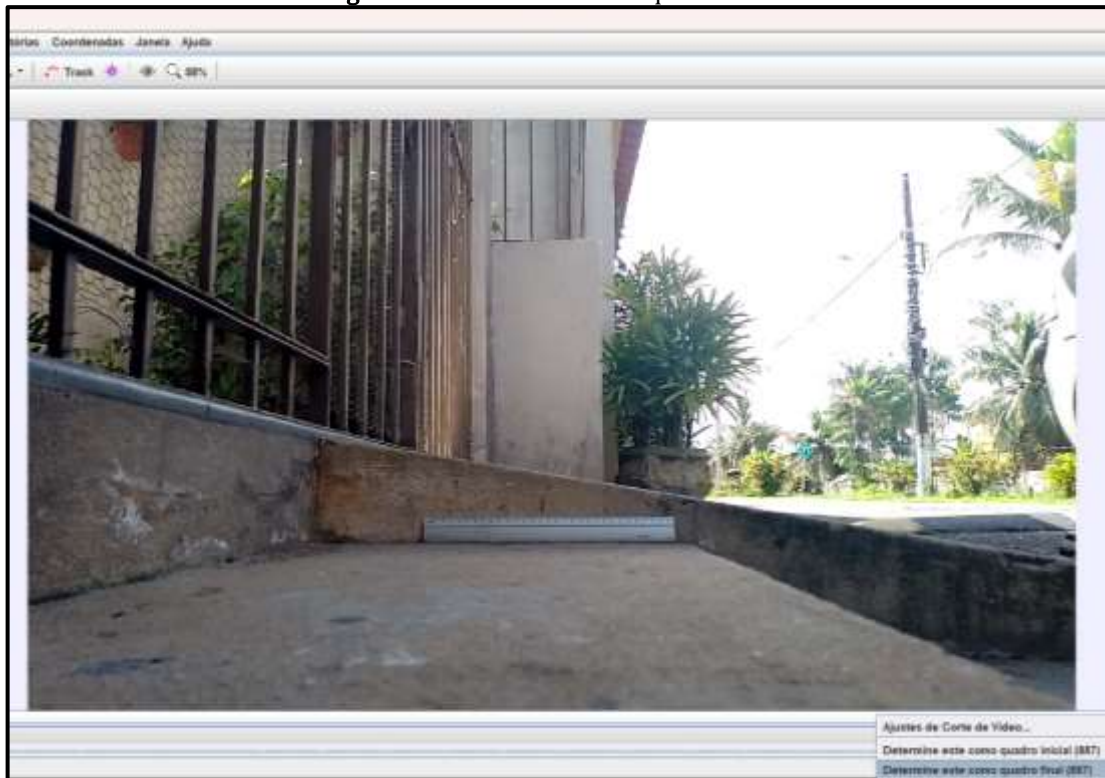
Figura 12 – Determinando o quadro inicial.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Após isso, clique novamente no botão **play**, e utilize o pause e as setas azuis para definir o momento final do experimento, ou o momento em que o experimento termina. E Semelhante ao passo 2, com o momento de termino definido, clique com o botão direito do mouse em cima da barra de tempo, e selecione depois a opção “**Determine este como o quadro final**”.

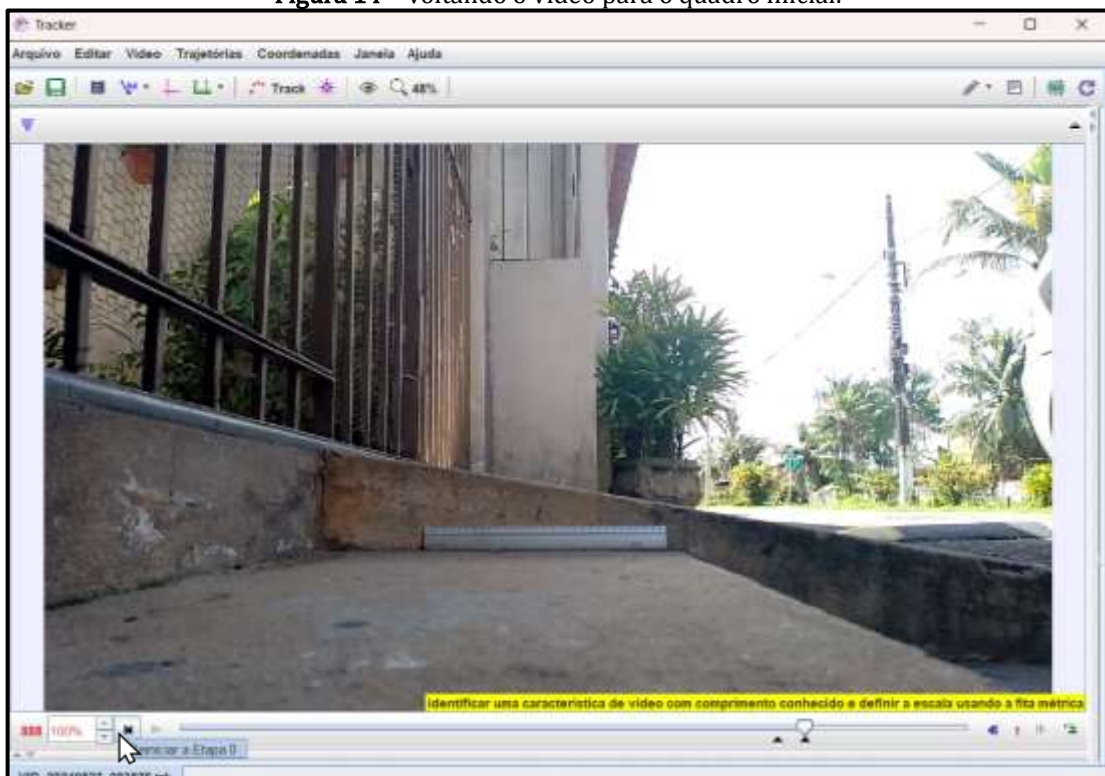
Figura 13 – Determinando o quadro final.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Agora, clique no **botão preto ao lado do *play*** para voltar o vídeo para o quadro inicial.

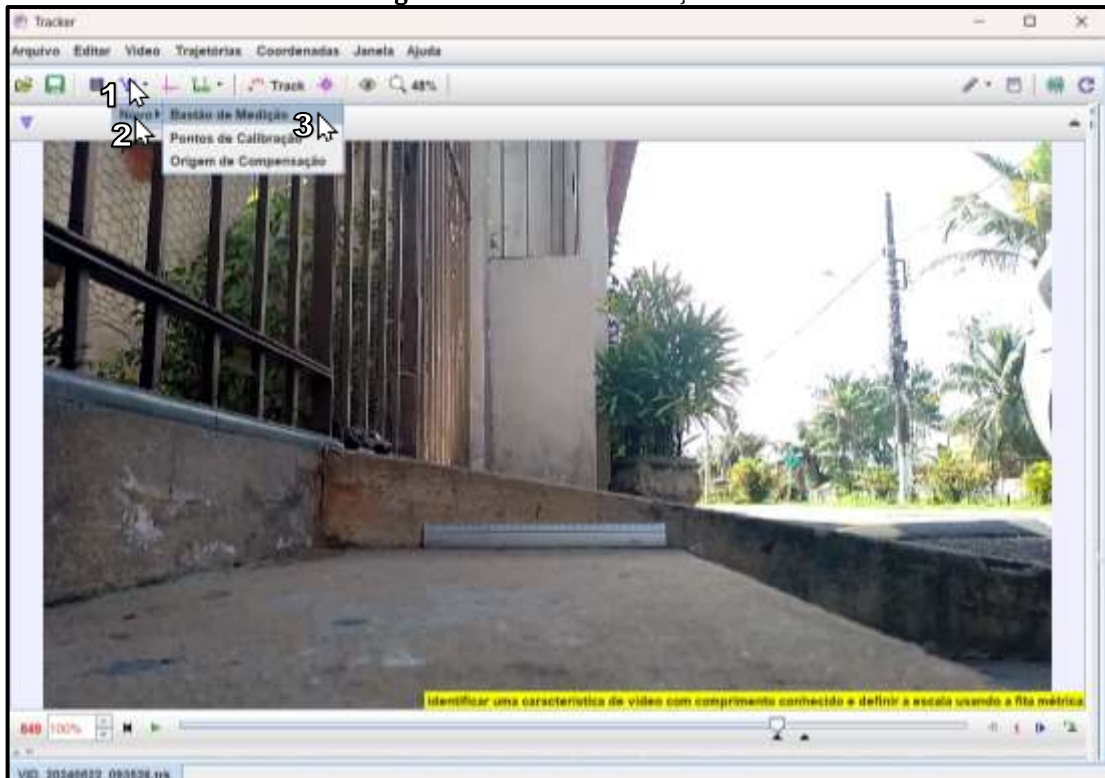
Figura 14 – Voltando o vídeo para o quadro inicial.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Em seguida, iremos realizar o ajuste de alguns elementos que auxiliam na melhor exatidão dos dados a serem obtidos no vídeo. Clique no botão indicado na figura abaixo, chamado “Fita métrica com transferidor”, em seguida vá em novo e em “Bastão de Medição”.

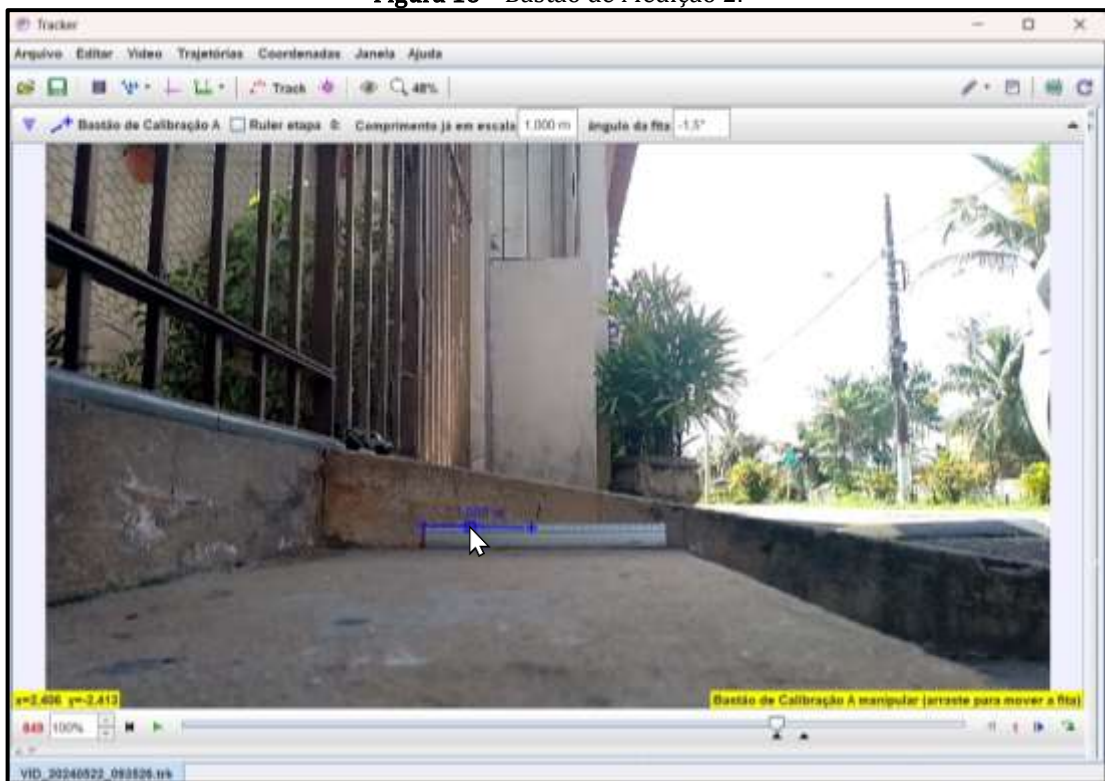
Figura 15 – Bastão de Medição 1.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Posicione o “Bastão de Medição” sobre um objeto de tamanho conhecido no vídeo, no caso do exemplo a régua posicionada.

