UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL-PROFMAT

PRODUTO EDUCACIONAL:

Andrey Mangini Silva

Prof. Daniel Gonçalves, Dr.
Orientador

UMA ABORDAGEM VETORIAL PARA O ESTUDO DA GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO

Florianópolis
2024

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O SURGIMENTO DA GEOMETRIA ANALÍTICA

A geometria analítica surgiu muito tempo depois da geometria em si. Enquanto os primeiros elementos da geometria surgiram com as primeiras civilizações da humanidade, a geometria analítica teve seus estudos iniciais datados no século XVII pelos franceses Pierre de Fermat e René Descartes.

No entanto, Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz também se concentraram nos estudos da geometria analítica, que contribuíram para o surgimento de um outro campo de estudo da matemática, o Cálculo Diferencial e Integral, que faz parte do ensino superior.

Neste trabalho você poderá explorar esta disciplina, descobrindo as utilidades de estudar elementos como pontos e retas.

O ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA UTILIZANDO VETORES

Este trabalho tem como objetivo explorar o papel dos vetores na geometria analítica e destacar sua importância na análise como solução de problemas geométricos. Ao longo das próximas páginas, examinaremos como os vetores se tornaram uma ferramenta essencial para a representação de objetos geométricos, o estabelecimento de equações e a compreensão de transformações e relações geométricas.

Os vetores, que descrevem magnitude e direção, possibilitam uma abordagem unificada e intuitiva para lidar com uma miríade de problemas geométricos. Eles não apenas simplificam a descrição de pontos e direções, mas também permitem calcular e determinar, distâncias, ângulos, retas e muito mais. A geometria analítica com vetores se estende desde o plano cartesiano bidimensional até o espaço tridimensional e além, abrindo portas para a exploração de geometrias mais abstratas e multidimensionais.

Em última análise, buscamos demonstrar como a adoção da perspectiva vetorial enriquece e aprimora a geometria analítica, tornando-a uma ferramenta poderosa e versátil para a resolução de problemas geométricos em um contexto mais amplo. A compreensão aprofundada desses conceitos é essencial não apenas para os matemáticos, mas também para cientistas e engenheiros que buscam aplicar princípios geométricos em suas respectivas disciplinas.

2. UMA ABORDAGEM VETORIAL PARA O ESTUDO DA GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO

A Geometria analítica e o estudo de vetores são parte do currículo da educação básica, na etapa do Ensino Médio. Ao abordarmos esses assuntos surge a oportunidade de colocarmos os estudantes em contanto com a importância de analisar os pré-requisitos, como conjuntos, relações e funções.

Os conjuntos são a base da matemática moderna, eles fornecem uma estrutura formal para definir e organizar objetos matemáticos, como números, funções, pontos, retas entre outros. Por tudo isso, preparamos esse material que tem por objetivo propor atividades relacionadas ao estudo da Geometria Analítica para serem trabalhadas na etapa do ensino Médio, da educação básica.

As atividades propostas nesse material precedem as definições que as embasam e foram pensadas para alunos que estão iniciando o ciclo de três anos no Ensino Médio.

2.1 Representação no vetor no plano

Observe que na figura abaixo apresentamos três representantes do vetor $\vec{v} = (-2,1)$.

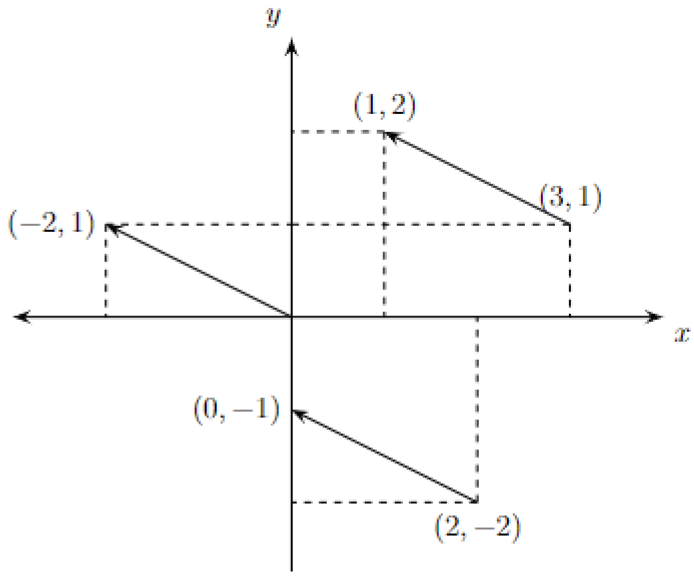

FIGURA 1

Estes três segmentos representam o mesmo vetor que podemos verificar pela diferença das coordenadas das extremidades de cada um, conforme verificamos:

