Universidade do Estado do Pará
Pró-Reitoria de Pesquisa de Pós-Graduação
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Leonardo Benedito Sarraf Caetano
Pedro Franco de Sá

Sequência Didática para o Ensino de Probabilidade por Atividades Experimentais no 8º Ano

Belém/PA
2023

Leonardo Benedito Sarraf Caetano
Pedro Franco de Sá

Sequência Didática para o Ensino de Probabilidade por Atividades Experimentais no 8º Ano

Produto Educacional fruto da dissertação intitulada **Ensino de Probabilidade por Atividades Experimentais no 8º Ano,** pesquisa apresentada e defendida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará-UEPA.

ISBN: 978-65-84998-89-6

Belém/PA
2023

Guia de Atividade para o Ensino de Probabilidade

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Caro professor (a),

O presente material didático é um produto educacional chamado “Guia de atividades”, parte integrante do trabalho de pesquisa intitulado de “**Ensino de Probabilidade por Atividades Experimentais em uma Turma do 8º Ano”,** vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, a nÍvel de Mestrado profissional da Universidade do Estado do Pará-UEPA, cuja finalidade é apresentar aos professores de Matemática do Ensino Fundamental – Anos Finais – um material que auxilie o ensino de probabilidades através de problemas.

A partir dessa pespectiva, idealizamos este Guia de Atividades em que propomos uma sequência didática, utilizando como estratégia de ensino as seguintes tendências em Educação Matemática: Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas. Acreditamos que a aplicação desta sequência didática poderá permitir ao aluno se tornar protagonista do seu processo de ensino-aprendizagem.

As atividades propostas neste material foram validadas por meio da aplicação de uma sequência didática executada em uma turma de 8º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública municipal da cidade de Breves, na mesorregião do Marajó, no estado do Pará, obtendo resultados positivos referentes ao ensino de probabilidades.

Portanto, o guia tem início com uma apresentação, seguida da fundamentação teórica, cinco atividades propostas e as considerações finais.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste tópico, apresentaremos a fundamentação teórica para o Guia de Atividades e usaremos como base o ensino por atividades de Sá (1988), a resolução de problemas e a taxonomia de Bloom.

1.1 Ensino de Matemática por Atividades Experimentais

O ensino de matemática por atividades experimentais idealizado por Sá (1988) possui a seguinte pergunta norteadora “Por que algumas pessoas conseguem aprender matemática desde cedo, enquanto que a maioria não tem sucesso na área? ”. O autor encontra respostas nas teorias piagetianas, as quais argumentam que é preciso que desde os anos inicias, e boa parte dos anos finais do ensino fundamental, os estudantes produzam ideias a partir da ação, ou seja, as ações precedem as ideias para que o ensino de matemática seja de maneira ativa. Isto é, os estudantes necessitam ter momentos de protagonismo durante as aulas.

Para Sá (2019), as origens do ensino de matemática por atividades passaram por muitos momentos distintos, pois a forma de desenvolver o ensino, a prendizagem e a avaliação no ambiente escolar também sofreu com essas mudanças. O autor se baseia nas ideias de Mizukami (1986), defendendo que as tendências do ensino brasileiro tiveram as abordagens: tradicional, comportamentalista, humanista, cognitivista e sociocultural.

Para Mizukami (1986, p.8-17), a abordagem tradicional do ensino tem as seguintes características:

- Educação: é entendida como instrução, caracterizada como transmissão de conhecimentos e restrita à ação da escola, caracterizada pela concepção de educação como um produto e vista com a função de ajustamento social.
- Escola: é o lugar onde se realiza a educação e funciona como uma agência sistematizadora de uma cultura complexa; subordina a Educação à instrução, oferece reduzidas oportunidades de cooperação entre pares, vista como o local onde se raciocina e frequentemente utilitarista quanto a resultados e programas preestabelecidos.
- Ensino-aprendizagem: a ênfase é dada em situações de sala de aula, onde os aprendizes são “instruídos” e “ensinados” pelo professor, o professor ver-se obrigado, namaioria das vezes, a limitar-se ao fornecimento de receituários, a atuação visa apenas a do professor, o ensino é caracterizado por se preocupar mais com a variedade e quantidade de noções/conceitos/informações

que com a formação do pensamento reflexivo e a preocupação que a sistematização dos conhecimentos apresentados de forma acabados.

- Professor-estudante: a relação entre professor e estudante é vertical, o professor é autoridade intelectual e moral para o estudante, este é visto como aluno (aquele que não tem luz), o professor detém o poder decisório quanto à metodologia, conteúdo, avaliação, forma de iteração na sala, o professor traz o conteúdo pronto e o estudante (aluno) se limita, passivamente, a escutá-lo, a relação professor-aluno predominante é individual e o professor é o agente e o aluno é o ouvinte.
- Metodologia: tem o diretivismo do processo baseado frequentemente na aula expositiva e nas demonstrações do professor à classe, tomada como auditório. A motivação para a realização do trabalho escolar é extrínseca e dependerá de características pessoais do professor para manter o aluno interessado e atento. Centralizado na figura do professor, por meio de aulas expositivas, sendo a ênfase no produto, na transmissão cultural.
- Avaliação: visa, predominantemente, a exatidão do conteúdo comunicado em sala de aula e privilegia os exames que evidenciem a exatidão da reprodução das informações recebidas.

Porém, por muito tempo, e até mesmo na atualidade, as escolas vivem uma abordagem do ensino tradicional, em que o aluno é sujeito passivo e que o conhecimento é transmitido apenas pela oralidade. O professor é detentor das ações de todo processo de avaliação metodológica, além das aulas, que são expositivas, dentre outras características.

Segundo Sá (2019, p.13), “na abordagem tradicional não há espaço para realização de atividades’’, pois o autor argumenta que a atividade tem o objetivo de deslocar o protagonismo do professor para o aluno, fazendo assim o processo pedagógico mais ativo. Todavia, é claro que isso não ocorreu e não ocorre de uma hora para outra. A história da educação nos mostra que houve vários momentos em que surgiram tendências de ensino. Isso se iniciou com as tendências ativistas no Brasil na década de 30 do século XX, segundo Loss (2016, p.58-60):

> A tendência ativista chegou no Brasil na década de 30 do século XX com os pioneiros da escola Nova, Anísio Teixeira, Fernando de Azevedo, Lourenço Filho e Francisco Campos, entre outros. Nessa tendência, há um avanço em relação à tendência tradicional devido à proposição de atividades escolares centradas nos estudantes, como trabalhos em grupos, pesquisas, jogos, exercícios de criatividade, experiências, entre outras. Nessa tendência ocorreu a saída de um extremo autoritário, da tendência tradicional, para outro, caracterizado pelo laissez-faire pedagógico. As teorias pedagógicas que orientaram o pedagógico não garantiram à educação a formação do sujeito de forma integral. Na tendência ativista houve uma diversificação das estratégias para a efetivação da aprendizagem. O ato educativo restringiu-se a atividades isoladas.

Deste modo, os pioneiros da Escola Nova reagiram às ações da escola tradicional. Eles defendiam atividades escolares centradas no estudante como trabalho em grupo, pesquisa, jogos, exercícios de criatividade e experiências. Para o ensino e aprendizagem da matemática, as ideias pedagógicas da EscolaNova exigiam do sujeito a sua participação por meio de experimentos, experiências com atividades lúdicas e materiais manipulativos para vivenciar o processo de descoberta do conhecimento, conforme Loss (2016).

Sá (2019) destaca que as tendências ativistas sofreram críticas por posicionamentos contrários, pois apontavam descompromisso com o conteúdo e as atividades não eram sistematizadas com o objetivo de formalizar os resultados aprendidos, diziam aqueles que resistiam às ideias da Escola Nova.

Segundo Cálciz (2011, p.5), Jeronimo Bruner, ao publicar a teoria da Categorização, concorda com as ideias de Vygotsky, pois ressaltou nesta obra que a atividade possui um papel essencial no processo de aprendizagem. Assim, o ensino por descoberta deu origem ao que se denomina hoje Ensino de Matemática por Atividades, que Bruner, segundo Cálciz (2011), categoriza em três tipos: **descobrimento indutivo**, quando há o levantamento e a reordenação de dados para alcançar nova categoria, conceito ou generalização; **descobrimento dedutivo,** quando há uma combinação de ideias com o intuito de alcançar enunciados específicos, como por exemplo um silogismo; e o **descobrimento transdutivo**, quando há uma relação ou comparação de dois elementos particulares e observação entre eles em aspectos similares.

Hennig (1986), conforme Sá (2019), concebeu o ensino por descoberta em três técnicas: redescoberta, problemas e projeto, as quais trazem algumas vantagens:

- Aprender por descoberta é aprender a aprender.
- Aprender por descoberta é automotivador e autogratificante.
- Aprender por descoberta aumenta a capacidade de pensar e de raciocinar.
- Aprender por descoberta facilita a transferência e a memorização.

Ainda na década de 80 do século XX, foi adotada a técnica da redescoberta por Sá (1988), Zaro e Hillebrand (1990). Skeemp, na década de 90, propôs o ensino por atividades estruturadas. Temos ainda Fossa (2000) e Mendes (2001), que propuseram trabalhos sobre o ensino dematemática por atividades. Encontra-se ainda sobre matemática por atividades nos sites dos Programas de Mestrado em Educação da UEPA, Programa de Mestrado Profissional da UEPA e no site dos programas de

Pós-graduação do IEMCI da UFPA, além de muitos outros sites de programas de Mestrado e Doutorado.

Mesmo sofrendo algumas críticas, o ensino de matemática por atividades resiste por ter características positivas, como destaca Sá (2019 p.16):

- É diretivo;
- Tem compromisso com o conteúdo;
- Tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo;
- É estruturado;
- É sequencial;
- Não está necessariamente associado à resolução de problemas;
- Leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes;
- Os resultados são institucionalizados ao final da atividade;
- Não dispensa a participação do professor;
- É adequado para a formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algoritmos;
- É interativo entre estudantes e professor.

Por todas essas características listadas acima, Sá (2019) justifica que o ensino de matemática por atividades experimentais deve ser acrescentado no rol de tendências em Educação Matemática.

1.2 Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades

Para Sá (2019), o ensino por atividades pode ter dois tipos básicos de atividades: *conceituação*, que tem como objetivo levar o aluno a perceber determinado tipo de situação ou tipo de objeto matemático, ou seja, é quando o aluno percebe a definição do objeto; e a atividade de *redescoberta*, quando o aluno é levado a descobrir uma relação ou proporcionalidade de um objeto ou operação matemática, porém não corresponde a uma demonstração, mas sim a uma exploração, momento antes da demonstração.

Sá (2019) destaca que o ensino de matemática por atividades é desenvolvido por dois modos: *demonstração* ou *experimentação*. A *demonstração* ocorre quando o professor realiza ações, enquanto os alunos registram resultados para depois interagir com tais resultados e alcançarem o resultado planejado pela atividade. Isso é sugerido quando existe a necessidade de manipulação com objetos caros ou que possam ser danificados no decorrer da atividade. Tais atividades demonstrativas podem ser aplicadas tanto para conceituação, quanto para redescoberta.

Sá (2019) explica que no modo experimental, o professor elabora o experimento e os alunos o executam. Esse modo também pode ser empregado tanto para conceituação quanto para redescoberta. Este autor enfatiza que a organização de uma atividade de conceituação pode ser dividida de maneira didática em seis momentos: **organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.**

O primeiro momento é a organização, para que ocorra a interação entre os estudantes e a troca de informações. Nessa parte, deve-se dividir a turma em grupos de, no máximo, 4 alunos e, no mínimo, 2 alunos, sem a imposição do professor, que deve dirigir as ações da atividade, mostrando segurança e controle da turma, tomando cuidado para que os alunos não percam tempo com ideias alheias à atividade, e que não percam o foco.

O segundo momento é a apresentação, é quando o professor distribui o material necessário para a atividade, que pode ser em kits, incluindo o roteiro que preferencialmente é impresso ou que seja disponibilizado no quadro. Nesse momento, deve-se ter cuidado com o desperdício de tempo.

O terceiro momento é o da execução, quando acontece a experimentação, ou seja, o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas, aferições, cálculos, compara e observa. Nesse momento, espera-se que cada equipe realize os procedimentos planejados para a atividade. O professor deve deixar que as equipes trabalhem livremente, deve só monitorar e tirar dúvidas quando necessárias. As orientações devem ser claras. Já os estudantes devem seguir as orientações previstas no roteiro, sem conversas paralelas ou em situações alheias que atrapalhem a atividade.

