Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

DELCIANA GÓES DA SILVA

ENSINO DE SEMELHANÇAS DE TRIÂNGULOS COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS

BELÉM-PA
2024

Delciana Góes da Silva

ENSINO DE SEMELHANÇAS DE TRIÂNGULOS COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará - UEPA.

Linha de Pesquisa: Ensino Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

BELÉM-PA
2024

DELCIANA GOÉS DA SILVA

ENSINO DE SEMELHANÇAS DE TRIÂNGULOS COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Gaduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

Data de aprovação: 18/04/2024

Banca examinadora

_______________________________. Orientador
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará

_______________________________. Examinador Interno
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Doutor em Ciências Humanas – Pontifícia Universidade Católica / PUC-RJ
Universidade do Estado do Pará

_______________________________. Examinador Externo
Prof. Dr. Marcos Fabrício Ferreira Pereira
Doutor em Educação, Ciências e Matemática – Universidade Federal do Pará / UFPA
Secretaria de Estado de Educação – SEDU / PA

Belém – PA
2024

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Silva, Delciana da

Ensino de semelhanças de triângulos com materiais manipuláveis / Delciana da Silva; orientação de Miguel Chaquiam. – Belém, 2024.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Belém. 2024.

1.Ensino de matemática 2.Triângulo-Estudo e Ensino.3.Prática de ensino.I. Chaquiam, Miguel (orient.). II. Título.

CDD. 23º ed. 371.3

Elaborada por Regina Coeli A. Ribeiro – CRB-2/739

DEDICATÓRIA

À minha família:
José Guimarães (Esposo), Eduarda Sophia e Thales Filipe (Filhos).

AGRADECIMENTO

A Deus, pela oportunidade que foi poder participar desse processo seletivo e ser aprovada, sendo que várias pessoas participaram e poucas conseguiram ficar na lista final.

Aos professores, que dedicam a vida a ensinar os alunos, em especial aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual do Pará (UEPA), que me possibilitaram uma gama de conhecimentos inigualáveis e me permitiram acessar portas antes inacessíveis, especialmente ao professor Miguel Chaquiam, que dividiu comigo seu vasto campo de conhecimento através das orientações para este trabalho. Ao professor Natanael, pela doçura em ensinar e pela maravilhosa teoria desenvolvida ao longo de anos de trabalho e experiência no campo docente. Ao professor Marcos Fabrício, que foi referência para a construção desta pesquisa e que gentilmente aceitou participar da banca de defesa desta dissertação.

Gostaria de agradecer aos colegas de curso que, direta ou indiretamente, auxiliaram-me nas disciplinas, em especial àqueles que deixaram de ser simples colegas de curso e se tornaram amigos de jornada, como a Valkíria, grande amiga de todas as horas e com quem aprendi muito e que me auxiliou de forma magnífica na construção do meu conhecimento, um exemplo a ser seguido.

Ao amigo Leonardo, que dividiu comigo a construção de muitos trabalhos, sem a colaboração dele seria impossível passar por essa jornada do mestrado.

Quanto aos outros colegas, gostaria de citar Rosangela (Rosa) e Dion, que foram as primeiras pessoas com quem tive contato na matrícula. Dion foi incansável em sua luta de chefe de turma e tornou a nossa jornada mais leve. Walber, que comigo, Leonardo e Valkíria formou uma grande parceria na construção de muitos trabalhos desenvolvidos ao longo deste curso.

Não poderia deixar de agradecer aos meus pais, José Lúcio Góes e Erondina da Silva Góes (*in memorian*), pelo dom da vida e pelo cuidado e ensinamento ao longo de minha jornada nesta Terra.

Ao meu esposo, José Guimarães, por todo apoio e incentivo para eu poder chegar ao processo de conclusão deste mestrado e em especial deste trabalho.

Aos meus filhos, Eduarda Sophia e Thales Filipe, por serem os maiores incentivadores de minhas conquistas, pois faço tudo para eles e por eles.

Aos meus irmãos (Alexandre, Luciano, João e Natalia), que sempre estiveram ao meu lado e são grandes apoiadores.

Às minhas cunhadas, que de forma direta ou indireta auxiliaram nessa jornada, em especial à Ivonete, que é a segunda mãe dos meus filhos e por isso tive a tranquilidade de conseguir fazer as disciplinas do mestrado e escrever este trabalho.

À Universidade do Estado do Pará (UEPA), por oferecer o PPGEM e possibilitar aos professores de matemática da Educação Básica acesso aos conhecimentos que possam auxiliar os professores a melhorarem a sua prática educativa e em consequência melhorar o ensino de matemática na Educação Básica.

Não poderia deixar de agradecer à secretaria de educação do município de Belém, por liberar a minha carga horária de sala de aula para que eu tivesse um tempo de aprendizado e construção de minha formação acadêmica a nível de mestrado profissional.

Um agradecimento especial à minha amiga Sarah Pantoja, que de bom coração contribuiu de forma significativa para o processo de construção deste trabalho. O mestrado sempre foi um sonho no processo de construção de minha identidade profissional e passar por essa experiência foi um caminho de grandes desafios e aprendizagem. Sou muita grata a cada pessoa que direta ou indiretamente auxiliou no processo de construção desse título, que sempre foi um grande sonho a ser realizado.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

RESUMO

O Ensino de geometria no Brasil passou por grandes transformações, pois a influência da Matemática Moderna provocou um processo de esvaziamento na aprendizagem desta importante área, uma vez que ela, em algumas situações, deixou de ser trabalhada nas escolas e nas oportunidades em que isso ocorre, os professores deixam de considerar o processo de construção das habilidades geométricas, apresentando apenas os conteúdos algebrizados. Isso impossibilita uma aprendizagem dinâmica e interessante, que possa fazer o aluno pensar a geometria de forma dinâmica e cheia de possibilidades. Esse desinteresse pela geometria em nosso país tem tido algumas implicações, entre as quais podemos citar uma queda no rendimento dos alunos nas chamadas avaliações externas, onde os números dos resultados em matemática têm sido preocupantes. Diante do exposto, o presente trabalho busca identificar: Que potencialidades apresenta uma sequência didática voltada para o ensino de semelhança de triângulos, assentada no uso de materiais concretos manipuláveis, estruturada segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual, destinada aos alunos da rede pública de ensino fundamental? Para responder a esse questionamento, alguns objetivos específicos foram destacados, como: Obter informações que contribuíssem para a elaboração da sequência didática a partir de pesquisa na literatura; captar a percepção de professores e de alunos sobre o ensino de semelhança de triângulos, principalmente no que tange às dificuldades e aos obstáculos nos processos de ensino e de aprendizagem; analisar os livros didáticos destinados aos alunos da escola pública que são alvo dessa pesquisa. Ademais, foi desenvolvido um estudo do conteúdo *semelhança* de *triângulos* a luz do rigor matemático e, a partir desses estudos, foram elaboradas atividades para compor uma *sequência didática* que foi aplicada para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública Estadual da Região Metropolitana de Belém. Após a aplicação, foi realizada a avaliação do desempenho dos alunos frente à resolução de questões envolvendo semelhança de triângulos e a participação destes na empiria proposta. Após a aplicação das sequências, os dados foram analisados à luz da análise microgenética e análise do discurso. Dessas análises foi possível concluir que houve vários indícios de aprendizagem ao longo do processo, destacadas em cada um dos grupos participantes. Por fim, a partir dessa dissertação foi gerado um Produto Educacional intitulado *Sequências Didáticas para o Ensino de Semelhanças de Triângulos com materiais manipuláveis*, disponível no link[1] abaixo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Semelhança de Triângulos. Sequência Didática. Materiais Manipuláveis.

[1] Link – *www.produtoeducacional.com.br*

ABSTRACT

The teaching of geometry in Brazil has undergone significant transformations, as the influence of Modern Mathematics has led to a process of emptiness in the learning of this major area of mathematics. In some situations, it ceased to be addressed with students, and in the opportunities where it does occur, teachers work very quickly and do not take into consideration the process of constructing geometric skills; they only aim to present the content and algebraize it. This ultimately does not enable learning that could make students think about geometry dynamically and full of possibilities.
This disinterest in geometry in our country has had several implications, among which we can mention a decline in students' performance in external assessments, where the numbers of results in mathematics have been concerning. Given the above, the present work seeks to identify: What potential does a didactic sequence focused on teaching triangle similarity, based on the use of manipulable concrete materials, structured according to the Articulated Units of Conceptual Reconstruction, present for students in the public elementary education system? To answer this question, the following procedures were carried out: Obtain information contributing to the elaboration of the didactic sequence from literature research, perception of teachers and students about the teaching of triangle similarity, especially regarding the difficulties and obstacles in teaching and learning processes, analysis of textbooks intended for students of public schools that are the target of this research. A study of the content of triangle similarity was developed in the light of mathematical rigor, and from these studies, activities were elaborated to compose a didactic sequence that will be applied to 9th-grade students of Elementary School. After the application, an evaluation of the students' performance was carried out regarding the resolution of questions involving triangle similarity after their participation in the proposed empirical activities. This sequence was applied to students from a Public State School in the Metropolitan Region of Belém. After the application of the sequences, the data were analyzed in light of microgenetic analysis and discourse analysis. From these analyses, it was possible to conclude that there were several indications of learning throughout the process, highlighted in each of the participating groups. Finally, based on this dissertation, an Educational Product entitled Didactic Sequences for Teaching Triangle Similarities with Manipulable Materials was generated, available at the link[2] below.

Keywords: Mathematics Teaching. Similarity of Triangles. Didactic Sequence. Manipulable Materials**.**

---

[1] Link – *www.produtoeducacional.com.br*

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Lendo Davis e Hersh (1985), observamos que eles apontam a geometria como um ramo da matemática que pode contribuir com o desenvolvimento de capacidades intelectivas dos alunos, dentre elas: a percepção espacial e a criatividade, fato que torna a geometria um campo ideal para o desenvolvimento desse tipo de raciocínio. Além destes, Lorenzato (1995) aponta a relevância do ensino de geometria associada às possibilidades de contextualização e interdisciplinaridade.

Após uma conversa com meu orientador e como pesquisadora e docente da rede pública de ensino do Pará há 15 anos, sendo 12 desses anos dedicados à rede municipal de Belém, identificamos uma lacuna significativa no ensino de geometria. Observamos que os alunos enfrentam dificuldades substanciais nesse tema, o que prejudica todo processo da aprendizagem matemática. Essa dificuldade parece estar relacionada à abordagem insatisfatória da geometria em sala de aula. Portanto, percebemos a necessidade de investigar e desenvolver estratégias mais eficazes para o ensino desse conteúdo, melhorando a compreensão e o desempenho dos alunos.

Ademais, percebemos que o estudo de geometria nas escolas públicas, de um modo geral, acaba sendo deixado para o final do ano letivo, fato que contribui negativamente para a aprendizagem do conteúdo, visto que estes acabam sendo apresentados de forma rápida, isso quando os professores conseguem trabalhá-lo. Além disso, Pereira e Pereira (2016) discutem a partir de Pires (1993) as influências do Movimento da Matemática Moderna no ensino de geometria e ressaltam que:

> Em contrapartida, o estudo de Pires (1993) afirma que ao observarmos os currículos de matemática da educação básica, podemos perceber que os conteúdos de geometria vêm perdendo espaço para os conteúdos algébricos e isso se tornou mais evidente, principalmente nas escolas públicas, com o movimento da Matemática Moderna, com a sua proposta de algebrizar o ensino de Geometria que antes era marcantemente lógico-dedutivo. Essa proposta não teve êxito, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, gerando certa insegurança por parte dos professores de matemática em trabalhar com a geometria, deixando esta de ser contemplada gradualmente em sua programação. Em geral, a maioria dos professores que continuam a ensiná-la reservam o final do período letivo para tal, apoiando-se, muitos deles, na “falta de tempo” para a não realização do trabalho com este conteúdo. (Pereira e Pereira, 2016, p. 02)

A Matemática é constituída de grandes áreas de conhecimentos em relação ao ensino fundamental, atualmente são: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística. Percebeu-se que após o movimento da

Matemática Moderna foi dado mais destaque para a aritmética e a álgebra, e a geometria foi relegada a um segundo plano. Para que o problema da geometria fosse minimizado, e que ela passasse a ter um destaque maior dentro do ensino de matemática, os documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e posteriormente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) vêm mostrar a importância dessa área de conhecimento para o processo de evolução das sociedades.

A matemática é uma disciplina na qual os alunos apresentam grandes dificuldades, conforme nos mostra o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), bem como a nível estadual o Sistema de Avaliação da Educação do Pará (SISPAE), assim percebemos a importância de uma busca por métodos de ensino que possam melhorar a aprendizagem dos alunos e permitir que os professores em sala de aula sejam observadores dentro de suas práticas, de forma que possam desenvolver uma melhor relação entre alunos e seu processo de aprendizagem.

Diante do exposto, levantamos o seguinte questionamento: Que potencialidades apresenta uma sequência didática voltada para o ensino de semelhança de triângulos, assentada no uso de materiais concretos manipuláveis, estruturada segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARCs), destinada aos alunos da rede pública de ensino fundamental?

Tendo em vista o questionamento elencado, foi traçado como objetivo geral identificar as potencialidades de uma sequência didática, desenvolvida segundo as UARCs, para o ensino de semelhança de triângulos, com recurso de materiais manipuláveis concretos, para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Para melhor marcação das atividades desenvolvidas, foram estabelecidos especificamente os seguintes objetivos:

- Obter informações que contribuam para a elaboração da sequência didática a partir de pesquisa na literatura, percepção de professores e de alunos sobre o ensino de semelhança de triângulos, principalmente no que tange às dificuldades e aos obstáculos nos processos de ensino e de aprendizagem;
- Elaborar atividades para compor uma sequência didática proposta para o ensino de semelhança de triângulos com materiais manipuláveis, assentada no modelo das UARCs;

- Identificar indícios de aprendizagem dos alunos durante e após a aplicação das atividades que compõem a sequência didática a partir da análise dos dados obtidos respaldados pela Microgenética (Góes, 2000) e Análise do Discurso (Mortimer e Scott, 2002);
- Avaliar o desempenho dos alunos frente à resolução de questões envolvendo semelhança de triângulos após a participação destes na proposta experimental;
- Elaborar um Produto Educacional destinado ao ensino de semelhança de triângulos que agregue materiais concretos manipulativos, que contribua aos processos de ensino e de aprendizagem, bem como à formação do professor.

No sentido de corroborar com o processo de pesquisa e elaboração das atividades, foi efetuada uma revisão da literatura no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem de semelhança de triângulos, principalmente nos trabalhos que fizeram usos de materiais manipuláveis. Nos apropriamos da proposta de Cabral (2017) para estruturar as atividades baseadas na UARC. Utilizamos como base teórica os seguintes autores: Zabala (2014) e Cabral (2017), as teorias das situações didáticas de Brousseau (2008), que consistia, segundo Antunes, Merli & Nogueira (2019, p. 7) “na busca em compreender a interação entre os alunos, o professor e o saber em um ambiente da sala de aula”. Muitas outras teorias foram desenvolvidas a partir dessa teoria inicial, das quais temos a de Gérard Vergnaud (1996), denominada de Teoria dos Campos Conceituais, que segundo Antunes, Merli & Nogueira (2019, p. 10) “é uma teoria psicológica que se refere ao desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, sobretudo quando ligado à aprendizagem escolar e ao trabalho”.

Tendo em vista validar as atividades elaboradas e identificar indícios de aprendizagem dos alunos no decorrer da aplicação dessas atividades até a formalização dos conteúdos matemáticos associados, seguimos as diretrizes estabelecidas pela Microgenética (Góes, 2000) e Análise do Discurso (Mortimer e Scott, 2002), cujos dados foram obtidos a partir da gravação e transcrição de áudios de cada grupo de alunos durante a realização da aplicação da sequência didática.

A dissertação está estruturada em 6 capítulos, descritos a seguir. No primeiro foi feita uma introdução sobre o tema que será abordado em nosso trabalho, com o objetivo de situar o leitor ao tema que será desenvolvido, e foi abordado o problema de pesquisa, bem como os objetivos gerais e específicos que vão embasar a análise que foi desenvolvida neste trabalho.

No segundo capítulo foi feito um estudo sobre os aportes metodológicos que são essenciais para o desenvolvimento deste trabalho, as principais teorias que foram desenvolvidas foram as Teorias das Situações Didáticas (TSD); Sequência Didática (SD) e a Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC), que foram a base que possibilitou a construção de um Produto Educacional que foi aplicado aos alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola Estadual do Município de Ananindeua e, após esse processo de aplicação, as análises de dados foram desenvolvidas através da Análise Microgenética e Análise do Discurso.

O terceiro capítulo é constituído pelo estudo do objeto Matemático que foi desenvolvido nesse trabalho, que é a semelhança de triângulos. Nesta parte, foi desenvolvido um estudo aprofundado sobre o ensino de semelhança de triângulos, em um primeiro momento apresentamos como a semelhança de triângulos é abordada nos documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Após o estudo dos documentos oficiais, foi desenvolvida a revisão da literatura no Ensino de semelhança de triângulos, buscando-se analisar a dissertação de Pereira (2017), Filho (2018), Cabral (2019), Sant'Anna (2020) e Brito (2022).

No quarto capítulo foi desenvolvido o estudo de semelhança de triângulos, ao desenvolver a análise dos livros didáticos que fazem parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Foram analisados 7 livros do 9º Ano que trazem o tema em questão. Após a análise do livro didático, realizou-se um estudo sobre a percepção dos professores e dos alunos sobre o objeto de estudo.

No quinto capítulo foi desenvolvido o estudo, à luz do rigor matemático, sobre o tema semelhança de triângulos, abordando desde a sua evolução histórica até os critérios de semelhança, bem como a homotetia.

O sexto capítulo buscou desenvolver a sequência didática de semelhança de triângulos, que é o produto educacional que foi trabalhado com os alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola estadual do município de Ananindeua. O referido produto educacional busca levar os alunos, através da utilização de materiais manipuláveis, a conhecer o processo de formalização do conceito de semelhança de triângulos, de modo que este conhecimento seja construído através de uma Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual.

O sétimo capítulo foi desenvolvido com o objetivo de descrever o processo de aplicação, transcrição e análise dos resultados da sequência didática depois que esta foi realizada com os alunos de uma escola pública do município de Ananindeua. Nesse capítulo buscamos primeiro fazer a transcrição da aplicação da sequência e depois o estudo para análise do discurso e análise microgenética, com o objetivo de verificar os processos de aprendizagem, através das conversas que foram desenvolvidas pelos alunos durante a aplicação das UARCs. Esses discursos foram captados através de gravações de áudios em cada grupo. Este processo foi desenvolvido com as quatro atividades propostas. Por fim, foi desenvolvida a análise dos dados referentes à aplicação da avaliação, que foi desenvolvida com os 12 alunos que participaram da pesquisa. E com esses dados foram feitas as análises que permitiram o processo de conclusão da aplicação da sequência.

No oitavo capítulo temos as considerações finais, onde buscamos fazer uma síntese sobre todo o percurso que foi desenvolvido durante o trabalho e buscamos refletir sobre as conclusões que chegamos ao desenvolver a pesquisa sobre este tema, buscando fazer uma abordagem da importância da geometria no ensino fundamental e principalmente da semelhança de triângulos, que é um conteúdo base para a compreensão de outros conteúdos que os alunos deverão desenvolver no futuro. Buscou-se destacar a importância de abordar o assunto de forma que os alunos possam formalizar seu aprendizado de forma prática e dinâmica, possibilitando um maior envolvimento do educando durante o seu processo de ensino e aprendizagem.

2. APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

A Didática da Matemática procura observar como o processo de ensino de matemática deve ser desenvolvido de forma a fazer com que a aprendizagem seja processada de maneira efetiva. Nesse sentido, faz-se necessário um aprofundamento sobre as diversas formas como a matemática deve ser ensinada. De acordo com Almouloud (2010, *apud* Barbosa, 2016, p.14) “a didática da matemática é a ciência que tem por objetivo investigar os fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem de matemática e o estudo de condições que favorecem a sua aquisição pelos alunos”.

Suleiman (2015) enfatiza que a didática é importante para o processo de ensino da matemática. Brousseau (2008, p.53) conceitua a didática da matemática como a “ciência das condições de transmissão e apropriação dos conhecimentos matemáticos úteis aos homens e as suas instituições” Este autor argumenta que ao modelar o processo de transmissão de conhecimento, o professor cria uma situação didática.

A teoria da didática da matemática na França desenvolveu-se após a criação de Institutos de Pesquisas em Matemática que eram compostos de vários profissionais envolvidos com a educação Matemática, com força principalmente na formação de professores da referida disciplina. Segundo Dorier (2014, *apud* Antunes, Merli & Nogueira, 2019, p. 6), “os profissionais utilizavam as obras de Piaget como referencial teórico”. Um dos mentores desse instituto foi o professor e pesquisador Brousseau, que desenvolveu a *Teoria das Situações Didáticas*, que consistia segundo Antunes, Merli & Nogueira (2019, p. 7) “na busca em compreender a interação entre os alunos, o professor e o saber em um ambiente da sala de aula”.

Muitas outras teorias foram desenvolvidas a partir dessa teoria inicial, das quais temos a teoria de Gérard Vergnaud (1996) denominada de *Teoria dos Campos Conceituais*, que segundo Antunes, Merli & Nogueira (2019, p.10) “é uma teoria psicológica que se refere ao desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, sobretudo quando ligado à aprendizagem escolar e ao trabalho”.

Muitas outras teorias dentro do campo da didática da matemática foram desenvolvidas conforme vemos em Antunes, Merli & Nogueira (2019, p. 6), “Seguidos por outros, posteriores ou contemporâneos, que fizeram avançar as teorias iniciais, particularmente as de Brousseau, como Michele Artigue (1988), (Engenharia Didática) ”. A saber, Artigue (1988) e Douady (1992) vêm estabelecer que a teoria serve tanto como metodologia de investigação, como uma metodologia de sala de aula. A engenharia didática busca desenvolver a aprendizagem comparando-a com o trabalho de um engenheiro que busca utilizar o seu conhecimento científico para realizar o seu trabalho. Ainda dentro da engenharia didática foi desenvolvida a teoria de Régine Douady (1992) (Jogos de Quadros e Dialética ferramenta-objeto), que consiste em definir que a matemática pode mudar de ponto de vista de acordo com a maneira como a mesma é desenvolvida.

A teoria que também foi desenvolvida a partir dos conceitos de didática de Matemática, segundo Antunes, Merli & Nogueira (2019, p. 6), foi a de Yves Chevallard (1996). Esta pesquisadora trouxe a teoria dos sistemas didáticos que são formados pelo professor, pelo aluno e pelo saber, que seria uma ampliação das teorias das situações didáticas baseadas em sistemas didáticos, denominada de teoria da Transposição Didática (TTD). Essa teoria busca explicar a dificuldade que alguns professores apresentam em transformar alguns conteúdos científicos em conteúdos compreensíveis para os alunos de acordo com a sua faixa etária. Uma outra teoria que veio complementar a teoria supracitada foi a Teoria Antropológica do Didático (TAD), a qual busca estudar a relação de um determinado saber em uma determinada instituição e o estudo das práticas existentes na instituição considerada.

Segundo Pommer (2008), a teoria das situações didáticas teve origem a partir da área de conhecimento denominada Didática da Matemática, que se iniciou através dos estilos desenvolvidos no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IIEM) no final da década de 1960, dentro do movimento da Matemática Moderna. Os autores que mais se destacam, segundo Pommer (2008), são Yves Chevallard (Teoria do Antropológico da Matemática), Regine Douady (Dialética Ferramenta-Objeto), Raymond Duval (Teoria dos registros das representações semióticas) e Gerard Vergnaud (Teoria dos Campos Conceituais). Um pesquisador que teve destaque foi Guy Brousseau, que contribuiu com o desenvolvimento da *teoria das situações didáticas* (1986), a qual analisaremos mais profundamente.

2.1. TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Nesta seção, é apresentado o estudo sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD), que teve a sua origem na França. Com o objetivo de desenvolver uma sequência didática sobre o tema *semelhança de triângulo*, verificamos as vantagens de sua utilização de acordo com Zabala (1998 *apud* Pereira 2017, p. 21):

> Flexibilidade na ação docente de modo a permitir adaptações às necessidades apresentadas pelos alunos durante o desenvolvimento da sequência;
> Levar em consideração o conhecimento e as considerações dos alunos no decorrer da sequência;
> Oferecer ajuda de modo adequado aos alunos no sentido de fazer com que eles conheçam o que fazer, sintam-se seguros e confiantes com seus progressos e estimulados a enfrentar os obstáculos nos quais se deparam, de maneira autônoma para alcançar as metas estabelecidas;
> Suscitar meios para a comunicação que possam regular a negociação e a participação de modo a criar um ambiente de respeito mútuo e o sentimento de confiança;
> Avaliar os alunos de acordo com suas evoluções individuais, levando em conta seus esforços, o ponto pessoal de partida, incentivando a autoavaliação para regulação da própria atividade.

De acordo com Barbosa (2016), a TSD encarrega-se de estudar os processos aos quais estão submetidos os conteúdos que atendam aos currículos dos programas escolares que constituem o saber escolar, um saber científico proveniente de um processo evolutivo. A saber, a noção de transposição didática era estudada apenas como uma ferramenta de resolução de problemas.

Ainda segundo o autor acima, a TSD traz reflexões da forma como se pode arquitetar e expor os conteúdos matemáticos aos educandos de maneira a se obter uma educação que tenha sentido e seja contextualizada para os estudantes. Desta forma, Brousseau (1986, *apud* Barbosa, 2016) destaca que o aluno deve trocar informações com uma ou mais pessoas, que serão os emissores e receptores, que trocam mensagens escritas ou orais, de forma que se crie as condições para que o conhecimento possa ser construído de forma progressiva, e que seja utilizada uma linguagem compreensível por todos que consideram os objetivos e as relações matemáticas envolvidas nas situações didáticas. Conforme podemos verificar, a Teoria das Situações Didáticas são um:

> [...] conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição. (Brousseau, 1978 *apud* Almouloud, 2010, p.33)

Dentro do processo de institucionalização proposta por Brousseau (1986 *apud* Barbosa, 2016), esta deve ser feita no tempo exato, pois muito cedo pode interromper a construção do significado, o que pode impedir a aprendizagem adequada e isso leva à dificuldade, tanto para os professores quanto para os alunos.

Por meio da Teoria das Situações Didáticas (TSD), procuramos realizar uma análise mais aprofundada da forma como o processo de aprendizagem ocorre em crianças, indo além de uma perspectiva puramente cognitiva, como proposta nos estudos de Piaget. Brousseau (1986), por sua vez, comprometeu-se em observar como as características específicas da aprendizagem de cada conceito matemático se consolidam por meio da estrutura formal e da função lógica intrínsecas ao processo de aprendizagem da matemática.

Existem algumas teorias desenvolvidas por Brousseau das quais podemos destacar: a situação didática; a situação adidática, contrato didático, devolução e milieu (antagonismo aliado). Segundo Gálvez (1996, *apud* Pommer 2016), as teorias de Brousseau consistem no estudo da integração das dimensões epistemológicas, cognitivas e sociais no campo da Educação Matemática, permitindo compreender as interações sociais que ocorrem na sala de aula entre os alunos e professores, as condições e a forma que o conhecimento matemático pode ser aprendido, que permite reproduzir e otimizar processos de aquisição de conhecimento matemático escolar.

Segundo Pommer (2016), Brousseau propôs o processo de modelagem da teoria das situações didáticas por meio do sistema conhecido como "triângulo didático", que envolve a relação entre o Professor, o Aluno e o Saber. Nessa abordagem, destaca-se que o papel do professor é fundamental, uma vez que é ele quem inicia o aluno no novo conhecimento científico e possibilita a criação de situações de ensino adequadas.

Segundo Brousseau (1986, *apud* Pommer, 2016), os alunos devem ser apresentados ao conhecimento de forma contextualizada e personalizada, num movimento de vivência do saber pelo aluno. Esse conhecimento precisa ser contextualizado e descontextualizado de forma que os alunos possam produzir seus próprios conhecimentos.

Dentro da Teoria das Situações Didáticas, destaca-se a importância de o aluno desenvolver um papel ativo em seu processo de aprendizagem. Segundo esta teoria, as situações de aprendizagem surgem quando os alunos são desafiados a responder a questões sobre os conhecimentos apresentados pelos professores e, diante desses questionamentos, buscando formular suas próprias teorias. Desta forma, o conhecimento é consolidado para que possa ser posteriormente recuperado. Brousseau (1986) ressalta também a importância de um ambiente físico adequado para que o aluno possa se apropriar do objeto matemático em questão.

A teoria das Situações Didáticas de acordo com Nunes e Nunes (2019) consiste em um modelo para fazer a análise do processo de ensino e aprendizagem, e também pode ser utilizado para desenvolver o processo de construção de Sequências Didáticas que serão desenvolvidas no próximo tópico desse trabalho.

2.2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As sequências didáticas têm sido amplamente difundidas no processo de ensino das disciplinas que compõem o currículo escolar. Elas se tornaram uma ferramenta crucial de ensino, permitindo que os professores estruturem os conteúdos matemáticos de forma a auxiliar os alunos na construção sistemática e contínua do aprendizado. Além disso, as sequências didáticas possibilitam que os alunos consolidem seus conhecimentos, tornando-os aplicáveis em diferentes contextos ao longo de suas vidas. Isso contribui para que a construção do saber seja percebida de maneira positiva pelos alunos, facilitando sua assimilação de forma eficaz.

Segundo Nunes e Nunes (2019), a sequência didática vem ganhando destaque entre pesquisadores de pós-graduação e professores da educação básica. No processo de construção de uma sequência didática, alguns questionamentos são levantados, dos quais podemos destacar: Qual tempo necessário para a construção de uma sequência didática? Ela deve seguir uma ordem linear? Qual a frequência de uso? E o principal questionamento: Como construir a sequência de forma articulada?

Conforme os autores acima, responder a esses questionamentos é extremante relativo, pois depende de vários fatores, tais como: conhecimento prévio dos alunos, os objetivos do professor, o cronograma escolar, entre outras situações que podem impactar na construção da sequência didática. Tomando como base essas variáveis e outras inseridas na complexa relação de ensino e aprendizagem, constatamos que em geral a Sequência Didática pode ser planejada para ser desenvolvida em uma ou mais aulas, assim como podem ter um alcance bem maior, como um projeto, por exemplo. Um ponto que pode gerar divergências no processo de construção de uma sequência didática, segundo Nunes e Nunes (2019), refere-se a sua suposta linearidade, mas que na verdade trata-se de um processo que apresenta repetição e interação. Logo, chegamos à conclusão de que existem várias teorias que podem servir de base para a construção de uma sequência didática.

Entre as teorias disponíveis para aprofundamentos e que servem como base teórica para a construção de uma Sequência Didática, podemos citar a Teoria do Antropológico do Didático (TAD), que tem como referência Chevallard, Bosh e Gacón

(2001). Essa teoria consiste em instituir um processo de estudo em sala de aula de matemática a partir de momentos didáticos: primeiro encontro; exploração do tipo de tarefa; constituição do ambiente tecnológico e teórico relativo às técnicas; trabalho com as técnicas; institucionalização e avaliação. Tais modelos apresentam fases que podem ser concomitantes e até mesmo ocorrer fora da ordem descrita no modelo.

A sequência didática, conforme discutida por Nunes e Nunes (2019), teve sua origem na década de 1980, com a escola francesa, que a utilizou em suas unidades de trabalho. No Brasil, segundo Costa e Gonçalves (2022), as sequências didáticas têm sido desenvolvidas em diversas áreas, incluindo Educação, Educação Matemática, linguística, entre outras. No contexto da educação, essas sequências são extremamente empregadas em Pedagogia, Didática e prática de ensino. No campo da educação matemática, a influência da escola francesa é evidente por meio das teorias da Didática Francesa, especialmente enfocando a Teoria das Situações Didáticas neste trabalho.

Segundo Nunes e Nunes (2019) “a sequência didática é uma unidade de trabalho durante a qual os alunos devem colocar em prática suas competências assimiladas e consolidadas anteriormente e não perfeitamente estabilizadas e primordialmente para a aquisição de novas competências”. Segundo os referidos autores, as sequências didáticas organizam as disciplinas sobre um conjunto de atividades que visam fazer com que o aluno adquira certos números de saber-fazer e de saberes claramente identificados, e previamente definidos, tendo como base os conhecimentos prévios dos discentes. Além disso, deve-se seguir um princípio de ordenação e finalidades, com objetivos precisos, planejados em um tempo suficiente para que os aprendizes realizem em uma ou mais aulas, ou semanas, ou semestres.

A sequência didática deve possibilitar que os alunos adquiram novas habilidades e, para aqueles que já as possuem, o objetivo das sequências é fortalecer as habilidades em questão. Uma questão primordial desse dispositivo didático é seu potencial para a efetivação de avaliação formativa, visto que é possível acompanhar a progressão do aluno de forma confiável em termos de competências e habilidades. Com base nos modelos da teoria das situações didáticas, seus recortes se fundamentam nas seguintes fases: ação; formulação; validação e institucionalização.

Conforme Nunes e Nunes (2019), a sequência didática não pode ser utilizada de forma estanque, como uma receita de bolo, e sim levando em consideração todas as variáveis que um trabalho pedagógico traz dentro de sua aplicação. Os autores destacam a importância do processo de adaptação para que cada sequência seja desenvolvida, permitindo que as atividades sejam selecionadas de acordo com a realidade e vivência dos estudantes para os quais a sequência será aplicada.

Existem várias formas de produzir uma sequência didática, como destacado por Nunes e Nunes (2019) em seu texto. Os autores ressaltam que elas podem ser construídas a partir das seguintes propostas: a exploração de uma situação, a busca pela aquisição de um conhecimento, a busca pelo domínio de um método, bem como a superação de um obstáculo. Ainda de acordo com os referidos autores, a teoria das Situações Didáticas, que será o foco deste trabalho, se encaixa na construção da sequência que se preocupa com a superação de obstáculos, que consiste em seguir os tempos dominantes denominados de ação, formulação, validação e institucionalização, que são as fases de construção de uma sequência didática sob a luz da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986).

Pereira (2017) buscou escrever sobre as diversas sequências didáticas desenvolvidas e como elas impactaram no processo de aprendizagem dos alunos. Para Freitas e Viana (2014, *apud* Pereira 2017), a sequência didática consegue despertar o interesse dos alunos, tornando-os mais instigados a aprender sobre o objeto matemático proposto, que é a semelhança de triângulos. Mesmo não podendo afirmar que a aprendizagem seja significativa, o simples interesse dos alunos já demonstra que o conjunto de atividades gera a aprendizagem dos educandos que participam da pesquisa.

Segundo os autores supracitados, existem vários modelos teóricos que podem ser utilizados para o processo de construção de uma sequência didática, entre os quais podemos citar: a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986, 1996), a Dialética ferramenta-objeto de Regine Douady (1984), o registro de representação semiótica de Raymon Deval (2003), a teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard (1998, 2009) e a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996). No presente trabalho, o foco para o processo de construção da sequência didática vai ter um enfoque na teoria das situações didáticas de Brousseau e nas Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual de Cabral (2019), que serão desenvolvidas a seguir.

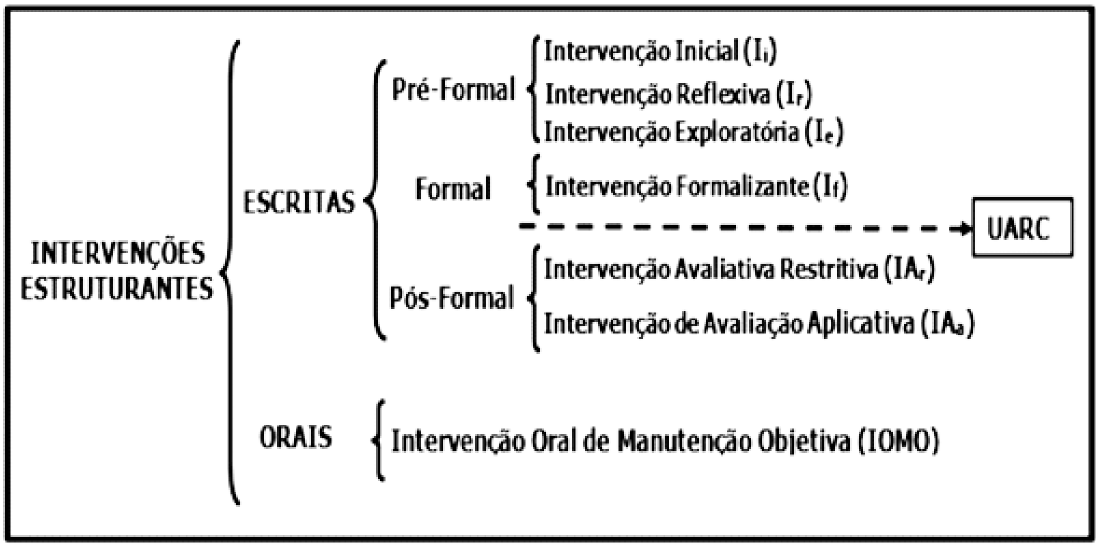
2.3. UNIDADE ARTICULADA DE RECONSTRUÇÃO CONCEITUAL

Como já citado, as sequências didáticas passaram a ser muito estudadas por professores e estudantes de pós-graduação no Brasil a partir da influência da Didática Francesa. Sua utilização se dá em diversas áreas do conhecimento e várias teorias foram desenvolvidas para o processo de construção de sequências didáticas, entre elas a de Zabala (1998); Dolz, Noverraz e Schuneuwly (2011), Fedathi; Sequências Didáticas Interativas formuladas por Oliveira (2013) e sequências didáticas via Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC), de Cabral (2017).

O presente trabalho fará um estudo sobre as sequências didáticas via UARC, no qual buscaremos desenvolver os modelos propostos por Cabral (2017) e toda a teoria que embasa a construção da sequência didática via UARC. De acordo com Nunes e Nunes (2022), Cabral (2017) propõe um modelo estruturante para a elaboração de sequências didáticas voltadas para o ensino de matemática. Para o desenvolvimento deste nosso modelo, serão tomados por base três elementos: pressupostos da Psicologia Histórico-cultural de Vygotsky, mais especificamente o conceito de zona de desenvolvimento proximal; noções de análises microgenética e a experiência profissional como professora de Matemática da Educação Básica.

Conforme Nunes e Nunes (2022); Pereira (2017) e Silva (*et al* 2022), as teorias que formam as UARC são desenvolvidas por meio de intervenções estruturantes, conforme podemos visualizar na Figura 1 abaixo:

Figura 1 – Estrutura da UARC



Fonte: Cabral (2017).

De acordo com Cabral (2107, *apud* Costa e Gonçalves 2022), com o objetivo de ensinar conteúdos matemáticos escolares na Educação Básica, foi desenvolvida uma estrutura de Sequência Didática denominada de Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC), que tem categorias intituladas Intervenções Estruturantes, criadas especificamente para o processo de reconstrução de conceitos durante as aulas de matemática.

As Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual são compostas pelas seguintes interações: Intervenções Estruturantes, Reflexivas e Exploratórias, que culminam nas Intervenções Estruturantes Formalizantes. E cada etapa proposta pela UARC permite levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos, bem como busca fazer com que o aluno possa desenvolver o seu conhecimento de forma plena e organizada, e que esse conhecimento possa ser resgatado posteriormente, e ser utilizado de forma prática.

As Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC), de acordo com Cabral (2017), descrevem esses elementos em seis “categorias estruturantes”, que vêm materializar o texto de uma sequência didática. As categorias são: Intervenção Inicial (I_I), Intervenção Reflexiva (I_r), Intervenção Exploratória (I_e), Intervenção Formalizante (I_f), Intervenção Avaliativa Restritiva (IA_r) e Intervenção Avaliativa aplicativa (IA_a). Posteriormente, Cabral (*et all* 2020) apresenta ponderações sobre as categorias voltadas ao ensino de matemática, onde argumenta que:

> A Intervenção Inicial é a primeira peça do jogo de ideias na esfera do discurso didático-dialógico que serve de aporte para que o professor estimule o aluno a perceber de maneira empírico-intuitiva as regularidades funcionais de um conceito. Corresponde, em outras palavras, ao primeiro elemento de um jogo discursivo dirigido pelo professor com a intenção definida de estimular os aprendizes à percepção de alguma verdade do pensamento matemático e que, associada com outras percepções articuladas a essa primeira, pode exercer um papel facilitador na reconstrução conceitual definida. (Cabral *et al*, 2020, p. 34195)

Para Costa e Gonçalves (2022, p. 376), uma UARC “se caracteriza como uma estrutura repleta de perguntas cujo objetivo é levar os estudantes a refletirem sobre o que estão realizando durante a construção do objeto de aprendizagem em questão”.

Percebemos nesse primeiro processo de intervenção da UARC (Cabral, 2017) a necessidade de uma interação de diálogos entre o professor e o aluno, com a possibilidade de estimular os aprendizes à percepção de algumas verdades do pensamento matemático, permitindo ao professor, além de tudo, exercer o papel de facilitador no processo de reconstrução conceitual pretendida.

No segundo momento da abordagem UARC proposta por Cabral (2017), denominada de Intervenção Reflexiva, o papel do professor é crucial. É responsabilidade do professor estimular a reflexão dos alunos por meio de perguntas que os levem a perceber diversos aspectos relacionados ao objeto matemático em construção. Nesse momento, o discente deve fazer o levantamento de hipóteses, conjecturas, verificar possibilidades e estabelecer consequências que possam permitir a ele uma melhor assimilação dos conhecimentos produzidos.

No terceiro momento, denominado de Intervenção Exploratória, os alunos iniciam o preenchimento de tabelas, buscando estabelecer redes e identificar regularidades dentro do objeto matemático. Neste estágio, ocorre a interação entre alunos e professores, cabendo a este último orientar os alunos na assimilação das regularidades pelos objetos matemáticos. De acordo com Cabral (2017), este momento é estimulante, pois a interação entre professores e alunos é altamente estruturante e pré-formativa.

O quarto momento da UARC (Cabral, 2017) é composto pela Intervenção Formalizante, no qual o papel do professor é fazer o processo de formalização dos conhecimentos que acabaram por ser desenvolvidos pelos alunos ao longo das etapas anteriores da UARC. É o momento em que os alunos são levados a consolidar uma linguagem formal própria da matemática. Essa etapa é uma consequência das Intervenções Reflexivas e Intervenções Exploratórias. Nesse momento ocorre o processo de fechamento de conceitos e a finalização de um ciclo de aprendizagem do objeto de ensino.

No quinto momento, também conhecido como etapa pós-formal, conforme podemos visualizar nos autores supracitados, ocorre a Intervenção Avaliativa Restritiva e a Intervenção de Avaliação Aplicativa. Nesse momento, o docente deve desenvolver uma atividade com o objetivo de conferir o processo de aprendizagem do discente. De acordo com Cabral *et al* (2017), é a etapa mais importante do processo, pois segundo o referido autor é um momento que, infelizmente, é negligenciado pelo ensino tradicional e deveria ser o tempo em que são estabelecidas as reconstruções conceituais e a verificação para saber se o processo de ensino do objeto matemático proposto foi bem assimilado.

O último momento, proposto por Cabral (2017), é a Intervenção Oral de Manutenção Objetiva (IOMO), que permite que o professor possa estimular os alunos em direção aos objetivos propostos nas sequências didáticas, possibilitando futuras reformulações dos textos das sequências didáticas, de modo a reformular os processos de aprendizagem. E com essa última etapa podemos perceber o processo de aprendizagem, pois os alunos são levados a oralizar sobre o objeto matemático proposto. Nesse momento podemos refletir sobre os resultados obtidos. Dessa forma, podemos resumir a UARC como sendo o método em que:

> O professor, ao acolher as construções dos alunos resultantes do conjunto de todas as intervenções pré-formais e revestir o objeto reconstruído pelos alunos com a linguagem formal, adequada ao nível de ensino, institui a Intervenção formalizante (If) esteada nesse conjunto de intervenções pré-formais. Ao fim dessa intervenção está constituída uma unidade articulada de reconstrução conceitual (UARC), ou seja, uma UARC compreende o conjunto de todas as intervenções pré-formais (Ii, Ie e Ir) e a Intervenção Formalizante (If) correspondente. Além disso, considera que esse conjunto de intervenções escritas até a formalização são transversalizadas pelas manifestações orais do professor, denominada de Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (IOMO), ou seja, intervenções que inevitavelmente ocorrem durante todo o processo e contém o material genético da aprendizagem de objeto ou parte dele. Temos, portanto, uma unidade cognitiva que conta a história de aprendizagem. (Silva, *et al*, 2022, p. 23)

Depois que o processo de aplicação de uma sequência didática e as UARCs que a compõem estejam bem articuladas entre si, é possível que alguns obstáculos possam surgir. Cabral (2017) sugere que problemas conceituais podem ocorrer, e ele destaca a necessidade de propor oficinas para identificar os conhecimentos básicos necessários para o desenvolvimento da UARC, tendo em vista os conceitos básicos do objeto matemático que serão desenvolvidos.

Em resumo, Cabral (2017) destaca três zonas de Tensão Discursivas: Categorias Alfa; Beta e Gama. De acordo com Cabral *et al* (2020), a categoria alfa é a zona inicial onde as primeiras articulações argumentativas são propostas em direção aos objetos de aprendizagem. Por se tratar de um processo de redescoberta conceitual, esse momento é marcado, em geral, por pequenos avanços e frequentes intervenções do professor. O segundo momento denominado pelo autor de Zona Beta, é a Zona Intermediária, em que o professor percebe que certas conquistas de aprendizagens fundamentais estão sendo consolidadas e os alunos já sinalizam atitudes de autonomia diante do processo de aprendizagem. E a última fase, denominada de Zona Gama, consiste na fase em que o professor percebe que o domínio do objeto de conhecimento já se consolidou, e este passa a propor aos aprendizes situações problemáticas mais complexas. Assim,

> Em outros termos, o professor testa a capacidade de resistência do aluno de se manter, diante das provocações do mestre, adotando procedimentos vinculados corretamente aos conceitos aprendidos. Uma das formas de se estabelecer essa dinâmica, por exemplo, sugeri o uso incorreto de uma

> propriedade, de um procedimento algoritmo ou ainda explorar de modo incorreto um conceito, em tese, já consolidado. Após a adoção de alguns desses procedimentos o professor pode, por exemplo, questionar a validade dos resultados obtidos e estimular os alunos a refletirem sobre a coerência do binômio “procedimentos adotados x resultados obtidos. (Cabral, 2017, p. 51)

Com isso, chegamos à conclusão com base nas teorias propostas pela UARC, que as atividades desenvolvidas podem ser complexas, porém são interessantes e pertinentes, pois as atividades desenvolvidas não se preocupam apenas com os resultados da aprendizagem, e sim com todo o processo de ensino, até que se chegue ao objetivo geral da aprendizagem.

Após o estudo da teoria das UARCs, percebemos a importância de estruturar uma sequência didática seguindo o pressuposto destas, pois nelas o professor vai levando o aluno a criar o processo de aprendizagem. Com os processos de intervenções propostos na UARC, o discente vai fazer a construção e reconstrução do seu conhecimento com o auxílio do professor, que a todo momento vai realizar o processo de intervenção, e o estudante vai estruturar o seu aprendizado atual e realizar o processo de ressignificação deste.

2.4. ANÁLISE MICROGENÉTICA

Ao pensar no processo de desenvolvimento da pesquisa e na análise de dados, a análise microgenética, surge como um método para o processo de investigação de sujeitos. Esta,

> De modo geral, trata-se de uma forma de construção de dados que requer a atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos. Frequentemente, dadas as demandas de registro implicadas, essa análise é associada ao uso de gravação de áudio ou imagens, envolvendo o domínio de estratégias para a filmagem e a trabalhosa atividade de transcrição. A análise microgenética pode ser o caminho exclusivo de uma investigação ou articula-se a outros procedimentos para compor, por exemplo, um estudo de caso ou uma pesquisa participante. (Góes, 2000, p. 9 e 10)

Ao realizarmos estudos que buscam fazer uma análise minuciosa de um processo, de modo que suas configurações possam modificar a origem social e as transformações de curso de eventos, realizamos uma análise microgenética baseada nas teorias de Vygotsky.

Vygotsky, que formulou um estudo sobre Psicologia, desenvolveu também uma pesquisa metodológica, cuja principal teoria é baseada na Teoria Histórico-Cultural, que buscou fazer uma análise global do ser humano, através de um estudo de sua dimensão histórica, cultural e de suas relações sociais. E essa pesquisa serve como base para o desenvolvimento de diversas análises que buscam fazer um recorte do processo de aprendizagem dos discentes dentro de uma pesquisa de intencionalidade.

De acordo com Tomio (*et al* 2017), o termo “microgênesis” foi utilizado pela primeira vez por Werner, que, de acordo com a sua concepção, consistia numa pesquisa sociocultural que busca entender o funcionamento mental do ser humano de uma forma mais holística, pois permite contemplá-lo em um contexto mais amplo, uma vez que considera suas relações culturais, históricas e institucionais.

Conforme pesquisas realizadas por Tomio (*et al* 2017), a microgenética ganhou adeptos como método investigativo, na Europa e nos EUA. No Brasil, ganhou uma vertente diferente, pois passou a ser utilizada nas pesquisas de pós-graduação como um método de análise dos dados. Quanto a sua utilização no processo de análise de dados, Goes (2000 *apud* Tomio *et el*, 2017) destaca que o termo micro, ao qual se refere a análise microgenética, busca analisar um espaço de tempo escolhido de acordo com a necessidade e a intencionalidade da pesquisa.

As pesquisas desenvolvidas em diversas áreas vêm buscar na teoria das análises microgenéticas um modelo, pois, de acordo com Góes (2000), essas pesquisas se baseiam em processos interativos que fazem uma análise histórico-cultural do indivíduo, possibilitando que os recortes realizados possam ser produzidos como realidade, permitindo que o pesquisador faça uma análise do comportamento do discente diante das atividades que estão em desenvolvimento. Assim:

> [...] trata-se de um estudo de recortes ou trechos de eventos decorrentes do processo de aplicação das atividades da sequência didática, que passam a ser objeto de análise como microunidades que revelam características e propriedades do todo, em nosso caso, os indícios de aprendizagem. (Silva *et al*, 2022, p. 24)

A análise microgenética, de acordo com Cabral (2019) e Silva (2022), é um método no qual o pesquisador busca fazer uma análise de cada um dos detalhes relatados pelos participantes da pesquisa realizada. Nesta nossa análise, buscamos realizar o registro das atividades através de gravações de áudio e vídeos, possibilitando uma análise criteriosa das atividades desenvolvidas, permitindo uma investigação de aspectos próprios dos diálogos através dos cenários didáticos que propusemos para desenvolver as atividades das Sequências Didáticas propostas.

Góes (2000 *apud* Tomio *et el*, 2017) aponta para a necessidade do processo de transcrição das gravações de áudios dos eventos observados de forma fidedigna, de modo a organizar o contexto textual do episódio escolhido. E só depois, então, passar à segunda etapa da análise microgenética, que consiste em evidenciar os turnos e os episódios que possibilitam compreender cada passo que compõe a forma de análise. Chegamos à conclusão de que a análise microgenética consiste na observação criteriosa das relações que ocorrem entre os envolvidos, de acordo com os episódios, segmentos ou turnos escolhidos para realizar as análises.

Com pesquisas realizadas através de sequências didáticas que apresentam uma intencionalidade e um objetivo de aprendizagem, Cabral (2014 *apud* Cabral *et al* 2019) ressalta que "uma análise dessa natureza demanda intencionalidade, planejamento, tempo, atenção aos pequenos detalhes que ocorrem na relação dialética de construção do conhecimento entre sujeitos e, sobretudo, uma metodologia adequada a tais exigências". Com isso, percebemos a contribuição da análise microgenética no processo de observação da pesquisa que realizamos.

2.5. ANÁLISE DO DISCURSO

A Análise do Discurso surgiu da necessidade de se fazer um estudo sobre "o significado criado e desenvolvido por meio do uso da linguagem e outros modos de comunicação", segundo Mortimer e Scott (2002, p. 283), esse estudo se desenvolveu a partir de um novo foco de investigação chamado de virada discursiva, dentro da Psicologia, com o objetivo de realizar investigações a partir de pontos de vistas de discursos e de outros mecanismos retóricos utilizados para construir significados na educação em ciências. Essa mesma pesquisa está em utilização por diversos ramos da educação, inclusive a educação matemática, que é o foco desta pesquisa.

Como definição de análise de discurso, temos:

> Muitas dessas pesquisas têm adotado, como perspectiva teórica, aquela relacionada à corrente sócio-histórica ou sociocultural. Nessa tradição, o processo de conceitualização é equacionado com a construção de significado (Vygotsky, 1987), o que significa que o foco é no processo de significação. Os significados são vistos como polissêmicos e polifônicos, criados na interação social e então internalizados pelos indivíduos. Além disso, o processo de aprendizagem não é visto como substituição das velhas concepções que o indivíduo já possui antes do processo de ensino, pelos

> novos conceitos científicos, mas como a negociação de novos significados num espaço comunicativo no qual há o encontro entre diferentes perspectivas culturais, num processo de crescimento mútuo. As interações discursivas são consideradas como constituintes do processo de construção dos significados. (Motimer e Scott 2002, p. 284)

Destacamos a importância de se observar a forma como os professores e alunos constroem os significados em sala de aula, sendo necessário saber:

> Como essas interações são produzidas e sobre como os diferentes tipos de discurso podem auxiliar a aprendizagem dos estudantes. Dificilmente alguém discordaria da importância central do discurso de professores e alunos na sala de aula de ciências para a elaboração de novos significados pelos estudantes. No entanto, relativamente pouca atenção tem sido dada a esse aspecto, tanto entre os professores, formadores de professores e investigadores de área. (Motimer e Scott 2002, p. 284)

Ao nos referirmos à análise do discurso, devemos considerar que de acordo com Motimer e Scott (2002), ela surge como uma ferramenta analítica, cujo objetivo é fazer uma análise dos elementos discursados nos resultados, de modo a considerar o uso mais amplo desses elementos, como um instrumento de análise, sendo utilizado também no planejamento das aulas. O foco do presente trabalho é buscar analisar a forma como as interações e os diálogos ocorrem no ambiente da sala de aula.

Quando pensamos em análise do discurso, podemos verificar, de acordo com Mortimer e Scott (2002), que a estrutura analítica deverá ser baseada em cinco aspectos: intenções do professor; conteúdo; abordagem comunicativa; padrões de interação e intervenções do professor. Esses aspectos estão agrupados em três grandes áreas: Foco do Ensino, Abordagens e Ações.

De um modo geral, a intenção do professor é levar o aluno ao processo de aprendizagem sobre um determinado conteúdo, e isso permite fazer uma análise sobre essas intenções e os aspectos da teoria sociocultural e da experiência desse professor como pesquisador de sua própria prática. Essa experiência afeta o discurso em sala de aula e passa por um processo de análise do discurso que toma por base científica a discrição, explicação e generalização. Quando nos referimos à abordagem comunicativa, podemos verificar como elas se apresentam no quadro abaixo:

Quadro 1 - Quadro de classes de abordagens comunicativas

	INTERATIVO	**NÃ0-INTERATIVO**
DIALÓGICO	A: Interativo/Dialógico	C: Não-interativo/ Dialógico
DE AUTORIDADE	B: Interativo/ de autoridade	D: Não-Interativo/ de autoridade

Fonte: Extraído de Mortimer e Scott (2002).

Cada uma das interações acima expostas representa uma forma de conexão comunicativa entre os professores e os alunos, conforme podemos perceber abaixo:

> **a.: Interativo/dialógico:** professor e estudantes exploram ideias, formularam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista.
> **b.: Não-interativo/dialógico:** professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista destacando similaridades e diferenças".
> **c.: Interativo/de autoridade:** professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico.
> **d.: Não-Interativo/de autoridade:** professor apresenta um ponto de vista específico. (Mortimer e Scott, 2002, p. 288)

A maneira como o professor deverá fazer a abordagem comunicativa com os alunos deve permitir uma melhor compreensão do conteúdo que deverá ser apresentado, de forma a permitir que o processo de ensino contribua para uma aprendizagem efetiva dos educandos.

No que se refere a padrões de interações, podemos destacar, de acordo com Mortimer e Scott (2002), as tríades I-R-A (Iniciação do professor, Resposta do Aluno, Avaliação do professor). A partir dessa tríade outras situações podem ser observadas, como as interações do professor, gerando um feedback, de forma que os alunos possam melhorar a sua concepção sobre o assunto. Essas interações podem gerar situações além das tríades anteriormente mencionadas e formular novas interações, tais como I-R-R-P-R-P ou I-R-F-R-F, onde P significa a ação de permitir a sequência de fala do aluno e F significa feedback para que a fala do aluno seja mais bem estruturada.

A última fase do processo de análise do discurso consiste nas intervenções do professor, que podem ser melhor visualizadas no quadro a seguir, baseado em Mortimer e Scott (2002), a partir do esquema de Scoot (1998).

Quadro 2 - Intervenções do professor

<table>
<tr><th>Intervenção do professor</th><th>Foco</th><th>Ação – o professor</th></tr>
<tr><td>1. Dando formas ao significado.</td><td rowspan="2">Explorar as ideias dos estudantes;
Trabalhar os significados no desenvolvimento da estória científica.</td><td>- Introduz um termo novo; parafrasear uma resposta do estudante; mostra a diferença entre dois significados.</td></tr>
<tr><td>2. Selecionando significados.</td><td>Considera a resposta do estudante na sua fala; ignora a resposta de um estudante.</td></tr>
</table>

3. Marcando significados chaves.		- Repete o enunciado; pede aos estudantes que repitam um enunciado; estabelece uma sequência I-R-A com um estudante para confirmar uma ideia; usa um tom de voz particular para realçar certas partes do enunciado.
4. Compartilhando significados.	Tornar os significados disponíveis para todos os estudantes da classe.	- Repete a ideia de um estudante para toda a classe; pede a um estudante que repita um enunciado para a classe; compartilha resultados dos diferentes grupos com toda a classe; pede aos estudantes que organizem suas ideias ou dados de experimentos para relatarem para toda a classe.
5. Checando o entendimento dos estudantes.	Verificar que significados os estudantes estão atribuindo em situações específicas.	- Pede a um estudante que explique melhor sua ideia; solicita ao estudante que escreva suas explicações; verifica se há consenso de classe sobre determinados significados.
6. Revendo o progresso da estória científica.	Recapitular e antecipar significados.	- Sintetizar os resultados de um experimento particular; recapitular as atividades de uma aula anterior; revê o progresso no desenvolvimento da estória científica até então.

Fonte: Mortimer e Scott (2002).

A análise do discurso aplicada à pesquisa em ensino de matemática é uma abordagem que busca compreender como os discursos matemáticos são produzidos, circulam e afetam os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. A análise do discurso pode se basear em diferentes perspectivas teóricas, como a foucaultiana, a bakhtiniana, a enunciativa, a sociocultural, entre outras. Cada uma delas têm suas próprias concepções de discurso, sujeito, linguagem e sentido. A análise do discurso pode contribuir para a pesquisa em ensino de matemática ao:

- Revelar as relações de poder, saber e verdade que estão presentes nos discursos matemáticos e que influenciam as práticas pedagógicas, as identidades e as subjetividades dos professores e dos alunos.
- Desnaturalizar e problematizar os discursos matemáticos que são considerados neutros, universais e objetivos, mostrando sua historicidade, sua ideologia e sua heterogeneidade.
- Analisar como os discursos matemáticos são construídos, negociados e transformados nas interações sociais, considerando os contextos culturais, políticos e institucionais em que ocorrem.
- Explorar as possibilidades de resistência, contestação e criação de novos discursos matemáticos que possam promover uma educação matemática mais crítica, democrática e emancipatória.

3. SOBRE O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

A geometria é uma das grandes áreas da matemática e precisa ser desenvolvida com os alunos ao longo da educação básica de forma que seja dado um suporte para conhecimentos e habilidades do dia a dia dos estudantes. Porém, as avaliações de larga escala mostram que a geometria sofreu um processo de abandono em nosso país. Percebemos esse fato ao analisar dados sobre o ensino de matemática divulgados em 2022, sobre a prova do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), onde constatou-se que apenas 5% dos alunos que concluem o ensino básico no Brasil têm conhecimentos adequados em matemática. E ao avaliarmos o que é observado nessas provas de larga escala, percebemos que a geometria acaba por puxar o resultado para baixo, pois os alunos não estão aprendendo sobre essa área que é de extrema importância para o desenvolvimento matemático deles.

Diante do exposto, percebemos a importância de buscar formas e estratégias diferenciadas que possam colaborar para a melhoria do ensino de geometria, e que possam fazer o aluno perceber que o conteúdo de geometria apresenta aplicações práticas, que auxiliaram e continuam a auxiliar o processo de evolução dos seres humanos ao longo da história. Com isso, o presente trabalho busca desenvolver uma forma diferente de ensinar geometria, uma maneira que possa possibilitar aos estudantes, através de utilização de materiais manipuláveis, a construção do seu conhecimento sobre semelhança de triângulo. Sobre esse objeto matemático, iremos desenvolver o próximo tópico desse trabalho.

3.1. SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

Sob a lente dos documentos oficiais, observou-se a importância da geometria e seu ensino. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1997) ressaltam que os alunos apresentam um interesse natural pelos conteúdos geométricos em decorrência destes conhecimentos estimularem a observação, percepção e identificação de semelhanças, diferenças e regularidades de formas e medidas, além do campo geometria ser um campo fértil para o desenvolvimento de situações-problema a partir da exploração dos objetos do cotidiano, a exemplo das obras de arte, pinturas e desenhos, esculturas e artesanato.

Com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017), que estabelece os conhecimentos, competências e habilidades essenciais que todos os estudantes brasileiros devem adquirir ao longo da Educação Básica, foi destacada a importância desse objeto matemático e de como ele pode colaborar para o desenvolvimento dos alunos, indicado para ser abordado no último ano do ensino fundamental. A BNCC (2017) observa a importância de que o referido assunto seja trabalhado de forma diferenciada e que os alunos possam manipular réguas, esquadros e materiais que possam levá-los a desenvolver os conceitos matemáticos que serão abordados e não apenas conhecerem os conteúdos de forma pronta e acabada.

Na BNCC, os códigos que fazem referência ao objeto matemático semelhança de triângulo é EF09MA12-A – Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes e EF09MA12 - B – Reconhecer triângulos semelhantes em situações de ampliação, congruências e redução, e as relações que existem entre seus perímetros e suas áreas.

A semelhança de triângulos é um conteúdo de extrema importância para o processo de aprendizagem dos alunos, que podem utilizar esses conhecimentos para práticas do dia-a-dia, bem como para a realização de provas e seleções, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), onde temos a competência de área 2, que solicita que os discentes possam utilizar conhecimentos geométricos para realizar leitura e representação da realidade e agir sobre ela.

Além do Exame Nacional do Ensino Médio, temos também como avaliação dos nossos estudantes as chamadas avaliações externas a nível nacional e regional. A nível nacional temos a prova do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), a qual consiste na avaliação dos alunos que concluem as etapas do Ensino Básico. Isto é, os discentes fazem uma prova objetiva que tem a função de avaliar os conhecimentos referentes à Português e Matemática, quando concluem o 5º Ano e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio.

Os alunos são avaliados para que possam ser medidos os conhecimentos adquiridos das referidas disciplinas ao longo da Educação Básica. Um dos descritores solicitados para saber se os estudantes têm conhecimento matemático refere-se ao *espaço* e *forma* (descritor 7), que faz referência à construção de figuras por transformações homotéticas. Saber identificar as semelhanças entre essas figuras (inclusive semelhança de triângulos) aparece como destaque entre os conhecimentos que os alunos devem adquirir ao longo do seu processo de aprendizagem na educação básica. Infelizmente, os resultados dessas avaliações externas têm mostrado dados alarmantes no que tange ao processo de aprendizagem da matemática, conforme já citado anteriormente.

A nível regional, temos a prova do SISPAE (Sistema Paraense de Avaliação Educacional), que segue os moldes do SAEB e busca seguir a mesma matriz de referência referente aos conteúdos de Português e Matemática. O SISPAE busca avaliar os estudantes a nível regional e busca desenvolver uma preparação para as avaliações externas a nível nacional, uma vez que os estudantes avaliados são aqueles das séries avaliadas pelo SAEB, e essas provas normalmente são realizadas nos anos pares, enquanto a prova do SAEB é realizada nos anos ímpares. Os dados divulgados em 2014 mostram que o desempenho dos estudantes no que se refere à aprendizagem de matemática ainda está muito insatisfatório, apenas 15% dos estudantes avaliados pelo SAEB apresentam conhecimentos adequados para o ensino de matemática.

Diante do exposto, faz-se necessário que no processo de ensino de semelhança de triângulos os educadores adotem estratégias que promovam a interação ativa dos estudantes com os conceitos e propriedades envolvidos. Dessa forma, os documentos oficiais abordam que os professores devem:

I. Utilizar materiais manipulativos: o uso de materiais como régua, compasso e dobraduras podem auxiliar os estudantes a visualizarem e explorarem as propriedades de figuras semelhantes;
II. Atividades práticas: propor situações-problemas e desafios que exija a aplicação dos conceitos de semelhança de triângulos, permitindo aos alunos desenvolverem suas habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas;
III. Uso de tecnologias: recursos digitais, como software de geometria dinâmica.