(i) $\vec{v}$ = (−2, 1) − (0, 0) = (−2, 1);
(ii) $\vec{v}$ = (1, 2) − (3, 1) = (−2, 1);
(iii) $\vec{v}$ = (0, −1) − (2, −2) = (−2, 1).

Atividade 1) Se $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$, $A = (2,1)$ e $\vec{v} = (4,7)$, então quais são as coordenadas do ponto B?

A resposta esperada para a **Atividade 1** é: Considere $B(x,y)$. Logo, como $\vec{v} = B - A$, e $x - 2 = 4$ assim x = 6. Do mesmo modo $y - 1 = 7$, de sorte que y – 8. Portanto, $B(6,8)$.

2.2 Adição entre vetores

O vetor soma de $\vec{u}$ (x1, y1) e $\vec{v}$ (x2, y2) é $\vec{S} = \vec{u} + \vec{v} =$ (x1 + x2, y1 + y2).

Atividade 2) Dados $\vec{u}(1,3)$ e $\vec{v}(2,1)$, represente no plano os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e o vetor $\vec{S} = \vec{u} + \vec{v}$.

A resposta esperada para a **Atividade 2** é:

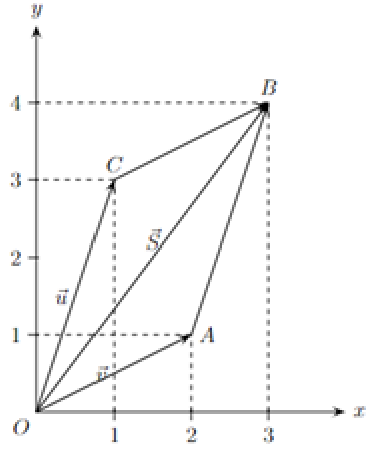

FIGURA 2

Como o segmento AB é paralelo ao segmento OC e o segmento CB é paralelo a AO conclui-se que OABC é um paralelogramo e $OB = \vec{S} = \vec{u} + \vec{v} = (1,3) + (2,1) = (3,4)$.

2.3 Produto Escalar ou Produto Interno

Representa-se por $\vec{u} \cdot \vec{v}$ o produto interno entre $\vec{u}$ *e* $\vec{v}$ e lê-se "u escalar v", ou "produto interno de u por v".

Determina-se o produto interno de dois vetores $\vec{u}$ = (a, b) e $\vec{v}$ = (c, d) como sendo o escalar resultante da soma dos produtos das coordenadas correspondentes. Logo:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = a \cdot c + b \cdot d\,.$$

Atividade 3) Sendo $\vec{u} = (2, -5)$ e $\vec{v} = (3, 4)$, determine o produto interno $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A resposta esperada para a **Atividade 3** é:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot 3 + (-5) \cdot 4 = -14$$

2.4 Ponto médio de um segmento

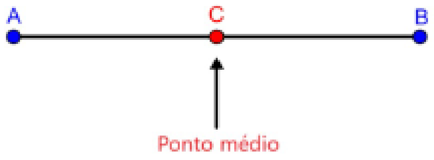

FIGURA 3

Sejam A e B extremos de um segmento e C seu ponto médio.

Podemos, então, afirmar que

$$\overline{AC} = \overline{CB} \Rightarrow C - A = B - C \Rightarrow C = \frac{A+B}{2}$$

Atividade 4) (UFSC - Questão de somatório) Dados, num sistema de coordenadas cartesianas, os pontos $A = (4, 1)$, $B = (1, 1)$, $C = (4, 5)$. Então o ponto médio do lado $\overline{BC}$ é o ponto M de coordenadas $(5/2, 3)$.