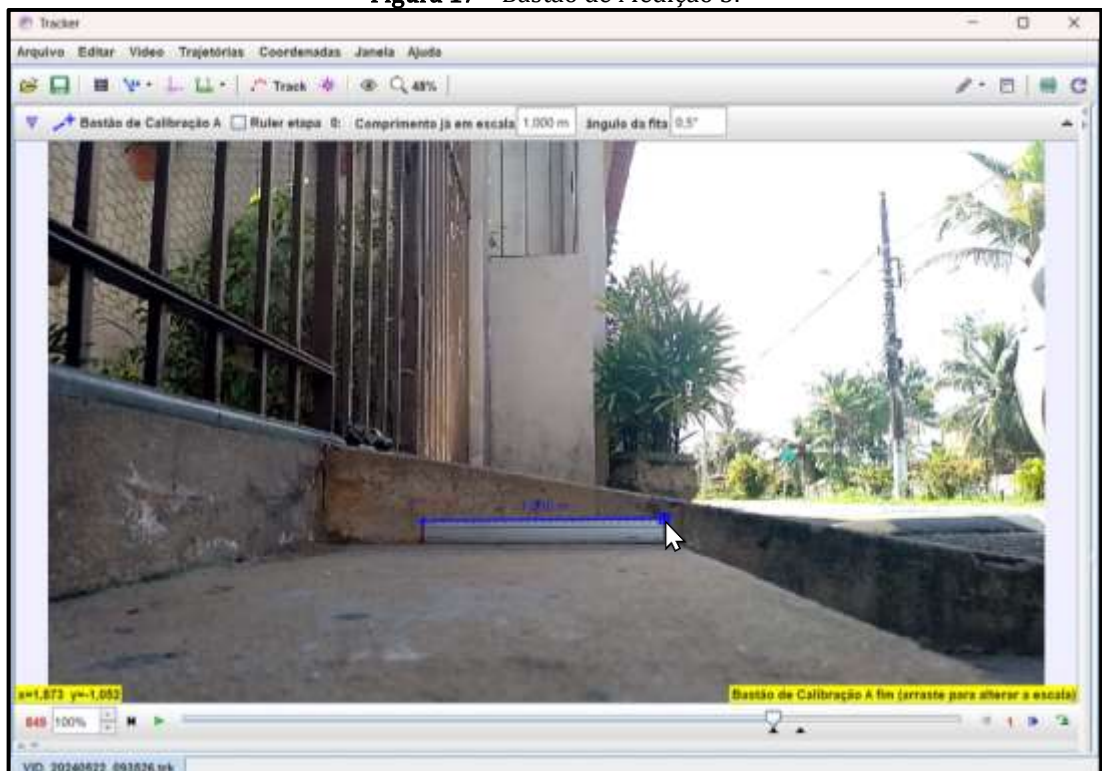
Figura 16 – Bastão de Medição 2.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Assim coloque o medidor sobre o objeto e clique sobre **as extremidades (+)** do bastão para poder modificar seu tamanho.

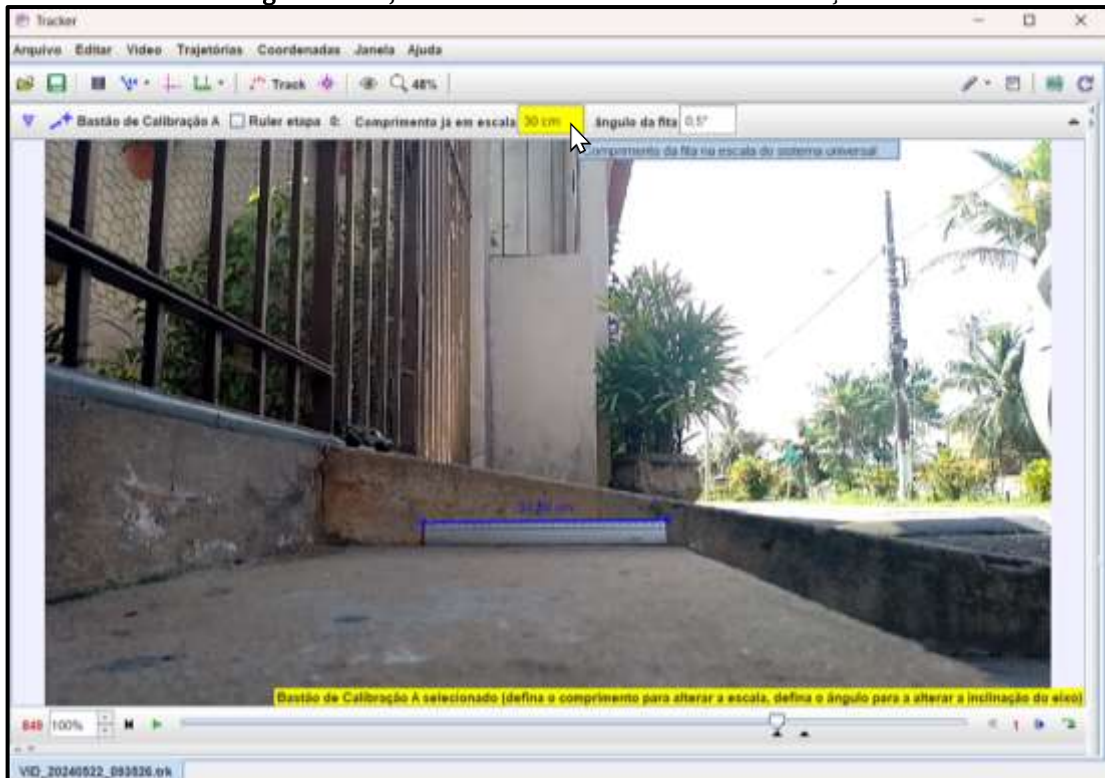
Figura 17 – Bastão de Medição 3.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Na parte superior da tela, **ajuste as dimensões do objeto** de acordo com o seu tamanho, no caso do exemplo 30 cm. Este dado será usado pelo *software* para obter os dados de distância no vídeo.

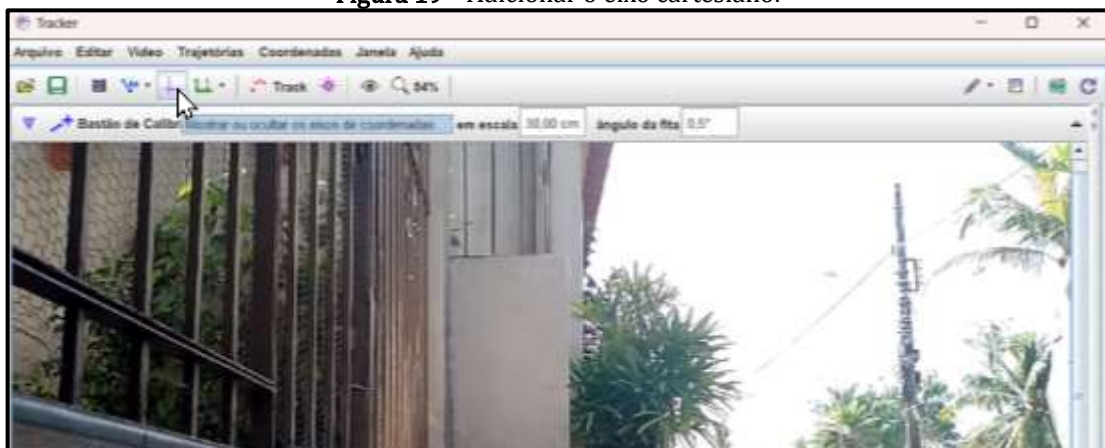
Figura 18 – Ajuste das dimensões do bastão de Medição.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Outro elemento a ser adicionado é o **eixo cartesiano**, esta ferramenta tem por objetivo marcar o ponto (0,0) do experimento, e a partir dele os dados de posição do objeto são obtidos. Para isso então clique no ícone indicado pela figura abaixo.

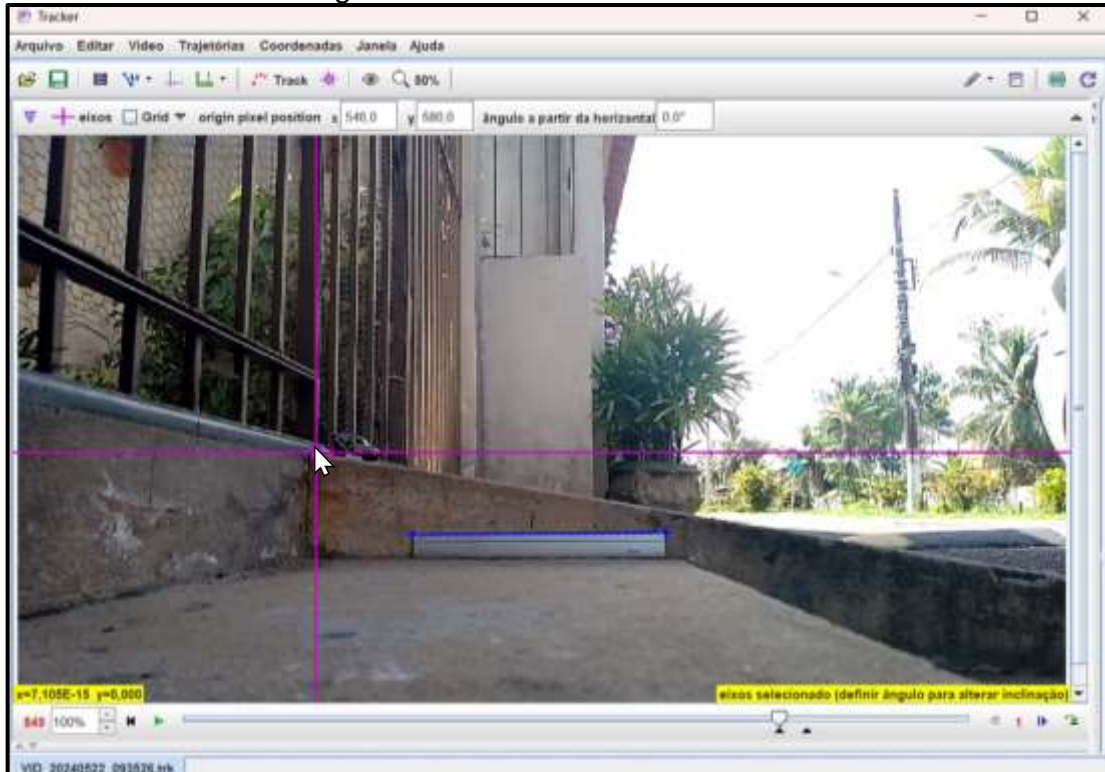
Figura 19 – Adicionar o eixo cartesiano.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Com o eixo em tela, o posicione próximo ao ponto de início do objeto, clicando sobre o centro do eixo e o arrastando.