Verificamos então a necessidade de abordar o ensino de semelhança de triângulos através de uma abordagem diferenciada, de forma que a aprendizagem do aluno possa ser efetiva, e que ele esteja preparado para desenvolver da melhor forma possível o conhecimento adquirido, seja através das avaliações externas, através da avaliação para o ingresso no Ensino Superior através do ENEM, bem como a utilização do conhecimento matemático para a resolução de problemas que possam afetar a vida ou o dia a dia desses estudantes.

3.2. REVISÃO DA LITERATURA NO ENSINO DE GEOMETRIA

As pesquisas de Lorenzato (1995), Pavanello (1993), Pais e Freitas (1999), Silva (2013), Filho e Souza (2013), Almouloud e Manrique (2004) e Ferreira (2013), apontam que o ensino de geometria apresenta problemas, muito provavelmente em razão da predominância de um ensino tradicional passivo e de baixa interatividade, isto é, um ensino caracterizado pela reprodução do conhecimento de forma axiomática, inflexível e com pouca, ou nenhuma, relação com as demais disciplinas curriculares, tampouco com o cotidiano.

Além disso, esses autores evidenciam que o livro didático figura como o principal recurso metodológico utilizado por professores em sala de aula, fato que pode indicar a necessidade do desenvolvimento de propostas metodológicas voltadas ao ensino de geometria e que possam propiciar ambientes favoráveis ao seu ensino e, consequentemente, à aprendizagem.

Ao realizar um estudo sobre o ensino de geometria, Pereira (2017) concluiu que o referido assunto é pouco trabalhado com os alunos. Os autores Lorenzato (1995), Pavanello (1993), Silva (2013), Filho e Silva (2013), Almouloud e Manrique (2000), Ferreira (2013) e Crescenti (2005 *apud* Pereira 2017) pontuaram que de acordo com as várias mudanças que ocorreram com o Movimento da Matemática Moderna e com a promulgação da Lei 56992/71, que permitia ao professor montar o cronograma de suas aulas matemáticas de acordo com as necessidades dos clientes, o que na verdade aconteceu foi que as escolhas acabaram sendo feitas a partir do conhecimento que o professor tinha mais facilidade, fazendo com que houvesse um processo de ênfase no ensino da álgebra, colocando a geometria em segundo plano.

Podemos destacar também que após a inserção do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), os conteúdos passaram a ser escolhidos seguindo os livros didáticos, por ser esse um dos poucos recursos que os professores da educação básica das escolas públicas tinham e têm disponível para estar trabalhando com os alunos. Segundo Pereira (2017), após ser feito um estudo sobre os livros didáticos, chegou-se à conclusão de que os autores desses livros, até 1998, antes da promulgação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), deixavam o conteúdo de geometria para os últimos capítulos dos livros, fazendo, assim, com que os conteúdos não fossem desenvolvidos com os alunos. Ou, no momento em que o professor chegava ao conteúdo de geometria, este já estava quase no final do ano e o mesmo era trabalhado de forma muito rápida, impossibilitando os discentes de uma aprendizagem significativa dos mesmos. Ademais,

> Observa-se nas pesquisas supracitadas que o ensino de geometria ainda transcorre na sua maioria de maneira tradicional, onde o livro didático ainda figura como uma das únicas ou a única ferramenta metodológica utilizada pelos professores durante as aulas de matemática. Por esse motivo buscamos também estudos que analisaram livros didáticos na perspectiva de identificar quais as dificuldades o uso exclusivo do livro didático pode trazer para o ensino de matemática. (Pereira, 2017, p. 41)

Um ponto que podemos destacar da formação inicial do professor é que o próprio pode não ter tido uma boa base do conteúdo de matemática, pois as próprias instituições de nível superior aderiram ao movimento da Matemática Moderna citado anteriormente, gerando uma formação com destaque para o ensino de álgebra, sendo o conteúdo de geometria visto apenas na formação inicial do professor, o que contribuiu para essa falta de interesse dos docentes em trabalhar os conteúdos de geometria de forma efetiva com os discentes.

3.2.1. Revisão da literatura no ensino de semelhança de triângulos

Ao realizar o processo de levantamento bibliográfico para realizar a revisão de literatura no que se refere ao ensino de semelhança de triângulos, buscamos realizar uma pesquisa nas plataformas digitais Google acadêmico; Scielo; bibliotecas digitais das universidades públicas, entre outras. Ao realizar as primeiras pesquisas sem fazer um filtro referente à data, chegamos a encontrar 13.200 resultados em uma das plataformas digitais acima citadas. Ao realizar o filtro para os últimos 5 anos, a quantidade de trabalhos reduziu pela metade, com a apresentação de 7.100 trabalhos acadêmicos. Em primeiro momento, fizemos a pesquisa com os seguintes temas: o ensino de semelhança de triângulos através de uma sequência didática. Em um segundo momento, acrescentou-se ao tema materiais manipuláveis, de forma a restringir ainda mais a pesquisa e buscar adequá-la ao tema desse trabalho. Nesse momento, o número de trabalhos reduziu para 1.260, entre artigos, teses e dissertações.

Com o objetivo de selecionar os trabalhos que melhor se adequariam à pesquisa desenvolvida, buscou-se os trabalhos que fazem referências à metodologia das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual e que fazem referência a Cabral (2017), bem como trabalhos que apresentam o mesmo objeto matemático da referida pesquisa, com a intenção de observar quais as tendências de educação matemática estão em destaque nos trabalhos observados, de modo que possamos alinhar a pesquisa às teorias anteriormente definidas. Nesse sentido, foram selecionados os seguintes trabalhos que serão a base teórica para a discussão da presente pesquisa:

Quadro 3 - Sínteses das pesquisas escolhidas para estudo

Natureza do Trabalho	Autor(es)	Título	Ano	Instituições
Dissertação	Marcos Fabrício Ferreira Pereira	Uma sequência didática para o ensino de semelhança de figuras planas	2017	Universidade do Estado do Pará – UEPA.
Dissertação	Edson Soares Filho	Homotetia e Semelhança de Triângulos: Uma Proposta de Ensino Utilizando Materiais Concretos e Manipuláveis	2018	Universidade Federal do Amazonas – UFAM.
Dissertação	Clara Alice Ferreira Cabral	Uma sequência de atividades com enfoque em representações dinâmicas para o desenvolvimento de conhecimentos de semelhança de triângulos	2019	Universidade Federal do Pará – UFPA .
Dissertação	Viviane Nogueira Ponciano Sant'anna	Formação de professores e Tecnologias: Uma discussão sobre semelhança de triângulos	2020	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC São Paulo.
Dissertação	Cristiano de Souza Brito	Licenciandos e professores de matemática interagindo no VMTcG em atividades de semelhança de triângulos	2022	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ).

Fonte: Elaborada pela autora (2023).

3.2.1.1. Sobre a dissertação de Pereira (2017)

A dissertação de Pereira (2017), intitulada “Uma sequência Didática para o ensino de semelhança de figuras planas”, apresentada junto ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), é um trabalho relevante no campo da Educação Matemática, pois aborda uma estratégia para o ensino do objeto matemático semelhança de figuras planas. O autor buscou desenvolver uma sequência didática com base nas Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) de Cabral (2016), bem como utilizou os seguintes autores para a base teórica de seu trabalho: Zabala (2014) e Oliveira (2013).

A dissertação inicia-se com uma introdução bem fundamentada, com a intervenção do autor ao realizar o processo de contextualização da importância do ensino de semelhança de figuras planas no currículo escolar, buscando observar os desafios enfrentados pelos alunos na compreensão dos conceitos, bem como dos professores para realizar o processo de ensino de geometria em virtude do processo de algebrização do ensino de matemática, o que acaba por prejudicar o processo de ensino de geometria.

O autor buscou fazer uma revisão teórica com base nos seguintes conceitos: Sequências Didáticas, Teoria Histórico-cultural, Abordagem Microgenética, Teoria das Situações Didáticas e a Engenharia Didática, com o objetivo de descrever e embasar as teorias nas quais o trabalho foi desenvolvido. No que se refere ao objeto matemático, o autor buscou discutir os principais conceitos que envolvem a semelhança de figuras planas, as quais podemos citar: razão de semelhança, proporcionalidade e polígonos semelhantes.

A partir da fundamentação teórica, o Pereira (2017) apresenta a origem da sequência didática e a sua importância para o desenvolvimento da pesquisa que o autor desenvolveu. Como um braço do desenvolvimento da sequência Didática, o autor usou como base a teoria de Cabral (2017), que foi denominada de UARC, descrevendo todas as fases da Metodologia da UARC (Intervenção Inicial, Intervenção reflexiva, Intervenção Exploratória, Intervenção formalizante, Intervenção Avaliativa restritiva e Intervenção Avaliativa Aplicada).

A partir da análise das fases da UARCs, Pereira (2017) desenvolveu a sequência didática que posteriormente foi aplicada aos alunos do 9º ano do Ensino

Fundamental, de uma escola localizada no Município de Vigia, interior do Estado do Pará. No total, a pesquisa foi desenvolvida com 40 alunos. A aplicação da Sequência Didática ocorreu durante 7 encontros de 45 minutos cada. A escola foi escolhida por ser de fácil acesso e possibilitar uma maior interação entre o autor da pesquisa e os discentes que fizeram parte da pesquisa.

As atividades propostas são bem estruturadas e organizadas de forma a promover a participação ativa dos alunos, e o professor participa ativamente da aplicação da sequência didática através de orientações e incentivos verbais, de forma a promover a participação ativa dos alunos e propiciar o processo de investigação e discussão em grupo sobre os conceitos abordados. Pereira (2017) se utiliza de recurso visuais, como desenhos e modelos geométricos para que o processo de aprendizagem pudesse ocorrer de forma efetiva.

Para desenvolver o processo de validação da sequência didática apresentada, os instrumentos de avaliação sugeridos vão além da tradicional prova escrita. O autor buscou valorizar a participação dos alunos nas atividades propostas, e como esse aluno conseguia desenvolver o raciocínio para responder às questões propostas, que podem ser utilizadas também em situações problemas que o aluno possa vivenciar em seu dia a dia.

O trabalho apresenta uma abordagem inovadora e fundamentada teoricamente para o ensino de semelhança de figuras planas, proporcionando aos professores uma sequência didática completa e estruturada. O autor demonstra um bom domínio do assunto, com desenvolvimento de exemplos concretos, o que leva os discentes à reflexão sobre as dificuldades enfrentadas e as possíveis estratégias para superar as referidas dificuldades.

Um ponto interessante proposto pelo pesquisador foi a reaplicação da sequência didática apresentada para um grupo diferente do público alvo ao qual a referida sequência didática foi aplicada, o que geraria resultados diferentes e poderia fomentar novas pesquisas, novos resultados que pudessem estar retroalimentando o processo de pesquisa acadêmica.

Em suma, a dissertação “Uma sequência didática para o ensino de semelhança de figuras planas” é uma contribuição valiosa para a área da educação matemática. Ela apresenta uma proposta bem fundamentada e estruturada, que pode auxiliar professores no ensino desse importante conceito geométrico, tornando esse conhecimento mais acessível e mais significativo para os alunos, permitindo que novos pesquisadores possam utilizá-la como base para nova pesquisas.

3.2.1.2. Sobre a dissertação de Filho (2018)

A dissertação "Usos/significados de materiais manipuláveis (régua e transferidor) e do software GeoGebra como formas alternativas de ensinar semelhanças de triângulos a estudantes do 9º ano de uma escola pública de Rio Branco" aborda o uso de recursos pedagógicos alternativos, como materiais manipuláveis e o software GeoGebra, no ensino do conceito de semelhanças de triângulos. O autor investiga o impacto dessas ferramentas no processo de aprendizagem de estudantes do 9º ano em uma escola pública de Rio Branco/Acre.

O estudo inicia-se com uma contextualização sólida sobre a importância do ensino de semelhanças de triângulos, destacando os desafios enfrentados pelos estudantes nessa etapa da aprendizagem matemática. O autor buscou fazer a revisão da literatura existente sobre o uso de materiais manipuláveis e do software GeoGebra como recursos didáticos no ensino de geometria.

As atividades foram projetadas para incentivar os estudantes a explorarem as propriedades do Teorema de Tales e dos triângulos, de forma prática e visual. Assim, os alunos foram levados a compreender os conceitos de proporcionalidade e de semelhança de triângulos. Filho (2018) estava como expectador das atividades, com o objetivo de perceber como estas seriam desenvolvidas pelos alunos.

A partir da observação que foi realizada durante a aplicação de atividades que envolvem a semelhança de triângulos, o autor desenvolveu uma sequência didática que consiste na utilização de materiais manipuláveis, como régua e transferidor, bem como o software GeoGebra. As atividades foram projetadas para incentivar os estudantes a explorarem as propriedades dos triângulos de forma prática e visual, facilitando aos alunos a compreensão dos conceitos de semelhança de triângulos.

Os resultados da pesquisa mostraram que o uso dos materiais manipuláveis e do software GeoGebra teve um impacto positivo na aprendizagem dos estudantes. Eles demostraram maior engajamento e participação ativa nas atividades, relatando uma compreensão mais clara e significativa do conceito de semelhanças de triângulos. Uma observação que Filho (2018) destacou após a aplicação das atividades, foi a participação ativa dos 40 alunos que foram alvo da pesquisa, pois como a atividade foi desenvolvida individualmente e houve um grande interesse dos alunos nas atividades, surgiram 40 valores diferentes que puderam ser compartilhados através de conversas entre os grupos, o que possibilitou uma interação entre os alunos que fizeram parte da pesquisa.

Filho (2018) discutiu as percepções dos estudantes em relação ao uso de recursos didáticos. Eles relataram que os materiais manipuláveis facilitaram a visualização das propriedades geométricas, enquanto o software GeoGebra permitiu uma exploração mais dinâmica e interativa dos conceitos. Essas percepções destacam a importância de oferecer abordagens variadas e adaptadas às necessidades dos alunos, incorporando recursos tecnológicos e materiais tangíveis.

É válido ressaltar que a dissertação apresenta algumas limitações, como o tamanho reduzido da amostra e a aplicação restrita a uma escola pública de Rio Branco. Esses fatores influenciam a generalização dos resultados. No entanto, a pesquisa fornece um ponto de partida relevante para futuros estudos que possam expandir a amostra e considerar diferentes contextos educacionais.

De um modo geral, a dissertação que foi discutida nesse tópico destaca a importância do uso de recursos pedagógicos alternativos, de forma que os alunos possam se envolver com o processo de aprendizagem. Os resultados da pesquisa que foi desenvolvida evidenciaram que a utilização de materiais manipuláveis e do software de Geometria dinâmica GeoGebra podem facilitar e promover o processo de aprendizagem, de forma que esta possa possibilitar a compreensão do conceito de semelhança de triângulos por parte dos estudantes.

3.2.1.3. Sobre a dissertação de Cabral (2019)

A dissertação de Cabral (2019) apresenta uma proposta pedagógica inovadora e eficaz para o ensino de semelhança de triângulos. A autora buscou realizar o uso de representações dinâmicas como uma abordagem alternativa, baseada em manipulações geométricas interativas, para facilitar a compreensão desse conceito complexo.

A autora relata como chegou ao processo da questão de pesquisa, pois ela percebeu através do recorte de suas experiências profissionais que o ensino de geometria quase não é apresentado aos alunos do ensino fundamental, e que eles chegam ao 9º ano sem muitas vezes terem acesso ao conhecimento de geometria. Diante dessa constatação, a autora levantou o seguinte questionamento: uma sequência de atividades com enfoque em representações dinâmicas pode contribuir para o desenvolvimento de conhecimentos de alunos do 9º ano acerca de Semelhança de Triângulos?

A partir desse questionamento, a autora buscou fazer uma revisão teórica aprofundada, que buscou discutir os principais conceitos e propriedades relacionados a semelhança de triângulos, bem como abordar as dificuldades comuns enfrentadas pelos alunos ao aprender esse tópico, identificando as limitações das abordagens tradicionais de ensino.

Com o objetivo de aprofundar seu conhecimento sobre semelhança de triângulos, a autora buscou fazer um apanhado histórico do surgimento do referido objeto, e isso possibilitou um estudo mais aprofundado que procurou desenvolver uma sequência de atividades estruturadas e progressivas, projetadas para permitir aos alunos explorarem e compreenderem as propriedades de semelhança de triângulos de forma dinâmica. Nessas atividades foram inseridos o uso de recursos tecnológicos, como o software de geometria dinâmica (GeoGebra) e aplicativos interativos.

Esse software de geometria dinâmica, segundo Cabral (2019), permite aos alunos manipularem as figuras geométricas e modificar suas medidas, e assim permitem que os alunos visualizem as transformações em tempo real, e toda essa dinamicidade admite que os alunos possam estar mais inseridos no processo de aprendizagem dos conteúdos apresentados.

Uma das principais contribuições da dissertação está na abordagem das representações dinâmicas como uma ferramenta para promover a aprendizagem ativa e a compreensão conceitual. Cabral (2019) argumenta que essas representações podem auxiliar os alunos no processo de construção de seus conhecimentos, pois eles exploram as relações entre as medidas dos lados e ângulos dos triângulos e identificam padrões que levam à consolidação do conhecimento sobre semelhança.

A autora discorreu sobre o objeto matemático semelhança de triângulos nos documentos oficiais que regem a educação básica (PCNs, BNCC), bem como fez a análise de três livros didáticos do 9º ano, destacando de que forma o referido objeto matemático é abordado neles, com destaque para o fato de que o livro didático é uma importante ferramenta para que os professores possam ensinar semelhanças de triângulos. Contudo, a autora deixa claro que este não deve ser a única opção de recurso didático que o professor pode ter a sua disposição.

Sobre a revisão bibliográfica, Cabral (2019) destaca a importância desta etapa da pesquisa, pois definiu uma base teórica que permitiu com que fosse desenvolvida uma sequência de atividades que posteriormente foi aplicada a um grupo de alunos de uma escola localizada no Distrito de Mosqueiro, região metropolitana de Belém. Nesta pesquisa, houve a participação de 9 alunos, devido aos poucos recursos computacionais disponíveis na escola. Pelo fato de a escola apresentar apenas 5 computadores disponíveis para que o desenvolvimento da pesquisa fosse realizado, houve a necessidade de que os discentes dividissem as máquinas para que as atividades fossem desenvolvidas.

Apesar das dificuldades encontradas pela pesquisadora ao aplicar as sequências de atividades propostas, ela conseguiu atingir os objetivos definidos inicialmente em seu trabalho. Após a aplicação da sequência, a pesquisadora constatou que os alunos participantes obtiveram um bom desempenho. Além disso, sua pesquisa permitiu um trabalho colaborativo entre os alunos, possibilitando que compartilhassem ideias e contribuíssem para o processo de consolidação do objeto matemático desenvolvido durante o estudo.

Para Cabral (2019), a pesquisa apresentou uma grande relevância, pois permitiu uma maior participação dos alunos durante os blocos de atividades propostas e uma maior interação entre esses e o conhecimento proposto. A autora destaca que novos estudos podem ser desenvolvidos como uma continuação e aplicação de outros objetos matemáticos que têm como base a semelhança de triângulos e que após o processo de aplicação da proposta do referido trabalho possa estar facilitando o processo de compreensão desses novos conteúdos e isso é uma proposta para ser desenvolvida por outros pesquisadores.

De um modo geral, a dissertação apresenta uma proposta pedagógica inovadora e fundamentada para o ensino desse objeto geométrico. Cabral (2019), ao incorporar representações dinâmicas e promover a participação ativa dos alunos, oferece uma abordagem que pode melhorar a compreensão e o engajamento dos estudantes, proporcionando uma experiência de aprendizagem mais significativa e eficaz, além de possibilitar que futuras pesquisas possam ser desenvolvidas.

3.2.1.4. Sobre a dissertação de Sant'Anna (2020)

A dissertação de Sant'Anna (2020) trouxe um olhar do ensino de semelhança de triângulos na perspectiva dos professores, onde a autora buscou abordar como os futuros professores de matemática estão aprendendo sobre o objeto de ensino semelhança de figuras planas em especial semelhanças de triângulos. A pesquisa surgiu da percepção da pesquisadora sobre o ensino de geometria, pois de acordo com a sua observação, os professores apresentavam dificuldades no processo de ensino do referido conteúdo.

Para desenvolver a pesquisa, Sant'Anna (2020) iniciou com a bibliografia. Para tanto, começou a observar como os documentos oficiais abordam o tema semelhança de triângulos. Além da pesquisa aos documentos oficiais, a autora buscou na literatura as dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizagem de semelhança de triângulos, corroborando com Maciel (2014) e Leite (2017), que o ensino de geometria normalmente é apresentado aos alunos de forma fragmentada, o que acaba por prejudicar o processo de aprendizagem desse conteúdo pelos alunos.

Diante do exposto, a pesquisadora chegou à seguinte questão da pesquisa: quais contribuições para a ressignificação dos conhecimentos acerca de semelhança de triângulos podem advir a partir da construção de estratégias didáticas com o uso de tecnologias digitais em uma proposta teórica ligada à formação de professores e a sua prática?

Para que a pesquisa pudesse ser desenvolvida, a autora teve como base teórica: o ensino da geometria (Duval, 2012), relacionado à formação de professores (Shulman, 1986), (Shulman, 1987) e à formação de professores e tecnologia (Mishra; Kohler, 2006), além das contribuições de Oliveira (2018). Em relação à construção das atividades, esta pesquisa se apoia em pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), em especial nas contribuições de Brousseau (2012).

Para realizar as suas pesquisas, a autora fez um apanhado histórico sobre a semelhança de triângulos e buscou fazer um comparativo de como o objeto semelhança de triângulos foi abordado nos documentos oficiais. Após fazer essa comparação com os documentos oficiais, a autora destaca a importância do ensino de semelhança de triângulos como base para diversos campos da matemática, como geometria, trigonometria, engenharia e ciências naturais. Além disso, o ensino da semelhança de triângulos pode ajudar os alunos a desenvolver habilidades analíticas, de resolução de problemas e de raciocínio lógico.

No que se refere à formação de professores, Sant'Anna (2020) destaca que é uma área fundamental no desenvolvimento da educação, pois ela prepara os educadores para atuarem nas salas de aula e estes desempenham um papel fundamental na transmissão de conhecimento e na formação dos alunos. A introdução de tecnologias na educação trouxe inúmeras possibilidades para aprimorar o processo de ensino-aprendizagem, tornando-o mais dinâmico e acessível, conforme destaca Ramiro (2014), Lima (2016) e Leite (2017) *apud* Sant'Anna (2020).

Para compor a sua pesquisa, a autora buscou fazer a interseção entre a formação de professores e o uso de tecnologias no ensino da semelhança de triângulos com o objetivo de trazer contribuições valiosas para a educação matemática. Aspectos como a eficácia das tecnologias educacionais, a adaptação curricular, a formação de professores para o uso dessas ferramentas e a melhoria do desempenho dos alunos são pontos importantes que a ela abordou em seu trabalho.

Para responder a sua questão de pesquisa, Sant'Anna (2020) desenvolveu uma sequência didática com a base na Metodologia da Engenharia Didática. Para isso, a autora desenvolveu uma atividade que oferecia recursos interativos e visuais através do software de geometria dinâmica GeoGebra, de forma que o ensino de semelhança de triângulos fosse mais eficiente e atrativo. Para tanto, a autora destaca a importância de que essa sequência deva ser aplicada aos docentes, de forma que estes estejam capacitados para utilizar essa ferramenta de forma pedagógica e eficaz, integrando-as de maneira adequada ao currículo e aos objetivos educacionais.

Em suma, esta dissertação que aborda a formação de professores e tecnologias no contexto do ensino de semelhança de triângulos pode ser uma valiosa contribuição para a área educacional, promovendo discussões sobre o papel das tecnologias no ensino de matemática e aprimorando a formação dos educadores para o uso adequado dessas ferramentas em sala de aula.

3.2.1.5. Sobre a dissertação de Brito (2022)

O texto de Brito (2022), teve como referência para o desenvolvimento de sua pesquisa o período de pandemia da COVID, em que situações incomuns ocorreram e todas as escolas precisaram ser fechadas, o que gerou uma demanda por novas formas de ensinar e aprender. Os professores e alunos precisaram se adequar à nova realidade e muitos destes não estavam preparados para ela. Mesmo com todos os obstáculos enfrentados, os professores e alunos precisaram se adaptar a essa nova realidade. Diante deste cenário, Brito (2022), desenvolveu sua pesquisa.

No primeiro capítulo, o autor buscou desenvolver um referencial teórico junto a pesquisas realizadas através de meios eletrônicos. Com destaque para as revistas eletrônicas, pois na percepção do pesquisador é uma fonte de pesquisa em que circulam os artigos mais frequentes sobre o tema. Para realizar a seleção dos artigos, o autor utilizou as seguintes palavras chaves: proporcionalidade, semelhança, congruência e triângulos. Para o desenvolvimento da pesquisa, optou pela seleção de oito artigos que serviram de base para a construção do referencial teórico: Galvão, Souza e Miashiro (2016); Oliveira e Souza (2016); Oliveira e Macedo (2017); Menduni Bortoloti e D'Angela (2018); Oliveira e Romão (2018); Cruz e Holanda Filho (2019); Vieira e Santos (2019) e Jaconiano et al. (2019).

Após a realização dos estudos, Brito (2022) destacou as dificuldades no processo do ensino e aprendizagem de semelhança de triângulos. Uma outra dificuldade apontada pelo autor foi encontrar artigos cujo tema central fosse a semelhança de triângulos. Com o intuito de melhorar a base teórica de seu trabalho, o autor buscou temas correlatos que pudessem corroborar para o desenvolvimento de sua pesquisa.

Um ponto de destaque da pesquisa foi quando o pesquisador buscou acrescentar mais uma revista eletrônica, cujo foco era a formação docente, com trabalhos voltados para a investigação de ambientes virtuais, foco da pesquisa de Brito (2022). Ao realizar essa pesquisa, o autor selecionou quatro trabalhos que apresentavam temas correlatos ao que pretendia desenvolver.

Após o levantamento do referencial teórico, o autor buscou desenvolver o tema semelhança de triângulos com foco nos alunos e professores, e como esse tema é importante para outros campos de saberes, e como ele influenciou a evolução da matemática ao longo do tempo, bem como esse conhecimento pode ser utilizado no dia a dia dos alunos e que serve de base para outros conhecimentos. Assim, Brito (2022) faz um apanhado sobre os vários assuntos que são base para o ensino de semelhança de triângulos (razão, proporção, semelhança de figuras, homotetia, etc).

Para desenvolver a sua pesquisa, o autor selecionou alguns grupos para realizar a aplicação inicial da sequência didática: alunos do 8º ano e licenciados e mestrandos como segundo grupo, e apenas licenciados como terceiro grupo. Após esta aplicação, Brito (2022) fez alterações na sequência didática e aplicou a um grupo de licenciados, com no máximo 4 participantes e um moderador. Essa aplicação ocorreu durante o período da pandemia e, por esse motivo, foi realizada de forma totalmente online. Foram selecionados estudantes de licenciatura em Matemática da UFRRJ numa faixa etária entre 21 e 22 anos de idade. As atividades foram desenvolvidas através de ambientes virtuais (Chats e Geogebra). Foram aplicadas as sequências didáticas ao grupo de estudantes selecionados, monitoradas pelo pesquisador.

Um dos pontos destacados por Brito (2022) na sua pesquisa foi a fragilidade dos conhecimentos dos licenciados em matemática em relação ao objeto de ensino atualmente abordado. Isso, por consequência, acaba prejudicando os futuros alunos desses licenciados, que podem não se sentir seguros ao receber o conteúdo.

Diante do exposto, o autor destaca a importância de se desenvolver atividades que possam ser utilizadas com alunos do ensino fundamental, bem como na formação inicial dos professores, de forma que estes possam ter uma formação mais sólida e permitir que eles estejam seguros para desenvolver esses assuntos com os futuros educandos.

3.3. CONSIDERAÇÕES SOBRE AS DISSERTAÇÕES ESTUDADAS

As dissertações de Pereira (2017), Filho (2018), Cabral (2019), Sant’Anna (2020) e Brito (2022), que serviram como base para o referencial teórico no processo de ensino aprendizagem de semelhanças de triângulos, vêm mostrar algumas situações que são de extrema importância, pois o referido conteúdo é base para outras disciplinas. Diante do exposto, verificamos a necessidade de abordar diferentes formas de ensinar a semelhança de triângulo. Percebemos através do estudo do referencial teórico que existe uma tendência natural para o uso de TIC’s (Tecnologias de Informação e Comunicação). Ao realizar o estudo de Filho (2018), percebemos que ele destaca que todos as formas de utilização de recursos que fogem ao processo tradicional, onde o professor é o protagonista e o aluno um mero expectador, são considerados uso de tecnologias.

Então, materiais manipuláveis, onde o aluno passa a fazer parte do seu processo de construção do conhecimento, é uma forma de tecnologia. Logo, os autores estudados nesse referencial teórico destacam a importância de usar atividades em que os alunos deixem de ser meros expectadores e passem a ser protagonistas da sua aprendizagem, e o professor é o mediador entre o conhecimento e o aluno. Para atender essas necessidades em que o aluno possa ser protagonista de sua aprendizagem, o presente trabalho busca desenvolver uma sequência didática com base na UARCs, que possibilita que os alunos sejam construtores de seu conhecimento.

Após o estudo do referencial teórico no que concerne ao ensino de semelhanças de triângulos, percebemos uma gama de pesquisas que buscam utilizar a tecnologia como principal forma de processo de ensino dos alunos. Verificamos o interesse dos autores na área, devido ao avanço tecnológico da sociedade ao qual estamos inseridos e isso realmente é um fato, porém ao percebemos e olharmos para os alunos das escolas públicas do estado do Pará, identificamos que muitos destes ainda não possuem acesso a essas novas tecnologias (computadores e notebook). Contudo, os smartphones são uma realidade para a maioria dos alunos, muitos inclusive possuem o aparelho, porém o acesso à internet e à utilização de ferramentas de matemática como o aplicativo do GeoGebra ainda é difícil. Precisaríamos da disponibilidade dos alunos em fazerem a instalação dos aplicativos e do acesso à internet para que os alunos pudessem baixar o aplicativo, dificultando o uso dessas novas tecnologias em sala de aula.

Nas dissertações de Cabral (2019), foi reportado que no laboratório de informática da escola apenas cinco computadores estavam disponíveis para serem utilizados pelos alunos. Filho (2018) destaca que houve dificuldades na instalação do software de geometria dinâmica nos computadores da escola, e por esse motivo precisou reduzir o número de alunos que seriam atendidos na pesquisa. Brito (2022) destaca que houve dificuldades de acesso por parte de alguns discentes que fariam parte da pesquisa que foi conduzida de forma totalmente remota. Diante do exposto, verificamos que apesar de estarmos inseridos em um mundo tecnológico, os alunos público-alvo dessa pesquisa, alunos de escola pública, ainda enfrentam dificuldades para ter acesso a essa tecnologia.

Nesse sentido, buscamos utilizar recursos mais acessíveis e ferramentas pedagógicas e materiais didáticos de baixo custo, para que os alunos pudessem manusear os materiais a partir do interesse inicial, desenvolvendo sua aprendizagem através da manipulação desses elementos relacionados à formalização do conteúdo matemático proposto neste trabalho. Antes de desenvolver a sequência didática, será feito um estudo dos livros didáticos que são utilizados para o ensino de semelhança de triângulos, pois este é um importante instrumento no processo de ensino dos alunos que são público-alvo dessa pesquisa, os estudantes das escolas públicas.

4. SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS NOS LIVROS DIDÁTICOS

O livro didático é uma ferramenta muito utilizada por todos os professores, é um grande auxiliar no processo de ensino e na aprendizagem. Ao abordarmos a utilização do Livro didático pelos professores de Matemática, verificamos que é uma ferramenta que permite que eles possam trabalhar com a autonomia do aluno, pois possibilita que eles possam desenvolver as atividades do livro didático de forma individual, através das atividades não presenciais.

Ao nos referirmos aos recursos que os professores de escola pública têm disponível para utilizar no processo pedagógico, verificamos que um dos poucos recursos disponibilizados aos alunos da rede pública do Brasil é o Livro Didático. Logo:

> Entendemos que a ausência de materiais escolares de boa qualidade e em quantidade suficiente para orientar o professor nas atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, tanto em relação aos objetivos a serem alcançados, como nos conteúdos considerados indispensáveis e quanto “[...]” às metodologias e às estratégias de ensino a serem utilizadas para alcançar os objetivos traçados, o livro didático passou a ser o principal e, em muitos casos, o único instrumento de apoio ao trabalho docente”. Assim, o livro didático tem sido o recurso de mais fácil acesso pelos alunos, e para muitos os livros didáticos são as únicas obras que eles têm em suas casas. (Teixeira; Silva, 2017, p. 160)

Devido a sua importância para a educação básica no Brasil, existe um programa específico que possibilita essa distribuição de Livros Didáticos denominado Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), que coordena a aquisição e distribuição desses materiais para todo o país. O referido programa, segundo Brum (2015), possui um guia datado de 2008 que traz dados relevantes para a utilização desse recurso didático em sala de aula, o guia ainda traz a importância da participação docente nas escolhas do livro didático, bem como utilizá-los em suas atividades didáticas. E,

> Ainda nesse sentido, o documento ressalta a importância do livro didático como recurso didático ao mesmo tempo em que enfatiza que este não deve ser a única fonte a ser utilizada pelo professor em sala de aula, e sim um dos meios para auxiliar no processo de ensino. Além disso, o guia enfatiza a importância de se complementar o livro didático, tanto no que diz respeito a ampliar suas informações e atividades e contornar deficiências quanto adequá-lo à realidade do local onde ele será utilizado, considerando as especificidades do grupo de alunos envolvidos. (Brum, 2015, p. 135).

Destacada a importância do livro didático e do PNLD, surgiu a necessidade de avaliar os principais livros que eram oferecidos pelas Editoras ao PNLD. Assim, segundo Brum (2015), no ano de 1996 ocorreu a primeira avaliação oficial do livro didático, vários livros não passaram na avaliação por conter erros conceituais e após a publicação do ocorrido para a impressa, vários livros foram retirados de circulação. Em 1998, as editoras providenciaram as correções necessárias conforme os critérios indicados no programa, e isso possibilitou que ocorresse uma melhora na qualidade dos livros didáticos disponibilizados pelo PNLD.

De acordo com Cordeiro & Silva (2011), "o uso do livro didático não garante a qualidade ou a globalização do conhecimento, devido principalmente à forma diferenciada abordada por cada autor". Isso nos mostra que o livro didático deve ser utilizado como um recurso pedagógico que pode acrescentar para o enriquecimento das aulas dos professores, e não deve ser o único recurso utilizado pelos mesmos e sim como um instrumento no processo de ensino, e como tal deve ter uma linguagem clara e precisa que possa colaborar para a aprendizagem dos alunos.

Para a análise dos dados, foram realizadas pesquisas em sete coleções de diversos autores e editoras, com o objetivo de conhecer de forma mais abrangente o que os autores propõem no livro de matemática, referente ao 9º ano do Ensino Fundamental, e com o objetivo de analisar o objeto matemático semelhança de triângulos. Segue abaixo o quadro com as informações dos livros analisados.

Quadro 4 - Livros Analisados

Ordem	**Coleção**	**Ano de Publicação**	**Editora**	**Autor**
L1	Projeto Araribá – Matemática	2010	Moderna	Organização: Fábio Martins de Leonardo
L2	Matemática Teoria e Contexto	2012	Saraiva	Marília Centurión e José Jakubovic
L3	Teláris	2013	Ática	Luiz Roberto Dante
L4	Convergências	2015	SM	Eduardo Chavante
L5	Matemática Compreensão e Prática	2018	Moderna	Enio Silveira
L6	A conquista da Matemática	2018	FTD	José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci
L7	Prepara	2023	Somos Sistema de Ensino	Rafael Zattoni Thomas Dall'Acqua Carvalho

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao realizar a análise dos livros acima, buscamos identificar em quais capítulos o objeto matemático semelhança de triângulo é abordado, pois quando o professor da educação básica se utiliza do livro didático para o processo de ensino dos alunos, normalmente os professores buscam seguir a ordem em que os assuntos aparecem no livro didático e isso pode implicar ou não na aprendizagem do referido conteúdo. Se um conteúdo aparece nos capítulos finais, pode ocorrer de os docentes não conseguirem abordar esse conteúdo com os alunos. Segue abaixo o quadro resumo com os capítulos em que o referido objeto matemático é abordado.

Quadro 5 - Livros Analisados com foco no capítulo que o objeto matemático é abordado

Ordem	**Coleção**	**Ano de Publicação**	**Capítulo que o objeto Matemático é registrado**
L1	Projeto Araribá – Matemática	2010	Parte 3
L2	Matemática teoria e contexto	2012	Capítulo 1
L3	Teláris	2013	Capítulo 5
L4	Convergências	2015	Capítulo 3
L5	Matemática Compreensão e Prática	2018	Capítulo 3
L6	A conquista da Matemática	2018	Unidade 5
L7	Prepara	2023	Unidade 7

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao examinarmos os livros didáticos que tratam do tema da semelhança de triângulos, notamos que os autores utilizam diferentes estruturas para dividir o conteúdo, sendo elas: Parte, Capítulo e Unidade. Optaremos por adotar a denominação de "capítulo", visto que foi mais frequente nas coleções consultadas. Em relação ao capítulo em que o objeto matemático é abordado, observamos que apenas um autor, do livro L2, trata o tema no primeiro capítulo. Em três livros (L1, L4, L5), o assunto é abordado no capítulo 3, enquanto em dois livros (L3, L6), ele é tratado no capítulo 5. Apenas em um livro (L7), o tema é discutido no capítulo 7.

Ao analisar os assuntos que são abordados antes de geometria, percebemos que em 85% das obras pesquisadas são trabalhados os conteúdos algébricos como equação do 2º grau, com isso de acordo com Pereira (2016) os professores acabam por algebrizar os conteúdos abordados, o que prejudica o ensino da geometria.

Ao verificar as coleções analisadas, percebemos que em 43% delas os conteúdos só aparecem a partir do capítulo 5, o que pode ocasionar do assunto não chegar a ser trabalhado pelos professores de Matemática. Já,

> No que se refere às práticas pedagógicas, os dados permitiram constatar que os docentes investigados seguem a mesma sequência dos conteúdos apresentados no livro, ou seja, o livro didático acaba por determinar o currículo e de certa maneira a prática pedagógica dos professores. Baseia-

> se como referencial e instrumental na prática dos professores. No entanto, apesar de todos os sujeitos participantes reconhecerem a sua importância para o processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos, e, embora os livros didáticos apresentem uma nova abordagem, novos conteúdos e uma nova proposta pedagógica, nos encaminhamentos didáticos, os professores muitas vezes deixam de fora as atividades relacionadas à Geometria. (Teixeira e Silva 2017, p. 177)

Verificamos também que os discentes acabam por ser prejudicados. O que corrobora com as ideias de Pereira e Pereira (2016, p.1), que ao realizar uma pesquisa com 100 alunos de uma escola pública do interior do Estado do Pará, constatou que "Os resultados mostram que a grande maioria dos alunos não teve qualquer contato com o conceito de semelhança de triângulos e os poucos que tiveram, apresentaram uma aprendizagem insatisfatória".

Após essa análise de qual capítulo o objeto matemático é abordado e como essa divisão pode impactar no processo de ensino e aprendizagem do referido objeto, faremos a análise dos livros didáticos através da Metodologia de Masetti (2016 *apud* Silva, 2023), que está resumida no quadro 06 a seguir.

Quadro 6 - Critérios de análise de livros didáticos

Categorias	Subcategorias		Definição
Situações	Introdução/Motivação		Análise do tipo de situação de ensino que o autor propõe para introduzir/motivar.
	Exemplos – tarefas resolvidas		O autor propõe exercícios e os resolve como exemplo para os alunos.
	Tarefas Propostas	Conhecimentos prévios	Tarefas para revisão dos pré-requisitos como potência, funções progressões geométricas, os números reais que se considere necessário para promover a continuidade dos estudos.
		Conhecimentos emergentes	São os conhecimentos novos que ainda são desconhecidos pelo aluno.
Linguagem	Formal		É aquela em que o autor se utiliza da linguagem formal para apresentar os conteúdos matemáticos.
	Informal		É aquela que o autor utiliza que é próximo da linguagem dos alunos e permite uma maior compreensão por parte dos alunos.
Conceitos	Explícito		São aqueles que são descritos de forma direta.
	Implícito		São aqueles que levam o leitor a deduzir o conhecimento, o mesmo não está de forma clara no texto.

<table>
<tr><td rowspan="3">Proposições</td><td rowspan="3">Análise de como foram apresentadas as propriedades pelo livro didático</td><td colspan="2">A exposição foi formal; lógico dedutiva ou informal; lógico indutiva.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Propriedades foram justificadas ou só a expuseram.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Quanto à resolução de exercícios: Eles a utilizam em exercícios resolvidos ou só a expuseram com a recordação das regras.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Procedimentos</td><td rowspan="3">Os autores sugerem maneiras diferentes de se resolver um exercício.</td><td colspan="2">O Autor utiliza-se de vários procedimentos para se resolver as situações/tarefas ou apenas um em cada caso?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Os procedimentos utilizados na resolução dos exercícios são justificados? Ou apenas expõem como exercícios resolvidos – um método rotineiro?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Novas tecnologias são utilizadas: calculadoras científicas; computadores?</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Argumentação</td><td rowspan="4">Mostra utilidade no desenvolvimento</td><td colspan="2">Utiliza uma prática discursiva baseada na linguagem verbal.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Tipo de prova</td><td>Prova direta.</td></tr>
<tr><td>Prova por contraposição.</td></tr>
<tr><td>Prova por absurdo.</td></tr>
</table>

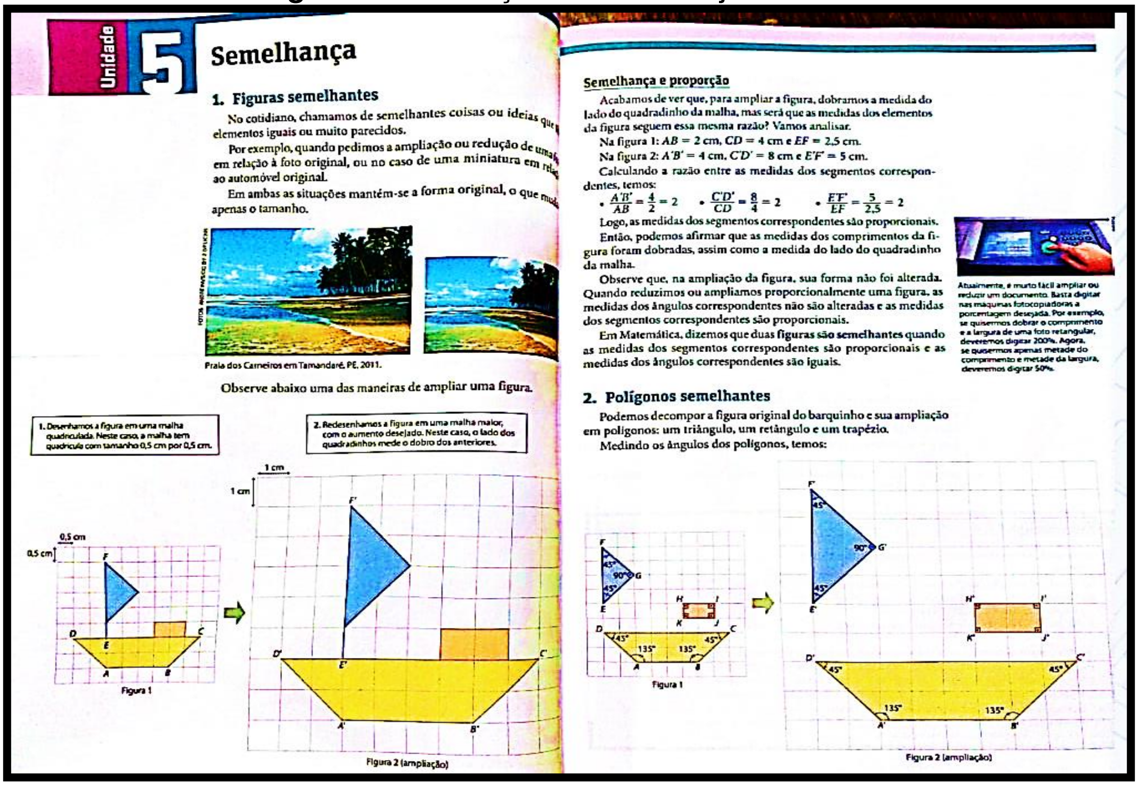
Fonte: Adaptado de Masetti (2016).

O livro didático é uma ferramenta importante para os professores de matemática, nesse sentido buscamos analisar como os objetos matemáticos são abordados nos livros a seguir, levando em consideração que eles são de fundamental importância para que possamos ter nas mãos uma ferramenta que venha a auxiliar no processo de aprendizagem dos nossos alunos. Diante do exposto, faremos a análise individual dos livros didáticos listados no quadro 5.

4.1. PROJETO ARARIBÁ – MATEMÁTICA (2010)

O livro didático Projeto Araribá foi publicado pela editora Moderna, com a organização de Fábio Martins de Leonardo, e está em sua 3ª edição, publicado em 2010. Este aborda a semelhança e relações no triângulo retângulo no capítulo 3. O autor inicia o assunto através de um texto que trata sobre a escultura do pensador e após a leitura do texto o autor busca fazer 6 questionamentos ao leitor de modo a situá-lo para o assunto que se pretende abordar, que é a semelhança. O livro inicia a Unidade 5 abordando o conceito de semelhança. O livro mostra-se bem ilustrado, com figuras e desenhos que permitem chamar a atenção do leitor para o assunto que está em discussão. Conforme podemos visualizar na figura 2 abaixo.

Figura 2 - Ilustração do livro Projeto Araribá


Unidade 5

Semelhança

1. Figuras semelhantes

No cotidiano, chamamos de semelhantes coisas ou ideias que elementos iguais ou muito parecidos.

Por exemplo, quando pedimos a ampliação ou redução de uma em relação à foto original, ou no caso de uma miniatura em rela ao automóvel original.

Em ambas as situações mantém-se a forma original, o que mud apenas o tamanho.

Praia dos Carneiros em Tamandaré, PE, 2011.

Observe abaixo uma das maneiras de ampliar uma figura.

1. Desenhamos a figura em uma malha quadriculada. Neste caso, a malha tem quadrícula com tamanho 0,5 cm por 0,5 cm.

2. Redesenhamos a figura em uma malha maior, com o aumento desejado. Neste caso, o lado dos quadradinhos mede o dobro dos anteriores.

Figura 1

Figura 2 (ampliação)

Semelhança e proporção

Acabamos de ver que, para ampliar a figura, dobramos a medida do lado do quadradinho da malha, mas será que as medidas dos elementos da figura seguem essa mesma razão? Vamos analisar.

Na figura 1: $AB = 2$ cm, $CD = 4$ cm e $EF = 2{,}5$ cm.

Na figura 2: $A'B' = 4$ cm, $C'D' = 8$ cm e $E'F' = 5$ cm.

Calculando a razão entre as medidas dos segmentos correspondentes, temos:

- $\frac{A'B'}{AB} = \frac{4}{2} = 2$
- $\frac{C'D'}{CD} = \frac{8}{4} = 2$
- $\frac{E'F'}{EF} = \frac{5}{2{,}5} = 2$

Logo, as medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais.

Então, podemos afirmar que as medidas dos comprimentos da figura foram dobradas, assim como a medida do lado do quadradinho da malha.

Observe que, na ampliação da figura, sua forma não foi alterada. Quando reduzimos ou ampliamos proporcionalmente uma figura, as medidas dos ângulos correspondentes não são alteradas e as medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais.

Em Matemática, dizemos que duas **figuras são semelhantes** quando as medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais e as medidas dos ângulos correspondentes são iguais.

Atualmente, é muito fácil ampliar ou reduzir um documento. Basta digitar nas máquinas fotocopiadoras a porcentagem desejada. Por exemplo, se quisermos dobrar o comprimento e a largura de uma foto retangular, deveremos digitar 200%. Agora, se quisermos apenas metade do comprimento e metade da largura, deveremos digitar 50%.

2. Polígonos semelhantes

Podemos decompor a figura original do barquinho e sua ampliação em polígonos: um triângulo, um retângulo e um trapézio.

Medindo os ângulos dos polígonos, temos:

Figura 1

Figura 2 (ampliação)

Fonte: Leonardo (2010).

O autor busca trabalhar o tema semelhança e proporção, através das ilustrações de dois barcos registrados em uma malha quadriculada e a partir da observação desses desenhos o autor busca trabalhar o conceito de proporcionalidade e também da congruência dos ângulos correspondentes nas figuras. A partir desses conceitos, Leonardo (2010) aborda o conceito de polígonos semelhantes através da seguinte definição ilustrada na figura 3.

Figura 3 - Ilustração do livro Projeto Araribá

Polígonos semelhantes são aqueles que têm as medidas dos lados correspondentes proporcionais e os ângulos correspondentes congruentes.

Fonte: Leonardo (2010).

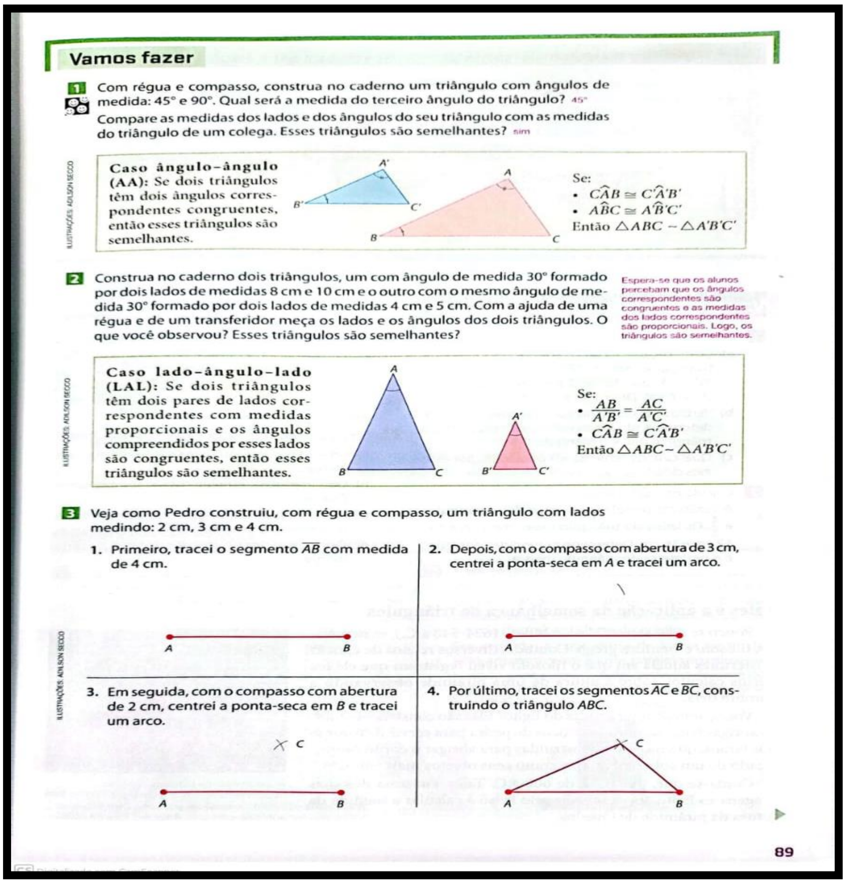
Após a definição de polígonos semelhantes, Leonardo (2010) utiliza-se de três laudas de exercício que foram divididas da seguinte forma: Vamos fazer com dois exercícios; vamos aplicar com 5 atividades e vamos fazer composto de 4 atividades. Percebemos nas linguagens utilizadas pelo autor a linguagem imperativa, como se fossem ordens. E essa linguagem imperativa acaba por afastar o leitor, pois:

> "**Função Impositiva** – uso de verbos na forma imperativa que pode sinalizar uma ideia de subserviência do leitor, expressões de certeza e autoridade que o livro estabelece, também pode constituir uma imagem autoritária do escritor ex.: Resolva, calcule, efetue, etc.). Isso atribui um grau de autoridade do escritor em relação ao leitor, o autor pode não fazer isso de forma explicita, porém perpassa uma ideia de certeza e autoridade na abordagem do texto". (Maia, p. 34, 2016)

Leonardo (2010), após definir o que é semelhança de polígonos e levar os leitores a desenvolverem o conceito aprendido através das atividades propostas, faz um refinamento do tema através da abordagem do tema semelhança de triângulos. Novamente o autor utiliza-se de ilustrações de forma a chamar atenção do leitor para o assunto que está a desenvolver e para que os leitores pudessem assimilar as principais características relacionadas aos critérios que levariam a confirmar a semelhança de triângulos.

O Autor utiliza-se da estratégia: *vamos fazer*, que de acordo com a taxonomia de Bloom, permite a maior interação do leitor com o conhecimento matemático que está em pauta, conforme podemos visualizar na figura 4.

Figura 4 - Ilustração do livro Projeto Araribá


Vamos fazer

1 Com régua e compasso, construa no caderno um triângulo com ângulos de medida: 45° e 90°. Qual será a medida do terceiro ângulo do triângulo? 45°
Compare as medidas dos lados e dos ângulos do seu triângulo com as medidas do triângulo de um colega. Esses triângulos são semelhantes? sim

Caso ângulo-ângulo (AA): Se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes congruentes, então esses triângulos são semelhantes.
Se:
- $C\hat{A}B \cong C'\hat{A}'B'$
- $A\hat{B}C \cong A'\hat{B}'C'$

Então $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

2 Construa no caderno dois triângulos, um com ângulo de medida 30° formado por dois lados de medidas 8 cm e 10 cm e o outro com o mesmo ângulo de medida 30° formado por dois lados de medidas 4 cm e 5 cm. Com a ajuda de uma régua e de um transferidor meça os lados e os ângulos dos dois triângulos. O que você observou? Esses triângulos são semelhantes? Espera-se que os alunos percebam que os ângulos correspondentes são congruentes e as medidas dos lados correspondentes são proporcionais. Logo, os triângulos são semelhantes.

Caso lado-ângulo-lado (LAL): Se dois triângulos têm dois pares de lados correspondentes com medidas proporcionais e os ângulos compreendidos por esses lados são congruentes, então esses triângulos são semelhantes.
Se:
- $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$
- $C\hat{A}B \cong C'\hat{A}'B'$

Então $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

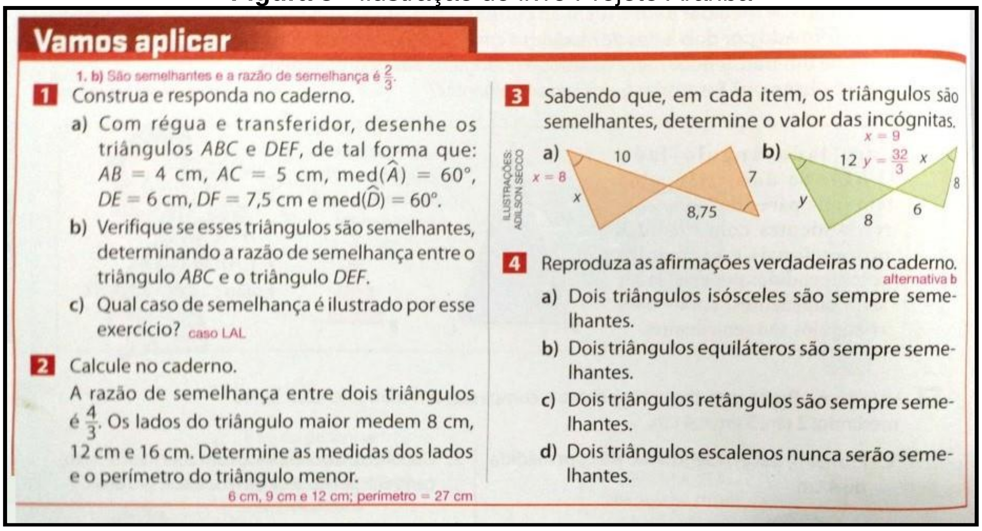
3 Veja como Pedro construiu, com régua e compasso, um triângulo com lados medindo: 2 cm, 3 cm e 4 cm.
1. Primeiro, tracei o segmento $\overline{AB}$ com medida de 4 cm.
2. Depois, com o compasso com abertura de 3 cm, centrei a ponta-seca em A e tracei um arco.
3. Em seguida, com o compasso com abertura de 2 cm, centrei a ponta-seca em B e tracei um arco.
4. Por último, tracei os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, construindo o triângulo ABC.

89

Fonte: Leonardo (2010).

Após o desenvolvimento dos conceitos de critérios de semelhanças, com o objetivo de estimular o leitor a desenvolver na prática os casos possíveis de semelhança de triângulos (Ângulo-Ângulo; Lado-ângulo-lado e Lado-lado-lado), segue-se os exercícios de aplicação, conforme figura 5.

Figura 5 - Ilustração do livro Projeto Araribá


Vamos aplicar

1. b) São semelhantes e a razão de semelhança é $\frac{2}{3}$.

1 Construa e responda no caderno.
a) Com régua e transferidor, desenhe os triângulos ABC e DEF, de tal forma que: AB = 4 cm, AC = 5 cm, med($\hat{A}$) = 60°, DE = 6 cm, DF = 7,5 cm e med($\hat{D}$) = 60°.
b) Verifique se esses triângulos são semelhantes, determinando a razão de semelhança entre o triângulo ABC e o triângulo DEF.
c) Qual caso de semelhança é ilustrado por esse exercício? caso LAL

2 Calcule no caderno.
A razão de semelhança entre dois triângulos é $\frac{4}{3}$. Os lados do triângulo maior medem 8 cm, 12 cm e 16 cm. Determine as medidas dos lados e o perímetro do triângulo menor.
6 cm, 9 cm e 12 cm; perímetro = 27 cm

3 Sabendo que, em cada item, os triângulos são semelhantes, determine o valor das incógnitas.
a) x = 8 — 10, 7, x, 8,75
b) x = 9, $y = \frac{32}{3}$ — 12, y, x, 8, 8, 6

4 Reproduza as afirmações verdadeiras no caderno. alternativa b
a) Dois triângulos isósceles são sempre semelhantes.
b) Dois triângulos equiláteros são sempre semelhantes.
c) Dois triângulos retângulos são sempre semelhantes.
d) Dois triângulos escalenos nunca serão semelhantes.

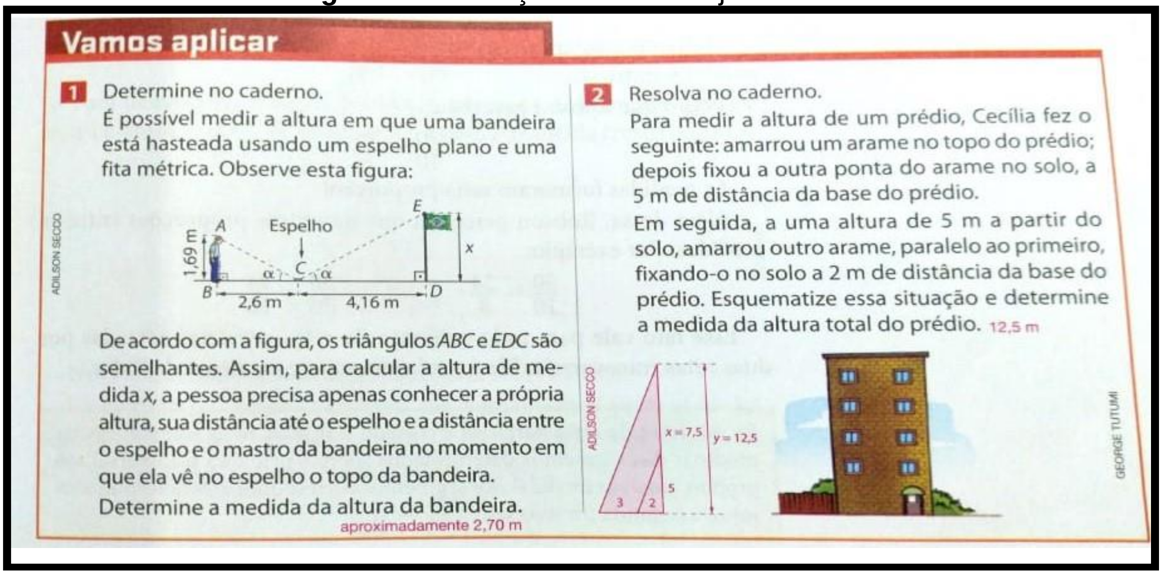
Fonte: Leonardo (2010).

Leonardo (2010) buscou desenvolver no livro didático uma contextualização do tema através da história da origem da semelhança de triângulos. Nesse momento, no livro didático, o autor busca envolver o leitor com as possibilidades de aplicação histórica da matemática, de forma que o leitor possa perceber que os conceitos relacionados à semelhança de triângulos passaram por um processo de construção histórica e esses conhecimentos possibilitaram resolver problemas matemáticos ao longo do processo de evolução dos seres humano. Sobre isso,

> Pesquisas atuais indicam que a inserção de fatos do passado pode ser uma dinâmica bastante interesse para introduzir um determinado conteúdo programático em sala de aula, tendo em vista que o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano, conhecer as preocupações dos vários povos em diferentes momentos e estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. (Chaquiam, 2017, p. 14)

Após o autor usar a história da matemática para situar o leitor sobre o tema semelhança de triângulos, o mesmo aplicou duas questões relacionadas ao assunto de forma que o leitor pudesse aplicar os conhecimentos aprendidos através da história e situá-lo sobre a aplicação prática do conceito de semelhança de triângulos, conforme podemos observar na figura 6.

Figura 6 - Ilustração do livro Projeto Araribá


Vamos aplicar

1 Determine no caderno.

É possível medir a altura em que uma bandeira está hasteada usando um espelho plano e uma fita métrica. Observe esta figura:

De acordo com a figura, os triângulos *ABC* e *EDC* são semelhantes. Assim, para calcular a altura de medida *x*, a pessoa precisa apenas conhecer a própria altura, sua distância até o espelho e a distância entre o espelho e o mastro da bandeira no momento em que ela vê no espelho o topo da bandeira.

Determine a medida da altura da bandeira.

aproximadamente 2,70 m

2 Resolva no caderno.

Para medir a altura de um prédio, Cecília fez o seguinte: amarrou um arame no topo do prédio; depois fixou a outra ponta do arame no solo, a 5 m de distância da base do prédio.

Em seguida, a uma altura de 5 m a partir do solo, amarrou outro arame, paralelo ao primeiro, fixando-o no solo a 2 m de distância da base do prédio. Esquematize essa situação e determine a medida da altura total do prédio. 12,5 m

Fonte: Leonardo (2010).

Após as observações feitas nos livros didáticos, procederemos com uma análise à luz da teoria de Masetti (2016). Nessa análise, sistematizaremos as categorias identificadas no livro didático de Leonardo (2010) em um quadro abaixo.