A resposta esperada para a **Atividade 4** é:

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \;\; e \;\; y_M = \frac{y_B + y_C}{2}, \quad \text{logo: } x_M = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2} \; e \; y_M = \frac{1+5}{2} = 3 \;\; e \;\; M\left(\frac{5}{2}, 3\right)$$

2.5 Distância entre dois pontos

E a distância entre as extremidades A(x_1, y_1) e B(x_2, y_2) de um segmento orientado, denotado por d_{AB} é a norma do vetor $\vec{v} = B - A$.

Sendo que a norma ou módulo de um vetor é a distância entre as extremidades de um segmento orientado que o represente, ou seja, o tamanho deste segmento.

Considere o vetor $\vec{u} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

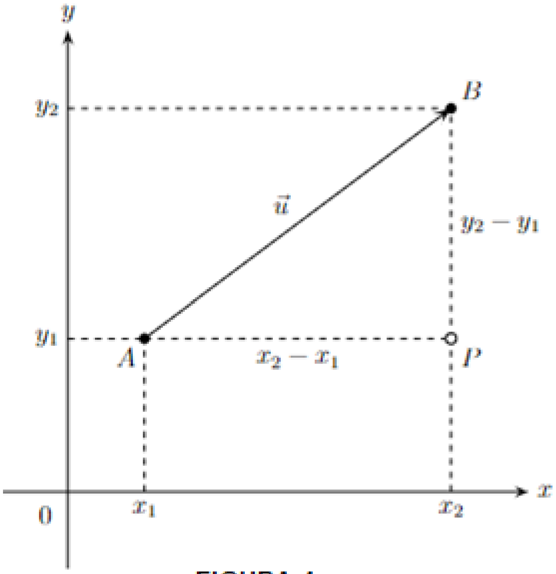

FIGURA 4

Então, a norma de $\vec{u}$ é, pelo teorema de Pitágoras, dada por

$$d_{AB} = \|\vec{u}\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Atividade 5) (UFSC - Questão aberta) Um ponto material móvel $P(-2 + t, \frac{4t}{3} + 2)$ desloca-se no plano cartesiano e suas coordenadas variam em função do tempo $t(t \geq 0)$. Determine a distância percorrida pelo ponto material móvel entre o ponto A para $t = 0$ e o ponto B para $t = 6$.

A resposta esperada para a **Atividade 5** é: Trata-se de uma item de somatório do vestibular da UFSC a ser avaliado, cuja resposta é verdadeira.

Temos

$$t = 0 \rightarrow A(-2,2) \ e \ t = 6 \rightarrow B(4,10)$$

e

$$d_{AB} = \|\vec{u}\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. = \sqrt{(4-(-2))^2 + (10-2)^2} = 10u.d$$

2.6 Colinearidade entre três pontos

Três pontos $A(x_A, y_A)$, (x_B , y_B) e (x_C , y_C),distintos, serão considerados alinhados quando existir uma única reta que passa pelos três.

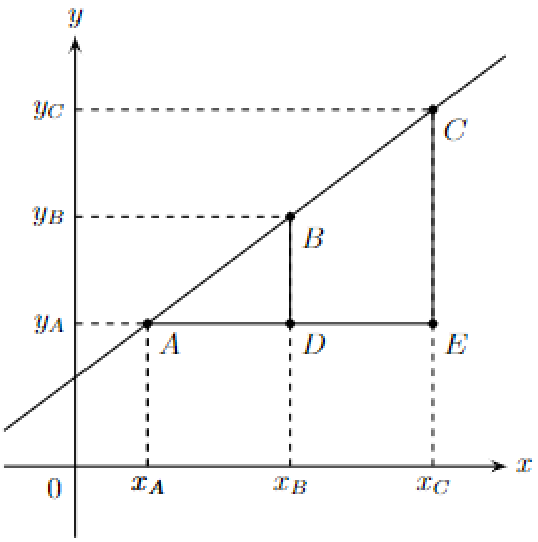

FIGURA 5

Os triângulos ΔABD e ΔACE são semelhantes, portanto

$$\frac{AD}{AE} = \frac{DB}{EC} \Rightarrow \frac{x_B - x_C}{x_C - x_A} = \frac{y_B - y_A}{y_C - y_A}.$$