No momento do registro, há a sistematização das informações. Ele é feito no espaço destinado no roteiro. O professor nesse momento supervisiona as ações dos estudantes e tira as eventuais dúvidas que possam ocorrer durante o processo.

A análise é o momento que cada equipe analisa as informações que foram registradas e percebem as características matemáticas que se deseja conceituar ou definir. É um momento muito importante, pois os alunos deverão ter acesso à informação desejada pelo professor. Se existirem dificuldades nesse momento, caso o professor não consiga saná-las, elas devem ser deixadas para a institucionalização.

O momento da institucionalização é quando o professor, a partir das observações elaboradas pelas equipes na etapa anterior, apresentará o conceito ou a definição planejada da turma. Cada equipe irá ao quadro e registrará as observações elaboradas pela sua equipe e posteriormente o professor apresenta o conceito ou definição padrão. Nesse momento, é oportuno que o professor faça considerações sobre os aspectos históricos do conceito, pois assim apresenta o lado humano da produção do conhecimento matemático. Sá (2019) recomenda que após o último momento o professor proponha um conjunto de questões referentes ao conhecimento trabalhado na atividade.

1.3 O Planejamento de uma Atividade de Conceituação

Conforme Sá (2019), o planejamento de uma atividade de conceituação é muito importante para a realização da mesma. Para o autor, planejar consiste nos seguintes momentos: determinação, construção do objetivo, elaboração do procedimento, seleção do material, elaboração do espaço de registro, previsão de observações, previsão de institucionalização, elaboração do roteiro e verificação.

O momento da determinação é quando o professor vai selecionar o conceito ou definição que pretende apresentar aos estudantes. É importante que ele faça o registro previamente escrito para que não tenha mudanças quando exposto à turma.

O momento da construção do objetivo é quando o professor elabora o objetivo da atividade sem que faça com que os estudantes saibam o resultado final da atividade.

O momento da elaboração do procedimento é quando o professor deverá encontrar um caminho ativo que faça com que os alunos, após a observação, identifiquem as características do objeto o qual pretende apresentar o conceito.

O momento da seleção do material é quando o professor lista todomaterial necessário que cada equipe precisará para realizar a atividade.

O momento de elaboração do espaço de registro é o local em quepermitirá registrar aspectos inerentes ao objeto.

O momento de previsão das observações é quando o professor busca prever possíveis observações que possam surgir na análise do espaço do registro.

O momento da previsão da institucionalização é quando o professor vai prever quais as observações serão realizadas pelas equipes e como vai conduzir o trabalho para utilizar as observações válidas em detrimento das não válidas.

O momento da verificação é quando o professor verifica se é possível alcançar as observações das características desejadas do objeto matemático. Se verificar que algum procedimento é inadequado, deve refazê-lo.

O momento da finalização do roteiro é quando o professor possui todas as informações e faz a validação durante a verificação para a atividade ser finalizada.

1.4 Organizaçâo de uma Atividade de Redescoberta

Para Sá (2019), a organização de uma atividade de redescoberta pode ser dividida de maneira didática em seis momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.

O primeiro momento é a organização, para que ocorra a interação entre os estudantes e a troca de informações. A turma deve ser dividida em grupos de, no máximo, 4 alunos e, no mínimo, 2 alunos, mas pode ocorrer de maneira individual, porém não é adequado. O direcionamento das ações é feito pelo professor, evitando imposições, pois este deve apresentar segurança e mostrar que planejou as atividades, evitando que os alunos fiquem dispersos, porque a organização e o tempo são importantes.

Em seguida, o momento da apresentação, que é quando o professor distribui o material necessário para a realização das atividades. Nele, está incluído o roteiro que pode ser impresso ou disposto no quadro, dependendo das condições estruturais da escola. Quando se tratar de uma atividade mais longa, é preferível que o roteiro seja impresso. Todo esse material pode ser organizado em kits, para otimizar o tempo gasto. Espera-se do aluno atenção para as orientações que serão apresentadas.

Posteriormente, o momento da execução é a etapa da experimentação, ou seja, quando o professor manipula os materiais, realiza medidas, aferições, compara e observa. Nessa hora, espera-se que cada grupo faça os procedimentos desejados para a atividade. O professor deixa as esquipes trabalharem livremente, devendo só monitorar e tirar dúvidas quando necessárias. As orientações devem ser claras. Já os estudantes devem seguir as orientações previstas no roteiro, sem conversas paralelas ou em situações alheias que atrapalhem a atividade.

Os alunos devem ter a oportunidade de agir e buscar seus próprios resultados, porém é preciso que eles recebam orientações cuidadosas quando tiverem dificuldades ou dúvidas no momento da execução de determinada ação prevista nas atividades. As orientações devem ser claras e precisas, sem que o aluno fique constrangido.

Se o professor perceber que a dúvida é consequência de uma orientação por falha na confecção do material, deve imediatamente informar para toda a turma o fato ocorrido. Esse tipo de situação deve ser evitada no momento do planejamento do material.

O registro, quando há a sistematização das informações, é feito no espaço destinado no roteiro. O professor, nesse momento, supervisiona as ações dos estudantes e tira as eventuais dúvidas que possam ocorrer durante o processo.

A análise é o momento que cada equipe analisa as informações que foram registradas e descobrem as características matemáticas. É um momento muito importante, pois os alunos deverão ter acesso à informação desejada pelo professor. Se existirem dificuldades nesse momento, o professor deve formular questões que auxiliem os membros do grupo para que eles percebam uma relação válida, ou seja, esse momento da análise corresponde à análise dos resultados no método científico.

Por fim, a institucionalização é quando será produzida a conclusão oficial da turma a partir das conclusões que cada equipe elaborou. Para Sá (2019), esse momento assemelha-se às considerações finais de um trabalho científico. Segundo o autor, é natural que nas primeiras vezes o enunciado da conclusão das turmas sem experiência com esse método de ensino de atividade não corresponda a um texto de natureza conclusiva, mas isso não é motivo de preocupação. Independente do formato da conclusão feita por cada equipe, Sá (2019) orienta que o professor solicite que um membro de cada equipe vá ao quadro registrar a conclusão de sua respectiva equipe.

Posteriormente à análise das conclusões registradas, o professor deve perguntar às equipes quais das conclusões permitem que alguém que não participou da atividade possa entender a relação estabelecida. Nesse momento, é oportuno que o professor faça considerações sobre as características de uma conclusão. Finalmente, o professor pode, junto com a turma, elaborar uma conclusão para que alguém que não participou da atividade tenha condições suficientes para entender a relação estabelecida.

A demora na elaboração de uma conclusão não deve ser motivo de preocupação, pois estudos como o de Lopes (2015) confirmam as ideias de Sá (1999), que o tempo tende a diminuir quando as atividades vão sendo desenvolvidas com frequência.

1.5 Resolução de Problemas

A expressão resolução de problemas é muito utilizada no discurso de docentes e no meio educacional, sobretudo em aulas de matemática. Sá (2021) reflete sobre o que vem a ser um problema e faz a distinção entre problema e exercício, além de expor soluções para o questionamento do que vem a ser a resolução de problemas em sua obra intitulada "*Possibilidades de Resoluções de Problemas em Aulas de Matemática".*

Segundo Pozo (1998), embora muitas pessoas associem a resolução de problemas à matemática, tal expressão não deve ser vista como atividade inerente a uma área específica do conhecimento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) tratam da expressão resolução de problemas em vários momentos, como por exemplo nos objetivos da matemática no ensino fundamental e como recurso de ensino. No item *algunscaminhos para "fazer matemática" na sala de aula, os PCN's* dizem que " resolução de problemas é um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos". Tal documento faz críticas ao ensino tradicional que ensina matemática por conceito, seguido de procedimentos ou técnicas para só depois apresentar um problema, pois deste modo faz com que o aluno acredite que "resolver problema significa fazer cálculos com números do enunciado ou aplicar algo que aprendeu em sala de aula". Para reforçar tais ideias acerca da resolução de problemas, os PCN's de matemática elaboraram alguns princípios, os quais são propostas de ensino:

> O ponto de partida da atividade Matemática não é a definição, mas o problema;
> O problema não é certamente um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório;
> Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema;
> O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas;
> A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para aprendizagem.

Ainda sobre os PCN's, o documento traz como objetivos gerais da matemática para o ensino fundamental:

> Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual característico, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o **desenvolvimento da capacidade de resolver problemas;**
>
> Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento, e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático

> (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório e probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
>
> **Resolver situações-problema**, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
>
> Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas; Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
> **Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;**
>
> **Interagir** com seus pares **de forma cooperativa**, trabalhando coletivamente **na busca de soluções para problemas propostos,** identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (grifos nosso)

Sá (2021) faz análises propostas por Brasil (1998) e conclui que a resolução de problemas aparece de duas maneiras nos PCN's: na primeira é como uma habilidade a ser desenvolvida; na segunda maneira é como uma alternativa para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem. Sá (2021) faz uma distinção entre problema de exercício citando Lestee Charles (1980, p.5). Para estes autores "um problema é uma pergunta para qual:

> 1 – Uma pessoa deseja ou necessita achar uma solução.
> 2 – A pessoa não tem disponível o procedimento para encontrar a solução.
> 3 – A pessoa se sente na obrigação de achar uma solução. "

Sá (2021) traz concepções e definições de diversos autores como Kantowiski (1997), Beckenbach (1970), Dante (1996), Puig (1996), Zeitz (1999) e Pozo (1999) sobre o que vem a ser um problema ou um exercício. Para Kantowski (1997, p.270), "Entendemos por problema uma situação que se enfrenta sem contar com um algoritmo que garanta a solução." Já Beckenbach (1970, p.11) diz que "Um verdadeiro problema em matemática pode ser definido como uma situação que é nova para o indivíduo a quem se pede que resolva." Enquanto Dante (1998, p.10) faz distinção entre problema e problema matemático:

- Problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-lo.
- Problema Matemático é qualquer situação que exija maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-lo.

Segundo Puig (1996, p.31), “um problema escolar de matemática é tarefa de conteúdo matemático, cujo enunciado é significativo para o aluno ao qual foi proposto, que este deseja envolver-se e não há produzido sentido. ” Já Zeitz (1999, p.3) faz diferença entre exercício e problema: “exercício é uma questão que você sabe como resolver imediatamente, enquanto o problema demanda muito pensamento e desembaraço, antes do caminho ser encontrado.” Para Lester (1998 apud DANTE, 2009), quando “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que leve à solução” é tratado como problema. O mesmo autor afirma que“a solução de problemas e a realização de exercícios constituem um continum educacional, cujos limites nem sempre são fáceis de estabelecer”, ou seja, não é uma atividade simples e requer continuidade na tarefa educacional.

Sá (2021, p.12) conclui que “considera que qualquer situação pode se constituir em um exercício ou um problema, e só dependerá da pessoa que está enfrentando-o”, ou seja, se o indivíduo saber qual caminho e procedimentos metodológicos levam à solução da situação, mesmo que seja trabalhosa, será um exercício. Por outro lado, se o individuo não ter conhecimento de como proceder para encontrar a solução, constituirá um problema. Assim, Sá (2021, p.13) afirma que “para um problema tornar-se um exercício é necessário que se tenha acesso a um procedimento que leve à solução do mesmo e se pratique este processo para se obter segurança do seu desenvolvimento”. Notemos que Sá (2021) defende a prática, mesmo sabendo a solução, para que o problema se torne um exercício.

Deste modo, problema está relacionado a uma situação que uma pessoa ou um grupo de pessoas buscam encontrar uma forma de superar e alcançar uma solução, desde que se sintam incomodadas. Logo, para Sá (2021) “uma situação se torna exercício quando já sabemos o processo para obtenção do resultado” ou “[...] para os que ainda não souberem como obter o resultado, a situação será um problema. ” Portanto, Sá (2021) afirma que a distinção entre exercício e problema não é tarefa fácil, pois o docente deve ter consciência na hora de elaborar questões com o objetivo de avaliar o aprendizado do assunto.