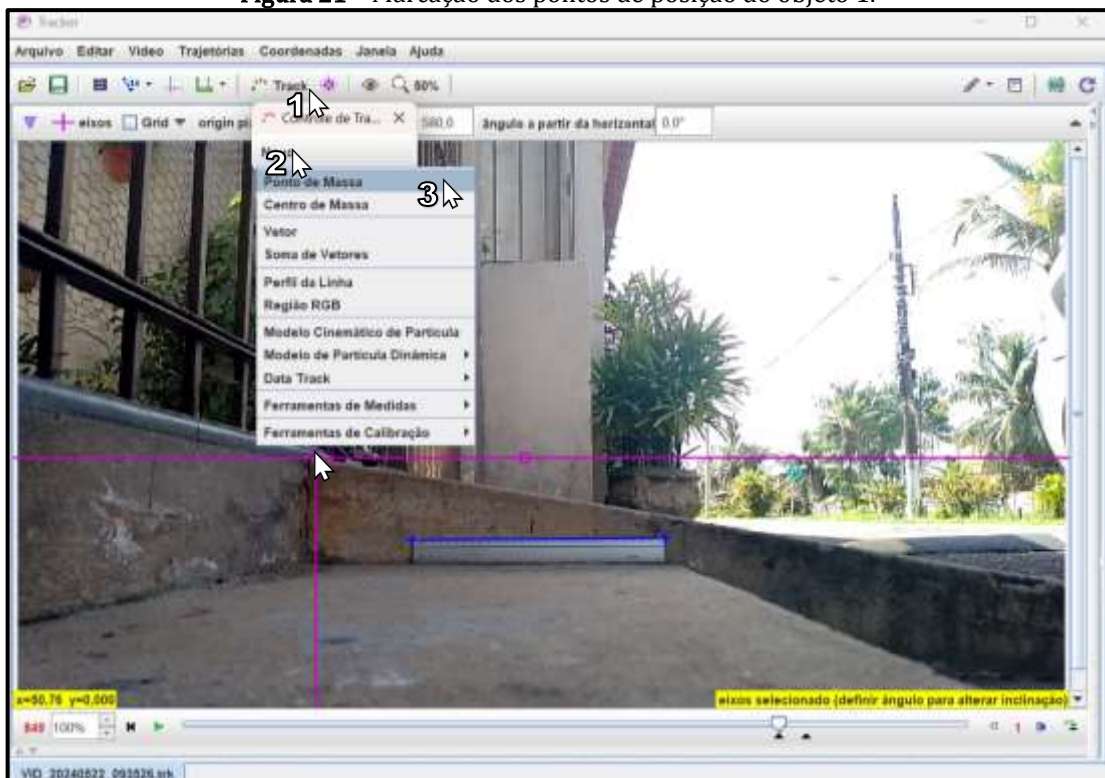
Figura 20 – Posicionando o eixo cartesiano.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Com os elementos de eixo e medição posicionados, iremos agora iniciar a marcar os pontos de posição do objeto, para que assim sejam obtidos os dados de posição do objeto em função do tempo. Para isso, clique em **Track**, em seguida em novo e em “**Ponto de Massa**”

Figura 21 – Marcação dos pontos de posição do objeto 1.

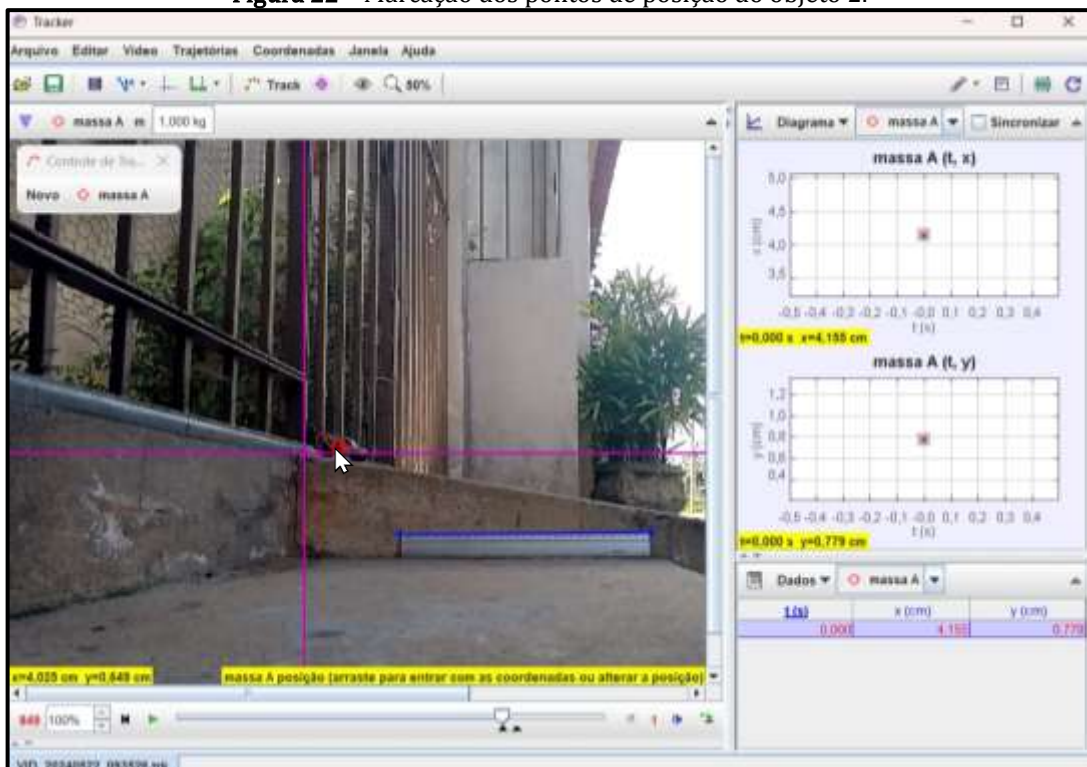


Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Com isso uma pequena tela será aberta e a esquerda será posto tabelas e quadro, conforme os dados forem sendo marcados da posição do objeto em relação ao eixo das coordenadas. Para marcar o objeto, **segure a tecla *Shift* do teclado e clique com o botão direito do mouse** sobre o objeto.

Recomendamos que para deixar os dados mais precisos tente sempre marcar no centro do objeto.

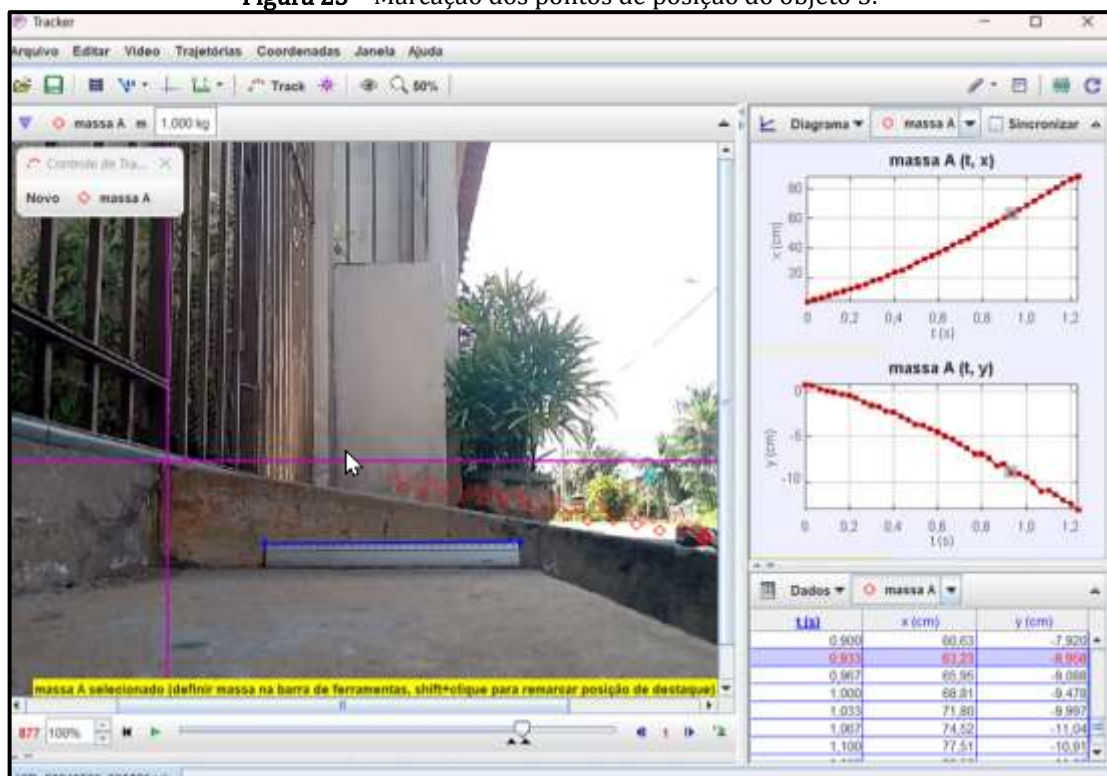
Figura 22 – Marcação dos pontos de posição do objeto 2.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Perceba que a cada marcação o vídeo será avançado um quadro adiante automaticamente, assim prossiga com a marcação do objeto, seguindo o passo anterior, até o final.