Isso implica que $(x_B - x_A)(y_C - y_A) = (x_C - x_A)(y_B - y_A)$ e assim

$$x_A y_B + x_B y_C + x_C y_A - x_B y_A - x_C y_B - x_A y_C = 0.$$

A equação acima pode ser reescrita utilizando-se o determinante da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ a & b & 1 \end{bmatrix}$$

Consequentemente três pontos estão alinhados se, e somente se, o determinante da matriz A for nulo.

Verificamos também que A, B e C estão alinhados se, e somente se, os vetores $\vec{u} = B - A.$e $\vec{v} = C - A.$são paralelos. Se k $\in$ R, teremos

$$\vec{u} = k \cdot \vec{v} \Leftrightarrow (x_B - x_A) = k(x_C - x_A) \; e \; (y_B - y_A) = k(y_C - y_A)$$
$$\Leftrightarrow k = \frac{x_B - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y_B - y_A}{y_C - y_A}$$

Sendo assim, obteremos a equação representada pelo determinante da matriz A, descrita acima.

Atividade 6) (UFSC - Questão de somatório) Se os pontos $A(2,0), B(0,3)$ e $P(a,b)$ são colineares, e se os pontos $C(1,3), D(0,1)$ e $P(a,b)$ são também colineares, então $\frac{a}{b} < 1$.

A resposta esperada para a **Atividade 6** é: Trata-se de uma item de somatório do vestibular da UFSC a ser avaliado, cuja resposta é verdadeira.

Pois se A, B e P são colineares temos:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ a & b & 1 \end{vmatrix} = 0$$

E, assim 3a + 2b = 6. Do mesmo modo, se C, D e P são colineares, então:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ a & b & 1 \end{vmatrix} = 0$$

E, portanto 2a – b= –1. Finalmente $a = \frac{4}{7}$ e $b = \frac{15}{7}$, de sorte que $\frac{a}{b} = \frac{4}{15} < 1.$

2.7 Equação geral da reta

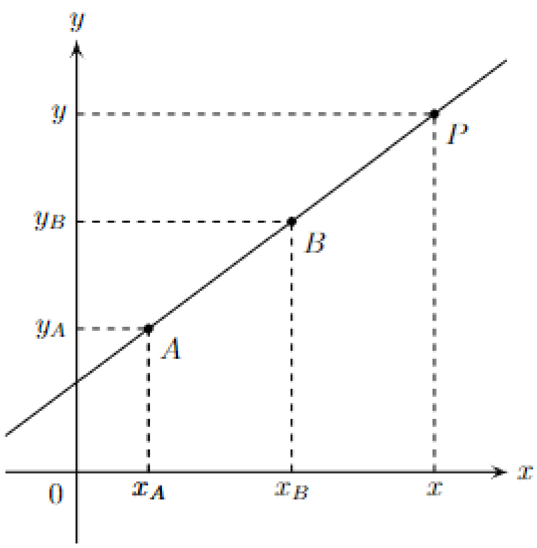

FIGURA 6

Considere a reta r que passa por $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B , y_B)$, seja P (x, y) um ponto qualquer de r. Utilizando a condição de alinhamento entre três pontos, de que o determinante da matriz

$$A=\begin{bmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x & y & 1 \end{bmatrix}$$

É nulo, obtemos ao desenvolver esse determinante que

$$x_A y_C + x_B\, y + x y_A - x y_C - x_B\, y_A - x_A y = 0$$

$$\Leftrightarrow (y_A - y_C)x + (x_B - x_A)y + (x_A y_C - x_B\, y_A) = 0$$

Como x_A, y_A, x_B e y_B são constantes, denominamos

$$y_A - y_C = a,$$
$$x_B - x_A = b,$$
$$x_A y_C - x_B\, y_A = c.$$

Sendo assim obtemos a equação geral da reta r : ax + by + c = 0, com a e b não simultaneamente nulos.