Quadro 7 - Critérios de análise de livros didáticos

<table>
<tr><th>Categorias</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th>Análise do livro didático</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Situações</td><td colspan="2">Introdução/Motivação</td><td>O autor propõe o texto “O pensador” e utiliza-se de 6 perguntas para introduzir o texto e faz referência a conteúdo digital sobre o cálculo da altura da pirâmide de Gizé.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Exemplos – tarefas resolvidas</td><td>O autor propõe exercícios e os resolve como exemplo para os alunos, para poder introduzir o processo de formalização dos conteúdos matemáticos.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Tarefas Propostas</td><td>Conhecimentos prévios</td><td>O autor utiliza-se de atividades denominadas de “vamos fazer” em um total de 9 atividades. Para levar os alunos a introduzir os conhecimentos matemáticos.</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos emergentes</td><td>Para desenvolver os chamados conhecimentos emergentes, o autor utiliza-se do termo “Vamos aplicar” com um total de 19 atividades propostas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Linguagem</td><td colspan="2">Formal</td><td>Percebemos a linguagem formal quando o autor vai conceituar os conhecimentos matemáticos e para isso ele utiliza-se do rigor matemático para tal fim.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Informal</td><td>A linguagem informal é percebida quando o autor busca introduzir os assuntos e levar o leitor a se interessar pelo assunto proposto, nesses momentos percebemos que o autor busca usar uma linguagem que seja mais acessível para o leitor.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Conceitos</td><td colspan="2">Explícito</td><td rowspan="2">Os conceitos utilizados pelos autores são explícitos, de modo que o autor expõe os conceitos matemáticos de forma direta.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Implícito</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Proposições</td><td colspan="2" rowspan="3">Análise de como foram apresentadas as propriedades pelo livro didático</td><td>O autor utiliza-se de uma exposição formal quando aborda os conteúdos matemáticos. Utiliza-se das proposições lógico dedutiva ou informal quando busca levar o leitor a definir o próprio conhecimento matemático.</td></tr>
<tr><td>As propriedades foram justificadas através do processo lógico dedutivo.</td></tr>
<tr><td>Quanto à resolução de exercícios: eles a utilizam com a recordação das regras.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Procedimentos</td><td colspan="2" rowspan="2">Os autores sugerem maneiras diferentes de se resolver um exercício.</td><td>O autor utiliza-se de vários procedimentos para se resolver as situações/tarefas ou apenas um em cada caso? Sim, buscando formas diferentes de apresentar os exercícios propostos</td></tr>
<tr><td>Os procedimentos utilizados na resolução dos exercícios são justificados? O autor propõe bastante exercício, mas não apresenta exercícios resolvidos, nesse caso o professor é um elemento essencial para o processo de transposição didática.</td></tr>
</table>

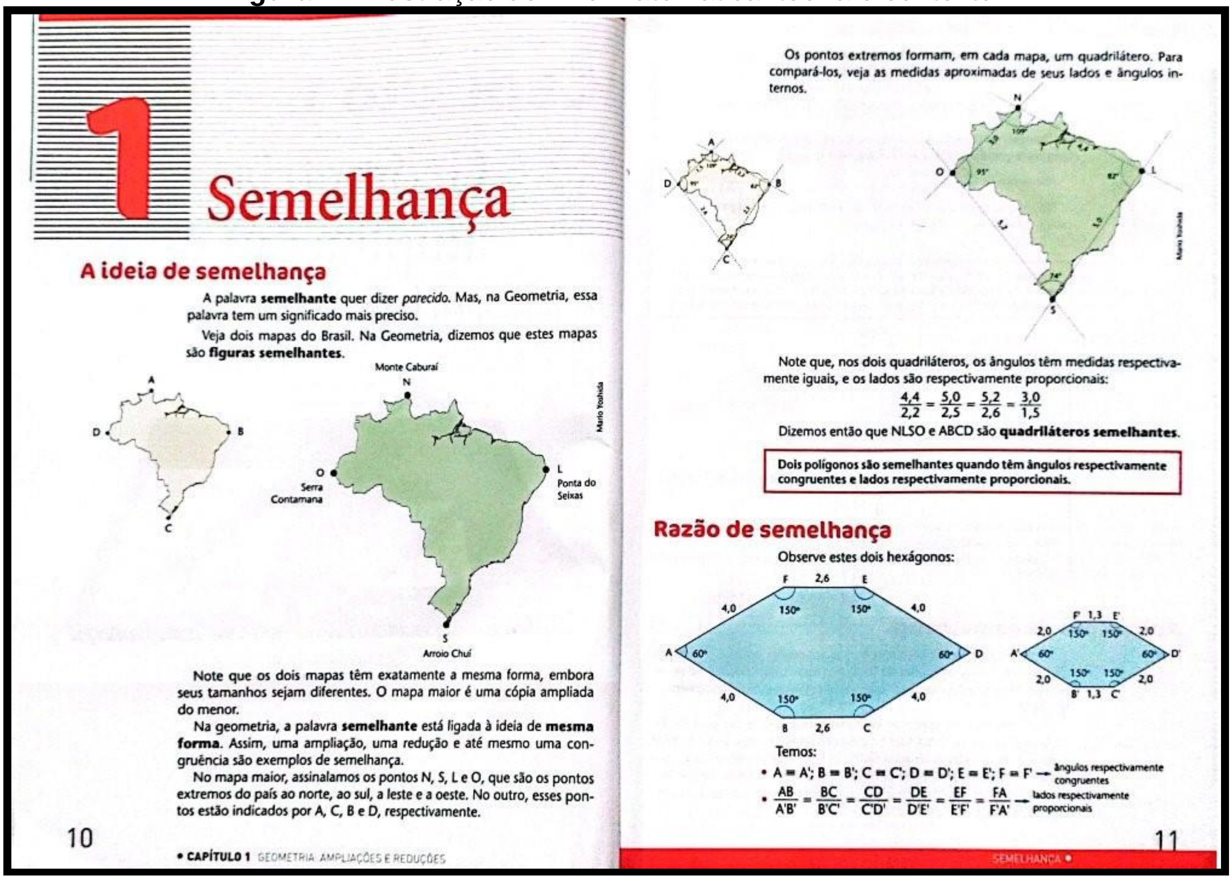
		Novas tecnologias são utilizadas: O autor não faz referências ao uso de calculadoras e/ ou computadores.	
Argumentação	Mostra Utilidade no desenvolvimento	Utiliza uma prática discursiva baseada na linguagem verbal	
		Tipo de prova	O autor utiliza-se da prova direta para desenvolver os conhecimentos matemáticos abordados.

Fonte: Adaptado de Masetti (2016).

4.2. MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO (2012)

Esse livro, publicado pela editora Saraiva em 2012 na cidade de São Paulo, tem como autores os matemáticos Marília Centurión e José Jakubovic. É o único livro em que o conteúdo geometria é abordado no primeiro capítulo. O primeiro assunto que Centurión e Jakubovic (2012) abordaram em seu livro foi o tema semelhança e razão de semelhança, conforme podemos visualizar na figura 7.

Figura 7 - Ilustração do livro Matemática: teoria e contexto



1 Semelhança

A ideia de semelhança

A palavra **semelhante** quer dizer *parecido*. Mas, na Geometria, essa palavra tem um significado mais preciso.

Veja dois mapas do Brasil. Na Geometria, dizemos que estes mapas são **figuras semelhantes**.

Note que os dois mapas têm exatamente a mesma forma, embora seus tamanhos sejam diferentes. O mapa maior é uma cópia ampliada do menor.

Na geometria, a palavra **semelhante** está ligada à ideia de **mesma forma**. Assim, uma ampliação, uma redução e até mesmo uma congruência são exemplos de semelhança.

No mapa maior, assinalamos os pontos N, S, L e O, que são os pontos extremos do país ao norte, ao sul, a leste e a oeste. No outro, esses pontos estão indicados por A, C, B e D, respectivamente.

10 • CAPÍTULO 1 GEOMETRIA AMPLIAÇÕES E REDUÇÕES

Os pontos extremos formam, em cada mapa, um quadrilátero. Para compará-los, veja as medidas aproximadas de seus lados e ângulos internos.

Note que, nos dois quadriláteros, os ângulos têm medidas respectivamente iguais, e os lados são respectivamente proporcionais:

$$\frac{4,4}{2,2} = \frac{5,0}{2,5} = \frac{5,2}{2,6} = \frac{3,0}{1,5}$$

Dizemos então que NLSO e ABCD são **quadriláteros semelhantes**.

Dois polígonos são semelhantes quando têm ângulos respectivamente congruentes e lados respectivamente proporcionais.

Razão de semelhança

Observe estes dois hexágonos:

Temos:

- $A = A'$; $B = B'$; $C = C'$; $D = D'$; $E = E'$; $F = F'$ → ângulos respectivamente congruentes
- $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{EF}{E'F'} = \frac{FA}{F'A'}$ → lados respectivamente proporcionais

11 SEMELHANÇA •

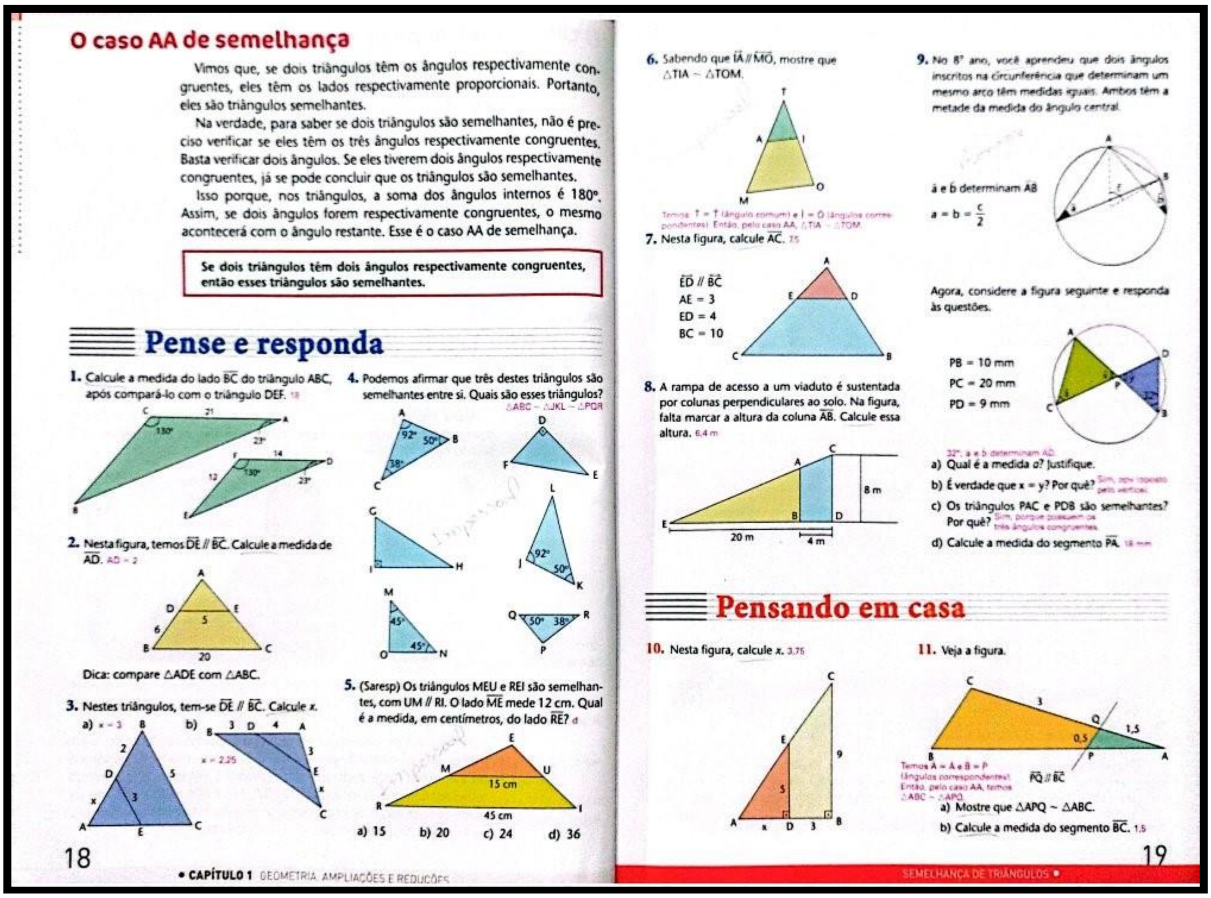
Fonte: Centurión e Jakubovic (2012).

Após abordar o tema e fazer as definições matemáticas necessárias, os autores buscam abordar a importância da semelhança e suas aplicações no dia a dia. Após o texto sobre essa importância, já é abordado o exercício do assunto através do tema "pensa e responda". Nesse momento, trabalha-se com 8 atividades que devem ser resolvidas em conjunto com o professor. Após essas atividades, os autores buscam trabalhar a autonomia do estudante, onde ele desenvolve o tema "Pensando em casa", cujo objetivo da atividade é que o aluno possa realizar as atividades propostas em sua residência e de forma autônoma.

Um outro tópico interessante abordado pelo autor é a utilização de atividades práticas, as quais Centurión e Jakubovic (2012) denominam de "Ação", em que o aluno deve realizar uma atividade prática sobre o conteúdo abordado. Essa atividade é bem interessante pois, de acordo com a taxonomia de Bloom (1986), é a fase da síntese, que consiste na habilidade de agregar e juntar as partes com a finalidade de criar um novo todo. Assim, o aluno consegue assimilar mais o conteúdo quando ele participa de forma ativa da construção do seu conhecimento.

O segundo tópico abordado foi a semelhança de triângulos, onde Centurión e Jakubovic (2012) relembram o tópico de semelhança de polígonos para abordar o tema semelhança de triângulos. Esse objeto matemático é abordado como um caso especial e os autores buscam solicitar que o leitor (discente) desenvolva os conteúdos de forma prática e chegue aos resultados e definições formais da matemática, como exemplo podemos citar o caso Ângulo – Ângulo (AA), único caso abordado e definido pelos autores do livro. Logo após essa definição, segue o exercício proposto através do tema "pense e responda" com 9 atividades propostas, seguidas do exercício para casa através do tema "Pensando em casa" com 4 atividades propostas, de acordo com a figura 8 abaixo.

Figura 8 - Ilustração do livro Matemática: teoria e contexto



O caso AA de semelhança

Vimos que, se dois triângulos têm os ângulos respectivamente congruentes, eles têm os lados respectivamente proporcionais. Portanto, eles são triângulos semelhantes.

Na verdade, para saber se dois triângulos são semelhantes, não é preciso verificar se eles têm os três ângulos respectivamente congruentes. Basta verificar dois ângulos. Se eles tiverem dois ângulos respectivamente congruentes, já se pode concluir que os triângulos são semelhantes.

Isso porque, nos triângulos, a soma dos ângulos internos é 180°. Assim, se dois ângulos forem respectivamente congruentes, o mesmo acontecerá com o ângulo restante. Esse é o caso AA de semelhança.

Se dois triângulos têm dois ângulos respectivamente congruentes, então esses triângulos são semelhantes.

Pense e responda

1. Calcule a medida do lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC, após compará-lo com o triângulo DEF. 18

2. Nesta figura, temos $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$. Calcule a medida de $\overline{AD}$. AD = 2

Dica: compare $\triangle ADE$ com $\triangle ABC$.

3. Nestes triângulos, tem-se $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$. Calcule x.

a) $x = 3$ b) $x = 2{,}25$

4. Podemos afirmar que três destes triângulos são semelhantes entre si. Quais são esses triângulos? $\triangle ABC \sim \triangle JKL \sim \triangle PQR$

5. (Saresp) Os triângulos MEU e REI são semelhantes, com UM // RI. O lado $\overline{ME}$ mede 12 cm. Qual é a medida, em centímetros, do lado $\overline{RE}$? d

a) 15 b) 20 c) 24 d) 36

18 • CAPÍTULO 1 GEOMETRIA: AMPLIAÇÕES E REDUÇÕES

6. Sabendo que $\overleftrightarrow{IA} \parallel \overleftrightarrow{MO}$, mostre que $\triangle TIA \sim \triangle TOM$.

Temos: $\hat{T} = \hat{T}$ (ângulo comum) e $\hat{I} = \hat{O}$ (ângulos correspondentes). Então, pelo caso AA, $\triangle TIA \sim \triangle TOM$.

7. Nesta figura, calcule $\overline{AC}$. 7,5

$\overleftrightarrow{ED} \parallel \overleftrightarrow{BC}$
AE = 3
ED = 4
BC = 10

8. A rampa de acesso a um viaduto é sustentada por colunas perpendiculares ao solo. Na figura, falta marcar a altura da coluna $\overline{AB}$. Calcule essa altura. 6,4 m

9. No 8º ano, você aprendeu que dois ângulos inscritos na circunferência que determinam um mesmo arco têm medidas iguais. Ambos têm a metade da medida do ângulo central.

$\hat{a}$ e $\hat{b}$ determinam $\overset{\frown}{AB}$

$a = b = \frac{c}{2}$

Agora, considere a figura seguinte e responda às questões.

PB = 10 mm
PC = 20 mm
PD = 9 mm

a) Qual é a medida a? Justifique. 32°; a e b determinam AD.
b) É verdade que $x = y$? Por quê? Sim, opostos pelo vértice.
c) Os triângulos PAC e PDB são semelhantes? Por quê? Sim, porque possuem os três ângulos congruentes.
d) Calcule a medida do segmento $\overline{PA}$. 18 mm

Pensando em casa

10. Nesta figura, calcule x. 3,75

11. Veja a figura.

Temos $\hat{A} = \hat{A}$ e $\hat{B} = \hat{P}$ (ângulos correspondentes). Então, pelo caso AA, temos $\triangle ABC \sim \triangle APQ$.

$\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$

a) Mostre que $\triangle APQ \sim \triangle ABC$.
b) Calcule a medida do segmento $\overline{BC}$. 1,5

19 SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS •

Fonte: Centurión e Jakubovic (2012).

Um ponto destacado pelos autores é o tópico "Ação", momento em que os alunos são incentivados a "colocar a mão na massa", utilizando materiais manipuláveis para realizar atividades que conduzam ao processo de formalização do conteúdo matemático. Após essa etapa, Centurión e Jakubovic (2012) abordaram a utilização da semelhança de triângulos ao longo da história, destacando o uso desse conceito por Tales de Mileto na medição da altura da pirâmide de Quéops. Percebemos que esse contexto histórico é crucial, sendo os segundos autores a explorá-lo em seu livro didático. Após uma contextualização histórica, os autores apresentam exercícios para serem realizados em sala de aula, totalizando 6 atividades e exercícios que promovem a autonomia dos estudantes, num total de 7 atividades propostas.

Após as observações acima, faremos o resumo no quadro abaixo de acordo com as definições de Masetti (2016) para o Livro Didático Matemática teoria e contexto.

Quadro 8 - Análise do livro didático Matemática: teoria e contexto

<table>
<tr><th>Categorias</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th colspan="2">Análise do livro didático</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Situações</td><td colspan="2">Introdução / Motivação</td><td colspan="2">O Autor inicia já trabalhando o conceito de semelhança de polígonos e razão de semelhança, buscando levar o leitor a visualizar e depois realizar a formalização dos conceitos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Exemplos – tarefas resolvidas</td><td colspan="2">O autor propõe situações de uso da semelhança para os alunos, para poder introduzir o processo de formalização dos conteúdos matemáticos sobre o assunto.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Tarefas Propostas</td><td>Conhecimentos prévios</td><td colspan="2">O autor utiliza-se de atividades denominadas de “vamos fazer” em um total de 9 atividades. Para levar os alunos a introduzir os conhecimentos matemáticos.</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos emergentes</td><td colspan="2">Para desenvolver os chamados conhecimentos emergentes, o autor utiliza-se do termo “Vamos aplicar” com um total de 19 atividades propostas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Linguagem</td><td colspan="2">Formal</td><td colspan="2">Percebemos a linguagem formal quando o autor vai formalizar os conhecimentos matemáticos e para isso ele utiliza-se do rigor matemático.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Informal</td><td colspan="2">A linguagem informal é percebida quando o autor busca introduzir os assuntos e levar o leitor a se interessar pelo assunto proposto, nesses momentos, o autor busca usar uma linguagem que seja mais acessível para o leitor.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Conceitos</td><td colspan="2">Explícito</td><td colspan="2" rowspan="2">Os conceitos utilizados pelos autores são explícitos, de modo que o autor expõe os conceitos matemáticos de forma direta.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Implícito</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Proposições</td><td colspan="2" rowspan="3">Análise de como foram apresentadas as propriedades pelo livro didático</td><td colspan="2">O autor utiliza-se de uma exposição formal quando aborda os conteúdos matemáticos. Utiliza-se das proposições lógico dedutiva ou informal quando busca levar o leitor a definir o próprio conhecimento matemático.</td></tr>
<tr><td colspan="2">As propriedades foram justificadas através do processo lógico dedutivo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Quanto à resolução de exercícios: eles a utilizam com a recordação das regras.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Procedimentos</td><td colspan="2" rowspan="3">Os autores sugerem maneiras diferentes de se resolver um exercício.</td><td colspan="2">O Autor utiliza-se de vários procedimentos para se resolver as situações/tarefas ou apenas um em cada caso? Sim, buscando formas diferentes de apresentar os exercícios propostos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Os procedimentos utilizados na resolução dos exercícios são justificados? O autor propõe bastante exercício, e utiliza-se de exemplos (exercícios resolvidos) para auxiliar o leitor nos próximos exercícios que precisam ser desenvolvidos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Novas tecnologias são utilizadas: o autor não faz referências ao uso de calculadoras e/ ou computadores.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Argumentação</td><td colspan="2" rowspan="2">Mostra utilidade no desenvolvimento</td><td colspan="2">Utiliza uma prática discursiva baseada na linguagem verbal.</td></tr>
<tr><td>Tipo de prova</td><td>O autor utiliza-se da prova direta para abordar os conhecimentos matemáticos abordados.</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Masetti (2016).

4.3. MATEMÁTICA: PROJETO TELÁRIS (2012)

O Livro Matemática do Projeto Teláris do 9º ano do Ensino Fundamental tem como autor Luiz Roberto Dante, foi publicado no ano de 2012, pela editora Ática, situada da Cidade de São Paulo. Nele, será observado como o autor aborda o objeto matemático Semelhança de triângulos.

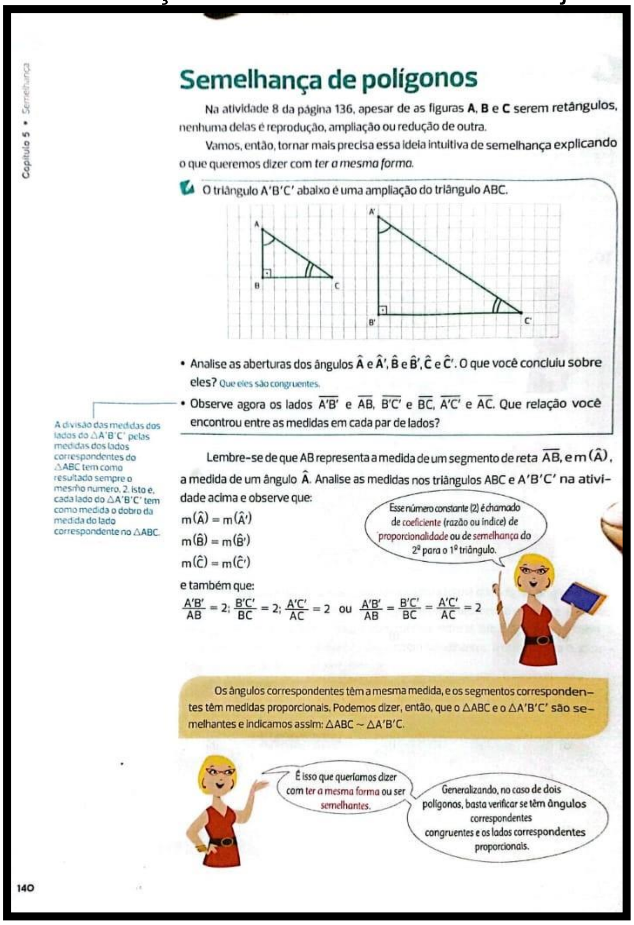
Dante (2012) começa o assunto de semelhança no capítulo 5. Ele realiza um processo de introdução onde faz o leitor refletir sobre o tema semelhança de triângulos no cotidiano e procura descrever como esse conceito é abordado em matemática. Depois desse processo de introdução, o autor apresenta ao leitor duas figuras e busca desenvolver um raciocínio relacionado à ideia de proporção. Após esse assunto, o autor busca, através do exercício (2 atividades propostas), levar o leitor a refletir sobre o conceito de proporcionalidade.

Para Costa e Gonçalves (2022, p. 376), uma UARC "se caracteriza como uma estrutura repleta de perguntas cujo objetivo é levar os estudantes a refletirem sobre o que estão realizando durante a construção do objeto de aprendizagem em questão".

Após trabalhar o conceito de proporcionalidade com o leitor, Dante (2012), busca trabalhar com o conceito de ampliação e redução de figuras, através do uso do papel quadriculado. Depois desse processo de conceitualização, o autor propõe ao leitor exercícios que trabalhem com o conceito de ampliação e redução de figuras, num total de 6 atividades. O autor também procura desenvolver em seu leitor a capacidade de leitura e interpretação de textos que possam facilitar o entendimento do conceito de redução e ampliação de figuras.

O livro leva-nos a fazer a diferenciação entre figuras semelhantes e figuras congruentes, e após trabalhar com esse conteúdo o autor leva o discente à prática do conhecimento através da aplicação de exercícios sobre o assunto, em um total de 2 atividades. Após essas atividades, o autor aborda o assunto semelhança de polígonos. Após a explicação deste assunto, ele desenvolve o processo de formalização do conteúdo matemático, conforme podemos visualizar na figura 9.

Figura 9 - Ilustração do livro Matemática: Projeto Teláris



Capítulo 5 • Semelhança

Semelhança de polígonos

Na atividade 8 da página 136, apesar de as figuras **A**, **B** e **C** serem retângulos, nenhuma delas é reprodução, ampliação ou redução de outra.

Vamos, então, tornar mais precisa essa ideia intuitiva de semelhança explicando o que queremos dizer com *ter a mesma forma*.

O triângulo A'B'C' abaixo é uma ampliação do triângulo ABC.

A B C A' B' C'

- Analise as aberturas dos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{A}'$, $\hat{B}$ e $\hat{B}'$, $\hat{C}$ e $\hat{C}'$. O que você concluiu sobre eles? Que eles são congruentes.
- Observe agora os lados $\overline{A'B'}$ e $\overline{AB}$, $\overline{B'C'}$ e $\overline{BC}$, $\overline{A'C'}$ e $\overline{AC}$. Que relação você encontrou entre as medidas em cada par de lados?

A divisão das medidas dos lados do $\triangle A'B'C'$ pelas medidas dos lados correspondentes do $\triangle ABC$ tem como resultado sempre o mesmo número, 2, isto é, cada lado do $\triangle A'B'C'$ tem como medida o dobro da medida do lado correspondente no $\triangle ABC$.

Lembre-se de que AB representa a medida de um segmento de reta $\overline{AB}$, e m$(\hat{A})$, a medida de um ângulo $\hat{A}$. Analise as medidas nos triângulos ABC e A'B'C' na atividade acima e observe que:

$m(\hat{A}) = m(\hat{A}')$

$m(\hat{B}) = m(\hat{B}')$

$m(\hat{C}) = m(\hat{C}')$

e também que:

$\frac{A'B'}{AB} = 2$; $\frac{B'C'}{BC} = 2$; $\frac{A'C'}{AC} = 2$ ou $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = 2$

Os ângulos correspondentes têm a mesma medida, e os segmentos correspondentes têm medidas proporcionais. Podemos dizer, então, que o $\triangle ABC$ e o $\triangle A'B'C'$ são semelhantes e indicamos assim: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C$.

140

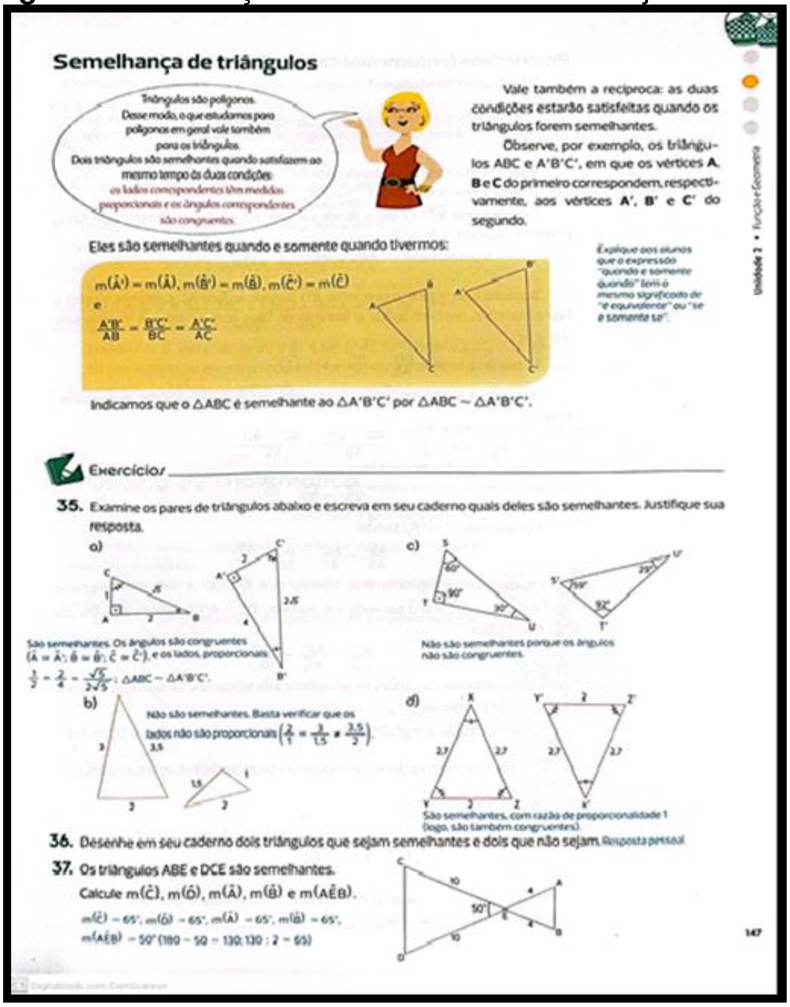
Fonte: Dante (2012).

Após a formalização do tema semelhança de polígonos, conforme podemos visualizar na figura 9, o autor busca envolver o leitor na resolução de exercícios sobre o tema proposto em um total de 15 atividades. Percebemos que Dante busca fazer o leitor desenvolver a prática do que foi proposto através dos exercícios que são apresentados.

Dante (2012) busca deixar bem claro ao leitor o conceito de razão, ao trabalhar a razão entre os perímetros dos polígonos de figuras semelhantes, bem como a razão entre as áreas de regiões poligonais semelhantes. E para isso, ele formaliza os conceitos e após esse processo de formalização, busca desenvolver o exercício com um total de 9 atividades sobre o tema abordado. Notamos que dos livros analisados até o momento esse é o único em que tais temas são abordados de forma bem consistente, antes de abordar o tema semelhança de triângulos.

Ao abordar o tema semelhança de triângulos, Dante (2012) apenas faz uma observação sobre o triângulo ser um polígono. Para tanto, todas as definições trabalhadas anteriormente são válidas para o processo de desenvolvimento e resolução de questões que envolvem a semelhança de triângulos, conforme podemos visualizar na figura 10 abaixo. Após a breve explicação, o autor desenvolve um exercício sobre o tema num total de 3 atividades.

Figura 10: Ilustração do livro Matemática: Projeto Teláris



Semelhança de triângulos

Triângulos são polígonos.
Desse modo, o que estudamos para polígonos em geral vale também para os triângulos.
Dois triângulos são semelhantes quando satisfazem ao mesmo tempo às duas condições: os lados correspondentes têm medidas proporcionais e os ângulos correspondentes são congruentes.

Vale também a recíproca: as duas condições estarão satisfeitas quando os triângulos forem semelhantes.

Observe, por exemplo, os triângulos ABC e A'B'C', em que os vértices A, B e C do primeiro correspondem, respectivamente, aos vértices A', B' e C' do segundo.

Eles são semelhantes quando e somente quando tivermos:

$m(\hat{A}') = m(\hat{A}), m(\hat{B}') = m(\hat{B}), m(\hat{C}') = m(\hat{C})$

e

$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$

Explique aos alunos que a expressão "quando e somente quando" tem o mesmo significado de "é equivalente" ou "se e somente se".

Indicamos que o $\triangle ABC$ é semelhante ao $\triangle A'B'C'$ por $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

Exercícios

35. Examine os pares de triângulos abaixo e escreva em seu caderno quais deles são semelhantes. Justifique sua resposta.

a) São semelhantes. Os ângulos são congruentes ($\hat{A} = \hat{A}'$; $\hat{B} = \hat{B}'$; $\hat{C} = \hat{C}'$), e os lados, proporcionais $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$; $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

b) Não são semelhantes. Basta verificar que os lados não são proporcionais $\left(\frac{2}{1} = \frac{3}{1,5} \neq \frac{3,5}{2}\right)$.

c) Não são semelhantes porque os ângulos não são congruentes.

d) São semelhantes, com razão de proporcionalidade 1 (logo, são também congruentes).

36. Desenhe em seu caderno dois triângulos que sejam semelhantes e dois que não sejam. Resposta pessoal

37. Os triângulos ABE e DCE são semelhantes.
Calcule $m(\hat{C})$, $m(\hat{D})$, $m(\hat{A})$, $m(\hat{B})$ e $m(A\hat{E}B)$.

$m(\hat{C}) = 65°$, $m(\hat{D}) = 65°$, $m(\hat{A}) = 65°$, $m(\hat{B}) = 65°$,
$m(A\hat{E}B) = 50°$ (180 − 50 = 130; 130 : 2 = 65)

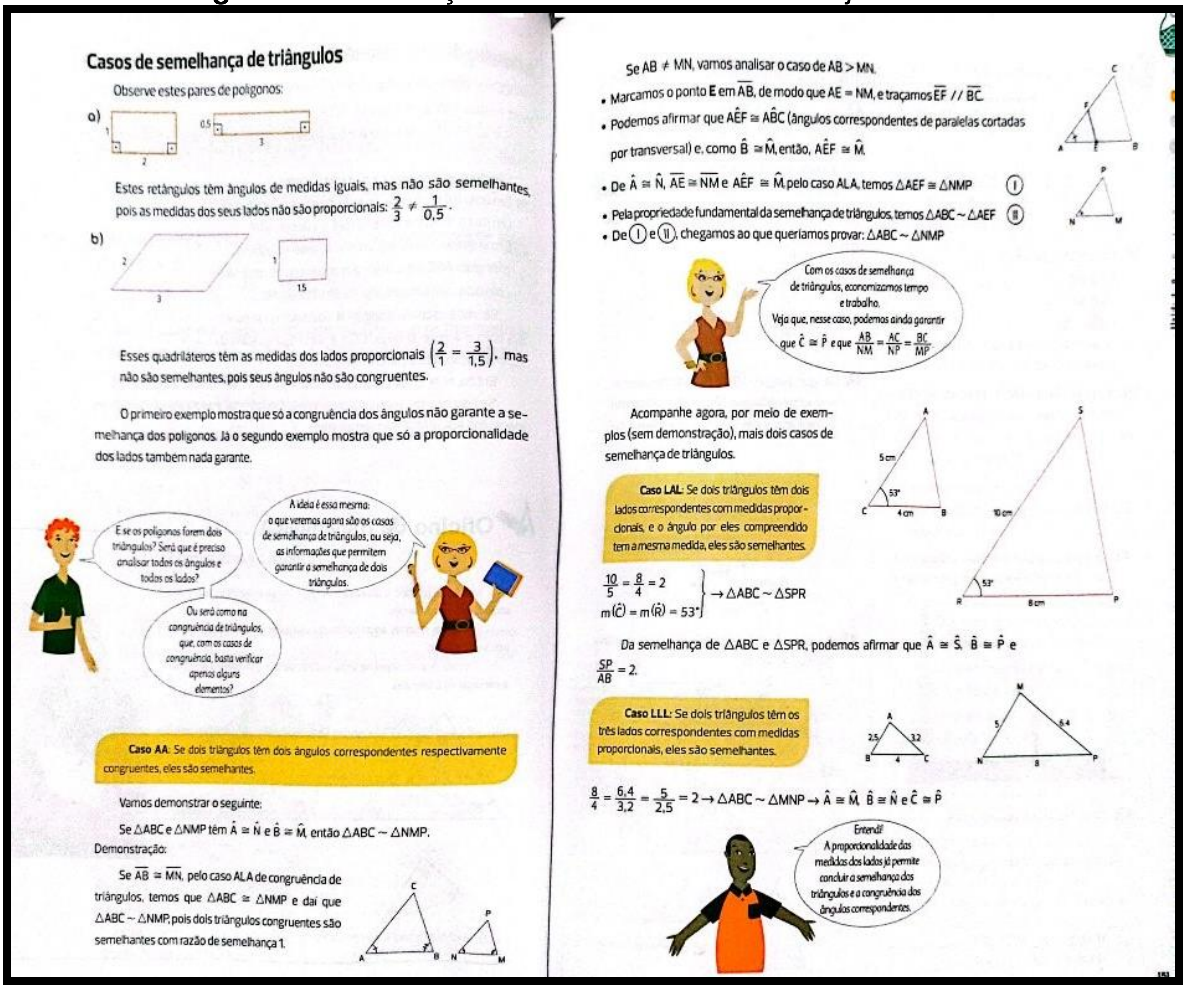
147

Fonte: Dante (2012).

Após uma breve iniciação sobre o tema semelhança de triângulos, Dante (2012), busca oferecer um destaque para propriedades fundamentais que envolvem o referido tema, fazendo a demonstração dessa propriedade, desenvolvendo a aplicação da propriedade fundamental. Algo interessante que podemos destacar no livro é a oficina de Matemática, que é o momento em que o autor leva o leitor a fazer a aplicação da propriedade de maneira prática, o que conforme Sant'Anna (2020), permite uma melhor compreensão do conteúdo por parte do discente.

Depois de abordar o tema semelhança de triângulos, Dante (2012) conceitua os casos de semelhança de triângulos: AA (Ângulo-Ângulo); LAL (Lado-Ângulo-Lado) e LLL (Lado-Lado-Lado), conforme visualizamos na figura 11:

Figura 11 - Ilustração do livro Matemática: Projeto Teláris



Casos de semelhança de triângulos

Observe estes pares de polígonos:

a)

Estes retângulos têm ângulos de medidas iguais, mas não são semelhantes, pois as medidas dos seus lados não são proporcionais: $\frac{2}{3} \neq \frac{1}{0,5}$.

b)

Esses quadriláteros têm as medidas dos lados proporcionais $\left(\frac{2}{1} = \frac{3}{1,5}\right)$, mas não são semelhantes, pois seus ângulos não são congruentes.

O primeiro exemplo mostra que só a congruência dos ângulos não garante a semelhança dos polígonos. Já o segundo exemplo mostra que só a proporcionalidade dos lados também nada garante.

Caso AA: Se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes respectivamente congruentes, eles são semelhantes.

Vamos demonstrar o seguinte:

Se $\triangle ABC$ e $\triangle NMP$ têm $\hat{A} \cong \hat{N}$ e $\hat{B} \cong \hat{M}$, então $\triangle ABC \sim \triangle NMP$.

Demonstração:

Se $\overline{AB} \cong \overline{MN}$, pelo caso ALA de congruência de triângulos, temos que $\triangle ABC \cong \triangle NMP$ e daí que $\triangle ABC \sim \triangle NMP$, pois dois triângulos congruentes são semelhantes com razão de semelhança 1.

Se $AB \neq MN$, vamos analisar o caso de $AB > MN$.

- Marcamos o ponto **E** em $\overline{AB}$, de modo que $AE = NM$, e traçamos $\overline{EF} // \overline{BC}$.
- Podemos afirmar que $A\hat{E}F \cong A\hat{B}C$ (ângulos correspondentes de paralelas cortadas por transversal) e, como $\hat{B} \cong \hat{M}$, então, $A\hat{E}F \cong \hat{M}$.
- De $\hat{A} \cong \hat{N}$, $\overline{AE} \cong \overline{NM}$ e $A\hat{E}F \cong \hat{M}$ pelo caso ALA, temos $\triangle AEF \cong \triangle NMP$ (I)
- Pela propriedade fundamental da semelhança de triângulos, temos $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ (II)
- De (I) e (II), chegamos ao que queríamos provar: $\triangle ABC \sim \triangle NMP$

Acompanhe agora, por meio de exemplos (sem demonstração), mais dois casos de semelhança de triângulos.

Caso LAL: Se dois triângulos têm dois lados correspondentes com medidas proporcionais, e o ângulo por eles compreendido tem a mesma medida, eles são semelhantes.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{10}{5} = \frac{8}{4} = 2 \\ m(\hat{C}) = m(\hat{R}) = 53^\circ\end{array}\right\} \rightarrow \triangle ABC \sim \triangle SPR$$

Da semelhança de $\triangle ABC$ e $\triangle SPR$, podemos afirmar que $\hat{A} \cong \hat{S}$, $\hat{B} \cong \hat{P}$ e $\frac{SP}{AB} = 2$.

Caso LLL: Se dois triângulos têm os três lados correspondentes com medidas proporcionais, eles são semelhantes.

$$\frac{8}{4} = \frac{6,4}{3,2} = \frac{5}{2,5} = 2 \rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP \rightarrow \hat{A} \cong \hat{M},\ \hat{B} \cong \hat{N} \text{ e } \hat{C} \cong \hat{P}$$

Fonte: Dante (2012).

Após as definições relacionadas aos casos de semelhança de triângulos, o autor aborda o tema "exercícios e problemas", com o objetivo de trabalhar com 8 atividades sobre o tema. Em poucas linhas, o autor instiga os alunos a desenvolverem aplicações de semelhanças de triângulos. Ele apresenta o que chamamos de "exercícios", os quais consistem em 11 atividades e dois desafios. Um tópico específico que o autor busca desenvolver e que pode ser aplicado de forma prática é o uso da semelhança para medir distâncias inacessíveis. Após a conceituação e aplicação através de exemplos, Dante (2012) propõe aos leitores que desenvolvam a prática sobre o tema abordado através de 4 exercícios.

Algo interessante no livro de Dante (2012) é o ensino de transformações geométricas através da translação, reflexão e rotação. Além disso, há algo que não foi observado em nenhum outro livro: a transformação homotética, que trabalha a semelhança de triângulo de uma forma bem específica, com o objetivo de abordar propriedades importantes de uma homotetia.

Após a observação de forma geral do livro, iremos resumir as atividades propostas através da abordagem de Masetti (2016), apresentadas no quadro 9.

Quadro 9 - Critérios de análise do livro didático Matemática: Projeto Teláris

<table>
<tr><th>Categorias</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th>Análise do livro didático</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Situações</td><td colspan="2">- Introdução/Motivação</td><td>O Autor busca relacionar o conceito de semelhança com o conhecimento prévio que o leitor tem sobre o termo semelhança, e após essa provocação inicial, Dante (2012) começa a relacionar com a semelhança no contexto da Matemática.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Exemplos – tarefas resolvidas</td><td>O autor propõe situações de uso da semelhança para os alunos, para poder introduzir o processo de formalização dos conteúdos matemáticos sobre o assunto, bem como o processo de ampliação e redução de figuras para abordar o conceito de semelhança.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Tarefas Propostas</td><td>Conhecimentos prévios</td><td>O autor utiliza-se de exercícios em um total de 25 atividades. Para levar os alunos a introduzirem os conhecimentos matemáticos sobre semelhança.
Sobre o tema razão, o autor disponibiliza um total 9 atividades.</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos emergentes</td><td>Para desenvolver os chamados conhecimentos emergentes, que nesse trabalho é a semelhança de triângulos, o autor disponibiliza 22 exercícios e 2 desafios.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Linguagem</td><td colspan="2">Formal</td><td>Percebemos a linguagem formal quando o autor vai conceituar os conhecimentos matemáticos e para isso ele utiliza o rigor matemático.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Informal</td><td>A linguagem informal é percebida quando o autor busca introduzir os assuntos e levar o leitor a se interessar pelo assunto proposto. Nesses momentos, percebemos que o autor busca usar uma linguagem que seja mais acessível para o leitor.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Conceitos</td><td colspan="2">Explícito</td><td rowspan="2">Os conceitos utilizados pelos autores são explícitos, de modo que o autor expõe os conceitos matemáticos de forma direta.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Implícito</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proposições</td><td colspan="2" rowspan="2">Análise de como foram apresentadas as propriedades pelo livro didático</td><td>O autor utiliza uma exposição formal quando aborda os conteúdos matemáticos. Utiliza-se das proposições lógico dedutiva ou informal quando busca levar o leitor a definir o próprio conhecimento matemático.</td></tr>
<tr><td>As propriedades foram justificadas através do processo lógico dedutivo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">Quanto à resolução de exercícios: Eles a utilizam com a recordação das regras.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Procedimentos</td><td rowspan="3">Os autores sugerem maneiras diferentes de se resolver um exercício.</td><td colspan="2">O Autor utiliza vários procedimentos para se resolver as situações/tarefas ou apenas um em cada caso? Vários, buscando formas diferentes de apresentar os exercícios propostos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Os procedimentos utilizados na resolução dos exercícios são justificados? O autor propõe bastante exercício, e utiliza exemplos (exercícios resolvidos) para auxiliar o leitor nos próximos exercícios que precisam ser desenvolvidos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Novas tecnologias são utilizadas: o autor não faz referências ao uso de calculadoras e/ ou computadores.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Argumentação</td><td rowspan="2">Mostra Utilidade no desenvolvimento</td><td colspan="2">Utiliza uma prática discursiva baseada na linguagem verbal e também gráfica com a apresentação de muitas imagens que colaboram para o melhor entendimento do leitor.</td></tr>
<tr><td>Tipo de prova</td><td>O autor utiliza-se da prova direta para abordar os conhecimentos matemáticos abordados.</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Masetti (2016).

Uma situação de destaque no Livro de Dante (2012) é um capítulo chamado *Ponto de chegada*, no qual o autor aborda a história de Tales de Mileto e a altura das pirâmides, tema que já foi abordado nos livros avaliados anteriormente nesse trabalho, no qual já foi dado destaque sobre a importância do uso de tópicos históricos com o objetivo de situar o leitor no momento histórico que determinado conhecimento foi desenvolvido e como esse conhecimento contribui e continua a contribuir para o processo de evolução da sociedade de um modo geral.

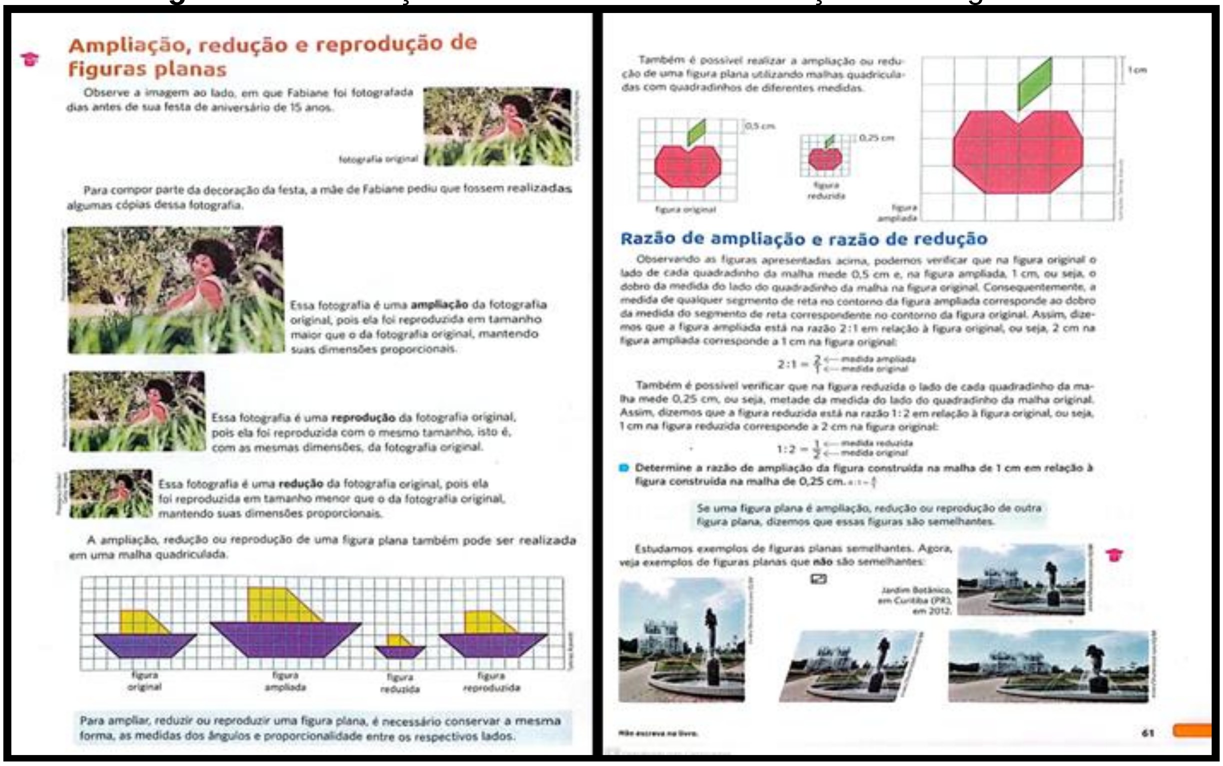
4.4. MATEMÁTICA: COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS (2015)

O Livro Matemática, primeira edição da coleção convergências, foi publicado em 2015 pela editora SM na cidade de São Paulo e teve como autor o professor licenciado em Matemática Eduardo Rodrigues Chavante.

Chavante (2015) primeiro aborda os temas algébricos em seu livro, abordando a geometria apenas na Unidade 2, capítulo 3, momento em que ele começa a desenvolver a ideia de proporção. Nesse primeiro momento, o autor desenvolve a ideia de *ampliação* e *redução* de figuras, trabalhando junto ao leitor as relações que existem entre as figuras semelhantes.

Após abordar esse conceito de semelhança de figuras, o autor busca introduzir o conceito de ampliação, redução e reprodução de figuras, através de fotografia ou através de ampliação e redução de uma figura na malha quadriculada, conforme podemos visualizar na figura 12 abaixo.

Figura 12 - Ilustração do livro Matemática: coleção convergências



Ampliação, redução e reprodução de figuras planas

Observe a imagem ao lado, em que Fabiane foi fotografada dias antes de sua festa de aniversário de 15 anos.

fotografia original

Para compor parte da decoração da festa, a mãe de Fabiane pediu que fossem realizadas algumas cópias dessa fotografia.

Essa fotografia é uma **ampliação** da fotografia original, pois ela foi reproduzida em tamanho maior que o da fotografia original, mantendo suas dimensões proporcionais.

Essa fotografia é uma **reprodução** da fotografia original, pois ela foi reproduzida com o mesmo tamanho, isto é, com as mesmas dimensões, da fotografia original.

Essa fotografia é uma **redução** da fotografia original, pois ela foi reproduzida em tamanho menor que o da fotografia original, mantendo suas dimensões proporcionais.

A ampliação, redução ou reprodução de uma figura plana também pode ser realizada em uma malha quadriculada.

figura original
figura ampliada
figura reduzida
figura reproduzida

Para ampliar, reduzir ou reproduzir uma figura plana, é necessário conservar a mesma forma, as medidas dos ângulos e proporcionalidade entre os respectivos lados.

Também é possível realizar a ampliação ou redução de uma figura plana utilizando malhas quadriculadas com quadradinhos de diferentes medidas.

0,5 cm
0,25 cm
1 cm
figura original
figura reduzida
figura ampliada

Razão de ampliação e razão de redução

Observando as figuras apresentadas acima, podemos verificar que na figura original o lado de cada quadradinho da malha mede 0,5 cm e, na figura ampliada, 1 cm, ou seja, o dobro da medida do lado do quadradinho da malha na figura original. Consequentemente, a medida de qualquer segmento de reta no contorno da figura ampliada corresponde ao dobro da medida do segmento de reta correspondente no contorno da figura original. Assim, dizemos que a figura ampliada está na razão 2:1 em relação à figura original, ou seja, 2 cm na figura ampliada corresponde a 1 cm na figura original:

$$2:1 = \frac{2}{1} \begin{matrix} \leftarrow \text{medida ampliada} \\ \leftarrow \text{medida original} \end{matrix}$$

Também é possível verificar que na figura reduzida o lado de cada quadradinho da malha mede 0,25 cm, ou seja, metade da medida do lado do quadradinho da malha original. Assim, dizemos que a figura reduzida está na razão 1:2 em relação à figura original, ou seja, 1 cm na figura reduzida corresponde a 2 cm na figura original:

$$1:2 = \frac{1}{2} \begin{matrix} \leftarrow \text{medida reduzida} \\ \leftarrow \text{medida original} \end{matrix}$$

Determine a razão de ampliação da figura construída na malha de 1 cm em relação à figura construída na malha de 0,25 cm.

Se uma figura plana é ampliação, redução ou reprodução de outra figura plana, dizemos que essas figuras são semelhantes.

Estudamos exemplos de figuras planas semelhantes. Agora, veja exemplos de figuras planas que **não** são semelhantes:

Jardim Botânico, em Curitiba (PR), em 2012.

Não escreva no livro.

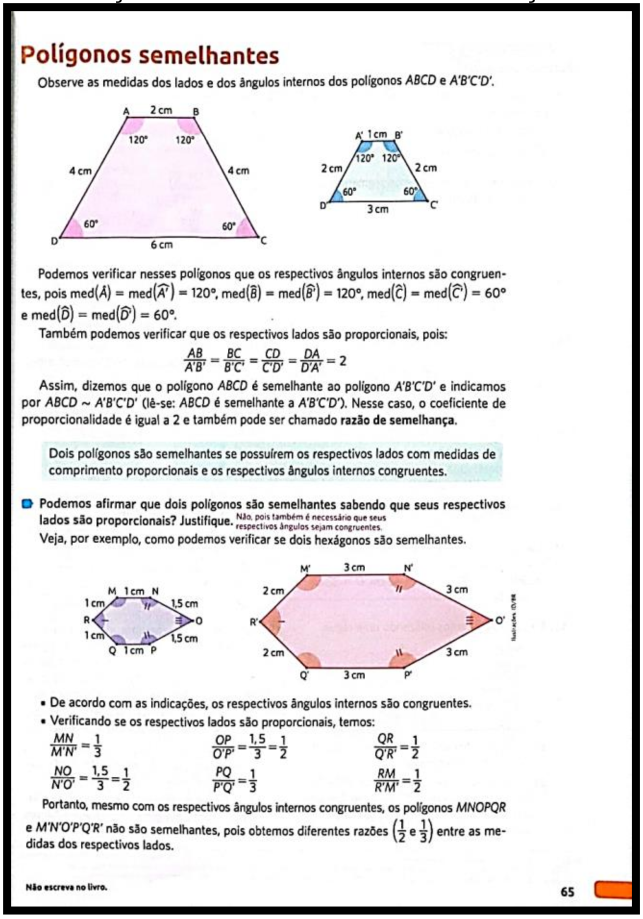
61

Fonte: Chavante (2015).

Ainda nessa figura, podemos visualizar o ensino de *razão de ampliação* e *razão de redução*. Após a aplicação desses conteúdos, Chavante (2015) utiliza-se de exercícios para trabalhar com os alunos os conteúdos abordados, e isso é feito através de 7 atividades sobre o tema semelhança de figuras.

Após as atividades propostas sobre o tema *semelhança*, Chavante (2015), trabalha o tema segmentos proporcionais e proporção de segmentos, e após o uso desses temas e sua definição e formalização matemática, o autor já aborda o tema polígonos semelhantes, realizando a definição com o rigor matemático, conforme podemos visualizar na figura 13 abaixo.

Figura 13 - Ilustração do livro Matemática: coleção convergências



Polígonos semelhantes

Observe as medidas dos lados e dos ângulos internos dos polígonos *ABCD* e *A'B'C'D'*.

Podemos verificar nesses polígonos que os respectivos ângulos internos são congruentes, pois $med(\hat{A}) = med(\hat{A'}) = 120°$, $med(\hat{B}) = med(\hat{B'}) = 120°$, $med(\hat{C}) = med(\hat{C'}) = 60°$ e $med(\hat{D}) = med(\hat{D'}) = 60°$.

Também podemos verificar que os respectivos lados são proporcionais, pois:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'} = 2$$

Assim, dizemos que o polígono *ABCD* é semelhante ao polígono *A'B'C'D'* e indicamos por $ABCD \sim A'B'C'D'$ (lê-se: *ABCD* é semelhante a *A'B'C'D'*). Nesse caso, o coeficiente de proporcionalidade é igual a 2 e também pode ser chamado **razão de semelhança**.

Dois polígonos são semelhantes se possuírem os respectivos lados com medidas de comprimento proporcionais e os respectivos ângulos internos congruentes.

Podemos afirmar que dois polígonos são semelhantes sabendo que seus respectivos lados são proporcionais? Justifique. Não, pois também é necessário que seus respectivos ângulos sejam congruentes.

Veja, por exemplo, como podemos verificar se dois hexágonos são semelhantes.

- De acordo com as indicações, os respectivos ângulos internos são congruentes.
- Verificando se os respectivos lados são proporcionais, temos:

$\frac{MN}{M'N'} = \frac{1}{3}$ $\frac{OP}{O'P'} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$ $\frac{QR}{Q'R'} = \frac{1}{2}$

$\frac{NO}{N'O'} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$ $\frac{PQ}{P'Q'} = \frac{1}{3}$ $\frac{RM}{R'M'} = \frac{1}{2}$

Portanto, mesmo com os respectivos ângulos internos congruentes, os polígonos *MNOPQR* e *M'N'O'P'Q'R'* não são semelhantes, pois obtemos diferentes razões $\left(\frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{3}\right)$ entre as medidas dos respectivos lados.

Não escreva no livro.

65

Fonte: Chavante (2015).

Após a definição de semelhança de figuras planas, o autor já segue com as atividades sobre o assunto, em um total de 9 exercícios, seguidos de 2 (duas) atividades denominadas de *conectando ideias*, onde o autor busca situar o leitor de como podemos trabalhar o conteúdo em situações do dia a dia. Verificamos ao analisar esse livro didático que o Chavante (2015) não aborda de maneira explícita o objeto matemático semelhança de triângulos. Esse assunto é abordado quando o autor desenvolve o tema Teorema de Tales no triângulo, e apenas nesse momento o autor relaciona-o ao tema semelhança de triângulos.

Percebemos que nos livros mais recentes o tema da homotetia aparece com maior frequência, sendo abordado por Chavante (2015) com destaque nos exercícios. No capítulo que trata do teorema de Tales e da homotetia, o Ele apresenta 11 exercícios. Além disso, dentro do conceito *conexão de ideias*, o autor trabalha com 4 exercícios que visam resgatar aos leitores os conceitos envolvidos e como eles podem ser aplicados em situações cotidianas.

De forma a fazer um resgate de todos os temas abordados, Chavante (2015) aborda através do tópico “Vamos relembrar” um total de 11 atividades que buscam fazer o leitor praticar todos os conteúdos que foram abordados ao longo do que foi ensinado no capítulo. Algo interessante que podemos observar nas páginas que finalizam o tema geometria no livro didático abordado é a história de Tales de Mileto e suas contribuições para a matemática. E nesse momento, o autor aborda o objeto matemático semelhança de triângulos. Outro tópico bem interessante abordado em seguida é o uso de um teodolito caseiro para a aplicação do tema semelhança de triângulos. No livro, esse tópico é abordado com o tema “mão na massa”.

Após essa análise mais geral sobre o Livro Didático de Chavante (2015), faremos um resumo através da metodologia de Masetti (2016), no quadro 10 abaixo.

Quadro 10 - Critérios de análise do livro didático Matemática: Coleção convergências

Categorias	**Subcategorias**		**Análise do livro didático**
Situações	- Introdução/Motivação		O Autor utiliza-se de um texto que trata sobre o uso de impressoras digitais e como este pode ser trabalhado com o tema ampliar e reduzir objetos.
	Exemplos – tarefas resolvidas		O autor propõe situações de uso da semelhança para os alunos, para poder introduzir o processo de formalização dos conteúdos matemáticos sobre o assunto, bem como o processo de ampliação e redução de figuras para abordar o conceito de semelhança.
	Tarefas Propostas	Conhecimentos prévios	O autor utiliza-se de exercícios em um total de 16 atividades para levar os alunos a introduzirem os conhecimentos matemáticos sobre semelhança e sobre o tema razão. Utiliza-se ainda de 2 atividades: “conectando saberes”.
		Conhecimentos emergentes	Para desenvolver os chamados conhecimentos emergentes que nesse trabalho é a semelhança de triângulos, o autor disponibiliza apenas 4 exercícios, e ele não aborda de forma direta o referido objeto matemático. Na parte de conectando saberes, percebemos um interesse maior do autor em abordar questões que trabalham a semelhança de triângulos. Temos 4 questões. Percebemos que o autor trabalha questões de semelhança de triângulo quando aborda o tópico “Vamos relembrar”, abordando 3 questões.
Linguagem	Formal		Percebemos a linguagem formal quando o autor vai conceituar os

		conhecimentos matemáticos e para isso ele utiliza o rigor matemático.	
	Informal	Percebemos que o autor não se utiliza da linguagem informal na construção de seu texto.	
Conceitos	Explícito	Os conceitos utilizados são explícitos, de modo que o autor expõe os conceitos matemáticos de forma direta e vai realizando as definições necessárias.	
	Implícito		
Proposições	Análise de como foram apresentadas as propriedades pelo livro didático	O autor utiliza-se de uma exposição formal quando aborda os conteúdos matemáticos.	
		As propriedades foram justificadas através do processo lógico dedutivo.	
		Quanto à resolução de exercícios: Eles a utilizam com a recordação das regras.	
Procedimentos	Os autores sugerem maneiras diferentes de ser resolver um exercício.	O Autor utiliza-se de vários procedimentos para se resolver as situações/tarefas ou apenas um em cada caso? Buscando formas diferentes de apresentar os exercícios propostos.	
		Os procedimentos utilizados na resolução dos exercícios são justificados? O autor propõe bastantes exercícios e utiliza-se de exemplos (exercícios resolvidos) para auxiliar o leitor nos próximos exercícios que precisam ser desenvolvidos.	
		Novas tecnologias são utilizadas: o autor já faz referências ao uso de calculadoras e/ ou computadores.	
Argumentação	Mostra Utilidade no desenvolvimento	Utiliza uma prática discursiva baseada na linguagem verbal e também gráfica, com a apresentação de muitas imagens que colaboram para o melhor entendimento do leitor.	
		Tipo de prova	O autor utiliza-se da prova direta para abordar os conhecimentos matemáticos abordados.

Fonte: Adaptado de Masetti (2016).

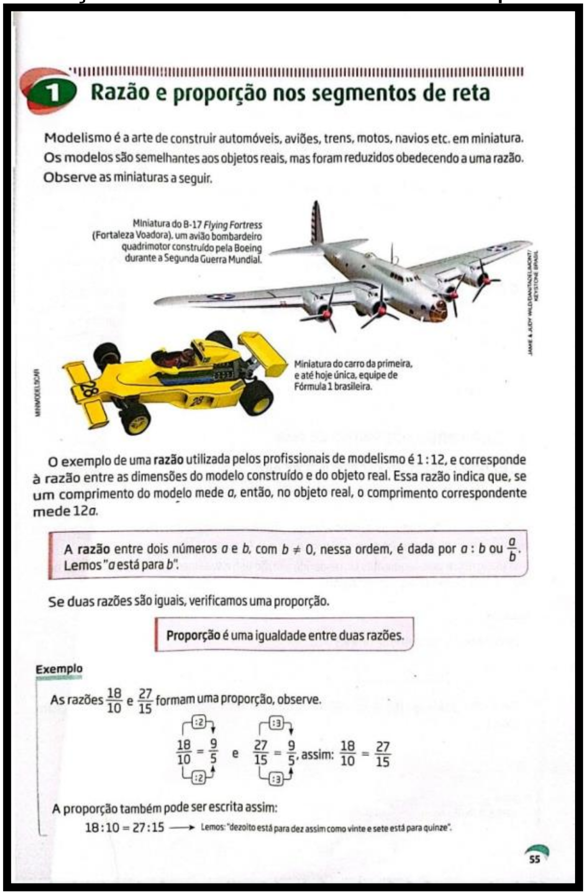
4.5. MATEMÁTICA: COMPREENSÃO E PRÁTICA (2018)

O Livro Matemática - Compreensão e Prática, 5ª edição, foi publicado pela editora Moderna em 2018 e elaborado por Ênio Silveira. Faz parte da coleção de 4 livros destinados aos estudantes do ensino fundamental da educação básica.

Silveira (2018) aborda o tema dos segmentos fornecidos e semelhança no capítulo 3. Ele começa com a imagem do Cristo Redentor e, a partir dela, propõe alguns encaminhamentos, desenvolvendo o tema com um breve texto sobre a imagem e dois questionamentos que levam à reflexão sobre proporção. Em seguida, o autor introduz o conceito de semelhança no dia a dia através do tópico 'Trocando ideias', destacando como esse conceito é abordado na matemática.

Silveira (2018) explora o uso da ampliação e redução de figuras utilizando uma malha quadriculada, além da comparação de figuras. Nesse momento, o autor sugere um trabalho em grupo, no qual os alunos devem responder a dois questionamentos propostos. Busca-se, através de questionamento, introduzir o conceito de razão e proporção nos segmentos de reta. Ele finaliza com o processo de formalização do conceito de razão e proporção, conforme podemos visualizar na figura 14 abaixo:

Figura 14: Ilustração do livro Matemática: Compreensão e prática



1 Razão e proporção nos segmentos de reta

Modelismo é a arte de construir automóveis, aviões, trens, motos, navios etc. em miniatura. Os modelos são semelhantes aos objetos reais, mas foram reduzidos obedecendo a uma razão. Observe as miniaturas a seguir.

Miniatura do B-17 *Flying Fortress* (Fortaleza Voadora), um avião bombardeiro quadrimotor construído pela Boeing durante a Segunda Guerra Mundial.

Miniatura do carro da primeira, e até hoje única, equipe de Fórmula 1 brasileira.

O exemplo de uma **razão** utilizada pelos profissionais de modelismo é 1 : 12, e corresponde à razão entre as dimensões do modelo construído e do objeto real. Essa razão indica que, se um comprimento do modelo mede a, então, no objeto real, o comprimento correspondente mede $12a$.

A **razão** entre dois números a e b, com $b \neq 0$, nessa ordem, é dada por $a : b$ ou $\frac{a}{b}$. Lemos "a está para b".

Se duas razões são iguais, verificamos uma proporção.

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Exemplo

As razões $\frac{18}{10}$ e $\frac{27}{15}$ formam uma proporção, observe.

$$\frac{18}{10} \xrightarrow{:2} \frac{9}{5} \quad \text{e} \quad \frac{27}{15} \xrightarrow{:3} \frac{9}{5}\text{, assim: } \frac{18}{10} = \frac{27}{15}$$

A proporção também pode ser escrita assim:

$18:10 = 27:15$ ⟶ Lemos: "dezoito está para dez assim como vinte e sete está para quinze".