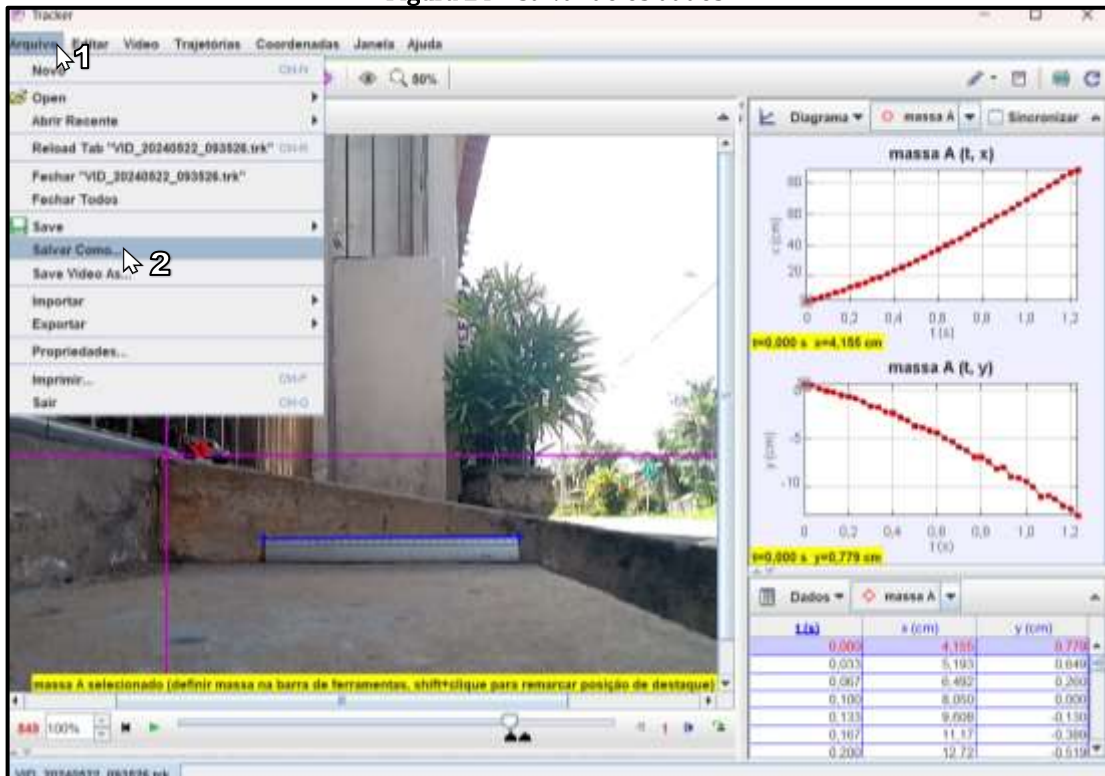
Figura 23 – Marcação dos pontos de posição do objeto 3.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Por fim é preciso salvar o arquivo para que os dados, não sejam perdidos. Para isso clique na aba “Arquivos”, após isso clique em “Salvar como...”.

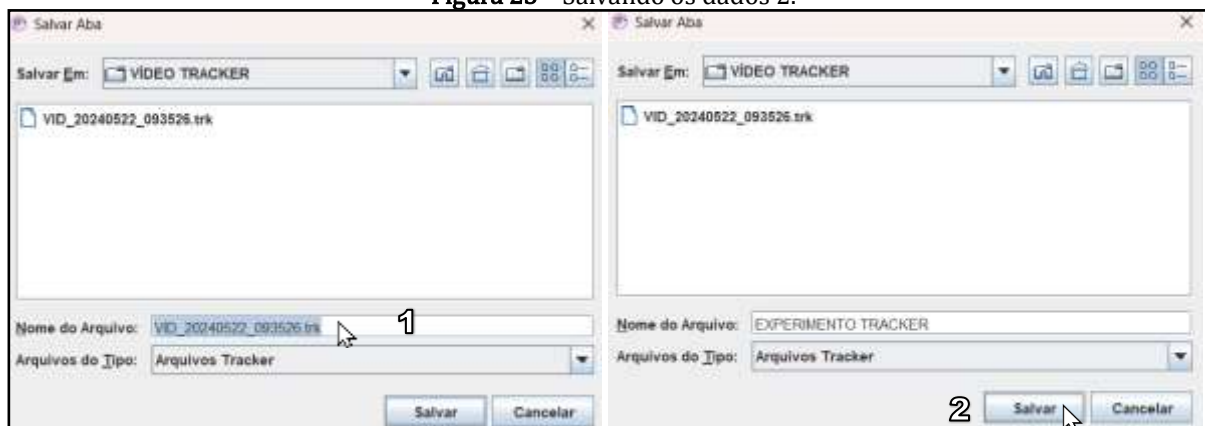
Figura 24 – Salvando os dados.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Com isso a janela abaixo será mostrada, renomeie o arquivo como desejar, sugerimos “EXPERIMENTO TRACKER”, e clique em SALVAR.

Figura 25 – Salvando os dados 2.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Seguindo esses procedimentos, é possível obter os dados do movimento de qualquer objeto, utilizando o *Tracker*.

3.4. INVESTIGANDO OS DADOS

Discursão 1: Ao lado direito do *Tracker*, existem dois gráficos e uma tabela, que foram formados pelos dados coletados, com base nestes, responda:

- a) O que você acredita que representam as variáveis $t(s)$, $x(\text{cm})$ e $y(\text{cm})$?
- b) Qual dentre variáveis $t(s)$, $x(\text{cm})$ e $y(\text{cm})$, representa a posição do objeto em relação ao eixo vertical?
- c) Qual dentre variáveis $t(s)$, $x(\text{cm})$ e $y(\text{cm})$, representa a posição do objeto em relação ao eixo horizontal?
- d) Que informações podemos coletar com base nos pontos do gráfico superior?
- e) Que informações podemos coletar com base nos pontos do gráfico inferior?

Discursão 2: Com base no gráfico e na tabela que corresponde ao deslocamento horizontal do objeto, qual é a posição do objeto no tempo $t(s) = 0$ segundos?

Discursão 3: Com base no gráfico e na tabela que corresponde ao deslocamento vertical do objeto, qual é a posição do objeto no tempo $t(s) = 0$ segundos?

Discursão 4: Com base no gráfico que corresponde ao deslocamento horizontal do objeto, no mesmo intervalo de tempo, por exemplo 0,2 segundos, o corpo se desloca a mesma quantidade de espaço?

Discursão 5: O espaço percorrido horizontalmente a cada intervalo de 0,2 segundos, aumenta, diminui ou permanece constante?

Discursão 6: Sabendo que na física, a velocidade de um corpo é a taxa de variação do espaço percorrido em função do tempo. A velocidade do objeto horizontalmente aumenta, diminui ou permanece constante?

Discursão 7: Com base no gráfico que corresponde ao deslocamento vertical do objeto, no mesmo intervalo de tempo, por exemplo 0,2 segundos, o corpo se desloca a mesma quantidade de espaço?

Discursão 8: O espaço percorrido verticalmente a cada intervalo de 0,2 segundos, aumenta, diminui ou permanece constante?

Discursão 9: Sabendo que na física, a velocidade de um corpo é a taxa de variação do espaço percorrido em função do tempo. A velocidade do objeto verticalmente aumenta, diminui ou permanece constante?

Discursão 10: Com base somente na informações dos gráficos e da tabela, seria possível por exemplo saber a posição do objeto no tempo 10s, considerando que este ainda estivesse em movimento?

4. APROFUNDANDO NO UNIVERSO DAS FUNÇÕES

Neste capítulo, prosseguiremos na modelagem matemática da experiência registrada em vídeo e transformada em tabela pelo software *Tracker*, desta vez utilizando o software *Desmos*, que será melhor apresentado adiante, para melhor caracterizar a função que define a posição do objeto em relação ao tempo. Por meio da conversão dos dados tabelados em gráficos.

Após isso, com base nos dados coletados e com o uso do Desmos, irá se suceder outra atividade de discursão, para engajar os alunos por meio de perguntas e discussões, com o objetivo de estudar o fenômeno físico, com base nos conhecimentos matemáticos de Função.

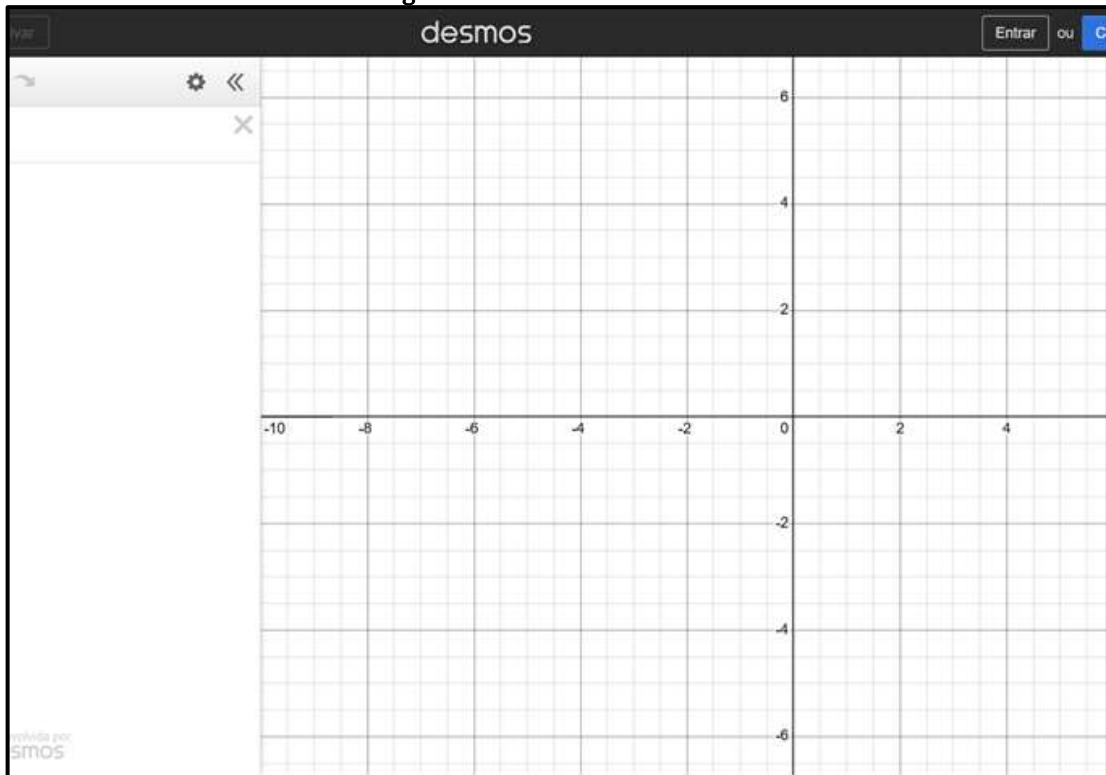
4.1. UTILIZANDO O DESMOS

A Desmos Studio é uma Corporação cujo objetivo é auxiliar no aprendizado da matemática, para tal desenvolveram um conjunto de ferramentas matemáticas gratuitas a qual auxiliam as pessoas a representarem suas ideias matematicamente, a conectar diferentes representações de forma dinâmica, a fazer conjecturas e a desenvolver ideias (Desmos Studio, 2024).

A ferramenta que será utilizada é a “Desmos – Calculadora Gráfica” que irá permitir transformarmos os dados tabelados em gráfico e estudar o modelo que representa o evento físico gravado no vídeo.