Atividade 7) (UFSC - Questão de somatório) Dados, num sistema de coordenadas cartesianas, os pontos $A = (4, 1)$ e $B = (1, 1)$. A equação da reta que passa pelos pontos A e B é $y - 1 = 0$.

A resposta esperada para a **Atividade 7** é: Verdadeira, pois substituindo as coordenada de A e B no determinante temos:

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

implica que y − 1 = 0.

2.8 Equação reduzida da reta

Ao isolarmos o y na equação geral da reta, r : ax + by + c = 0, obtemos o que denominamos de equação reduzida da reta

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

onde o coeficiente de x, $\left(-\frac{a}{b}\right)$ denomina-se coeficiente angular e o termo independente de

x, $\left(-\frac{c}{b}\right)$, denomina-se coeficiente linear.

Atividade 8) Determine os coeficientes angular e linear da reta $r : 2x + y - 4 = 0$.

A resposta esperada para a **Atividade 8** é: Isolando o y na equação geral dada, obtemos:

$$y = -2x + 4,$$

Logo, o coeficiente angular é igual a −2 e o coeficiente linear é igual a 4.

2.9 Ponto pertencente a uma reta

Para que um ponto pertença a uma reta suas coordenadas devem satisfazer a equação desta reta.

Atividade 9) (UFSC - Questão de somatório) O ponto $P(-1, 1)$ pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares.

A resposta esperada para a **Atividade 9** é: Falsa, pois a reta que representa a bissetriz dos quadrantes ímpares é dada por: $r : y - x = 0$ substituindo as coordenadas do ponto P em r obtemos: $1 - (-1) = 2$.

Portanto P não pertence a bissetriz dos quadrantes ímpares.

A próxima atividade é sobre a equação geral e vetorial de uma reta.

2.10 Equação vetorial da reta

Seja r uma reta que contém o ponto $P_1(x_1, y_1)$ e possui a direção do vetor não nulo $\vec{u} = (a,b)$ e seja o ponto P (x, y), um ponto qualquer da reta r

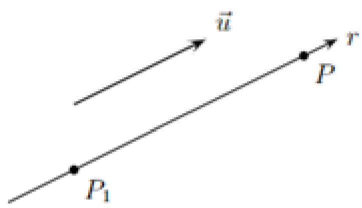

FIGURA 7

Temos que a equação vetorial da reta é dada por $\vec{v} = k \cdot \vec{u}$ onde $\vec{v} = P - P_1$ e k ∈ R*.

Vamos determinar a equação geral da reta usando a equação vetorial. Como $\vec{v}$ e paralelo a $\vec{u}$, logo $\vec{v} = k \cdot \vec{u}$, com k ∈ R*. Isso implica que

$$P - P_1 = k(a, b)$$

e portanto

$$(x, y) - (x_1, y_1) = k \cdot (a, b), \text{ tal que } \begin{cases} x = x_1 + ka \\ y = y_1 + kb \end{cases}$$

Assim

$$k = \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b}$$

e para $a \neq 0$

$$y - y_1 = \frac{b}{a}(x - x_1)$$

Atividade 10) Determine a equação geral da reta que passa pelo ponto de coordenadas $(5, -3)$ e é paralela ao vetor diretor $\vec{u} = (1, -4)$.

A resposta esperada para a **Atividade 10** é: Temos:

$$y + 3 = \frac{-4}{1}(x - 5),$$

logo $y + 3 = -4x + 20$ e portanto a equação geral é

$$4x + y - 17 = 0.$$

Salientamos que a equação geral também pode ser obtida através da equação vetorial da reta, conforme verificamos a seguir. Temos, para $k \in \mathbb{R}^*$, que

$$\overrightarrow{P_1P} = k\vec{u}.$$

Logo

$$(x, y) - (5, -3) = k \cdot (1, -4), \quad \text{tal que} \quad \begin{cases} x &= 5 + k \\ y &= -3 - 4k \end{cases}$$

Portanto

$$4x + y - 17 = 0.$$

2.11 Equações paramétricas da reta

Utilizando a equação vetorial definida acima, temos como $\vec{v} = k \cdot \vec{u}$ onde $\vec{v} = P - P_1$ e k ∈ R*, onde (x, y) − (x_1, y_1) = k · (a, b).