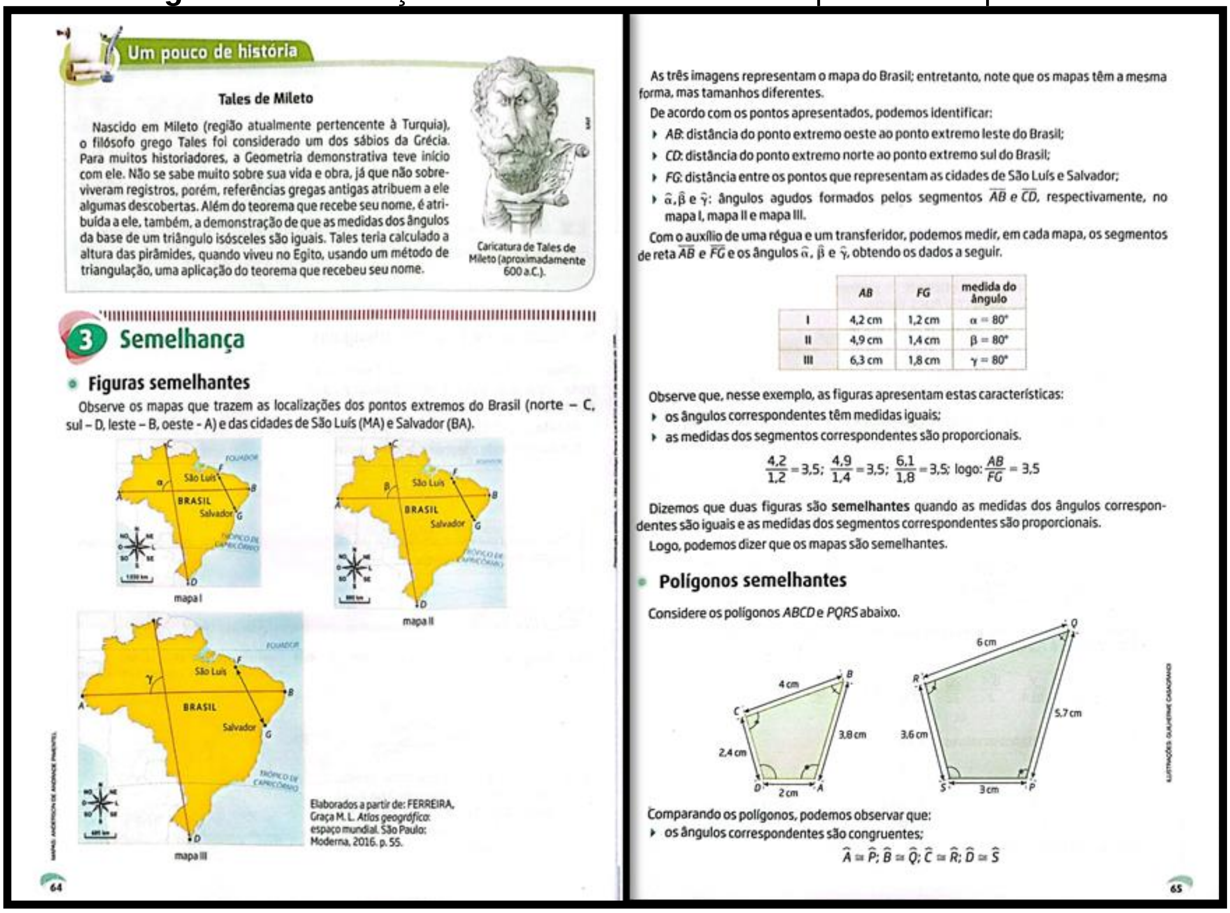
55

Fonte: Silveira (2018).

Após a formalização dos conceitos, o autor trabalha com dois exercícios, os quais ele denominou de Atividades. Após os exercícios, Silveira (2018) trabalha com os conceitos de razão entre segmentos de reta e segmentos proporcionais, seguidos de 5 atividades. Logo após as atividades, o autor aborda o conceito de semelhança do teorema de Tales de Mileto, momento em que o autor faz o processo de formalização matemática e demonstração de conceitos, relacionados ao teorema de Tales. Percebemos que o autor busca envolver o leitor, de modo que este possa vivenciar a construção de alguns conceitos matemáticos de forma prática. Após esse processo, o autor aborda o teorema de tales através de 6 atividades propostas.

Silveira (2018) insere o conceito teorema de Tales no triângulo, desenvolve o processo de formalização e aplica 3 atividades sobre o assunto. Percebemos que o autor busca desenvolver um pouco da história de Tales de Mileto. Conforme podemos visualizar na figura 15, ele começa a desenvolver o conceito de semelhança, através de polígonos semelhantes.

Figura 15 - Ilustração do livro Matemática: Compreensão e prática



Um pouco de história

Tales de Mileto

Nascido em Mileto (região atualmente pertencente à Turquia), o filósofo grego Tales foi considerado um dos sábios da Grécia. Para muitos historiadores, a Geometria demonstrativa teve início com ele. Não se sabe muito sobre sua vida e obra, já que não sobreviveram registros, porém, referências gregas antigas atribuem a ele algumas descobertas. Além do teorema que recebe seu nome, é atribuída a ele, também, a demonstração de que as medidas dos ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais. Tales teria calculado a altura das pirâmides, quando viveu no Egito, usando um método de triangulação, uma aplicação do teorema que recebeu seu nome.

Caricatura de Tales de Mileto (aproximadamente 600 a.C.).

3 Semelhança

Figuras semelhantes

Observe os mapas que trazem as localizações dos pontos extremos do Brasil (norte – C, sul – D, leste – B, oeste - A) e das cidades de São Luís (MA) e Salvador (BA).

Elaborados a partir de: FERREIRA, Graça M. L. *Atlas geográfico*: espaço mundial. São Paulo: Moderna, 2016. p. 55.

64

As três imagens representam o mapa do Brasil; entretanto, note que os mapas têm a mesma forma, mas tamanhos diferentes.

De acordo com os pontos apresentados, podemos identificar:

- AB: distância do ponto extremo oeste ao ponto extremo leste do Brasil;
- CD: distância do ponto extremo norte ao ponto extremo sul do Brasil;
- FG: distância entre os pontos que representam as cidades de São Luís e Salvador;
- $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ e $\hat{\gamma}$: ângulos agudos formados pelos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, respectivamente, no mapa I, mapa II e mapa III.

Com o auxílio de uma régua e um transferidor, podemos medir, em cada mapa, os segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{FG}$ e os ângulos $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ e $\hat{\gamma}$, obtendo os dados a seguir.

	AB	FG	medida do ângulo
I	4,2 cm	1,2 cm	$\alpha = 80°$
II	4,9 cm	1,4 cm	$\beta = 80°$
III	6,3 cm	1,8 cm	$\gamma = 80°$

Observe que, nesse exemplo, as figuras apresentam estas características:

- os ângulos correspondentes têm medidas iguais;
- as medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais.

$$\frac{4,2}{1,2} = 3,5;\ \frac{4,9}{1,4} = 3,5;\ \frac{6,1}{1,8} = 3,5;\ \text{logo: } \frac{AB}{FG} = 3,5$$

Dizemos que duas figuras são **semelhantes** quando as medidas dos ângulos correspondentes são iguais e as medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais.

Logo, podemos dizer que os mapas são semelhantes.

Polígonos semelhantes

Considere os polígonos *ABCD* e *PQRS* abaixo.

Comparando os polígonos, podemos observar que:

- os ângulos correspondentes são congruentes;

$$\hat{A} \cong \hat{P};\ \hat{B} \cong \hat{Q};\ \hat{C} \cong \hat{R};\ \hat{D} \cong \hat{S}$$

65

Fonte: Silveira (2018).

Após o processo de formalização do conceito de semelhança de polígonos, Silveira (2018) aborda exercícios sobre o tema com 4 atividades propostas. Após o desenvolvimento dessas atividades, o autor aborda o tema de nossa pesquisa que é a semelhança de triângulos. Devido ao processo de formalização já feito através do conceito de semelhança de polígonos, Silveira aborda a formalização do conceito de semelhança de triângulos e, após essa formalização, o autor trabalha com 3 atividades sobre o tema proposto. Após essas atividades, ele desenvolve o conceito de teorema fundamental da semelhança e fez a formalização do conceito matemático.

Silveira (2018) traz como tema "lendo e aprendendo" a famosa história de Tales de Mileto e o cálculo da altura da pirâmide, onde o conceito de semelhança de triângulo é abordado, levando o leitor a pensar sobre o processo de obtenção dessas medidas. Após isso, há duas atividades em que a semelhança de triângulos é abordada. Após a proposta de atividade, ele desenvolve os casos de semelhança de triângulos (Ângulo-Ângulo; Lado-Ângulo-Lado; Lado-Lado-lado). Após a formalização matemática dos casos apresentados, Silveira (2018) aborda 4 atividades relacionadas ao tema. Depois das Atividades propostas, ele aborda o tema *Trabalhando conhecimentos adquiridos*, o qual ele dividiu em dois temas: revisitando e aplicando. No *revisitando*, o autor propõe 3 atividades e no *aplicando* desenvolve 15 atividades e dois desafios, cujo objetivo é levar o leitor a praticar os conhecimentos adquiridos.

Algo interessante que podemos observar no livro de Silveira (2018) é o tópico *É hora de extrapolar*, o qual busca contextualizar os conhecimentos que foram abordados ao longo do capítulo associados ao consumo consciente. Após fazer a análise de forma geral do livro, iremos resumi-lo com a abordagem de Masetti (2018).

Quadro 11 - Critérios de análise do livro didático Matemática: Compreensão e prática

<table>
<tr><th>Categorias</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th>Análise do livro didático</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Situações</td><td colspan="2">- Introdução/Motivação</td><td>O autor utiliza-se de um texto que trata sobre projeto de construção da estátua de Cristo Redentor situada no Rio de Janeiro.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Exemplos – tarefas resolvidas</td><td>O autor propõe situações de uso da semelhança para os alunos, para poder introduzir o processo de formalização dos conteúdos matemáticos sobre o assunto, bem como o processo de ampliação e redução de figuras para abordar o conceito de semelhança.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Tarefas Propostas</td><td>Conhecimentos prévios</td><td>O autor utiliza-se de exercícios em um total de 15 atividades para levar os alunos a introduzirem os conhecimentos matemáticos sobre segmentos proporcionais e teorema de Tales.</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos emergentes</td><td>Para desenvolver os chamados conhecimentos emergentes, que nesse trabalho é a semelhança de triângulos, o autor disponibiliza 9 exercícios, bem como uma atividade para ser trabalhada em grupo, de</td></tr>
</table>

		forma a incentivar o trabalho cooperativo entre os discentes.	
Linguagem	Formal	Percebemos a linguagem formal quando o autor vai conceituar os conhecimentos matemáticos e para isso ele utiliza o rigor matemático.	
	Informal	Percebemos que o autor não utiliza a linguagem informal na construção de seu texto.	
Conceitos	Explícito	Os conceitos utilizados pelos autores são explícitos, de modo que o autor expõe os conceitos matemáticos de forma direta e vai realizando as definições necessárias.	
	Implícito		
Proposições	Análise de como foram apresentadas as propriedades pelo livro didático	O autor utiliza-se de uma exposição formal quando aborda os conteúdos matemáticos.	
		As propriedades foram justificadas através do processo lógico dedutivo.	
		Quanto à resolução de exercícios, eles a utilizam com a recordação das regras.	
Procedimentos	Os autores sugerem maneiras diferentes de ser resolver um exercício.	O autor utiliza-se de vários procedimentos para se resolver as situações/tarefas ou apenas um em cada caso? Buscando formas diferentes de apresentar os exercícios propostos	
		Os procedimentos utilizados na resolução dos exercícios são justificados? O autor propõe bastante exercício e utiliza-se de exemplos (exercícios resolvidos) para auxiliar o leitor nos próximos exercícios que precisam ser desenvolvidos.	
		Novas tecnologias são utilizadas? O autor não faz referências ao uso de calculadoras e/ ou computadores. Mas utiliza-se de materiais concretos para o processo de ensino de semelhança como a malha quadriculada.	
Argumentação	Mostra utilidade no desenvolvimento	Utiliza uma prática discursiva baseada na linguagem verbal e também gráfica, com a apresentação de muitas imagens que colaboram para o melhor entendimento do leitor.	
		Tipo de prova	O autor utiliza-se da prova direta para abordar os conhecimentos matemáticos.

Fonte: Adaptado de Masetti (2016).

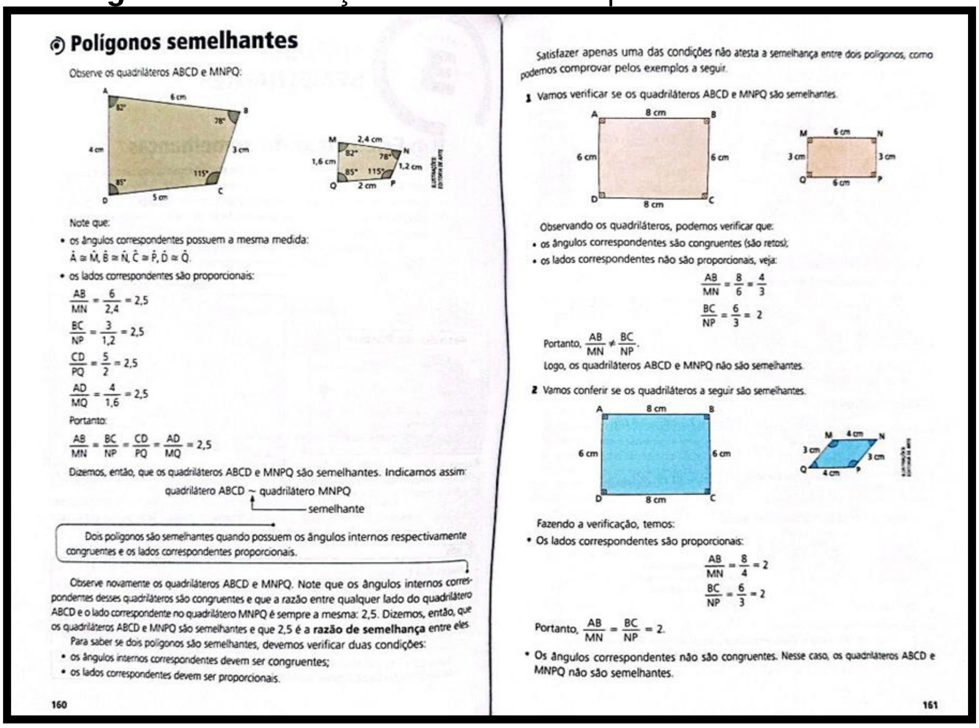
4.6. A CONQUISTA DA MATEMÁTICA (2018)

O Livro A Conquista da Matemática – 4ª edição é um livro que faz parte do Programa Nacional do Livro Didático, publicado em 2018, pela Editora FTD, situada na cidade de São Paulo, tendo como organizadores José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci. O Livro analisado é do 9º ano e faz parte de uma coleção destinada aos alunos do Ensino Fundamental da Educação Básica.

O tema da semelhança é abordado no capítulo 3, com o subtema “Encontrando semelhanças”, conforme destacado por Junior e Castrucci (2018). Os autores exploraram o tema da semelhança por meio da análise de dois mapas do Estado do Paraná, observando as características semelhantes que aparecem em ambos os mapas. Após essa abordagem inicial, eles se dedicam a trabalhar com o tema "Polígonos semelhantes". Nesse contexto, os autores apresentam dois desenhos de quadriláteros em tamanhos diferentes, destacando as características comuns, como os ângulos, e realizando cálculos das razões dos lados das figuras, permitindo observar a proporcionalidade entre eles.

Após essas observações, os autores realizam o processo de formalização do conceito de semelhança de polígono, seguido de dois exemplos que buscam mostrar como esses cálculos serão desenvolvidos, conforme podemos visualizar na figura 16.

Figura 16 - Ilustração do livro A Conquista da Matemática



Polígonos semelhantes

Observe os quadriláteros ABCD e MNPQ:

Note que:

- os ângulos correspondentes possuem a mesma medida: $\hat{A} \cong \hat{M}, \hat{B} \cong \hat{N}, \hat{C} \cong \hat{P}, \hat{D} \cong \hat{Q}$.
- os lados correspondentes são proporcionais:

$\frac{AB}{MN} = \frac{6}{2,4} = 2,5$

$\frac{BC}{NP} = \frac{3}{1,2} = 2,5$

$\frac{CD}{PQ} = \frac{5}{2} = 2,5$

$\frac{AD}{MQ} = \frac{4}{1,6} = 2,5$

Portanto:

$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{CD}{PQ} = \frac{AD}{MQ} = 2,5$

Dizemos, então, que os quadriláteros ABCD e MNPQ são semelhantes. Indicamos assim:

quadrilátero ABCD ~ quadrilátero MNPQ

semelhante

Dois polígonos são semelhantes quando possuem os ângulos internos respectivamente congruentes e os lados correspondentes proporcionais.

Observe novamente os quadriláteros ABCD e MNPQ. Note que os ângulos internos correspondentes desses quadriláteros são congruentes e que a razão entre qualquer lado do quadrilátero ABCD e o lado correspondente no quadrilátero MNPQ é sempre a mesma: 2,5. Dizemos, então, que os quadriláteros ABCD e MNPQ são semelhantes e que 2,5 é a **razão de semelhança** entre eles.

Para saber se dois polígonos são semelhantes, devemos verificar duas condições:

- os ângulos internos correspondentes devem ser congruentes;
- os lados correspondentes devem ser proporcionais.

160

Satisfazer apenas uma das condições não atesta a semelhança entre dois polígonos, como podemos comprovar pelos exemplos a seguir.

1 Vamos verificar se os quadriláteros ABCD e MNPQ são semelhantes.

Observando os quadriláteros, podemos verificar que:

- os ângulos correspondentes são congruentes (são retos);
- os lados correspondentes não são proporcionais, veja:

$\frac{AB}{MN} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$\frac{BC}{NP} = \frac{6}{3} = 2$

Portanto, $\frac{AB}{MN} \neq \frac{BC}{NP}$.

Logo, os quadriláteros ABCD e MNPQ não são semelhantes.

2 Vamos conferir se os quadriláteros a seguir são semelhantes.

Fazendo a verificação, temos:

- Os lados correspondentes são proporcionais:

$\frac{AB}{MN} = \frac{8}{4} = 2$

$\frac{BC}{NP} = \frac{6}{3} = 2$

Portanto, $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = 2$.

- Os ângulos correspondentes não são congruentes. Nesse caso, os quadriláteros ABCD e MNPQ não são semelhantes.

161

Fonte: Júnior e Castrucci (2018).

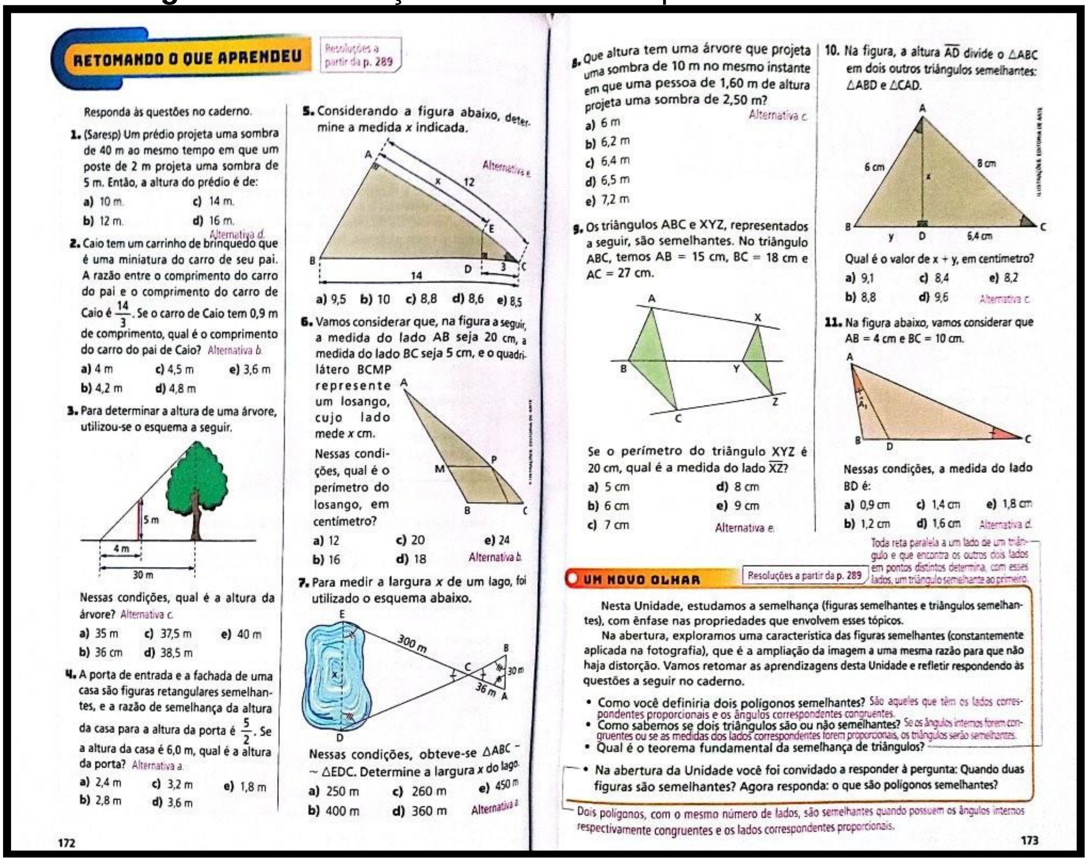
Após abordar os conceitos e definições relacionadas ao ensino de semelhança de polígonos, os autores definiram o que consideraram como “Uma propriedade importante”, que foi a definição de que os perímetros de áreas de figuras semelhantes são proporcionais. Após isso, Junior e Castrucci (2018) abordaram 6 atividades para que os alunos pudessem desenvolver e aplicar o que aprenderam.

Nesse livro, os autores abordam o tema semelhança de triângulo através do resgate das imagens dos mapas do Estado do Paraná. Após abordar os conceitos de semelhança de polígonos, os autores fazem a conceituação para a semelhança de triângulos. Eles abordam exemplos que trazem conceitos de proporcionalidade e ângulos correspondentes. Após as definições necessárias, há 5 atividades para que os alunos pratiquem os conteúdos abordados e um desafio para instigar os alunos.

Junior e Castrucci (2018) trazem o Teorema fundamental da semelhança de triângulos, conceito que não é abordado em outros livros que já foram estudados nessa pesquisa. Após a definição seguida de exemplo, os autores utilizam 9 atividades para que os leitores possam praticar os conceitos e um desafio para trabalhar a interação destes.

Os autores, assim como outros que já foram estudados, abordam a história de Tales de Mileto, como o uso de semelhança de triângulos para o cálculo da altura da pirâmide de Quéops, com o objetivo de mostrar como a semelhança de triângulo vem auxiliar a evolução dos seres humanos, bem como desenvolver o processo de conceituação da matemática. Após desenvolver o conceito de história da matemática, os autores utilizam a chamada “retomando o que aprendeu”, com 11 atividades, conforme podemos visualizar na figura 17 abaixo.

Figura 17 - Ilustração do livro A Conquista da Matemática


RETOMANDO O QUE APRENDEU

Resoluções a partir da p. 289

Responda às questões no caderno.

1. (Saresp) Um prédio projeta uma sombra de 40 m ao mesmo tempo em que um poste de 2 m projeta uma sombra de 5 m. Então, a altura do prédio é de:
a) 10 m. c) 14 m.
b) 12 m. d) 16 m.
Alternativa d.

2. Caio tem um carrinho de brinquedo que é uma miniatura do carro de seu pai. A razão entre o comprimento do carro do pai e o comprimento do carro de Caio é $\frac{14}{3}$. Se o carro de Caio tem 0,9 m de comprimento, qual é o comprimento do carro do pai de Caio? Alternativa b.
a) 4 m c) 4,5 m e) 3,6 m
b) 4,2 m d) 4,8 m

3. Para determinar a altura de uma árvore, utilizou-se o esquema a seguir.

5 m
4 m
30 m

Nessas condições, qual é a altura da árvore? Alternativa c.
a) 35 m c) 37,5 m e) 40 m
b) 36 cm d) 38,5 m

4. A porta de entrada e a fachada de uma casa são figuras retangulares semelhantes, e a razão de semelhança da altura da casa para a altura da porta é $\frac{5}{2}$. Se a altura da casa é 6,0 m, qual é a altura da porta? Alternativa a.
a) 2,4 m c) 3,2 m e) 1,8 m
b) 2,8 m d) 3,6 m

5. Considerando a figura abaixo, determine a medida x indicada.

Alternativa e.

A
x
12
E
B
D
3
C
14

a) 9,5 b) 10 c) 8,8 d) 8,6 e) 8,5

6. Vamos considerar que, na figura a seguir, a medida do lado AB seja 20 cm, a medida do lado BC seja 5 cm, e o quadrilátero BCMP represente um losango, cujo lado mede x cm.

A
M
P
B
C

Nessas condições, qual é o perímetro do losango, em centímetro?
a) 12 c) 20 e) 24
b) 16 d) 18 Alternativa b.

7. Para medir a largura x de um lago, foi utilizado o esquema abaixo.

E
300 m
B
C
30 m
x
36 m
A
D

Nessas condições, obteve-se △ABC ~ △EDC. Determine a largura x do lago.
a) 250 m c) 260 m e) 450 m
b) 400 m d) 360 m Alternativa a.

172

8. Que altura tem uma árvore que projeta uma sombra de 10 m no mesmo instante em que uma pessoa de 1,60 m de altura projeta uma sombra de 2,50 m?
Alternativa c.
a) 6 m
b) 6,2 m
c) 6,4 m
d) 6,5 m
e) 7,2 m

9. Os triângulos ABC e XYZ, representados a seguir, são semelhantes. No triângulo ABC, temos AB = 15 cm, BC = 18 cm e AC = 27 cm.

A
X
B
Y
Z
C

Se o perímetro do triângulo XYZ é 20 cm, qual é a medida do lado $\overline{XZ}$?
a) 5 cm d) 8 cm
b) 6 cm e) 9 cm
c) 7 cm Alternativa e.

10. Na figura, a altura $\overline{AD}$ divide o △ABC em dois outros triângulos semelhantes: △ABD e △CAD.

A
6 cm
8 cm
x
B
y
D
6,4 cm
C

Qual é o valor de x + y, em centímetro?
a) 9,1 c) 8,4 e) 8,2
b) 8,8 d) 9,6 Alternativa c.

11. Na figura abaixo, vamos considerar que AB = 4 cm e BC = 10 cm.

A
$\hat{A}_1$
B
D
C

Nessas condições, a medida do lado BD é:
a) 0,9 cm c) 1,4 cm e) 1,8 cm
b) 1,2 cm d) 1,6 cm Alternativa d.

UM NOVO OLHAR

Resoluções a partir da p. 289

Toda reta paralela a um lado de um triângulo e que encontra os outros dois lados em pontos distintos determina, com esses lados, um triângulo semelhante ao primeiro.

Nesta Unidade, estudamos a semelhança (figuras semelhantes e triângulos semelhantes), com ênfase nas propriedades que envolvem esses tópicos.

Na abertura, exploramos uma característica das figuras semelhantes (constantemente aplicada na fotografia), que é a ampliação da imagem a uma mesma razão para que não haja distorção. Vamos retomar as aprendizagens desta Unidade e refletir respondendo às questões a seguir no caderno.

- Como você definiria dois polígonos semelhantes? São aqueles que têm os lados correspondentes proporcionais e os ângulos correspondentes congruentes.
- Como sabemos se dois triângulos são ou não semelhantes? Se os ângulos internos forem congruentes ou se as medidas dos lados correspondentes forem proporcionais, os triângulos serão semelhantes.
- Qual é o teorema fundamental da semelhança de triângulos?
- Na abertura da Unidade você foi convidado a responder à pergunta: Quando duas figuras são semelhantes? Agora responda: o que são polígonos semelhantes?

Dois polígonos, com o mesmo número de lados, são semelhantes quando possuem os ângulos internos respectivamente congruentes e os lados correspondentes proporcionais.

173

Fonte: Júnior e Castrucci (2018).

Após descrever a forma como o objeto semelhança de triângulos é abordado nos livros didáticos, buscou-se fazer um resumo das características apresentadas no livro de Junior e Castrucci (2018), de acordo com a metodologia de Masetti (2016), conforme podemos visualizar no quadro 12 abaixo:

Quadro 12 - Análise do livro didático A conquista da Matemática

<table>
<tr><th>Categorias</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th>Análise do livro didático</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Situações</td><td colspan="2">- Introdução/Motivação</td><td>Os autores utilizam-se do mapa do Estado do Paraná em dois tamanhos diferentes para introduzir o conceitos de figuras semelhantes.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Exemplos – tarefas resolvidas</td><td>O autor propõe situações de uso da semelhança para os alunos, para poder introduzir o processo de formalização dos conteúdos matemáticos sobre o assunto. Para tanto os autores utilizam-se de 2 exemplos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Tarefas Propostas</td><td>Conhecimentos prévios</td><td>O autor utiliza-se de exercícios em um total de 6 atividades. Para levar os alunos a introduzirem os conhecimentos matemáticos sobre polígonos semelhantes.</td></tr>
<tr><td>Conhecimentos emergentes</td><td>Para desenvolver os chamados conhecimentos emergentes que</td></tr>
</table>

			nesse trabalho é a semelhança de triângulos. O autor disponibiliza de 5 atividades e um desafio para trabalhar com os conhecimentos emergentes.
Linguagem	Formal		Percebemos a linguagem formal quando o autor realiza a formalização dos conhecimentos matemáticos e para isso ele utiliza-se do rigor matemático.
	Informal		Percebemos que o autor não utiliza-se na linguagem informal na construção de seu texto
Conceitos	Explícito		Os conceitos utilizados pelos autores são explícitos, de modo que o autor expõe os conceitos matemáticos de forma direta e vai realizando as definições necessárias.
	Implícito		
Proposições	Análise de como foram apresentadas as propriedades pelo livro didático		O autor utiliza-se de uma exposição formal quando aborda os conteúdos matemáticos.
			As propriedades foram justificadas através do processo lógico dedutivo.
			Quanto a resolução de exercícios: Eles a utilizam com a recordação das propriedades.
Procedimentos	Os autores sugerem maneiras diferentes de ser resolver um exercício.		O autor utiliza-se de vários procedimentos para se resolver as situações/tarefas ou apenas um em cada caso? Os autores trabalham com vários procedimentos.
			Os procedimentos utilizados na resolução dos exercícios são justificados? Os autores propõem bastante exercício, e utiliza-se de exemplos (exercícios resolvidos) para auxiliar o leitor nos próximos exercícios que precisam ser desenvolvidos.
			Novas tecnologias são utilizadas? O autor não faz referências ao uso de calculadoras e/ ou computadores. Mas utiliza-se de materiais concretos para o processo de ensino de semelhança como a malha quadriculada.
Argumentação	Mostra utilidade no desenvolvimento		Utiliza uma prática discursiva baseada na linguagem verbal e também gráfica com a apresentação de muitas imagens que colaboram para o melhor entendimento do leitor.
		Tipo de prova	O autor utiliza-se da prova direta para abordar os conhecimentos matemáticos abordados.

Fonte: Adaptado de Masetti (2016).

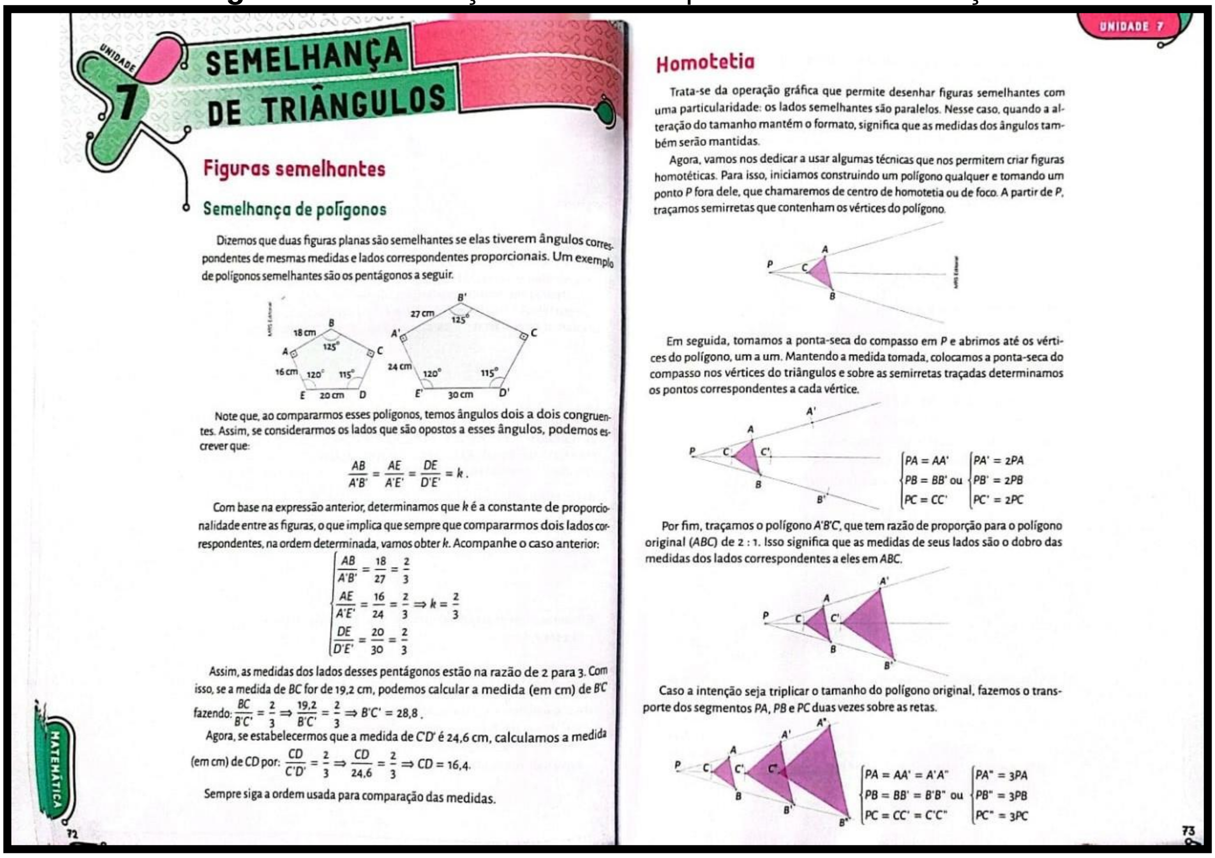
4.7. PREPARA – SOMOS EDUCAÇÃO (2023)

O livro Prepara – Somos educação é uma coleção destinada aos alunos da rede pública do Estado Pará, que contempla os discentes do 9º ano do Ensino Fundamental e todos os alunos do Ensino Médio. O livro que iremos analisar a semelhança de triângulos é o dos alunos do 9º ano, 1ª edição, publicado pela Somos Educação em conjunto com a Oceano Industria Gráfica e Editora LTDA, na cidade de São Paulo com os autores Rafael Zattani e Thomas Dall’ Acqua Carvalho. Este é o caderno 1 da coleção que apresenta dois volumes para o 9º ano. Até o desenvolvimento dessa pesquisa, o caderno 2 ainda não havia sido disponibilizado.

O Livro Prepara foi disponibilizado aos alunos da rede pública estadual do Pará. Buscou-se oferecer uma ferramenta aos professores para estes prepararem os alunos para realizarem a prova do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica). O objetivo da disponibilidade desse material é a melhora dos dados do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) do Estado, que conforme já foi mostrado nessa pesquisa apresenta dados alarmantes, no que concerne ao aprendizado de Matemática. Nesse sentido, vamos analisar como os autores desenvolveram o conceito de semelhança de triângulos.

O tema semelhança de triângulos é abordado na Unidade 7 do livro, na página 72. Percebemos que Zattoni e Carvalho (2023) abordam primeiro as figuras semelhantes de forma direta, já com a aplicação da definição do que são figuras semelhantes, através de dois pentágonos de tamanhos diferentes. Os autores desenvolvem o conceito de proporcionalidade. Algo de destaque nessa obra é o estudo da Homotetia, que pouco foi desenvolvido em outros títulos estudados nesse trabalho, mas que desenvolve um conceito importante para o trabalho de semelhança de triângulos, conforme podemos visualizar na figura 18 abaixo:

Figura 18 - Ilustração do livro Prepara: Somos Educação



UNIDADE 7

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Figuras semelhantes

Semelhança de polígonos

Dizemos que duas figuras planas são semelhantes se elas tiverem ângulos correspondentes de mesmas medidas e lados correspondentes proporcionais. Um exemplo de polígonos semelhantes são os pentágonos a seguir.

Note que, ao compararmos esses polígonos, temos ângulos dois a dois congruentes. Assim, se considerarmos os lados que são opostos a esses ângulos, podemos escrever que:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AE}{A'E'} = \frac{DE}{D'E'} = k.$$

Com base na expressão anterior, determinamos que k é a constante de proporcionalidade entre as figuras, o que implica que sempre que compararmos dois lados correspondentes, na ordem determinada, vamos obter k. Acompanhe o caso anterior:

$$\begin{cases} \frac{AB}{A'B'} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3} \\ \frac{AE}{A'E'} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \Rightarrow k = \frac{2}{3} \\ \frac{DE}{D'E'} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Assim, as medidas dos lados desses pentágonos estão na razão de 2 para 3. Com isso, se a medida de BC for de 19,2 cm, podemos calcular a medida (em cm) de $B'C'$ fazendo: $\frac{BC}{B'C'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{19,2}{B'C'} = \frac{2}{3} \Rightarrow B'C' = 28,8$.

Agora, se estabelecermos que a medida de $C'D'$ é 24,6 cm, calculamos a medida (em cm) de CD por: $\frac{CD}{C'D'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CD}{24,6} = \frac{2}{3} \Rightarrow CD = 16,4$.

Sempre siga a ordem usada para comparação das medidas.

MATEMÁTICA 72

Homotetia

Trata-se da operação gráfica que permite desenhar figuras semelhantes com uma particularidade: os lados semelhantes são paralelos. Nesse caso, quando a alteração do tamanho mantém o formato, significa que as medidas dos ângulos também serão mantidas.

Agora, vamos nos dedicar a usar algumas técnicas que nos permitem criar figuras homotéticas. Para isso, iniciamos construindo um polígono qualquer e tomando um ponto P fora dele, que chamaremos de centro de homotetia ou de foco. A partir de P, traçamos semirretas que contenham os vértices do polígono.

Em seguida, tomamos a ponta-seca do compasso em P e abrimos até os vértices do polígono, um a um. Mantendo a medida tomada, colocamos a ponta-seca do compasso nos vértices do triângulos e sobre as semirretas traçadas determinamos os pontos correspondentes a cada vértice.

$$\begin{cases} PA = AA' \\ PB = BB' \\ PC = CC' \end{cases} \text{ou} \begin{cases} PA' = 2PA \\ PB' = 2PB \\ PC' = 2PC \end{cases}$$

Por fim, traçamos o polígono $A'B'C'$, que tem razão de proporção para o polígono original (ABC) de 2 : 1. Isso significa que as medidas de seus lados são o dobro das medidas dos lados correspondentes a eles em ABC.

Caso a intenção seja triplicar o tamanho do polígono original, fazemos o transporte dos segmentos PA, PB e PC duas vezes sobre as retas.

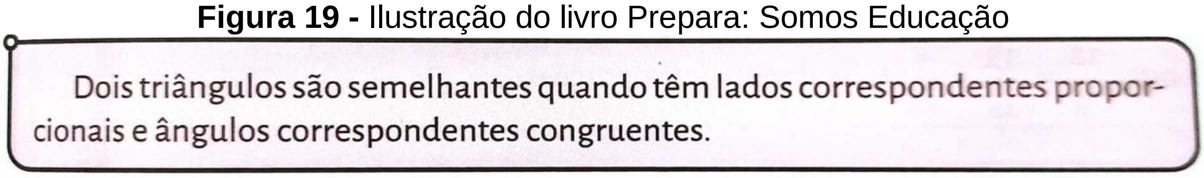
$$\begin{cases} PA = AA' = A'A'' \\ PB = BB' = B'B'' \\ PC = CC' = C'C'' \end{cases} \text{ou} \begin{cases} PA'' = 3PA \\ PB'' = 3PB \\ PC'' = 3PC \end{cases}$$

73

Fonte: Zattani e Carvalho (2023).

Após desenvolver o conceito de Homotetia, os autores abordam a semelhança de triângulos através da observação de dois triângulos e, ao abordar os conceitos de semelhança de polígonos específico para triângulos, Zattini e Carvalho (2023) realizam algumas demonstrações. Após esse processo, realizam a definição do conceito de semelhança de triângulos, conforme a figura 19 abaixo:

Figura 19 - Ilustração do livro Prepara: Somos Educação

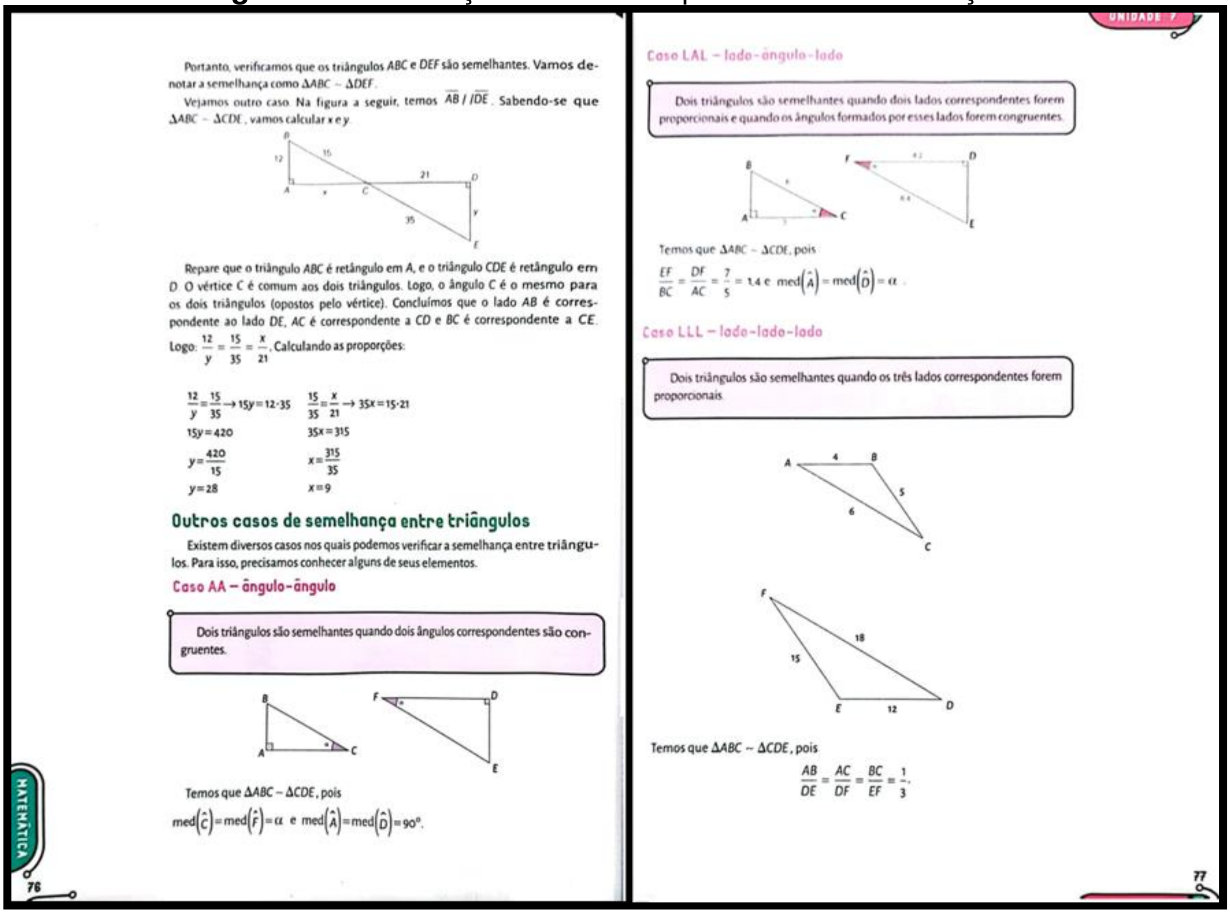


Dois triângulos são semelhantes quando têm lados correspondentes proporcionais e ângulos correspondentes congruentes.

Fonte: Zattani e Carvalho (2023).

Após a definição de semelhança de triângulos, os autores utilizam-se de dois exemplos para mostrar como podem ser abordadas as definições que foram realizadas anteriormente. Após o exemplo, os autores realizam a abordagem de outros casos relacionados à semelhança de triângulos. Os autores abordam os casos de ângulo-ângulo (AA), seguido de definição. Logo após, apresentam o caso Lado-ângulo-lado (LAL) e por último o caso Lado-lado-lado, conforme podemos visualizar na figura 20 abaixo:

Figura 20 - Ilustração do livro Prepara: Somos Educação



Portanto, verificamos que os triângulos ABC e DEF são semelhantes. Vamos denotar a semelhança como $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

Vejamos outro caso. Na figura a seguir, temos $\overline{AB} // \overline{DE}$. Sabendo-se que $\Delta ABC \sim \Delta CDE$, vamos calcular x e y.

Repare que o triângulo ABC é retângulo em A, e o triângulo CDE é retângulo em D. O vértice C é comum aos dois triângulos. Logo, o ângulo C é o mesmo para os dois triângulos (opostos pelo vértice). Concluímos que o lado AB é correspondente ao lado DE, AC é correspondente a CD e BC é correspondente a CE.

Logo: $\frac{12}{y} = \frac{15}{35} = \frac{x}{21}$. Calculando as proporções:

$\frac{12}{y} = \frac{15}{35} \rightarrow 15y = 12 \cdot 35$ $\quad$ $\frac{15}{35} = \frac{x}{21} \rightarrow 35x = 15 \cdot 21$

$15y = 420$ $\quad$ $35x = 315$

$y = \frac{420}{15}$ $\quad$ $x = \frac{315}{35}$

$y = 28$ $\quad$ $x = 9$

Outros casos de semelhança entre triângulos

Existem diversos casos nos quais podemos verificar a semelhança entre triângulos. Para isso, precisamos conhecer alguns de seus elementos.

Caso AA – ângulo-ângulo

Dois triângulos são semelhantes quando dois ângulos correspondentes são congruentes.

Temos que $\Delta ABC \sim \Delta CDE$, pois $med(\hat{C}) = med(\hat{F}) = \alpha$ e $med(\hat{A}) = med(\hat{D}) = 90°$.

76

UNIDADE 7

Caso LAL – lado-ângulo-lado

Dois triângulos são semelhantes quando dois lados correspondentes forem proporcionais e quando os ângulos formados por esses lados forem congruentes.

Temos que $\Delta ABC \sim \Delta CDE$, pois $\frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC} = \frac{7}{5} = 1,4$ e $med(\hat{A}) = med(\hat{D}) = \alpha$.

Caso LLL – lado-lado-lado

Dois triângulos são semelhantes quando os três lados correspondentes forem proporcionais.

Temos que $\Delta ABC \sim \Delta CDE$, pois $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{1}{3}$.

77

Fonte: Zattani e Carvalho (2023).

Após abordar os casos em que a semelhança de triângulos pode ocorrer, os autores desenvolvem exemplos com o objetivo de que os leitores internalizem e pratiquem os assuntos que foram abordados. Após esse processo de definição, eles abordam em que momento a semelhança de triângulos é aplicada no dia a dia, através de 3 exemplos. Após esses exemplos, Zattani e Carvalho (2023) desenvolvem 10 exercícios para que os leitores possam estar praticando a atividade desenvolvida.

Ao descrever a forma como o objeto semelhança de triângulos é abordado no livro didático, buscou-se fazer um resumo das características apresentadas no livro de Zattani e Carvalho (2023), de acordo com a metodologia de Masetti (2016), conforme podemos visualizar no quadro 13 abaixo:

Quadro 13 - Análise do livro didático Prepara: Somos Educação (2023)

Categorias	Subcategorias		Análise do livro didático
Situações	- Introdução/Motivação		Os autores utilizam-se de dois polígonos de diferentes tamanhos para abordar o assunto semelhança de polígonos, que irá culminar no ensino de semelhança de triângulos
	Exemplos – tarefas resolvidas		Os autores propõem situações de uso da semelhança para os alunos, para poder introduzir o processo de formalização dos conteúdos matemáticos sobre o assunto. Para tanto, os autores utilizam-se de 1 exemplo.
	Tarefas Propostas	Conhecimentos prévios	Os autores utilizam-se de 1 exemplo para trabalhar os conhecimentos prévios.
		Conhecimentos emergentes	Para desenvolver os chamados conhecimentos emergentes que nesse trabalho é a semelhança de triângulos, disponibilizam-se de 10 atividades e um desafio para trabalhar com os conhecimentos emergentes.
Linguagem	Formal		Percebemos a linguagem formal quando realizam a conceituação dos conhecimentos matemáticos.
	Informal		Percebemos que o autor não utiliza-se na linguagem informal na construção de seu texto
Conceitos	Explícito		Os conceitos utilizados pelos autores são explícitos, de modo que o autor expõe os conceitos matemáticos de forma direta e vai realizando as definições necessárias.
	Implícito		
Proposições	Análise de como foram apresentadas as propriedades pelo livro didático		O autor utiliza-se de uma exposição formal quando aborda os conteúdos matemáticos.
			As propriedades foram justificadas através do processo lógico dedutivo.
			Quanto a resolução de exercícios: eles a utilizam com a recordação das propriedades.
Procedimentos	Os autores sugerem maneiras diferentes de ser resolver um exercício.		Os Autores utilizam-se de vários procedimentos para se resolver a/s situações/tarefas ou apenas um em cada caso? Os autores trabalham com apenas um em cada caso.
			Os procedimentos utilizados na resolução dos exercícios são justificados? Os autores propõem bastante exercício, e utilizam-se de exemplos (exercícios resolvidos) para auxiliar o leitor nos próximos exercícios que precisam ser desenvolvidos.

<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">Novas tecnologias são utilizadas? O autor não faz referências ao uso de calculadoras e/ ou computadores.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Argumentação</td><td rowspan="2">Mostra utilidade no desenvolvimento</td><td colspan="2">Utiliza uma prática discursiva baseada na linguagem verbal e também gráfica com a apresentação de muitas imagens que colaboram para o melhor entendimento do leitor.</td></tr>
<tr><td>Tipo de prova</td><td>O autor utiliza-se da prova direta para abordar os conhecimentos matemáticos abordados.</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Masetti (2016).

4.8. CONSIDERAÇÕES SOBRE OS LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS

Ao analisarmos os livros didáticos dessa pesquisa, percebemos que existe uma padronização quanto à apresentação dos conteúdos que fazem o processo introdutório para o ensino de semelhança de triângulos. Os autores, em sua maioria, abordam em um primeiro momento a semelhança de figuras planas. Conforme podemos visualizar na sequência Didática proposta por Pereira (2017), é importante abordarem conhecimentos prévios para realizar o processo de formalização dos conhecimentos relacionados à semelhança de polígono e depois realizarem o processo de formalização do conceito de semelhança de triângulos.

Percebemos que existem nos livros didáticos analisados traços do ensino tradicional, uma vez que há o desenvolvimento do conceito, seguido de exercícios para que os leitores possam praticar os problemas que foram desenvolvidos. Poucos autores fogem dessa abordagem tradicional.

Como pesquisadores, sabemos a importância do ensino tradicional no ensino de matemática, porém essa não deve ser a única forma de os conteúdos matemáticos serem abordados, existem várias metodologias que podem auxiliar o professor no processo de ensino do conteúdo matemático e como consequência da aprendizagem dos alunos. Diante do exposto, realizaremos esta pesquisa com o objetivo de abordar a semelhança de triângulos de forma que o aluno possa fazer o processo de formalização do ensino do objeto matemático que será desenvolvido nesse trabalho.

4.9. PERCEPÇÃO DE PROFESSORES E ALUNOS

Com o objetivo de verificar como o ensino de semelhança de triângulos está em desenvolvimento nas escolas da Educação Básica e para embasar a construção da sequência didática que será aplicada, foi realizada uma escuta com alunos e professores. No que se refere aos discentes, o público-alvo foram os alunos que no ano de 2023 estavam frequentando o 1º ano do Ensino Médio e consequentemente estiveram no 9º ano em 2022. Foi realizada uma pesquisa através do preenchimento de formulário virtual com 70 alunos de uma escola pública do Município de Ananindeua. Quanto aos professores, foi desenvolvida uma escuta com 60 professores da educação básica.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, foi realizada a aplicação de um questionário com perguntas que tomaram por base a dissertação de Pereira (2017); consulta a livros didáticos do 9º ano; além das consultas realizadas aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental, relacionadas ao ensino de semelhança de triângulos. Vejamos abaixo os resultados obtidos nessa pesquisa.

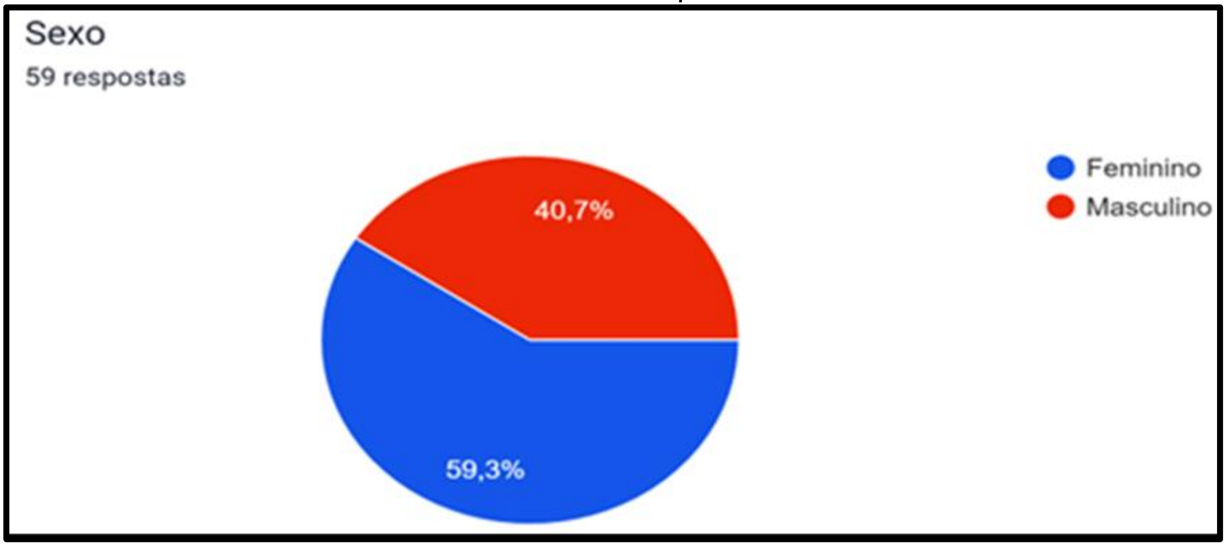
4.9.1. Percepção dos Professores

O objetivo do questionário foi realizar um diagnóstico sobre a aprendizagem de semelhança de triângulos, além de fornecer uma visão sobre o ensino de matemática do ponto de vista dos professores. Para conduzir essa pesquisa, entramos em contato com 75 professores que lecionam no 9º ano do Ensino Fundamental, dos quais 60 responderam ao questionário.

Os professores que aceitaram responder o questionário concordaram que os dados apurados pudessem ser usados na confecção desta dissertação. A metodologia utilizada para a pesquisa foi o Google formulário, e a forma como foi feita a abordagem ao público-alvo da pesquisa foi através do contato direto e redes sociais, sendo o link da pesquisa enviado online. O objetivo da pesquisa foi conhecer o perfil dos professores que atuam no 9º ano do ensino fundamental, além de identificar como o assunto semelhança de triângulos é trabalhado e quais as estratégias de ensino desenvolvidas para que o discente possa desenvolver de forma plena o seu aprendizado sobre o tema.

A primeira pergunta realizada foi sobre o sexo dos professores que atuam na educação básica. Ao analisar o gráfico, percebemos que o número de mulheres que atuam como professoras de matemática é maior do que o número de homens. Um total de 59% das pessoas que responderam à pesquisa é formada por mulheres. Apenas uma pessoa que respondeu a pesquisa não se identificou com os sexos que a pesquisa mostrava.

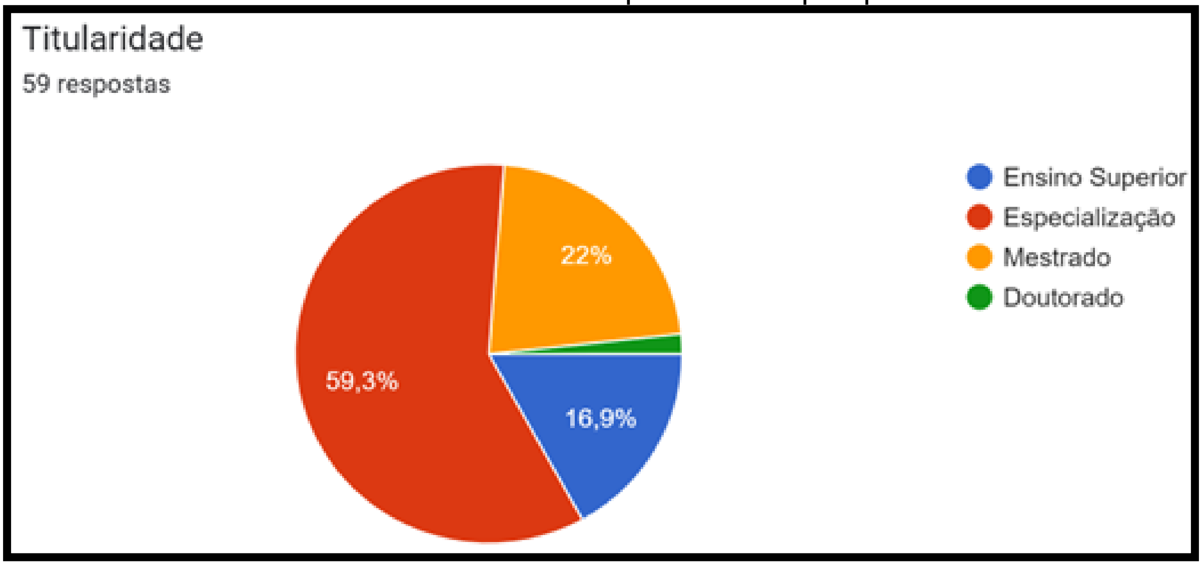
Gráfico 1 - Sexo dos professores



Fonte: Silva (2023).

A segunda pergunta do questionário diz respeito à titularidade. Nessa pesquisa, 59 pessoas responderam. Verificamos que existe uma grande parcela de professores, um total de 83,1%, realizando curso de pós-graduação (Latu Sensu e Strictus Senso). Logo, com essas respostas, notamos que os professores que atuam na educação básica buscam novos conhecimentos, além do que foi aprendido na graduação. Apenas 16,9% dos professores pesquisados possuem apenas a graduação.

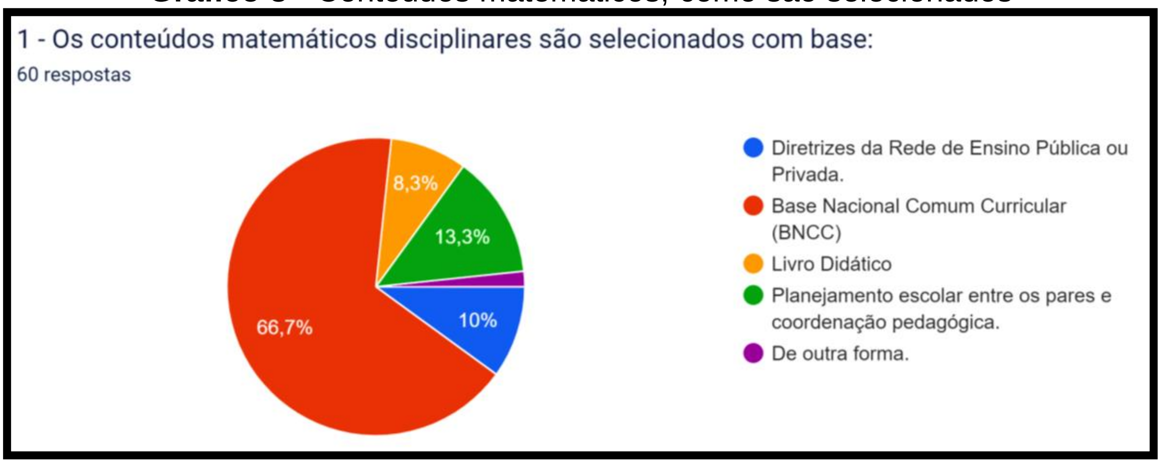
Gráfico 2 - Titularidade dos professores pesquisados



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Após uma pequena análise do perfil dos professores, buscou-se fazer um diagnóstico acerca do ensino de matemática. Para tanto, foi questionado aos docentes como eles selecionam os conteúdos matemáticos? 66,7% dos entrevistados responderam que utilizam a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para selecionar os conteúdos que serão trabalhados com os alunos. A segunda resposta que mais foi citada pelos professores foi o planejamento escolar entre os pares e a coordenação pedagógica com 13,3% como preferência, conforme podemos visualizar no gráfico abaixo:

Gráfico 3 - Conteúdos matemáticos, como são selecionados

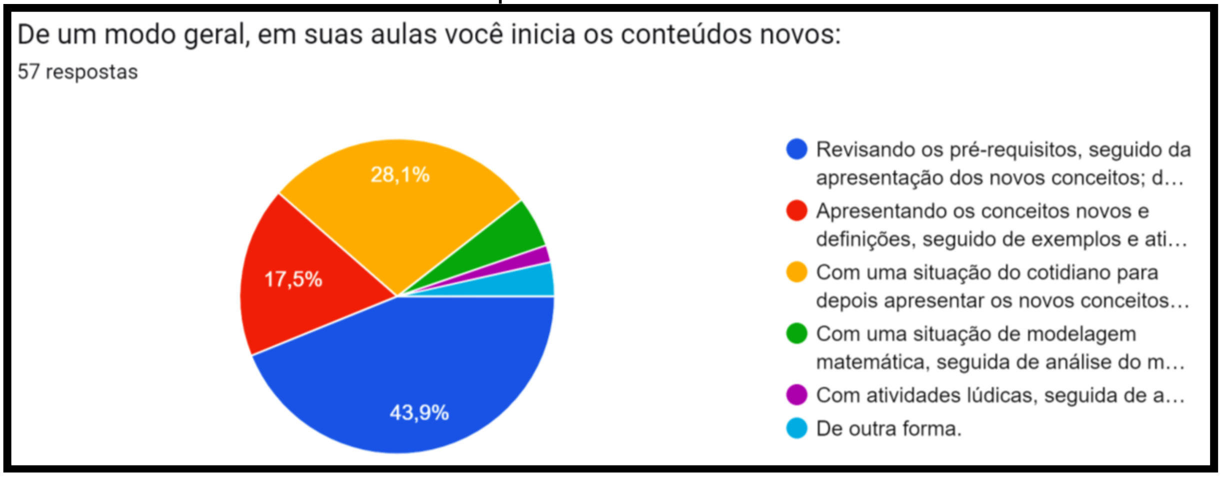


Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Após observar a forma como os professores fazem a escolha dos conteúdos para serem desenvolvidos com os alunos, buscou-se identificar qual a maneira como os professores iniciam novos conteúdos matemáticos. Percebemos que os professores que responderam ao questionário, em sua maioria, um total de 43,9%, informaram que buscam revisar os pré-requisitos, seguidos da apresentação de novos conceitos; definições, exemplos e atividades. Percebemos nessa resposta que muitos professores seguem o formato que observamos ao analisarmos os livros didáticos de matemática.

Diante do exposto, percebemos que os professores que responderam ao questionário ainda apresentam uma forma tradicional de abordar os conteúdos matemáticos. Verificamos que um percentual muito baixo (5,3%) dos entrevistados se utilizam de modelagem, que é uma metodologia do ensino de matemática, quando se referem à utilização de atividades lúdicas para serem abordadas de forma inicial os novos conteúdos. O percentual é menor ainda (apenas 1,8%) entre os quais buscam utilizar a ludicidade na apresentação dos conteúdos matemáticos. Um grupo de 28,1% busca relacionar os conteúdos matemáticos com o cotidiano dos alunos. Visualizemos isso no gráfico 4 a seguir:

Gráfico 4 - Como os professores iniciam conteúdos novos



Fonte: Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao analisar os dados do Gráfico 4, percebemos que os professores ainda utilizam uma abordagem muito tradicional para introduzir novos conteúdos matemáticos. Essa constatação se mantém mesmo ao observarmos todos os trabalhos desenvolvidos nas instituições de ensino superior, tanto em nível de graduação quanto de pós-graduação. Há a necessidade de uma conexão entre os conteúdos desenvolvidos no ensino de Matemática com os professores que estão na Educação Básica. Percebemos a importância desses conteúdos, como novas formas de metodologias, que são desenvolvidos nas IES chegarem aos professores. Conforme Silva (2021):

> Destacamos a importância da formação continuada que, conforme os professores, ocorre na rede de ensino da qual os mesmos fazem parte e também os referidos professores afirmam participar, uma vez que quanto maior a aprendizagem sobre novas metodologias, e também uma maior aproximação dos conhecimentos produzidos nas instituições de ensino superior chegarem aos docentes que atuam na educação básica, maiores e melhores serão as possibilidades dos professores de utilizarem as metodologias diferenciais para uma melhor aprendizagem dos alunos. (Silva et al, 2021 p. 201)

Ao analisar os dados, percebemos que existe a importância de se desenvolver pesquisas que possam estar sendo utilizadas pelos alunos e professores, e chegamos à conclusão da necessidade de divulgação dos produtos educacionais que são desenvolvidos no Programa de Pós-Graduação da Universidade do Estado do Pará para os professores da rede pública, através de formação continuada, seminários e eventos que possam fazer uma aproximação entre o conhecimento produzido na universidade e o ensino de matemática na Educação Básica. Isto é fundamental para que a metodologia tradicional no ensino de matemática possa ser modificada, de forma que outras metodologias possam ser utilizadas no processo de aprendizagem da matemática.