Para iniciar o uso do “Desmos – Calculadora Gráfica”, é necessário, primeiramente o uso de um navegador da *web* (Chrome, Firefox, Safari), para acessar o site. Então acesse: <https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR>. No qual será redirecionado para a página na *web* da ferramenta, em que a seguinte janela irá se mostrar.

Figura 26 – Tela inicial Desmos.

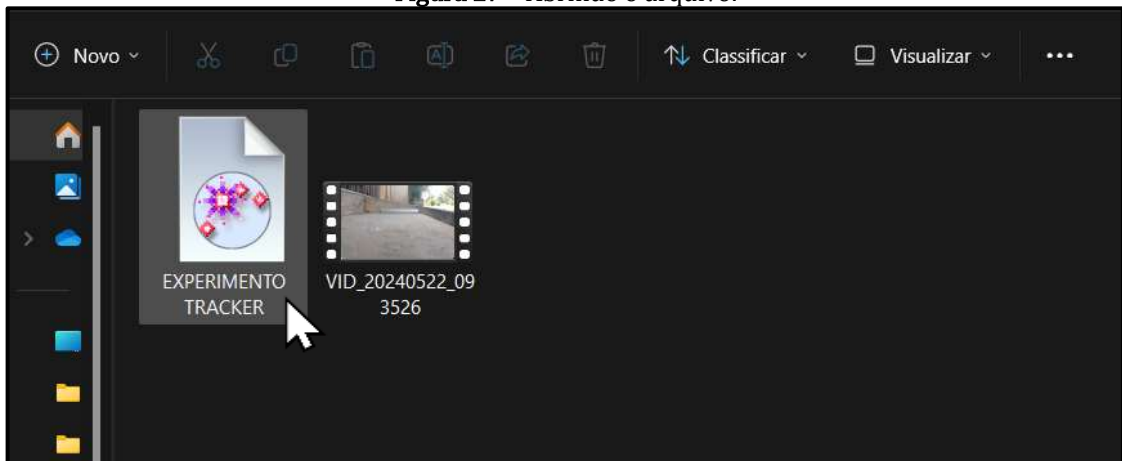


Fonte: Captura de tela do site Desmos – Calculadora Gráfica.¹

Com a aba aberta, voltemos mais uma vez ao *Tracker*. Procure a pasta em que o arquivo *Tracker* foi salvo, e dê um clique duplo sobre ele para abrir o vídeo com os dados que foram obtidos. Agora, seguiremos o último dos passos para transpor os dados do *Tracker* ao Desmos.

Procure a pasta em que o arquivo *Tracker* foi salvo, e dê um clique duplo sobre ele para abrir o vídeo com os dados que foram obtidos.

Figura 27 – Abrindo o arquivo.

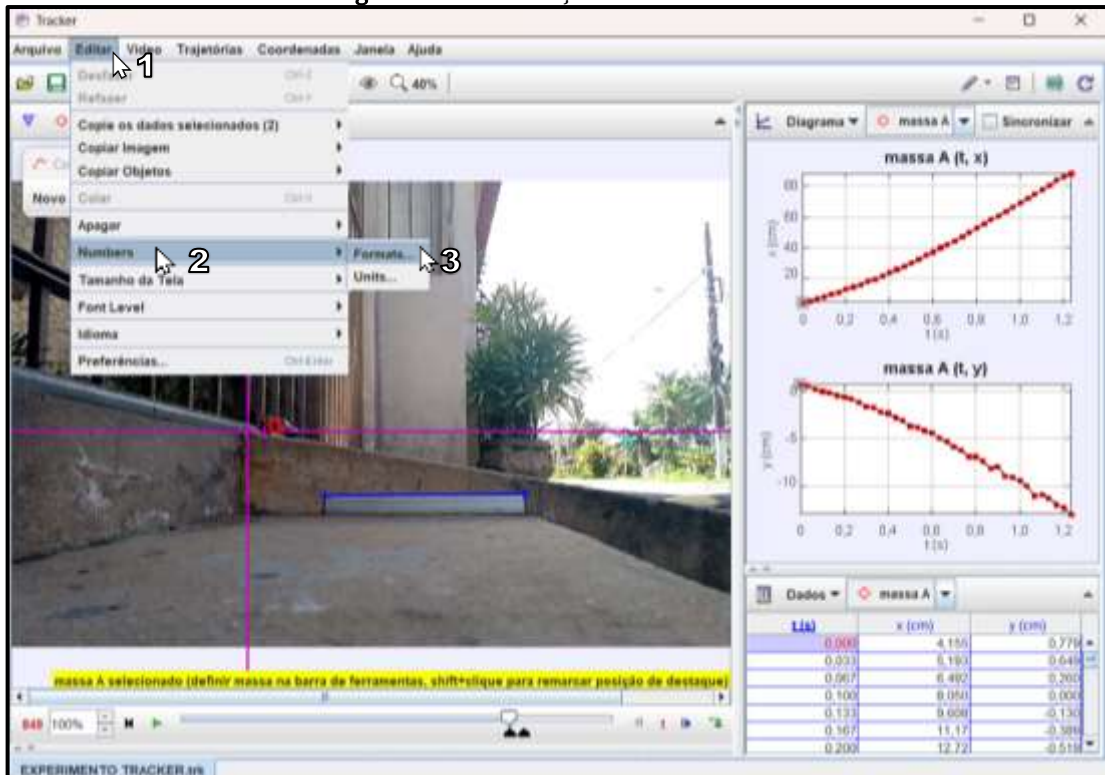


Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

¹ Disponível em: <<https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR>>

Dessa forma, o software do *Tracker* será aberto novamente, com todos os dados obtidos durante o capítulo anterior. Clique na aba “**Editar**”, em seguida em “**Numbers**” e por fim em “**Formats**”

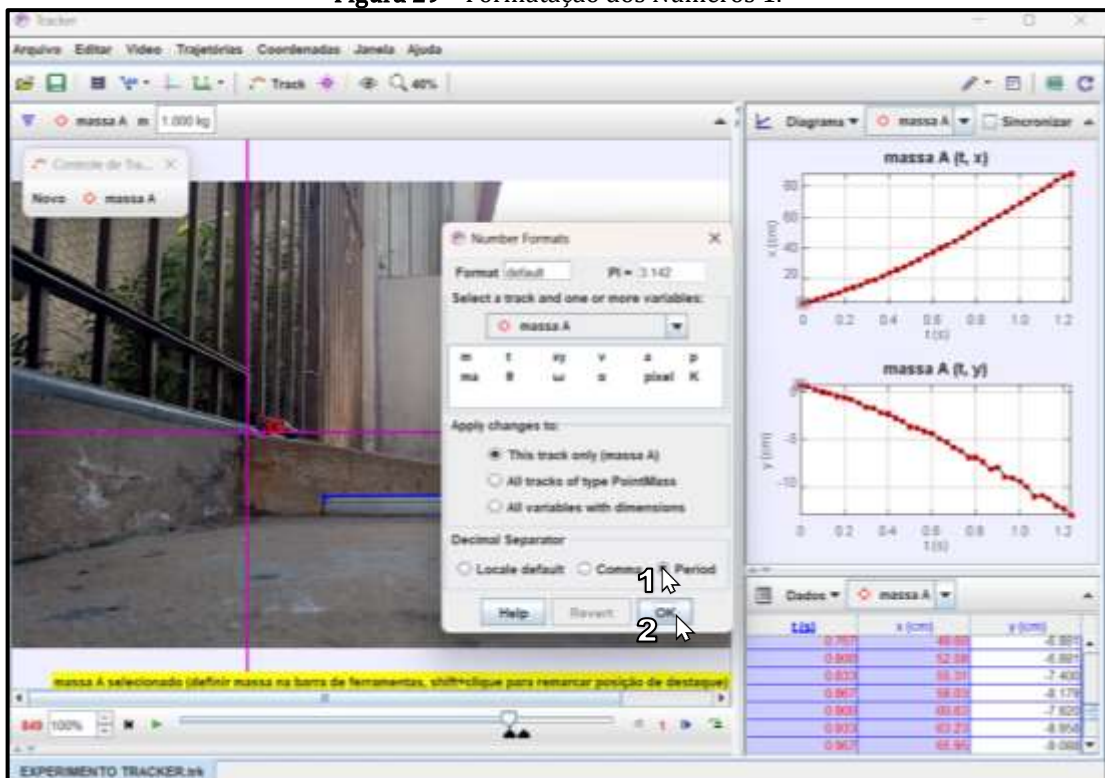
Figura 28 – Formatação dos Números 1.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Em seguida, será exibida a janela correspondente. Na última seção intitulada “**Decimal Separator**”, selecione a opção “**Period**” e, por fim, clique no botão “**OK**”. Esse ajuste altera a formatação dos números, substituindo a vírgula pelo ponto como separador decimal, uma vez que o software *Desmos* utiliza o ponto para essa finalidade.

Figura 29 – Formatação dos Números 1.

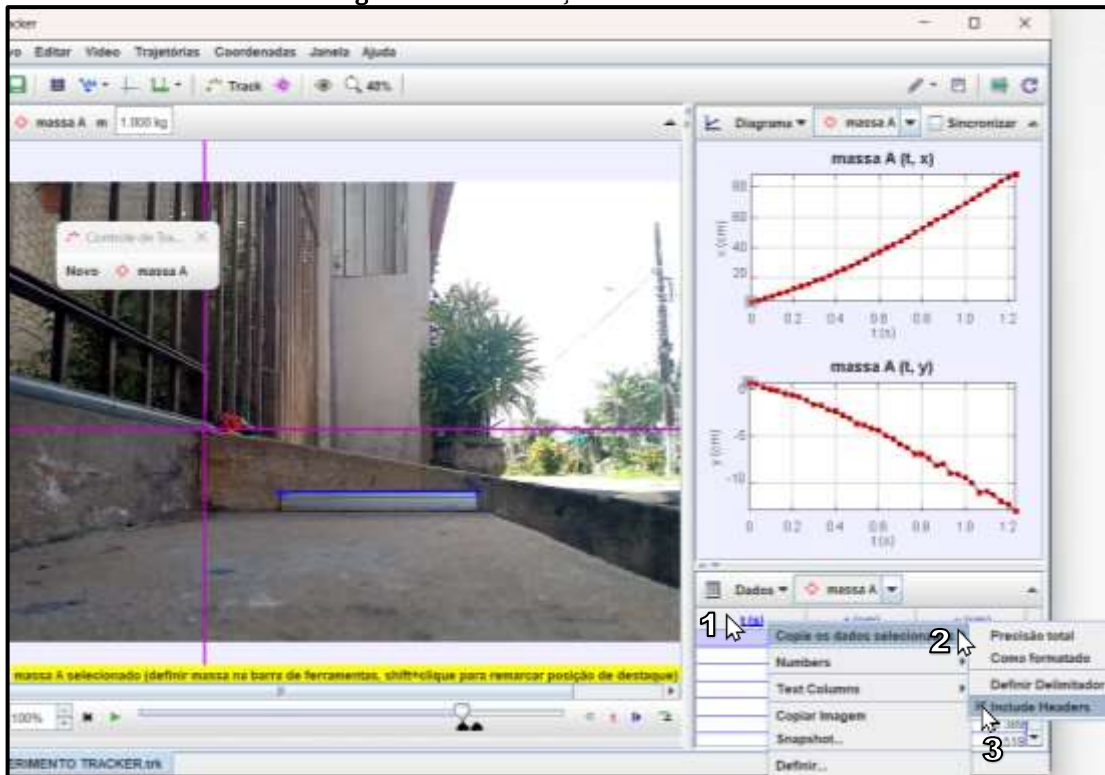


Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Clique com o botão direito do mouse sobre o quando de dados, à esquerda, selecione a opção "Copie os dados selecionados" e clique em "Include Headers" para desmarcar essa opção.