Segue as equações paramétricas

$$\begin{cases} x = x_1 + ka \\ y = y_1 + kb \end{cases}$$

Salientamos que com a variação de k, a reta r ´e percorrida a partir de P_1 na direção de $\vec{u}$.

Atividade 11) Escreva as equações paramétricas da reta r que passa pelo ponto $P(2, 3)$ e é paralela ao vetor diretor $\vec{u}(3, 2)$.

A resposta esperada para a **Atividade 11** é: Observe o gráfico a seguir.

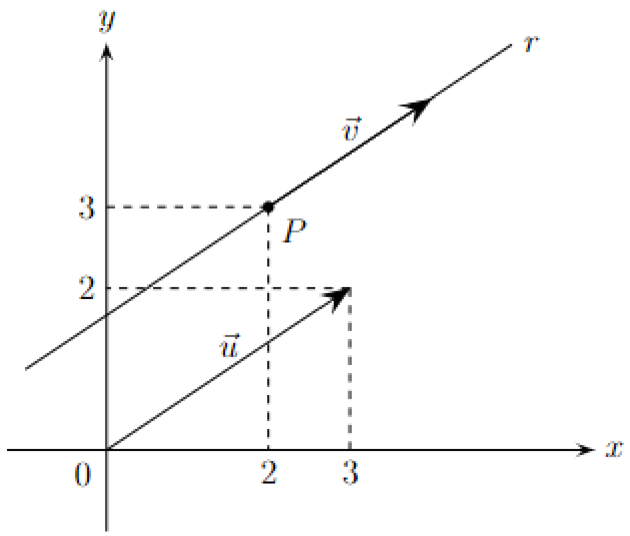

FIGURA 8

Verifique que $\vec{v} = k \cdot \vec{u}$ com k ∈ R* e escolhemos um vetor $\vec{v}$ com início no ponto P. As equações paramétricas de r são

$$\begin{cases} x = 2 + 3k \\ y = 3 + 2k \end{cases}.$$

2.12 Vetor normal a reta

Considere r uma reta do R^2 e que passa pelo ponto $P_1(x_1, y_1)$ e é normal ao vetor $\vec{v}(a,b)$. Seja P (x, y) um ponto qualquer de r e $\vec{u} = P - P_1 = (x - x_1, y - y_1)$, conforme figura abaixo.

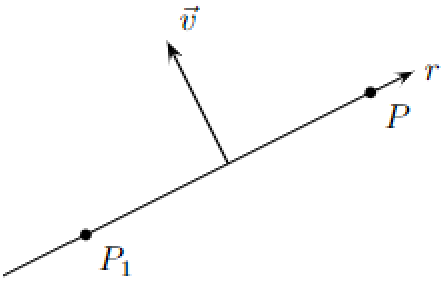

FIGURA 9

O vetor $\vec{v}$ é ortogonal ao vetor $\vec{u}$, portanto o produto interno entre eles é nulo. Sendo

$$\vec{u} = P - P_1 = (x - x_1, y - y_1) \text{ e } \vec{u} \cdot \vec{v} = 0,$$

implica que

$$(a, b) \cdot (x - x_1, y - y_1) = 0,$$

ou seja, $ax + by - ax_1 - ay_1 = 0$ e, considerando $c = -ax_1 - ay_1$, obtemos $ax + by + c = 0$,

Atividade 12) Determine a equação geral da reta r que passa pelo ponto $P\ (1, -1)$ e é normal ao vetor $\vec{v} = (3, -2)$.

A resposta esperada para a **Atividade 12** é: Sabemos que na equação geral da reta $ax + by + c = 0$,

Temos $a = 3$ e $b = -2$. Logo, $3x - 2y + c = 0$ e como $P \in r$ obtemos o valor de c na equação: $3(1) - 2(-1) + c = 0$, isto é, $c = 5$.

Portanto, a equação da reta r é $3x - 2y + 5 = 0$.

2.13 Retas paralelas

Duas retas são paralelas se os seus vetores normais são paralelos.