Após observarmos como os conteúdos matemáticos são abordados, buscamos identificar como os professores que responderam à pesquisa realizam o processo de consolidação desses conteúdos junto aos alunos. Dos entrevistados, 48,3% utilizam listas de exercícios selecionadas; 31% dos entrevistados usam os exercícios presentes nos livros didáticos, corroborando com Turíbio & Silva (2017), que mostram que o livro didático é uma ferramenta muito importante para os professores de matemática que atuam na educação básica. E um grupo menor de professores (6,9%) utiliza-se de pesquisas para consolidar os assuntos abordados. Observemos esses dados com o gráfico abaixo:

Gráfico 5 - Como os professores consolidam os conteúdos ministrados

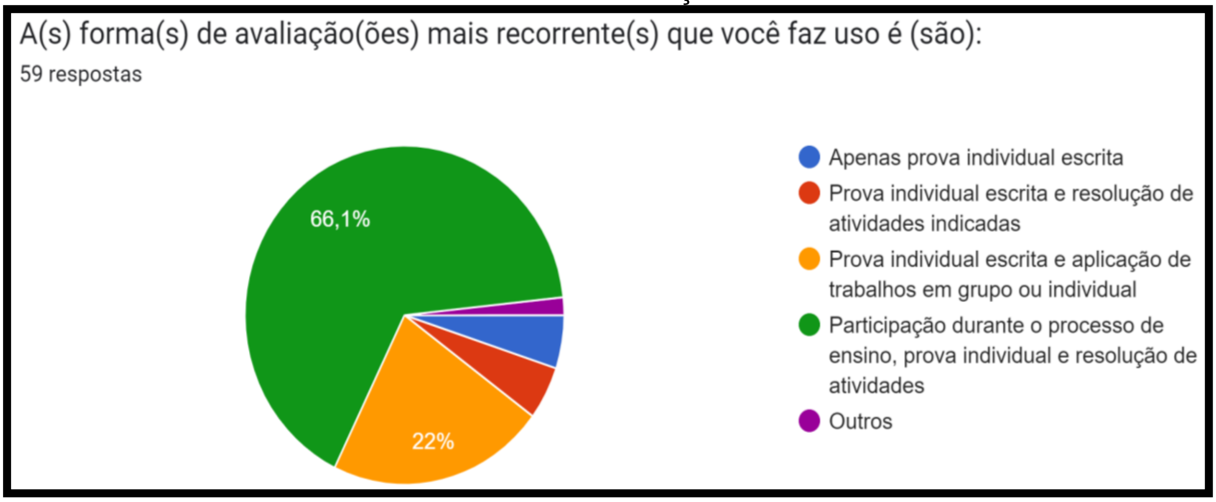
Fonte: Elaborado pela autora (2023).

A pergunta que comporá o Gráfico 6 ainda trata do ensino de matemática. Nesta questão específica, abordaremos como os professores realizam o processo de avaliação dos alunos. Percebemos pelas respostas dos professores pesquisados que houve uma melhora no processo de avaliação por parte dos docentes, uma vez que 66,1% utilizam a avaliação formativa, que busca possibilitar ao aluno perceber que o erro é importante no processo de ensino e aprendizagem na matemática. Ademais,

> No caso da dimensão social, atribui-se à avaliação a função de fornecer, aos estudantes, informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidas socialmente, bem como auxiliar os professores a identificar quais objetivos foram atingidos, com vistas a reconhecer a capacidade matemática dos alunos, para que possam inserir-se no mercado de trabalho e participar da vida sociocultural.
> No caso da dimensão pedagógica, cabe à avaliação fornecer aos professores as informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem: os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que ele possa propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos ainda parcialmente consolidados. (Brasil, 1998, p. 54 apud Godoy e Santos, 2012, p. 272)

Percebemos nas respostas que foram fornecidas pelos professores que já existe uma preocupação de utilizar a avaliação com o objetivo de fornecer um métodod que possibilite ao aluno aprender os conteúdos, uma vez que 88,1% dos entrevistados apresentam uma forma diferente de avaliação, que vai além de uma única forma avaliativa, que vai além de uma prova no final do bimestre, como podemos visualizar no gráfico abaixo:

Gráfico 6 - Formas de avaliação mais utilizadas



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

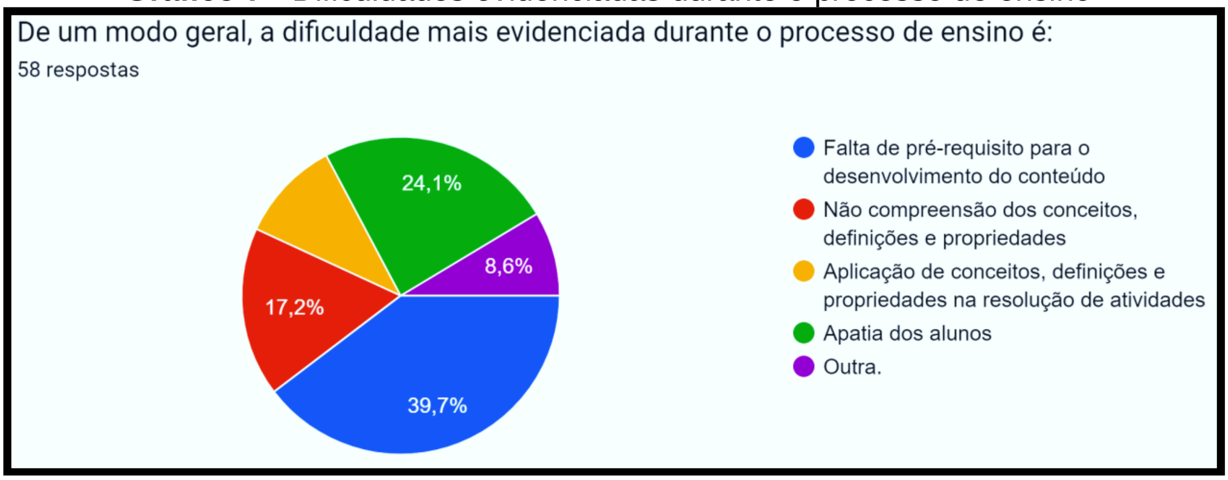
Além das respostas apresentadas no gráfico acima, um dos professores entrevistados buscou descrever sua própria definição sobre a avaliação: "Avaliações contínuas e tarefas em Sequências Didáticas para a construção das suas práxis em relação às suas técnicas, teorias e tecnologias". Percebemos na fala desse docente que ele já possui uma percepção mais aguçada sobre o papel da avaliação, e que destaca a importância do uso de sequências didáticas que possibilitam um maior acompanhamento do discente durante o processo de aprendizagem e permite um apoio maior aos discentes que apresentam problemas de aprendizagem ao longo do percurso da sequência didática, o que corrobora com Cabral (2016), quando este destaca a importância do acompanhamento docente no processo de aplicação de uma sequência didática.

Após essa percepção sobre como a avaliação está em desenvolvimento pelos professores da Educação Básica, buscamos pesquisar sobre quais outras dificuldades são evidenciadas pelos professores durante o processo de ensino. Ao analisar as respostas apontadas pelos professores, percebemos que o maior destaque foi a falta de pré-requisitos para o desenvolvimento do conteúdo, ao mostrar que 39,7% dos professores marcaram essa opção. Percebemos diante do resultado dessa pesquisa que o uso de sequências didáticas no ensino de matemática poderia amenizar essas situações que foram apresentadas pelos professores.

Conforme Zabala (apud Pereira, 2016, p. 64), "A estruturação das atividades, no formato de uma Sequência Didática possibilita uma ordenação de etapas pelas quais o estudante pode chegar ao formalismo sem receber prontas e acabadas as propriedades geométricas". Outro aspecto destacado por 24,1% dos professores é a influência da apatia dos alunos no processo de ensino e, consequentemente, na aprendizagem. Este destaque ressalta a importância do emprego de metodologias que despertem o interesse dos alunos, possibilitando uma aprendizagem mais eficaz. Essa abordagem é respaldada por autores como Pereira (2017), Filho (2018), Cabral (2019), Sant'Anna (2020) e Brito (2022).

Um outro ponto de destaque que interfere no processo de aprendizagem dos alunos, é a dificuldade que os mesmos apresentam na compreensão dos conceitos e definições. 17,2% dos pesquisados apontaram essa dificuldade. Logo, destacamos a importância de realizar definições bem claras e criar situações para que os alunos possam compreender o assunto de acordo com sua percepção de mundo, permitindo um maior envolvimento dos alunos em seu processo de aprendizagem. Isto poderia amenizar a outra dificuldade apresentada por 10,3% dos professores, que é a aplicação das definições e a resolução de questões. Visualizemos tais situações nos gráficos abaixo.

Gráfico 7 - Dificuldades evidenciadas durante o processo de ensino



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

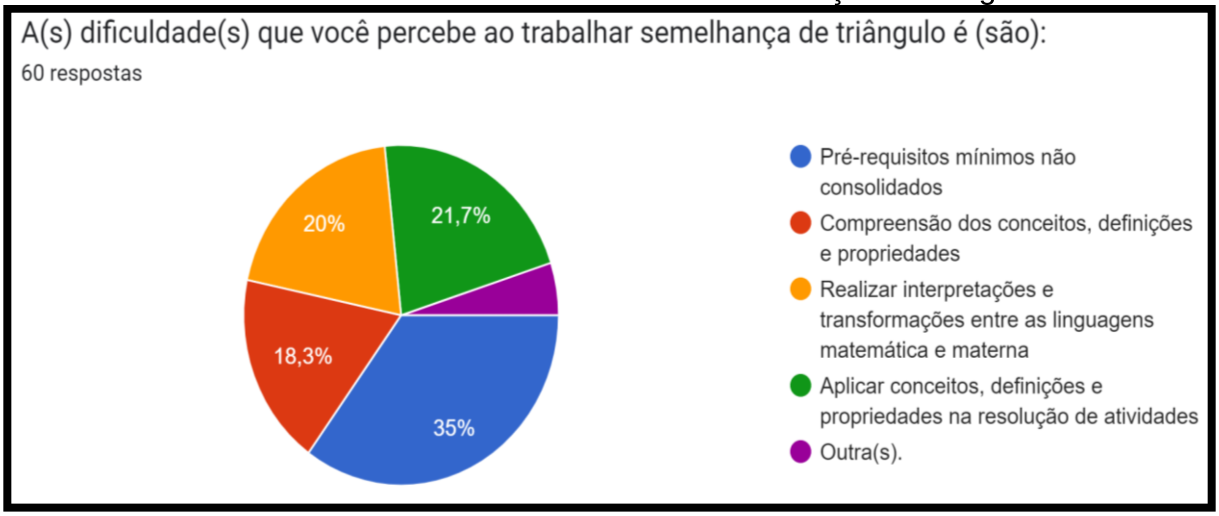
Durante a pesquisa, foi solicitado aos docentes que expressassem outras situações que poderiam dificultar o processo de aprendizagem e obtivemos essas respostas: "Muita conversa paralela durante a aula"; "Desinteresse por parte do aluno"; "Falta de interesse" e "Falta de interesse, compromisso, pré-requisitos". Uma citação bem interessante e que corrobora com a mudança de estratégias do processo de ensino da matemática, é esta: "Inicio de forma diversificada podendo ser por situações do cotidiano ou por manipulação de materiais didáticos que possam fazer os alunos estabelecerem padrões e generalizações". Essa fala vem demostrar a importância de se trabalhar com sequências didáticas que possibilitem as situações descritas, como a metodologia da UARC.

Após a análise dos dados sobre o ensino de matemática, buscou-se pesquisar sobre a forma como a semelhança de triângulos é abordada pelos professores. Diante do exposto, perguntamos aos professores: quais as dificuldades que os professores percebem ao trabalhar a semelhança de triângulo? Como resposta principal, tivemos pré-requisitos mínimos não consolidados, respondido por 35% dos professores. Isso mostra que existe uma fragilidade no ensino de matemática que acaba por prejudicar os novos conhecimentos que os alunos deveriam aprender.

21,7% dos professores pesquisados argumentam que há uma dificuldade de os alunos *aplicarem* conceitos, definições e propriedades na resolução de atividades. Outro ponto que foi destacado é a dificuldade que os alunos sentem em realizar *interpretações* e *transformações* entre a linguagem matemática e a língua materna, sendo que 20% dos professores marcaram essa opção. 18,3% marcaram como dificuldade *compreender* os conceitos, definições e propriedades.

Um grupo de 5% dos professores destacou como dificuldades apresentadas pelos alunos para aprender semelhança de triângulo a “Falta de equipamentos tecnológicos em sala de aula”; “O tempo didático”; ”muitos alunos em sala de aula”; “O cancelamento do componente na grade curricular do Ensino Fundamental”; “A falta de incentivo de projetos na área da geometria e sua execução”, “pois, não temos estruturas e nem apoio da instituição de ensino”. Podemos visualizar as informações apresentadas acima no gráfico abaixo:

Gráfico 8 - Dificuldades ao trabalhar semelhança de triângulos



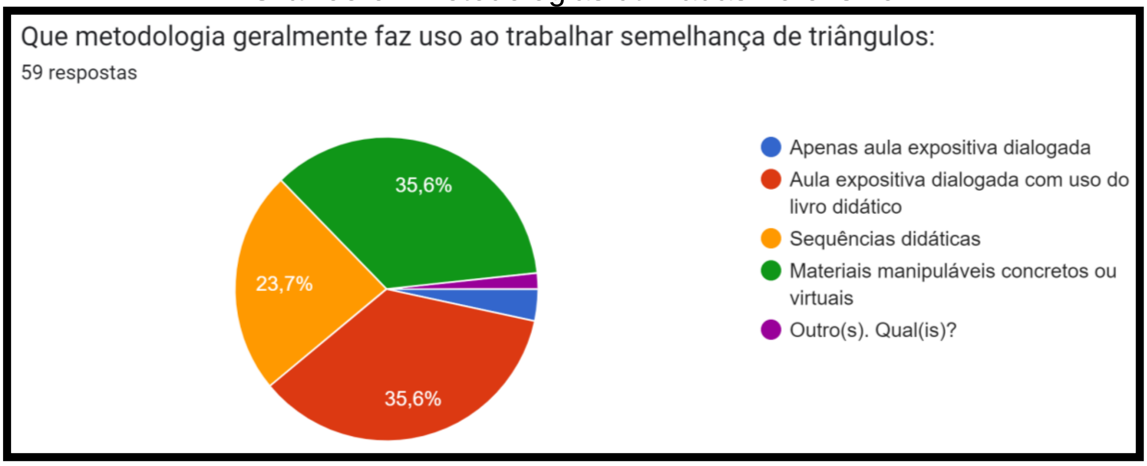
Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Após as análises sobre as dificuldades apresentadas no processo de ensino de semelhança de triângulos, abordaremos as metodologias que os professores pesquisados costumam utilizar quando trabalham com semelhança de triângulos. Algo interessante apareceu com os dados dessa questão: um grupo de professores que representam 36,5% dos entrevistados disseram trabalhar com a aula expositiva dialogada com o uso de livros didáticos. E o mesmo percentual disse trabalhar com materiais manipuláveis concretos e virtuais.

Percebemos, a partir desses resultados, que um grupo de professores ainda trabalha com a metodologia tradicional no ensino de semelhança de triângulos. No entanto, a pesquisa também revelou que um percentual de 36,5% busca utilizar uma metodologia diferenciada para ensinar o assunto. Isso corrobora com a necessidade de buscarmos diferentes metodologias para o ensino desse conteúdo.

Um dado importante no gráfico 9 é o uso de sequências didáticas usadas por 23,7% dos professores entrevistados. Há uma melhora no processo de uso de metodologias diferenciadas, pois apenas 3,4% dos entrevistados utilizam-se apenas de aula expositiva dialogada. Vejamos:

Gráfico 9 - Metodologias utilizadas no ensino



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Após a análise do gráfico sobre as metodologias utilizadas pelos professores, buscamos fazer o mapeamento de como esses professores percebem as dificuldades que os alunos apresentam quando trabalham com os assuntos específicos de semelhança de triângulos. Os dados serão apresentados na forma de tabela para facilitar a compreensão.

Quadro 14 - Percepção dos professores

Semelhança de triângulos e conteúdos correlacionados	**Percepção quanto ao grau de dificuldade**				
	Nenhuma ou pouca 0% - 20%	Pontualmente 21% - 40%	Em parte 41% - 60	Na maioria das vezes 61% - 80%	Integralmente ou totalmente 81% - 100%
Ângulos congruentes	25 (44%)	20 (33%)	6 (10%)	4 (7%)	2 (3%)
Segmentos congruentes	19(35%)	20 (37%)	8 (15%)	5 (9%)	2(4%)
Segmentos proporcionais	9 (16%)	22 (40%)	14 (25%)	8 (16%)	2 (4%)
Homotetia do triângulo	9(16%)	19(34%)	11(20%)	12(21%)	5 (9%)
Correspondência entre vértices de dois triângulos	12 (22%)	14 (25%)	14 (25%)	14 (24%)	1 (2%)
Correspondência entre ângulos de dois triângulos	12 (22%)	14 (25%)	18(33%)	11(20%)	0 (0%)
Triângulos semelhantes	12 (22%)	16 (30%)	15 (28%)	10 (19%)	1 (2%)
Razão de semelhança	11 (20%)	16 (29%)	14 (25%)	11 (20%)	3 (5%)
Casos Semelhança Ângulo - Ângulo - ângulo (AAA)	12 (22%)	15 (27%)	11 (20%)	15 (27%)	2 (4%)
Casos Semelhança Lado - Ângulo - Lado (LAL)	10 (19%)	16 (31%)	10 (19%)	13 (25%)	3 (6%)
Casos Semelhança Lado - Lado - Lado (LLL)	12 (23%)	18 (34%)	12 (23%)	9 (17%)	2 (4%)
Aplicação dos conceitos, definições e propriedades	10 (18%)	13 (23%)	15 (27%)	15 (27%)	3 (5%)

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao analisarmos o quadro acima, verificamos que na percepção de 75% dos professores que responderam à pesquisa, os alunos quase não apresentam dificuldades com conteúdos de ângulos congruentes e segmentos congruentes, ou apresentam de forma pontual.

Quanto à homotetia, os professores informam que os alunos apresentam uma dificuldade maior no que se refere à aprendizagem desse assunto. Sobre o levantamento da correspondência entre os vértices de dois triângulos, este é o tema que os alunos apresentam maior dificuldade, pois 26% dos entrevistados dizem que os alunos apresentam dificuldades no assunto na maioria das vezes e/ou sempre.

No que se refere à correspondência entre ângulos de dois triângulos, percebemos que 33% dos professores acreditam que os alunos apresentam dificuldades em parte desse conteúdo e, 20% dos professores acreditam que os alunos apresentam dificuldades na maioria das vezes. Com esses resultados, chegamos à conclusão que este é um assunto que precisa de um cuidado maior no processo de ensino, pois os alunos têm uma maior dificuldade de aprendizado.

Ao serem questionados sobre o tema semelhança de triângulos, percebemos que existe uma certa dicotomia com relação à opinião dos professores. 52% dos entrevistados dizem que os alunos apresentam nenhuma ou pouca dificuldade, enquanto que 48% acredita que os alunos apresentam dificuldades em parte, na maioria das vezes e/ou integralmente. Ao analisarmos esses dados, notamos que a dificuldade depende da percepção que esses professores têm em relação ao objeto semelhança de triângulos.

No que se refere à razão de semelhança, percebemos um resultado semelhante ao assunto que foi abordado no parágrafo anterior. 49% dos entrevistados disseram que os alunos apresentam nenhuma ou pouca dificuldade, enquanto que 51% dos professores consultados acreditam que os alunos apresentam dificuldades em parte, na maioria das vezes e/ou integralmente. Com esse resultado, verificamos que o tema semelhança de triângulos é um assunto que os alunos apresentam uma certa dificuldade. Nesse sentido, faz-se necessária a utilização de metodologias diferenciadas para que os alunos possam apresentar um maior rendimento no processo de aprendizagem. Diante do exposto, reafirmamos a importância da sequência didática que será desenvolvida nessa pesquisa.

Os dados subsequentes corroboram sobre a importância desta pesquisa, uma vez que estão relacionados aos casos de semelhança ângulo-ângulo-ângulo. Para 51% dos entrevistados, os alunos apresentam dificuldades em parte, na maioria das vezes ou integralmente. Quando falamos sobre os critérios lado-ângulo-lado, percebemos um percentual menor (42%), mas que ainda representa uma parcela significativa de alunos que apresentam dificuldades em relação a esse objeto matemático. No último caso de semelhança, que se refere ao critério lado-lado-lado, 44% dos alunos, na percepção dos professores, apresentam alguma dificuldade no que se refere à aprendizagem de semelhança de triângulos.

A última pergunta feita aos professores foi se os alunos apresentam dificuldades na aplicação dos conceitos, definições e propriedades sobre semelhança de triângulos. Os professores responderam que 59% dos alunos apresentam dificuldades para utilizar os conceitos, definições e propriedades sobre o assunto. Ao realizar essa escuta dos professores da rede básica, chegamos à conclusão de que os alunos necessitam de atividades diferenciadas para que o processo de aprendizagem possa ocorrer de forma satisfatória, mas que alguns professores já buscam utilizar formas didáticas diferenciadas no processo de ensino.

4.9.2. Percepção dos Alunos

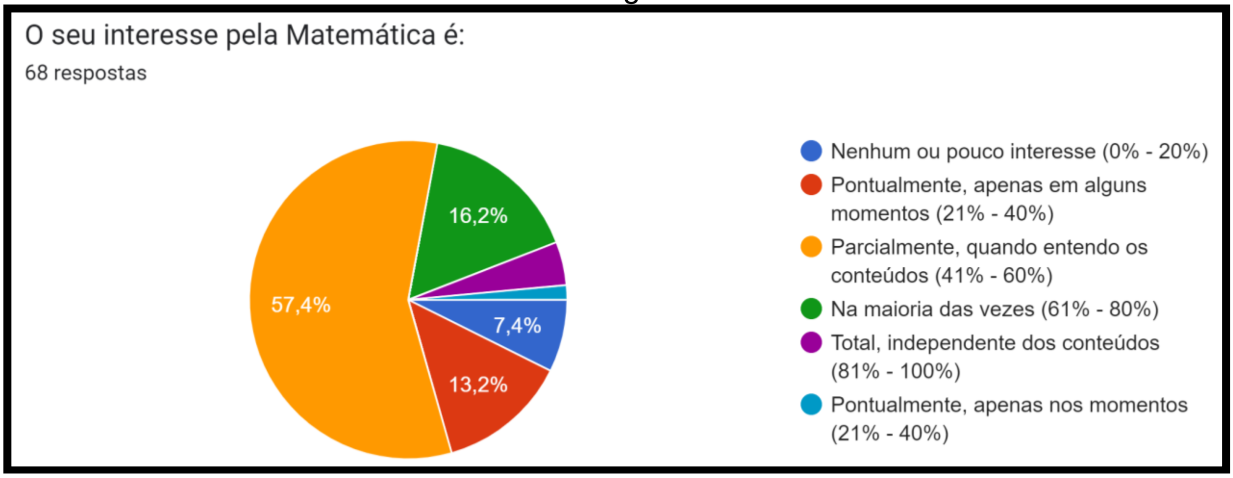
O referido questionário teve por objetivo realizar um diagnóstico sobre a aprendizagem de semelhança de triângulos. Para a efetivação da referida pesquisa, realizamos o contato com 90 discentes do 1º ano de uma escola estadual do município de Ananindeua, dos quais 70 responderam ao questionário.

Os alunos que aceitaram responder ao questionário concordaram que os dados apurados pudessem ser usados na confecção desta dissertação. A metodologia utilizada para a pesquisa foi o Google formulário, e a forma como foi feita a abordagem ao público-alvo da pesquisa foi através do contato direto e a disponibilidade do link da pesquisa nos grupos da escola que os referidos alunos fazem parte. O objetivo da pesquisa foi conhecer o perfil dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, além de identificar como o assunto semelhança de triângulos é trabalhado pelos professores e quais as estratégias de ensino são desenvolvidas para que o discente possa desenvolver de forma plena o seu aprendizado sobre o referido tema.

O primeiro bloco de perguntas feitas aos alunos foi relacionado ao Interesse dos alunos pela matemática. A resposta que apareceu com mais frequência por parte dos alunos, 57,4% dos entrevistados, foi “parcialmente quando entende o conteúdo”. Essa resposta demonstra a importância de envolver os alunos no processo de aprendizagem, pois conforme podemos visualizar nessa resposta, quanto maior o interesse do aluno, maior é a possibilidade de que a aprendizagem ocorra.

16,2% disseram que apresentam, na maioria das vezes, interesse pela matemática. Ao analisar o gráfico dessa questão, percebemos que os alunos entrevistados em sua maioria apresentam interesse em matemática, porém ao contrapor as entrevistas com os professores, estes últimos pontuam no gráfico 7 que a apatia dos alunos prejudica o processo de aprendizagem. Percebemos então que existe uma dicotomia entre esses dados, conforme gráfico abaixo:

Gráfico 10 - Metodologias que os professores fazem uso ao trabalhar a semelhança de triângulos



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

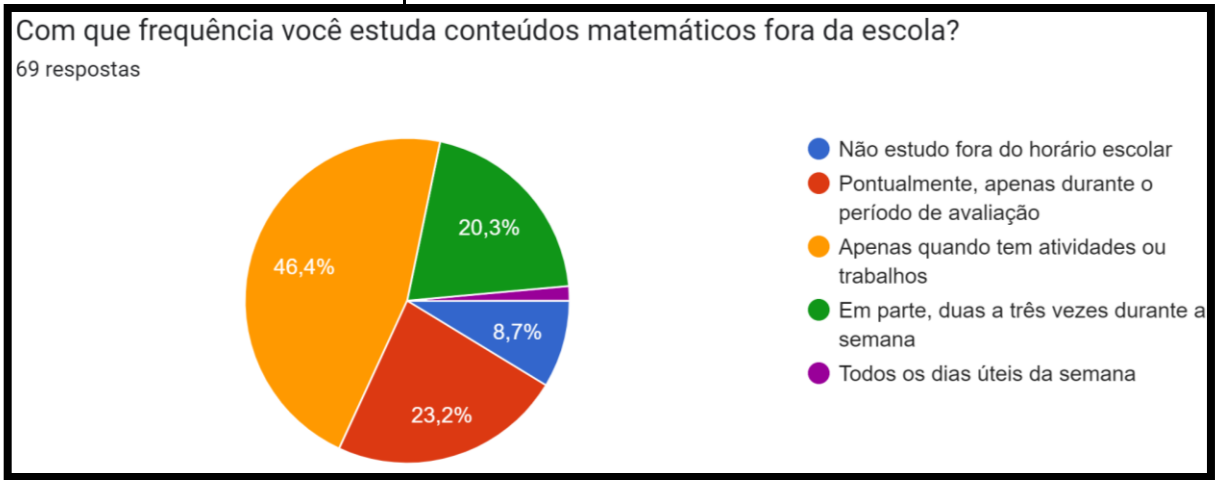
A segunda pergunta que foi realizada aos alunos que responderam à pesquisa foi: “Com que frequência os alunos estudam os conteúdos matemáticos fora do horário da escola?” A resposta que aparece com maior frequência foi: “apenas quando tem atividades ou trabalhos”, o que corresponde a 46,4% dos entrevistados. Vemos nessa porcentagem a importância de envolver os alunos em seu processo de aprendizagem, e sempre possibilitar aos mesmos que testem seus conhecimentos através de atividades que possam realizar de forma autônoma, como bem pontua Centurión e Jakubovic (2012) sobre esta forma de estímulo.

Ainda sobre essa pergunta, a segunda resposta mais citada, por 23% dos entrevistados, foi pontualmente, “apenas no período de avaliação”. Essa resposta remete à reflexão de considerar a avalição formativa, com o objetivo de mostrar aos alunos que o processo de aprendizagem deve ocorrer durante todo o período em que os objetos matemáticos são desenvolvidos e não apenas em um único dia. Isso leva os alunos a esses comportamentos de estudarem apenas no período de avaliação.

Um outro grupo de alunos que respondeu ao questionário informou que estudam em parte duas a três vezes na semana, os que responderam a esse item equivalem a 20,3%. Ao analisar essa resposta, vemos que há um interesse dos alunos em aprender sobre os assuntos que são abordados pelos professores de matemática. Logo, deve haver a importância de continuar a motivar esses alunos com atividades mais envolventes e que possibilitem uma maior aprendizagem.

Um grupo de 8% dos alunos pesquisados informou não estudar fora do horário da escola. Nesse resultado, pontuamos a total falta de interesse de alunos em se envolver e aprender os conteúdos matemáticos. Esses alunos representam o grupo de alunos citados na pesquisa dos professores, que não demonstram interesse em aprender os conteúdos apresentados. Nesse sentido, há a necessidade de se buscar formas diferentes de abordar os objetos matemáticos, a fim de agregar esses alunos que de certa forma perderam o interesse em aprender matemática. Essas informações podem ser visualizadas no gráfico 11 a seguir:

Gráfico 11 - Frequência de estudo dos conteúdos matemáticos

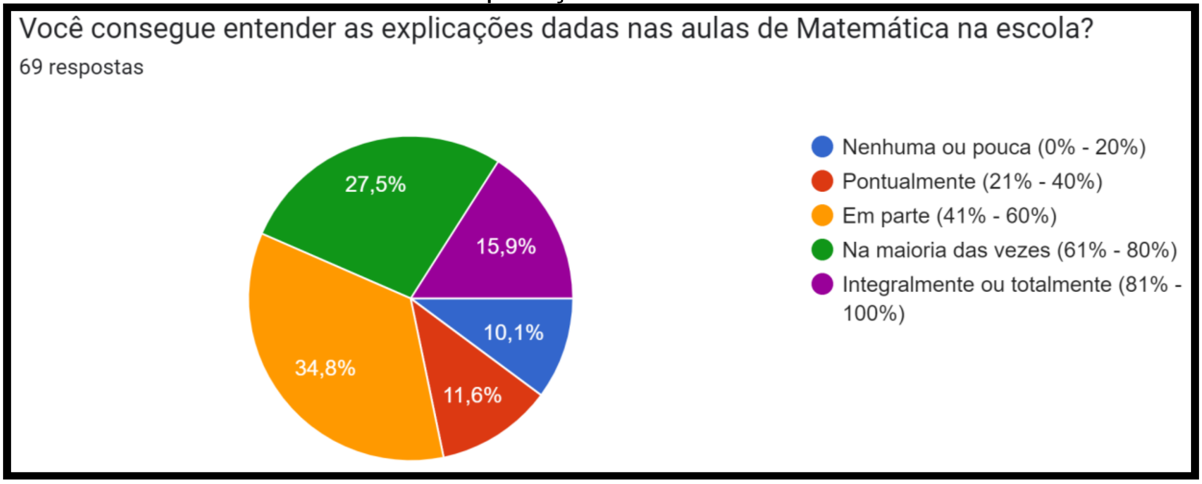


Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao analisarmos as respostas do gráfico 11, percebemos que os alunos costumam estudar fora do horário escolar, o que representa 92,3% das entrevistas. Um grupo reduzido de alunos, que representa 8,7% dos entrevistados, informou não estudar fora do horário da escola. Com essas respostas, entendemos que a maioria dos estudantes que responderam à pesquisa têm um interesse de aprender os objetos matemáticos fora do horário da escola. Mas surge o questionamento: Se os alunos têm interesse de aprender, por quais motivos essa aprendizagem não é efetivada?

Com o objetivo de entender esse questionamento, foi feita a seguinte pergunta aos estudantes: “Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática na escola?”. 34,8% dos entrevistados disseram que entendem em parte. Isso mostra que existe uma certa dificuldade dos discentes em conseguir aprender o conteúdo proposto, e isso é prejudicial no processo de aprendizagem dos alunos. A resposta que foi pontuada em segundo lugar por 27,5% dos alunos foi “na maioria das vezes”, seguida de “integralmente”, com 15,9% dos estudantes pesquisados; seguida de “pontualmente” com 11,6%. E em última colocação, como opção de escolha dos alunos pesquisados, 10,1% disseram não entender a explicação do professor. Essa informação apresenta uma correspondência com dados do gráfico 11, onde 8,7% dos entrevistados disseram não estudar fora do horário da escola, que pode ser por consequência de não entenderem os objetos matemáticos que são expostos pelo professor. Vejamos as informações expostas acima no gráfico 12 abaixo:

Gráfico 12 – Sobre as explicações dadas nas aulas de Matemática



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

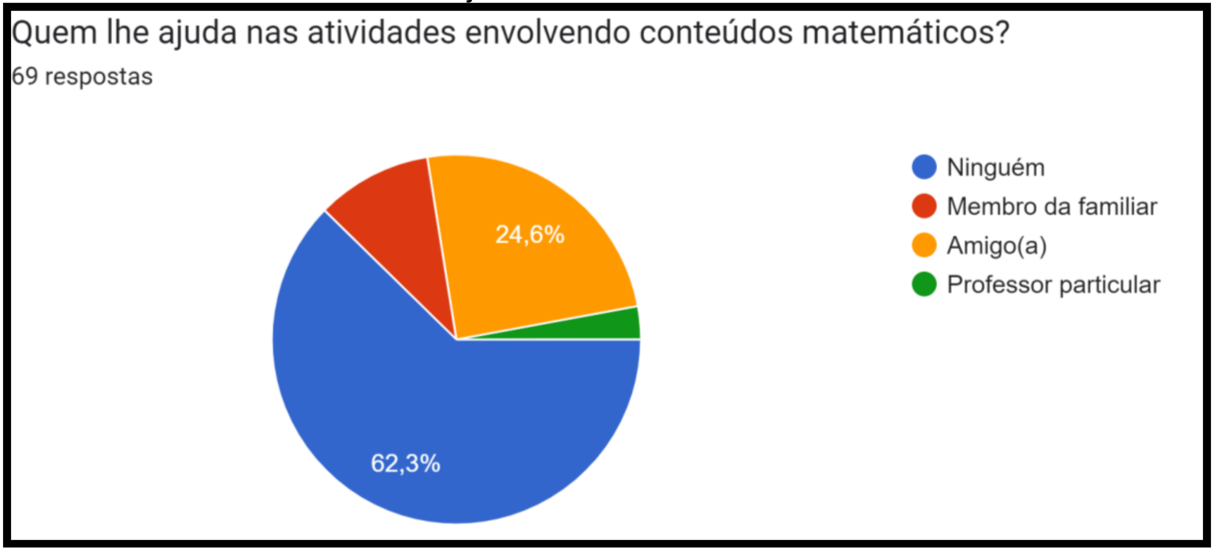
Ao realizar a análise do gráfico acima, percebemos a importância da relação entre os discentes e os docentes de forma que os primeiros tenham a liberdade de questionar e tirar dúvidas, a fim de que a aprendizagem ocorra de forma efetiva e autônoma em outros ambientes fora do espaço escolar.

Com o objetivo de compreender como os alunos consolidam o estudo de matemática e se recebem auxílio nas atividades que envolvem os conteúdos matemáticos, observamos que a resposta mais citada pelos discentes, com um percentual de 62,3%, foi "ninguém". Essa resposta indica que os alunos do Ensino Médio (1º ano), alvo desta pesquisa, muitas vezes precisam desenvolver seu aprendizado dos conteúdos matemáticos de forma autônoma, já que a maioria não possui ajuda disponível para auxiliá-los ou esclarecer dúvidas que possam surgir durante a revisão das atividades propostas pelos professores. Destacamos a importância de uma boa relação entre os docentes e os alunos, de modo que as dúvidas que surjam durante o processo autônomo de aprendizagem dos alunos sejam sanadas em outros momentos, em sala de aula.

24,6% dos alunos disseram que tiram dúvidas com os amigos. Percebemos nessa resposta que esses alunos tiram dúvidas entre si, o que facilita uma aprendizagem mais eficaz. Dessa forma, não precisam esperar pela próxima aula para esclarecerem dúvidas apenas com o professor; eles podem trocar informações entre eles, o que possibilita uma aprendizagem mais completa.

Apenas 10,1% dos alunos podem contar com um membro da família para os auxiliar e um grupo menor ainda (2,9%) dos entrevistados pode contar com a ajuda de um professor particular, conforme podemos visualizar no gráfico 13 abaixo:

Gráfico 13 – Ajuda nas atividades de matemática



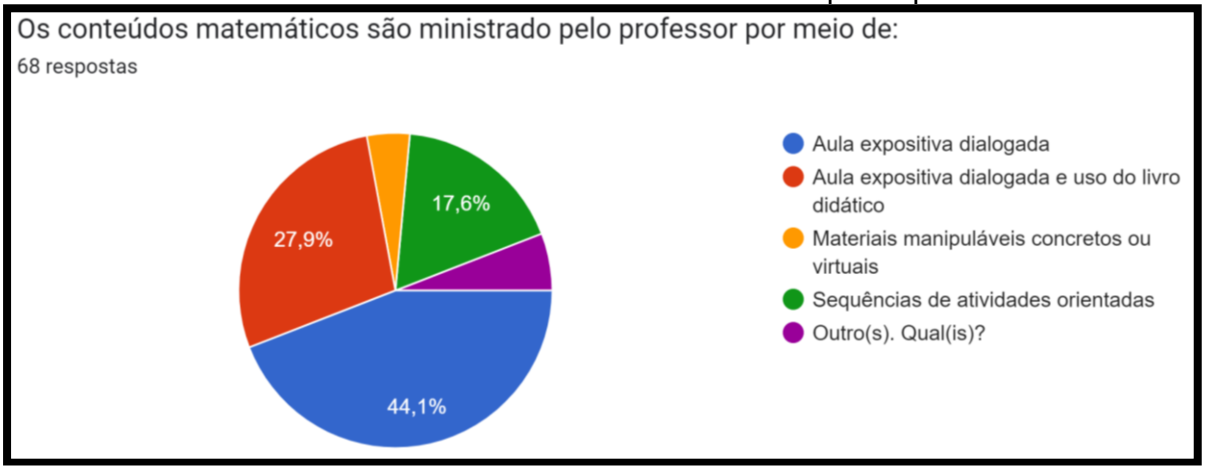
Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao analisarmos o Gráfico 13, observamos que a maioria dos jovens entrevistados nesta pesquisa, totalizando 62,3% dos entrevistados, não recebe ajuda ao realizar as atividades propostas pelos professores. Isso ressalta a importância de tornar o tempo em sala de aula o mais proveitoso possível, pois é o único momento em que a maioria dos entrevistados tem para aprender os conteúdos propostos.

Um outro bloco de perguntas foi feito aos estudantes, o objetivo era entender na percepção dos alunos, como são iniciadas as aulas de matemática. Para isso foi realizado o seguinte questionamento: “Os conteúdos são ministrados pelos professores por meio de”? A resposta citada por 44,1% dos alunos foi: aula expositiva dialogada. Ao analisarmos essa resposta, percebemos que ainda existe a predominância de uma aula tradicional, na qual o aluno recebe os conhecimentos de forma pacífica, e em apenas alguns momentos pontuais o aluno consegue tirar dúvidas. Em seguida, temos a aula expositiva dialogada com o uso do livro didático, que foi a opção de 27,9% dos entrevistados.

Percebemos aqui que o livro didático surge como uma ferramenta no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. E 17,6% dos estudantes responderam que os professores utilizam sequências de atividades orientadas. E um percentual pequeno de professores foge ao tradicional e já utiliza atividades diferentes das aulas expositivas dialogadas, pois apenas 4,4% dos estudantes pesquisados disseram que os professores desenvolvem as aulas com o uso de materiais manipuláveis, concretos e/ou virtuais, conforme podemos visualizar no gráfico 14 a seguir:

Gráfico 14 – Como os conteúdos são ministrados pelos professores?



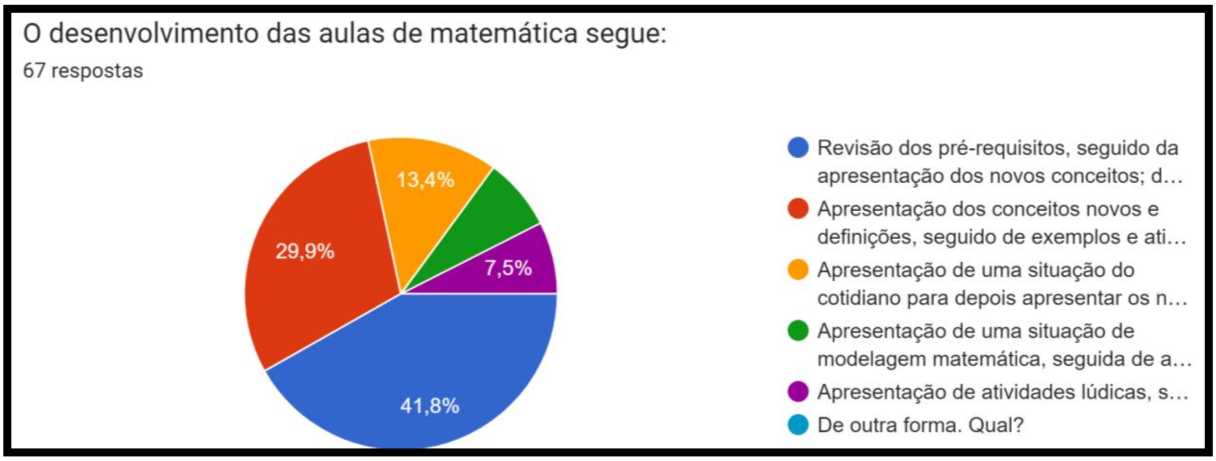
Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao analisarmos os dados do Gráfico 14, observamos que ainda prevalece o uso de uma abordagem tradicional em sala de aula. Para 72% dos discentes entrevistados, a aula é expositiva e dialogada, com o uso adicional do livro didático no processo de ensino. Como já destacado neste trabalho, o livro didático é um dos recursos mais acessíveis para os professores das escolas públicas. Os dados do gráfico 14 vêm reforçar a importância de que materiais didáticos manipuláveis e de baixo custo possam ser disponibilizados aos professores das escolas públicas de forma que as aulas possam ser mais dinâmicas e possibilitem uma maior aprendizagem por parte dos alunos.

Com o objetivo de entender como os discentes percebem a forma como as aulas são ministradas, foi realizado o seguinte questionamento: “Como ocorre o desenvolvimento das aulas de matemática”? A resposta de 41,8% dos entrevistados foi “Revisão dos pré-requisitos, seguido da apresentação de novos conceitos; definições; exemplos e atividades”. Ao analisarmos essa resposta, percebemos que existe uma concordância com a resposta do gráfico 14, existindo a predominância de uma abordagem tradicional.

O segundo item mais citado pelos estudantes pesquisados também aborda um conceito tradicional “Apresentação de conceitos novos e definições, seguido de exemplos e atividades". Um grupo menor de estudante, 13,4%, destacam que o professor utiliza uma situação do dia a dia, seguida de apresentação de novos conceitos e definições, seguidos de exemplos e atividades. Um grupo ainda menor, 7,5%, utiliza uma situação de modelagem ou atividade lúdica no processo de aprendizagem. Vejamos os dados no gráfico 15 abaixo:

Gráfico 15 - O desenvolvimento das aulas de matemática



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao analisarmos o gráfico 15, percebemos que existe uma predominância pelo processo de ensino tradicional, pois este aparece como opção para 71,7% dos entrevistados. Um grupo reduzido de estudantes, que representa 15% dos entrevistados, citou que os professores realizam atividades diferenciadas no processo de ensino de matemática, utilizando modelagem ou atividades lúdicas. Pelo resultado, o processo de ensino de matemática ainda segue uma metodologia tradicional, mas já existe um grupo de professores que busca desenvolver metodologias diferenciadas de ensino e essas metodologias diferenciadas podem gerar um melhor aprendizado.

Na pergunta seguinte, abordamos a forma como os alunos percebem o processo de avaliação. A resposta mais citada pelos estudantes, equivalente a 39,1% dos entrevistados, refere-se à participação durante o processo de ensino, provas individuais e resolução de atividades. Percebemos que os professores dos alunos entrevistados já estão preocupados em avaliar o processo de ensino, uma vez que os alunos pesquisados mencionaram mais de uma forma de atividade avaliativa.

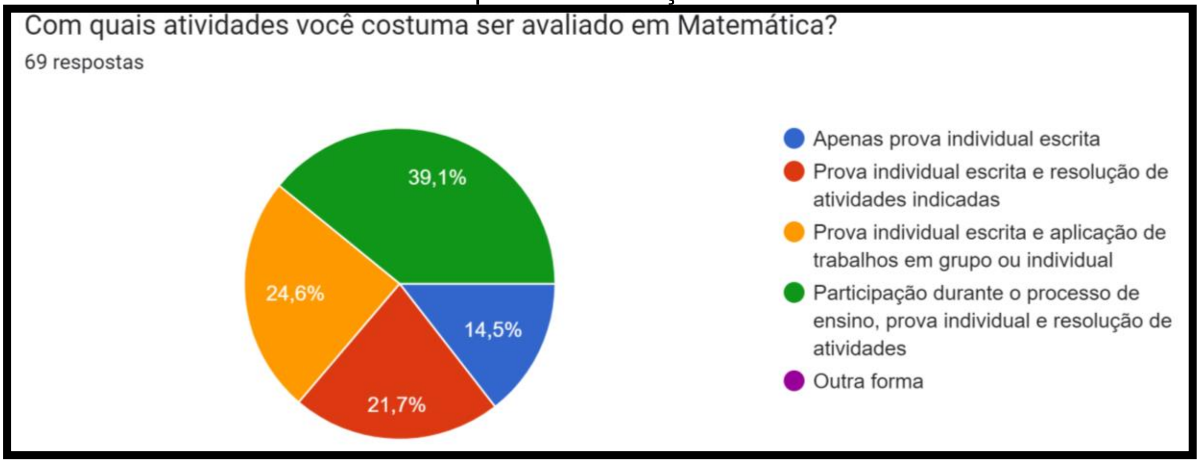
O segundo item mais citado pelos estudantes entrevistados foi prova individual escrita e aplicação de trabalhos escritos em grupo e individuais, com um percentual de 24,6% dos alunos pesquisados que afirmaram ser avaliados dessa maneira. Com isso, observamos que mais de 50% dos estudantes entrevistados estão sujeitos a uma avaliação que vai além de uma prova escrita. Isso demonstra uma preocupação por parte dos professores em proporcionar uma avaliação mais formativa.

Conforme Godoy e Santos (2012, p. 272), a avaliação deve ter um caráter formativo, com o objetivo de verificar a aprendizagem e realizar a correção de rota, caso seja verificado que o processo de aprendizagem não ocorreu, por isso é necessário que a avaliação seja bem desenvolvida pelos professores e que ela possa ser desenvolvida de modo que o aluno possa enxergar a importância desse processo.

Outra forma de avaliação mencionada por 21,7% dos estudantes pesquisados foi a prova individual escrita e a resolução de atividades indicadas. O último item mais citado, por 14,5% dos alunos, foi apenas a prova individual escrita. Logo, verificamos que, apesar do avanço no que diz respeito ao processo de avaliação, ainda há um grupo de alunos que é avaliado apenas por meio de uma prova.

Esses dados podem mostrar o motivo da resposta que alguns alunos deram no gráfico 11, que estudam apenas no período das provas, Percebe-se a importância de utilizarmos metodologias diferenciadas, que possam desenvolver no aluno o interesse por aprender o objeto de estudo que está em desenvolvimento pelo professor. Para visualizar os dados apresentados vejamos o gráfico 16 a seguir:

Gráfico 16 – Tipos de avaliação em Matemática



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao verificamos as respostas que foram marcadas pelos estudantes nesse gráfico 16, podemos visualizar que já existe uma tendência dos professores em realizar avaliações de maneira formativa, de forma que os alunos sejam avaliados no processo de ensino e isso melhora a aprendizagem dos mesmos, pois eles são guiados ao longo do processo de estudo. Notamos através desse gráfico que muitos estudantes são avaliados de forma contínua durante o processo de aprendizagem, o que auxilia no desenvolvimento da autonomia dos alunos e os incentiva a estudarem de maneira constante, em vez de apenas no final do período letivo. Essa abordagem contrasta com a prática de avaliar os alunos apenas por meio de uma prova, como ainda ocorre com 14,5% dos entrevistados que responderam ao questionário.

No decorrer da entrevista, foi feita a seguinte pergunta aos alunos. “A consolidação dos conteúdos matemáticos ocorre por meio de”? Para essa pergunta, os alunos poderiam responder mais de uma opção. As respostas serão apresentadas por meio de uma tabela, de forma que os dados sejam melhor visualizados. O item que apareceu como o mais citado foi a “lista de atividades selecionadas”, como opção de 59,4% dos entrevistados. Em segundo lugar, com 27,5%, temos as atividades a serem desenvolvidas em grupo. Em terceiro lugar como opção de consolidação do ensino de matemática, temos as atividades do livro didático, com 23,2%. E a última opção, com 4,3%, temos a pesquisa sobre os conteúdos abordados. Vejamos esses dados explícitos no quadro abaixo:

Quadro 15 – Sobre a consolidação dos conteúdos matemáticos

	Quantidade de entrevistados	**Percentual**
Atividades constates no livro didático	16	23,2%
Lista de atividades selecionadas	41	59,4%
Atividades para serem desenvolvidas em grupo	19	27,5%
Indicação de pesquisa sobre os conteúdos abordados	3	4,3%

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao analisarmos o quadro acima, verificamos que a forma como os conteúdos são consolidados por parte dos professores de matemática, em sua maioria, com 59,4%, ocorre pela lista de atividades selecionadas. Percebemos que no processo de consolidação a maioria dos professores dos alunos pesquisados costumam utilizar listas de exercícios que são desenvolvidas para que ocorra o processo de consolidação do objeto de conhecimento que foi abordado. Poucos professores buscam fazer a consolidação através de pesquisas.

A última pergunta que foi feita aos alunos foi sobre a sua percepção no que se refere ao grau de dificuldade quanto ao ensino de semelhança de triângulos. Os resultados estão demonstrados no quadro abaixo:

Quadro 16 - Percepção dos alunos quanto ao grau de dificuldade de semelhança de triângulos

Semelhança de triângulos e conteúdos correlacionados	**Percepção quanto ao grau de dificuldade**				
	Nenhuma ou pouca 0% - 20%	Pontualmente 21% - 40%	Em parte 41% - 60	Na maioria das vezes 61% - 80%	Integralmente ou totalmente 81% - 100%
Ângulos congruentes	36(61%)	11(17%)	11 (17%)	1 (2%)	1 (2%)
Segmentos congruentes	33 (57%)	16 (28%)	4 (7%)	3 (5%)	2 (3%)
Segmentos proporcionais	30 (55%)	12 (22%)	9 (16%)	4 (7%)	0 (0%)
Homotetia do triângulo	32 (52%)	16 (26%)	7 (11%)	1 (2%)	0 (0%)
Correspondência entre vértices de dois triângulos	25 (43%)	20 (34%)	7 (12%)	6 (10%)	0 (0%)
Correspondência entre ângulos de dois triângulos	32 (54%)	16 (27%)	7 (12%)	2 (3%)	2 (3%)
Triângulos semelhantes	29 (51%)	16 (29%)	7 (13%)	2 (4%)	2 (4%)
Razão de semelhança	27 (49%)	16 (29%)	8 (15%)	3 (5%)	1 (2%)
Casos Semelhança Ângulo - Ângulo - ângulo (AAA)	34 (62%)	14 (25%)	7 (13%)	0 (0%)	0 (0%)
Casos Semelhança Lado - Ângulo - Lado (LAL)	32 (58%)	17 (31%)	6 (11%)	0 (0%)	0 (0%)
Casos Semelhança Lado - Lado - Lado (LLL)	34 (62%)	14 (25%)	6 (11%)	0	1 (2%)
Aplicação dos conceitos, definições e propriedades	27 (47%)	15 (26%)	6 (10%)	7 (12%)	3 (5%)

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Ao observamos as respostas que foram abordadas pelos alunos que participaram da pesquisa, percebemos que eles tiveram contato com os conteúdos relacionados ao ensino de semelhança de triângulos. Apenas um grupo bem pequeno de alunos disse ter dificuldades no que se refere à semelhança de triângulos.

A primeira pergunta que foi realizada aos estudantes referente ao conteúdo foi sobre ângulos congruentes. 61% dos alunos disseram não apresentar dificuldades quando estudaram esse assunto. Um grupo menor, correspondente a 17% dos estudantes, relatou sentir dificuldade pontualmente, enquanto uma proporção igual de alunos, também 17%, afirmou enfrentar dificuldades em parte dos conteúdos. Apenas 2% dos alunos entrevistados mencionaram ter dificuldades na maioria das vezes, e outros 2% indicaram enfrentar dificuldades integralmente. Ao analisarmos os dados da resposta dada pelos estudantes, percebemos que um grupo pequeno de alunos apresentou dificuldade no assunto questionado.

A segunda pergunta que foi realizada aos alunos foi sobre segmentos congruentes, 57% dos entrevistados disseram não apresentar dificuldade quanto a esse assunto, 28% dos alunos disseram ter dificuldades pontuais sobre o assunto; 7% disseram ter dificuldade em parte e 5% disseram ter dificuldades na maioria das vezes e 3% disseram ter dificuldades integralmente. Percebemos que 8% dos entrevistados disseram apresentar dificuldades no assunto que foi abordado na pergunta. Percebemos que o grupo de alunos que apresentam mais dificuldades, pode ser o visualizado no gráfico 14.

A pergunta que veio em seguida é sobre as dificuldades dos alunos em relação ao assunto homotetia, 52% dos alunos disseram não apresentar nenhuma e/ou pouca dificuldades, 26% disseram ter dificuldades pontualmente, 11% disseram ter dificuldades em parte, apenas 2% disseram ter dificuldades na maioria das vezes e nenhum aluno reporta ter integralmente. No próximo questionamento sobre as dificuldades que se referem à correspondência entre vértices de dois triângulos, 43% dos entrevistados disseram não ter nenhuma ou poucas dificuldades, 34% dos entrevistados disseram apresentar dificuldades de forma pontual e 12% disseram apresentar dificuldades em parte, seguido de 10% que disseram ter dificuldades na maioria das vezes e 0% disseram ter dificuldades integralmente ou pontualmente.

A próxima pergunta faz referências às correspondências entre ângulos de dois triângulos. 54% dos entrevistados disseram não apresentar dificuldade nesse assunto, 27% disseram apresentar dificuldade pontualmente, 12% dos entrevistados disseram apresentar em parte, seguido de 3% que disseram apresentar dificuldades na maioria das vezes e 3% disseram que apresentam dificuldades integralmente no que se refere às correspondências entre dois triângulos.

Quanto à semelhança de triângulos, 51% dos alunos afirmaram não ter nenhuma ou pouca dificuldade com o tema, para 29%, as dificuldades são pontuais, enquanto 13% relataram enfrentar desafios em parte do conteúdo. Apenas 4% disseram ter dificuldades na maioria das vezes, e outros 4% indicaram enfrentar dificuldades integralmente ou totalmente.

O próximo questionamento é sobre as dificuldades dos alunos referente à razão de semelhança. Nesse assunto 49% dos alunos disseram que não apresentavam dificuldades, seguido de 29% dos alunos que disseram apresentar dificuldade pontualmente, 15% dos entrevistados disseram apresentar dificuldades em parte e

5% disseram apresentar dificuldades na maioria das vezes. Somente 2% disseram apresentar dificuldades integralmente.

O bloco seguinte retrata os casos de semelhanças, começando pelo critério Ângulo-Ângulo-Ângulo (AAA). No que se refere a esse critério de semelhança 62% dos entrevistados disseram não ter nenhuma ou pouca dificuldade, 25% disseram apresentar dificuldade de forma pontual e 13% disseram apresentar dificuldade em parte do conteúdo apresentado. Entre os entrevistados, nenhum respondeu que sente dificuldade na maioria das vezes ou integralmente, o que corresponde a 0%. O outro critério de semelhança abordado, referente às dificuldades dos alunos, foi quanto ao critério de semelhança Lado – Lado – Lado (LLL), onde 62% dos entrevistados disseram não ter dificuldades, seguido de 25% dos entrevistados que disseram apresentar dificuldades pontualmente, 11% disseram que apresentam dificuldades em parte e 2% disseram que apresentam dificuldade integralmente. O último critério de semelhança foi o Lado-ângulo-Lado (LAL), onde 58% disseram não sentir dificuldades sobre o assunto. Já 31% disseram que apresentam dificuldades pontualmente, 11% disseram apresentar dificuldade em parte. Os itens na maioria das vezes e integralmente ou totalmente não aparecem como opção dos alunos que responderam à pesquisa.

Ao analisarmos os dados da pesquisa sobre o objeto matemático semelhança de triângulos, percebemos que os alunos não apresentam tantas dificuldades no que se refere à aprendizagem de semelhança de triângulos, porém ainda existe um percentual de quase 10% dos alunos que ainda apresenta dificuldades bem significativas sobre o assunto. Com o objetivo de melhorar essas dificuldades, o presente trabalho propõe a criação de uma sequência didática que possa auxiliar os estudantes a melhorarem seu aprendizado em semelhança de triângulos. Diante do exposto, faremos um estudo teórico sobre o tema no próximo tópico.

5. SOBRE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

A semelhança de triângulos é um objeto matemático abordado na BNCC na área de geometria. Já citamos nesse trabalho que a geometria foi relegada por muitos anos a segundo plano, após o processo que ficou conhecido como Matemática Moderna, que provocou a algebrização do conteúdo matemático. Com isso, a geometria deixou de ser desenvolvida com os alunos da educação básica, e isso provocou uma grande lacuna na aprendizagem dos alunos. Diante do exposto, faz-se necessária uma abordagem diferente do objeto que é o foco deste trabalho. Em um primeiro momento, faremos uma abordagem histórica sobre a semelhança de triângulos e em seguida faremos um estudo sistematizado sobre o referido objeto matemático.

5.1. A EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Ao analisarmos os livros didáticos que tratam sobre semelhança de triângulos, observamos um assunto recorrente que foi desenvolvido pelos autores Leonardo (2010); Dante (2012); Centurión e Jakubovic (2012); Chavante (2015); Silveira (2018); Junior e Castrucci (2018), que é a história da matemática, buscando fazer um processo de contextualização histórica que permite que o aluno possa entender a evolução dos conhecimentos matemáticos. Em conformidade com Chaquiam (2017, p. 17):

> Sobre o uso da história da matemática em sala de aula, Shubring (1997, p. 157) aponta que na introdução de elementos históricos na sala de aula por meio dos textos originais ou de biografias de matemáticos ilustres, estamos fazendo uma abordagem direta da história da matemática em sala de aula. Nesse tipo de abordagem a descoberta dos conceitos é apresentada em toda a sua extensão e a legitimação para o seu uso é baseada nas possibilidades de aumentar o interesse dos alunos e motivá-los para o estudo da matemática.

Diante do exposto, faremos um breve resumo, sobre o processo de evolução histórica do tema semelhança de triângulos, usaremos como autores de referência Chaquiam (2017), Cabral (2019), Boyer (2010) e Cajori (2007), que desenvolveram pesquisas sobre o tema supracitado.

De acordo com Cabral (2019, p. 14) e Boyer (1996), a geometria apresenta duas origens distintas: uma que faz referência a Heródoto, na qual diz que a geometria se originou no Egito, a partir da necessidade de medidas de terras após o processo de inundação do rio Nilo. A outra defendida por Aristóteles, que diz que a geometria surgiu a partir de uma classe sacerdotal que se ocupava com o estudo da geometria.

No que se refere ao estudo de semelhanças, Cabral (2019, p16) pontua que:

> Maciel (2004) afirma que esse método não é muito diferente do que alguns artistas ainda utilizam hoje para obter a ampliação ou redução de uma figura. Por volta do sétimo século a.C. um ativo intercâmbio comercial se expandia entre a Grécia e o Egito. Naturalmente, havia uma troca de ideias, bem como de mercadorias. Os gregos procuraram os sacerdotes egípcios para se instruírem. A Matemática mais intuitiva e experimental, praticada pelos egípcios e babilônios, assumiu um caráter dedutivo com os gregos. Tales, Pitágoras e Platão foram uns dos que visitaram o Egito e transportaram por mar muitos dos experimentos egípcios dando assim aos gregos uma base em que pudessem trabalhar. Em Cajori (2007) encontramos que os Egípcios levaram a geometria não mais além do que o absolutamente necessário para suas necessidades. Os Gregos, pelo contrário, tinham uma necessidade de descobrir as razões das coisas, amavam a ciência como ciência.

Percebemos que, no contexto das semelhanças, o processo de ampliação e redução de figuras ficou praticamente inalterado ao longo dos anos, devido à importância desse conhecimento histórico. Isso é evidenciado pela frequente menção ao grande filósofo e matemático Tales de Mileto em diversos livros pesquisados. Diante disso, discutiremos brevemente suas realizações e contribuições para o estudo da semelhança de triângulos. De acordo com Cabral (2019), as primeiras deduções sistemáticas em geometria são atribuídas a Tales de Mileto. Segundo Rosa (2012, p. 12, apud Chaquiam, 2017, p. 116), que viveu entre 642 e 558 a. C, Tales era estadista, filósofo, matemático e astrônomo. Além disso, segundo Chaquiam (2017) e Cabral (2019), ele foi o fundador da escola Jônica e é considerado o pai da Filosofia.

De acordo com Boyer (2010, p. 32 *apud* Chaquiam, 2017, p. 116), Tales organizou a geometria dedutiva e demonstrou vários teoremas entre eles o de que “Os pares de ângulos opostos formados por duas retas que se cortam são iguais”, “Se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são iguais respectivamente a dois ângulos e um lado de outro, então os triângulos são congruentes”. Um dos fatos históricos que apareceram em boa parte dos livros didáticos remete à história citada por Cajori (2007, p. 44 *apud* Chaquiam, 2017, p. 117), em que Tales viajou ao Egito, onde esteve por alguns anos e durante o tempo em que esteve por lá estudou, com os sacerdotes, física e matemática. Tales superou seus mestres e ganhou a admiração do Rei Amasis, quando mediu a altura das pirâmides.

A história que é contada remete ao modo diferente com que Tales de Mileto calculou a altura das pirâmides, onde de acordo com Eves (2011, p. 115 *apud* Cabral 2019. p. 17) existem duas versões do famoso feito de Tales:

> O relato mais antigo, dado por Hierônimos, um discípulo de Aristóteles, diz que Tales anotou o comprimento da sombra no momento em que esta era igual a altura da pirâmide que a projetava. A versão posterior, dada por Plutarco, diz que além disso, ele fincou verticalmente uma vara e fez uso da semelhança de triângulos.

De acordo com Cabral (2019, p. 17), a versão mais aceita entre os matemáticos sobre o famoso episódio histórico atribuído a Tales de Mileto para calcular a altura da pirâmide é a versão de Plutarco, a qual é amplamente divulgada entre os matemáticos e também foi citada nos livros didáticos analisados nesta pesquisa. Podemos concluir que essa foi a primeira aplicação conhecida da semelhança de triângulos, ocorrida por volta de 600 a.C. Após esse breve resumo sobre a evolução histórica da semelhança de triângulos, faremos um estudo mais detalhado sobre esse objeto matemático.

5.2. SISTEMATIZAÇÃO DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Nesse tópico, faremos um estudo sobre o objeto matemático semelhança de triângulos, fazendo um estudo em autores de referência para o desenvolvimento do tópico, como Rezende e Queiroz (2000), Wagner e Carneiro (2005), Dolce e Pompeu (1997) e Barbosa (2002). O objetivo é buscar desenvolver conceitos e definições à luz do rigor matemático tão necessário para que os alunos possam passar pelo processo de formalização do conteúdo que será desenvolvido.

5.2.1. Semelhança de figuras

Segundo Rezende e Queiroz (2016), a teoria da semelhança entre figuras constitui ferramenta importante em muitas áreas, as quais podemos citar Engenharia e Arquitetura, no processo de ampliação e redução de plantas e maquetes. Nesse processo é de fundamental importância a precisão nas formas idênticas entre duas figuras, obedecendo a mesma proporção entre suas dimensões. Diante de sua importância, faremos um estudo dos casos de semelhança de triângulos e suas aplicações uma vez que:

> O Conteúdo estudado aqui é de fundamental importância para o desenvolvimento de construções com régua e compasso, no que diz respeito à divisão proporcional, chegando-se à divisão áurea e aos demais segmentos construtíveis, em problemas que envolvem equivalência de áreas, problemas

> que envolvem a circunferência; ao estudo das relações trigonométricas no triângulo retângulo [...] Finalmente, de maneira especial, relaciona-se fortemente a este conteúdo como um caso particular, a teoria das homotetias. (Rezende e Queiroz, 2016, p. 73)

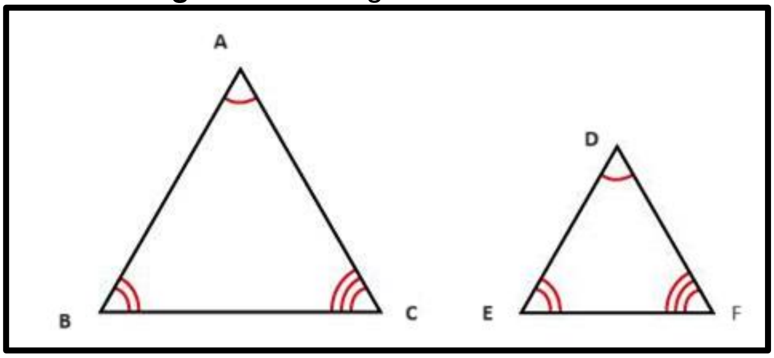
Percebemos que a semelhança de triângulos é um assunto base para que novos assuntos sejam desenvolvidos dentro do conteúdo de geometria.