Caso você perceba que ao realizar este procedimento o quadrado ao lado de "Include Headers" está vazio, não é preciso realizar esse procedimento.

Figura 30 – Formatação dos Números 2.

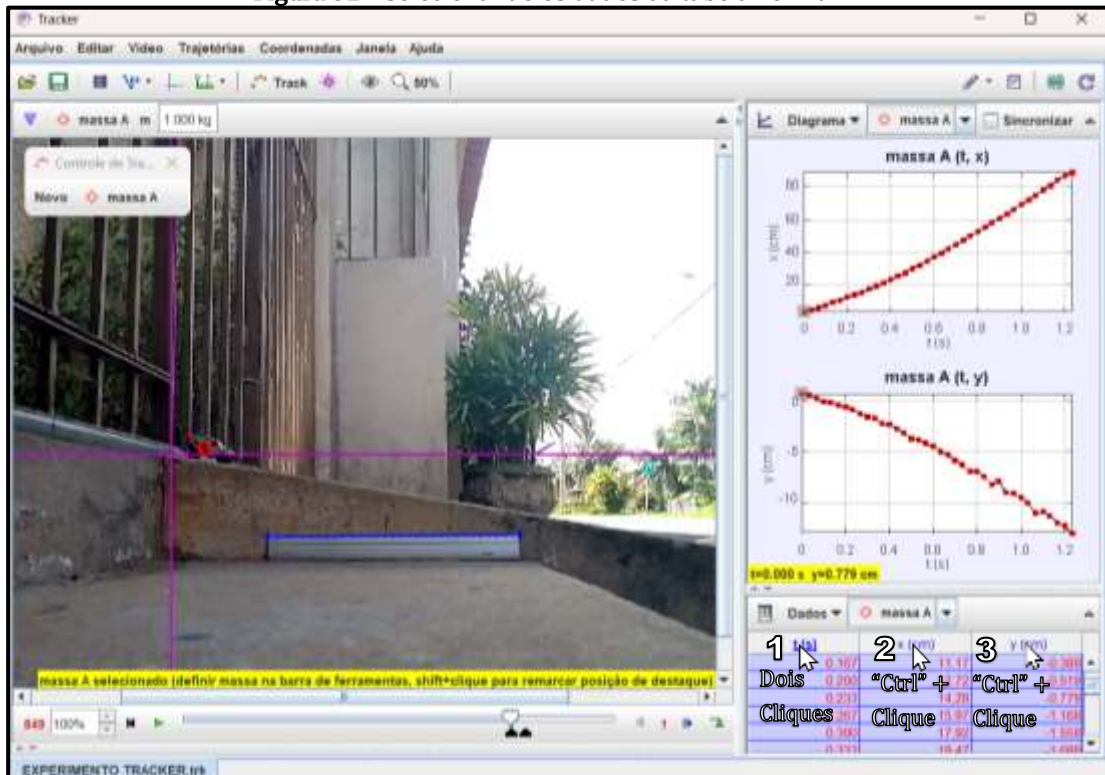


Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Com isso, os dados tabulados estão formatados para uso no Desmos. Agora iremos selecionar os dados obtidos para copiarmos estes para o Desmos. Para isso existem duas formas de selecioná-los.

Forma 1: Dê dois cliques com o mouse sobre a primeira linha da coluna $t(s)$, em cima do texto em azul $t(s)$, e após isso mantenha pressionada a tecla “Ctrl” e de um clique sobre a primeira linha da coluna $x(cm)$, em cima do texto em azul $x(cm)$, faça o mesmo para selecionar a primeira linha da coluna $y(cm)$, em cima do texto em azul $y(cm)$.

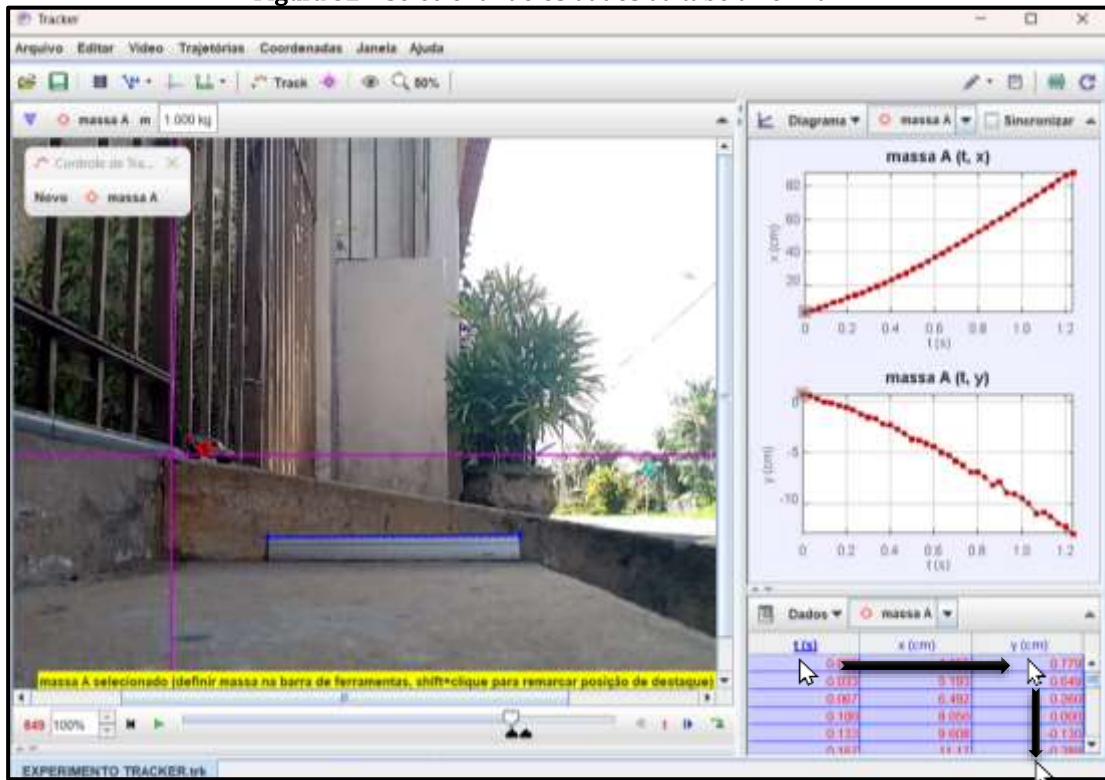
Figura 31 – Selecionando os dados da tabela Forma 1.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Forma 2: Para seleccionar os valores numéricos de outra forma, posicione o cursor do mouse sobre o elemento localizado na primeira linha e primeira coluna. Clique e mantenha pressionado o botão do mouse enquanto arrasta o cursor até a última coluna à direita. Em seguida, desça até a última linha, seleccionando assim todos os valores numéricos.

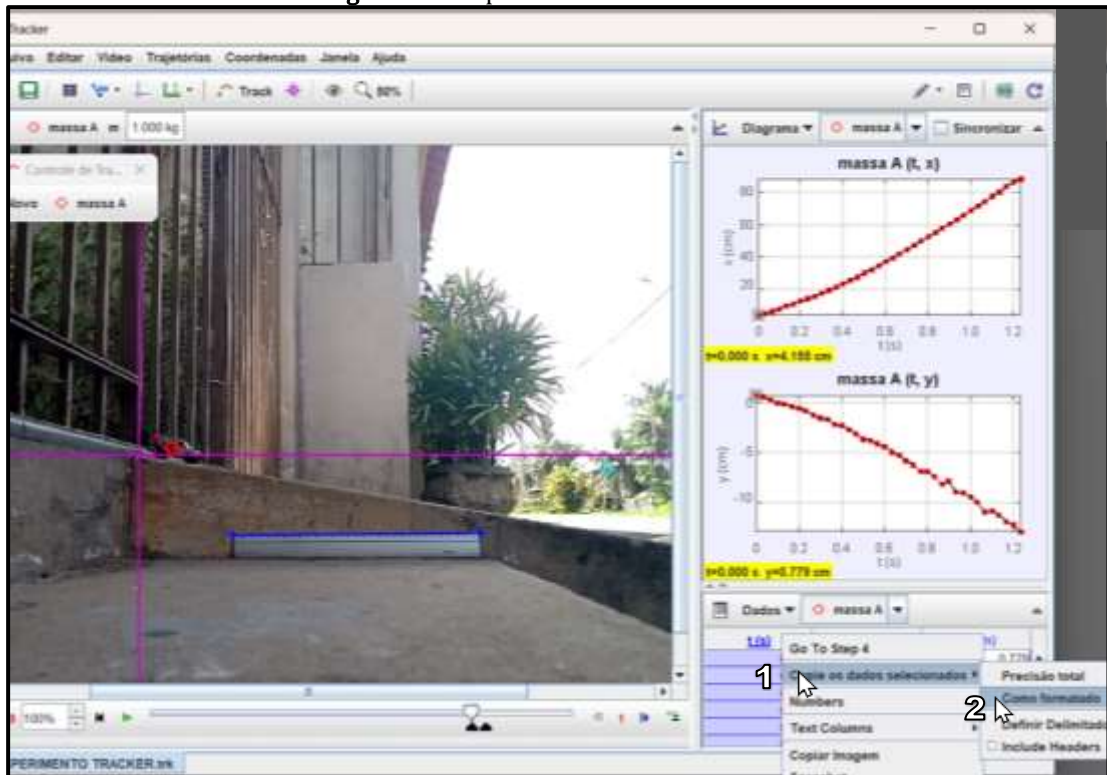
Figura 32 – Seleccionando os dados da tabela Forma 1.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Após isso, clique com o botão direito do mouse sobre a área azulada, selecione a opção "Copie os dados selecionados" e clique em "Como Formatado". Assim os valores da tabela foram copiados.