A classificação em tipos de problemas foi estabelecida por alguns autores como Polya (1967), Borasi (1986), Dante (1988), Fraleigh (1993) e Bloom (1956), os quais assim como Sá (2021) pesquisaram o tema em Educação Matemática. Para Polya (1967), os problemas são classificados em rotineiros e não-rotineiros: “Os rotineiros são os que exigem tão somente a aplicação de uma regra bem conhecida. Os não-rotineiros são os que exigem criatividade na resolução dos mesmos”. Borasi (1986) usa as classificações de Polya (1967) e classifica os problemas quanto ao contexto, formulação, solução e método de solução. Já Dante (1988) classifica as questões de matemática baseadas nos objetivos e descrição. Fraleigh (1993), por sua vez, classifica as questões de matemática em questões de computação, questões conceituais e questões teóricas.

1.6 Taxonomia de Bloom e a Classificação de Questões

1.6.1 Apresentação dos níveis da taxonomia de Bloom

A taxonomia de Bloom consiste em uma classificação de objetivos de processos educacionais desenvolvida por Benjamim Bloom em 1956, nos Estados Unidos, junto com vários outros especialistas. Eles dividiram a aprendizagem em três domínios: o cognitivo, o afetivo e o psicomotor. Iremos destacar o domínio cognitivo, o qual é classificado em seis níveis: conhecer, compreender, aplicar, analisar, sintetizar e avaliar.

O primeiro nível é o nível do *conhecimento* que está associado à habilidade de lembrar e tem como finalidade que o estudante reproduza com exatidão uma informação, um relato, uma fórmula, um conceito que lhe foi dado previamente, resgatando os conhecimentos importantes da memória de longo prazo.

O segundo nível é a *compreensão*, que vai além da habilidade de lembrar. Nele, o aluno tem que usar a informação original absorvida e ser capaz de ampliar, reduzir, interpretar e reproduzir de outra forma ou até mesmo extrapolar esta interpretação. Podemos analisar este nível em uma questão de prova por três maneiras: transformação, interpretação e a extrapolação. A *transformação* é quando o aluno é capaz de absorver o conhecimento de uma maneira (seja em conceito, mensagem ou ideia) e escrever em outra maneira, como gráfico, tabela ou imagem. A compreensão está ligada à *interpretação*, pois o aluno distingue a essência da informação e transforma a simbologia. O último subnível da compreensão é a *extrapolação*, é quando o aluno faz inferência à informação.

O terceiro nível da taxonomia de Bloom diz respeito à aplicação. É quando o aluno usa a informação de forma genérica em uma situação nova e específica, tornando a aprendizagem útil na resolução de um problema. Para o professor avaliar, fazendo uso desse nível, deve apresentar ao aluno uma situação nova que lhe permita fazer uso do conhecimento para resolver o problema concreto.

O quarto nível é a *analise*; essa tem como objetivo fazer com que o aluno classifique em partes a informação e relacione-as, construindo uma estrutura interligada e que tenha um objetivo. Para isso, foram criadas três subcategorias da análise: análise de elementos, análises de relações e análise de princípios organizacionais.

A análise de elementos pode ser a classificação de palavras, expressões ou enunciados, com isso, faz-se inferências que não estão explícitas no texto. A análise de relações é fazer inferências de causalidades, verificando a coerência entre certas informações. Já a análise de princípios organizacionais consiste em fazer com que o aluno seja capaz de reconhecer a estrutura que conserva a comunicação unificada da informação.

O quinto nível é a *síntese*. Nela, o aluno é capaz de criar algo a partir de todos os conhecimentos adquiridos através de reunião de elementos absorvidos da informação, mostrando sua individualidade. Porém, é importante destacar que a síntese não é um resumo, pois deve ser algo original, novo, fruto de uma criação própria. Sendo assim, é difícil que o aluno mostre o poder de síntese através de questões de múltipla escolha, é preciso um trabalho mais elaborado para isso.

O sexto e último nível diz respeito à *avaliação*. Esse tem como objetivo fazer com que o aluno confronte uma informação, uma teoria ou um produto com um, conjunto de critérios que podem ser internos ou externos ao objeto de avaliação. Esse nível exige que o aluno tenha um domínio muito grande do assunto abordado.

Os objetivos, segundo Vaughan (1980, p.1), precisam ser bem definidos pelo educador no início da disciplina para serem atingidos no processo de aprendizagem. Assim, a taxonomia de Bloom possui como objetivo o planejamento, organização e controle dos objetivos de aprendizagem, facilitando deste modo a avaliação e utilizando de estratégias que estimulem o desempenho dos alunos em diferentes níveis. A taxonomia de Bloom não é voltada apenas para os discentes, mas também para os docentes, esses são estimulados a auxiliarem seus discentes de maneira estruturada e consistente, adquirindo competências e habilidades.

Bloom e sua equipe descobriram que os alunos aprendiam com diferentes níveis de profundidade e abstração, descoberta fruto de estratégias diversas utilizadas e da organização dos processos de aprendizagem que estimulam o desenvolvimentocognitivo. Para Conklin (2005, p.3), a classificação em hierarquia dos objetivos da taxonomia de Bloom tem sido uma das maiores contribuições acadêmicas para os educadores, pois mostra meios para estimular o raciocínio e a abstração dos discentes, além disso, a taxonomia padroniza a linguagem no meio acadêmico e traz novas discursões sobre a aprendizagem.

A estruturação da taxonomia de Bloom é feita em níveis crescentes de complexidade, ou seja, do mais simples para o mais complexo. Isso significa dizer que para o aluno adquirir uma habilidade pertencente ao nível superior, necessariamente deve ter dominado a habilidade do nível inferior. Porém, a taxonomia não é só um esquema de classificação, mas sim uma possibilidade de organização dos processos cognitivos de maneira hierárquica que possibilite também alcançar os objetivos cognitivo e planejado.

A partir da taxonomia de Bloom de 1956, surgiram outros trabalhos sobre o domínio cognitivo, mas no ano de 2001 um novo grupo de especialistas divulgou um trabalho de revisão e atualização da taxonomia de 1956, pois havia novos conceitos, recursos e teorias incorporadas ao campo educacional. Assim, buscou-se um equilíbrio no que já existia na taxonomia e os novos desenvolvimentos incorporados à educação.

Para Krathwohl (2002, p.5) os objetivos são descritos por verbos de açãoe substantivos que descrevem os processos cognitivos desejados e as mudanças seriam necessárias, pois o verbo tem associação direta com o objetivo cognitivo, avaliação e o desenvolvimento de competência, enquanto os substantivos associam-se à formação da base do conhecimento. Essa separação entreverbo e substantivo direcionou todo o trabalho de revisão da taxonomia, surgindo uma estrutura bidimensional denominada de Dimensão de Conhecimento e Dimensão de Processos Cognitivos.

A Dimensão de Conhecimento detalhou as categorias e subcategorias do conhecimento e levou a divisão do conhecimento em dois tipos: conhecimento como processo e conhecimento como conteúdo assimilado. Já o Processo Cognitivo é o meio pelo qual o conhecimento é adquirido ou construído e utilizadopara resolver problemas do cotidiano.

Na taxonomia de Bloom revisada, ao fazer essa separação deconhecimento de processo cognitivo, ocorreram algumas mudanças nos aspectos verbais das categorias. A categoria *conhecimento* foi renomeada para *lembrar*, a categoria *compreensão* foi renomeada para *entender*, as categorias *aplicação*, *análise*, *síntese* e *avaliação* foram renomeadas, respectivamente, para os verbos *aplicar*, *analisar*, *sintetizar* e *criar*.

As categorias de *avaliação* e *síntese* foram permutadas, ficando *avaliar* e *criar* e os nomes das subcategorias existentes foram mudadas por verbos no gerúndio. A taxonomia de Bloom revisada é mais flexível, pois considera a possibilidade de interpolação das categorias do processo cognitivo quando necessário, devido a alguns conteúdos serem mais fáceis de serem assimilados por estímulos pertencentes a categorias mais complexas. A progressividade da complexidade se manteve do simples para o complexo; do concreto para o abstrato.

Portanto, toda essa preocupação de classificação de objetivo se justifica pelo fato de que o desenvolvimento cognitivo deve seguir uma estrutura hierárquica para que os discentes sejam capazes de aplicar e de transferir o conhecimento de maneira multidisciplinar quando necessário.

Segundo Ferraz e Belhot (2010, p.422),

> “Duas das inúmeras vantagens de se utilizar a taxonomia [de Bloom] no contexto educacional são:
> Oferecer a base para o desenvolvimento de instrumentos de avaliação e utilização de estratégias diferenciadas para facilitar, avaliar e estimular o desempenho dos alunos em diferentes níveis de aquisição de conhecimento;
> Estimular os educadores a auxiliarem seus discentes, de forma estruturada e consciente, a adquirirem competências específicas a partir da percepção da necessidade de dominar habilidades mais simples (fatos) para, posteriormente, dominar as mais complexas (conceitos).”

Para Sá (2021), os autores contribuem dando importância para taxonomiade Bloom, pois é uma ferramenta que auxilia o trabalho do professor além de elaborar o planejamento, execução e avaliação que evitam cometer equívocos, principalmente na avaliação da aprendizagem dos conteúdos trabalhadosdidaticamente.

Sá (2021) ainda diz que:

> Não há uma resposta consensual com relação aos tipos de questões envolvendo o conhecimento matemático que podem existir. Entretanto podemos nos questionar da seguinte maneira: **o que determina nossa concepção acerca da resolução de questões?**

Para tal questionamento, Sá (2021) encontra resposta em Mendonça (1999, p. 16-17), que enfatiza que a interpretação da expressão resolução de problemas é classificada em três tipos: como objetivo, como processo ou como ponto de partida:

> Como **objetivo**, a resolução de problemas significa que se ensina matemática para resolver problemas;
> Como **processo,** a resolução de problemas significa olhar para o desempenho/ transformação dos alunos como resolvedores de problemas. Analisa-se as estratégias dos alunos;
> Como **ponto de partida**, os problemas são usados como recurso pedagógico para iniciar o processo de construção de um dado conhecimento específico. (Grifos nosso)

Mendonça (1999) ainda diz que:

> A maneira de pensar a resolução de problemas como **objetivo**, implica em ser suficiente no processo de ensino da matemática, expor a teoria e em seguida propor problemas mais ou menos engenhosos.
> Na concepção de **processo,** o desenvolvimento do ensino está centrado na proposição de estratégias de solução.
> Já como **ponto de partida**, o desenvolvimento do ensino é iniciado pela apresentação de um problema que permitirá desencadear o processo de aprendizagem, culminando na sistematização de conhecimentos matemáticos previamente determinados pelo professor. (Grifos nosso).

Segundo Ernest (1992 apud BOAVIDA,1994), a concepção do professor sobre a resolução de problemas está baseada na filosofia pessoal do professor, pois ela determina como o docente entende a resolução de problemas, deste modo, este autor classifica a filosofia em três tipos: absolutismo, absolutismo progressista e fabilismo.

Em Sá (2021, p.36), aprendemos que:

> No **absolutismo**, a matemática é um corpo de conhecimento objetivo, fixo, certo, neutro, isento de valores e cuja estrutura é hierárquica.
> No **absolutismo progressista**, a matemática é constituída por conhecimento certo e objetivo, mas há conhecimento novo que está sendo criado pelo homem.
> Já no **falibilismo**, os conceitos e as proposições da matemática, bem como a lógica em que se assentam as demonstrações, são criações humanas que permanecem constantemente abertas à revisão. (Grifos nosso).

Ao analisar as propostas de Mendonça (1999) e Boavida (1994) acerca da expressão resolução de problemas, Sá (2021) relaciona a filosofia do absolutismo com a resolução de problemas por objetivo; a filosofia do absolutismo progressista com o processo e a filosofia do fabilismo com o ponto de partida. Este autor conclui que “resolução de problemas é uma atividade inerente à vida” e “dependerá da história de vida de cada pessoa, sendo que uma resposta nunca será melhor ou pior que a outra, somente diferente”.

Sobre a resolução de questões como objetivo, a qual ensina matemática para resolver problemas, tal resolução implica ser suficiente ao expor a teoria, seguida por questões. Para Sá (2021), essa prática pedagógica levanta questionamento do tipo:

"Quais são os fatores que tornam uma questão mais fácil ou difícil durante o processo de aprendizagem? "

Guiados por estes questionamentos, alguns pesquisadores como Huete e Bravo (2003), ao estudar quais fatores que influenciaram a resolução de problemas, concluíram que tais variáveis são classificadas em dois grupos: variáveis intrapessoais e variáveis de situação. As *variáveis intrapessoais* estãorelacionadas ao sujeito que resolve o problema, ou seja, é uma relação sujeito-problema. Já as *variáveis de situação* estão relacionadas com a situação a qual o sujeito está inserido, e que o sujeito não pode controlar.