5.2.1.1. Semelhança de triângulos

Em relação à semelhança de triângulos, temos a seguinte definição: Seja S uma correspondência biunívoca entre os vértices de dois triângulos. Se os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais, a correspondência S é uma semelhança, e dizemos que os triângulos são semelhantes

Consideremos os triângulos ABC e DEF como na figura.

Figura 21: triângulos semelhantes



Fonte: Adaptado pela autora (2023).

Vejamos os triângulos ABC e DEF acima. Para afirmarmos que os triângulos são semelhantes, precisamos realizar o processo de correspondência entre os ângulos A e D, B e E; C e F, dessa forma, podemos afirmar que $m\hat{A} = m\hat{D}$, $m\hat{B} = m\hat{E}$, $m\hat{C} = m\hat{F}$. Assim, se $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, teremos $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{DF}$. O quociente comum entre as medidas dos lados correspondentes é chamado de razão de proporcionalidade ou razão de semelhança entre dois triângulos. Segundo Rezende e Queiroz (2016, p. 73):

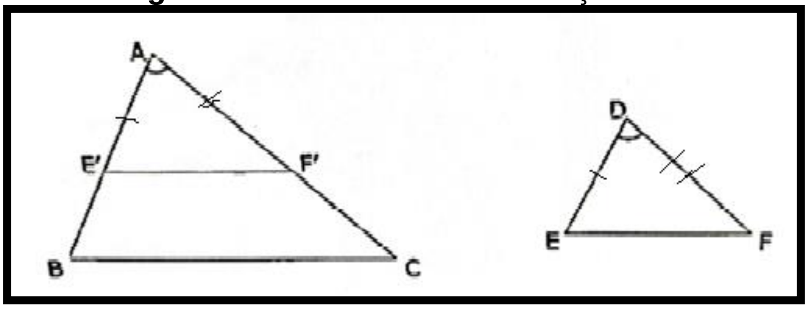
> Seja S uma correspondência biunívoca entre os vértices de dois triângulos. Se os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais, então a correspondência S é uma semelhança, e dizemos que os triângulos são semelhantes.

Barbosa (2002) faz a seguinte observação: dois triângulos congruentes são semelhantes com razão de proporcionalidade um; inversamente, dois triângulos semelhantes com razão de proporcionalidade um são congruentes.

5.2.1.1.1. Critério de Semelhança: Lado – Lado – Lado (L.L.L)

Sobre o teorema de Semelhança Lado-Lado-Lado (L.L.L), tem-se que: Se dois triângulos ABC e DEF são tais que seus lados satisfazem a relação $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF\prime} = \frac{BC}{EF}$, então $\Delta AB\ C \sim \Delta DEF$, cuja demonstração é dada por: Sejam E' e F' pontos de AB e AC, respectivamente, tais que AE' = DE e AF' = DF.

Figura 22: Critério de semelhança L.L.L



Fonte: Adaptado pela autora (2023).

Da hipótese decorre $\frac{AB}{AE\prime} = \frac{AC}{AF\prime}$, logo segue que EF e BC são paralelas. Então temos:

$$\hat{B} \cong A\hat{E}'F' \text{ e } \hat{C} \cong A\hat{F}'E \text{ (a)}$$

Pelo Corolário A.A, temos $\Delta AB\ C \sim \Delta AE'F'$. Portanto, $\frac{E'F\prime}{BC} = \frac{AE\prime}{AB}$, e daí,

$$E'F' = BC\frac{AE\prime}{AB} = BC\frac{DE}{AB} \text{ (b)}$$

Mas pela hipótese, temos $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$, ou seja,

$$EF = BC\frac{DE}{AB} \text{ (c)}$$

De (b) e (c) segue que $E'F' = EF$'. Então, pelo Teorema L.L.L de congruência de triângulos, temos $\Delta AE'F' \cong \Delta DEF$, e portanto:

$$A\hat{E}F' \cong \hat{E}\ e\ A\hat{F}F' \cong \hat{F} \text{ (d)}$$

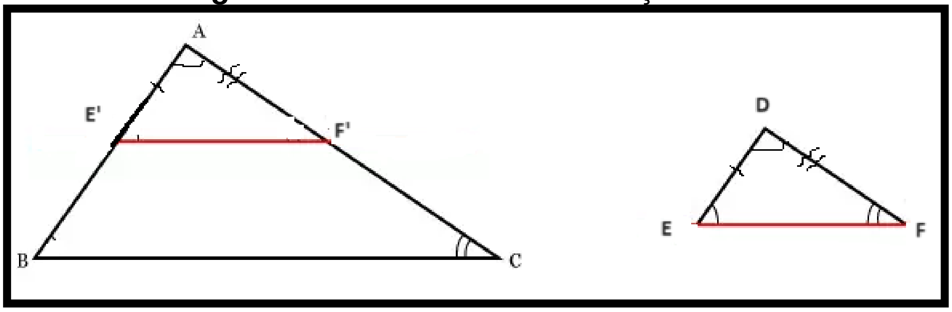
Por (a) e (d) temos $\hat{B} = \hat{E}$ e $\hat{C} = \hat{F}$ e do Corolário A.A.

5.2.1.1.2. Critério de Semelhança: Ângulo – Ângulo – Ângulo (A.A.A)

O Teorema Ângulo-Ângulo-Ângulo (AAA) pode ser enunciado do seguinte modo: Dados dois triângulos ABC e DEF, se $\hat{A} \cong \hat{D}$, $\hat{B} \cong \hat{E}$ e $\hat{C} \cong \hat{F}$, então $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Vejamos abaixo a demonstração:

Demonstração: Consideremos os triângulos ABC e DEF satisfazendo as hipóteses do teorema:

Figura 23: Critério de semelhança A.A.A.



Fonte: Adaptado pela autora (2023).

Consideremos E' e F' pontos de AB e AC, respectivamente, tais que AE = DE e AF' = DF. Pelo postulado L.A.L, temos que $\Delta AE'F' \sim \Delta DEF$.

Portanto, AÊF ≅ $\hat{B}$. Assim, EF e BC são paralelas ou coincidem. Se coincidem, então pelo critério A.L.A, temos $\Delta AE'F' \cong \Delta ABC$. Os triângulos ABC e DEF são congruentes e consequentemente são semelhantes.

Se EF e BC são paralelas, então pelo teorema fundamental da proporcionalidade temos:

$$\frac{AB}{AE'} = \frac{AC}{AF'}$$

Como $\mathrm{AE'} = \mathrm{DE}$ e $\mathrm{AF'} = \mathrm{DF}$, temos:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF'}$$

Analogamente demonstramos que:

$$\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF'}$$

Logo $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

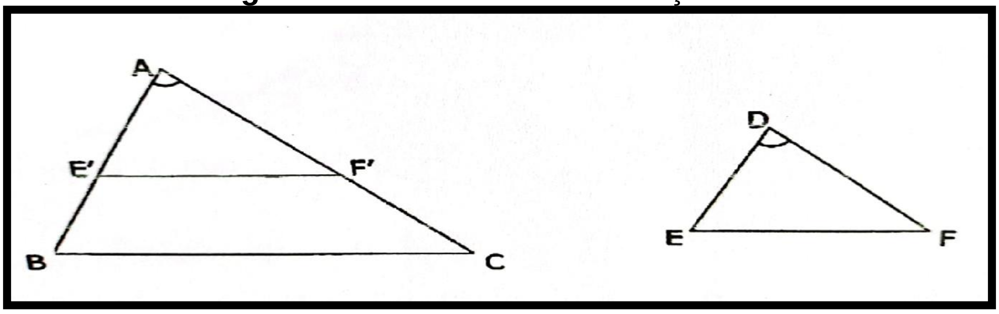
Chegamos à conclusão que se dois triângulos têm dois pares de ângulos correspondentes congruentes, o terceiro par de ângulos correspondentes tem também essa propriedade. Obtemos do teorema anterior o seguinte corolário, o qual será usado frequentemente ao invés do caso A.A.A. Chegamos ao seguinte Corolário (A.A.): Seja S uma correspondência entre os vértices de dois triângulos. Se dois pares de ângulos correspondentes são congruentes, então a correspondência S é uma semelhança.

5.2.1.1.3. Critério de Semelhança: Lado – Ângulo – Lado (L.A.L)

Outro teorema importante é o da semelhança Lado-Ângulo-Lado (L.A.L) definido por: Dados dois triângulos ABC e DEF, se $\hat{A} \cong \hat{D}$ e $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$, então $\Delta AB\ C \sim \Delta DEF$.

Demonstração: consideremos os triângulos ABC e DEF satisfazendo as hipóteses do teorema:

Figura 24: Critério de semelhança L.A.L



Fonte: Adaptado pela autora (2023).

Consideremos E' e F' pontos de AB e AC respectivamente, tais que AE' = DE e AF' = DF, Temos:

$$\frac{AB}{AE'} = \frac{AC}{AF'}$$

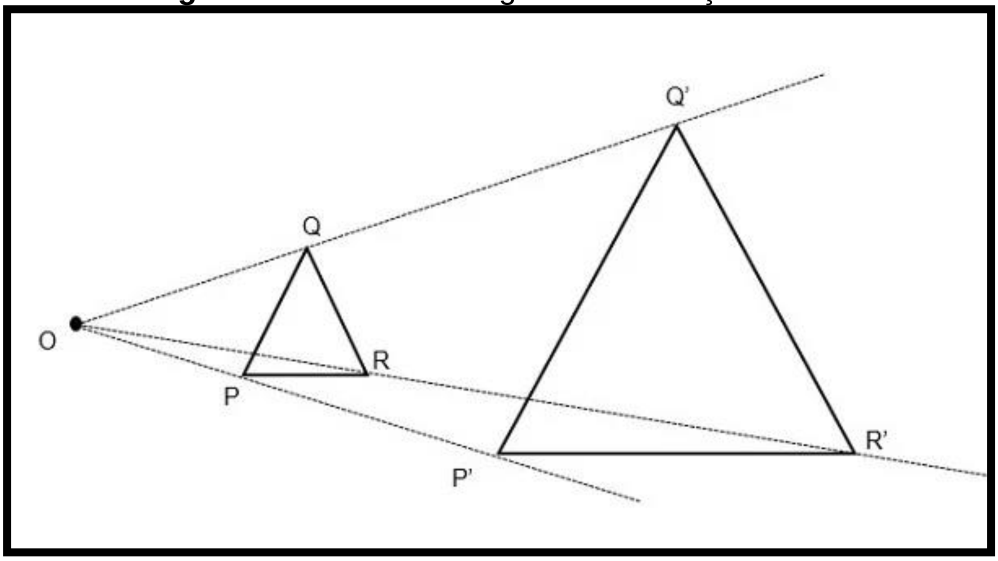
Portanto, obtemos que E'F' e BC são paralelas e então, temos $\hat{B} \cong A\hat{E}F'$ e $\hat{C} \cong A\hat{F}'E'$. Mas pelo postulado L.A.L., os triângulos AE'F' e DEF são congruentes. Portanto, temos $A\hat{E}F' \cong \hat{E}$ e $A\hat{E}F' \cong \hat{E}$ e $A\hat{F}E' \cong \hat{F}$.

Então, $\hat{B} \cong \hat{E}$ e $\hat{C} \cong \hat{F}$, e pelo Corolário A.A., temos $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

5.2.2. Homotetia e a Semelhança de triângulos

A homotetia é apresentada pela seguinte definição: Dado um ponto fixo D, a homotetia é ampliação ou redução de distâncias e áreas a partir desse ponto D em que as proporções são preservadas, ou seja, define-se homotetia pelo centro e pela razão de proporcionalidade dada pela ampliação, afim de que cada ponto P corresponde ao ponto P' tal que $\overrightarrow{OP'} = k.\overrightarrow{OP}$

Figura 25: Homotetia segundo a definição formal



Fonte: Adaptado pela autora (2023).

A figura 25 nos mostra uma homotetia de um triângulo PQR em um triângulo P'Q'R', semelhante ao primeiro, cuja razão de semelhança é dada por |k|, além disso, a homotetia preserva a medida dos ângulos, ou seja, transforma uma figura F em uma figura F' semelhante a F, assim os polígonos homotéticos são semelhantes, mas conservam os lados homólogos paralelos.

Após a exposição do objeto matemático através da demonstração dos teoremas e corolários que compõem a semelhança de triângulo, no uso da homotetia é importante que se desenvolva de forma bem explicada a formalização do referido conteúdo matemático. Seguiremos no próximo capítulo o desenvolvimento de uma sequência didática que busca criar uma estratégia diferenciada no processo de ensino de semelhança de triângulos e que possa possibilitar ao discente a construção de seu conhecimento e o envolvimento deste em seu processo de aprendizagem.

6. SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Como mencionado anteriormente neste texto, a geometria perdeu prioridade no ensino de matemática, o que prejudica os alunos e reflete nos resultados das avaliações externas. Diante disso, é essencial adotar metodologias de ensino que possam contribuir com o ensino de geometria, especialmente no que diz respeito ao ensino de semelhança de triângulos.

> Portanto é importante que o ensino de semelhança de triângulos seja conduzido de forma que os alunos possam ter a percepção de sua imensa aplicabilidade nas diversas áreas nas quais ele pode ser empregado, e que eles tenham noção dos processos de ampliação e redução de objetos, plantas, templos, animais, figuras etc. Iniciar o assunto já pela definição, sem uma introdução, em seguida apresentar os casos de semelhança talvez seja perigoso, pois pode criar certa "aversão" ao conteúdo. "Semelhança de Triangulo! Para que preciso estudar isso"? Quando se ouve perguntas como essa, que todo professor de matemática provavelmente já ouviu pelo menos uma vez na docência, pode ser um alerta, principalmente no que diz respeito ao ensino de geometria. (Cabral, 2019, p. 20)

Diante do exposto, verificamos a necessidade de abordar a semelhança de triângulos de forma que o aluno possa construir suas próprias concepções e realizar de forma autônoma a formalização dos conceitos relacionados ao referido objeto. Diante do exposto desenvolveremos uma sequência didática usando como metodologia a Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual.

6.1. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Ao realizarmos o estudo de geometria dentro do contexto da matemática, percebemos a importância de traduzir alguns termos próprios da linguagem matemática para que possa ocorrer uma maior aprendizagem por parte dos alunos. Nesse sentido, é necessário fazer uma prévia dos termos matemáticos para que os alunos possam compreender melhor o conteúdo que será desenvolvido.

Diante do exposto, desenvolvemos uma Sequência Didática para o Ensino de Semelhança de Triângulos através de materiais manipuláveis, uma vez que o ensino através de materiais concretos permite uma motivação maior dos alunos para que eles possam participar de forma mais efetiva das atividades propostas e isso possibilita que os alunos possam criar uma relação mais estreita com o objeto matemático proposto. A primeira parte da sequência didática que foi desenvolvida, busca trabalhar com os conteúdos prévios para uma melhor compreensão dos conteúdos que serão posteriormente ministrados.

O objetivo da sequência didática que foi desenvolvida nesse trabalho consistirá em permitir que o aluno possa fazer a construção desse objeto matemático (semelhança de triângulos) e desenvolver de forma experimental os conceitos associados a esse objeto até que eles sejam formalizados. Para tanto, foram utilizados materiais concretos manipuláveis, tais como como réguas, esquadros e etc.

Com o desenvolvimento da Sequência Didática, buscamos fazer um resgate do conteúdo de geometria de forma que o mesmo possa ser trabalhado com os alunos de maneira que esses sejam ativos dentro do seu processo de aprendizagem, uma vez que o aluno que se propõe a participar ativamente de sua aprendizagem apresenta uma chance maior de aprender os conteúdos que estão sendo apresentados, conforme Brousseau (1996a, *apud* Pommer, 2008, p.4):

> [...] como ideia básica aproximar o trabalho do aluno do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados.

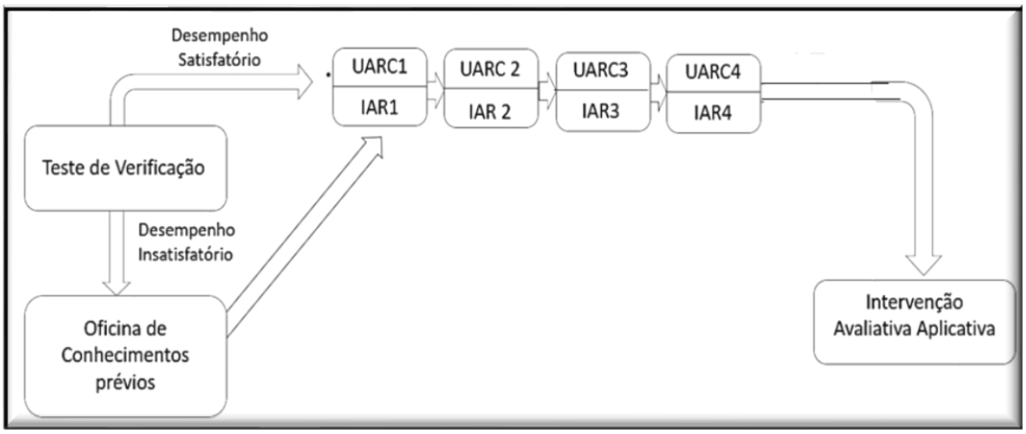
De acordo com Costa e Gonçalves (2022), “A sequência didática se trata de um conceito e uma ideia que expressam e movimentam diferentes perspectivas teóricas no âmbito da área de Educação matemática”, com isso percebemos a importância de elaborar uma sequência didática à luz das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual que possam permitir aos alunos uma melhor compreensão do objeto matemático semelhança de triângulos.

Ao realizar uma pesquisa sobre o percentual de escolas no estado do Pará que possuem laboratório de informática, constatou-se através do censo de 2022 que apenas 13% (1298 escolas) das escolas possuem esse recurso disponível. Sabemos da importância do uso de Tecnologias da Informática no processo de ensino dos discentes, mas infelizmente uma parcela bem pequena de alunos têm acesso ao uso de computadores nas escolas, e quanto aos alunos que têm acesso a computadores em suas residências, verificamos que 40% dos alunos possuem computadores e/ou notebook em suas residências, porém 60% dos alunos do 9º Ano que responderam ao questionário de pesquisa para o IDEB de 2021 não possuem.

Diante da realidade apresentada, acreditamos sim que os computadores são importantes para serem inseridos no processo de ensino de nossos alunos, mas a realidade das escolas públicas do estado do Pará ainda está muito longe do ideal. Por esse motivo, é importante que outros recursos possam estar disponibilizados para os professores da educação básica, que sejam acessíveis e de baixo valor aquisitivo, pois infelizmente os professores necessitam retirar recurso do próprio bolso para realizar as atividades diferenciadas com os alunos e quanto mais acessível forem os materiais propostos, maior será a possibilidade de o professor utilizar esses materiais em suas aulas.

Diante do exposto, propomos abaixo a sequência didática com o uso de materiais manipuláveis acessíveis e que tenha uma aplicabilidade nas salas de aulas dos professores do 9º Ano do ensino fundamental quando estes deverão apresentar o objeto matemático semelhança de triângulos. Antes de realizar a aplicação da sequência didática, faremos um teste de conhecimentos prévios com o objetivo de observar como os alunos estão com relação aos conhecimentos necessários para a assimilação das atividades apresentadas na sequência didática, confirme Apêndice A. Caso os alunos apresentem dificuldades após a aplicação do teste, será desenvolvida uma oficina (Apêndice B) de forma a nivelar o conhecimento destes e apenas após esse processo será realizada a aplicação da sequência didática. Visualizemos o organograma abaixo:

Figura 26 - Organograma de aplicação da sequência didática



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

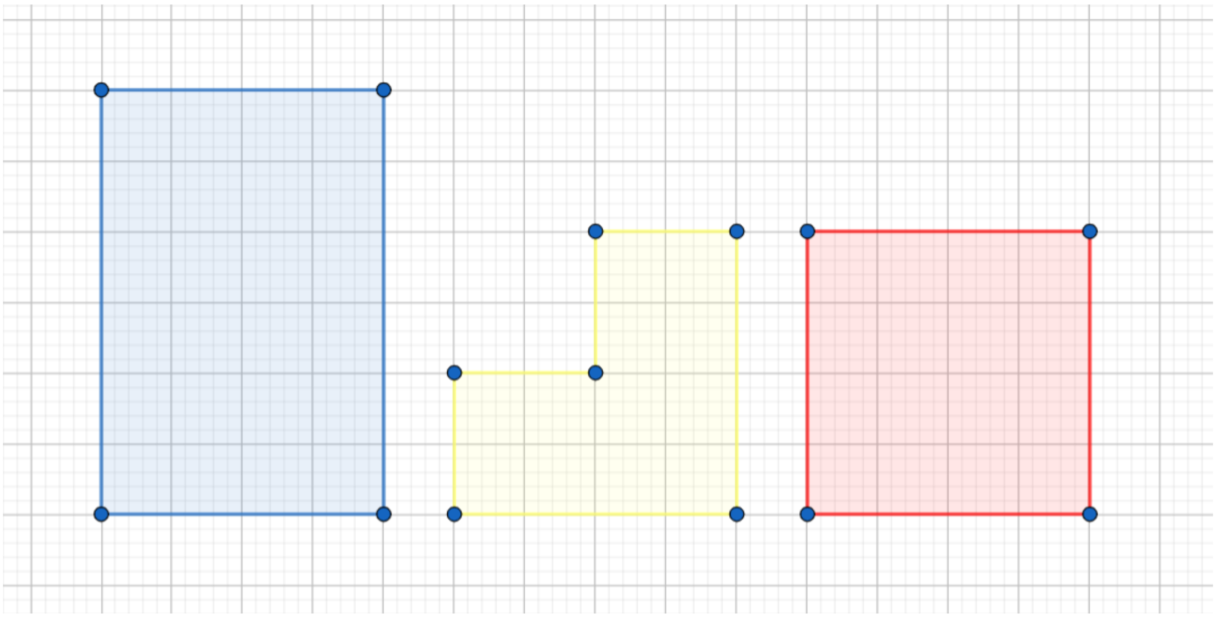
6.1.1. UARC 1: Ampliação e redução de figuras planas

Objetivo: Identificar a proporcionalidade entre os lados de figuras planas nos casos de redução e ampliação

Materiais necessários: Papel quadriculado, caneta hidrocor, lápis de cor, giz de cera e régua.

Procedimentos: Formar duplas entre os alunos e depois distribuir figuras em papéis quadriculados entre eles para que desenvolvam as atividades solicitadas.

(Ia) Faça uma ampliação e uma redução de cada uma das figuras apresentadas.



(Ir) Quais são as medidas da largura e do comprimento de cada uma das figuras?

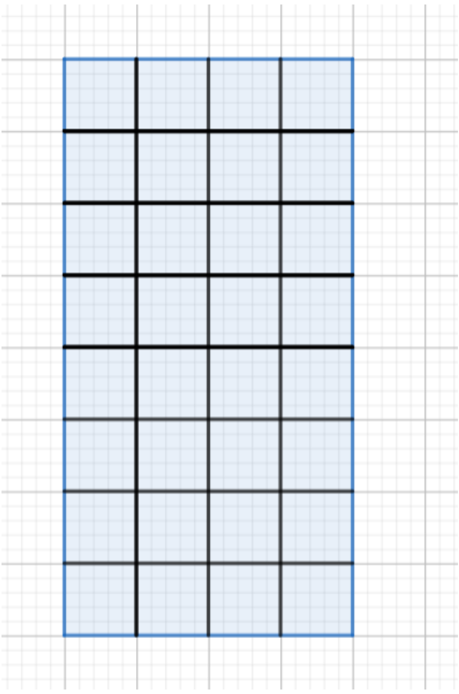
Figura	Figura Ampliada		Figura Original		Figura Reduzida	
	Largura	Comprimento	Largura	Comprimento	Largura	Comprimento
A						
B						
C						

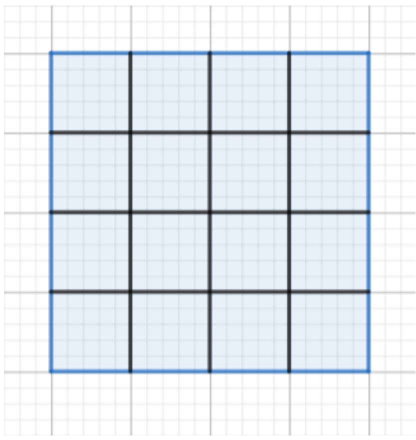
(Ie) Preencha o quadro a seguir determinando as razões indicadas

Figura	RAZÃO ENTRE AS LARGURAS		RAZÃO ENTRE OS COMPRIMENTOS	
	Redução/Original	Original/Redução	Redução/Original	Original/Redução
A				
B				
C				

(Ir) O que você observa em relação às razões encontradas no quadro acima?

(Ie) Desenhe uma ampliação de modo que as razões entre as medidas da ampliação e original e outra de modo que a razão entre as medidas da redução e original sejam triplicadas e uma redução de modo que as medidas sejam reduzidas a um quarto em relação às figuras abaixo:

a) 

b) 

(Ie) O que aconteceu com o comprimento da figura? O que aconteceu com a largura?

(Ie) Quais conclusões vocês chegaram?

Nesse momento, o professor utilizando as respostas dos alunos e mostrando as regularidades, fará com que os alunos cheguem a seguinte formalização:

(If) Para efetuar uma ampliação (redução) de uma figura deve-se multiplicar (dividir) as medidas dessa figura pelo fator de proporcionalidade desejado, mantendo a forma original da figura.

(Ia_R) Exercício de semelhança de Figuras

Você tem um desenho de um triângulo retângulo ABC. As medidas dos lados desse triângulo são as seguintes: Lado AB: 6 cm, Lado BC 8 cm e Lado CA: 10 cm. Sendo esse triângulo um triângulo retângulo, faça um desenho representando uma ampliação (dobro) e uma redução (metade), indicando as medidas do novo triângulo.

6.1.2. UARC 2: Reconhecer a semelhança de triângulos através do critério Lado – Lado – Lado (L.L.L.)

Objetivos: Compreender a Ideia de semelhança de triângulo – Critério Lado-Lado-Lado

Materiais utilizados: Triângulos com tamanhos diferentes, régua de 30 cm, papel A4.

Procedimentos: Dividir os alunos em dupla e entregar para cada dupla dois triângulos diferentes.

(Ii) Solicitar que os alunos analisem os triângulos e busquem fazer as medições dos lados desses triângulos.

(Ie) Solicitar que os alunos usem o quadro abaixo para sistematizar os dados das medições que foram realizadas.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triângulo A			
Triângulo B			
Triângulo C			
Triângulo D			

(Ie) Olhando para as medidas dos lados, faça as razões entre os lados dos triângulos dados. Dois a dois.

	Triângulo A	Triângulo B	Razão entre $\frac{lado\ triãngulo\ A}{lado\ triângulo\ B}$	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ B}{lado\ triângulo\ A}$
Lado 1				
Lado 2				

(Ie) Preencha o quadro abaixo para os outros triângulos restantes.

	Triângulo C	Triângulo D	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ C}{lado\ triângulo\ D}$	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ D}{lado\ triângulo\ C}$
Lado 1				
Lado 2				

(I_R) O que podemos concluir em relação às razões encontradas no quadro anterior?

____

____

(I_f) Definição: Se dois triângulos ∆ABC e ∆DEF são tais que seus lados são homologamente proporcionais, então pelo critério Lado-Lado-Lado os triângulos ABC e DEF são semelhantes.

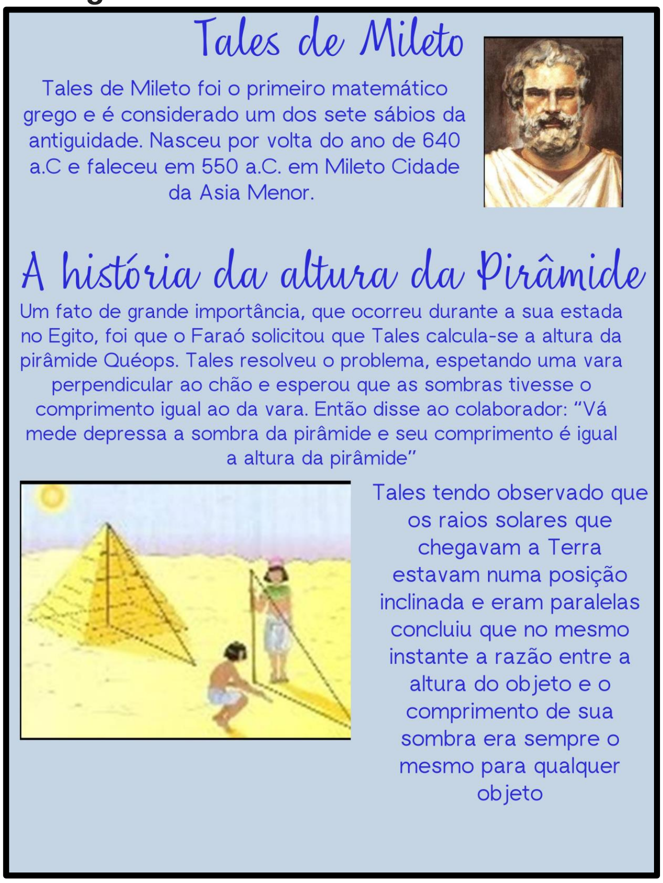
6.1.3. UARC3: Reconhecer a semelhança de triângulo por meio da história de Tales de Mileto – Critério de semelhança Lado-Ângulo-Lado (L.A.L)

Objetivos: Compreender a ideia de semelhança de triângulo – Critério Lado-Ângulo-Lado

Materiais utilizados: Texto com a História de Tales de Mileto e a medição da altura da pirâmide, palito de churrasco, palito de picolé e palito de dente, isopor, lanterna. Cola, tesoura, papel A4, régua.

Procedimentos: O primeiro Passo dessa atividade é dividir os alunos em equipes de até 4 alunos de modo que todos possam participar. Entregar para os alunos o texto que conta a história de Tales de Mileto.

Figura 27 - História de Tales de Mileto



Fonte: Adaptado Centurión e Jakubovic (2012).

Após a leitura do texto, os alunos serão convidados de forma análoga ao procedimento de Thales de Mileto a construir uma maquete, fixando na folha de isopor um palito de picolé e um palito de churrasco.

(Ii) Após a construção da maquete, os alunos serão convidados a utilizar a lanterna simulando a luz do sol sobre os palitos. Será solicitado aos alunos que registrem o tamanho da sombra de cada uma das posições que foram projetadas, será feita a sugestão que enquanto um colega faz o processo de projeção da luz da lanterna, o outro colega faz a mediação com a régua, e o outro faz o processo de anotação na tabela abaixo, e um quarto aluno deve fazer o registro do desenho das figuras que foram surgindo ao longo da atividade.

(Ir) Qual a figura geométrica vocês conseguiram visualizar ao projetar a lanterna sobre os palitos?

(Ir) Você consegue perceber alguma relação entre a Medida da Sombra do Palito de picolé e a Medida da Sombra do palito de churrasco?

(Ir) Ao realizar a razão entre os lados, quais resultados são encontrados? Eles são iguais?

(Ie) Os alunos deverão preencher a tabela abaixo, com base nas observações que foram realizadas na intervenção inicial.

Projeção	Medida da Sombra do Palito do Churrasco (L2)	Medida da Sombra do Palito de picolé (L1)	Ângulo Entre os lado 1 e Lado 2	Razão entre $\frac{L1}{L2}$
Figura 1				
Figura 2				
Figura 3				
Figura 4				

Após o preenchimento da tabela cima, os alunos serão levados a responder alguns questionamentos sobre as atividades que foram realizadas.

(I_R) É possível identificar um mesmo fator (redução e ampliação) entre os lados das figuras estudadas?

(I_R) Qual fator (redução e ampliação) você encontrou ao fazer a razão entre os lados?

(I_R) A medida do ângulo formado pela sombra e o palito das figuras que foram medidas têm alguma relação?

Depois dos procedimentos acima, será feita a seguinte orientação aos alunos: pediremos que eles *alterem* o ângulo do palito do Churrasco e realizem os mesmos procedimentos.

(Ii) Após a construção da maquete, os alunos serão convidados a utilizar a lanterna simulando a luz do sol sobre os palitos. Será solicitado aos alunos que registrem o tamanho da sombra de cada uma das posições que foram projetadas, será feita a sugestão que enquanto um colega faz o processo de projeção da luz da lanterna o outro colega faz a mediação com a régua, e o outro faz o processo de anotação na tabela abaixo, e um quarto aluno deve fazer o registro do desenho das figuras que foram surgindo ao longo da atividade.

(Ir) Qual a figura geométrica vocês conseguiram visualizar ao projetar a lanterna sobre os palitos?

(Ir) Você consegue perceber alguma relação entre a Medida da Sombra do Palito de picolé e a Medida da Sombra do palito de churrasco?

(Ir) Ao realizar a razão entre os lados quais resultados são encontrados? Eles são iguais?

(Ie) Os alunos deverão preencher a tabela abaixo, com base nas observações que foram realizadas na Intervenção inicial.

Projeção	Medida da Sombra do Palito do Churrasco (L1)	Medida da Sombra do Palito de picolé (L2)	Ângulo Entre os lado 1 e Lado 2	Razão entre $\frac{L1}{L2}$
Figura 1				
Figura 2				
Figura 3				
Figura 4				

Após o preenchimento da tabela cima, os alunos serão levados a responder alguns questionamentos sobre as atividades que foram realizadas.

(I_R) É possível identificar um mesmo fator (redução e ampliação) entre os lados das figuras estudadas?

(I_R) Qual fator (redução e ampliação) você encontrou ao fazer a razão entre os lados?

(I_R) A medida do ângulo formado pela sombra e o palito das figuras que foram medidas têm alguma relação?

Nesse momento, o professor deve solicitar que os alunos socializem as tabelas e as respostas que foram dadas aos questionamentos, de maneira a fazer os alunos refletirem sobre as atividades que foram realizadas e que eles possam desenvolver as conclusões que chegaram após a realização das atividades propostas. Após a atividade, o objetivo da atividade é que os alunos cheguem à seguinte conclusão.

(If) Definição: Dados dois triângulos ABC e DEF, são semelhantes se os lados homólogos são proporcionais e o ângulo formado por esses lados são congruentes.
(Ia_R) Considere dois triângulos, Triângulo P e Triângulo Q. A tarefa é determinar se eles são semelhantes usando o critério de "Lado-Ângulo - Lado" (LAL) e, se forem encontrar a razão de semelhança.

Dados:

No triângulo P, o lado AB mede 4cm, o ângulo Â mede 50º e o ângulo BC mede 6 cm. No triângulo Q, o lado DE mede 89 cm, o ângulo D mede 50º e o lado EF mede 12 cm.

Perguntas:

1 – Usando o critério de semelhanças "Lado-ângulo-Lado" (L.A.L), determine se os triângulos P e Q são semelhantes. Explique o seu raciocínio.

2 – Se os triângulos P e Q são semelhantes, encontre a razão de semelhança entre eles.

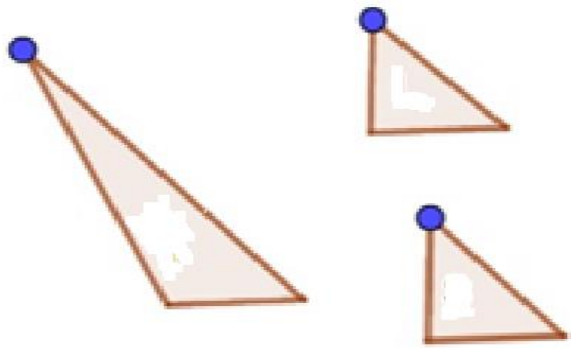
3 – Se os triângulos P e Q são semelhantes, calcule o comprimento do lado AC no triângulo P se o lado DF no triângulo Q medir 18 cm.

6.1.4. UARC 4: Critérios de semelhanças ângulo-ângulo-ângulo (A.A.A.) a partir da observação de triângulos

Objetivos: Compreender os critérios de semelhança de triângulo ângulo-ângulo-ângulo (A.A.A.)

Materiais utilizados: triângulos de diversos tamanhos em EVA, transferidor, régua.

Procedimentos: Dividir os alunos em duplas, e entregar três triângulos em EVA a eles.



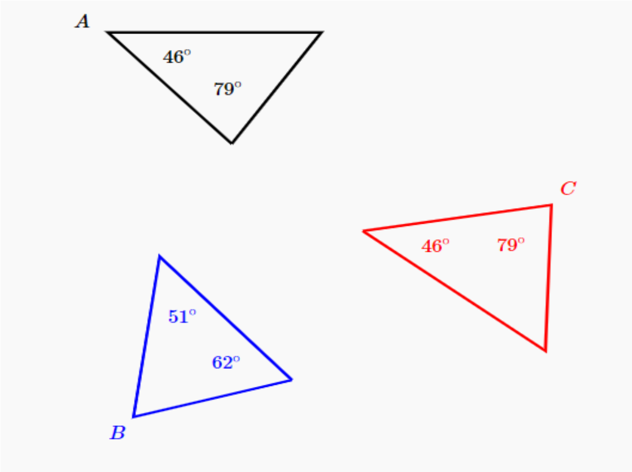
(Ii) Solicitar que eles utilizem o transferidor para medir os ângulos dos triângulos que foram entregues a eles.
(Ie) Solicitar que os alunos preencham a tabela abaixo:

	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3
Triângulo A			
Triângulo B			
Triângulo C			

(Ir) O que você percebe em relação aos ângulos?
(Ir) Existe congruência entre os ângulos encontrados?
(Ir) É possível estabelecer a razão entre os lados correspondentes dos triângulos?
(Ir) Quais características foram mais destacadas após a análise dos triângulos?

Após esse processo de questionamento, o professor deve solicitar que os alunos possam socializar as conclusões que chegaram após realizar a atividade, de forma a levar os alunos ao processo de formalização. Os Alunos devem chegar à seguinte conclusão.
(If) Se dois triângulos possuem dois ângulos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes.

(Ia$_R$) Dado três triângulos, determine aqueles que são semelhantes, usando o critério de semelhança Ângulo – Ângulo - Ângulo.



O aluno após a aplicação da sequência didática será capaz de encontra nos triângulos acima aqueles que são semelhantes.

6.2. AVALIAÇÃO APLICATIVA: CONSOLIDAÇÃO DO CONCEITO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Objetivo: Realizar o processo de consolidação da sequência didática sobre semelhança de triângulos.

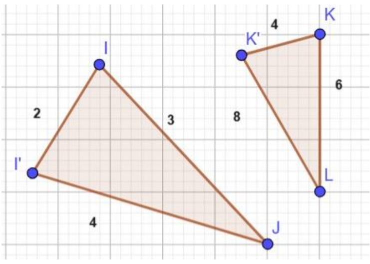
Materiais Necessários: Papel, caneta e listas de Atividades propostas.

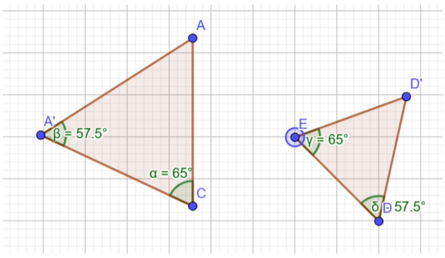
Procedimentos: Solicitar que os alunos se dividam em duplas e desenvolvam as atividades propostas dentro do conhecimento sobre semelhança de triângulos

(Ii) Solicitar que os alunos respondam a seguinte atividade sobre semelhança de triângulos.

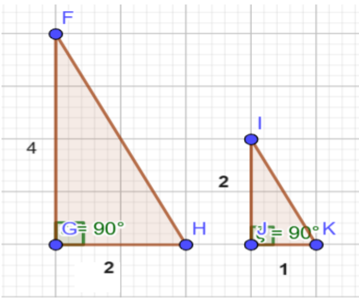
1 – Os pares de triângulos abaixo são semelhantes?

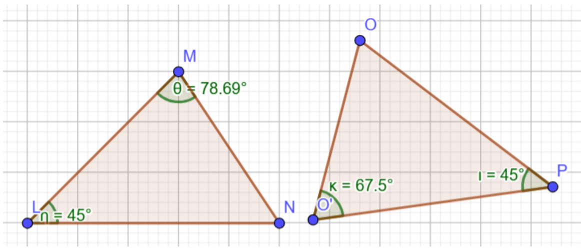
a)





b)

c) 

d) 

(Ie) Solicitar que os alunos registrem os cálculos utilizados no processo de resolução das atividades e preencham a tabela abaixo:

Exercício	Qual critério de semelhança de triângulos foi utilizado?
Atividade a	( )LLL ( )LAL ( )AA ( )N.D.A
Atividade b	( )LLL ( )LAL ( )AA ( )N.D.A
Atividade c	( )LLL ( )LAL ( )AA ( )N.D.A
Atividade d	( )LLL ( )LAL ( )AA ( )N.D.A

Após preencher a tabela, será solicitado que os estudantes reflitam sobre a forma de resolução das questões apresentadas.

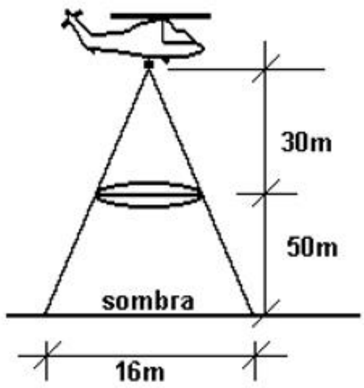
(Ir) Você acredita que as atividades anteriores auxiliaram vocês a resolverem as três questões apresentadas?

(Ir) Qual o grau de dificuldade na resolução das questões apresentadas?

Após resolver os exercícios, será solicitado que os alunos dialoguem sobre as resoluções apresentadas e quais caminhos utilizaram para resolver as questões e que eles reflitam sobre os questionamentos acima.

(If) É o momento em que o professor chega à conclusão através da fala dos alunos se a sequência didática aplicada ajudou no processo de aprendizagem.

(IA$_A$) Numa cidade do interior, à noite, surgiu um objeto voador não identificado, em forma de disco, que estacionou a 50 m do solo, aproximadamente. Um helicóptero do exército, situado a aproximadamente 30 m acima do objeto iluminou-o com um holofote, conforme mostra a figura anterior. Sendo assim, pode-se afirmar que o raio do disco mede, em m, aproximadamente:



a) 3,0 m b) 3,5 m c) 4,0 m d) 4,5 m

7. APLICAÇÃO E ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Com o objetivo de validar a sequência didática proposta nesse trabalho, foi feita a aplicação das atividades para um grupo de alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola estadual da periferia de Ananindeua. A referida escola foi escolhida pois a pesquisadora faz parte dos docentes que atuam na mesma. A primeira dificuldade encontrada foi o fato de a pesquisadora não ter turmas do ensino fundamental no período da manhã. Diante disso, foi solicitada permissão à direção da escola, coordenadores pedagógicos e docente de matemática que rege a turma para que a aplicação da sequência didática fosse desenvolvida.

Após a autorização da comunidade escolar para que a aplicação pudesse acontecer, foi feito em novembro de 2023 o primeiro contato com os alunos do 9º Ano da referida escola do período da manhã. O projeto foi apresentado a todos os discentes que estudavam na referida turma, com um total de 34 alunos que participaram da apresentação do trabalho e realizaram a prova diagnóstica. Após o primeiro momento, foi deixado livre, e apenas um grupo de 12 alunos decidiram participar da aplicação da sequência didática. A pesquisadora acredita que por se tratar de um trabalho na área de matemática e os alunos não conhecerem as dinâmicas que seriam desenvolvidas nas atividades, houve pouca adesão ao processo de aplicação do projeto de mestrado.

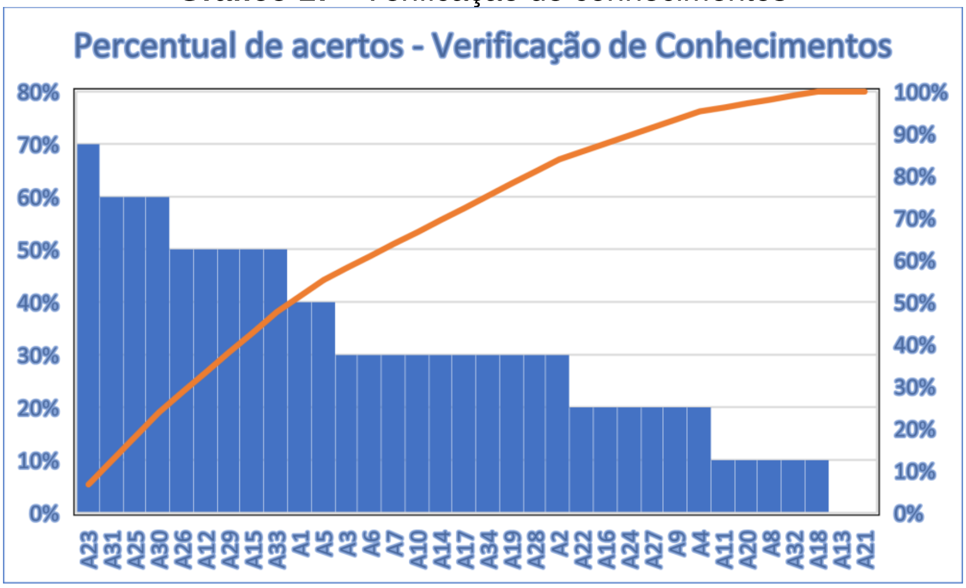
Devido à pouca adesão, a pesquisadora achou melhor utilizar o espaço da biblioteca da escola, pois seria um espaço mais reservado e não sofreria tanta influência dos alunos que não aderiram ao projeto. O espaço da biblioteca contava com 3 mesas, onde os alunos foram divididos em grupos, com 4 participantes em cada grupo. Nesse contexto, ocorreu a aplicação da sequência didática que seguia a seguinte estrutura: 4 Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) e uma Atividade Avaliativa. Nessa estrutura, foi desenvolvida a aplicação da sequência didática aos alunos que aceitaram participar.

Conforme foi informado anteriormente, no primeiro contato com a turma estavam presentes 34 alunos que escutaram a proposta inicial e aceitaram participar do teste de verificação de conhecimentos prévios. Os dados dessa análise inicial serão desenvolvidos no próximo tópico dessa pesquisa.

7.1. TESTE DE VERIFICAÇÃO E OFICINA DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Segundo Cabral (2017), antes do processo de aplicação de uma sequência didática de acordo com as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual, faz-se necessário fazer um teste de verificação de conhecimentos prévios dos alunos, de modo que os obstáculos didáticos que possam a vir ocorrer sejam minimizados. Assim, antes da aplicação da sequência didática, foi aplicado um teste de verificação com 34 alunos, que inicialmente foram contatados para participar da pesquisa. Segue abaixo os resultados obtidos no teste de verificação.

Gráfico 17 - Verificação de conhecimentos



Fonte: Silva (2024).

Ao analisar o gráfico acima, verificamos que a média de acertos dos alunos foi de apenas 30%. Verificamos diante do exposto a necessidade de realizar uma oficina de conhecimentos prévios (Apêndice B), uma vez que 23 dos 34 alunos que responderam ao teste de verificação apresentaram dificuldades, acertando menos de 50% das questões apresentadas. Verificou-se a necessidade de realizar a oficina de forma a balizar os conhecimentos necessários para que os obstáculos didáticos fossem minimizados durante a aplicação da sequência didática.

No momento de aplicação da oficina de conhecimentos prévios, foi informado aos alunos que eles poderiam optar em participar ou não da pesquisa, uma vez que a esta era totalmente voluntaria. Dos 34 alunos que foram contatados, apenas 12 alunos se voluntariaram para participar da pesquisa que ocorreu no final do mês de novembro de 2023 e início do mês de dezembro de 2023, período de provas finais dos alunos da rede pública do estado. A pesquisadora acredita que por esse motivo a quantidade de alunos voluntários foi reduzida drasticamente. Apesar do número reduzido de alunos participantes, a pesquisadora conseguiu realizar a aplicação da sequência didática proposta, conforme observamos nos dados expostos no próximo tópico.

7.2. APLICAÇÃO, TRANSCRIÇÃO E ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Com o objetivo de validar a sequência didática, após o processo de aplicação da oficina de conhecimentos prévios, os alunos foram convidados a participar da aplicação das atividades das UARC's. Conforme informado anteriormente, dos 34 alunos contatados na turma, apenas 12 alunos aceitaram participar da aplicação.

Os alunos foram informados que a aplicação da sequência ocorreria em 4 encontros com dois tempos de 45 minutos. A aplicação ocorreria com a divisão dos alunos em 3 equipes com 4 alunos em cada grupo. Com o objetivo de captar os diálogos seriam realizadas as gravações dos áudios dos alunos e, através das transcrições das referidas gravações, podemos verificar o momento em que a aprendizagem ocorre de forma efetiva, através dos diálogos que foram travados. Abaixo segue a dinâmica de aplicação da sequência didática.

7.2.1. Transcrição e Análise da Aplicação da UARC 1

A primeira atividade da UARC buscou ser bem prática, de forma que os alunos se sentissem envolvidos no processo de construção do seu conhecimento. Em um primeiro momento, a professora aplicadora entregou aos alunos uma folha com as orientações para a construção da primeira atividade, bem como materiais como lápis preto, lápis de cor, canetinha hidrocor e papel quadriculado. Após a entrega dos materiais, foi solicitado que os alunos realizassem o que a atividade pedia, que era a ampliação e a redução das figuras propostas na UARC 1.

Como ainda era a primeira atividade, os alunos ainda estavam muito tímidos, e por esse motivo quase não perguntavam sobre a atividade. Foi necessário que a professora buscasse indagar os alunos sobre a atividade e como eles a estavam desenvolvendo. Após um momento de silêncio, os alunos começaram a conversar entre si sobre o processo de aplicação da atividade. Abaixo segue a transcrição da aplicação das atividades da UARC 1.

Quadro 17 - Transcrição dos diálogos da UARC 1

Professora Aplicadora (PA): Gostaria de dar as boas-vindas a todos vocês e agradecer a disponibilidade em estar participando desse projeto de pesquisa. Agora que vocês já estão com os materiais em mãos, vamos iniciar as atividades. Vocês devem registar no papel quadriculado uma ampliação e uma redução do desenho inicial, o qual está na atividade impressa que foi entregue a vocês. Estamos entendidos? Podem começar a realizar a atividade e usem de sua criatividade para fazerem desenhos bem bonitos.		
Grupo A	**Grupo B**	**Grupo C**
T1A - Aluno A1: Professora, posso usar todo o papel quadriculado? T2A - PA: Sim. T3A - Aluno A1: T4A – Professora, já fiz o desenho. T5A - Aluno A2: O que é para fazer depois do desenho? T6A - Aluno A3: É para preencher esse quadro aí. (UARC1) T7A - Aluno A2: Mas como é para fazer?l Aluno A3: Tu têm que preencher o quadro de acordo com o desenho que tu fez. T8A - Aluno A1: Cada aluno preenche o seu? T9A - Aluno 3: Acredito que sim. T10A – Aluno 3: O que é para fazer depois que preenche os quadros? T11 A - PA: Vocês devem contar os lados dos quadradinhos das figuras que vocês desenharam e preencher o quadro. T12A -Aluno A3: Obrigado, professora, entendi.	T1B - Aluno B1: Tu já terminou o desenho? T2B - Aluno B2: Ainda não, pois são 6 desenhos. T3B - Aluno B3: Legal essa atividade de desenho. T4B - Aluno B1: Também gostei, muito legal essa atividade de ampliar e reduzir figuras. T5B - Aluno B2: O que será que vamos fazer depois? T6B - Aluno B1: Acho que vamos ter que preencher essa tabela aqui embaixo dos desenhos. Olha! T7B - Aluno B3: Acho que é isso. T8B - Aluno B1: Vamos terminar de desenhar primeiro. Depois perguntamos para a professora como faz. T9B - B3: É verdade. T10B - PA: Vocês devem contar os lados dos quadradinhos das figuras que vocês desenharam e preencher o quadro.	T1C - Aluno C1: Professora, já terminei de fazer os desenhos, posso começar a preencher essa tabela? T2C - PA: Pode sim, já sabe como fazer? Aluno C1: Acredito que sim. T3C -PA: Então pode começar a preencher. T4C - Aluno C2: Como é pra fazer? T5C - Aluno C1: Têm que fazer um desenho de ampliação e de redução dessas figuras aqui ó. Nesse papel quadriculado. Depois que fizer o desenho tem que preencher o quadro que está logo abaixo. T6C - PA: Isso mesmo. T7C - Aluno C1: Se a aula do professor fosse sempre assim eu só tirava 10. T8C - Aluno C2: É assim sim, tu tira a razão entre os lados das figuras. T9C - Aluno C3: O que é razão? T10C – Aluno C1: É quando você divide o tamanho de um lado da figura pelo tamanho do outro lado. T11C Aluno C3: Entendi.
PA: Após o processo de preenchimento das tabelas, preciso que vocês calculem a razão das figuras e preencham a tabela com os resultados. Vou esperar um pouco até vocês finalizarem a tabela, depois vamos conversar sobre as conclusões que vocês chegaram.		
T13A -Aluno A1: A divisão do lado da figura maior pela figura original e também da figura original da figura menor são iguais.	T11B - B1: Acredito que aumente o tamanho do lado por duas vezes. T12B - B3: O desenho ficou parecido com a figura inicial, só que com	T12C - C4: O desenho ficou muito legal. T13C - C2: A gente aprende brincando. T14C - C1: Voltamos ao Jardim de infância. Risos

T14A – Aluno A3: As figuras seguiram o mesmo padrão. T15A A2: O lado da figura é o dobro da figura original.	um tamanho bem maior e a outra com o tamanho menor. T13B - B2: Verdade, professora.	
PA: Usando o que o aluno B3 comentou, os desenhos ficaram parecidos com a figura original. Isso ocorre pois utilizamos um mesmo valor para o processo de ampliação e quando fizemos a redução ocorre o mesmo processo. Para esse valor, damos o nome de constate de proporcionalidade. Nesse sentido, quando ampliamos ou reduzimos uma figura usando a mesma constante de proporcionalidade, teremos o que chamamos de figuras semelhantes, que era o objetivo da atividade de hoje.		
T16A - A3: Entendi, professora, então quando aumentamos as figuras ou diminuímos as figuras usando o mesmo valor temos uma figura semelhante. T17A - A1: Então o desenho que nós fizemos são figuras semelhantes. T18A - A2: Legal a atividade, professora.	T14B - B2: Que legal, professora! Então, a figura semelhante é quando desenhamos uma figura maior multiplicando o tamanho da figura original pelo mesmo número. T15B - B4: A atividade de desenho chama muito a atenção, conseguimos ficar concentrados.	T15C - C1: Professora, tem que escrever alguma coisa aqui na folha? T16C - PA: Vocês podem formalizar esse conhecimento aí no papel que foi entregue a vocês. T17C - C1: Obrigada, professora.
PA: Muito bem, estou muito feliz pelo término de nossa primeira atividade, vamos parar agora pois vocês têm aula de língua portuguesa. Voltaremos depois do intervalo para a aplicação da nossa segunda atividade. Conto com vocês!!		

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

O diálogo inicial revela que os alunos ainda não estavam familiarizados com o tipo de atividade proposta e sentiam a necessidade de pedir permissão para utilizar os recursos disponibilizados, como papel quadriculado e a canetinha hidrocor. Os alunos ainda estavam bem inseguros em como realizar as etapas da atividade, mas depois de algumas orientações da professora aplicadora, os mesmos sentiram-se mais à vontade para realizá-las, conforme podemos visualizar nos turnos T1A até o T10A, evidenciando a importância do papel do professor na condução do processo de aprendizagem.

Durante a aplicação da sequência, percebemos a interação entre os alunos que refletem uma dinâmica de cooperação e busca por compreensão mútua, o que demonstra a construção coletiva do conhecimento na sala de aula. A intervenção da professora aplicadora é fundamental para esclarecer dúvidas e direcionar os alunos na realização das atividades propostas, o que evidencia seu papel como mediadora do processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Nos diálogos AT1 a AT10 verificamos o padrão de I-R-F, onde o aluno realiza a iniciação, recebe uma resposta e depois o Feedeback da professora aplicadora.

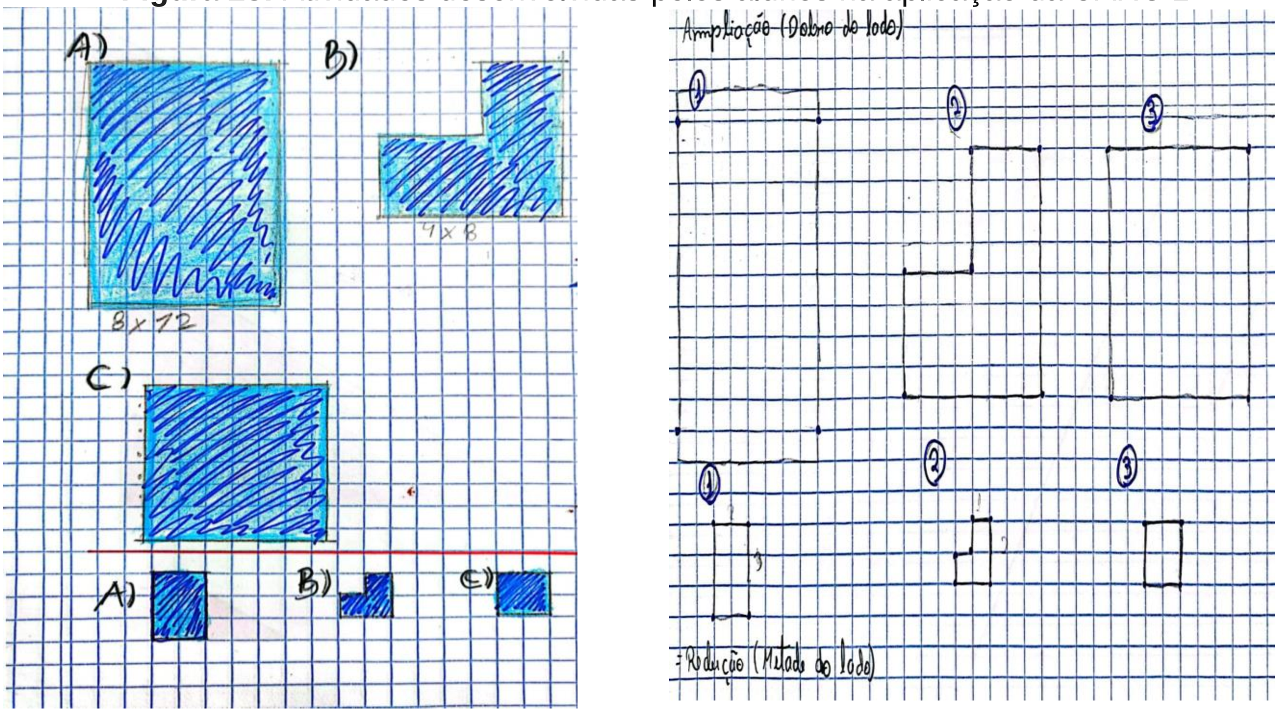
Percebemos também o processo de interação I-R-A, de forma a permitir que a aprendizagem pudesse se desenvolver até chegar o momento da consolidação desta por parte dos alunos. Ainda sobre os diálogos do grupo A, podemos visualizar nos turnos T10A a T12A, o processo de cooperação entre os alunos. Ao realizar a leitura das conversas entre os alunos, verificamos que a atividade desenvolvida permite uma dinâmica de sala de aula colaborativa e interativa, onde existe um processo de engajamento dos alunos do grupo A, e existe a interação no formato I-R-F-R-A.

Percebemos ao analisar as falas dos alunos do grupo B, que as atividades propostas permitem uma interação colaborativa entre eles, pois permite uma interação, conforme podemos visualizar nos turnos T5B ao T7B. Nessa interação ocorre o sistema I-R-A. Podemos visualizar a interação I-R-F nos turnos T8B – T10B, onde a professora aplicadora fornece informações claras e diretas para ajudar os alunos a entenderem a tarefa. Ao observar as falas entre os alunos do grupo B, percebemos o interesse destes em entender as tarefas propostas e o engajamento dos mesmos durante as atividades.

Quando observamos as interações entre os alunos do grupo C, percebemos que existe um processo de colaboração entre os alunos nos turnos T4C – T6C. Existem comentários entre os alunos que destacam a importância da atividade desenvolvida, conforme podemos destacar no turno T7C, T12C4 e T13C2, e a ludicidade das atividades reveladas na fala dos alunos. Percebemos nesses turnos a empolgação dos alunos no processo de construção das atividades propostas.

Em geral, o discurso revela uma progressão ordenada da atividade, com os alunos se engajando ativamente na tarefa e interagindo de forma produtiva uns com os outros e com a professora aplicadora. Eles expressam apreciação pela atividade, fazem perguntas e sugestões e demonstram pensamento crítico e compreensão das instruções propostas. A professora fornece instruções claras e espera que os alunos concluam cada etapa antes de passar para a próxima, promovendo uma abordagem passo a passo para a aprendizagem. A atividade é bem estruturada e envolvente, promovendo a interação e o pensamento crítico entre os alunos do grupo. E ao analisar os TurnosT14B e T15B, verificamos o processo de aprendizagem dos alunos após o processo de intervenção da professora aplicadora. Percebemos nesse momento, pela fala dos alunos, que o processo de aprendizagem vai se consolidando, conforme podemos visualizar nas atividades que os alunos desenvolveram na aplicação da sequência didática:

Figura 28: Atividades desenvolvidas pelos alunos na aplicação da UARC 1



Fonte: Elaborado pela Autora (2023).

Após análise das interações dos três grupos, fica evidente que a atividade proposta na UARC 1 promove uma dinâmica que favorece a interação entre os alunos e estimula um processo de cooperação, resultando em um maior engajamento no aprendizado. A professora, embora desempenhe um papel orientador, não é a protagonista do processo; suas intervenções servem principalmente para validar e direcionar os alunos rumo à compreensão dos conceitos propostos. Observa-se que a atividade na UARC 1 facilita a participação ativa dos alunos, conforme demonstrado nos diálogos registrados. Com base nessas observações, podemos concluir que a atividade proposta contribuiu significativamente para o desenvolvimento completo dos alunos em relação aos conceitos abordados nesta unidade.

A aplicação da atividade da UARC 2 ocorreu no mesmo dia, após a aula de língua portuguesa. Depois de um intervalo, os alunos foram convidados a voltar para a sala de leitura para que fosse dada uma segunda atividade da UARC. Os alunos aceitaram o convite e retornaram para a segunda atividade que seria a aplicação da sequência didática, que ocorreu em dois tempos de 45 minutos, descritos adiante.

7.2.2.Transcrição e Análise da Aplicação da UARC 2

Para realizar a aplicação da UARC 2, foram entregues aos alunos régua, transferidor e 4 triângulos, e solicitado que os alunos realizassem as medições necessárias para preencher a tabela que também foi entregue a eles. Durante a aplicação da atividade da UARC 2 da sequência didática, foram necessárias as intervenções da professora aplicadora no sentido de permitir que os alunos pudessem perceber as correspondências de lados entre os triângulos apresentados, de forma que os cálculos pudessem ser conclusivos. Nesse momento, a professora aplicadora solicitava aos alunos que pudessem realizar o cálculo dos diferentes lados até chegarem a perceber a correspondência entre os lados e por fim chegar ao valor de proporcionalidade. Segue no quadro abaixo as transcrições relacionadas à aplicação da UARC 2.