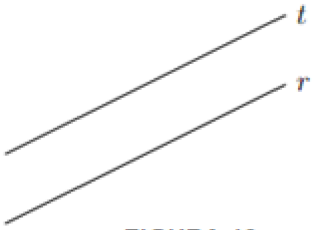

FIGURA 10

Dadas duas retas r : ax + by + c = 0 e t : $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, se r é paralela a t então seus respectivos vetores normais $\vec{u}(a,b)\ e\ \vec{v}(a_1,b_1)$ formam entre si um ângulo nulo ou de 180° e teremos:

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|\ ou$$
$$\vec{u}\cdot\vec{v} = -\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|\ ou$$

$\vec{u} = k\,\vec{v}$, para algum k $\in$R

Atividade 13) Verifique se as retas $r : 3x + 4y - 10 = 0$ e $t : 8x - 6y + 11 = 0$, são paralelas.

A resposta esperada para a **Atividade 13** é: São paralelas, pois

Sejam r : 3x + 4y − 8 = 0 e t : 6x + 8y + 9 = 0.

Vetor normal a reta r : $\vec{u} = (3,4)$

Vetor normal a reta t : $\vec{v} = (6,8)$v = (6, 8)

Assim, temos

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = 3.6 + 4.8 = 50$$
$$\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\| = 5.10 = 50$$

Logo

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\| = 50$$

Portanto r é paralela a t.

2.14 Retas perpendiculares

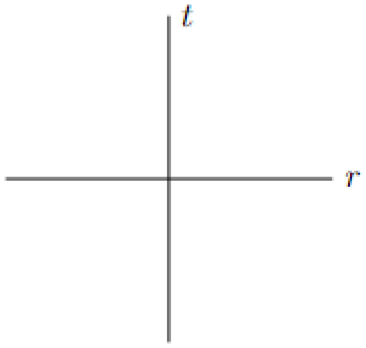

FIGURA 11

Dadas duas retas r : ax + by + c = 0 e t : $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, se r é perpendicular a t então seus respectivos vetores normais $\vec{u}(a,b)$ e $\vec{v}(a_1,b_1)$ formam entre si um ângulo de 90° e teremos

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=0$$

Atividade 14) (UFSC - Questão de somatório) Dados, num sistema de coordenadas cartesianas, o ponto $A=(4,1)$ e a reta r representada pela equação $x+y-2=0$. A reta s de equação $-5x+5y-13=0$ e a reta r são perpendiculares.

A resposta esperada para a **Atividade 14** é: Verdadeira, pois

- Bissetriz dos quadrantes ímpares s : x − y = 0, com vetor normal $\vec{u}=(1,-1)$;
- Reta r : x + y + 11 = 0, com vetor normal $\vec{v}=(1,1)$.

Logo

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=1.1+(-1).1=0,$$

O que implica que r é perpendicular a s. Ademais, temos (−8) + (−3) + 11 = 0, de sorte que A ∈ r.

2.15 Ângulo entre duas retas

Considere r, t, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ coplanares, sendo $\vec{u}$ vetor normal à reta r, $\vec{v}$ vetor normal à reta t, A ∈ r, B ∈ t, C um ponto pertencente a uma reta cujo vetor diretor é o vetor $\vec{u}$ e D um ponto pertencente a uma reta cujo vetor diretor é o vetor $\vec{v}$, conforme figura a seguir.

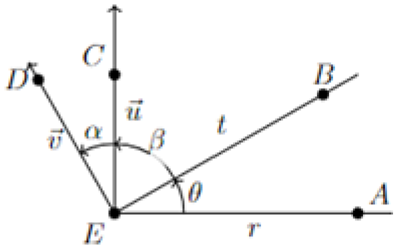

FIGURA 12

Seja med(AEB) = θ, med(CED) = α e med(BEC) = β, onde med(AEB), med(CED) e med(BEC) representam respectivamente as medidas dos ângulos AEB, CED e BEC. Temos que

- O vetor $\vec{u}$ é normal à r, logo θ + β = 90° e assim β = 90° − θ;
- O vetor $\vec{v}$ é normal à t, portanto β + α = 90° de modo que β = 90° − α.

Combinando esses dois fatos, obtemos que 90° − θ = 90° − α, ou seja, α = θ.

Logo o ângulo θ formado pelas retas r e t, é o mesmo ângulo α formado pelos seus vetores normais, portanto:

$$\cos\theta = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|}$$

Atividade 15) Determine menor ângulo formado pelas retas $r : 2x + y - 6 = 0$ e $t : -3x + y + 5 = 0$.

A resposta esperada para a **Atividade 15** é:

- O vetor normal a reta r é $\vec{u} = (2,1)$;
- O vetor normal a reta t é $\vec{v} = (-3,1)$;

Assim

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = 2.(-3) + 1.1 = -5$$
$$\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\| = \sqrt{5}.\sqrt{10} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2},$$

De sorte que

$$\cos\theta = -\frac{5}{5\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Portanto, θ = 135° e o menor ângulo formado entre r e t é o suplementar de θ, ou seja, 45°.

2.15 Distância de um ponto até uma reta

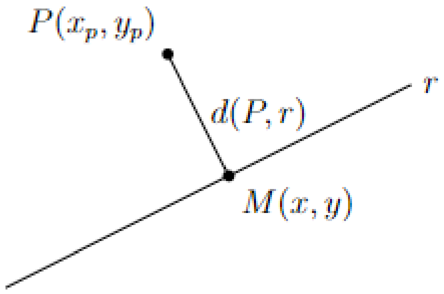

FIGURA 13

Seja $M(x, y)$ a projeção ortogonal de $P(x_p, y_p)$ sobre a reta $r : ax + by + c = 0$. Então

Observe que $\overrightarrow{PM}$ é normal a reta r. Portanto existe $k \in \mathbb{R}^*$ tal que $\overrightarrow{PM} = k(a, b)$, ou seja, se $M = (x, y)$, então $(x - x_p, y - y_p) = k(a, b)$. Escrevendo como um sistema linear

$$\begin{cases} x = x_p + ka \\ y = y_p + kb \end{cases}$$

Temos que $d(P, r) = \|\overrightarrow{PM}\| = \|\overrightarrow{k(a,b)}\| = |k| \cdot \|\overrightarrow{(a,b)}\| = |k| \cdot \sqrt{a^2 + b^2}$.

Como $M \in r : ax + by + c = 0$, temos

$$0 = a(x_p + ka) + b(y_p + kb) + c = ax_p + by_p + ka^2 + kb^2 + c,$$

assim

$$k = \frac{-ax_p - by_p - c}{a^2 + b^2}.$$

Deste modo

$$d(p, r) = |k| \cdot \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{|-ax_p - by_p - c|}{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Portando a distância do ponto P à reta r será dada por:

$$d(P, r) = \frac{|ax_p + by_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Atividade 16) (UFSC - Questão de somatório) A distância do ponto $A(7,2)$ à reta $r: 4x - 3y + 3 = 0$ é igual a 5 unidades de comprimento.

A resposta esperada para a **Atividade 16** é: Verdadeira, pois

Temos

$$d(P,r) = \frac{|ax_p + by_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Assim

$$d(P,r) = \frac{|4 \cdot 7 - 3 \cdot 2 + 3|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 5.$$

Bibliografia

[BC05] P. Boulos e I. de Camargo. *Geometria Analítica: Um Tratamento Vetorial*. São Paulo: Pearson, 2005.

[Cor06] Paulo Sérgio Quilelli Corrêa. *Álgebra Linear e Geometria Analítica*. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

[DFC13] J. Delgado, K. Fresnel e L. Crissaff. *Geometria Analítica*. 1ª edição. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

[DI03] Higino H. Domingues e Gelson Iezze. *Álgebra Moderna: Volume Único*. 4ª edição. São Paulo: Atual, 2003.

[Lim+06] Lima, Carvalho, Wagner e Morgado. *A Matemática do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: Coleção do Professor de Matemática, 2006.

[MEC56] MEC. *Dicionário Escolar Latino-Português*. 1956.

[Vir24] Virtuous Tecnologia da Informação. *Vetores*. Consultado em 09/04/2024 às 20:29. 1998-2024. url: https://www.somatematica.com.br/emedio/vetores/vetores.php (acesso em 09/04/2024).