Sobre a resolução de questões como processo, Polya (1977) classifica a resolução de um problema em: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Em Sá (2021, p.68), encontramos o detalhamento de cada fase dessa classificação:

> Na fase da compreensão do problema, o resolvedor deve procurar entender o enunciado e as condições apresentadas no problema e principalmente ter clareza da qual é a pergunta a ser respondida, essa fase foi subdividida por Polya (1977) em familiarização e aperfeiçoamento da compreensão.
> Na fase de estabelecimento de um plano, o resolvedor deve procurar uma conexão entre os dados do problema e a pergunta que se deseja responder, a fim de construir um caminho que leva à solução.
> Na fase da execução do plano, o resolvedor deve colocar em prática o seu plano para encontrar a solução do problema, verificando cada passo dado.
> Na fase do retrospecto, o resolvedor deve verificar se a solução obtida satisfaz as condições e a pergunta do problema.

Sá (2021) faz algumas recomendações para resolução de problemas como processo, das quais se deve combater alguns mitos destacados por Pozo (1998,p.46):

> - Os problemas matemáticos têm uma, somente uma resposta correta;
> - Existe uma única maneira correta de resolver um problema matemático e, normalmente, o correto é seguir a última regra demonstrada em aula pelo professor;
> - Os estudantes que entenderam matemática devem ser capazes de resolver qualquer problema em cinco minutos ou menos;

Esses mitos são prejudiciais tanto para os alunos quanto para o professor, pois complicam o ensino da matemática, principalmente nas atividades envolvendo resolução de problemas, afirma Sá (2021).

2. ATIVIDADES

2.1 Orientações para a Atividade 1

A atividade 1 é considerada uma atividade de conceituação e tem por objetivo descobrir a diferença entre experimentos determinísticos e não-determinísticos, é constituída por dez (10) questões, com situações que envolve: dados, urnas, moedas, dentre outros objetos.

No momento da organização, a turma deve ser dividida em grupos de no máximo quatro integrantes, para que ocorra a interação entre os estudantes e a troca de informações, para melhor compressão. E na medida do possível, o professor pode confeccionar urnas de material reciclável, distribuir dados e avisar, com antecedência, os alunos para que eles tragam moedas para a aula. O professsor pode faser uso de um Datashow para melhor visualização das atividades, pois esse material pode ser usado tanto na atividade 1, quanto nas demais atividades seguintes. Nesse momento, fica caracterizado a apresentação, pois além do professor passar as orientações da atividade, pode distribuir também o roteiro impresso a cada grupo.

Nessa primeira atividade, no momento da execução, os alunos podem ter dificuldades de entender a dinâmica da metodologia, pois ainda não estão acostumados, com esse tipo de tarefa. Logo, o professor visitará os grupos para repassar maiores informações no preenchimento das questões, caracterizando o momento do registro, segundo o ensino por atividades. Ao final das dez questões, o professor pode solicitar que cada grupo construa uma frase para definir o experimento aleatório e determinístico (momento da análise). Em seguida, um representante de cada grupo deve ir ao quadro expor as observações. Ao final, quando todos os grupos registrarem suas observações, a turma deverá perceber que as observações se diferenciarão uma das outras, porém todas com a mesma ideia. Enquanto o professor também perceberá que a construção da definição estará muito próxima do conceito formal. Esse deverá ser um momento de muita satisfação para todos os envolvidos. Escolherão o conceito geral da turma por eleição, caracterizando a institucionalização. A partir daí, a turma ganhará mais confiança e segurança no decorrer das outras atividades que virão.

Posteriormente, deverá ser distribuído aos grupos uma lista com seis (6) questões para melhor fixação da atividade, as quais alguns alunos resolverão muito bem.

2.2 ATIVIDADE 1. Adaptada da dissertação de Soares (2020).

Título: **Experimentos aleatórios e determinísticos**
Objetivo: Descobrir a diferença entre experimentos determinísticos e não-determinísticos.
Material: Urnas com bolas, dados, moedas, caneta ou lápis eroteiro da atividade impressa.
Procedimento: Preencha o quadro a seguir.

EVENTO(SITUAÇÃO)	**ANTES DE OCORRER, É POSSÍVEL SABER O RESULTADO?**	
	SIM	**NÃO**
1. Qual a cor de uma bola retirada de uma urna que só contém bolas pretas?		
2. Ao lançarmos um dado uma única vez, qual a face que ficará voltada para cima (1,2,3,4,5,6)?		
3. Que luz se acenderá ao apertar o interruptor? (Em condições normais de energia).		
4. Ao lançarmos uma moeda uma única vez, qual a face ficará voltada para cima (cara ou coroa)?		
5. Ao Lançarmos uma pedra ao rio, ela vai ao fundo?		
6. Em que tempo, contado a partir de hoje, a lâmpada do seu quarto levará para queimar?		

7. O número de likes que você irá receber no período de 24h após a sua postagem em uma rede social?		
8. Ao sortear um aluno da turma, qual a chance dele estar com uniforme da escola?		
9. Qual efeito de um tratamento anticancerígeno em um paciente?		
10. Qual o sexo (masculino ou feminino) no nascimento de uma criança?		

Observação:

Questões Propostas

– Analise os experimentos seguintes e classifique-os em determinísticos ou aleatórios:

1. Escolher um número inteiro entre 0 e 1000.
2. Determinar a solução real da equação $x - 8 = 0$.
3. Sortear um número em uma rifa e verificar o número.
4. A distância percorrida por um objeto em movimento, conhecendo-se a velocidade e o tempo transcorrido.
5. O número de quilowatts consumidos na sua residência no próximo mês.
6. Escolher um aluno de uma turma e anotar a nota que ele tirou na prova de ciências.
7. O valor a ser pago na conta de luz da sua residência no próximo mês.
8. A quantidade de metros cúbicos de gás consumida na sua residência no primeiro semestre do próximo ano;
9. O valor constante de cada prestação quando se financia um eletrodoméstico, estabelecendo-se a taxa de juros efetiva ao mês, a quantidade de meses do financiamento e o pagamento da primeira prestação no ato da compra.
10. A sua média final em Matemática desse ano.
11. A quantidade de metros cúbicos de água consumida em sua residência no primeiro semestre do próximo ano.

2.3 Orientações para a Atividade 2

A atividade 2 é também uma atividade de conceituação, com título de espaço amostral e tem por objetivo identificar o conjunto dos resultados possíveis em um experimento aleatório. O professor deve fezer as devidas apresentações. A atividade será constituída de 11 questões, envolvendo lançamento de moedas, dados, retiradas de bolas com cores diferentes, de urnas, sequência de gênero do nascimento de uma criança e a disposição de pessoas em uma fila. Não esquecer de sempre fazer uso do material concreto construído pelo professor.

No momento da execução, pode haver uma maior dificuldade dos alunos em construir o espaço amostral, quando existir mais de um objeto, como no lançamento de duas moedas sucessivas ou dois dados, ou de uma moeda e um dado. Porém, o professor deve explicar como funciona o diagrama das possibilidades e tais dificuldades serão superadas.

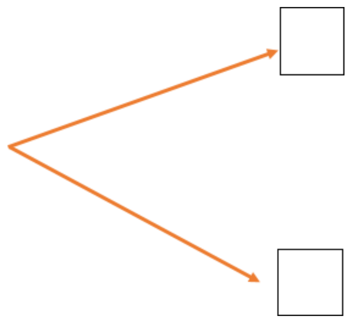
Na análise, os alunos perceberão a relação dos conhecimentos adquiridos na primeira atividade e conseguirão associá-los na segunda. Entenderão também a dinâmica ao final de cada atividade, momento que irião ao quadro fazer a institucionalização e a escolha do conceito geral da turma, que será com a participação de todos os alunos e maior empenho dos grupos, pois eles irão querer se superar em relação à atividade anterior.

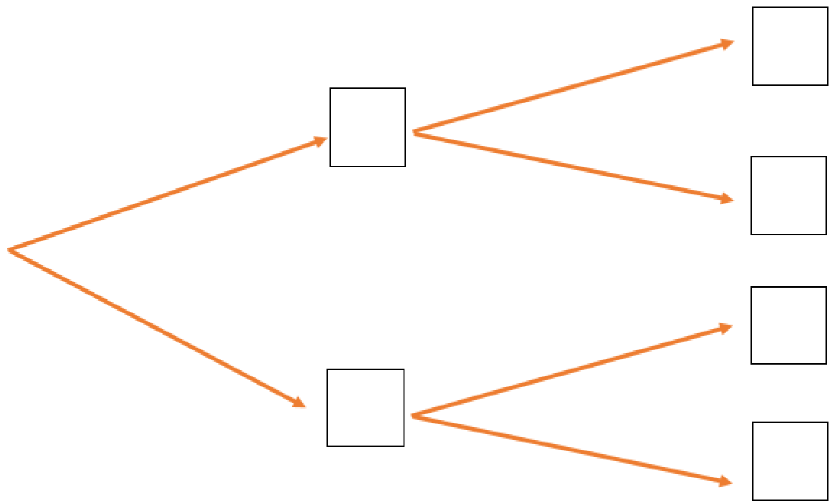
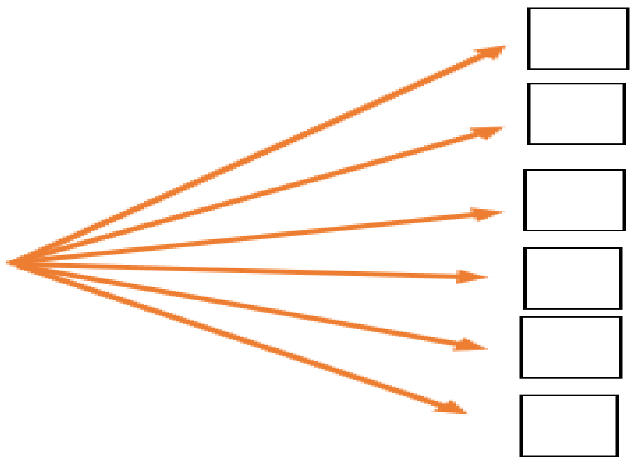
Posteriormente à institucionalização, propomos 6 questões para fixação, com elas os alunos poderão ter mais facilidade em relação à atividade anterior, porém ainda existirão algumas dificuldades, como a escrita de todos os elementos dos resultados possíveis em um experimento aleatório, já que em alguns casos os alunos julgarão ser trabalhoso o momento da escrita. No entanto, o professor justificará que será necessário realizá-lo, pois só assim entenderão o que é o espaço amostral da situação problema. Por outro lado, outros alunos acharão divertido e interessante fazer a listagem dos resultados possíveis do experimento.

De maneira geral, o momento de aprofundamento será proveitoso porque esse processo de escrever todos os resultados possíveis de um experimento e fazer a contagem no número encontrado é essencial para a aprendizagem de probabilidade.