Quadro 18 - Transcrição dos diálogos da UARC 2

<table>
<tr><td colspan="3">Professora Aplicadora: Na primeira atividade, vocês aprenderam a realizar a ampliação e redução de figuras semelhantes, e aprenderam sobre as figuras semelhantes. Nesse segundo momento, iremos trabalhar com uma figura específica que são os triângulos. Cada grupo irá receber 4 triângulos de cores diferentes: azul, amarelo, laranja e vermelho, réguas e fichas para que vocês possam realizar o registro das medições que vocês forem realizando com as réguas. Agora que todos receberam os materiais, mãos à obra.</td></tr>
<tr><th>Grupo A</th><th>Grupo B</th><th>Grupo C</th></tr>
<tr>
<td>T1A - A1: Deixa eu terminar de pintar. Estou me sentindo numa creche.
T2A - Aluno A2: Parece uma Pipa.
T3A - Aluno A1: Adorei colorir hoje.
T4A - Aluno A3: Agora vamos medir
T5A - Aluno4: Me empresta a régua.
T6A - Aluno A1: Para medir começa no zero?
T7A - Aluno A1: Sim
T8A - Aluno A2: Tu já mediu?
T9A - Aluno A3: Sim
Aluno A4: Qual triângulo tu mediu?
T10A - Aluno A2: Sim
T11A - Aluno A1? Deu quanto?
T12A - Aluno A2: Vamos chamar os triângulos de A, B. C e D.
T13A- Aluno A1: Como faz pra medir?</td>
<td>T1B Aluno B1:Professora, está faltando o triângulo laranja.
T2B - P.A: Está aqui.
T3B - B2: Estou me sentindo na creche com esses materiais.
T4B - B3: É legal ter esses materiais.
T5B - B1: Quem dera todas as aulas de matemática tivessem esses materiais. Seria mais fácil de aprender.
T6B - B3: Começa a medir pelo 1 ou pelo zero?
T7B - B4: Tem que começar pelo zero.
T8B - B1: Vocês já começaram a medir?
T9B - B3: Estamos começando agora.
T10B - B2: Como é para fazer isso aqui?
T11B - B3: Vamos começar a medir.</td>
<td>T1C - C1: Vamos organizar a atividade.
T2C - C2: Sim, quem vai medir os triângulos?
T3C - C3: Eu quero preencher a tabela.
T4C -C4: Eu posso medir os triângulos e o C1 confirma as medidas. Pode ser?
T5C - C1: Tá bom. Cadê a régua?
T6C - C2: Tá aqui os kits que a professora entregou.
T7C - C1: Então vamos começar.
T8C - C3: Já estou com a tabela.
T9C - C4: Vamos começar a medir.
T10C - C3: Quanto deu o valor do primeiro triângulo?
T11C - C2: O lado? Deu 8 cm. Vamos chamar esse triângulo de A</td>
</tr>
</table>

T14A - Aluno A2: Tu pega a régua e mede assim. T15A -A1: Entedi. T16A - A2: Quanto deu? T17A - A1: Deu 16 T18A - A3: Marca o triângulo e escreve quem é o A, B, C e D. Para poder preencher o quadro. T19A - A1: O triângulo A todos os lados deram 16 cm T20A - A2: Quanto deu o laranja? T21A - A1: Deu tudo 8 cm T22A - A2: Professora, a senhora pode vir aqui. T23A - PA: Diga, T24A - A2: Professora, já medimos, e agora. T25A - PA: Vocês conseguiram achar alguma semelhança entre os triângulos? T26A - A3: Como assim? T27A - PA: Ao olhar os triângulos vocês percebem alguma semelhança entre eles? T28A - A1: O triângulo A, o tamanho é o dobro do triângulo D menor. T29A - PA: Isso mesmo T30A - A2: Então a razão é dividir o lado do triângulo maior pelo triângulo menor. T31A - A3: Isso, quando realizamos a divisão obtemos o mesmo valor. T32A - A4: Isso, o valor que achamos é 2. T33A - PA: E o que isso significa? T34A - A1: Que os triângulos são semelhantes, pois os lados deles um é o dobro do outro. T35A - A2: Vamos medir novamente para preencher o quadro. T36A - A3: Preenche aí T37A - A1: triângulo A, qual o lado 1 dele? T38A - A2: Todos os lados são 16 cm. T39A - A1: E o triângulo B?	T12B - B1: O que é para fazer depois de medir? T13B - B3: tem que preencher a tabela que está escrito triângulo A, B, C e D. T14B - B1: Mas quem é o triângulo A? T15B - PA: Fica a escolha do Grupo nomear os triângulos. T16B - B2: Vamos medir e depois devemos escrever as medidas na tabela? T17B - B1: Acredito que sim. T18B - B2: Já medi e esse aqui deu 8, todos os lados deram 8. T19B - B3: Quem vai preencher a tabela? T20B - B4: Eu posso preencher. T21B - B2: A atividade é em grupo ou individual? T22B - B3: Acho que em grupo. T23B - B4: Quanto deu o outro triângulo? T24B - B3:Vou medir. Têm uma régua bem aqui. T25B - B4: Eu vou preencher a tabela. T26B - B1: Professora, como é para fazer depois de preencher a tabela? T27B - P.A.: Vocês devem observar os triângulos e verificar aqueles em pares que têm características semelhantes. T28B - B3: Então devemos olhar e verificar qual deles são parecidos? T29B - P.A: Isso. Quando vocês olharem os que são parecidos, agora vocês vão comparar os lados desses que são parecidos. Entenderam? Conseguiram identificar os valores? T30B - B2: Sim, professora. Devemos comparar os lados, mas como vamos comparar?	T12C - C3: Vou preencher esse valor na tabela que está escrito triângulo A. T13C - C2: Tá bom. Todos os lados deram 8 cm. T14C - C3: Vou preencher a tabela então. T15C - C1: Cheguei a mesma conclusão. Todos os lados deram 8cm. T16C - C3: Está bom. Então mede o lado dos outros triângulos. T17C - C2: É só para medir os lados? Não precisa fazer mais nada? T18C - C3: Vamos preencher o quadro depois perguntamos para a professora. T19C - C4: Quanto deu o outro triângulo? T20C - C1: O maior deu 16 cm. Todos os lados também. T21C - C2: Interessante. Pois ele é o dobro do triângulo menor. T22C - C3: Verdade, já estou preenchendo. Aqui pede pra fazer a razão entre os lados. T23C - C2: O que é isso? T24C - C1: Lembra da primeira atividade que fizemos. Temos que dividir o lado de um triângulo, pelo lado do outro triângulo. T25C - C4: Vamos dividir o maior pelo menor. Assim o resultado vai dá 2. T26C - C1: Vamos medir os outros dois triângulos. T27C - C3: Quanto deu? T28C - C1: O triângulo C os lados deram 22 cm, 12 cm e 16 cm. T29C - C3: Espera que eu estou anotando. Pronto. E o outro triângulo? T30C - C4: Os lados deram 11 cm, 6 cm e 8 cm. T31C - C3: Pronto, anotei. T32C - C2: Vocês viram que deu novamente o

T40A - A2: Não, vamos usar o triângulo D. Pois ele que é semelhante, olha. T41A - A1: O triângulo B é semelhante ao triângulo C. T42A - A3: Vamos fazer a razão, então. T43A - A2: Vamos dividir o Lado do triângulo A, pelo triângulo D. Qual resultado deu? T44A - A1: Deu 2. T45A - A4: O que isso quer dizer? T46A - A2: Quer dizer que os triângulos A e D são semelhantes, pois quando dividimos os lados achamos o mesmo valor. T47A - A4: Entendi. T48A - A1: Tem uma pergunta: O que podemos concluir em relação à razão encontrada. T49A - P.A: Vocês conseguiram responder? T50A - A1: O que devemos responder? T51A - P.A.: Vocês dividiram os lados? T52A - A1: Sim T53A - PA: Quais valores vocês chegaram? T54A - A2: O valor 2 para todos os lados do triângulo A e Triângulo D. T55A - PA: Isso garante que os lados são proporcionais e os triângulos são semelhantes. T56A - A2: Professora, quando temos dois triângulos e ao dividirmos os lados desses triângulos e obtemos o mesmo valor quer dizer que os triângulos são semelhantes. T57A - P.A: Isso mesmo.	T31B - P.A: Aplicando a razão, lembra da atividade anterior, dividindo os lados? T32B - B2: Quando fazemos a divisão, chegamos ao mesmo valor. T33B - B1: Isso, pela atividade anterior quer dizer que o triângulo de lado 16 cm é semelhante ao triângulo de lado 8 cm. Que chamamos de C e D. T34B - B2: Então, os outros dois triângulos, o triângulo A e o triângulo D também são semelhantes? T35B - B1: Depende. Vocês já dividiram os lados deles? Qual resultado deu? T36B - B4: O lado 8cm vai ser correspondente ao lado 12cm, e o lado 6 cm para 9 cm. E agora, professora? T37B - PA: Você deve simplificar as razões pelo mesmo número. Quando vocês fazem isso o que acontece? T38B - B4: Os dois ficam com o mesmo valor. T39B - P.A.: Isso, quando eles ficam com o mesmo valor, isso me garante que eles são semelhantes. T40B - B4: Entendi, professora.	dobro? Será que é sempre o dobro? T33C - C1: Não sei, vamos perguntar para a professora. T34C - C2: professora, a senhora pode vir aqui? T35C - PA: Sim. T36C - C2: preenchemos o quadro e ao fazer a razão entre os lados percebemos que o resultado sempre dá 2. Em todos os casos sempre será o dobro para o triângulo ser semelhante? T37C - PA: Não, foi apenas coincidência, mas o valor deve sempre ser o mesmo. No caso desses triângulos, o resultado sempre foi 2, mas foi só coincidência. T38C - C3: Então, quando temos dois triângulos que a divisão dos lados será igual isso quer dizer que eles são iguais. T39C - PA: No caso, eles são semelhantes, iguais é quando têm as mesmas medidas semelhantes é quando os lados são proporcionais, ou seja, são ampliados ou reduzidos com o mesmo valor. Entenderam? Agora vamos fazer a definição juntos
PA: Quando você tiver dois triângulos, cujos lados apresentam a mesma razão, isso quer dizer que eles são semelhantes, pelo critério lado-lado-lado. Sempre buscando ao comparar dois triângulos fazer a correspondência entre eles. Por exemplo, em um triângulo retângulo, faremos as razões entre as hipotenusas correspondentes e os catetos correspondentes.		

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

O segundo momento da aplicação da sequência didática UARC 2, ocorreu no mesmo dia, após a aula de língua portuguesa dos alunos. Conforme informado anteriormente, a sequência didática foi aplicada no final do ano letivo de 2023, e por esse motivo, foi necessário agilizar o processo de aplicação da sequência, o que foi aceito de forma bem tranquila pelos alunos, uma vez que foi solicitado que eles voltassem após a aula, o que eles prontamente concordaram em retornar e participar da aplicação da segunda etapa da sequência didática.

Quando os alunos retornaram para a biblioteca, foi dado início à aplicação da UARC 2. A professora aplicadora realizou a explicação de como as atividades deveriam ser realizadas. Novamente o processo de ludicidade é mostrado pela fala dos alunos e como eles se sentem bem ao realizar as atividades propostas. Conforme podemos verificar nos turnos T3B–T5B, momento em que os alunos destacam a importância de aulas com materiais manipuláveis, de forma que eles possam realizar as medições usando os materiais que foram disponibilizados.

Na aplicação da UARC 2, a professora aplicadora procurou situar os alunos sobre a atividade desenvolvida, levando-os a observar os materiais que iriam utilizar nas atividades propostas. Ficou evidenciado nas falas que os materiais estavam disponíveis, organizados e acessíveis aos alunos participantes. Percebemos em alguns turnos que o processo de colaboração entre os alunos se faz presente, conforme vemos nos turnos T16B – T25B. No grupo A, vemos essa cooperação nos turnos T4A– 21A, e no grupo C, percebemos a cooperação entre os alunos nos turnos T1C–T11C. Nos diálogos apresentados percebemos o padrão I-R-F-R.

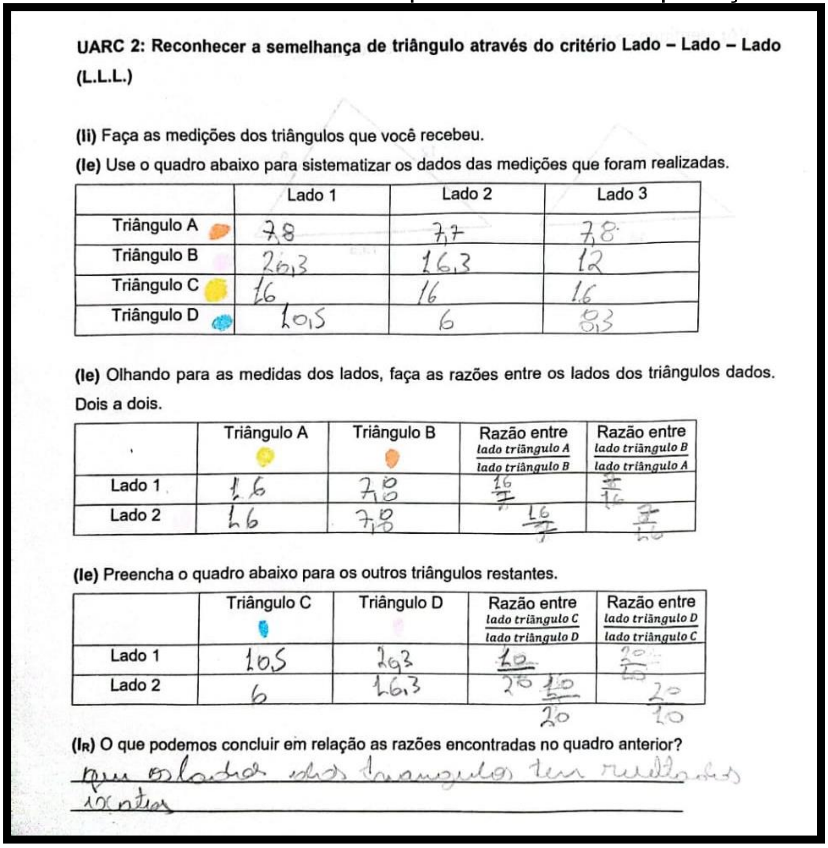
Em alguns momentos, percebemos que os alunos solicitam a presença da professora aplicadora, de modo a esclarecer algumas etapas propostas ao longo das atividades. Percebemos essas interações com a professora aplicadora nos turnos T22A–T34A, T26B–T40B e T34C–T39C. Nessas intervenções, verificamos o padrão I-R-A, onde a professora aplicadora busca levar os alunos ao processo de reflexão sobre as atividades que estão a desenvolver, de forma a possibilitar que os alunos não apresentem dificuldades no processo de formalização do conteúdo semelhança de triângulos através do critério Lado-Lado-Lado.

Nos diálogos, percebemos no grupo B e no grupo C turnos em que os alunos fazem referência à atividade apresentada na UARC 1, o que demonstra que a formatação da atividade apresentada através da sequência didática permitiu conexões entre assuntos que foram abordados anteriormente e que caracterizam a aprendizagem, uma vez que os discentes fazem relações entre as atividades propostas na UARC 2 com os conteúdos que foram desenvolvidos na UARC 1. Isto demonstra que conexões foram realizadas e os conteúdos desenvolvidos foram assimilados. Com isto, os alunos conseguem verbalizar e colaborar com o aprendizado.

Ao observar os diálogos, observamos uma progressão no entendimento dos alunos sobre as atividades propostas e os conceitos matemáticos envolvidos. De início, percebemos algumas dúvidas por parte dos alunos que prontamente são esclarecidas pela professora, e após esses diálogos os alunos começam a sentir uma maior confiança e engajamento nas atividades propostas. O processo de interação permite que os alunos trabalhem de forma colaborativa e aos poucos vão desenvolvendo os conceitos matemáticos que estão propostos, que é a semelhança de triângulos, através do critério lado-lado-lado, utilizando-se do conceito de razão que foi desenvolvido na UARC 1.

Ao analisar a fala dos três grupos, percebemos que a atividade proposta na UARC 2, permite uma interação entre os alunos e um processo de cooperação que possibilita um maior envolvimento no seu processo de aprendizagem. A professora aplicadora surge como a figura que orienta, mas não é a agente principal do processo, suas intervenções aparecem de modo a confirmar e orientar os alunos no caminho que vai levar ao processo de aprendizagem dos conceitos propostos. Logo, notamos que a atividade proposta na UARC 2 possibilita o envolvimento dos alunos de acordo com o que podemos visualizar no quadro 18, onde os diálogos dos alunos estão explicitados. Abaixo, temos atividades desenvolvidas pelos alunos.

Figura 29: Atividades desenvolvidas pelos alunos na aplicação da UARC 2



UARC 2: Reconhecer a semelhança de triângulo através do critério Lado – Lado – Lado (L.L.L.)

(Ii) Faça as medições dos triângulos que você recebeu.

(Ie) Use o quadro abaixo para sistematizar os dados das medições que foram realizadas.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triângulo A	7,8	7,7	7,8
Triângulo B	26,3	16,3	12
Triângulo C	16	16	1,6
Triângulo D	10,5	6	8,3

(Ie) Olhando para as medidas dos lados, faça as razões entre os lados dos triângulos dados. Dois a dois.

	Triângulo A	Triângulo B	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ A}{lado\ triângulo\ B}$	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ B}{lado\ triângulo\ A}$
Lado 1	1,6	7,8	$\frac{16}{7}$	$\frac{7}{16}$
Lado 2	1,6	7,8	$\frac{16}{7}$	$\frac{7}{16}$

(Ie) Preencha o quadro abaixo para os outros triângulos restantes.

	Triângulo C	Triângulo D	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ C}{lado\ triângulo\ D}$	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ D}{lado\ triângulo\ C}$
Lado 1	10,5	26,3	$\frac{10}{26}$	$\frac{20}{10}$
Lado 2	6	16,3	$\frac{10}{20}$	$\frac{20}{10}$

(IR) O que podemos concluir em relação as razões encontradas no quadro anterior?

que os lados dos triangulos tem resultados iguais

Fonte: Autora (2023)

Após essas análises, concluímos que a atividade proposta permitiu o pleno desenvolvimento do processo de aprendizagem dos alunos e a sequência didática, ao ser desenvolvida, trouxe conhecimentos que foram abordados na UARC 1, o que vem confirmar que a forma como os conteúdos são apresentados possibilitam uma consolidação da aprendizagem. De modo geral, as atividades desenvolvidas na UARC 2 possibilitaram que os alunos realizassem medições, identificação de semelhança e compreensão entre os lados dos triângulos. Os alunos demonstraram engajamento e compreensão do conceito de semelhança. A professora facilitou a discussão e guiou os alunos na descoberta das propriedades dos triângulos semelhantes. Abaixo, seguem as informações para o processo de aplicação da UARC 3.

7.2.3.Transcrição e Análise da Aplicação da UARC 3

Para realizar essa atividade, foram entregues aos alunos palitos de churrasco, pedaços de isopor, uma folha de papel com a história de Tales de Mileto e uma folha com tabelas para serem preenchidas após a realização das atividades. Foi solicitado aos alunos que realizassem a projeção de uma luz sobre o palito e que eles medissem a sombra que é projetada sobre o isopor. Percebemos nessa atividade que o ambiente claro pode prejudicar um pouco o andamento das atividades, mas mesmo com essa dificuldade foi possível realizar as atividades relacionadas à UARC 3. Os alunos conseguiram realizar a atividade e se divertiram bastante no processo de construção dos seus conhecimentos.

Quadro 19 - Transcrição dos diálogos da UARC 3

<table>
<tr><td colspan="3">Professora Aplicadora: Vamos realizar a leitura do texto (Anexo E)... Agora que já realizamos a leitura do texto, vamos começar a fazer a experiência que foi proposta. Para realizar essa atividade, vamos utilizar palitos de churrasco, isopor, régua e canetinha hidrocor. Os palitos de churrasco possuem dois tamanhos diferentes e vocês devem fixar eles no isopor, depois vocês devem usar a lanterna do celular para representar a luz do Sol. E faremos a projeção da sombra bem em cima do isopor de forma a projetar a sombra que equivale meio-dia, depois mais à direita para representar a manhã e mais à esquerda para representar a posição no final da tarde. Após cada projeção, serão realizadas as medidas e registrado no isopor o valor das sobras projetadas. Depois elas serão repassadas para a tabela que vocês receberam. Vamos começar nossas atividades.</td></tr>
<tr><th>Grupo A</th><th>Grupo B</th><th>Grupo C</th></tr>
<tr>
<td>T1A - A1: Professora, está correto a forma como espetamos o palito?
T2A - P.A: Sim
T3A - A2: Vamos medir o tamanho do palito.
T4A - A3: Quem vai anotar os tamanhos?
T5A - A4: Eu anoto.
T6A - A2: O tamanho do palito maior é 12 cm, e do menor é 6 cm.
T7A - A3: O que é para fazer agora?
T8A - A2: Ela falou que têm que usar a lanterna do celular.
T9A - A3: Vamos começar. Começa projetando bem em cima a luz do celular e vamos medir a sombra.
T10A - A2: Olha, vamos fazer a sombra ficar do tamanho dos palitos, igual a da história.
T11A - A4: Vamos, sim é para anotar nessa tabela aqui?
T12A - A2: Sim.
T13A - A1: A professora falou que a gente tem de usar a lanterna do celular de</td>
<td>T1B - B2: vamos começar espetando os palitos.
T2B - B1: Vamos medir os palitos antes, pois precisa anotar na tabela.
T3B - B3: quem vai ficar com o celular para fazer a projeção?
T4B - B4: Eu tenho celular.
T5B - B2: Já espetei os palitos.
T6B - B1: Projeta com a lanterna que eu vou fazer a marcação das figuras.
T7B - B4: Projetei, marca aí a primeira sombra, dos dois palitos.
T8B -b1: Já Marquei.
T9B - b2: Depois vamos medir os lados, vamos primeiro fazer as projeções.
T10B - B4: Vou fazer a segunda projeção.
T11B - B1: Marquei também, vou chamar de figura 2.
T12B - B3: Isso, agora vamos marcar a última projeção.
T13B - B2: Chama de figura 3.</td>
<td>T1C - c3: Vocês já pegaram os palitos?
T2C - C4: Quem vai usar o celular para projetar?
T3C - C1: Eu posso projetar.
T4C - C2: Então eu vou registrar no isopor o tamanho das sombras, e já vou medindo.
T5C - C3: Eu vou anotando os valores, então.
T6C - C1: Vou começar a projetar.
T7C - C3: A primeira sombra do palito menor deu 7 e a do maior deu 14.
T8C - C2: Projeta agora de outra forma:
T9C - C4: Assim está bom?
T10C - C3: Sim, a sombra do palito menor deu 3 e a do palito maior deu 6.
T11C - C2: Agora faz de outra forma para fazer a última figura.
T12C - C3: Agora a figura maior deu 16 e a menor deu 8.
T13C - C2: O que precisa fazer agora?</td>
</tr>
</table>

3 formas diferentes. Assim teremos três medidas diferentes para poder registar na tabela. T14A - A2: Vamos projetar o segundo, já que o primeiro decidimos que ficaria igual ao palito. Quanto fica essa medida quando jogamos mais para o lado a luz? Mede aí. T15A - A3: A sombra do menor deu 9 e da maior deu entre 18. T16A - A2: Vamos fazer a terceira medida. Deixa eu colocar a lanterna do celular. Para esse outro lado para ter outra medida. T17A - A4: Mede aí pra ver quanto dá. T18A - A3: A medida do menor deu 3,5 e a do maior de 7. T19A - A4: Já está anotado. O que é para fazer agora? T20A - A1: Deixa eu olhar a tabela. Vamos chamar a professora. T21A - A4: Professora, a senhora pode vir aqui. T22A - P.A: Diga. T23A -A 1: Aqui está dizendo para escrever a razão é igual da atividade anterior? T24A - P.A: Sim. T25A - A1: Então devemos dividir o tamanho do palito maior pelo tamanho do palito menor, e o mesmo devemos fazer da sombra? T26A - P.A: Isso mesmo, você deve fazer esse cálculo para os três valores que vocês registraram T27A - A1: Entendemos ,professora. T28A - A2: Vamos dividir os valores. T29A - A3: Quanto deu da primeira figura? T30A - A4: Deu 2. Então a razão é 2? T31A - A3: isso.	T14B - B1: Agora que já fizemos as projeções, vamos fazer as medições. T15B - B2: Pega a régua que irei medir. T16B - B1: Vou anotar. Quanto deu a primeira sombra? T17B - B2: A sombra do palito maior deu 21, a do menor deu 7 na figura 1. T18B - B3: E na figura 2? T19B - B4: A sombra do palito maior deu 9 cm e do palito menor deu 3 cm. T20B - B1: falta só a figura 3. T21B - B2: Deu 12 o palito maior e 4 o palito menor. T22B - B1: Agora está pedindo o ângulo que está sendo formado entre os lados T23B - B3: Como mede o ângulo? T24B - B1: Com o transferidor, a professora falou na oficina. T25B - B4: Lembra que espetamos o palito de forma reta no isopor, então o ângulo é de 90º em todas as figuras, pois a posição dos palitos não muda. T26B - B1: é verdade, vou registar aqui. Agora está pedindo a razão entre os lados das figuras. T27B - B2: Na projeção da figura 1, você vai dividir o vinte e um por sete, vai dar três. T28B - B3: Na figura dois devemos dividir nove por três, vamos obter 3 também. T29B - B4: Na última figura, vamos dividir doze por quatro e vamos achar três também. T30B - B2: Então todas as razões deram iguais. T31B - B1: Todo os ângulos são iguais e todas as razões também são iguais.	T14C – C1: Aqui na folha está pedindo para registrar o ângulo. T15C - C3: Como faz para registrar o ângulo? T16C - C2 c1: Não sei, vamos chamar a professora. T17C - C2: Professora, a senhora pode vir aqui? T18C - P.A: Diga. T19C - C2: Como faz para calcular o ângulo? T20C - P.A.: Vamos lá, vocês, ao fixarem o palito no isopor, formam com o isopor um ângulo fixo, que na matemática é chamado de ângulo reto, ou também é conhecido como o ângulo de 90º, vocês vão perceber que independente da projeção da sombra o ângulo das figuras formadas não muda. É sempre 90º. T21C - C1: Entendi, obrigado, professora. T22C - C2: Agora que sabemos que o ângulo é sempre 90º é só registrar aí no papel e preencher a próxima parte da tabela. T23C - C3: Agora é pedindo a razão entre os lados. T24C - C1: É só pegar os valores das sombras e dividir. T25C - C3: Então chegaremos ao mesmo resultado. Se fizer do maior para o menor vai dar 2 e se fizer do menor para o maior a razão vai dar ½. T26C - C4: Então as razões são iguais e os ângulos também são. T27C - C3: Isso mesmo. T28C - C4: O que é para fazer agora? T29C - C3: Precisamos responder essas perguntas. T30C - C1: a primeira pergunta é sobre a figura

T32A - A2: A professora falou na primeira atividade que isso é a razão de proporcionalidade. T33A - A3: Então os lados são proporcionais. T34A - A4: A professora tinha dito que quando os lados são proporcionais as figuras são semelhantes. T35A - A1: Mas aqui está pedindo para colocar o ângulo. T36A - A2: Será que o ângulo é o de 90º que ela falou quando espetamos o palito? T37A - A1: Acredito que sim. T38A - A4: Vou colocar aqui. T39A - A2: Professora, terminamos de preencher a tabela. T40A - P.A: Agora respondam as perguntas que estão logo abaixo da tabela. T41A - A2: Vamos lá. T42A - A4: Está perguntando qual figura forma. T43A - A3: Triângulo. T44A - A4: Agora ele quer saber da sombra. T45A - A2: A resposta é sim, olha que a razão entre eles é sempre a mesma. T46A - A1: é a mesma resposta da outra pergunta, a razão é igual T47A - A3: A razão sempre é 2. T48A - A1: Isso. T49A - A4: A última pergunta é sobre o ângulo. T50A - A2: Olha a tabela, é tudo igual. T51A - A3: Isso, responde aí. T52A - A4: Como eu escrevo? T53A - A2: Que os ângulos são iguais. T54A - A4: Respondemos todas as questões	T32B - B2: Agora tem que responder as perguntas que estão aqui no papel. T33B - B1: Quais são as perguntas? T34B - B2: Qual a figura geométrica que se forma ao projetar a luz? T35B - B3: Não é a pirâmide? T36B - B2: Não, a pirâmide é da história, a figura é o triângulo. T37B - B1: Anotei. T38B - B3: Qual a próxima pergunta? T39B - B1: Qual a relação entre a sombra do palito maior e a sombra do palito menor? T40 - B3: Elas possuem a mesma razão, ou seja, a razão entre os lados é sempre igual. T41 - B1: Essa já é a resposta da próxima pergunta, que as razões têm a mesma medida. T42 - B3: Tem mais perguntas? T43 - B1: Sim. T44 - B3: Mas todas são sobre razão. T45 - B2: Então já respondemos todas? T46 - B1: Sim. T47 - B3: Professora, concluímos.	geométrica que forma a sombra com o palito. T31C - c3: Essa é fácil, é o triângulo. T32C - C4: Qual a próxima pergunta? T33C - C1: Se existe relação entre os lados das figuras? T34C - C3: Sim, a razão entre os lados é sempre a mesma. T35C - C1: Ao realizar a razão entre os lados, que resultados obtemos? T36C - C2: Vai depender, se fizermos a razão do maior para o menor teremos a razão dois, e se fizermos do menor para o maior teremos a razão ½. T37C - C1: Essa resposta já responde a próxima pergunta sobre o fator de redução ou ampliação. T38C - C1: Inclusive já responde a próxima pergunta também. Qual o fator de redução e/ou ampliação, no nosso caso é 2 para a ampliação e meio para redução. T39C - C1: A última pergunta é sobre o ângulo. T40C - C2: Pelo que a professora explicou, os ângulos são iguais em todas as figuras. Então acredito que a resposta seja que os ângulos são iguais. T41C - C1: Com isso nós terminamos as atividades.
P.A.: Meninos e meninas, vocês fizeram o trabalho com os palitos, preencheram as tabelas e responderam algumas perguntas que foram dadas na folha para vocês. Na atividade de hoje tivemos algo novo, o ângulo, todas as figuras que foram formadas através das projeções apresentavam ângulos, e trabalhamos com um valor fixo que eram o tamanho		

dos palitos, e valores variáveis que eram as sombras que eram projetadas. Com essas informações e após responder os questionamentos, chegamos a seguinte conclusão: Dois triângulos são semelhantes se os lados correspondentes são proporcionais e o ângulo formado por esses lados são congruentes.		
T55A - A1: Então, se eles tiverem os lados proporcionais e um ângulo igual então eles serão semelhantes, professora? T56A -P.A: Isso mesmo.	T48B - B3: Aqui chegamos à conclusão que as razões são iguais e que os ângulos também são iguais. Isso garante que eles são semelhantes? T49B - P.A.: Sim, garante sim.	

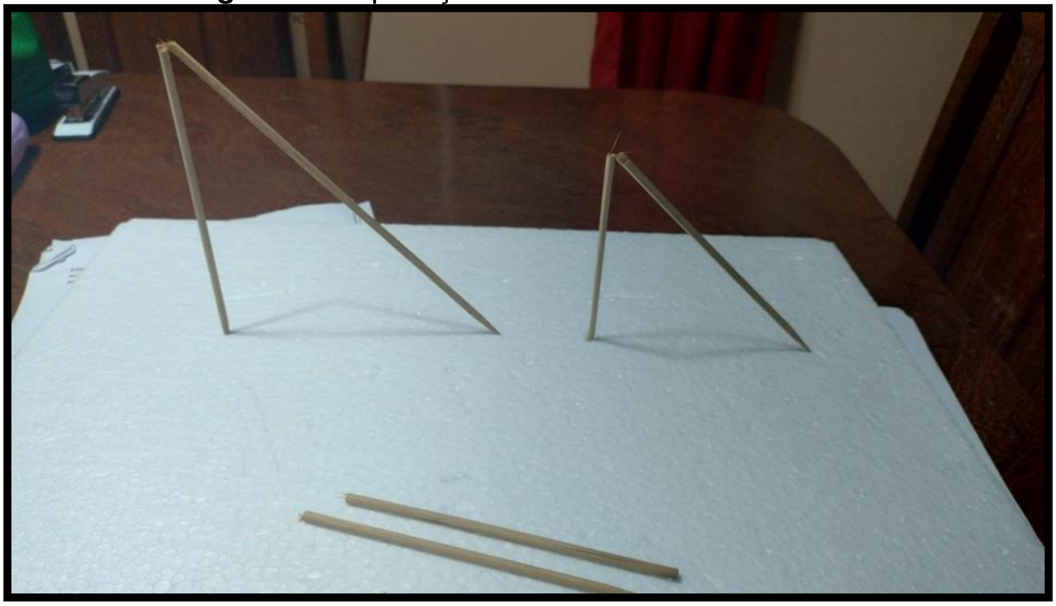
Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Ao realizar a escuta para o processo de transcrição e a leitura dos diálogos travados entre os grupos de alunos na aplicação da UARC 3, percebemos que o processo de ludicidade está presente na atividade proposta, o que possibilita um maior envolvimento dos alunos. Ao realizar a análise dos discursos, percebemos que os alunos estão mais adaptados às atividades e conseguem desenvolver de forma mais assertiva, precisando bem menos do apoio da professora para realizar a atividade proposta, uma vez que a presença da professora nos grupos é bem menor do que é demonstrado nas UARC 1 e UARC 2.

A atividade apresentada na UARC 3 busca envolver os alunos no processo de construção do seu conhecimento, pois percebemos nos turnos T1A–T21A o processo de cooperação através das medições dos lados, bem como das sombras projetas. Nesse processo de construção das atividades, percebemos uma maior interação e uma participação efetiva dos alunos, conforme podemos verificar nos turnos T1C–T17C. Nesses diálogos, entendemos uma Interação do tipo I-R-F, em que os alunos realizam interação entre si, estimulam respostas e feedbacks que vão possibilitar a consolidação do aprendizado.

A interação com a professora ocorre de forma pontual, concentrando-se em confirmar informações presentes nas atividades, conforme observado nos turnos T25A–T27A e T17C–T21C. Nota-se um padrão na interação denominado I-R-F-R, em que a professora busca confirmar o entendimento dos alunos sobre o ângulo formado entre o palito e a sombra. Os alunos concluem, após diálogo com a professora, que esse ângulo é de 90º em ambas as figuras, o que os permite avançar nas atividades. Essa abordagem comunicativa reflete uma classe interativa dialógica, conforme previsto na análise do discurso. Conforme podemos visualizar em umas das construções propostas pelo grupo para visualizar o que foi explicado pela professora.

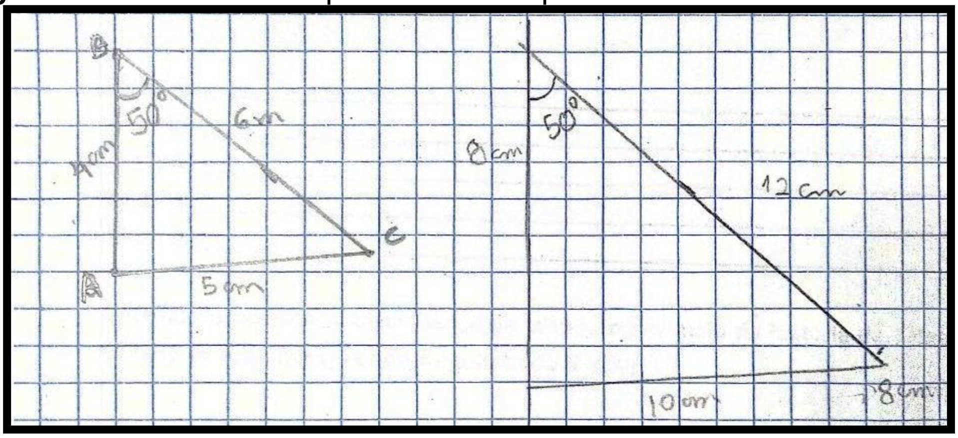
Figura 30: Aplicação da atividade da UARC 3



Fonte: Autora (2023).

De modo geral, ao analisarmos os diálogos no processo de aplicação da UARC 3, percebemos que existe a construção do seu conhecimento, pois aos alunos interagem de forma produtiva, ao realizar as medições e projeções das sombras. Após esse processo, eles passam a preencher os quadros que foram entregues pela professora. Ao observar os turnos T41A–T54A, T13B–T25B e T1C–15C, percebemos que os alunos buscam conteúdos que foram desenvolvidos nas UARCs 1 e 2. Evidenciamos essa conexão ao trabalharem os conceitos de razão de proporcionalidade, e após desenvolverem esses conceitos chegam à conclusão que os triângulos formados pelas sombras dos palitos são semelhantes, conforme os conteúdos desenvolvidos nas atividades anteriores. Diante do exposto, verificamos que a aplicação da sequência didática tem surtido um efeito positivo, pois possibilita que os alunos possam construir os conceitos de forma interativa e bem-organizada. Vejamos a construção da imagem que os alunos conseguiram visualizar ao projetar a sombra dos palitos.

Figura 31: Desenho feito pelos alunos a partir das atividades da UARC 3



Fonte: Autora (2023).

Ao realizar uma análise com o objetivo de conectar as atividades propostas, notamos que a UARC 3 é uma atividade organizada em etapas claras, desde a explicação inicial da professora aplicadora, com o desenvolvimento dos alunos ao realizarem as experimentações com as sombras usando a lanterna do celular até a etapa de coleta de dados e análise dos resultados. Após desenvolverem essas tarefas, os alunos chegam a algumas conclusões referentes aos conteúdos matemáticos, conforme podemos visualizar nos turnos 55A–T56A, T48B–T49B, T27B–T32B e T37C–T40C. Percebemos nas falas dos alunos que eles demonstram interesse em entender as atividades e buscam esclarecimentos quando necessários. Verificamos através desses pontos que a aprendizagem está em desenvolvimento.

Ao observar as falas que foram transcritas da UARC 3, verificamos um ambiente de aprendizado ativo e colaborativo, onde a aplicadora fornece instruções claras aos alunos engajados nas atividades, buscando a compreensão dos conceitos abordados, aplicando-os na prática. A interação entre a aplicadora e os alunos reflete um processo de ensino-aprendizagem dinâmico, onde as dúvidas são esclarecidas, dados são coletados e interpretados e conclusões são alcançadas em conjunto.

O diálogo evidencia o desenvolvimento de habilidades matemáticas e de resolução de problemas, bem como a capacidade dos alunos de aplicar conceitos teóricos em situações práticas do dia-a-dia, como a medição de alturas desconhecidas, como foi o caso da pirâmide. A aplicação da UARC 3 mobilizou conhecimentos que antes já haviam sidos abordados e possibilitou o resgate desse conhecimento para serem utilizados em novos contextos. Assim, a sequência didática que está em desenvolvimento com os alunos possibilita uma aprendizagem colaborativa, dinâmica e efetiva.

7.2.4. Transcrição e Análise da Aplicação da UARC 4

Para realizar essa atividade, foram entregues aos alunos dois triângulos diferentes, o transferidor e a tabela para o registro das informações que serão obtidas através da conclusão. Foi solicitado aos alunos que eles medissem os ângulos usando o transferidor. Segue abaixo a transcrição da aplicação da sequência didática.

Quadro 20 - Transcrição dos diálogos da UARC 4

<table>
<tr><td colspan="3">Professora Aplicadora: Hoje vamos desenvolver a realização da nossa última atividade referente ao trabalho que estamos realizando, vocês devem realizar a medição dos triângulos de EVA que foram entregues a vocês, primeiro vocês devem medir o ângulo com o transferidor e depois devem medir os lados e após esse processo buscar calcular a razão entre os lados correspondentes. Mãos à obra.</td></tr>
<tr><th>Grupo A</th><th>Grupo B</th><th>Grupo C</th></tr>
<tr>
<td>T1A - A1: Vamos começar a atividade, vamos começar a medir os ângulos.
T2A - A2: Quem vai medir?
T3A - A3: Eu vou medir.
T4A - A4: Eu também.
T5A - A1: Eu vou registrar.
T6A - A3: O primeiro deu 35º
T7A - A1: Já anotei.
T8A - A2: O segundo deu 40º
T9A - A1: E o terceiro?
T10A - A2: Deu 105º.
T11A - A3: E agora?
T12A - A4: Vamos somar e verificar se dá 180º.
T13A - A4: Depois de medir os lados o que é para fazer?
T14A - A2: Medir os lados.
T15A - A1: O lado deu 1.
T16A - A3: Vocês já mediram o ângulo do segundo triângulo?
T17A - A4: O triângulo menor?
T18A - A2: Vamos medir.
T19A - A1: Precisa medir para registrar.
T20A - A3: Sim.
T21A - A4: Quanto deu o primeiro ângulo?
T21A - A2: 35
T23A - A4: Anotei, e o segundo?
T24A - A2: Mede aí, por favor.
T25A - A1: Eu medi, deu 105. Perai que vou medir o último.</td>
<td>T1B - B1: Nós já sabemos medir os ângulos, vamos começar.
T2B - B2: Começa por onde?
T3B - B3: Pega o primeiro triângulo e vamos medir os ângulos.
T4B - B1: Eu vou anotar aqui na tabela.
T5B - B3: A professora disse que pode registrar os valores no próprio triângulo.
T6B -B1: Vamos medir o primeiro triângulo.
T7B - B2: O primeiro ângulo deu 40 e o segundo ângulo 35.
T8B - B1: Quanto deu o último?
T9B - B4: Deu 105.
T10B - B1: Já anotei.
T11B - B2: Vamos anotar agora as medidas do segundo triângulo.
T12B - B3: O primeiro ângulo vai dar 35, o segundo ângulo vai dá 40 e o último vai dá 105.
T13B - B1: Já registrei os valores.
T14B - B2: Interessante, apesar dos triângulos apresentarem tamanhos diferentes, a medida dos ângulos é a mesma.
T15B - B3: É verdade, esse aqui é 40, no outro também</td>
<td>T1C - C3: Já peguei os triângulos e o transferidor, vamos começar a medir.
T2C - C1: Deixa que eu anoto.
T3C - C3: Vamos lá, o primeiro ângulo deu 105.
T4C - C1: Está anotado.
T5C - C3: o segundo ângulo deu 40. E o terceiro 35.
T6C - C1: Agora soma eles e verifica se dá 180.
T7C - C4: Somei e deu.
T8C - C1: Agora informe os valores dos ângulos do triângulo B.
T9C - C2: Deixa que vou medir esse. O primeiro ângulo é o maior, deu 105.
T10C - C1: Anotei.
T11C - C2: O segundo ângulo deu 40 e o terceiro deu 35.
T12C - C1: Pronto, registrado.
T13C - c3: O que é para fazer agora?
T14C - C1: É para medir os lados, pois têm uma tabela com o valor dos lados para preencher.
T15C - C3: Deixa eu medir.
T16C - C1: Vou continuar anotando.
T17C - C3: Vou medir o triângulo A.</td>
</tr>
</table>

T26A - A4: Quanto deu? T27A - A1: Deu 40. T28A - A4: Olha que interessante deu o mesmo valor do outro triângulo que já havíamos medido. T29A - A3: Será que isso que quer dizer que é um triângulo semelhante? T30A - A2: Acredito que sim. T31A - A4: Então esses dois têm a mesma medida de ângulo. T32A - A1: Então quer dizer que esses dois são semelhantes T33A - A3: Professora, terminamos. T34A - P.A.: Agora que vocês terminaram a atividade, a quais conclusões vocês chegaram? T35A - A1: Que nós temos dois triângulos semelhantes. T36A - P.A.: Mas por que vocês chegaram a essa conclusão? T37A - A1: Pois esses dois triângulos têm ângulos iguais. T38A - P.A.: É isso mesmo. Agora para finalizar a atividade, façam a medição dos lados e registrem na tabela para confirmar a semelhança. T39A - A1: Vamos medir os lados. T40A - A3: Vou anotar os valores. T41A - A2: Vamos começar. No triângulo A. O lado 1 deu 18, o lado 2 deu 20 e o lado 3 deu 30. T42A - A4: Já medi o triângulo B, um dos lados deu 9, o outro deu 10 e o terceiro deu 15. T43A - A4: Para confirmar se é semelhante, vamos dividir os lados e verificar se o resultado é igual. T44A - A3: Têm que ter cuidado de dividir os lados correspondentes.	têm 40, esse aqui é 35 no outro também têm 35 e o maior deu 105, e aqui também temos 105. T16B - B4: Acredito que quando os triângulos têm os mesmos ângulos eles são iguais. T17B - B1: Não, pois eles têm tamanhos diferentes, acho que deve ter um outro nome. T18B - B2: Vamos perguntar para a professora. T19B - B1: Professora? T20B - P.A.: Diga. T21B - B4: Como chamamos esses ângulos que têm os ângulos exatamente iguais, podemos dizer que eles são iguais? T22B - P.A.: Esses triângulos não podem ser iguais pois os lados deles são diferentes, nesse caso em que os ângulos são iguais e os lados diferentes, nós chamamos de triângulos semelhantes. T23B - B1: Entendi, obrigada, professora. T24B - B2: O que devemos fazer agora? T25B -P.A: Continuem preenchendo as tabelas que o exercício pede. T26B - B1: Aqui está pedindo para escrever o tamanho dos lados. T27B - B2: devemos medir. T28B - B3: Deixa eu pegar a régua. T29B - B1: Quanto deu o primeiro lado? T30B - B3: Deu 18, anota logo o segundo, deu 20 e o terceiro deu 30, isso do triângulo A. T31B - B2: Deixa eu medir o ângulo B. Deu 15 esse lado aqui, o segundo deu 20 e o terceiro deu 10. T32B - B1: Já anotei.	T18C - C2: Vou medir o triângulo B. T19C - C1: Passe as medidas do triângulo A. T20C - C3: O primeiro lado deu 30, o segundo deu 18 e o terceiro deu 20. T21C - C1: Anotei. Agora dê o valor do triângulo B. T22C - C2: O triângulo B, as medidas são: 15 cm o primeiro lado, 9 cm o segundo lado e 10 cm o terceiro lado. T23C - C1: Registrado. Agora temos que responder a essas perguntas aqui. T24C - C2: Qual a primeira pergunta? T25C - C1: O que você percebeu em relação ao ângulo? T26C - C2: Os ângulos dos dois triângulos são iguais não é isso? T27C - C1: Sim. Olha aqui a tabela. T28C - C3: Então responde o que ele falou. T29C - C1: Já respondi, agora a segunda pergunta: Existe congruência entre os ângulos encontrados no triângulo A e B? T30C - C4: Sim, pelo fato de terem as mesmas medidas. T31C - C1: Anotado. Agora a próxima pergunta: É possível estabelecer a razão entre os lados correspondentes dos triângulos? T32C - C2: Sim, se dividirmos 30 por 15, 18 por 9 e 20 por 10 teremos o mesmo resultado que é 2. Então a razão desses triângulos é 2. T32C - C1: Como eu escrevo? T33C - C2: Que sim, pois os lados são proporcionais. A Professora falou isso na outra atividade.

T45A - A4: Nesse maior, vamos dividir o 30 por 15 e teremos 2. T46A - A3: Se dividirmos 18 por 9 também acharemos 2. E se dividirmos 20 por 10 também acharemos 2. T47A - A1: Então, os triângulos são semelhantes. T48A - A2: Vamos responder as perguntas agora. T49A - A1: A primeira pergunta fala sobre a relação entre os ângulos. T50A - A2: A resposta é sim, existe relação entre os ângulos, eles são iguais. T51A - A3: A segunda pergunta fala de congruência entre os ângulos. T52A - A2: A professora falou em outra atividade que congruência é igualdade. T53A - A3: Então á resposta também é sim pois os ângulos são iguais. T54A - A2: Qual a próxima pergunta? T55A - A3: Se é possível estabelecer uma razão entre os lados do triângulo? T56A - A1: é sim, pois quando a gente dividiu deu sempre 2. T57A - A3: Falta só mais uma pergunta. T58A - A2: Qual é? T59A - A3: Qual a característica mais encontrada ao analisar os triângulos? T60A - A1: Essa é fácil, os ângulos correspondentes são iguais.	T33B - B4: Na atividade anterior nós fazíamos a razão para saber se o triângulo era semelhante. T34B - B1: Então vamos fazer. Pega aí os triângulos e vamos fazer a correspondência dos lados. T35B - B2: O que é isso? T36B - B1: Quando relacionamos os ângulos iguais vamos relacionar os lados que estão na mesma relação de medida. Olha! T37B - B3: Isso, se dividir o lado 20 por 10 teremos a medida 2. T38B - b2: Então se eu seu medir 30 por 15 vou chegar ao mesmo resultado que é dois. T39B - B4: Têm um nome para esses resultados. Pera, que vou olhar o material que a professora entregou. Chama constante de proporcionalidade. T40B - B1: Se dividirmos 18 por 9 também teremos o mesmo resultado. T41B - B3: Então, com os ângulos iguais e os lados com a mesma constante quer dizer que os triângulos são semelhantes. T42B - B1: Tem que responder a essas perguntas aqui. T43B - B2: Quais são? T44B - B1: Espera que eu vou ler: O que você percebe em relação aos ângulos? T45B - B3: Que eles são todos iguais. T46B - B1: Existe congruência entre os ângulos? T47B - B2: Sim, pois eles são iguais. T48B - B1: A próxima pergunta é se existe razão entre os lados correspondentes.	T34C - C1: É verdade, vou responder aqui. Agora temos mais uma pergunta: Quais características foram mais destacadas após a análise dos triângulos? T35C - C2: Acredito que o fato dos ângulos serem iguais é o mais importante. T36C - C3: Isso, acredito que essa igualdade gera semelhança. T37C - C4: Os Triângulos são diferentes, mas têm características em comum. Os ângulos que são iguais e os lados proporcionais. T38C - C3: Mas nessa atividade acredito que o que mais importa são os ângulos serem iguais. T39C - C1: Então eu coloco aqui que a característica mais importante são os ângulos iguais. E que por isso eles são semelhantes. T40C - C4: Isso. T41C - C1: tem mais um exercício. T42C - C3: A professora disse que vai conversar com a turma antes do exercício. T43C - C1: Vamos esperar então.

<table>
<tr><td></td><td>T49B - B3: Sim, pois quando dividimos os lados achamos o mesmo valor que é 2, a constante de proporcionalidade.
T50B - B1: A última pergunta: Quais características foram mais destacadas após a análise dos triângulos?
T51B - B2: Com certeza que os ângulos são iguais.
T52 B - B3: Podemos dizer que os lados têm a constante de proporcionalidade também.
T53B - B1: Agora falta só fazer esse exercício.
T54B - B2: Espera que a professora está falando.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">P.A.: Agora que vocês já terminaram a atividade, vamos conversar um pouco sobre elas. Vocês mediram os ângulos e perceberam que nos dois triângulos eles eram iguais. Isso garante que quando temos dois triângulos que os ângulos correspondentes são iguais, então os ângulos são semelhantes. Agora que vocês já entenderam que os triângulos são semelhantes quando os ângulos correspondentes são iguais, resolvam a atividade proposta.</td></tr>
<tr><td>T61A - A3: Falta só responder o exercício.
T62A - A2: É só para dizer quais são semelhantes.
T63A - A1: Responde aí, A e C são semelhante e o triângulo B não é semelhante.
T64A - A2: Finalizamos a atividade, professora.</td><td>T55B - B1: Agora o exercício está fácil, temos os triângulos A e C semelhantes e o triângulo B é o único que não é, pois, os ângulos são diferentes. Pronto, já anotei e terminamos.</td><td>T44C - C1: Vamos responder o exercício.
T45C - C2: O que é para fazer?
T46C - C4: É só dizer quais triângulos são semelhantes.
T47C - C3: Os triângulos A e C são semelhantes pois têm ângulos correspondentes iguais, e o B não é semelhante pois os ângulos são diferentes.
T48C C1: Já registrado.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Ao analisar os dados da aplicação da Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual 4, percebemos que devido os alunos já estarem familiarizados com a dinâmica das atividades que vinham sendo desenvolvidas, a aplicação da referida sequência didática ocorreu de forma muito mais dinâmica, o que possibilitou que os grupos finalizassem a atividade de forma bem mais rápida e chegassem à conclusão sem precisar de uma intervenção maior da professora aplicadora. Evidenciamos nessa atividade que os alunos apresentavam mais autonomia no processo de construção do conhecimento.

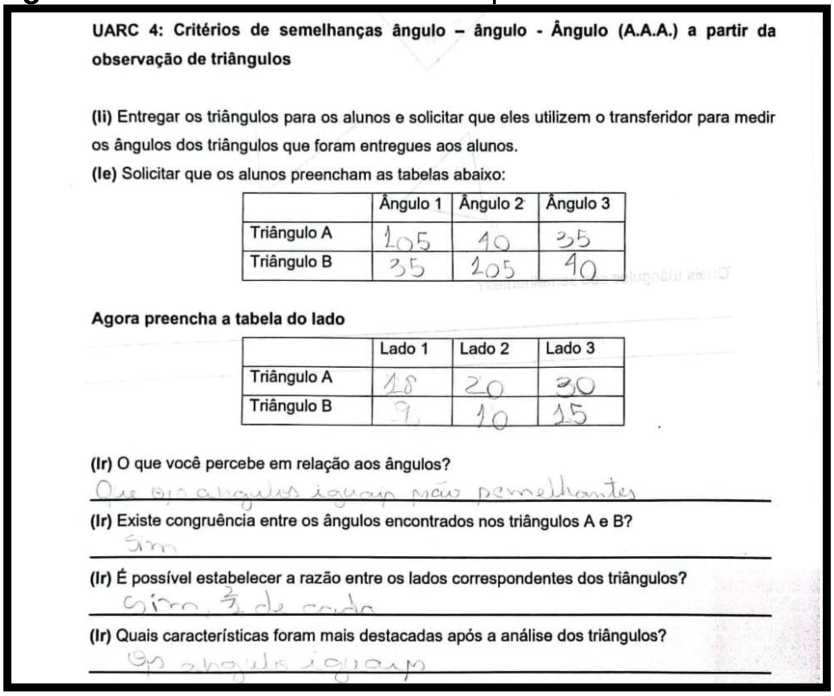
Na atividade da UARC 4, os alunos mostraram uma facilidade maior para desenvolver o que havia sido orientado pela professora aplicadora. Após a indicação do que deveria ser realizado, os alunos dos grupos começaram a realizar as atividades. Percebemos nos turnos T1A–T5A, T1C–T8C o processo de colaboração e divisão de tarefas, onde alguns alunos realizam as medições necessárias, outros fazem o registro dos valores que são obtidos e, após os resultados, os alunos do Grupo A vão percebendo padrões interessantes, como a igualdade entre triângulos que possuem tamanhos diferentes. A partir dessas igualdades, nos turnos T28A–T32A, T33B–T36B percebemos que os conceitos sobre a possibilidade de os triângulos serem semelhantes já está bem consolidado, uma vez que o diálogo no turno indicado acima remete a esse conceito.

A atividade relacionada a UARC 4 foi bem assimilada pelos alunos pois logo após os processos de medições os alunos chegaram à conclusão, conforme podemos visualizar nos turnos T28A–T32A, T33B–T36B, T32C–T37C, onde há identificação de que os triângulos eram semelhantes. Para confirmarem as semelhanças, os alunos realizaram as medidas dos lados e fizeram a razão entre os lados correspondentes, o que fez com que eles percebessem que realmente existia a semelhança de triângulo.

Ao realizar a análise dos diálogos travados entre os grupos que fizeram parte da pesquisa, percebemos um processo de interação entre os alunos, uma vez que estes demonstraram estar envolvidos nas atividades propostas, que é a construção do conceito geométrico. Os alunos são incentivados a pensar criticamente e a desenvolver o raciocínio lógico. Compreendemos esses processos de interação entre os alunos e os indícios de aprendizagens nos turnos T39A–T50A e T39C–T38C, momento em que podemos verificar que as atividades propostas possibilitam o processo de interação, trocas de experiências e consequentemente a aprendizagem dos alunos que fizeram parte da aplicação da sequência didática.

Apreendemos que a atividade proposta demonstra uma progressão do pensamento dos alunos, e a dinâmica de interação evidencia a importância de uma exploração ativa e discussão colaborativa que as atividades possibilitam, uma vez que nos turnos T14B–T15B os alunos demonstram segurança em seu processo de aprendizagem. Percebe-se uma nítida evolução desde a primeira atividade proposta (UARC 1) em relação à atividade que está em desenvolvimento na UARC 4. Os conhecimentos apreendidos nas atividades anteriores são citados e utilizados pelos alunos nas atividades posteriores, o que possibilita perceber que as atividades seguem uma linha de construção que visa a aprendizagem dos alunos, e esta é efetivada conforme podemos visualizar nos diálogos e na imagem da atividade desenvolvida pelos alunos:

Figura 32: Atividade desenvolvida pelos alunos na UARC 4



UARC 4: Critérios de semelhanças ângulo – ângulo - Ângulo (A.A.A.) a partir da observação de triângulos

(Ii) Entregar os triângulos para os alunos e solicitar que eles utilizem o transferidor para medir os ângulos dos triângulos que foram entregues aos alunos.

(Ie) Solicitar que os alunos preencham as tabelas abaixo:

	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3
Triângulo A	105	40	35
Triângulo B	35	105	40

Agora preencha a tabela do lado

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triângulo A	18	20	30
Triângulo B	9	10	15

(Ir) O que você percebe em relação aos ângulos?

Que os angulos iguais são semelhantes

(Ir) Existe congruência entre os ângulos encontrados nos triângulos A e B?

Sim

(Ir) É possível estabelecer a razão entre os lados correspondentes dos triângulos?

Sim, $\frac{2}{3}$ de cada

(Ir) Quais características foram mais destacadas após a análise dos triângulos?

Os angulos iguais

Fonte: Autora (2023).

As atividades propostas na UARC 4 possibilitam uma troca efetiva entre os alunos e uma interação com a professora aplicadora. Essa assume o papel de fornecer a orientação e os esclarecimentos quando necessários, de forma a facilitar o processo de aprendizagem. Percebemos essas interações nos turnos T25B e T54B, onde a professora aplicadora assume apenas o papel de orientadora da aprendizagem ao utilizar o padrão de abordagem comunicativa interativo dialógico, uma vez que as atividades permitem que os estudantes explorem ideias e trabalhem diferentes pontos de vistas.

Em suma, a análise dos dados da UARC4 revela uma progressão significativa no processo de aprendizagem dos alunos. A familiaridade dos estudantes com a dinâmica das atividades anteriores possibilitou uma execução mais ágil e autônoma da sequência didática proposta. Durante a atividade, os alunos demonstraram colaboração, divisão de tarefas e capacidade de identificar padrões e relações geométricas, evidenciando um processo de construção ativa do conhecimento. Observou-se que os alunos perceberam algumas características entre os triângulos de tamanhos diferentes, como os ângulos congruentes e os lados proporcionais que permitiram a conclusão de que os triângulos eram semelhantes. Notamos nesse momento que ocorre a consolidação dos conceitos trabalhados. Percebemos também nos diálogos que existiu uma interação ativa entre os alunos, e as trocas de experiências e discussões promoveram a aprendizagem.

A dinâmica das atividades permitiu uma progressão do pensamento dos alunos, evidenciando uma evolução desde as atividades iniciais até a UARC 4. Os conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores foram utilizados de forma significativa, demonstrando uma construção contínua do aprendizado. A interação entre alunos e professora aplicadora foi marcada por um papel orientador desta última, que facilitou o processo de aprendizagem ao fornecer orientações e esclarecimentos necessários, seguindo uma abordagem comunicativa interativa e dialógica. Dessa forma, as atividades propostas na UARC 4 promoveram não apenas a aquisição de conhecimento geométrico, mas também o desenvolvimento de habilidades de comunicação, colaboração e pensamento crítico entre os alunos.

7.3. TRANSCRIÇÃO E ANÁLISE DA AVALIAÇÃO APLICATIVA

A última atividade desenvolvida com os estudantes foi a Avaliação Aplicativa, com o objetivo de observar como os alunos assimilaram os conhecimentos que haviam sido desenvolvidos no processo de aplicação da sequência didática. Para fazer a avaliação da referida sequência didática, foram entregues aos estudantes folhas com questões relacionadas ao tema da sequência didática que foi desenvolvida. Seguem abaixo os resultados obtidos.

Quadro 21 - Resumo quantitativo da Avaliação Aplicativa

ITENS	**TURMA**												
	GRUPO A				**GRUPO B**				**GRUPO C**				**Média Geral**
QUESTÃO 1													
Alunos	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3	C4	
Nota / Aluno	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	8	8	**9,67**
Média / Grupo	10,00				10,00				9,00				
QUESTÃO 2													
Alunos	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3	C4	
Nota / Aluno	10	10	10	10	10	10	10	10	6	8	7	6	**8,91**
Média / Grupo	10,00				10,00				6,75				

QUESTÃO 3													
Alunos	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3	C4	
Nota / Aluno	10	10	10	10	10	10	10	6	5	6	6	7	**8,33**
Média / Grupo	10,00				9,00				6,00				
DESEMPENHO E MÉDIA GERAL													
Desempenho Geral / aluno	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**8,66**	**7**	**8**	**7**	**7**	**8,97**
Média Geral Por Grupo	**10,00**				**9,66**				**7,25**				

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Ao realizar a análise quantitativa da avaliação aplicativa, percebemos que o estudo poderia oferecer resultados mais interessantes se houvesse um número maior de questões para serem analisadas, porém mesmo com um número reduzido, podemos visualizar que os alunos do grupo A foram os que apresentaram um melhor desempenho quantitativo, reforçando o que foi observado nos diálogos, uma vez que os alunos do referido grupo apresentaram uma organização e diálogos que permitiram que a aprendizagem fosse desenvolvida de forma plena e organizada. Em todos as aplicações das UARCs, os alunos estavam comprometidos e apresentavam interesse pelo processo de aprendizagem e isso culminou no excelente resultado que o grupo A apresentou.

Quando analisamos o resultado do grupo B, verificamos que o grupo apresentou um bom desempenho nos testes no que se refere ao resultado quantitativo. Os alunos B1, B2 e B3 apresentaram um excelente desempenho, apenas o aluno B4, apresentou dificuldade na resolução da questão 3, que era uma questão em que o conteúdo semelhança de triângulos é trabalhado de forma mais contextualizada, e acreditamos que por esse motivo o aluno B4 apresentou dificuldade na resolução da referida questão. Ao analisar os diálogos referentes ao grupo, percebemos uma atividade colaborativa entre os alunos, e como esse processo colaborativo resultou em um bom desempenho no que se refere à atividade quantitativa que os alunos realizaram ao final da aplicação da sequência didática.

O grupo C foi o que obteve um resultado quantitativo menor em relação aos outros grupos que foram apresentados. A média desse grupo na questão 1 foi 9, essa questão que apresentava o tema semelhança de triângulos de forma direta foi a questão que os alunos apresentaram um melhor desempenho. A questão 2 que era uma questão mais subjetiva, os alunos conseguiram responder de forma a qualificar o trabalho que foi desenvolvido com a aplicação da sequência didática, e a última questão que apresentava conteúdo mais contextualizado, os alunos apresentaram mais dificuldades no processo de resolução.

Ao analisarmos os diálogos do grupo C, percebemos que apesar da aprendizagem cooperativa que os alunos apresentavam nos diálogos, intuímos em algumas falas uma certa insegurança, o que acabou por se concretizar quando olhamos para o resultado quantitativo da avaliação aplicativa, ao percebermos que os alunos do grupo C apresentaram um desempenho menor. Apenas o aluno C2 ficou com uma média 8, enquanto seus pares apresentaram uma média 7. Mesmo com um desempenho um pouco menor em relação aos outros grupos, os alunos conseguiram responder bem à questão 1 que trata sobre identificação de triângulos semelhantes.

Com esse resultado, acreditamos que a aplicação da sequência didática atingiu o resultado esperado, que é aprendizagem dos alunos no que se refere ao ensino de semelhança de triângulos.

7.4. SÍNTESE DAS ANÁLISES DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Conforme indicado, após a aplicação das atividades desenvolvidas, buscou-se avaliar o desempenho dos alunos frente à resolução das atividades envolvendo semelhança de triângulos e elaborar um Produto Educacional destinado ao ensino de semelhança de triângulos que agregue materiais concretos manipulativos e que contribua com os processos de ensino e de aprendizagem, bem como com a formação do professor.

A atividade de avaliação aplicativa foi realizada com os 12 estudantes que participaram da aplicação da sequência didática, com o objetivo de verificar como eles aplicaram os conhecimentos adquiridos durante a sequência didática. A média geral dos alunos foi 8,97 com destaque para os alunos do grupo A que apresentaram o melhor desempenho quantitativo, reforçando o que foi observado nos diálogos, onde percebemos que eles apresentavam cooperação e entendimento do assunto. Quando observamos o grupo B, verificamos que o mesmo obteve um bom desempenho com média geral 9,66. Percebemos através desse resultado que os diálogos cooperativos construídos no processo de aplicação da sequência didática permitiram que a aprendizagem fosse efetiva, o que resultou em um bom desempenho do grupo na atividade avaliativa.

Quanto às fragilidades observadas na aplicação da sequência, verificamos que a avaliação aplicativa apresentava um número reduzido de questões para avaliar os alunos. Seria interessante considerar uma maior variedade de perguntas para obter resultados mais abrangentes. As dificuldades apresentadas por alguns alunos do grupo B e do grupo C sugerem que utilizar questões mais contextualizadas podem permitir um processo de aprendizagem em que os alunos possam aplicar os conteúdos de forma contextualizada. Mesmo que apenas 30% dos alunos tenham dificuldade no processo de aprendizagem, devemos melhorar ainda mais esse processo.

As potencialidades da sequência didática apresentada é o ponto interesse. A participação e o comprometimento dos alunos no seu processo de aprendizagem durante a aplicação das atividades das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) gerou um resultado positivo no quesito quantitativo, gerando uma média 8,97 aos alunos que participaram. Esse resultado remete que o estudo foi bem conduzido, gerando excelentes resultados. Apesar dos excelentes resultados apresentados pelos alunos, há espaços para aprimoramento na variedade das questões.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A jornada pelo mestrado profissional em ensino de matemática foi muito gratificante e cheia de desafios e crescimento profissiona. Percebi que a profissional que adentrou o mestrado profissional em ensino de matemática da Unidade do Estado do Pará já não é a mesma. A busca pela qualificação profissional foi a motivação que fez com que eu me submetesse ao referido processo seletivo.

Cursar o mestrado sempre foi um sonho, mas a realidade profissional de dois vínculos com a prefeitura de Belém e o Estado do Pará acabavam por deixar esse sonho um pouco distante. Porém, em um momento atípico, esse sonho tornou-se realidade, momento difícil da humanidade, momento em que literalmente o mundo parou por causa de um processo pandêmico que foi sofrido e dolorido pela quantidade de pessoas que foram vitimadas pela covid 19. Diante da pandemia e da impossibilidade de sair de casa para realizar as atividades laborais, o sonho de ser mestre que estava latente em meu coração reavivou, e com o tempo disponível voltei a estudar. Em 2020, realizei a prova de seleção do mestrado, onde obtive a aprovação. Após o processo de matrícula, organizei minha vida com o objetivo de atingir esse sonho.