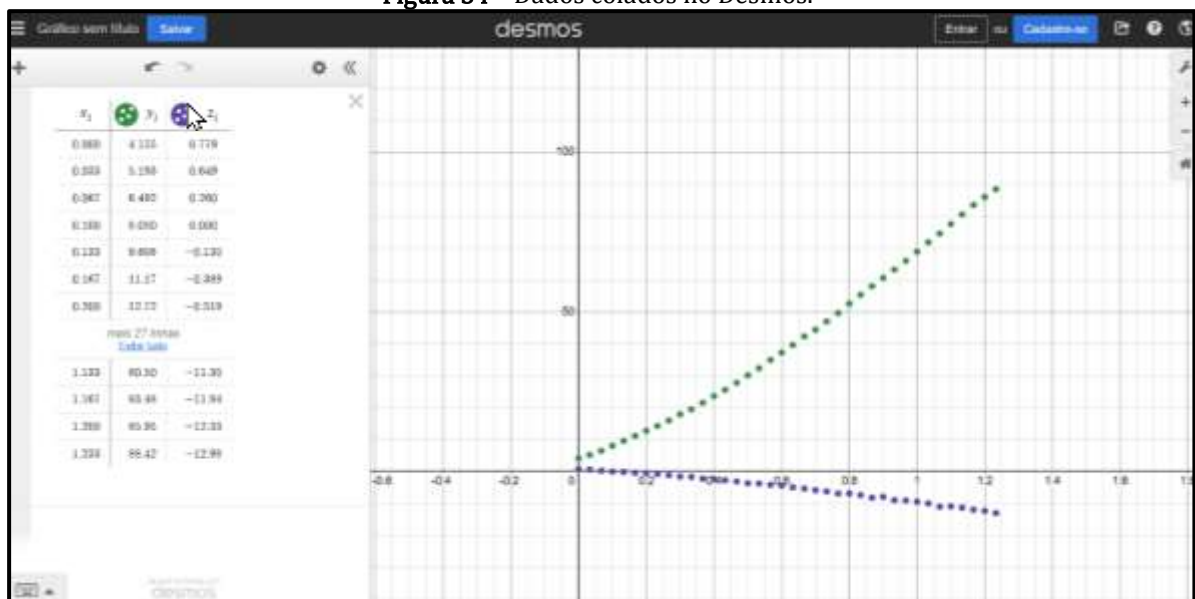
Figura 33 – Copiando os dados da tabela.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Abra o navegador e vá na janela do “Desmos – Calculadora Gráfica”. Coloque o mouse sobre a área branca a esquerda, e pressione “Ctrl” + “V”. Para assim colar os dados do quadro para o Desmos, e irá automaticamente formar pontos com base nos dados.

Figura 34 – Dados colados no Desmos.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Com todos os procedimentos realizados, por agora vamos utilizar os dados coletados para investigar o fenômeno.

4.2. INVESTIGAÇÃO COM O AUXÍLIO DO DESMOS

Discursão 1: As variáveis x_1 , y_1 e z_1 , correspondem a quais variáveis que estudadas no *Tracker* anteriormente? [$t(s)$, $x(cm)$ e $y(cm)$]

Discursão 2: Com base na resposta anterior, clique sobre as variáveis x_1 , y_1 e z_1 , e as mude para t_1 , x_1 e y_1 , para assim ficarem de acordo com a que foram usadas anteriormente no *Tracker*.

Discursão 3: Como os conjuntos de pontos representam dois conjuntos de pares ordenados (t_1, x_1) e (t_1, y_1) . Você acha que estes conjuntos poderiam ter uma função que os representa?

Discursão 4: Relembre os tipos de funções que você conhece, completando os espaços abaixo:

Função: _____

Função: _____

Fórmula Geral: _____

Fórmula Geral: _____

Esboço do Gráfico:

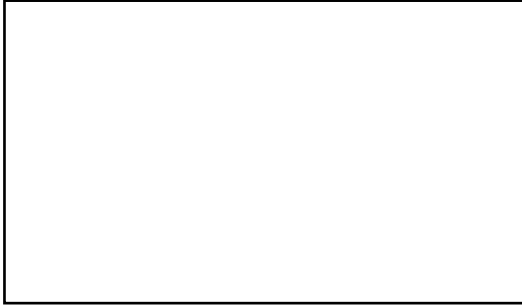
Esboço do Gráfico:



Função: _____

Fórmula Geral: _____

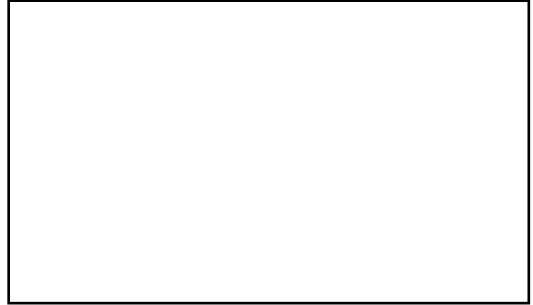
Esboço do Gráfico:



Função: _____

Fórmula Geral: _____

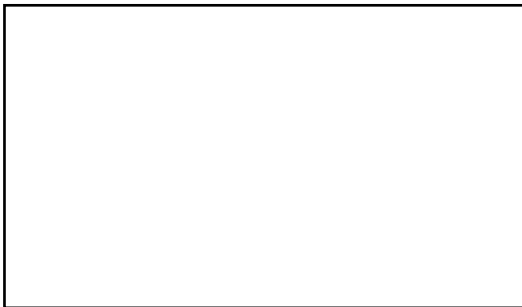
Esboço do Gráfico:



Função: _____

Fórmula Geral: _____

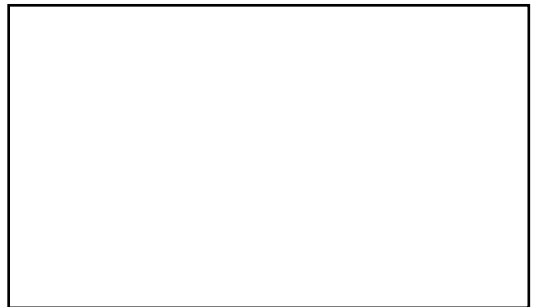
Esboço do Gráfico:



Função: _____

Fórmula Geral: _____

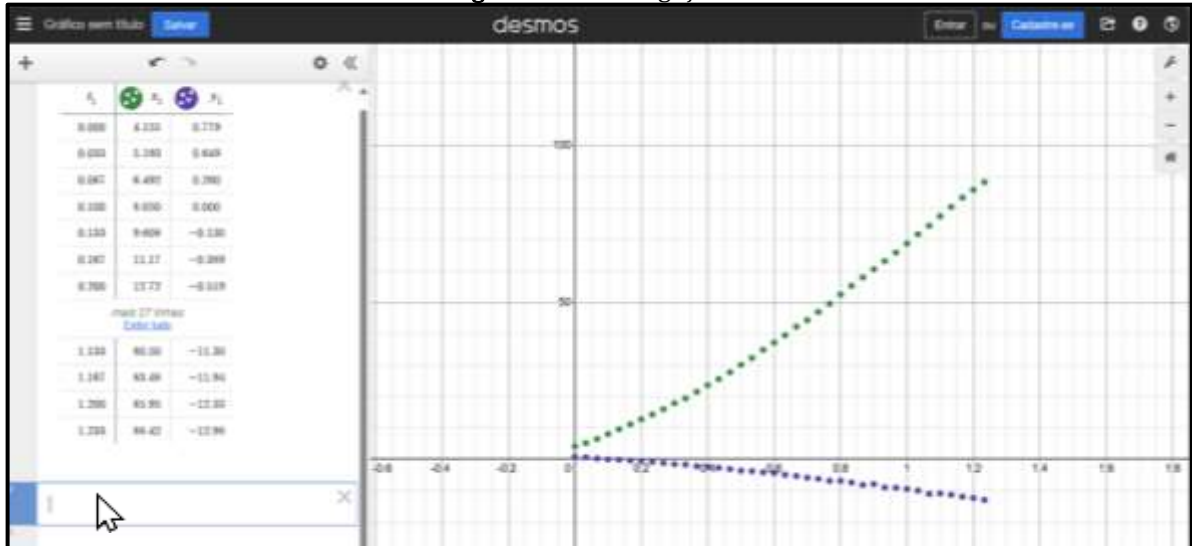
Esboço do Gráfico:



Discursão 4: Qual destas funções você acha que melhor representaria os conjuntos de pares ordenados (t_1, x_1) ?

Investigação 1: Vamos utilizar uma ferramenta do Desmos para responder o questionamento acima. Clique na área de número dois logo abaixo a tabela.

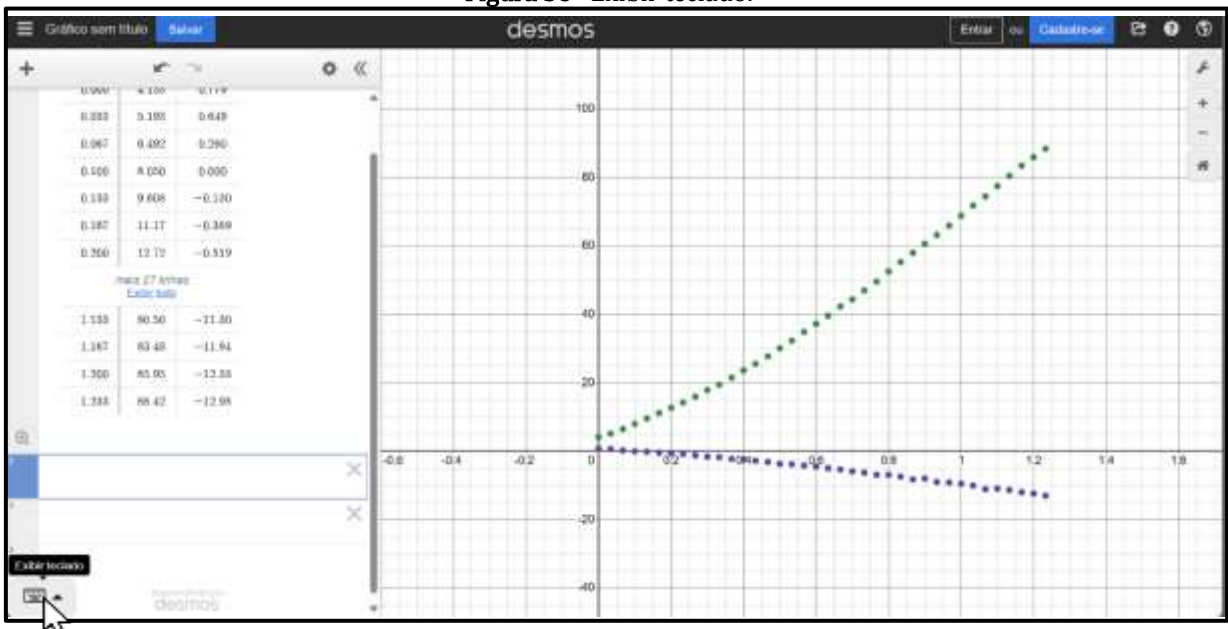
Figura 35 – Investigação 1.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024

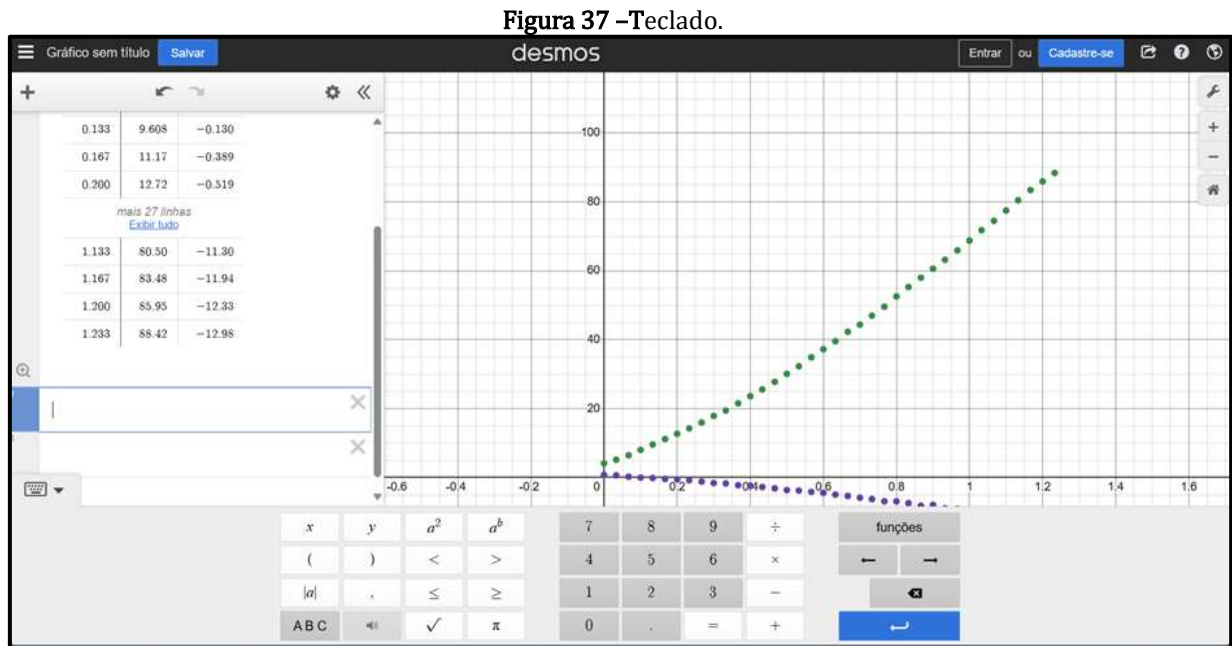
Após isso, clique no ícone de teclado, que está na região interior esquerda da tela.

Figura 36 – Exibir teclado.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024

Com isso o seguinte, teclado será exibido:



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024.

Por meio dele, iremos utilizar uma ferramenta do *Desmos* que cria uma função com base nos pontos.

Para isso escreva abaixo a Forma geral da função que você respondeu na “Discursão 4”.

Agora, utilizando o teclado do Desmos e auxílio do professor. Escreva a Forma geral da função, mas alterando os seguintes elementos.

$y \rightarrow x_1; = \rightarrow \sim ; x \rightarrow t_1;$

Exemplo: Função Afim, escreva: $x_1 \sim a(t_1) + b$

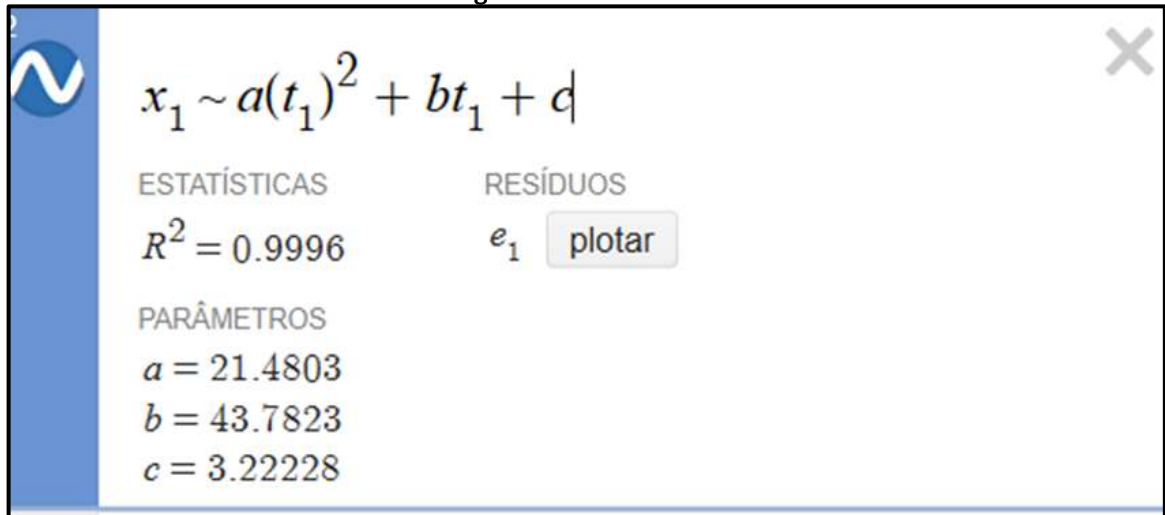
Função quadrática, escreva: $x_1 \sim a(t_1)^2 + bt_1 + c$

Função Exponencial, escreva: $x_1 \sim ab^{t_1}$

Discursão 5: Qual função a reta melhor representou os pontos do conjunto (t_1, x_1) ?

Discursão 6: Logo abaixo da função escrita, existem os parâmetros, ou seja, os coeficientes, que a função teria para melhor representar os pontos. Como mostrado abaixo:

Figura 38 – Parâmetros.



Fonte: Elaborada pelos autores, 2024

Cada parâmetro representa um coeficiente da função, dessa forma escreva a função que melhor representa o conjunto de pontos, utilizando estes números como coeficientes.

Discursão 7: Assim você obteve a função que nos dá o descolamento x_1 em função do tempo t_1 , ou como visto no *Tracker* a posição x (cm) em função t (s). Com base nessa função iremos responder a última pergunta do capítulo anterior. Qual a posição do objeto no tempo 10s, considerando que este ainda estivesse em movimento?

DESAFIO: Utilizando o mesmo procedimento, obtenha a função função que nos dá o descolamento y_1 em função do tempo t_1 , ou como visto no *Tracker* a posição y (cm) em função t (s).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, apresentamos um guia que foi além da mera transmissão de conceitos e exercícios de função. Ele explorou engajar os alunos por meio de perguntas e discussões, através do software *Tracker*, como uma ferramenta para promover a consolidação do tópico de função, em especial as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, alinhado com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino médio.

Foi crucial entender que o ensino de função pode ir além dos meios tradicionais, por meio da incorporação metodologias que relacionem o cotidiano dos estudantes com a matéria e sua aplicação prática, como com o uso da Modelagem Matemática. Com o uso do *Tracker*, e com o auxílio posterior da ferramenta, o “Desmos – Calculadora Gráfica”, foi possível desenvolver uma abordagem criativa e inovadora para integrar não somente o tópico de funções, com a investigação e construção de modelos matemáticos, como também permitiu mesclar a tecnologia e a matemática.

Visamos que esse trabalho possa incentivar a realização de novas aplicações, do uso de tecnologias, em especial o *Tracker*, na educação matemática como uma ferramenta de Modelagem Matemática, com a abordagem em outros tópicos da disciplina de matemática, com outros sujeitos, métodos e modalidades de ensino. Recomenda-se para trabalhos futuros a aplicação em sala de aula com alunos do ensino médio para avaliar sua eficácia. Esperamos que este trabalho tenha contribuído para o avanço do ensino e aprendizagem de função no ambiente escolar, promovendo reflexões e discussões que possam orientar futuras ações pedagógicas.

6. REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – Parte III Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 2000.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular. Ensino Médio**. Brasília: MEC. Versão entregue ao CNE em 03 de abril de 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>. Acesso em: 05 set. 2023.

DESMOS STUDIO. Quem somos. **Desmos**. 2024. Disponível em: <<https://www.desmos.com/about?lang=pt-BR>>. Acesso em: 06 de jun. 2024.

GARNICA, Antoni Vicente Marafiotte. SOUZA, Luzia Aparecida de. **Elementos de história da educação matemática**. São Paulo. – Cultura Acadêmica, 2012

MAGARINUS, Renata; BULIGON, Lidiane; MARTINS, Márcio Marques. Uma proposta para a introdução do ensino de Funções através da utilização do programa Tracker. **Ciência e Natura**, v. 37, n. 3, p. 481-498, 2015.

7. INFORMAÇÃO DOS AUTORES



THIAGO DE VASCONCELOS BARROS - Graduado em Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará (2023). Mestrando em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM) pela Universidade do Estado do Pará (UEPA). Foi bolsista de programas como PIBIC-EM 2017-2018 e PIBID 2020-2022. Email: thiago.barros@aluno.uepa.br



ROBERTO PAULO BIBAS FIALHO - Possui graduação em Arquitetura e Urbanismo pela União das Escolas Superiores do Pará (1989), graduação em Educação Artística do 1º Grau pela Universidade Federal do Pará (1993), graduação em Educação Artística Licenciatura Plena pela Universidade Federal do Pará (1994) e mestrado em Desenvolvimento Sustentável do Trópico Úmido pela Universidade Federal do Pará - UFPA (1998). É artista plástico e especialista em educação pela UNAMA (1994) e em design de móveis pela Universidade do Estado do Pará - UEPA (2006). Desenvolveu tese doutoral intitulada "A MATEMÁTICA DO SENSÍVEL PELAS MÃOS DO ARTESÃO: Marcas da aprendizagem matemática e da cultura material dos ceramistas de Icoaraci" (2013), junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM), pertencente à Universidade Federal do Pará. É também membro do Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, do CCSE/UEPA, ministrando a disciplina Metodologia da Pesquisa em Ensino de Matemática e atuando como colaborador na disciplina Modelagem Matemática.



FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES - Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará, Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará, Graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará. Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. Experiência em desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática. Possui Doutorado e Mestrado

em Geofísica pela Universidade Federal do Pará e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.



MIGUEL CHAQUIAM - Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN (2012), Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2001), Especialista em Matemática pela UNESPA (1989), Licenciado em Matemática pelo Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (1984) e Licenciado em Ciências pelo Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (1983). Líder do Grupo de Pesquisa em História, Educação e matemática na Amazônia (GHEMAZ) e Membro do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM). Atualmente é professor da Universidade da Universidade do Estado do Pará - UEPA, na Categoria de Adjunto IV - TIDE. Professor no Ensino Superior há mais de 35 anos, atua no ensino superior na qualidade de professor nos cursos de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-

Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM-UEPA), Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.