2.4 ATIVIDADE 2: Adaptada da dissertação de Soares (2020)

Título: **Espaço Amostral**
Objetivo: Identificar o conjunto dos resultados possíveis em um experimento aleatório.
Material: Folha de atividades impressas, dados, moedas, lápis, urnas com bolas coloridas, PowerPoint.
Procedimento: Considere os seguintes experimentos e preencha o quadro a seguir:

EXPERIMENTOS	**RESULTADOS POSSÍVEIS DO EXPERIMENTO**	**NÚMERO DE RESULTADOS POSSÍVEIS DO EXPERIMENTO**
1) Lançar uma moeda uma única vez e observar a face voltada para cima;		

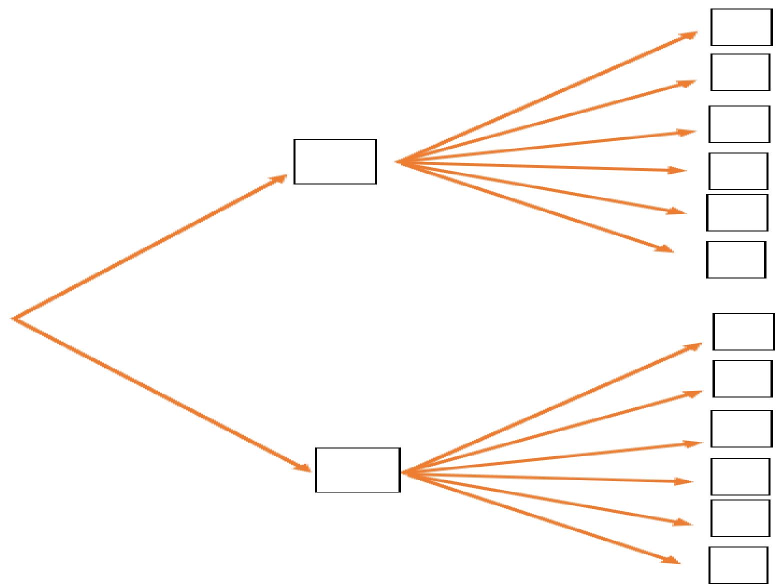
2) Lançar uma moeda duas vezes e observar a face voltada para cima; Usando **C** para **cara** e **K** para **coroa**, pode-se identificar todas as possibilidades, construindo- se o seguinte diagrama, chamado diagrama de árvore.		
3) Lançar **um dado uma única vez** e observar a face que ficará voltada para cima;		

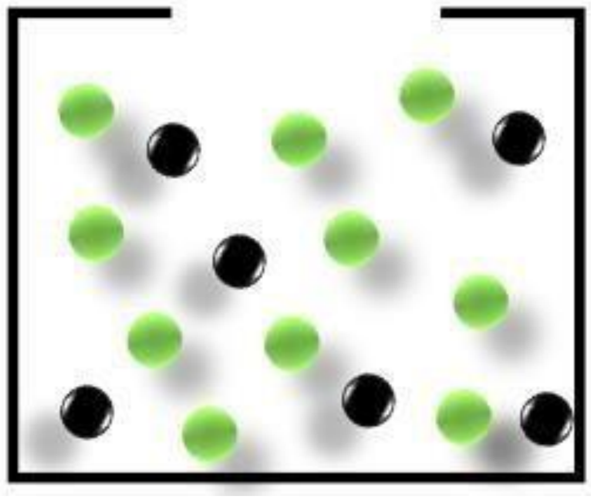
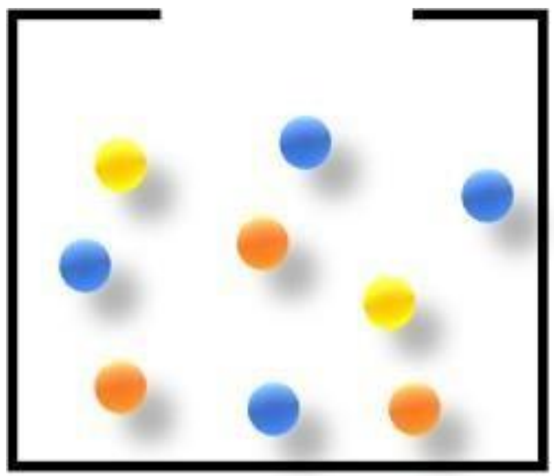
4) Lançar dois dados ;

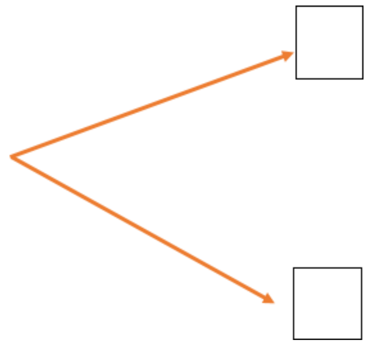
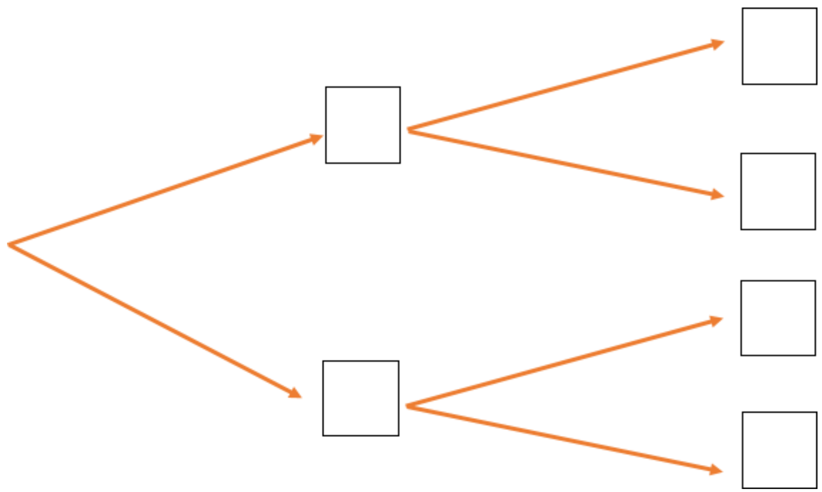
Usando D_1 para o primeiro dado e D_2 para o segundo dado, pode-se identificar todas as possibilidades, construindo-se a seguinte tabela de dupla entrada.

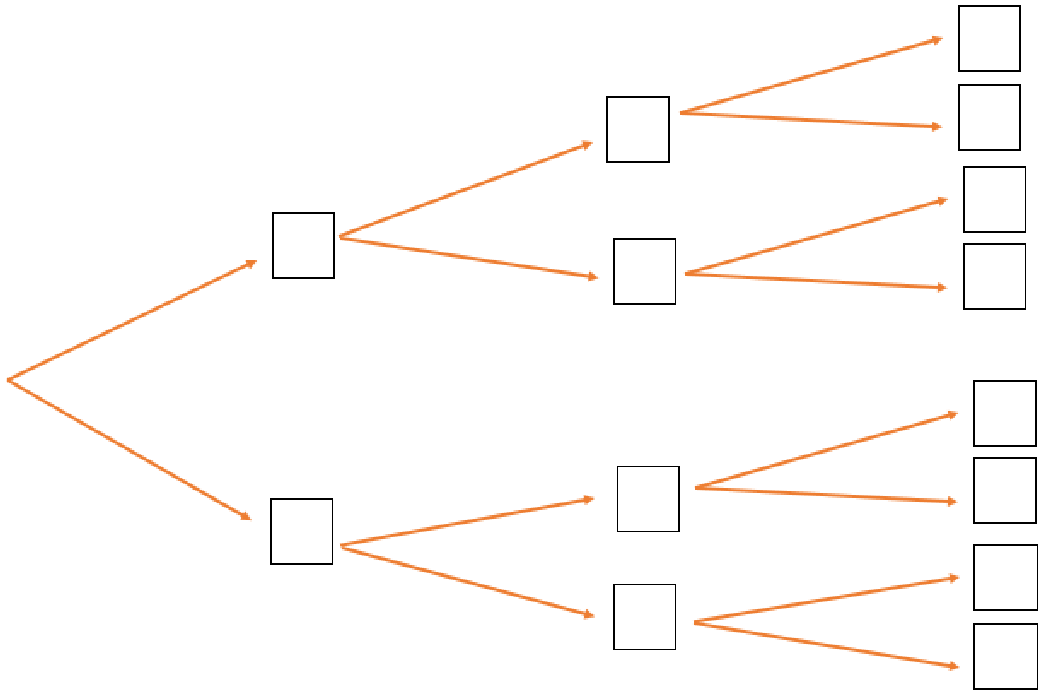
D2 \ D1	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

5) Lançar uma moeda honesta e anotar o resultado, lançar em seguida um dado também honesto e anotar os resultados . Escreva **todos os resultados** em forma de par (moeda, dado);



6) Retirar uma bola de uma urna com 10 bolas verdes e 6 bolas pretas, todas iguais (mesmo tamanho, mesmo material)		
7) Uma urna contém 2 bolas amarelas, 4 bolasazuis e 3 laranjadas;		

8) Um casal planeja ter 1 filho. Observa-se asequência de gêneros para 1 filho.		
9) Um casal planeja ter 2 filhos. Observa-se asequência de gêneros dos 2 filhos. Usando **F** para menina e **M** para menino, pode-seidentificar todas as possibilidades, construindo-se o seguinte diagrama, chamado diagrama de árvore.		

10) Um casal planeja ter 3 filhos. Observa-se asequência de gêneros dos 3 filhos.		

11) Três alunos da turma, Ana (A), Bruna (B) e Carlos (C), são colocados numa fila e observa- se a distribuição. Quais as possiveis organizaçõesdessa fila?		

Observação:

Questões Propostas

Escreva todos os elementos do espaço amostral e o número de elementos deste espaço dos experiementos a seguir:

1) Lançar uma moeda três vezes e observar as sequências de caras e coroas.

2) De uma urna contendo 3 bolas vermelhas (V), 2 bolas brancas (B) e 5 bolas azuis (A), extrair uma bola e observar sua cor.

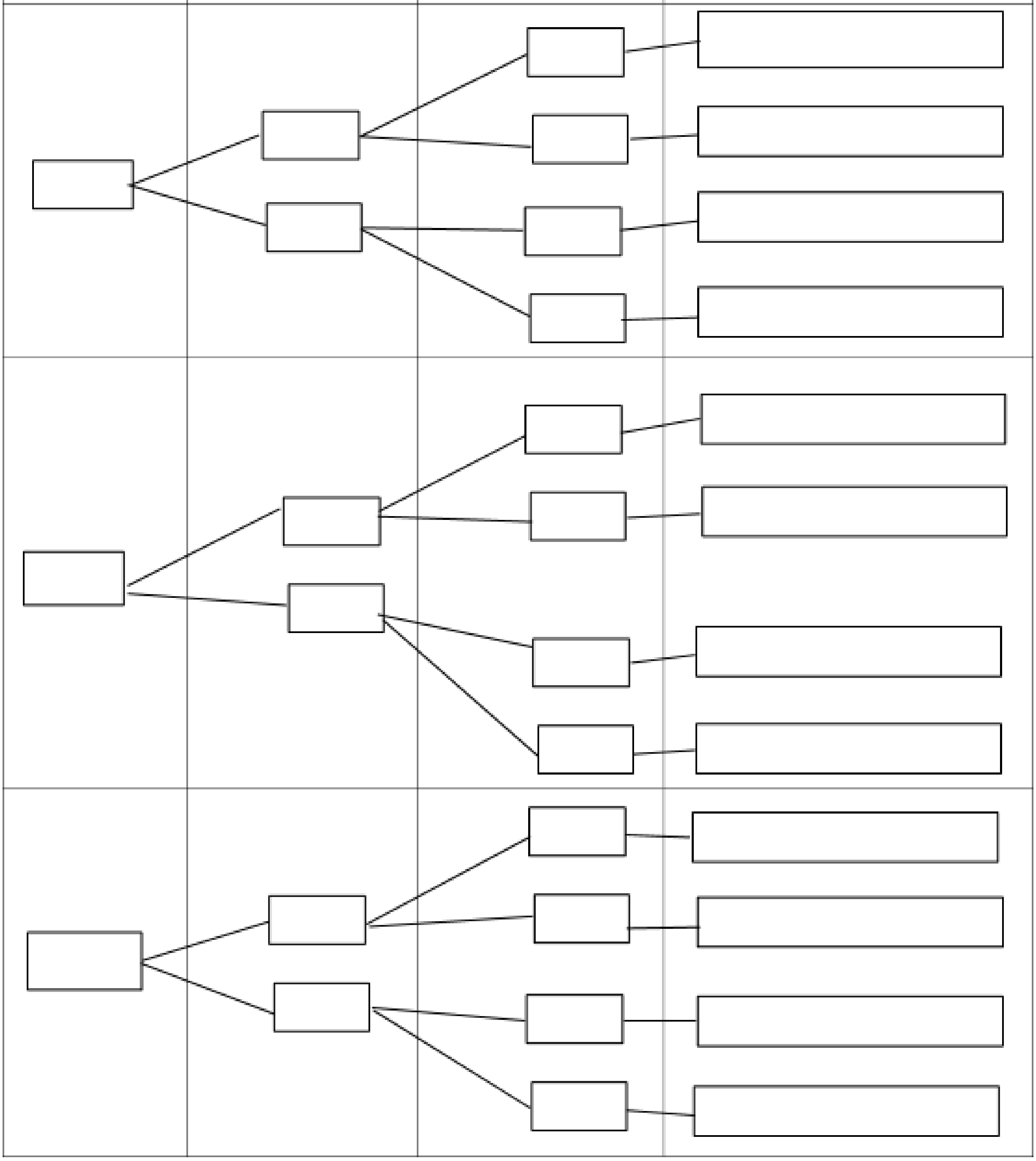
3) Retirar uma bolinha numerada de uma urna com 25 bolinhas, numeradas de 1 a 25, e observar seu número.

4) Sortear uma carta ao acaso, de um baralho que possui 52 cartas, distribuídas em 4 naipes: ouro, copas, paus e espadas.

5) Em um bingo, cada cartela contém números de 1 a 75. A cada rodada, um número for sorteado ao acaso.

6) Giovana possui em seu guarda roupa 3 saias de cores diferentes (preta, azul e branca), 2 blusas de cores diferentes (amarela e verde), dois calçados (tênis e bota). De quantas maneiras distintas Giovana pode se vestir, sendo que ela tem que usar uma saia, uma blusa e um calçado?

SAIA	BLUSA	CALÇADO	POSSIBILIDADES



2.5 Orientações para a Atividade 3

A atividade 3 com o nome de eventos também é uma atividade de conceituação, e tem por objetivo identificar e representar o número de eventos possíveis (espaço amostral) e subeventos. O professor deve apresentar essa atividade aos alunos, a qual é constituída de 6 questões que trabalham ideais de lançamentos de uma moeda, de um dado; de duas moedas; retiradas de bolas de uma urna; lançamento de uma moeda e um dado e lançamento de dois dados.

No momento da execução, o professor deverá pedir que os alunos leem o objetivo da atividade e que, sempre que tiverem dúvidas, voltem a leitura, pois ele irá nortear a atividade. O professor falará que a atividade vai proceder conforme a atividade anterior. Quanto à análise, note que as dificuldades irão diminuir, pois os alunos perceberão as mesmas descobertas, assim como nas atividades anteriores, alcançando aos poucos o objetivo desejado da atividade.

Chamamos a atenção, durante a execução, para o enunciado das questões, como por exemplo, se a questão estiver falando de um lançamento de uma moeda e em seguida um dado, então o espaço amostral poderá ser separado e deve ser considerado um par ordenado. Usa-se o diagrama de possibilidades para ilustrar o espaço amostral da questão, porém muitos alunos identificarão o espaço amostral sem o uso do diagrama.

Finalizando com a institucionalização, os grupos já irão mostrar mais desenvoltura, confiança e naturalidade em ir ao quadro fazer os registros das observações. Este será um momento em que toda a turma irá interagir e já existirá uma expectativa da escolha do conceito geral da turma. Logo, haverá um espírito de competitividade entre os grupos, mas com muito respeito e aprendizado entre eles.

Posteriormente, distribua uma lista com 6 questões de aprofundamento. As dificuldades de identificar o espaço amostral irão diminuir. Perceberemos que vai haver a participação e ajuda mútua dos alunos e uma menor interferência do professor. Espera-se que tenha um maior acerto nas questões.

Portanto, essa atividade será muito produtiva, pois além de propor aos alunos o contato com situações abordadas nas atividades anteriores, poderá também estender a compreensão dos mesmos sobre o número de eventos possíveis (espaço amostral). Eles compreenderão que a qualquer subconjunto de um espaço amostral de um experimento aleatório podemos chamar de subeventos.

2.6 ATIVIDADE 3. Adaptada da dissertação de Soares (2020)

Título: **Eventos**
Objetivo: Identificar e representar o número de eventos possíveis (espaço amostral) e subeventos .
Material: Folha de atividades impressas, dados, moedas, lápis, urnas com bolas coloridas.
Procedimento: Considere os seguintes experimentos e preencha o quadro a seguir:

EVENTO	**ESPAÇO AMOSTRAL**	**SUBEVENTO**	**POSSIBILIDADES PARA CADA SUBEVENTO**	**NÚMERO DE ELEMENTOS DE CADA SUBEVENTO**
1) Lançar uma moeda uma única vez e o observar a face voltada para cima	S =	A = “Sair cara”	A =	N (A) =
		B = “Sair coroa”	B =	N (B) =
		C = “Sair cara ou coroa”	C =	N (C) =

2) Lançar um dado uma única vez e observar a face que ficará voltada para cima.	S =	A = "Obter número par"	A =	N (A) =
		B = "Obter número ímpar"	B =	N (B) =
		C = "Obter número maior que 6"	C =	N (C) =
3) Lançar uma moeda duas vezes e observar a face voltada para cima.	S =	A = "Sair duas caras"	A =	N (A) =
		B = "Sair pelo menos uma cara"	B =	N (B) =
		C = "Sair exatamente duas coroas."	C =	N (C) =

4) Retirar uma bola de uma urna com 10 bolas verdes e 6 bolas pretas, todas de mesmo tamanho e feitas de mesmo material.	S =	A = “Sair bola verde”	A =	N (A) =
		B = “Sair bola preta”	B =	N (B) =
		C = “Retirar bola verde e preta.”	C =	N (C) =
5) Lançar uma moeda e anotar o resultado, lançando em seguida um dado normal e anotar o resultado como um par (moeda, dado).	S =	A = “Sair cara na moeda.”	A =	N (A) =
		B = “Sair par no dado”	B =	N (B) =
		C = “Sair número primo ou coroa”	C =	N (C) =

6) Lançar um dado duas vezes.	S =	A = “Obter soma 5”	A =	N (A) =
		B = “Obter resultados iguais”	B =	N (B) =
		C = “Obter soma 13”	C =	N (C) =

OBSERVAÇÃO

Questões Propostas

1. Um dado é lançado e observa-se o número da face voltada para cima. Escreva os eventos:
a) Ocorrência de um número ímpar.

b) Ocorrência de um número menor que 7.

c) Ocorrência de um número maior ou igual a 7.

2. Uma urna contém 20 bolinhas, numeradas de 1 a 20. Uma bolinha é escolhida ao acaso e observa-se seu número.

Seja S = {1, 2, 3, 4...,19, 20}.

Escreva os eventos:
a) O número obtido é par.

b) O número obtido é primo.

3. A sequência dos gêneros possíveis para o nascimento de 3 filhos de um casal. Escreva os eventos:
a) O casal ter 2 meninos e 1 menina;

b) O casal ter 3 meninos;

c) O casal ter 2 meninas e 1 menino.

4. Uma família gosta de jogar bingo em casa, sorteando ao acaso números de 1 a 75. Considerando que o número sorteado na primeira rodada seja um múltiplo de 5, escreva o espaço amostral e o evento representativo da situação.

5. Um experimento consiste em retirar 20 bolinhas de uma urna que estão numeradas de 1 a 20, e observar seu número.
a) Escreva os elementos do evento A, sendo A "o número obtido ser múltiplo de 6"

b) Escreva os elementos do evento B, sendo B "o número obtido ser maior que15".

6. Na aula de Educação Física, Enzo (E), Fernando (F), Jhonatas (J) e Marciel (M) disputaram uma corrida na pista de atletismo. Considerando que todos completaram a prova, sem haver empate.

a) Quais e quantas são as possibilidades de ordem de chegada?

b) Quais e quantas são as possibilidades de ordem de chegada, sabendo que Maciel ganhou a prova?

2.7 Orientações para a Atividade 4

A atividade 4 tem o título de probabilidade simples, e é mais uma atividade de conceituação que terá o objetivo de conceituar probabilidade simples. Ela será constituída de 11 questões que envolverão lançamento de um dado, retiradas de bolas de uma urna, lançamento de uma moeda, lançamento de dois dados e distribuição de cartões para uma quantidade de estudantes.

As questões trabalharão com o total de possibilidades e com as possibilidades de acontecimentos de determinado subevento acontecer. Em seguida, perguntarão qual a razão entre o número de possibilidades do subevento pelo número total de possibilidades do evento.

Assim, na execução, os alunos conseguirão perceber e conceituar, sem grandes dificuldades, a probabilidade como uma razão entre os casos favoráveis para o acontecimento de um evento, pelos casos possíveis deste evento. Em seguida, virá o momento já bastante aguardado, que será a institucionalização no quadro. Espera-se um clima de disputa entre os grupos para qual conceito será eleito como o conceito da turma. Esse momento servirá também de satisfação para o professor, pois este perceberá o sucesso da atividade.

Após a institucionalização, os alunos serão submetidos à resolução de questões propostas sobre o tema tratado na atividade 4. Eles resolverão 9 questões, com situações hipotéticas, nas quais os personagens terão os mesmos nomes dos alunos da classe e o ambiente escolar. As dificuldades irão diminuir, porém em algumas questões com perguntas mais específicas ainda poderão haver alguns erros, como por exemplo: *qual a probabilidade de lançar um dado com 12 faces e sair um número par menor do que 10?* Muitos alunos podem se confundir, pois levarão em consideração apenas a condição de ser menor do que 10 e não associarão que também terá que ser par. Porém, a grande parte das questões de aprofundamento terá acertos, que mostrarão a evolução, como a análise da probabilidade, retirando as informações de tabelas, retiradas de bolas coloridas de uma urna e outras situações encontradas nas questões de aprofundamento da atividade 4.

2.8 ATIVIDADE 4. Adaptada da dissertação de Soares (2020)

Título: **Probabilidade Simples**

Objetivo: Conceituar probabilidade de um evento.

Material: Caneta ou lápis e roteiro da atividade impressa

Procedimento: Responda as questões:

1. Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez, e observarmosa face que ficará voltada para cima:

a) Quantas possibilidades de resultados par existem?

b) Qual é o total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair par e o total de possibilidades?

2. Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez:

a) Quantas possibilidades de resultados ímpares existem?

b) Qual é o total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair ímpar e o número total de possibilidades de resultados?

3. Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez, e observarmos a face que ficará voltada para cima:

a) Quantas possibilidades de sair o número 3 existem?

b) Qual é o número total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair o número 3 e onúmero total de possibilidades?

4. Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez, e observarmos a face que ficará voltada para cima:

a) Quantas possibilidades de sair um número maior que 4 existem?

b) Qual é o número total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair um número maior que 4 e o número total de possibilidades?

5. Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez, e observarmos a face que ficará voltada para cima:

a) Quantas possibilidades de sair um número menor que 3 existem?

b) Qual é o número total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair um número menor que 3 e o número total de possibilidades?

6. Ao lançarmos um dado normal de seis faces, uma única vez, e observarmos a face que ficará voltada para cima:

a) Quantas possibilidades de sair um número menor que 3 existem?

b) Qual é o número total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair um número menor que 3 e o número total de possibilidades?

7. Em uma urna com 10 bolas brancas, 6 pretas e 4 amarelas, todas do mesmo tamanho e feitas do mesmo material, ao retirarmos uma bola ao acaso:

a) Quantas possibilidades de retirarmos uma bola da cor branca existem?

b) Qual é o número total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades da bola retirada ser da cor branca e o número total de possibilidades?

8. Em uma urna com 10 bolas brancas, 6 pretas e 4 amarelas, todas de mesmo tamanho e feitas do mesmo material, ao retirarmos uma bola ao acaso:

a) Quantas possibilidades de retirarmos uma bola da cor amarela existem?

b) Qual é o número total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades da bola retirada ser da cor amarela e o número total de possibilidades?

9. Em uma urna com 10 bolas brancas, 6 pretas e 4 amarelas, todas do mesmo tamanho e feitas do mesmo material, ao retirarmos uma bola ao acaso:

a) Quantas possibilidades de retirarmos uma bola da cor preta existem?

b) Qual é o número total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades da bola retirada ser da cor preta e o número total de possibilidades?

10. Ao lançarmos uma moeda normal e anotar o resultado, lançando em seguida um dado normal e anotar o resultado como um par (moeda, dado).

a) Quantas possibilidades de sair cara na moeda existem?

b) Qual é o número total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades de sair cara na moeda e o número total de possibilidades?

11. Ao Lançarmos um dado normal duas vezes e observamos a face que ficará voltada para cima.

a) Quantas possibilidades de se obter soma 5 nas faces voltadas para cima?

b) Qual é o número total de possibilidades de resultados?

c) Qual é a razão entre o número de possibilidades de obter soma 5 e o número total de possibilidades?

12. No dia dos estudantes, uma professora distribuiu um cartão, contendo um número para sorteio, a cada um de seus 15 alunos que compareceram à aula naquele dia. Sabendo-se que os cartões foram numerados de 1 a 15.

a) Quais os números maiores que 12?

b) Quantos são os números maiores que 12?

c) Qual a razão entre a quantidade dos números maiores de 12 pelo total de números de alunos?

Observação:

Questões Propostas

1. Flávia e seus amigos vão fazer a brincadeira do amigo secreto na festinha de confraternização da turma. Os nomes dos participantes estão na tabela abaixo:

Leticia	Paulo	Eliane	Kauã	Thafne
Elvis	Flávia	Maria	Enaile	Esther
Rafaela	Ludmila	Italo	Marcos	José

a) Se Flávia for a primeira pessoa a retirar o nome do seu amigo secreto. Ela tem maior chace de tirar um nome de uma menina ou de um menino? Por quê?

b) Qual a probabilidade de a primeira pessoa tirar um papel com um nome de um menino?

c) Qual a probabilidade de a primeira pessoa, ao sortear um papel, tirar seu próprio nome?

d) Qual é a probabilidade de a segunda pessoa que tirar um papel sortear um nome de um menino, sabendo que a primeira já sorteou um nome de um menino?

e) Suponha que a primeira pessoa que tirou um papel sorteou o nome da Enaile. Qual é a probabilidade de a segunda pessoa, ao tirar um papel, sortear o nome da Leticia?

2. Paula tem 2 filhos homens e está grávida novamente. Qual é a probabilidade de queesse filho que Paula está esperando seja uma menina?

3. Em uma urna, há 4 bolas azuis, 3 vermelhas e 2 verdes. Considerando queJoão retirou uma das bolas, determine a probabilidade de ela:

a) Ser vermelha
b) Ser azul
c) Não ser verde

4. A turma está vendendo rifas para arrecadar dinheiro para a festinha do final do ano. Conseguiram vender todos os 180 números de uma rifa. O professor Leonardo comprou 6 números. A chance do professor Leonardo ganhar o prêmio é de

a) 1/30
b) 3/50
c) 5/9
d) 3/87

5. Um baralho comum é formado por 52 cartas, havendo 13 cartas de cada um dos naipes (espadas, paus, copas e ouros). Qual é a probabilidade de, ao escolhermos uma carta ao acaso, sair uma carta de ouros?

6. Observe a imagem abaixo, que representa um dado cujas faces estão numeradas de 1 a 12.

a) Quais os casos de lançamento que seja menor do que 10? Quantos são?

b) Qual é a probabilidade de lançar o dado uma vez e sair um número par e menor do que 10?

7. Um shopping estava oferecendo cupons para o sorteio de um carro. Ao todo, cada uma das 30 lojas dispunha de 100 cupons. Kamayurá realizou muitas compras e preencheu 20 cupons, depositando todos eles em uma urna.

a) Qual o total de cupons do shopping?
b) Qual é a probabilidade de Kamayurá ganhar o carro no sorteio?

8. Escreva o espaço amostral do lançamento sucessivo de duas moedas, preenchendo a tabela de dupla entrada abaixo:

Lançamento de duas moedas	Cara (C)	Coroa (K)
Cara (C)		
Coroa (K)		

a) Qual o total dos possíveis lançamentos?

b) Qual a probabilidade de sair duas caras?

c) Qual a probabilidade de sair duas coroas?

9. A tabela a seguir mostra a quantidade de cachorros e gatos atendidos em uma clínica veterinária em determinado dia.

CACHORROS	15
GATOS	5

Sabendo-se que, ao final do dia, a clínica veterinária sorteará um pacote de ração entre os 20 criadores, qual a probabilidade do vencedor ser o criador de um cachorro?

a) 4/5
b) 1/2
c) 3/5
d) 1/4
e) 2/4

2.9 Orientações para a Atividade 5

A atividade 5 tem o nome de variação da probabilidade e se trata de uma atividade de redescoberta, tendo como objetivo descobrir o intervalo de variação da propriedade de um evento. No momento da apresentação, o professor distribuirá e fará as devidas orientações da atividade que será constituída de 1 questão com 6 itens, os quais tratarão da variação do intervalo de probabilidade no lançamento de moedas e dados, além de retiradas de bolas de dentro de uma urna.

Assim, os alunos perceberão, durante o momento da execução, sobretudo, nos momentos do registro e análise, a característica da propriedade da variação da probabilidade. Em seguida, iniciará o momento da institucionalização, quando um integrante irá ao quadro escrever o conceito do grupo e haverá a eleição do conceito geral da turma. Posteriormente, eles farão 2 questões de fixação.

2.10 ATIVIDADE 5. Adaptada da dissertação de Soares (2020).

Título: **Variação de Probabilidade**

Objetivo: Descobrir o intervalo de variação da probabilidade de um evento.

Material: Roteiro da atividade, dados, moedas, lápis

Procedimento: Preencha o quadro a seguir

Consideremos o seguinte experimento:

		EVENTOS				**ELEMENTOS DO EVENTO**				**PROBABILIDADE DO EVENTO**			
Experimento	Espaço Amostral	Evento A	Evento B	Evento C	Evento D	A	B	C	D	P(A)	P(B)	P(C)	P(D)
A) Lançar uma moeda uma única vez e observar a face voltada para cima.	{Cara, Coroa}	Sair Cara e Coroa.	Sair cara.	Sair coroa.	Sair cara ou coroa.								

		EVENTOS				ELEMENTOS DO EVENTO				PROBABILIDADE DO EVENTO			
Experimento	Espaço Amostral	Evento A	Evento B	Evento C	Evento D	A	B	C	D	P(A)	P(B)	P(C)	P(D)
B) Lançar um dado uma única vez e observar a face voltada para cima.	1,2,3,4,5,6	Sair o número zero.	Sair o número dois.	Sair número par.	Sair número entre zero e sete.								
C) Colocamos uma bola verde e uma Azul num saco, extraímos uma aleatoriamen-te e observamos sua cor.	{ verde, azul}	Sair bola branca.	Sair bola verde.	Sair bola azul.	Sair bola verde ou azul.								

		EVENTOS				ELEMENTOS DO EVENTO				PROBABILIDADE DO EVENTO			
Experimento	Espaço Amostral	Evento A	Evento B	Evento C	Evento D	A	B	C	D	P(A)	P(B)	P(C)	P(D)
D) Lançar um dado uma única vez e observar a face voltada para cima.	1,2,3,4,5,6	Obter o número zero.	Obter número par.	Obter número ímpar.	Obter número entre zero e sete.								
E) Em uma urna há 5 bolas brancas, 3 bolas pretas e 7 bolas vermelhas. Retirando uma bola ao acaso;	Sair bola vermelha **e** branca;	Sair bola branca.	Sair bola preta..	Sair bola branca **ou** preta **ou** vermelha.									

F) Em uma urna há 5 bolas brancas, 3 bolas pretas e 7 bolas vermelhas. Retirando uma bola ao acaso;	Sair bola vermelha **e** preta	Sair bola branca **ou** preta	Sair bola branca **ou** vermelha	Sair bola branca **ou** preta **ou** vermelha									

Conclusão:

Questões Propostas

1. Um dado é lançado uma única vez e observa-se o número da face voltada para cima. Qual a probabilidade de esse número ser:

a) maior que 6?

b) menor que 3?

c) maior ou igual a 3?

d) maior que zero(0) e menor que 7?

e) o número 1? O número 2? O número 3? O número 4? O número 5? Onúmero 6?

f) Qual é o valor da soma $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6)$?

2. Dois dados são lançados e observa-se as faces voltadas para cima.

a) Qual a probabilidade das faces serem iguais?

b) Qual a probabilidade das faces seres diferentes?

c) Qual a probabilidade das faces serem iguais ou diferentes?

3. QUESTÕES PROPOSTAS

1 - (Enem 2011) Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida). O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada. Arthur, Bernardo e Caio escolhem os números 12, 17 e 22 como sendo resultados de suas respectivas somas.

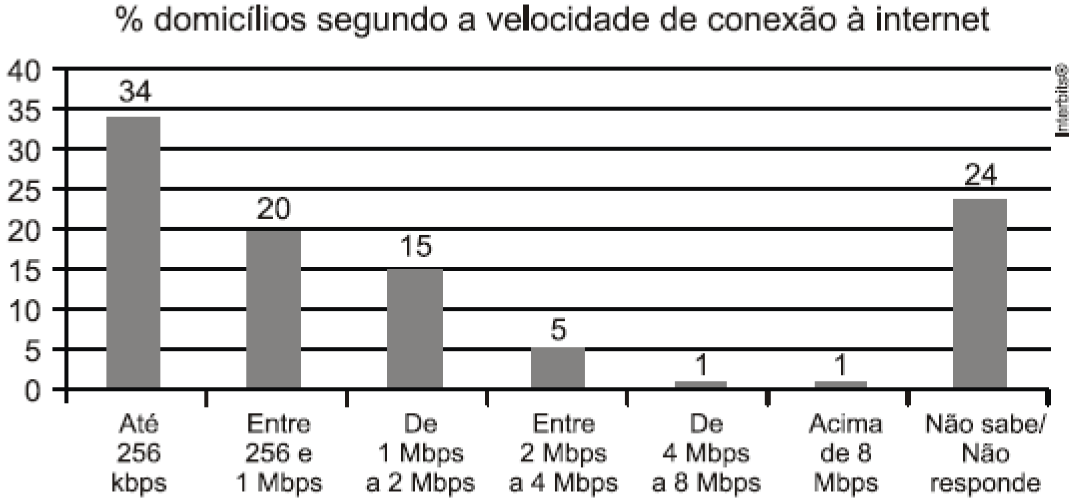
Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é

a) Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.
b) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
c) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
d) Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.
e) Caio, pois a soma que escolheu é a maior

2- (SAEB 2022) Carlos é vendedor de pastéis. Certo dia, ele levou 20 pastéis para vender, sendo: 12 de carne e 8 de queijo. Sabendo-se que os pastéis têm mesma forma e mesmo tamanho, qual a probabilidade de ao pegar um pastel, sem olhar, esse seja de queijo?

a) 12/20
b) 8/20
c) 6/20
d) 4/20

3 - (Enem) O gráfico mostra a velocidade de conexão à internet utilizada em domicílios no Brasil. Esses dados são resultado da mais recente pesquisa, de 2009, realizada pelo Comitê Gestor da Internet (CGI).



Disponível em: http://agencia.ipea.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se, aleatoriamente, um domicílio pesquisado, qual a chance de haver banda larga de conexão de pelo menos 1 Mbps neste domicílio?

a) 0,45
b) 0,42
c) 0,30
d) 0,22
e) 0,15

4 - (Enem) Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suma (HIN1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emilio Ribas, de São Paulo, a imunização "deve mudar", no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Campanha de vacinação contra a gripe suína

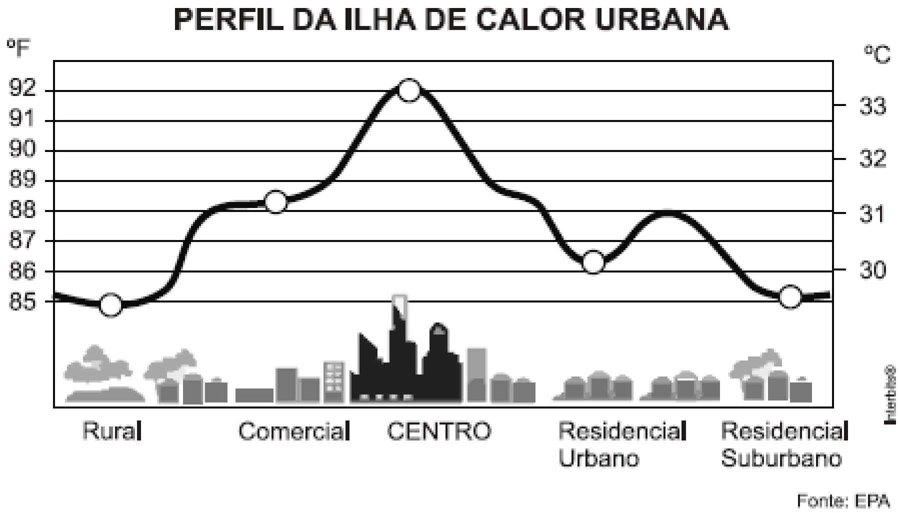
Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Disponível em: http://img.terra.com.br. Acesso em 26 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

a) 8%.
b) 9%.
c) 11%.
d) 12%.
e) 22%.

5 - (Enem) Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das “ilhas de calor” da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é
a) 1/5
b) 1/4
c) 2/5
d) 3/5
e) 3/4

6 - (Enem) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

a) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
b) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.

c) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
d) José, já que ha 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.
e) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

7 - (SISPAE). De uma sacola, com dez fichas enumeradas de 1 a 10, retira-se aleatoriamente uma ficha e observa-se o número nela escrito.
Dessa experiência, é correto afirmar que

(A) a probabilidade de se retirar uma ficha com o número 4 é menor que a probabilidade de se retirar uma ficha com número 5.
(B) a probabilidade de se retirar uma ficha com número 6 é zero.
(C) a probabilidade de se retirar uma ficha com número 3 é a mesma que a probabilidade de se retirar uma ficha com número 2.
(D) a probabilidade de se retirar uma ficha com número 8 é um.
(E) a probabilidade de se retirar uma ficha com número 7 é maior que a probabilidade de se retirar uma ficha com número 1.

8 – (UNIVESP) Um grupo de estudantes foi selecionado como amostra para uma pesquisa acadêmica. Os integrantes desse grupo foram classificados em função do sexo e o curso que frequentam. A tabela, incompleta, em que alguns números estão omitidos, mostra essa distribuição.

Sexo	Curso A		Curso B	Total
Masculino	25		-------	35
Feminino	------		-------	-------
Total	60		-------	110

Nessas condições, se tomarmos ao acaso um dos alunos do curso B, a probabilidade de que ele seja do sexo feminino é de
a) 20%
b) 35%
c) 50%
d) 65%
e) 80%

9 – (SAEPE). Um professor de Matemática dividiu os alunos de sua turma em 13 grupos diferentes para apresentarem um trabalho. Para determinar a ordem das apresentações dos grupos, ele colocou em uma urna 13 cartões idênticos, numerados de 1 a 13, que foram sorteados aleatoriamente.

Qual é a probabilidade do primeiro cartão retirado da urna ser um número maior que 8?

a) $\frac{1}{13}$

b) $\frac{5}{13}$

c) $\frac{6}{13}$

d) $\frac{7}{10}$

e) $\frac{8}{13}$

10 **-** Uma escola tem 320 alunas e 280 alunos. O diretor dessa escola vai sortear uma bolsa de estudos integral na faculdade da cidade para um de seus alunos.
Qual é a probabilidade de uma aluna ganhar esse sorteio?

a) $\frac{600}{320}$

b) $\frac{320}{280}$

c) $\frac{280}{320}$

d) $\frac{320}{600}$

e) $\frac{280}{600}$

11 - Uma empresa tem 16 funcionários solteiros e 14 casados. O dono dessa empresa vai sortear uma viagem para um desses funcionários.
Qual é a probabilidade de um funcionário solteiro ganhar esse sorteio?

a) $\frac{7}{15}$

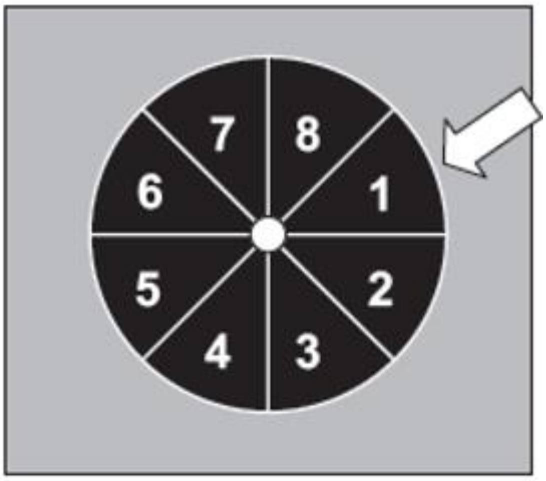
b) $\frac{15}{8}$

c) $\frac{7}{8}$

d) $\frac{8}{15}$

e) $\frac{15}{7}$

12 - A figura, abaixo, mostra um disco circular utilizado em um jogo. Ele é dividido em 8 setores circulares iguais, numerados de 1 a 8, e gira em torno do centro. O número sorteado corresponde ao número que para em frente a seta. A figura mostra um exemplo em que o número **1** foi sorteado.



Laura escolheu o número 5 e girou o disco. Qual é a probabilidade de o número 5 ser sorteado?

a) $\frac{8}{5}$

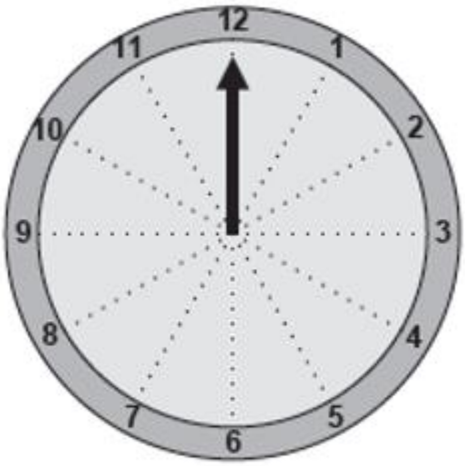
b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{5}{8}$

e) $\frac{5}{13}$

13 - Na figura abaixo, ao ser girado, o ponteiro para somente nos números inteiros.



Qual é a probabilidade desse ponteiro parar em um número par maior ou igual a 4?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{5}{12}$

e) $\frac{9}{12}$

14 - Uma concessionária possui em seu estoque 60 carros de um mesmo modelo, mas de cores diferentes. São 15 carros azuis, 20 verdes, e os outros são pretos. Beatriz vai comprar um desses carros e gostaria que ele fosse azul ou verde.
Se o carro for escolhido aleatoriamente, qual é a probabilidade de que o desejo de Beatriz seja realizado?

a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{5}{12}$
c) $\frac{7}{12}$
d) $\frac{1}{4}$
e) $\frac{5}{7}$

15 - As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso.

A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma pessoa é
a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{3}{4}$
c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{2}{3}$
e) $\frac{3}{5}$

16 – Miriam organizou um sorteio de amigo oculto entre ela e suas 9 amigas. Para isso, escreveu em pedaços de papel o nome de cada uma das 10 pessoas (incluindo seu próprio nome) que participariam desse sorteio e colocou dentro de um saco. Miriam, como organizadora, foi a primeira a retirar um nome de dentro do saco.
A chance de Miriam retirar seu próprio nome é:

a) $\frac{1}{9}$

b) $\frac{1}{10}$

c) $\frac{9}{10}$

d) $\frac{10}{10}$

e) $\frac{2}{9}$

17 - Para uma atividade da aula de matemática, a professora trouxe uma caixa com fitas métricas de três cores diferentes: 2 amarelas, 20 azuis, 2 verdes e 15 rosas. Cada aluno vai receber uma fita métrica selecionada ao acaso pela professora, ou seja, a professora vai pegar uma fita dentro da caixa sem olhar a cor e entregar ao aluno. Luiza será a primeira a receber a fita.
A cor mais provável da fita que Luiza vai receber é

a) Amarela
b) Azul
c) Verde
d) Rosa
e) Branca

18 - (Sispae - adaptado). Em uma caixa, há 20 computadores portáteis, todos iguais. Quatro desses computadores estão com defeito de fabricação.
Retirando-se um computador dessa caixa ao acaso, qual é a probabilidade de ele estar SEM defeito de fabricação?

a) $\frac{1}{20}$

b) $\frac{1}{16}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{4}{5}$

e) $\frac{1}{4}$

19 - Em uma bandeja, há vários salgadinhos. Todos têm o mesmo tamanho e formato, porém com recheios diferentes. Nessa bandeja, há 17 salgadinhos de presunto, 23 de queijo, 19 de carne e 28 de frango.
Qual é a probabilidade de que o primeiro salgadinho retirado dessa bandeja tenha recheio de presunto?

a) $\frac{1}{87}$

b) $\frac{1}{17}$

c) $\frac{17}{87}$

d) $\frac{17}{70}$

e) $\frac{23}{87}$

20 - (SISPAE - ADAPTADA). O freezer de uma lanchonete possui 14 garrafas de suco de laranja, 9 de suco de caju, 23 de suco de limão, 17 de suco de guaraná e 2 garrafas de suco de maracujá. Todas essas garrafas possuem o mesmo formato e capacidade. Ao retirar uma dessas garrafas desse freezer ao acaso, qual é a probabilidade dessa garrafa ser de suco de laranja?

a) $\frac{1}{14}$
b) $\frac{14}{65}$
c) $\frac{14}{51}$
d) $\frac{51}{65}$
e) $\frac{9}{65}$

21 - A professora de Matemática constatou que na realização das tarefas de casa 25 alunos utilizaram apenas o computador, 15 alunos consultaram apenas livros e 5 alunos não fizeram a tarefa de casa.
Escolhendo-se ao acaso um desses alunos para resolver o exercício no quadro, a probabilidade de ser escolhido um aluno que não tenha feito a tarefa de casa é de

A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{1}{5}$
C) $\frac{1}{6}$
D) $\frac{1}{8}$
E) $\frac{5}{8}$

22 - Lina tem uma caixa de esmaltes com 3 vidros de esmalte vermelho, 2 vidros de esmalte rosa, 2 vidros de esmalte branco, 1 vidro de esmalte incolor e 4 vidros de esmalte roxo. Lina tirou, sem olhar para a caixa, um vidro de esmalte.
A probabilidade desse vidro ser de esmalte rosa é

A) $\frac{1}{12}$
B) $\frac{1}{6}$
C) $\frac{2}{11}$
D) $\frac{1}{5}$
E) $\frac{3}{11}$

23 - Para escolher o orador da turma na formatura, os estudantes realizaram um sorteio. Ana, Beatriz, Anderson, Caroline, Cássio, Álvaro, Amanda, Cláudia, Camila e André escreveram seus nomes em filetes de papel e colocaram em uma caixa.
Qual é a probabilidade de o estudante sorteado ter o nome iniciado pela letra C?

A) $\frac{2}{5}$

B) $\frac{3}{5}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{5}{3}$

E) $\frac{5}{2}$

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS 

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de apresentar uma sequência didática para o ensino de probabilidade, por meio de atividades experimentais, em uma turma do 8º ano do fundamental do município de Breves-Marajó.

Intuiu-se apresentar considerações a respeito de aspectos conceituais e resolução de problemas sobre o assunto de probabilidade, além de ofertar para outros professores do ensino fundamental uma sequência para ser usada em suas aulas de matemática, de maneira a atender às necessidades da realidade de seus alunos.

No tocante ao ensino por atividades, como metodologia de ensino, cremos que o objetivo de avaliar seus efeitos para o processo de ensino-aprendizagem da probabilidade foi extremamente satisfatório, uma vez que contribuiu para que os alunos indentificassem as regularidades e descobrissem os conceitos estabelecidos em cada atividade

5. REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1998.

DANTE, L.R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009.

_______. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1998.

FERRAZ, A.P.C.M; BELHOT, R.V. **Taxonomia de Bloom**: revisão teórica e apresentação do instrumento para definição de objetivos instrucionais. V.17, n.2,p.421-431, São Carlos, 2010.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa.** 6 ed. São Paulo: Atlas,2008.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinicius de Macedo. **O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática:** Currículo e Prática Pedagógica. Vitória da Conquista. Práxis educacional. Vol. 8, n.13, p.253-280, 2012.

LARSON, Ron; FARBER, Betsy. **Estatística aplicada**. 6. Ed. Tradução: José Fernando Pereira Gonçalves, São Paulo: Pearson, 2016.

LOPES, C.A.E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental**: uma análise curricular. Dissertação (Mestrado em Educação). Campinas: Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1998.

LOPES, C.A.E. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores.** Vol.28. Campinas: Cad. Cedes, 2008.

LOPES, C.A.E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil**. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática). Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2003.

MARTINS, Henrique Araken. **Estrutura de avaliação escolar para mapear habilidades tomando como base as taxonomias de Bloom em questões de múltipla escolha.** Dissertação (Mestrado Profissional de Matemática) — PROFMAT, Universidade Federal do ABC, Santo André – SP, 2016.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino**: abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986, 119p.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidade da resolução de problemas em aulas de matemática**. Belém: IFPA, 2021.

SOARES, Marcel Brito. **O ensino de Probabilidade por meio de atividades**. 2018. 294 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Belém: Universidade do Estado do Pará, 2018.

SOARES, Marcel Brito. **O ensino de probabilidade no 8º ano por meio de atividades experimentais**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Abaetetuba: Universidade Federal do Pará, 2021.

TAVARES, Romero; CARVALHO, Cristiane. **O mapa conceitual hierárquico e a taxonomia de Bloom modificada.** Paraíba: UFPB, 2010.