As aulas do mestrado, devido ao processo de pandemia pelo qual estávamos passando, ocorreram de forma remota, então todas as disciplinas foram desenvolvidas através de ferramentas digitais. Todavia, mesmo que nós não tivéssemos contato direto com os professores, estes sempre foram atenciosos e buscaram oferecer o seu melhor para que as atividades fossem desenvolvidas da melhor forma possível. Logo, mesmo de forma remota o aprendizado ocorreu, pois a qualidade dos professores que fazem parte do programa é excelente.

Foram três anos muito exaustivos, mas de muita aprendizagem e de trocas com os colegas de sala e principalmente com os professores que atuam no PPGEM. Fomos desafiados a mostrar o nosso melhor como estudantes e também como profissionais do ensino básico, sempre buscando conectar os saberes teóricos aprendidos em sala de aula com a nossa prática pedagógica na educação básica, e com os conhecimentos teóricos aprendidos nas disciplinas do curso. Foi criada a base teórica necessária para o desenvolvimento de nossa pesquisa que culminou nessa dissertação. Cada disciplina, cada trabalho, cada artigo que foi desenvolvido ao longo do percurso acadêmico foram tijolos de conhecimentos que serviram de base para a construção deste trabalho científico.

O tema desta pesquisa emergiu a partir de conversas com o professor Miguel Chaquiam, onde foram ressaltadas situações em que o ensino de geometria tem sido deixado de lado pelos professores da Educação Básica, fato comprovado ao longo do desenvolvimento da pesquisa. Diante desse desafio, percebeu-se a importância de desenvolver um conjunto de atividades – sequência didática – envolvendo geometria, mais especificamente semelhança de triângulos. Diante do exposto, foi feito um estudo minucioso da dissertação de Pereira (2017), uma das primeiras apresentadas no PPGEM-UEPA, buscando fazer o resgate de um dos temas abordados na referida dissertação. Assim, foi elencado que os estudos seriam desenvolvidos em torno da semelhança de triângulo.

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, percebem-se algumas similaridades com o trabalho de Pereira (2017), nos quais podemos citar o perfil dos alunos, ao percebermos que os alunos que responderam aos questionários da dissertação de Pereira (2017) e os alunos que responderam à pesquisa deste trabalho apresentam dificuldades no que concerne ao aprendizado de matemática, não têm ajuda da família para realizar os exercícios propostos como dever de casa e declaram que o ensino de matemática é desenvolvido de forma tradicional, sem o uso de recursos pedagógicos que possam auxiliar o processo de aprendizagem, entre outras similaridades.

Com as observações relacionadas ao distanciamento da dissertação de Pereira (2017) e o presente trabalho, é que o perfil dos profissionais de matemática saiu de um perfil predominantemente masculino (86% dos entrevistados eram homens) para um perfil com uma participação maior feminina (59,3% das entrevistadas eram mulheres). Outro ponto que podemos destacar é um aumento do número de professores de matemática com pós-graduação stricto sensus (mestrado e doutorado). Outro processo de distanciamento é que a sequência didática proposta no presente trabalho baseou-se na sequência de Pereira (2017), porém veio com uma proposta diferenciada, e que, assim como a primeira sequência didática, apresentou resultados positivos, o que destaca que a teoria formulada por Cabral (2017) apresenta resultados significativos para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Com o objetivo de aprofundar o tema semelhança de triângulos, foi realizada uma análise dos documentos oficiais que abrangeu este objeto matemático. Facchini

(2021) fez uma interessante observação, de que nos documentos oficiais (PCN, BNCC) a geometria começa a ser estudada desde as séries iniciais, porém o que podemos perceber é que mesmo os documentos oficiais indicando que os discentes tenham contato com a geometria desde o início, os alunos finalizam o ensino fundamental com grandes lacunas na aprendizagem de geometria.

Nesse sentido, buscou-se realizar um estudo sobre o ensino de geometria, mais especificamente sobre o ensino de semelhança de triângulos, para responder à questão de pesquisa desse trabalho que consiste em: Que potencialidades apresenta uma sequência didática voltada para o ensino de semelhança de triângulo, assentada no uso de materiais concretos manipuláveis, estruturada segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARCs), destinada aos alunos da rede pública de ensino fundamental? Buscou-se fazer um estudo dos principais autores que trabalham o abandono da geometria no Brasil. Após esse estudo, buscamos aprofundar a pesquisa, através do estudo de semelhança de triângulos e como está ocorrendo esse processo. Para esse fim, realizamos a pesquisa do referencial teórico, buscando os autores dos últimos 5 anos que abordam o tema dessa pesquisa, para que o trabalho pudesse ter uma sólida base.

Além do levantamento do referencial teórico, buscamos realizar uma escuta com professores e alunos, sobre o ensino de semelhança de triângulos, com o objetivo de embasar a pesquisa, buscando um perfil dos professores e alunos, bem como, visualizando de que forma ocorre o processo de ensino e aprendizagem da semelhança de triângulos. Após esse processo de escuta, realizou-se uma pesquisa sobre os livros didáticos que tratam sobre o tema, com o intuito de fazer uma análise de como o assunto é abordado no livro didático, que por vezes é uma das poucas ferramentas pedagógicas que são disponibilizadas aos alunos das escolas públicas.

Após a aplicação da sequência didática, buscou-se fazer a análise e identificação dos indícios de aprendizagem através da Análise Microgenética na investigação da construção do conhecimento, a partir das interações verbais e da Análise do Discurso, segundo Mortimer e Scott (2002). Os resultados das análises sobre as abordagens comunicativas e os padrões interativos serviram para evidenciar os indícios de aprendizagem e caracterizar a participação ativa dos alunos durante o processo de (re)estruturação de conceitos e ideias. Por fim, após a validação da sequência didática, corroboradas pelos resultados qualitativos e quantitativos da

Intervenção Avaliativa Final, foi desenvolvido um produto educacional destinado ao ensino de semelhança de triângulos com uso de materiais manipuláveis.

A aplicação da sequência didática ocorreu com os alunos da turma do 9º ano de uma escola da periferia de Ananindeua, do estado do Pará. Dos 34 alunos contactados inicialmente, apenas 12 aceitaram participar da aplicação das atividades. O processo de aplicação ocorreu sem grandes intercorrências e mostrou um resultado positivo, uma vez que os alunos participaram de forma efetiva, mostraram cooperação e desenvolveram de forma bem produtiva as atividades propostas, conforme podemos visualizar na análise dos resultados mostrados anteriormente.

Após a implementação das atividades propostas, foi realizada uma avaliação do progresso dos alunos na resolução de exercícios envolvendo semelhança de triângulos, pós a participação na experiência prática. Com base nessa análise, foi desenvolvido um Produto Educacional destinado ao ensino de semelhança de triângulos, que integra materiais concretos manipulativos. Este produto visa enriquecer os processos de ensino e aprendizagem, além de contribuir para o desenvolvimento profissional dos professores. Após o processo de aplicação da sequência didática que culminou nesta análise e após observar os resultados que foram desenvolvidos na dissertação de Pereira (2017), percebemos que o uso de sequências didáticas através de Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) possibilitam que o ensino de geometria ocorra de forma dinâmica, cooperativa e permite que os alunos possam construir os conceitos relacionados ao objeto matemático que está proposto.

Identificamos áreas de melhoria na aplicação da sequência, sendo uma delas a avaliação aplicada, que contava com um número limitado de questões para avaliar os alunos. Seria benéfico considerar uma gama mais ampla de perguntas para obter resultados mais abrangentes. As dificuldades encontradas por alguns alunos nos grupos B e C sugerem que o uso de questões mais contextualizadas podem facilitar a aplicação dos conteúdos de forma mais significativa. Mesmo que apenas 30% dos alunos enfrentem dificuldades no processo de aprendizagem, é crucial considerar esse grupo para aprimorar ainda mais o processo educativo.

Há potencialidades na sequência didática apresentada, houve a participação e o comprometimento dos alunos durante a aplicação das atividades das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) e esse comprometimento gerou um resultado positivo, gerando uma média 9,0. Porém, apesar dos excelentes resultados apresentados pelos alunos há espaços para aprimoramento na variedade das questões da sequência didática, onde novas amostras podem ser desenvolvidas, gerando novas pesquisas, para novos alunos, e novos resultados, em um processo de retroalimentação da pesquisa acadêmica.

Após a caminhada do mestrado e de todo o processo de construção desta dissertação – desde a pesquisa inicial que possibilitou a base teórica deste trabalho, passando pelos teóricos de relevância que permitiram o processo de construção da sequência didática através das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual de Cabral (2017), a qual foi aplicada aos alunos –, chegamos à conclusão que a jornada do mestrado é árdua, cheia de desafios, mas extremamente gratificante, uma vez que me possibilitou um crescimento pessoal e profissional, o que fez com que houvesse uma melhora no desempenho profissional no que tange às minhas práticas pedagógicas.

Em relação a minha formação continuada, é possível destacar aspectos relacionados à formação específica e à formação pedagógica. A consolidação e aprofundamento dos conteúdos matemáticos relacionados à temática em voga se concretizou a partir da escrita do texto matemático e das análises de livros didáticos. Quanto à formação pedagógica, a absorção de teorias que embasam as Situações Didáticas e Sequências Didáticas, bem como sua estruturação por meio das UARCs, proporcionou-me um aumento de possibilidades de uso de recursos e metodologias pedagógicas no ensino de conteúdos matemáticos.

Por fim, a grande mudança no meu perfil profissional se deu em relações as minhas concepções quanto ao uso de recursos didáticos diversificados em sala de aula, dentre elas, a aplicação de sequências didáticas e uso de materiais concretos manipuláveis.

A partir desse trabalho, é possível efetuar a aplicação do Produto Educacional gerado a partir dessa dissertação em outros contextos, bem como, retomar a pesquisa e elaborar novas atividades com materiais concretos virtuais.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação,** n. 27, p. 94-108, dez. 2004. Disponível em: https://doi.org/10.1590/s1413-24782004000300007. Acesso realizado em: 05/02/2023.

ANTUNES, F. C. A.; MERLI, R, F.; NOGUEIRA, C.M. I. A construção da didática da matemática na França e sua influência sobre as pesquisas brasileiras. **XIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Cuibá/MT, 14-17 de julho 2019. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/336614093_A_CONSTRUCAO_DA_DIDATICA_DA_MATEMATICA_NA_FRANCA_E_SUA_INFLUENCIA_SOBRE_AS_PESQUISAS_BRASILEIRAS. Acesso realizado em: 10/04/2023.

BARBOSA, M. J. F. Teorema de Tales: uma abordagem por do meio da Teoria das Situações Didáticas. In: **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática** (EBRAPEM), XX, 2016, Curitiba, GD2 Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, Curitiba, 2016. Disponível em: https://docplayer.com.br/49802455-Teorema-de-tales-uma-abordagem-por-do-meio-da-teoria-das-situacoes-didaticas.html. Acesso em: 05/02/2023.

BARBOSA, J.L.M. Geometria Euclidiana Plana. **Coleção Professor de Matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). 5ª Edição. 2002. Rio de Janeiro. ISBN 85-85818-02-6.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. MEC/SEF, Brasília, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso realizado em: 20/03/2023.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. In: Brasília: Conselho de Reitores das Universidades Brasileiras, 1996. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/LDB.htm.pdf. Acesso realizado em: 20/03/2023.

BRASIL, **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/. Acesso realizado em: 20/03/2023.

BRASIL. **Matriz de Referência do ENEM**: Matemática e suas tecnologias. MEC/SEF, Brasília. Disponível em: matriz_referencia.pdf (inep.gov.br). Acesso realizado em: 20 de março de 2023.

BRASIL. **Matriz de Referência do SAEB**: Sistema de avaliação da Educação Básica. MEC/SEF, 2001. Brasília. Disponível em matriz-de-referencia-de-matematica_2001_ (inep.gov.br). Acesso realizado em: 20 de março de 2023.

BRITO, C. S. **Licenciandos e professores de matemática interagindo no VMTcG em atividades de semelhança de triângulos**. 2022. 153 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade

Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2022.Disponível em: https://tede.ufrrj.br/handle/jspui/6725. Acesso realizado em: 10/05/2023.

BROUSSEAU, G. **Introdução aos estudos das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008. Disponível em: grupoddmat.pro.br/index.php/download/introducao-ao-estudo-das-situacoes-didaticas-conteudos-e-metodos-de-ensino-guy-brousseau/?wpdmdl=1540&refresh=653536455959a1697986117. Acesso realizado em: 11/05/2023.

BRUM, W. P. Livros Didáticos de Matemática: Análise dos recursos didáticos auxiliares para a aprendizagem de conceitos elementares de geometria não euclidiana. **Trilhas Pedagógicas**, v. 5, n.5, ago. 2015, p.135-149. Disponível em: http://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/74. Acesso realizado em: 15/04/2023.

CABRAL, N. F. **Sequência Didática**: Estrutura e elaboração. Belém: SBEM-PARÁ, 2017. 104p. ISBN 978-85-98092-34-8.

CABRAL, N. F.; CHAQUIAM, M.; POCK, M. A.; DIAS, G. N.; PINTO, G. P. UARC: Um Organizador de Sequência Didática na Área de Matemática / UARC: A Didactic Sequence Organizer in Mathematics. **Brazilian Journal of Development**, *[S. l.]*, v. 6, n. 6, p. 34191–34208, 2020. DOI: 10.34117/bjdv6n6-098. Disponível em: https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/11121. Acesso realizado em: 1/05/2023.

CABRAL, N. F.; DIAS, G. N.; LOBATO JUNIOR, J. M. D. S. O Ensino de Razão e Proporção por meio de atividades. **Ensino da Matemática em Debate**, *[S. l.]*, v. 6, n. 3, p. 174–206, 2019. DOI: 10.23925/2358-4122.2019v6i3p155-179. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/45062. Acesso realizado em: 4/05/2023.

CABRAL, C. A. F. **Uma sequência de atividades com enfoque em representações dinâmicas para o desenvolvimento de conhecimentos de semelhança de triângulos**. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Belém: UFPA, 2019, 158 f.

CASTRUCI. B.; GIOVANI JR. J.R. **A conquista da Matemática.** 2018 Editora FTD 2018.

CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. **Matemática teoria e Contexto**. 9º ano, 1ª ed. – São Paulo: Saraiva, 2012.

CHAVANTE, E. **Matemática.** Convergências: matemática, 9º ano: anos finais ensino fundamental. 1ª ed. São Paulo: Edições SM, 2015.

CHAQUIAM, M. **Ensaios temáticos**: história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM / SBEM – PA, 2017. 241p. ISBN 978-85-98092-34-8.

CORDEIRO, G. P; SILVA, I, R. **Análise de livros didáticos de Matemática ´para o primeiro ciclo do Ensino Fundamental**. XV Encontro Latino Americano de Iniciação Científica e XI Encontro Latino Americano de Pós-Graduação – Universidade do Vale do Paraíba (2011). Disponível em: https://livrozilla.com/doc/273595/an%C3%A1lise-de-livros-did%C3%A1ticos-de-matem%C3%A1tica-para-o---inic. Acesso em: 10 de junho de 2023.

COSTA, D. E.; GONÇALVES, T. O. Compreensões, Abordagens, Conceitos e Definições de Sequência Didática na área de Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, 36(72), 358-388. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a16, acesso realizado em 09/04/2023.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Trad. J. B. Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática**. 1ª Edição – São Paulo: Ática, 2012.

DOLCE, O.; POMPEO, J.N. Fundamentos da Matemática Elementar: **Geometria Plana**. Volume 9. Editora Atual. 7ª Edição.

FERREIRA, I. G.; FEITOZA, L. A. A.; OLIVEIRA, F. E. F.; SOUSA, A. C. G. Diagnóstico do conhecimento geométrico de alunos do ensino médio como ação do PIBID. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. 2013.

FILHO, F. S; SOUZA, D. S. Práticas metodológicas no ensino de geometria: um olhar a partir do entendimento dos professores de matemática de Aracaju - SE. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática** - Curitiba. 2013.

FILHO, E. S. **Homotetia e semelhança de triângulos: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis**. 2014. 55 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2014. Disponível em: https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/4789. Acesso em: 05/08/2023

GÓES, M. d. A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. **Cadernos Cedes**, SciELO Brasil, v. 50, n. 9-25, 2000. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ccedes/a/3HgqZgZCCZHZD85MvqSNWtn/. Acesso realizado em: 05/03/2023.

GUERRA, E. D. M. **Explorando aplicações de semelhanças de triângulos: uma proposta a partir de aulas práticas**. Anais VIII EPBEM. Campina Grande: Realize Editora,2014. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2014/Modalidade_3datahora_22_10_2014_20_09_04_idinscrito_873_1afa8808807020c26daba504eb1ddb70.pdf. Acesso em: 05/08/2023.

HORBACH, I.C.; REICHERT, J.T. Semelhança de triângulos: estudo propositivo por meio do e Scratch. **Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática**, v. 3, n. 1, p. 38-55, 4 ago. 2021. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/353892925_SEMELHANCA_DE_TRIANGULOS_estudo_propositivo_atraves_do_Scratch. Acesso em: 05/08/2023.

LEONARDO, F. M. de. **Projeto Araribá Matemática**. 3ª Edição. São Paulo: Moderna. 2010.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**. Blumenau, n. 1, p. 3U13, 1995. Disponível em: https://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf. Acessado em: 10/03/2023.

MAIA, J. **Uma análise da Linguagem utilizada em livros didáticos da Matemática do Ensino Médio**. 2016. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) Programa de Mestrado Profissional de Educação. Universidade Federal de Minhas Gerais. 2016. Disponível em: https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/BUBD-ANHQKB/1/disserta__o_jurama_maia_final.pdf Acesso realizado em: 10/06/2023.

MASSETI, C. **Análise de livros didáticos de Matemática: função exponencial.** 163 f. Dissertação (Mestrado em educação matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2016. Disponível em: https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/19027. Acesso em: 05/06/2023

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. **Investigações em ensino de ciências**, v. 7, n. 3, p. 283–306, 2002. Disponível em: https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/562. Acesso em: 05/07/2023.

NUNES, R. da S.; NUNES, J. M. V. Modelos constitutivos de sequências didáticas: enfoque na teoria das situações didáticas. **Revista Exitus**, *[S. l.]*, v. 9, n. 1, p. 148-174, 2019. DOI: 10.24065/2237-9460.2019v9n1ID719. Disponível em: http://www.ufopa.edu.br/portaldeperiodicos/index.php/revistaexitus/article/view/719. Acesso em: 22/04/2023.

PAIS, L. C; FREITAS J. L. M. Um Estudo dos Processos de Provas no Ensino e na Aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental. **Boletim de Educação Matemática**, Ano 12, n. 13, p. 62 - 70, 1999. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10642/7029. Acesso realizado em: 04/04/2023.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil**: causas e consequências. Zetetiké, Campinas, SP, v.1, n. 1, p. 7-17, jan./dez. 1993. https://doi.org/10.20396/zet.v1i1.8646822. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822. Acesso: 05/07/2023.

PEREIRA, M. F. F. **Uma sequência didática para o ensino de semelhança de figuras planas**. Dissertação do Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), 2017. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/559492. Acesso em: 01 mar. 2022.

PEREIRA, M.F.F. Atividades com o Geogebra: Uma proposta para o ensino de semelhança. **Jornada de Estudos em Matemática**. 2016. Marabá. ISSN 2448-4342 Disponível em: https://jem.unifesspa.edu.br/images/2JEM/ANAIS/CC/ATIVIDADES_COM_O_GEOGEBRA_UMA_.pdf. Acesso: 25/08/2023.

PEREIRA, S. R. F.; PEREIRA, M. F. F. O ensino de semelhança de triângulos na opinião de alunos. **Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo** Disponível: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7486_3464_ID.pdf. Acesso: 01/05/2022.

POMMER, W.M. **Brousseau e a idéia de Situação Didática.** 2008. Universidade Federal de São Paulo. São Paulo Disponível em: file:///C:/Users/delci/Downloads/PommerSEMA2008.pdf. Acesso em: 01/05/2023.

REZENDE. E.Q.F.; QUEIROZ, M.L.B. **Geometria Euclidiana Plana e construções geométricas**. 2ª Edição. Campinas. SP: Editora Unicamp. 2008. ISBN: 978-85-268-0754-9.

SANT'ANNA, V. N. P. **Formação de professores e tecnologias: uma discussão sobre semelhança de triângulos**. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2020. Disponível em: https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/23956 . Acesso: 05/08/2023.

SANTOS, G. L.; SILVA, A.J.N. O laboratório de estudos em educação matemática e a construção de material didático: o "Semelhãmetro" e o ensino de semelhança de triângulos. **Revista Baiana de Educação Matemática**. V. 02 a 01. p. 01-16. E20210, jan./dez., 2021 e ISSN 265-5246. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/25258/1/Santos2021O.pdf. Acesso: 05/08/2023.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23ª edição. São Paulo: Cortez, 2007.

SILVA, A. K. M.; SILVA, D. G.; SANTOS, M. L. S. Um Diagnóstico acerca do ensino de operações com números inteiros no 7º Ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal Belém. **Seminário de Cognição e Educação Matemática - Teorias da Educação Matemática na prática de sala de aula**. Outubro/2021. Disponível em: https://ccse.uepa.br/ppged/wp-content/uploads/2023/06/ANAIS-SCEM-2021_compressed.pdf. Acesso em: 10/10/2022.

SILVA, J. A. V. O uso de programas computacionais como recurso no ensino-aprendizagem da geometria. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba. 2013.

SILVA, E.; CHAQUIAM, M.; CABRAL, N. Percurso metodológico para constituição de sequências didáticas: o ensino do conceito de função. **Ensino da Matemática em Debate**. (2022). Doi: 9. 17-40. 10.23925/2358-4122.2022v9i155855. Disponível em:https://www.researchgate.net/publication/362440849_percurso_metodologico_para_constituicao_de_sequencias_didaticas_o_ensino_do_conceito_de_funcao. Acessado em 04/08/2023.

SILVEIRA, E. **Matemática Compreensão e prática**. 9º ano; 5ª edição. São Paulo: Moderna, 2018.

SisPAE. **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. Disponível em http://www.vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?c=SEPA1401. Acesso em 04/03/2023.

SOUZA, J. R. **Matemática realidade & tecnologia**: 8º ano: Ensino Fundamental: Anos Finais – 1 Ed. – São Paulo: FTD, 2018.

SULEIMAN, A. R. Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino. **Educação: Teoria e Prática**, v. 25, n. 48, p. 200-206, 29 abr. 2015. Disponível em: https://doi.org/10.18675/1981-8106.vol25.n48.p200-206. Acessado em: 15/04/2023.

TEIXEIRA T. S. R.; CARVALHO S. A. A Influência do livro didático na prática pedagógica do professor que ensina matemática. **Revista Prática Docente**, *[S. l.]*, v. 2, n. 2, p. 158–178, 2017. DOI: 10.23926/RPD.2526-2149.2017. v2.n2.p158-178.id73. Disponível em: https://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/624. Acesso em: 28/07/2023.

TOMIO, D.; SCHROEDER, E.; ADRIANO, G. A. C. A análise microgenética como método nas pesquisas em educação na abordagem histórico-cultural. **Reflexão e Ação**, v. 25, n. 3, p. 28-48, 9 set. 2017.Disponível em https://doi.org/10.17058/rea.v25i3.9525. Acesso em: 05/05/2023.

WAGNER, E.; CARNEIRO, J.P.Q. Construções Geométricas. **Coleção professor de Matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). 5ª Edição, 2005. Rio de Janeiro. ISBN: 85-244-0084-6

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa; revisão técnica: Nalú Farenzena. Porto Alegre: Penso, 2014

ZATTONI, R.; DALL'ACQUA T. **Prepara.** 2023. São Paulo. Editora: Somos Sistema de Ensino.

ANEXOS

Anexo A: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para Professores

Prezado(a) Professor (a), Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa a nível de Mestrado, sob a responsabilidade dos pesquisadores Profª. Delciana Góes da Silva (mestranda) e Prof. Dr. Miguel Chaquiam (orientador), vinculados à Universidade do Estado do Pará (UEPA), Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE). O objetivo desta pesquisa é propor alternativas metodológicas de ensino que venham minimizar as dificuldades de aprendizagem em Matemática. A sua colaboração será em participar das tarefas que iremos propor. Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa poderão ser publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Você não terá nenhum gasto ou ganho financeiro por participar da pesquisa. Também não envolve nenhum risco de qualquer natureza. Os benefícios serão de cunho acadêmico, objetivando melhorias no processo de ensino e aprendizagem de matemática na Educação Básica. Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento, sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você, contendo a sua assinatura e a assinatura de seu responsável. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com os pesquisadores: DELCIANA GÓES DA SILVA (delciana.goes@gmail.com) ou MIGUEL CHAQUIAM (miguelchaquiam@gmail.com). Você poderá também entrar em contato com a Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Bairro: Telégrafo sem Fio. Belém - Pará - CEP: 66113 - 010.

Ananindeua, _______ de _______________ de 2023.

____

Assinatura do pesquisador

Eu, professor (a) ____, aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____

Assinatura do (a) professor (a) participante

Anexo B - QUESTIONÁRIO PROFESSORES

Prezados (as) professores (as), meu nome é Delciana Góes, sou estudante do Curso de Mestrado Profissional do ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, a fim de gerar dados acerca dos docentes de matemática, com a finalidade de futuramente elaborar produtos educacionais que possam ajudar no ensino mais dinâmico de matemática na educação básica.

Para efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

Nome Completo: ____

Titularidade:

( ) Ensino Superior ( ) Especialização ( ) Mestrado ( ) Doutorado

1 – Os conteúdos matemáticos disciplinares são selecionados com base:

( ) Diretrizes da Rede de Ensino Pública ou Privada.

( ) Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

( ) Livro Didático

( ) Planejamento escolar entre os pares e coordenação pedagógica.

( ) Outro. Qual? ____

2 – De um modo geral, em suas aulas, você inicia os conteúdos novos:

( ) Revisando os pré-requisitos, seguido da apresentação dos novos conceitos; definições, exemplos e atividades.

( ) Apresentando os conceitos novos e definições, seguido de exemplos e atividades.

( ) Com uma situação do cotidiano para depois apresentar os novos conceitos e definições, seguido de exemplos e atividades.

( ) Com uma situação de modelagem matemática, seguida de análise do modelo até obter as definições matemáticas e posterior exemplos e atividades.

( ) Com atividades lúdicas, seguida de apresentação dos conceito e definição, finalizando com exemplos e atividades.

( ) De outra forma. Qual? ____

3 – De um modo geral, você consolida os conteúdos ministrado por meio:

( ) Atividades constantes no livro didático

( ) Lista de atividades selecionadas

( ) Atividades para serem desenvolvidas em grupo

( ) Indicação de pesquisas sobre os conteúdos abordados (biblioteca ou internet)

( ) Outros meios. Quais? ____

4 – A(s) forma(s) de avaliação(ões) mais recorrente(s) que você faz uso é (são):

( ) Apenas prova individual escrita

( ) Prova individual escrita e resolução de atividades indicadas

( ) Prova individual escrita e aplicação de trabalhos em grupo ou individual

( ) Participação durante o processo de ensino, prova individual e resolução de atividades

( ) Outros. Qual? ____

5 – De um modo geral, a dificuldade mais evidenciada durante o processo de ensino é:

( ) Falta de pré-requisito para o desenvolvimento do conteúdo

( ) Não compreensão dos conceitos, definições e propriedades

( ) Aplicação de conceitos, definições e propriedades na resolução de atividades

( ) Apatia dos alunos

( ) Outra. Qual? ____

6 – A(s) dificuldade(s) que você percebe ao trabalhar semelhança de triângulo é (são):

( ) Pré-requisitos mínimos não consolidados

( ) Compreensão dos conceitos, definições e propriedades

( ) Realizar interpretações e transformações entre as linguagens matemática e materna

( ) Aplicar conceitos, definições e propriedades na resolução de atividades

( ) Outra(s). Qual(is)? ____

7 – Que metodologia geralmente faz uso ao trabalhar semelhança de triângulos?

( ) Apenas aula expositiva dialogada

( ) Aula expositiva dialogada com uso do livro didático

( ) Sequências didáticas

( ) Materiais manipuláveis concretos ou virtuais

( ) Outro(s). Qual(is)? ____

Questões sobre o objeto de conhecimento (Semelhança de Triângulos)

8 - Preencha o quadro a partir das suas experiências e percepções em relação aos conteúdos relacionados a semelhança de triângulos.

Semelhança de triângulos e conteúdo correlacionados	**Percepção quanto ao grau de dificuldade**				
	Nenhuma ou pouca 0% - 20%	Pontualmente 21% - 40%	Em parte 41% - 60	Na maioria das vezes 61% - 80%	Integralment e ou totalmente 81% - 100%
Ângulos congruentes					
Segmentos congruentes					
Segmentos proporcionais					
Homotetia do triângulo					
Correspondência entre vértices de dois triângulos					
Correspondência entre ângulos de dois triângulos					
Triângulos semelhantes					
Razão de semelhança					
Casos Semelhança Ângulo - Ângulo - ângulo (AAA)					
Casos Semelhança Lado - Ângulo - Lado (LAL)					
Casos Semelhança Lado - Lado - Lado (LLL)					
Aplicação dos conceitos, definições e propriedades					

Anexo C - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para Alunos

Prezado(a) Aluno(a), Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa a nível de Mestrado, sob a responsabilidade dos pesquisadores Profª. Delciana Góes da Silva (mestranda) e Prof. Dr. Miguel Chaquiam (orientador), vinculados à Universidade do Estado do Pará (UEPA), Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM). O objetivo desta pesquisa é propor alternativas metodológicas de ensino que venham minimizar as dificuldades de aprendizagem em Matemática. A sua colaboração será em participar das tarefas que iremos propor a você. Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa poderão ser publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Você não terá nenhum gasto ou ganho financeiro por participar da pesquisa. Também não envolve nenhum risco de qualquer natureza. Os benefícios serão de cunho acadêmico objetivando melhorias no processo de ensino aprendizagem de matemática na Educação Básica. Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você, contendo a sua assinatura e de seu responsável. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com os pesquisadores: DELCIANA GÓES DA SILVA (delciana.gdsilva@aluno.uepa.br) ou MIGUEL CHAQUIAM (miguelchaquiam@uepa.br). Você poderá também entrar em contato com a Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Bairro: Telégrafo sem Fio. Belém - Pará - CEP: 66113 - 010.

Ananindeua, _______ de _______________ de 2023

____

Assinatura do pesquisador

Eu, aluno (a) ____, aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____

Assinatura do (a) aluno (a) participante

____

Assinatura do responsável legal

Anexo D - QUESTIONÁRIO DOS ALUNOS

Prezados (as) Estudante (s), meu nome é Delciana Góes, sou estudante do Curso de Mestrado Profissional do ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Estou desenvolvendo uma pesquisa, a fim de gerar dados acerca dos alunos do 1º Ano sobre o conteúdo semelhança de triângulos, com a finalidade de futuramente elaborar produtos educacionais que possam ajudar no ensino mais dinâmico de matemática na educação básica.

Para efetivação da referida pesquisa, é importante sua participação ao responder às questões a seguir. Ressalto que sua identificação será preservada e que as informações serão utilizadas para fins acadêmicos.

Idade:______ anos

1. O seu interesse pela Matemática é:

( ) Nenhum ou pouco interesse (0% - 20%)
( ) Pontualmente, apenas nos momentos (21% - 40%)
( ) Parcialmente, quando entendo os conteúdos (41% - 60%)
( ) Na maioria das vezes (61% - 80%)
( ) Total, independente dos conteúdos (81% - 100%)

2. Com que frequência você estuda conteúdos matemáticos fora da escola?

( ) Não estudo fora do horário escolar
( ) Pontualmente, apenas durante o período de avaliação
( ) Apenas quando tem atividades ou trabalhos
( ) Em parte, duas a três vezes durante a semana
( ) Todos os dias úteis da semana

3. Quem lhe ajuda nas atividades envolvendo conteúdos matemáticos?

( ) Ninguém
( ) Membro da familiar
( ) Amigo(a)
( ) Professor particular
( ) Outro. Quem? __________

4. Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de Matemática na escola?

( ) Nenhuma ou pouca (0% - 20%)
( ) Pontualmente (21% - 40%)
( ) Em parte (41% - 60%)
( ) Na maioria das vezes (61% - 80%)
( ) Integralmente ou totalmente (81% - 100%)

5. Os conteúdos matemáticos são ministrados por meio de:

( ) Aula expositiva dialogada
( ) Aula expositiva dialogada e uso do livro didático
( ) Materiais manipuláveis concretos ou virtuais
( ) Sequências de atividades orientadas
( ) Outro(s). Qual(is)? ___________

6. O desenvolvimento das aulas segue:

( ) Revisão dos pré-requisitos, seguido da apresentação dos novos conceitos; definições, exemplos e atividades.
( ) Apresentação dos conceitos novos e definições, seguido de exemplos e atividades.
( ) Apresentação de uma situação do cotidiano para depois apresentar os novos conceitos e definições, seguido de exemplos e atividades.
( ) Apresentação de uma situação de modelagem matemática, seguida de análise do modelo até obter as definições matemáticas e posterior exemplos e atividades.
( ) Apresentação de atividades lúdicas, seguida de apresentação dos conceito e definição, finalizando com exemplos e atividades.
( ) De outra forma. Qual? ______________________________

7. A consolidação dos conteúdos matemáticos ocorre por meio de:

( ) Atividades constantes no livro didático
( ) Lista de atividades selecionadas
( ) Atividades para serem desenvolvidas em grupo
( ) Indicação de pesquisas sobre os conteúdos abordados (biblioteca ou internet)
( ) Outros meios. Quais? ________________________________

8. Com quais atividades você costuma ser avaliado em Matemática? (Marque mais de uma opção se necessário)

( ) Apenas prova individual escrita
( ) Prova individual escrita e resolução de atividades indicadas
( ) Prova individual escrita e aplicação de trabalhos em grupo ou individual
( ) Participação durante o processo de ensino, prova individual e resolução de atividades
( ) Outros. Qual? __________________________________

9. Preencha o quadro a partir das suas experiências e percepções em relação aos conteúdos relacionados a semelhança de triângulos.

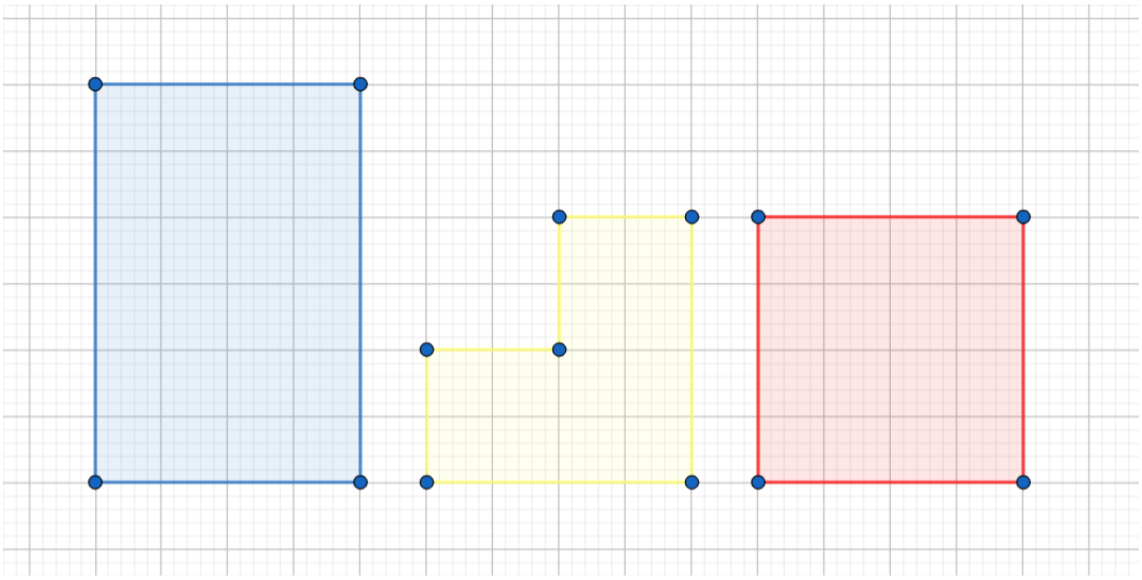
Semelhança de triângulos e conteúdo correlacionados	Percepção quanto ao grau de dificuldade				
	Nenhuma ou pouca 0% - 20%	Pontualmente 21% - 40%	Em parte 41% - 60	Na maioria das vezes 61% - 80%	Integralmente ou totalmente 81% - 100%
Ângulos congruentes					
Segmentos congruentes					
Segmentos proporcionais					
Homotetia do triângulo					
Correspondência entre vértices de dois triângulos					
Correspondência entre ângulos de dois triângulos					
Triângulos semelhantes					
Razão de semelhança					
Casos Semelhança Ângulo - Ângulo - ângulo (AAA)					
Casos Semelhança Lado - Ângulo - Lado (LAL)					
Casos Semelhança Lado - Lado - Lado (LLL)					
Aplicação dos conceitos, definições e propriedades					

Anexo E – UARC 1: AMPLIAÇÃO E REDUÇÃO DE FIGURAS PLANAS

EQUIPE: ____

ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____

(Ia) Faça uma ampliação (dobro do lado) e uma redução (metade do lado) de cada uma das figuras apresentadas. Usando o papel quadriculado.



(Ir) Quais são as medidas da largura e do comprimento de cada uma das figuras?

Figura	Figura Ampliada		Figura Original		Figura Reduzida	
	Largura	Comprimento	Largura	Comprimento	Largura	Comprimento
A						
B						
C						

(Ie) Preencha o quadro a seguir determinando as razões indicadas

Figura	RAZÃO RENTRE AS LARGURAS		RAZÃO ENTRE OS COMPRIMENTOS	
	Redução/Original	Original/Redução	Redução/Original	Original/Redução
A				
B				
C				

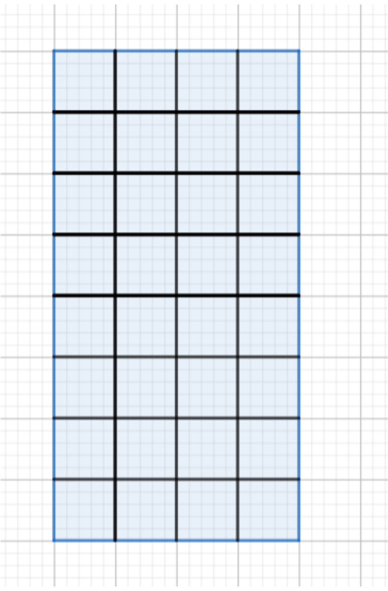
(Ir) O que você observa em relação as razões encontradas no quadro acima?

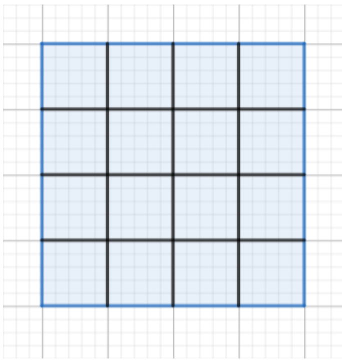
____

____

____

(Ie) Desenhe uma ampliação de modo que as razões entre as medidas da ampliação e original e outra de modo que a razão entre as medidas da redução e original sejam medidas que sejam triplicadas e uma redução de modo que as medidas sejam reduzidas a um quarto em relação às figuras Abaixo:

a) 

b) 

(Ie) O que aconteceu com o comprimento da figura? O que aconteceu com a largura?

____

____

(Ie) A quais conclusões vocês chegaram?

(If)____

____

____

____

(Ia_R) Exercício de semelhança de Figuras

Desenhe um triângulo retângulo cujas medidas dos catetos são 6cm e 8 cm. Faça uma ampliação (dobro) e uma redução (metade), indicando as medidas dos novos triângulos. (Use o papel quadriculado).

ANEXO F – UARC 2: CRITÉRIO LADO-LADO-LADO (L.L.L.)

EQUIPE: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____

(Ii) Faça as medições dos triângulos que você recebeu.

(Ie) Use o quadro abaixo para sistematizar os dados das medições que foram realizadas.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triângulo A			
Triângulo B			
Triângulo C			
Triângulo D			

(Ie) Olhando para as medidas dos lados, faça as razões entre os lados dos triângulos dados. Dois a dois.

	Triângulo A	Triângulo B	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ A}{lado\ triângulo\ B}$	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ B}{lado\ triângulo\ A}$
Lado 1				
Lado 2				

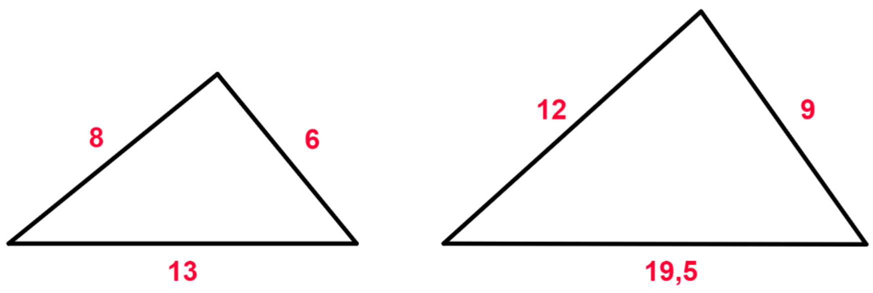
(Ie) Preencha o quadro abaixo para os outros triângulos restantes.

	Triângulo C	Triângulo D	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ C}{lado\ triângulo\ D}$	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ D}{lado\ triângulo\ C}$
Lado 1				
Lado 2				

(I_R) O que podemos concluir em relação às razões encontradas no quadro anterior?
____
____

(I_f)Definição:____
____

(IA) Verifique se os triângulos abaixo são semelhantes:



ANEXO G – UARC 3: CRITÉRIO LADO-ÂNGULO-LADO (L.A.L)

EQUIPE: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____

(Ii) Faça a fixação de dois palitos, na base de isopor e utilize a lanterna para simular a luz do sol sobre os palitos. Registre o tamanho das sombras de cada uma das posições que foram projetadas com a régua, e o outro faz o processo de anotação na tabela abaixo, e um quarto aluno deve fazer o registro do desenho das figuras que foram surgindo ao longo da atividade.

(Ie) Vamos preencher a tabela abaixo, com base nas observações que foram realizadas na Intervenção inicial.

Projeção	Medida da Sombra do Palito maior (L2)	Medida da Sombra do Palito menor (L1)	Ângulo Entre os lado 1 e lado 2	Razão entre $\frac{L1}{L2}$
Figura 1				
Figura 2				
Figura 3				

Após o preenchimento da tabela cima, os alunos serão levados a responder alguns questionamentos sobre as atividades que foram realizadas.

(Ir) Qual a figura geométrica vocês conseguiram visualizar ao projetar a lanterna sobre os palitos?

____

____

(Ir) Você consegue perceber alguma relação entre a medida da sombra do palito menor e a medida da sombra do palito maior?

____

____

(Ir) Ao realizar a razão entre os lados quais resultados são encontrados? Eles são iguais?

____

____

____

(I_R) É possível identificar um mesmo fator (redução e ampliação) entre os lados das figuras estudadas?

____

____

(I_R) Qual fator (redução e ampliação) você encontrou ao fazer a razão entre os lados?

____

____

(I_R) A medida do ângulo formado pela sombra e o palito das figuras que foram medidas têm alguma relação?

(If) Definição:

(Ia_R) Atividade Avaliativa: Considere dois triângulos, Triângulo P e Triângulo Q. A tarefa é determinar se eles são semelhantes usando o critério de “Lado-Ângulo - Lado” (LAL) e, se forem encontrar a razão de semelhança.
Dados:
No triângulo P, o lado AB mede 4cm, o ângulo Â mede 50º e o ângulo BC mede 6 cm.
No triângulo Q, o lado DE mede 8 cm, o ângulo D mede 50º e o lado EF mede 12 cm.

Perguntas:

1 – Usando o critério de semelhanças “Lado-ângulo-Lado” (L.A.L), determine se os triângulos P e Q são semelhantes. Explique o seu raciocínio.

2 – Se os triângulos P e Q são semelhantes, encontre a razão de semelhança entre eles.

3 – Se os triângulos P e Q são semelhantes, calcule o comprimento do lado AC no triângulo P se o lado DF no triângulo Q medir 18 cm.

ANEXO H – UARC 4: CRITÉRIO ÂNGULO-ÂNGULO-ÂNGULO (A.A.A.)

EQUIPE: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____

Agora preencha a tabela abaixo:

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triângulo A			
Triângulo B			

(Ir) O que você percebe em relação aos ângulos?

____

(Ir) Existe congruência entre os ângulos encontrados nos triângulos A e B?

____

(Ir) É possível estabelecer a razão entre os lados correspondentes dos triângulos?

____

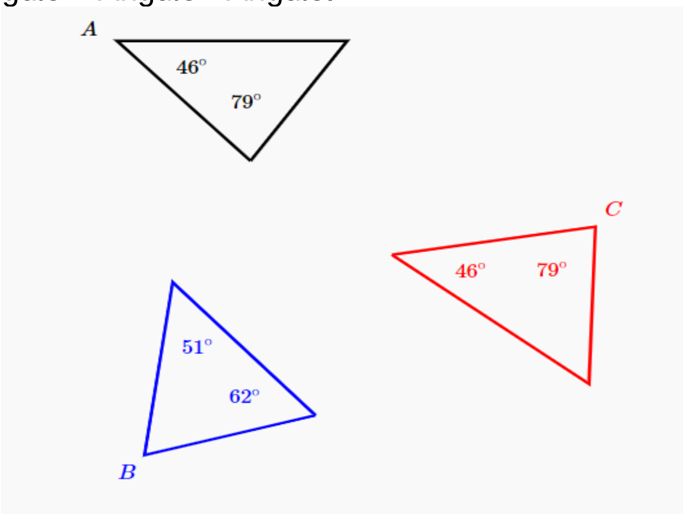
(Ir) Quais características foram mais destacadas após a análise dos triângulos?

____

(If) Intervenção formalizante:

____.

(Ia$_R$) Dado três triângulos, determine aqueles que são semelhantes, usando o critério de semelhança Ângulo – Ângulo - Ângulo.



Quais triângulos são semelhantes?

____
____

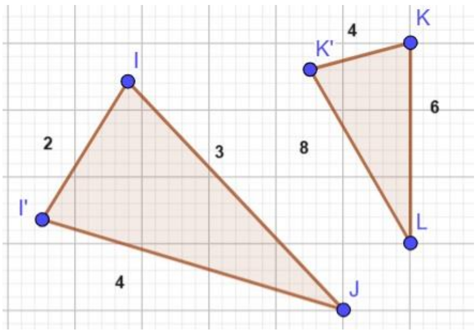
Anexo I – AVALIAÇÃO APLICATIVA

Solicitar que os alunos se dividam em duplas e desenvolvam as atividades propostas dentro do conhecimento sobre semelhança de triângulos

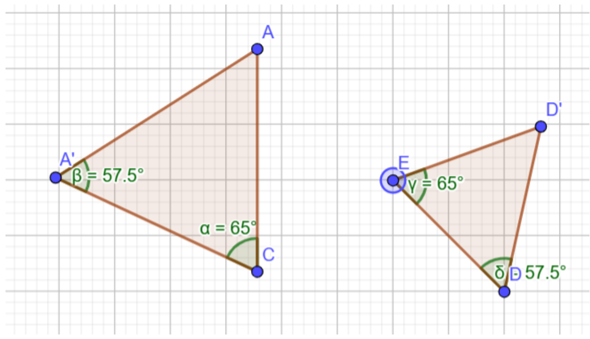
(Ii) Solicitar que os alunos respondam a seguinte atividade sobre semelhança de triângulos.

1 – Os pares de triângulos abaixo são semelhantes?

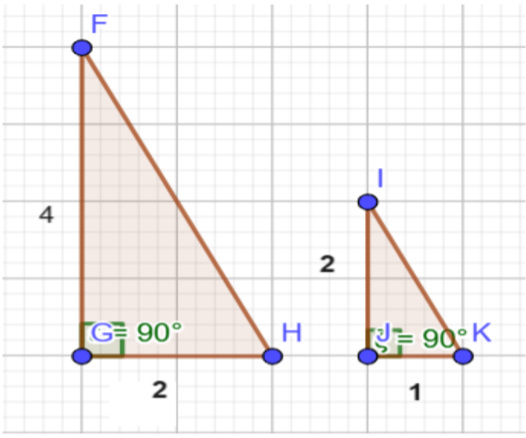
a)



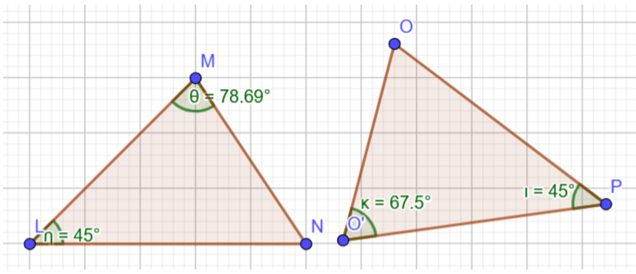
b)



c)



d)



(Ie) Solicitar que os alunos registrem os cálculos utilizados no processo de resolução das atividades. E preencham a tabela abaixo:

Exercício	Qual critério de semelhança de triângulos foi utilizado?
Atividade a	( ) LLL ( ) LAL ( ) AA ( ) N.D.A
Atividade b	( ) LLL ( ) LAL ( ) AA ( ) N.D.A
Atividade c	( ) LLL ( ) LAL ( ) AA ( ) N.D.A
Atividade d	( ) LLL ( ) LAL ( ) AA ( ) N.D.A

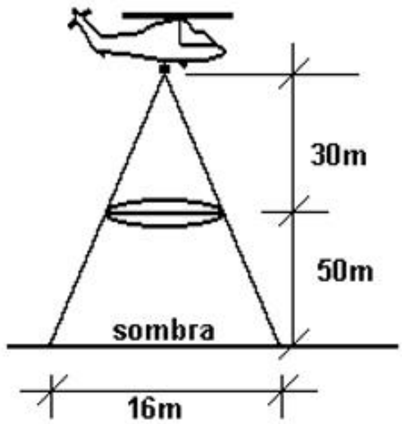
Após preencher a tabela, será solicitado que os estudantes reflitam sobre a forma de resolução das questões apresentadas.

(Ir) Você acredita que as atividades anteriores auxiliaram vocês a resolverem as três questões apresentadas?

(Ir) Qual o grau de dificuldade na resolução das questões apresentadas?
Após resolver os exercícios serão solicitados que os alunos dialoguem sobre as resoluções apresentadas e quais caminhos utilizaram para resolver as questões e refletirem sobre os questionamentos acima.

(If) É o momento em que o professor chegar à conclusão através da fala dos alunos se a sequência didática aplicada ajudou no processo de aprendizagem.

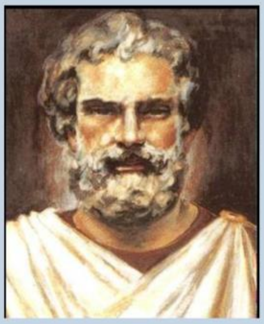
(IA_A) Numa cidade do interior, à noite, surgiu um objeto voador não identificado, em forma de disco, que estacionou a 50 m do solo, aproximadamente. Um helicóptero do exército, situado a aproximadamente 30 m acima do objeto, iluminou-o com um holofote, conforme mostra a figura anterior. Sendo assim, pode-se afirmar que o raio do disco mede, em m, aproximadamente:



a) 3,0 m b) 3,5 m c) 4,0 m d) 4,5 m

Anexo J – TEXTO TALES DE MILETO

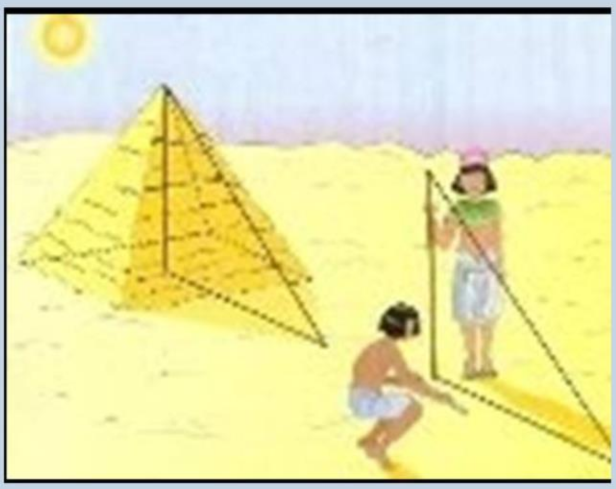
Tales de Mileto



Tales de Mileto foi o primeiro matemático grego e é considerado um dos sete sábios da antiguidade. Nasceu por volta do ano de 640 a.C e faleceu em 550 a.C. em Mileto Cidade da Asia Menor.

A história da altura da Pirâmide

Um fato de grande importância, que ocorreu durante a sua estada no Egito, foi que o Faraó solicitou que Tales calcula-se a altura da pirâmide Quéops. Tales resolveu o problema, espetando uma vara perpendicular ao chão e esperou que as sombras tivesse o comprimento igual ao da vara. Então disse ao colaborador: "Vá mede depressa a sombra da pirâmide e seu comprimento é igual a altura da pirâmide"



Tales tendo observado que os raios solares que chegavam a Terra estavam numa posição inclinada e eram paralelas concluiu que no mesmo instante a razão entre a altura do objeto e o comprimento de sua sombra era sempre o mesmo para qualquer objeto

Anexo K – FOTOS DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

APÊNDICE

Apêndice A – LISTA DE EXERCÍCIO DE CONHECIMENTO PRÉVIO

1. O Segmento AB = 4cm e o segmento CD = 8cm. A razão entre eles é:

a) 1/4
b) 2/2
c) 3/2
d) ½

2. O segmento EF= 3 cm e o segmento GH = 9 cm. A razão entre eles é:

a) 1/3
b) 2/3
c) 1/2
d) 3/2

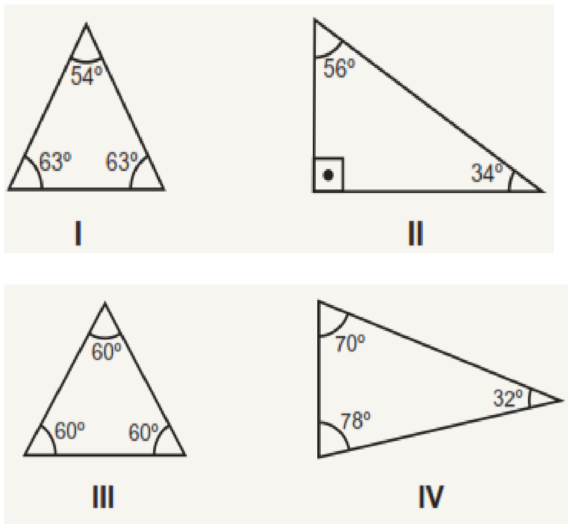
3. A razão entre a altura de um poste e a altura de uma árvore é 3/4. Se o poste mede 7,5 cm. A altura da árvore é de:

a) 8 m
b) 10 m
c) 12 m
d) 14 m

4. A razão entre a altura de uma pessoa e a altura de uma caixa d'agua é de 3/5. Se a pessoa tem 1,8 m de altura. A altura da caixa d'agua será de:

a) 5m
b) 4m
c) 3m
d) 2m

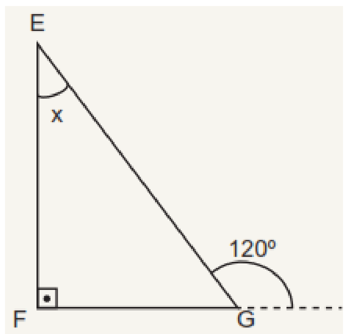
5. (SAEPE). Observe os triângulos abaixo.



Qual desses triângulos é equilátero?

a) I
b) II
c) III
d) IV

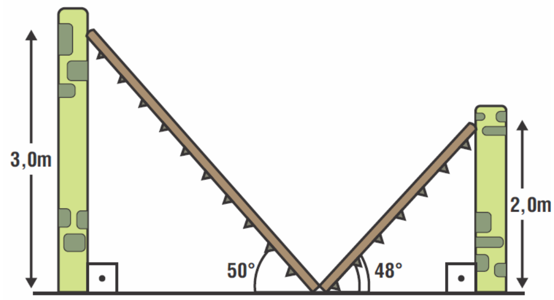
6. (SAEP) Observe o triângulo EFG abaixo, retângulo em F.



Quanto mede o ângulo x desse triângulo?

a) 30º
b) 60º
c) 90º
d) 120º

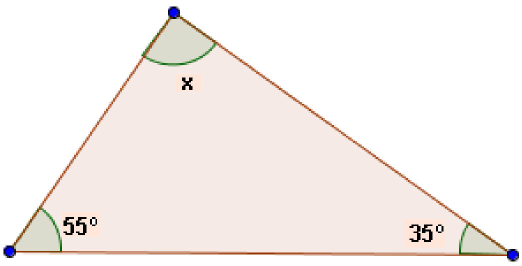
7. Duas escadas estão encostadas em dois muros, como mostra na figura abaixo.



Quanto medem os ângulos formados pela escada maior e menor encostadas no muro.

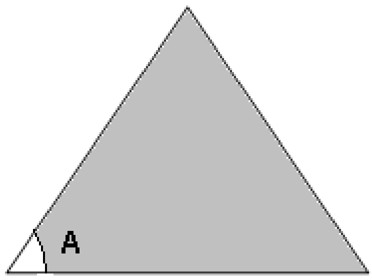
a) 90° e 90°.
b) 50° e 48°.
c) 40º e 42º
d) 30º e 20º

8. De acordo com o triângulo abaixo, assinale a alternativa correta:



a) O valor de **x** é 90° e este é um triângulo retângulo.
b) O valor de **x** é 80° e este é um triângulo acutângulo.
c) O valor de **x** é 75° e este é um triângulo escaleno.
d) O valor de **x** é 55° e este é um triângulo isósceles.

9. (Saego 2011). Uma aluna desenhou o seguinte triângulo eqüilátero no caderno, como indica a figura abaixo.



O valor do ângulo A é

a) 30º
b) 180º
c) 60º
d) 120º

10. (Prova Rio). O carro de José apresentou um problema e ele teve que parar. Obedecendo às Leis de Trânsito, ele usou o sinalizador chamado triângulo para avisar aos outros carros, na estrada, que seu carro estava enguiçado.

Neste sinalizador, os três ângulos têm a mesma medida, portanto cada um deles mede

a) 45°.
b) 60º.
c) 90º
d) 180º

Apêndice B – OFICINA DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Razão e Proporção

Razão: Dados dois números racionais *a* e *b* **,** com b≠0, denomina-se razão entre a e b ou razão de a para b o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a : b$.

A razão $\frac{a}{b}$ ou $a : b$ pode ser lida da seguinte maneira: razão de a para b ou a está para b.

Exemplos:
a) Em um jogo de basquete, determinado jogador fez 23 dos 92 pontos marcados pela sua equipe em certa partida. A razão entre o número de pontos feito pelo jogador e o total de pontos da partida é dada por:

$\frac{23}{92} = \frac{1}{4}$.

b) João estava treinando pênaltis caso precisasse na final dos jogos de futebol escolares. Sabendo que de 14 chutes ao gol ele acertou 6, qual a razão do número de acertos para o total de chutes?

$\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$.

c) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.
$\frac{8}{2000} = \frac{1}{250}$ ou 1:250

Proporção: É a igualdade entre duas razões. Segundo a propriedade da proporção temos:
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \, x \, d = b \, x \, c$

Exemplos:

a) Em uma seleção, a razão entre o número de homens e mulheres candidatos a vaga é 4/7. Sabendo que 32 candidatos são do sexo masculino, o número total de participantes na seleção é:

$\frac{4}{7} = \frac{32}{x} \Leftrightarrow 4x = 32 \, . \, 7$ Logo $x = 56$. Então o número de participantes é 88.

b) Em uma maquete de um condomínio, um de seus prédios de 80 metros de altura está com apenas 48 centímetros. A altura de um outro prédio de 110 metros nessa maquete, mantidas as devidas proporções, em centímetros, será de
$\frac{48}{80} = \frac{x}{110} \Leftrightarrow 80x = 48 \, . \, 110$ Logo $x = 66$. Então a altura é de 66cm

c) A razão entre o peso de uma pessoa na Terra e o seu peso em Netuno é 5/7. Dessa forma, o peso de uma pessoa que na terra pesa 60 kg, em Netuno será qual valor?

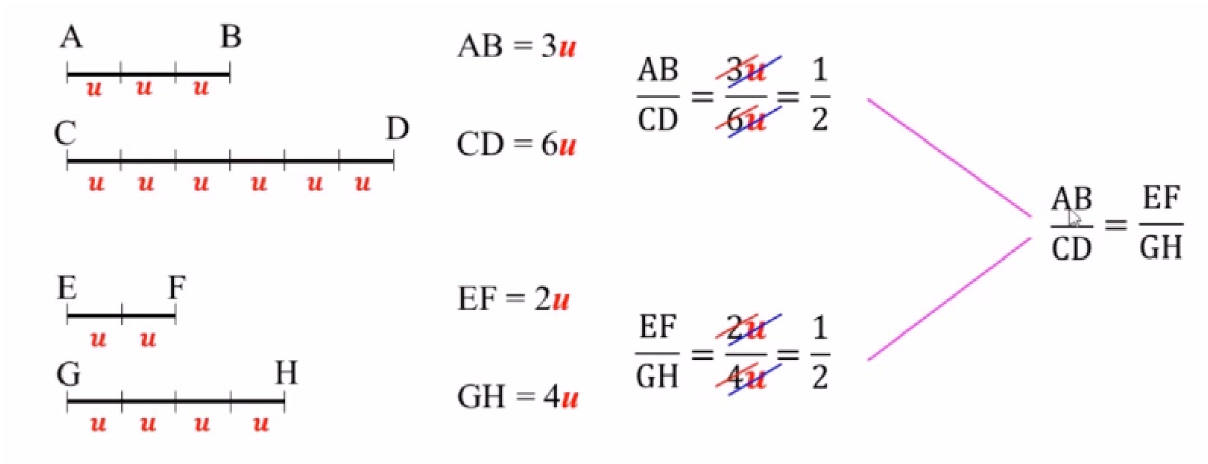
$\frac{5}{7} = \frac{60}{x} \Leftrightarrow 5x = 60 \,.\, 7$ Logo $x = 84$. Então o peso da pessoa em Netuno é de 84kg

Segmentos Proporcionais:

Os segmentos proporcionais utilizam-se do mesmo conceito de razão e proporção, conforme podemos visualizar a seguir

Razão: A razão entre dois segmentos é o quociente entre as suas medidas, tomadas na mesma unidade.

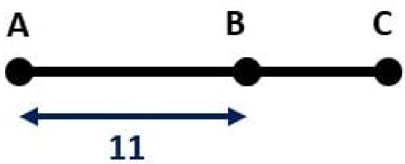
Proporção: É a igualdade entre duas razões



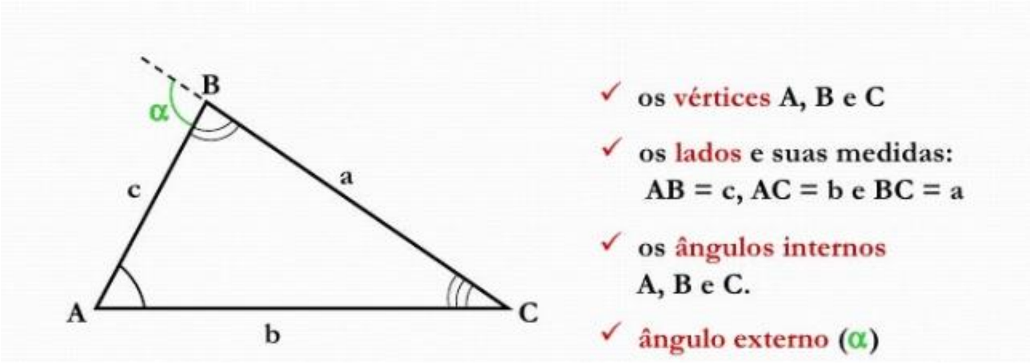
Exemplos:

a) Os segmentos $\overline{AB}, \overline{CD}, \overline{EF}$ e $\overline{GH}$ são, nessa ordem, segmentos proporcionais. Determine a medida de $\overline{CD}$ sabendo que $\overline{AB} = 5$, $\overline{EF} = 7,5$ e $\overline{GH} = 13,8$.

b) Determine $\overline{BC}$ sabendo que $\frac{\overline{AB}}{7} = \frac{\overline{BC}}{4}$ e que:



Triângulos: É um polígono de 3 lados. Que possui três ângulos internos cuja soma resulta em 180º. Como podemos verificar na figura abaixo.



Os triângulos podem ser classificados de duas formas: Quanto a medida dos seus lados e a medida dos seus ângulos. De acordo com as tabelas abaixo:

Classificação do triângulo de acordo com os lados

Triângulos		
Equilátero	**Isósceles**	**Escaleno**
Quando os três lados têm medidas iguais	Quando dois lados do triângulo têm medidas iguais	Quando os três lados do triângulo têm medidas diferentes

Classificação do triângulo de acordo com os ângulos internos

Triângulos		
Acutângulo	**Retângulo**	**Obtusângulo**
Quando os três ângulos internos são agudos (menores que 90º)	Quando um dos ângulos internos é igual 90º (ângulo reto)	Quando um dos ângulos internos é obtuso (a medida é maior que 90º e menor que 180º).

Após as aulas da oficina, retornaremos para resolver os exercícios de conhecimentos prévios para fazer o processo de consolidação dos conhecimentos.

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA