Produto Educacional

ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Delciana Góes da Silva

Miguel Chaquiam

2024

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: **"ENSINO DE SEMELHANÇAS DE TRIÂNGULO COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS".**

Mestranda: **DELCIANA GOÉS DA SILVA**

Data da avaliação: **18/04/2024**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

(X) Estudantes do Ensino Fundamental ( ) Estudantes do Ensino Médio
( ) Professores do Ensino Fundamental ( ) Professores do Ensino Médio
( ) Outros: ______________________________

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

(X) Sequência Didática ( ) Página na Internet ( ) Vídeo
( ) Texto Didático (alunos/professores) ( ) Jogo Didático ( ) Aplicativo
( ) Software ( ) Outro: ______________________

b) *Possui URL:* (X) Sim, qual o URL: ______________________
( ) Não ( ) Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

(X) Sim
( ) Não. Justifique? ______________________

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

(X) Sim
( ) Não. Justifique? ______________________

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

(X) Sim
( ) Não. Justifique? ______________________

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Possui sumário:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
b) *Possui orientações ao professor:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
c) *Possui orientações ao estudante:*	( ) Sim	( ) Não	(X) Não se aplica
d) *Possui objetivos/finalidades:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
e) *Possui referências:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
f) *Tamanho da letra acessível:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica

a) *Foi aplicado?*

(X) Sim, onde: Escola Municipal de Ananindeua (PA)

( ) Não, justifique: ______________________

( ) Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(X) Sim, onde: Instituições de Ensino Fundamental

( ) Não, justifique: ______________________

( ) Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

(X) Sim, onde: Escola Municipal de Ananindeua (PA)

( ) Não, justifique: ______________________

( ) Não se aplica

d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

( ) na escola, como atividade regular de sala de aula

(X) na escola, como um curso extra

( ) outro: ______________________

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

(X) Alunos do Ensino Fundamental

( ) Alunos do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental

( ) Professores do Ensino Médio

( ) outros membros da comunidade escolar, tais como ______________________

( ) outros membros da comunidade, tais como ______________________

O produto educacional foi considerado:

(X) APROVADO ( ) APROVADO COM MODIFICAÇÕES ( ) REPROVADO

MEMBROS DA BANCA Assinaturas

Prof. Dr. Miguel Chaquiam (Presidente)
Doutor em Educação
IES de obtenção do título: UFRN

Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral (Examinador 01)
Doutor em Ciências Humanas
IES de obtenção do título: PUC/RJ

Prof. Dr. Marcos Fabrício Ferreira Pereira (Examinador 02)
Doutor em Educação, Ciências e Matemática
IES de obtenção do título: UFPA

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Silva, Delciana Goés da

Ensino de semelhança de triângulo com materiais manipuláveis / Delciana Góes da Silva, Miguel Chaquiam - Belém, 2024.

ISBN:

Produto educacional vinculado à dissertação “Ensino de semelhança de triângulo com materiais manipuláveis” do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, Belém, 2024.

1.Ensino de matemática. 2.Triângulos-Estudo e ensino. 3.Prática de ensino I. Chaquiam, Miguel. II. Título.

CDD. 23º ed.512

Regina Coeli A. Ribeiro – CRB-2/739

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este Produto Educacional foi desenvolvido com base na pesquisa que resultou na dissertação intitulada o *Ensino de Semelhança de triângulos com materiais manipuláveis*, disponível no link[1] abaixo, entregue como requisito para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM), da Universidade do Estado do Pará (UEPA), curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.

É de conhecimento de muitos que o ensino de geometria no Brasil de certa forma vem sendo deixado de lado nas aulas de matemática, e com isso os resultados dos alunos nas avaliações externas acabam apresentando índices insatisfatórios. Diante disso, percebemos a importância de se trabalhar o conteúdo *semelhança de triângulos*, de um modo que as atividades desenvolvidas sejam práticas, colaborativas e interativas, a fim de envolver os alunos em seu processo de aprendizagem. Por conta disso, compreendemos a necessidade de se desenvolver produtos educacionais que permitam esse processo de interação entre os educandos.

Logo, o objetivo deste produto educacional é contribuir como recurso pedagógico disponível aos professores de matemática da Educação Básica no processo de ensino de conteúdos relacionados à semelhança de triângulos.

No sentido de corroborar com o processo de pesquisa e elaboração das atividades, foi efetuada uma revisão de literatura no que se refere ao ensino e a aprendizagem de semelhança de triângulos, principalmente nos trabalhos que fizeram uso de materiais manipuláveis.

Como base teórica, nos apropriamos da proposta de Cabral (2017) para estruturar as atividades baseadas na UARC, bem como em teorias de Zabala (2014); Oliveira (2013) e Brousseau (2008), com sua teoria das situações didáticas.

Ao longo desta pesquisa, nos aprofundamos em uma revisão da literatura publicada nos últimos cinco anos, com vistas a obter subsídios para a elaboração de atividades que pudessem sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem de semelhança de triângulos. Ademais, foram ouvidos professores e alunos egressos do ensino médio para identificar suas

---

[1] Link – www.dissertação.com.br

percepções quanto às dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizagem deste conteúdo matemático.

Com a atenção voltada para o livro didático, verificamos metodologias usualmente abordadas nas aulas de matemática e suas eventuais fragilidades frente às dificuldades identificadas, fato que nos levou a elaborar atividades que pudessem minimizar os pontos nefrálgicos.

Sendo assim, o presente produto educacional tem por objetivo contribuir para a formação continuada de professores, bem como dar suporte a estes em relação aos conteúdos envolvidos nas atividades de semelhança de triângulos e está organizado da seguinte forma: Introdução, aportes teóricos e metodológicos, que serviram como base para o processo de construção das atividades que irão compor a sequência didática; abordagem e definição da sequência didática, para uma melhor compreensão dos educadores, exposição da Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual e da semelhança de triângulos, explicitando como este conteúdo é referenciado nos documentos oficiais; apresentações dos critérios de semelhança de triângulos e da homotetia e, ainda, as orientações aos professores sobre a utilização das atividades propostas sobre semelhança de triângulos.

2. APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

A Didática da Matemática procura observar como o processo de ensino de matemática deve ser desenvolvido, de forma a fazer com que a aprendizagem seja processada de maneira efetiva. Nesse sentido, faz-se necessário um aprofundamento sobre os vários modos como a matemática deve ser ensinada, isto porque, de acordo com Almouloud (2010, *apud* Barbosa, 2016, p.14), “a didática da matemática é a ciência que tem por objetivo investigar os fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem de matemática e o estudo de condições que favorecem a sua aquisição pelos alunos”.

Suleiman (2015) demonstra como a didática é importante para o processo de ensino da matemática, pois de acordo com Brousseau (2008, p. 53), a didática da matemática é a “ciência das condições de transmissão e apropriação dos conhecimentos matemáticos úteis aos homens e as suas instituições”. Logo, ao modelar o processo de transmissão de conhecimento, o professor cria uma situação didática.

A teoria da didática da matemática desenvolveu-se na França após a criação de Institutos de Pesquisas em Matemática, que eram compostos de vários profissionais envolvidos com a educação Matemática, com força principalmente na formação de professores da referida disciplina. Segundo Dorier (2014, *apud* Antunes, Merli & Nogueira, 2019, p. 6), “os profissionais utilizavam as obras de Piaget como referencial teórico”. Um dos mentores desses Institutos foi o professor e pesquisador Brousseau, que desenvolveu a Teoria das Situações Didáticas, que consistia segundo Antunes, Merli & Nogueira (2019, p. 7) “na busca em compreender a interação entre os alunos, o professor e o saber em um ambiente da sala de aula”. Muitas outras teorias foram desenvolvidas a partir dessa teoria inicial, das quais temos, a teoria de Gérard Vergnaud (1933) denominada de Teoria dos Campos Conceituais que segundo Antunes, Merli & Nogueira (2019, p. 10) “é uma teoria psicológica que se refere ao desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, sobretudo quando ligado à aprendizagem escolar e ao trabalho”.

Muitas outras teorias dentro do campo da didática da matemática foram desenvolvidas, conforme Antunes, Merli & Nogueira (2019, p. 6), seguidas por outras, “posteriores ou contemporâneos, que fizeram avançar as teorias iniciais, particularmente as de Brousseau, como Michele Artigue (1988) (Engenharia Didática)". Artigue (1988) estabelece que esta sua teoria serve tanto como metodologia de investigação, como uma metodologia de sala de aula, visto que a engenharia didática busca desenvolver a aprendizagem, comparando-a com os afazeres de um engenheiro, que procura utilizar o seu conhecimento científico para realizar o seu trabalho. Ainda dentro da engenharia didática, foi desenvolvida a teoria de Régine Douady (1992) (Jogos de Quadros e Dialética ferramenta-objeto), que consiste em definir que a matemática pode mudar de ponto de vista de acordo com a maneira como a mesma é desenvolvida.

A teoria que também foi desenvolvida a partir dos conceitos de didática de Matemática, segundo Antunes, Merli & Nogueira (2019, p. 6), foi a de Yves Chevallard (1996), que trouxe a teoria dos sistemas didáticos formados pelo professor, pelo aluno e pelo saber, isto é, uma ampliação das teorias das situações didáticas baseada em sistemas didáticos e denominada teoria da Transposição Didática (TTD). Essa teoria busca explicar a dificuldade que alguns professores apresentam em transformar alguns conteúdos científicos em conteúdos compreensíveis para os alunos, de acordo com a sua faixa etária. Uma outra teoria complementar à supracitada é a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que busca estudar a relação de um determinado saber em uma determinada instituição com o estudo das práticas existentes nesta instituição.

Segundo Pommer (2008), a teoria das situações didáticas teve origem a partir da área de conhecimento denominada Didática da Matemática, iniciada através dos estilos desenvolvidos no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IIEM) no final da década de 1960, dentro do movimento da matemática moderna. Os autores que mais se destacam, segundo Pommer (2008), são Yves Chevallard (Teoria do Antropológico da Matemática), Regine Douady (Dialética Ferramenta – Objeto), Raymond Duval (Teoria dos registros das representações semióticas) e Gerard Vergnaud (Teoria dos Campos Conceituais), com destaque para Guy Brousseau, que contribuiu com o desenvolvimento das teorias das situações didáticas (1986), nas quais faremos um estudo mais aprofundado.

2.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Nesta seção, é apresentado um estudo sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de origem francesa. Com o objetivo de desenvolver uma sequência didática sobre o tema semelhança de triângulo, verificamos as vantagens de sua utilização, que de acordo com Zabala (1998 *apud* Pereira 2017) são:

> "Flexibilidade na ação docente de modo a permitir adaptações às necessidades apresentadas pelos alunos durante o desenvolvimento da sequência;
> Levar em consideração o conhecimento e as considerações dos alunos no decorrer da sequência;
> Oferecer ajuda de modo adequado aos alunos no sentido de fazer com que eles conheçam o que fazer, sintam-se seguros e confiantes com seus progressos e estimulados a enfrentar os obstáculos nos quais se depara, de maneira autônoma para alcançar as metas estabelecidas;
> Suscitar meios para a comunicação que possam regular a negociação e a participação de modo a criar um ambiente de respeito mútuo e o sentimento de confiança;
> Avaliar os alunos de acordo com suas evoluções individuais, levando em conta seus esforços, o ponto pessoal de partida, incentivando a autoavaliação para regulação da própria atividade. " (Pereira, p. 21, 2017)

De acordo com Barbosa (2016), a TSD encarrega-se de estudar os processos aos quais estão submetidos os conteúdos que atendem aos currículos dos programas escolares que constituem o saber escolar, um saber científico proveniente de um processo evolutivo. A saber, a noção de transposição didática era estudada apenas como uma ferramenta de resolução de problemas, mas a TSD traz reflexões da forma como se pode arquitetar e expor os conteúdos matemáticos aos educandos de maneira a se obter uma educação que tenha sentido e seja contextualizada para os estudantes.

Brousseua (1986, *apud* Barbosa, 2016), por sua vez, destaca que o aluno deve trocar informações com uma ou mais pessoas que serão os emissores e receptores, que trocam mensagens escritas ou orais, de forma que se crie as condições para que o conhecimento possa ser construído de maneira progressiva, e que seja utilizada uma linguagem compreensível por todos, considerando os objetivos e as relações matemáticas envolvidos nas situações didáticas.

Mas o que é a Teoria das Situações Didáticas? Elas são um:

> [...] conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (Brousseau, 1978 *apud* Almouloud, 2010 p.33)

Dentro do processo de institucionalização proposto por Brousseau (1986 *apud* Barbosa, 2016), a TSD deve ser feita no tempo exato, pois muito cedo pode interromper a construção do significado, impedindo a aprendizagem adequada, levando a uma dificuldade para os professores e alunos, e consequentemente, provocar um conjunto de comportamentos inadequados.

Por meio da TSD buscou-se analisar de forma mais aprofundada a forma como o processo de aprendizagem ocorria nas crianças, deixando este de ter apenas um olhar cognitivo, resultante dos estudos de Piaget. Brousseau (1986) ainda buscou observar como as particularidades da aprendizagem de cada conhecimento matemático se consolida através da estrutura formal e função lógica tão próprias do processo de aprendizagem da matemática.

Existem outras teorias desenvolvidas por Brousseau, como: a situação didática; a situação adidática, contrato didático, devolução e milieu (antagonismo aliado). Segundo Gálvez (1996, *apud* Pommer 2016), as teorias de Brousseau consistem no estudo da integração das dimensões epistemológicas, cognitivas e sociais no campo da Educação Matemática, permitindo compreender as interações sociais que ocorrem na sala de aula entre os alunos e professores, bem como as condições e a forma que o conhecimento matemático pode ser aprendido, permitindo reproduzir e otimizar processos de aquisição de conhecimento matemático escolar.

De acordo com Pommer (2016), para fazer o processo de modelagem da teoria das situações didáticas, Brousseau propôs o sistema conhecido *como triângulo didático*, que consiste na relação que ocorre entre o Professor, o Aluno e o Saber. Dentro dessa proposta é destacado que o papel do professor é fundamental, pois é o professor que faz o processo de iniciação do aluno no novo saber científico e permite a criação de situações de ensino propícias.

Brousseau (1986, *apud* Pommer, 2016) assegura que os alunos devem ser apresentados ao conhecimento de forma contextualizada e personalizada, num movimento de vivência do conhecimento pelo aluno. Esse conhecimento precisa ser contextualizado e descontextualizado de forma que os estudantes produzam seus próprios conhecimentos. Dentro da Teoria das Situações Didáticas é destacada a importância de o aluno ter um papel ativo no seu processo de aprendizagem, uma vez que as situações de aprendizagem ocorrem quando eles são instigados a dar respostas sobre os questionamentos levantados pelos professores. Diante desses questionamentos, eles buscam formular as suas próprias teorias e dessa forma o conhecimento vai se consolidando para ser novamente resgatado. O autor destaca ainda a importância de um *meio físico* para que o aluno possa se apropriar do objeto matemático que está sendo proposto.

Logo, a teoria das Situações Didáticas, de acordo com Nunes e Nunes (2019), consiste tanto em um modelo para fazer a análise do processo de ensino e aprendizagem como também pode ser utilizada para desenvolver o processo de construção de Sequências Didáticas. Estas serão desenvolvidas no próximo tópico desse trabalho.

2.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As sequências didáticas vêm se difundido dentro do processo de Didática das disciplinas que compõem o currículo escolar. A mesma passou a ser uma importante ferramenta de ensino, pois possibilitou que os docentes estruturassem os seus objetos matemáticos de forma a auxiliar os alunos a construir o seu conhecimento de maneira sistematizada e contínua, possibilitando também que eles pudessem consolidar os conhecimentos para serem utilizados em outros momentos de suas vidas, tornando o ensino positivo e o aprendizado assimilado de forma assertiva.

Segundo Nunes e Nunes (2019), a sequência didática ganhou destaque entre pesquisadores de pós-graduação e professores da educação básica. No processo de construção de uma sequência didática, alguns questionamentos são levantados, entre os quais podemos destacar: Qual tempo necessário para a construção de uma sequência didática? Ela deve seguir uma ordem linear? Qual a frequência de uso? E o principal questionamento: Como construir a sequência de forma articulada?

Conforme os autores acima, responder a esses questionamentos é extremante relativo, pois depende de vários fatores, tais como: conhecimento prévio dos alunos, objetivos do professor, cronograma escolar, entre outras situações que podem impactar na construção da sequência didática. Tomando por base essas variáveis e outras inseridas na complexa relação de ensino e aprendizagem, constatamos que a Sequência Didática pode ser planejada para ser desenvolvida em uma ou mais aulas, assim como podem ter um alcance bem maior, como a construção de um projeto, por exemplo. Um ponto que pode gerar divergências no processo de construção de uma sequência didática, segundo Nunes e Nunes (2019), é a sua suposta linearidade, contudo é um processo que apresenta repetição e interação. Assim, chegamos à conclusão de que existem várias teorias que podem servir de base para a construção de uma sequência didática.

Entre as teorias disponíveis para aprofundamentos e que serve como base teórica para a construção de uma Sequência Didática é a Teoria do Antropológico do Didático (TAD), que tem como referência Chevallard, Bosh e Gacón (2001). Esta consiste em instituir um processo de estudo em sala de aula de matemática a partir de momentos didáticos: primeiro encontro; exploração do tipo de tarefa; constituição do ambiente tecnológico e teórico relativo às técnicas; trabalho com as técnicas; institucionalização e avaliação. Tais modelos apresentam fases que podem ser concomitantes e até mesmo ocorrer fora da ordem descrita no modelo.

A sequência didática, de acordo com Nunes e Nunes (2019), teve origem na década de 1980, com a escola Francesa, que fez uso de suas aplicações. No Brasil, conforme Costa e Gonçalves (2022), as sequências didáticas vêm sendo desenvolvidas por várias áreas, entre as quais: Educação; Educação Matemática, Linguística e etc. Dentro da área da educação, os autores destacam que elas são mais utilizadas na Pedagogia, na didática e na prática de ensino. No que se refere à educação matemática, a influência da escola Francesa ficou bastante evidenciada através das teorias da Didática Francesa, que terá um enfoque nesse trabalho através da Teoria das Situações Didáticas.

Segundo Nunes e Nunes (2019), "a sequência didática é uma unidade de trabalho durante a qual os alunos devem colocar em prática suas competências assimiladas e consolidadas anteriormente e não perfeitamente estabilizadas e primordialmente para a aquisição de novas competências". Segundo os referidos autores, as sequências didáticas organizam as disciplinas sobre um conjunto de atividades que visam fazer com que o aluno adquira certos números de saber-fazer e de saberes claramente identificados, e previamente definidos, tendo como base os conhecimentos prévios dos discentes, seguindo um princípio de ordenação e finalidades, com objetivos precisos e planejados em um tempo suficiente para que os aprendizes possam realizá-las.

A sequência Didática deve permitir que os alunos se apropriem de novas habilidades ou no caso daqueles que já se apropriaram, as sequências terão por objetivo o fortalecimento das habilidades em jogo. Uma questão primordial desse dispositivo didático é seu potencial para a efetivação de avaliação formativa, visto que através dela é possível acompanhar a progressão do aluno de forma confiável em termos de competências e habilidades. As situações didáticas fundamentam-se por assim dizer nas seguintes fases: ação; formulação; validação e institucionalização.

Conforme Nunes e Nunes (2019), a sequência didática precisa ser utilizada não de forma estanque, como uma receita de bolo, mas sim levando em consideração todas as variáveis que um trabalho pedagógico traz dentro de sua aplicação. Estes autores destacam ainda a importância do processo de adaptação para que cada sequência seja desenvolvida, permitindo que as atividades sejam selecionadas de acordo com a realidade e vivência dos estudantes.

Existem várias formas de produção de uma sequência didática. Conforme Nunes e Nunes (2019), as mesmas podem ser construídas a partir das seguintes premissas: a exploração de uma situação; a busca da aquisição de um saber; a busca do domínio de um método, bem como a busca de superação de um obstáculo. Ainda de acordo com os referidos autores, a teoria das Situações Didáticas, que será o foco deste trabalho, se encaixa na construção da sequência que se preocupa com a superação de obstáculos, que consiste em seguir os tempos dominantes denominados de ação, formulação, validação e institucionalização: as fases de construção de uma sequência didática sob a luz da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986).

Pereira (2017) buscou escrever sobre as diversas sequências didáticas desenvolvidas e como elas impactaram no processo de aprendizagem dos alunos. Para Freitas e Viana (2014, *apud* Pereira 2017), a sequência didática permitiu despertar o interesse dos alunos de forma que os mesmos fiquem mais instigados em aprender sobre o objeto matemático proposto, que é a semelhança de triângulos. Mesmo não podendo afirmar que a aprendizagem tenha sido significativa, o simples interesse e empolgação dos alunos já demonstra que o conjunto de atividades apresentadas gerou uma aprendizagem.

Existem vários modelos teóricos que podem ser utilizados para o processo de construção de uma sequência didática, entre as quais podemos citar: Teoria das

Situações Didáticas de Brousseau (1986, 1996), a Dialética ferramenta-objeto de Regine Douady (1984), o registro de representação semiótica de Raymon Deval (2003), a teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard (1998, 2009) e a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996). No presente trabalho, o foco para o processo de construção da sequência didática vai ter um enfoque na teoria das situações didáticas de Brousseau e nas Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual de Cabral (2019), que serão desenvolvidas posteriormente.

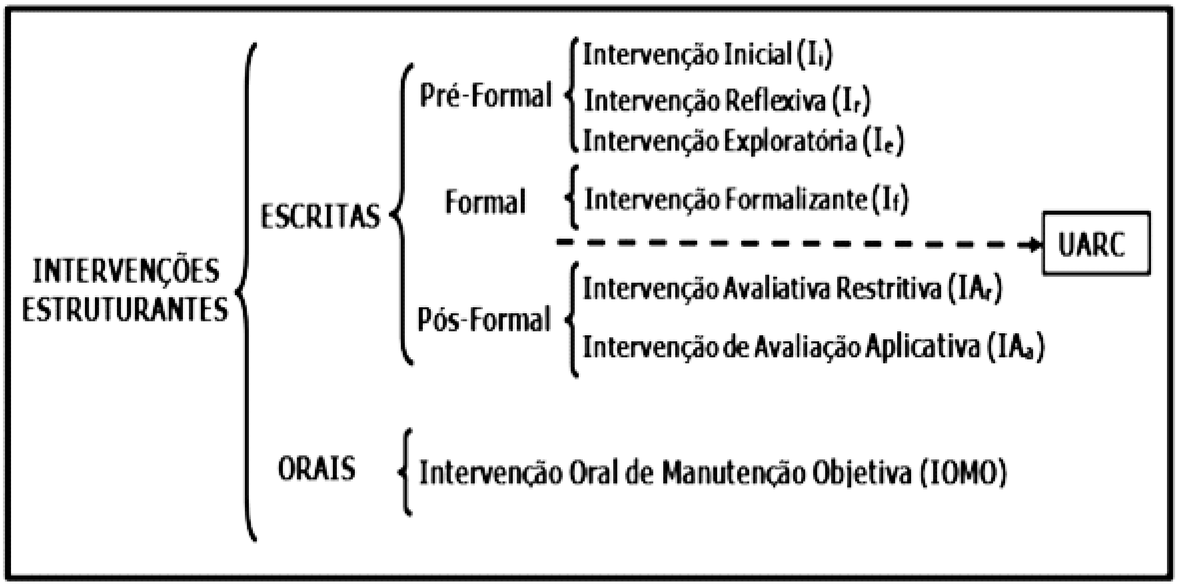
2.3 UNIDADE ARTICULADA DE RECONSTRUÇÃO CONCEITUAL

O uso de sequências didáticas passou a ser muito estudada e desenvolvidas por professores e estudantes de pós-graduação no Brasil a partir da influência da Didática Francesa, podemos verificar sua utilização em diversas áreas de conhecimento, inclusive no ensino de matemática. Diante do exposto, várias teorias foram sendo desenvolvidas para o processo de construção de sequências didáticas, entre elas podemos citar: Zabala (1998); Dolz, Noverraz e Schuneuwly (2011, p. 82); Fedathi; Sequências Didáticas Interativas formuladas por Oliveira (2013) e sequências didáticas via Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC) de Cabral (2017).

O presente texto fará um estudo sobre as sequências didáticas via UARC, no qual buscaremos desenvolver os modelos propostos pelo referido autor e toda a teoria que embasa a construção da sequência didática via UARC. Cabral (2017) propõe um modelo estruturante para a elaboração de sequências didáticas voltadas para o ensino de matemática. Para o desenvolvimento do modelo supracitado, será tomado por base três elementos: pressupostos da Psicologia Histórico-cultural de Vygotsky, mais especificamente o conceito de zona de desenvolvimento proximal, noções de análises microgenética e a experiência profissional como professora de Matemática da Educação Básica.

Conforme Nunes e Nunes (2022), Pereira (2017) e Silva (*et al* 2022), as teorias que formam as UARC são desenvolvidas por meio de intervenções estruturantes, conforme podemos visualizar na Figura 1 abaixo:

Figura 1 – Estrutura da UARC



Fonte: Cabral (2017).

De acordo com Cabral (2107, *apud* Costa e Gonçalves 2022), com o objetivo de ensinar conteúdos matemáticos escolares na Educação Básica, foi desenvolvida uma estrutura de Sequência Didática denominada de Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC), que tem categorias intituladas Intervenções Estruturantes, criadas especificamente para o processo de reconstrução de conceitos durante as aulas de matemática.

As Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual são compostas pelas seguintes interações: Intervenções Estruturantes, Reflexivas e Exploratórias, que culminarão nas Intervenções Estruturantes Formalizantes. Cada etapa proposta pela UARC permite levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos, bem como busca fazer com que o aluno possa desenvolver o seu conhecimento de forma plena e organizada, e que esse conhecimento possa ser resgatado posteriormente e ser utilizado de forma prática.

As Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC), de acordo com Cabral (2017), descreve esses elementos em seis categorias, denominadas de “categorias estruturantes”, que materializam o texto de uma sequência didática. As categorias são: Intervenção Inicial (I_I), Intervenção Reflexiva (I_r), Intervenção Exploratória (I_e), Intervenção Formalizante (I_f), Intervenção Avaliativa Restritiva (IA_r) e Intervenção Avaliativa aplicativa (IA_a). No entanto, Cabral (*et all* 2020) apresenta ponderações sobre as categorias voltadas ao ensino de matemática, pois:

> A Intervenção Inicial é a primeira peça do jogo de ideias na esfera do discurso didático-dialógico que serve de aporte para que o professor estimule o aluno a perceber de maneira empírico-intuitiva as regularidades funcionais de um conceito. Corresponde, em outras palavras, ao primeiro elemento de um jogo discursivo dirigido pelo professor com a intenção definida de estimular os aprendizes à percepção de alguma verdade do pensamento matemático e que, associa com outras percepções articuladas a essa primeira, pode exercer um papel facilitador na reconstrução conceitual definida. (Cabral *et al*, p. 34195, 2020)

Para Costa e Gonçalves (2022, p. 376), uma UARC "se caracteriza como uma estrutura repleta de perguntas, cujo objetivo é levar os estudantes a refletirem sobre o que estão realizando durante a construção do objeto de aprendizagem em questão".

Percebemos nesse primeiro processo de intervenção da UARC, conforme Cabral (2017), a necessidade de uma interação de diálogos entre o professor e o aluno, com a possibilidade de estimular os aprendizes a perceberem algumas verdades do pensamento matemático. A UARC permite ao professor exercer o papel de facilitador no processo de reconstrução conceitual pretendida.

O Segundo momento da UARC de Cabral (2017) é o momento da Intervenção reflexiva, onde o papel do professor é fundamental, pois o mesmo deve estimular as reflexões através de perguntas que estimulem o aluno a perceber alguns aspectos relacionados ao objeto matemático em construção. Nesse momento, o discente deve fazer o levantamento de hipóteses, conjecturas, verificar possibilidades e estabelecer consequências, que possam permitir a ele uma melhor assimilação dos conhecimentos produzidos.

O terceiro momento é a Intervenção Exploratória. Nela, os alunos começam a desenvolver o preenchimento de tabelas, de forma a fazer conexões com a intenção de buscar regularidades dentro do objeto Matemático. Nesse momento, ocorre a interação entre alunos e professores. Este, por sua vez, deve levar os alunos a assimilarem as regularidades que os objetos matemáticos apresentam. É um momento estimulante, de acordo com Cabral (2017), pois permite a interação entre os professores e alunos, estruturante e pré-formais.

O quarto momento da UARC, segundo Cabral (2017), é composto pela Intervenção Formalizante, onde o papel do professor é fazer o processo de formalização dos conhecimentos que acabaram por ser desenvolvidos pelos alunos ao longo das etapas anteriores da UARC. É o momento em que os alunos são levados a consolidar uma linguagem formal própria da matemática. Essa etapa é uma consequência das Intervenções Reflexivas e Intervenções Exploratórias. Nesse momento, ocorre o processo de fechamento de conceitos e a finalização de um ciclo de aprendizagem do objeto de ensino.

No quinto momento, também conhecido como etapa pós-formal, ocorre a Intervenção Avaliativa Restritiva e a Intervenção de Avaliação Aplicativa. Nesse momento o docente deve desenvolver uma atividade com o objetivo de conferir o processo de aprendizagem do discente. De acordo com Cabral (*et al* 2017), é a etapa mais importante do processo, pois é o momento negligenciado pelo ensino tradicional, que é quando deveriam estabelecer as reconstruções conceituais e fazer a verificação para saber se o processo de ensino do objeto matemático proposto foi bem assimilado.

O último momento proposto por Cabral (2017) é a Intervenção Oral de Manutenção Objetiva (IOMO), que permite que o professor estimule os alunos em direção aos objetivos propostos nas sequências didáticas, possibilitando futuras reformulações dos textos das sequências didáticas, de modo a reformular os processos de aprendizagem. E com essa última etapa podemos perceber o processo de aprendizagem, pois os alunos são levados a oralizar sobre o objeto matemático proposto. Nesse momento podemos refletir sobre os resultados obtidos. Dessa forma, podemos resumir a UARC como:

> O professor ao acolher as construções dos alunos resultantes do conjunto de todas as intervenções pré-formais e revestir o objeto reconstruído pelos alunos com a linguagem formal, adequada ao nível de ensino, institui a Intervenção formalizante (If) esteada nesse conjunto de intervenções pré-formais. Ao fim dessa intervenção está constituída uma unidade articulada de reconstrução conceitual (UARC), ou seja, uma UARC compreende o conjunto de todas as intervenções pré-formais (Ii, Ie e Ir) e a Intervenção Formalizante (If) correspondente. Além disso, considera que esse conjunto de intervenções escritas até a formalização são transversalizadas pelas manifestações orais do professor, denominada de Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (IOMO), ou seja, intervenções que inevitavelmente ocorrem durante todo o processo e contém o material genético da aprendizagem de objeto ou parte dele. Temos, portanto, uma unidade cognitiva que conta a história de aprendizagem. (Silva, *et al*, p. 23, 2022)

Após o processo de aplicação de uma sequência didática e as UARCs que a compõem estejam bem articulados entre si, é possível que alguns obstáculos possam surgir. Cabral (2017) sugere que problemas conceituais podem ocorrer, e ele destaca a necessidade de propor oficinas para identificar os conhecimentos básicos necessários para o desenvolvimento da UARC, tendo em vista os conceitos básicos do objeto matemático que serão desenvolvidos.

Em resumo, Cabral (2017) destaca três zonas de Tensão Discursivas: Categorias Alfa; Beta e Gama. De acordo com ele, a categoria *Alfa* é a zona inicial onde as primeiras articulações argumentativas são propostas em direção aos objetos de aprendizagem. Por se tratar de um processo de redescoberta conceitual, esse momento é marcado, em geral, por pequenos avanços e frequentes intervenções do professor. O segundo momento denominado de zona *Beta*, é a zona Intermediária, onde o professor percebe que certas conquistas de aprendizagens fundamentais estão sendo consolidadas e os alunos já sinalizam atitudes de autonomia diante do processo de aprendizagem. E a última fase, denominada de zona *Gama*, consiste na fase em que o professor percebe que o domínio do objeto de conhecimento já se consolidou, e este passa a propor aos aprendizes situações problemáticas mais complexas. Assim,

> Em outros termos, o professor testa a capacidade de resistência do aluno de se manter, diante das provocações do mestre, adotando procedimentos vinculados corretamente aos conceitos aprendidos. Uma das formas de se estabelecer essa dinâmica, por exemplo, sugeri o uso incorreto de uma propriedade, de um procedimento algoritmo ou ainda explorar de modo incorreto um conceito, em tese, já consolidado. Após a adoção de alguns desses procedimentos o professor pode, por exemplo, questionar a validade dos resultados obtidos e estimular os alunos a refletirem sobre a coerência do binômio “procedimentos adotados x resultados obtidos. (Cabral, 2017, p. 51).

Com base nas teorias propostas pela UARC, chegamos à conclusão de que as atividades desenvolvidas podem ser complexas, mas serão interessantes e pertinentes, pois não se preocupam apenas com os resultados da aprendizagem, e sim com todo o seu processo de ensino, até que se chegue ao objetivo geral da aprendizagem.

Após o estudo da teoria das UARCs, percebemos a importância de estruturar uma sequência didática seguindo seu pressuposto, para que o professor leve o aluno a criar o seu próprio processo de aprendizagem. Com os procedimentos de intervenções propostos na UARC, o discente vai fazer a construção e reconstrução do seu conhecimento com o auxílio do professor, que a todo momento realiza o processo de intervenção, fazendo o aluno estruturar o seu aprendizado atual e realizar o processo de ressignificação.

3. SOBRE O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Segundo Rezende e Queiroz (2016), a teoria da semelhança entre figuras constitui ferramenta importante em muitas áreas, como a Engenharia e Arquitetura, no processo de ampliação e redução de plantas e maquetes. Nesse processo, é de fundamental importância a precisão nas formas idênticas entre duas figuras, obedecendo à mesma proporção entre suas dimensões. Diante disso, faremos um estudo dos casos de semelhança de triângulos e suas aplicações uma vez que:

> O Conteúdo estudado aqui é de fundamental importância para o desenvolvimento de construções com régua e compasso, no que diz respeito à divisão proporcional, chegando-se à divisão áurea e aos demais segmentos construtíveis, em problemas que envolvem equivalência de áreas, problemas que envolvem a circunferência; ao estudo das relações trigonométricas no triângulo retângulo [...] Finalmente, de maneira especial, relaciona-se fortemente a este conteúdo como um caso particular, a teoria das homotetias". (Rezende e Queiroz, 2016, p. 73)

Percebemos que a semelhança de triângulos é um assunto base para que novos assuntos sejam desenvolvidos dentro do conteúdo de geometria. Para tanto, faremos um estudo detalhado sobre a semelhança de triângulos e os critérios de semelhança de triângulos que serão abordados à luz dos autores supracitados.

3.1. SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

Analisando os documentos oficiais, observou-se a importância da geometria e seu ensino, visto que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ressaltam que os alunos apresentam um interesse natural pelos conteúdos geométricos em decorrência destes conhecimentos estimularem a observação, percepção e identificação de semelhanças, diferenças e regularidades de formas e medidas, além do campo geometria ser fértil para o desenvolvimento de situações-problema a partir da exploração dos objetos do cotidiano, como as obras de arte, pinturas e desenhos, esculturas e artesanato.

Com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que estabelece os conhecimentos, competências e habilidades essenciais que todos os estudantes brasileiros devem adquirir ao longo da Educação Básica, foi destacada a importância do ensino de geometria e de como ele pode colaborar no desenvolvimento dos alunos, sendo indicado para ser abordado no último ano do ensino fundamental. A BNCC (2017) observa a importância do referido assunto ser trabalhado de forma diferenciada e que os alunos possam manipular réguas, esquadros e materiais, para levá-los a desenvolver os conceitos matemáticos que serão abordados e não apenas apresentar os conteúdos de forma pronta e acabada.

Na BNCC, os códigos que fazem referência ao objeto matemático semelhança de triângulo é EF09MA12-A – Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes e EF09MA12 - B – Reconhecer triângulos semelhantes em situações de ampliação, congruências e redução, e as relações que existem entre seus perímetros e suas áreas.

A semelhança de triângulos é um conteúdo de extrema importância para o processo de aprendizagem dos alunos, que podem utilizar esses conhecimentos para práticas do dia-a-dia, bem como para a realização de provas e seleções, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), onde temos a competência de área 2, que solicita que os discentes possam utilizar conhecimentos geométricos para realizar leitura e representação da realidade e agir sobre ela.

Além do Exame Nacional do Ensino Médio, temos também como avaliação dos nossos estudantes as chamadas avaliações externas a nível nacional e regional. A nível nacional temos a prova do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), que consiste na avaliação dos alunos que concluem as etapas do Ensino Básico. Trata-se de uma prova objetiva que tem a função de avaliar os conhecimentos referentes a Português e Matemática, ao concluírem o 5º Ano e 9º Ano (Ensino Fundamental) e 3º Ano (Ensino Médio).

Um dos descritores solicitados nesta prova acima refere-se ao espaço e forma. Este é o descritor 7, que faz referência à construção de figuras por transformações homotéticas, para que os alunos possam identificar as semelhanças entre essas figuras (inclusive semelhança de triângulos). Esses conhecimentos aparecem como destaque entre os quais os alunos devem adquirir ao longo do seu processo de aprendizagem da educação básica. Entretanto, infelizmente, os resultados dessas avaliações externas têm mostrado dados alarmantes no que tange ao processo de aprendizagem da matemática.

A nível regional, temos a prova do SISPAE (Sistema Paraense de Avaliação Educacional), que segue os moldes do SAEB e busca seguir a mesma matriz de referência referentes aos conteúdos de Português e Matemática. O SISPAE busca avaliar os estudantes, desenvolvendo uma preparação para as avaliações externas a nível nacional, uma vez que os estudantes avaliados são aqueles das séries avaliadas pelo SAEB. As provas do SISPAE normalmente são realizadas nos anos pares enquanto a prova do SAEB é realizada nos anos ímpares. Os dados divulgados em 2014 mostram que o desempenho dos estudantes no que se refere à aprendizagem de matemática ainda está muito insatisfatório, isto porque apenas 15% dos estudantes avaliados apresentam conhecimentos adequados de matemática.

Diante do exposto, faz-se necessário que no processo de ensino de semelhança de triângulos os educadores adotem estratégias que promovam a interação ativa dos estudantes com os conceitos e propriedades envolvidos. Os documentos oficiais, abordam que os professores devem:

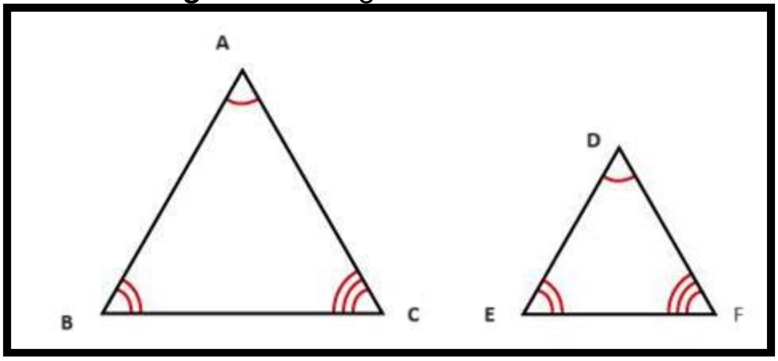
I. Utilizar materiais manipulativos: o uso de materiais como régua, compasso e dobraduras podem auxiliar os estudantes a visualizarem e explorarem as propriedades de figuras semelhantes;
II. Atividades práticas: propor situações-problemas e desafios que exija a aplicação dos conceitos de semelhança de triângulos, permitindo aos alunos desenvolverem suas habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas;
III. Uso de tecnologias: recursos digitais, como software de geometria dinâmica.

Verificamos então a necessidade de abordar o ensino de semelhança de triângulos através de uma abordagem diferenciada, de forma que a aprendizagem do aluno possa ser efetiva e ele esteja preparado para desenvolver da melhor forma possível o conhecimento adquirido, seja através das avaliações externas, através da avaliação para o ingresso no Ensino Superior, através do ENEM, bem como a utilização do conhecimento matemático para a resolução de problemas que possam afetar a vida desses estudantes.

3.2. TEXTO MATEMÁTICO SOBRE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Em relação à semelhança de triângulos, temos a seguinte definição: Seja S uma correspondência biunívoca entre os vértices de dois triângulos, se os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais, a correspondência S é uma semelhança, e dizemos que os triângulos são semelhantes. Consideremos os triângulos ABC e DEF como na figura:

Figura 2: triângulos semelhantes



Fonte: Adaptado por Silva (2024).

Vejamos os triângulos ABC e DEF acima. Para afirmarmos que os triângulos são semelhantes, precisamos realizar o processo de correspondência entre os ângulos A e D, B e E; C e F. Dessa forma, podemos afirmar que $m\hat{A} = m\hat{D}$, $m\hat{B} = m\hat{E}$, $m\hat{C} = m\hat{F}$. Assim, se $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, teremos $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{DF}$. O quociente comum entre as medidas dos lados correspondentes é chamado de *razão de proporcionalidade* ou *razão de semelhança entre dois triângulos*.

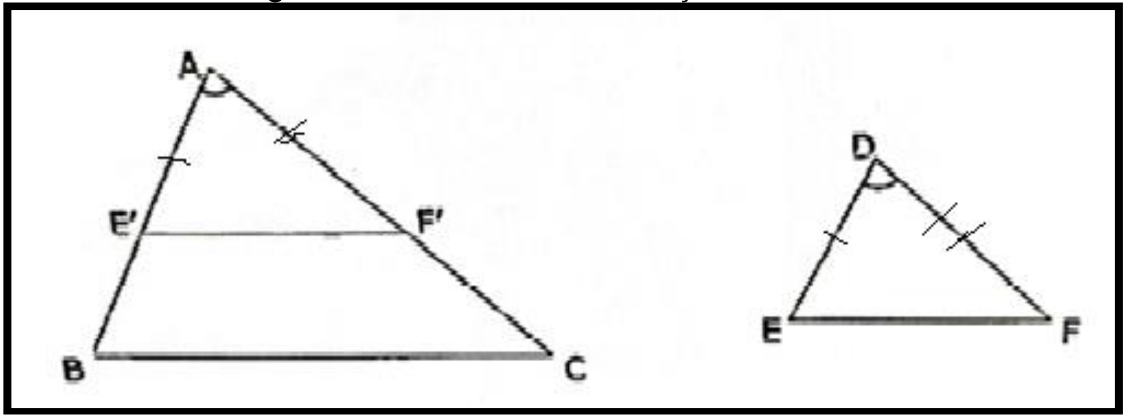
“Seja S uma correspondência biunívoca entre os vértices de dois triângulos: Se os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais, então a correspondência S é uma semelhança, e dizemos que os triângulos são semelhantes” (Rezende e Queiroz, p. 73).

Barbosa (2002), faz a seguinte observação: que dois triângulos congruentes são semelhantes com razão de proporcionalidade um; inversamente, dois triângulos semelhantes com razão de proporcionalidade um, são congruentes.

3.2.1. Critério de Semelhança: Lado – Lado – Lado (L.L.L)

Sobre o teorema de Semelhança Lado-Lado-Lado (L.L.L) tem-se que: Se dois triângulos ABC e DEF são tais que seus lados satisfazem a relação $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF'} = \frac{BC}{EF'}$, então $\Delta AB\,C \sim \Delta DEF$. Sejam E’ e F’ pontos de AB e AC, respectivamente, tais que AE’ = DE e AF’ = DF.

Figura 3: Critério de semelhança L.L.L



Fonte: Adaptado por Silva (2024).

Como da hipótese decorre $\frac{AB}{AE\prime} = \frac{AC}{AF\prime}$, segue que EF e BC são paralelas. Temos que $\hat{B} \cong A\hat{E}'F'$ e $\hat{C} \cong A\hat{F}'E$ (a).

Pelo Corolário A.A. temos $\Delta AB\ C \sim \Delta AE'F'$. Portanto, $\frac{E'F\prime}{BC} = \frac{AE\prime}{AB}$, e daí,

$$E'F' = BC\frac{AE\prime}{AB} = BC\frac{DE}{AB} \text{ (b)}$$

Mas pela hipótese, temos $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$, ou seja,

$$EF = BC\frac{DE}{AB} \text{ (c)}$$

De (b) e (c) segue que $E'F' = EF$'. Então, pelo Teorema L.L.L de congruência de triângulos, temos $\Delta AE'F' \cong \Delta DEF$, e portanto:

$$A\hat{E}F' \cong \hat{E}\ e\ A\hat{F}F' \cong\ \hat{F} \text{ (d)}$$

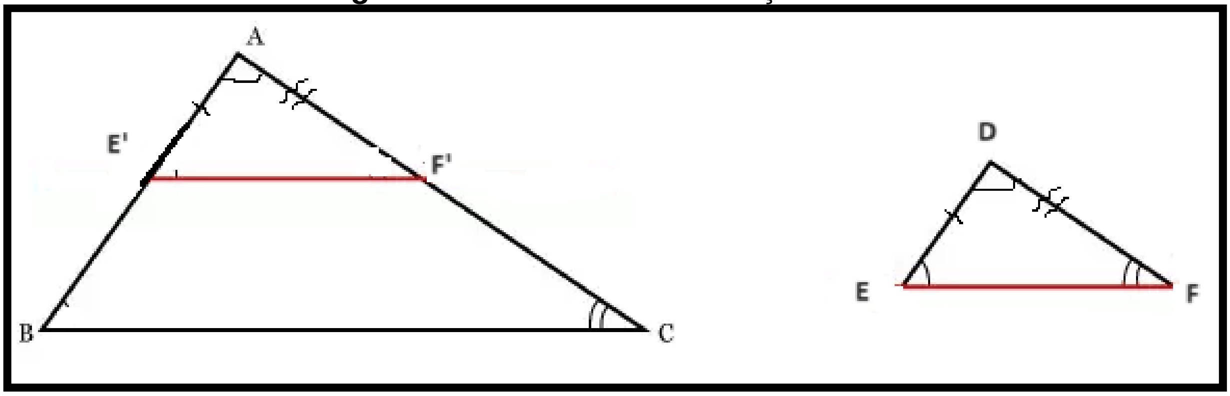
Por (a) e (d) temos $\hat{B} = \hat{E}$ e $\hat{C} = \hat{F}$ e do Corolário A.A. segue o resultado.

3.2.2. Critério de Semelhança: Ângulo – Ângulo – Ângulo (A.A.A)

O Teorema Ângulo-Ângulo-Ângulo (AAA) pode ser enunciado do seguinte modo: Dado dois triângulos ABC e DEF, se $\hat{A} \cong \widehat{D}$, $\hat{B} \cong \hat{E}$ e $\widehat{C} \cong \hat{F}$, então $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Vejamos abaixo a demonstração:

Demonstração: Consideremos os triângulos ABC e DEF satisfazendo as hipóteses do teorema.

Figura 4: Critério de semelhança A.A.A.



Fonte: Adaptado por Silva (2024).

Consideremos E’ e F’ pontos de AB e AC, respectivamente, tais que AE = DE e AF’ = DF. Pelo postulado L.A.L, temos que $\Delta AE'F' \sim \Delta DEF$

Portanto AÊF ≅ $\hat{B}$. Assim, EF e BC são paralelas ou coincidem. Se coincidem, então pelo critério A.L.A, temos $\Delta AE'F' \cong \Delta ABC$, os triângulos ABC e DEF são congruentes e consequentemente são semelhantes.

Se EF e BC são paralelas, então pelo teorema fundamental da proporcionalidade temos:

$$\frac{AB}{AE'} = \frac{AC}{AF'}$$

Como $\mathrm{AE'} = \mathrm{DE}$ e $\mathrm{AF'} = \mathrm{DF}$, temos:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF'}$$

Analogamente demonstramos que

$$\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF'}$$

Logo $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

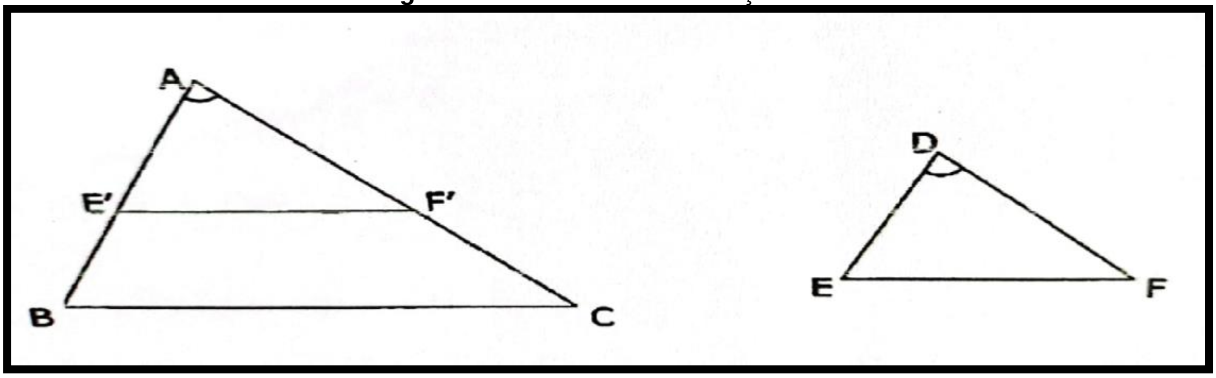
Chegamos à conclusão que se dois triângulos têm dois pares de ângulos correspondentes congruentes, o terceiro par de ângulos correspondentes tem também esta propriedade. Obtemos do teorema anterior o seguinte corolário, o qual será usado frequentemente ao invés do caso A.A.A. Chegamos ao seguinte Corolário (A.A.): Seja S uma correspondência entre os vértices de dois triângulos. Se dois pares de ângulos correspondentes são congruentes, então a correspondência S é uma semelhança.

3.2.3. Critério de Semelhança: Lado – Ângulo – Lado (L.A.L)

Outro teorema importante é o da semelhança Lado-Ângulo-Lado (L.A.L) definido por: Dados dois triângulos ABC e DEF, se $\hat{A} \cong \hat{D}$ e $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$, então $\Delta AB\ C \sim \Delta DEF$.

Demonstração: consideremos os triângulos ABC e DEF satisfazendo as hipóteses do teorema.

Figura 5: Critério de semelhança L.A.L



Fonte: Adaptado por Silva (2024)

Consideremos E' e F' pontos de AB e AC respectivamente, tais que AE' = DE e AF' = DF, Temos:

$$\frac{AB}{AE'} = \frac{AC}{AF'}$$

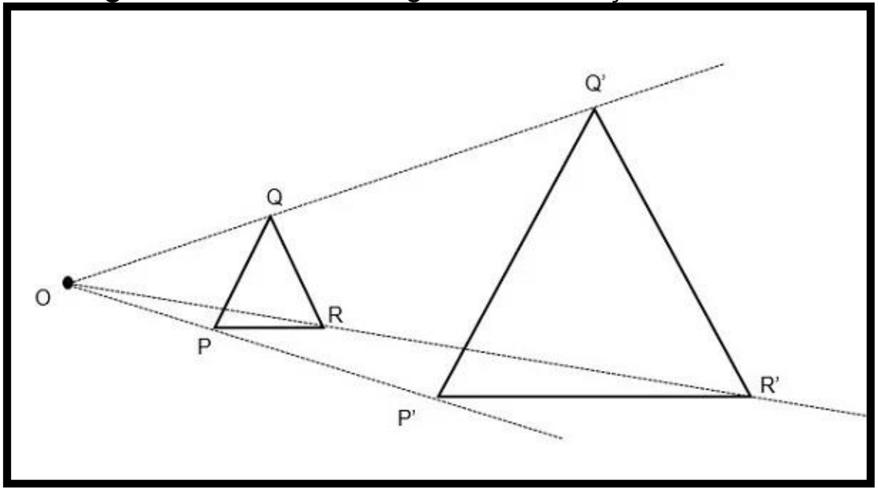
Portanto, obtemos que E'F' e BC são a paralelas e então, temos $\hat{B} \cong A\hat{E}F'$ e $\hat{C} \cong A\hat{F}'E'$. Mas pelo postulado L.A.L., os triângulos AE'F' e DEF são congruentes. Portanto temos $A\hat{E}F' \cong \hat{E}$ e $A\hat{E}F' \cong \hat{E}$ e $A\hat{F}E' \cong \hat{F}$.

Então, $\hat{B} \cong \hat{E}$ e $\hat{C} \cong \hat{F}$, e pelo Corolário A.A. temos $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

3.3. HOMOTETIA E A SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

A homotetia é apresentada pela seguinte definição: Dado um ponto fixo D, a homotetia é ampliação ou redução de distâncias e áreas a partir desse ponto D em que as proporções são preservadas, ou seja, define-se homotetia pelo centro e pela razão de proporcionalidade dada pela ampliação, afim de que cada ponto P corresponda ao ponto P' tal que $\overrightarrow{OP'} = k.\overrightarrow{OP}$

Figura 6: Homotetia segundo a definição formal



Fonte: Silva (2024).

A figura 6 nos mostra uma homotetia de um triângulo PQR em um triângulo P'Q'R', semelhante ao primeiro, cuja razão de semelhança é dada por |k|. Além disso, a homotetia preserva a medida dos ângulos, ou seja, transforma uma figura F em uma figura F' semelhante a F, assim os polígonos homotéticos são semelhantes, mas conservam os lados homólogos paralelos.

Após a exposição do objeto matemático através da demonstração dos teoremas e corolários que compõem a semelhança de triângulo, uso da homotetia e a importância que se desenvolva de forma bem explicada a formalização do referido conteúdo matemático, seguiremos no próximo capítulo o desenvolvimento de uma sequência didática que busca criar uma estratégia diferenciada no processo de ensino de semelhança de triângulos e possa possibilitar ao discente a construção de seu conhecimento e o envolvimento deste em seu processo de aprendizagem, contribuindo com o ensino dos docentes.

4. ORIENTAÇÕES AOS PROFESSORES

Para o desenvolvimento das atividades relacionadas à aplicação da sequência didática, orienta-se que os professores possam preparar os materiais que serão utilizados pelos alunos e entregar a eles, antes que as atividades sejam iniciadas. Devemos levar em consideração que as atividades são bem práticas e permitem que os alunos interajam de forma cooperativa e isso permite que o processo de aprendizagem vá se consolidando. Sugerimos que as atividades sejam feitas em grupos, dessa forma a aprendizagem se torna mais interativa. Os materiais que os alunos deverão manipular devem ser entregues a cada grupo, e que eles tenham autonomia no processo de desenvolvimento da aprendizagem.

Nas atividades que serão desenvolvidas nesse produto educacional, teremos a primeira parte, que consiste nas orientações destinadas aos professores aplicadores sobre a melhor maneira que as atividades devem ser desenvolvidas com os alunos; na segunda parte os materiais já estão prontos para serem impressos e entregues para os alunos. A sugestão de atividades em grupo otimiza os recursos que serão utilizados, além de possibilitarem que a aprendizagem seja desenvolvida em grupo, em que todos trabalham para atingir um objetivo. Segue abaixo as orientações para a aplicação das atividades da sequência didática.

4.1. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Ao realizarmos o estudo de geometria dentro do contexto da matemática, percebemos a importância de traduzir alguns termos próprios da linguagem matemática para que possa ocorrer uma maior aprendizagem por parte dos alunos. Nesse sentido, é necessário fazer uma prévia dos termos matemáticos para que os alunos possam compreender melhor o conteúdo que será desenvolvido.

Para tanto, desenvolveremos uma Sequência Didática para o Ensino de Semelhança de Triângulos através de materiais manipuláveis, uma vez que o ensino através de materiais concretos, permite uma motivação maior dos alunos para que eles possam participar de forma mais efetiva das atividades propostas e isso possibilita que eles criem uma relação mais estreita com o objeto matemático proposto. A primeira parte da sequência didática a ser desenvolvida é buscar trabalhar com os conteúdos prévios para uma melhor compreensão dos conteúdos que serão posteriormente ministrados.

O objetivo da sequência didática desenvolvida neste trabalho consiste em permitir que o aluno possa fazer a construção desse objeto matemático (semelhança de triângulos) e desenvolver de forma experimental os conceitos associados a esse objeto até que eles sejam formalizados. Para tanto, serão utilizados materiais concretos manipuláveis, tais como como réguas, esquadros e etc.

Com o desenvolvimento da Sequência Didática, buscaremos fazer um resgate do conteúdo de geometria de forma que o mesmo possa ser trabalhado com os educandos de maneira que eles sejam ativos dentro do seu processo de aprendizagem, pois o aluno que participa ativamente de sua aprendizagem apresenta uma chance maior de aprender os conteúdos que estão sendo ensinados. Conforme Brousseau (1996, *apud* Pommer, 2008) isto se concretiza:

> [...] como ideia básica aproximar o trabalho do aluno do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados. (Pommer, 2008, p. 4)

De Acordo com Costa e Gonçalves (2022), a sequência didática é “um conceito e uma ideia que expressam e movimentam diferentes perspectivas teóricas no âmbito da área de Educação matemática”. Dessa forma, percebemos a importância de elaborar uma sequência didática à luz das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual que possa permitir aos alunos uma melhor compreensão do objeto matemático *semelhança de triângulos*.

Ao realizar uma pesquisa sobre o percentual de escolas no estado do Pará que possuem laboratório de informática, constatou-se através do censo de 2022, que apenas 13% (1298 escolas) das escolas possuem esse recurso disponível. Sabemos da importância do uso de Tecnologias da Informática no processo de ensino dos discentes, mas infelizmente uma parcela bem pequena de alunos têm acesso a computadores nas escolas, e quando verificamos a resposta dos alunos sobre terem acesso a computadores em suas residências verificamos que 40% dos alunos possuem computadores e/ou notebook em suas residências. Ademais, 60% dos alunos do 9ª Ano que responderam ao questionário de pesquisa para o IDEB de 2021 não possuem.

Diante da realidade apresentada, acreditamos sim que os computadores são importantes para serem inseridos no processo de ensino de nossos alunos, mas a realidade das escolas públicas do estado do Pará ainda está muito longe do ideal. Por esse motivo, é importante que outros recursos possam estar disponibilizados para os professores da educação básica, que sejam acessíveis e de baixo valor aquisitivo, pois infelizmente muitos professores necessitam retirar recurso do próprio bolso para realizar atividades diferenciadas com os alunos. Logo, quanto mais acessível forem os materiais propostos, maior será a possibilidade de o professor utilizá-los.

Após os argumentos listados anteriormente, propomos abaixo a sequência didática, com o uso de materiais manipuláveis acessíveis. Que ela tenha uma aplicabilidade nas salas de aulas dos professores de matemática do 9º Ano do ensino fundamental quando estes apresentarem o objeto matemático semelhança de triângulos.

Antes de realizar a aplicação da sequência didática, faremos um teste de conhecimentos prévios com o objetivo de observar como os alunos estão com relação aos conhecimentos necessários para a assimilação das atividades apresentadas na sequência didática. Sugerimos que antes da aplicação da sequência didática, os professores apliquem o teste de verificação que está exposto no *Apêndice A*. Caso os alunos apresentem dificuldades após a aplicação do teste, será desenvolvida uma oficina (Apêndice B) com os mesmos, de forma a nivelar o conhecimento destes e apenas após esse processo será realizada a aplicação da sequência didática.

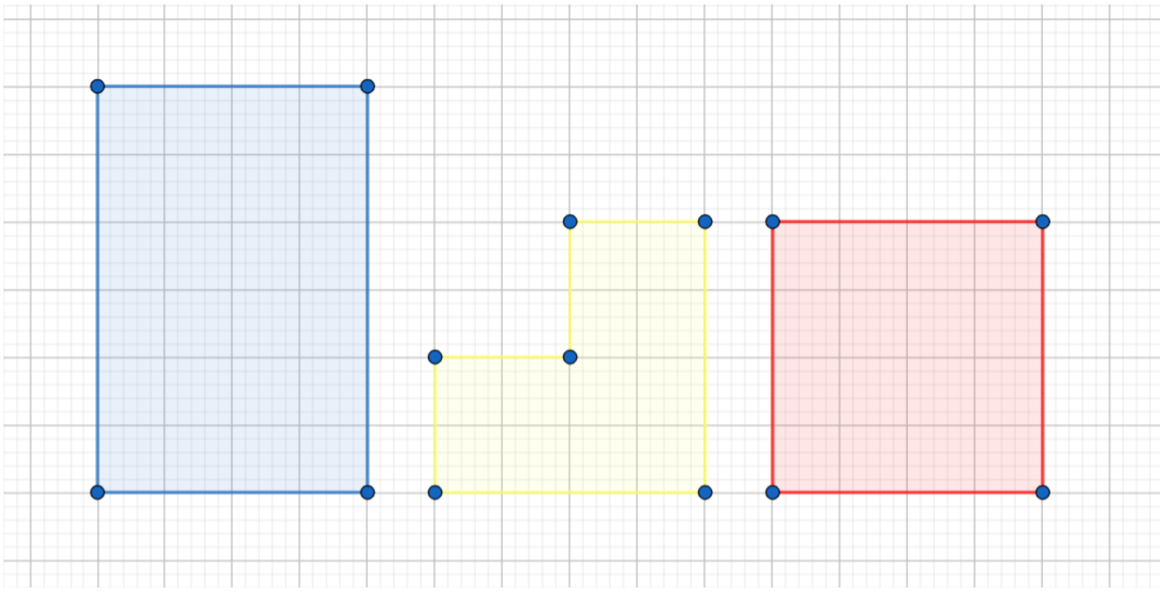
UARC 1: AMPLIAÇÃO E REDUÇÃO DE FIGURAS PLANAS

Objetivo: Identificar a proporcionalidade entre os lados de figuras planas nos casos de redução e ampliação

Materiais necessários: Papel quadriculado, caneta hidrocor, lápis de cor e giz de cera e régua.

Procedimentos: Formar duplas entre os alunos e depois distribuir figuras e papéis quadriculados a eles para que desenvolvam as atividades solicitadas.

(Ia) Faça uma ampliação e uma redução de cada uma das figuras apresentadas.



(Ir) Quais são as medidas da largura e do comprimento de cada uma das figuras?

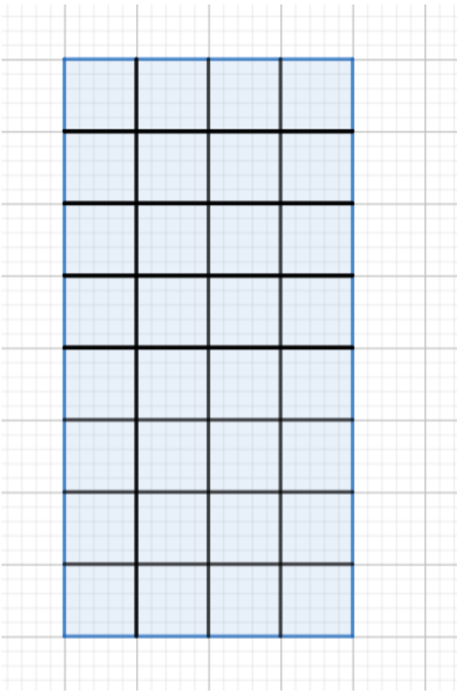
Figura	Figura Ampliada		Figura Original		Figura Reduzida	
	Largura	Comprimento	Largura	Comprimento	Largura	Comprimento
A						
B						
C						

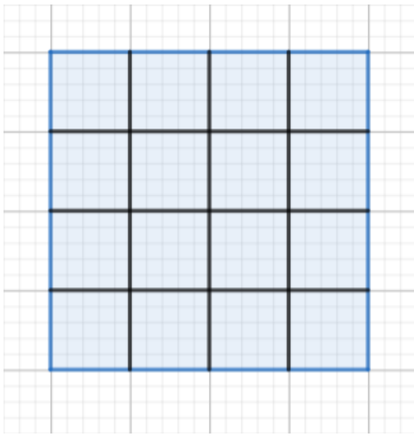
(Ie) Preencha o quadro a seguir, determinando as razões indicadas

Figura	RAZÃO ENTRE AS LARGURAS		RAZÃO ENTRE OS COMPRIMENTOS	
	Redução/Original	Original/Redução	Redução/Original	Original/Redução
A				
B				
C				

(Ir) O que você observa em relação às razões encontradas no quadro acima?

(Ie) Desenhe uma ampliação de modo que as razões entre as medidas da ampliação e original e outra de modo que a razão entre as medidas da redução e original sejam medidas e sejam triplicadas e uma redução de modo que as medidas sejam reduzidas a um quarto em relação às figuras abaixo:

a)


b)


(Ie) O que aconteceu com o comprimento da figura? O que aconteceu com a largura?
(Ie) A quais conclusões vocês chegaram?

Nesse momento, o professor, utilizando os argumentos dos alunos e mostrando as regularidades, fará com que os estudantes cheguem à seguinte formalização:

(If) Para efetuar uma ampliação (redução) de uma figura, deve-se multiplicar (dividir) as medidas dessa figura pelo fator de proporcionalidade desejado, mantendo a forma original da figura.

(Ia$_{R}$) Exercício de semelhança de Figuras

Você tem um desenho de um triângulo retângulo ABC. As medidas dos lados desse triângulo são as seguintes: Lado AB: 6 cm, Lado BC 8 cm e Lado CA: 10 cm. Sendo esse triângulo um triângulo retângulo.

Faça um desenho representando uma ampliação (dobro) e uma redução (metade), indicando as medidas do novo triângulo.

UARC 2: RECONHECER A SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO POR MEIO DO CRITÉRIO LADO – LADO – LADO (L.L.L.)

Objetivos: Compreender a Ideia de semelhança de triângulo – Critério Lado-Lado-Lado

Materiais utilizados: Triângulos com tamanhos diferentes, régua de 30cm, papel A4.

Procedimentos: Dividir os alunos em dupla e entregar para cada dupla dois triângulos diferentes.
(Ii) Solicitar que os alunos analisem os triângulos e busquem fazer as medições dos lados desses triângulos.
(Ie) Solicitar que os alunos usem o quadro abaixo para sistematizar os dados das medições que foram realizadas.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triângulo A			
Triângulo B			
Triângulo C			
Triângulo D			

(Ie) Olhando para as medidas dos lados, faça as razões entre os lados dos triângulos dados. Dois a dois.

	Triângulo A	Triângulo B	Razão entre $\frac{lado\ triãngulo\ A}{lado\ triângulo\ B}$	Razão entre $\frac{lado\ triãngulo\ B}{lado\ triângulo\ A}$
Lado 1				
Lado 2				

(Ie) Preencha o quadro abaixo para os outros triângulos restantes.

	Triângulo C	Triângulo D	Razão entre $\frac{lado\ triãngulo\ C}{lado\ triângulo\ D}$	Razão entre $\frac{lado\ triãngulo\ D}{lado\ triângulo\ C}$
Lado 1				
Lado 2				

(I_R) O que podemos concluir em relação às razões encontradas no quadro anterior?

____

____

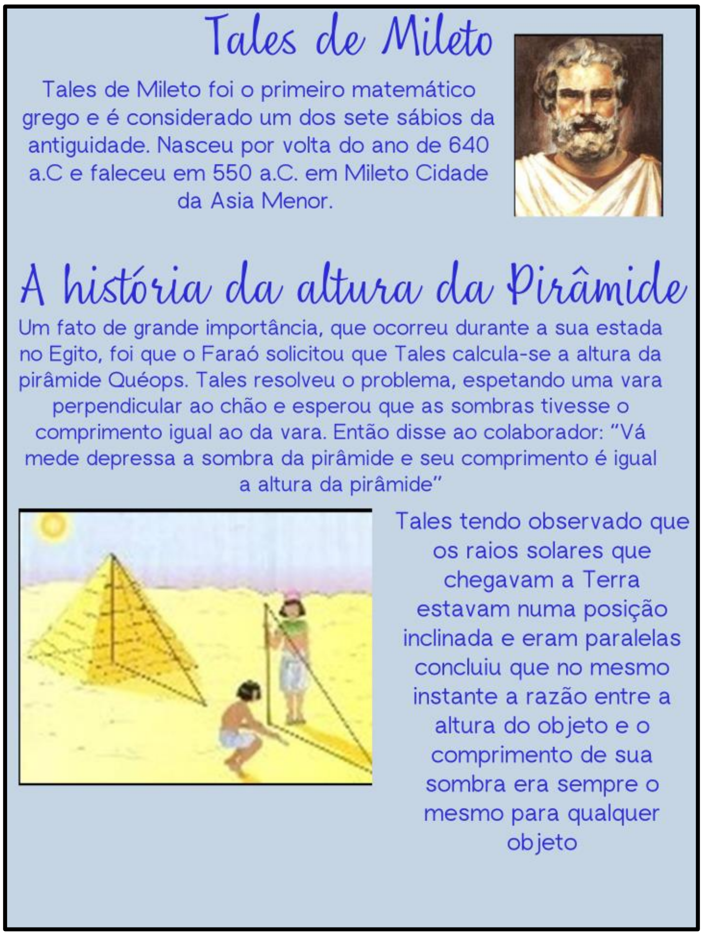
(I_f) Definição: Se dois triângulos ∆ABC e ∆DEF são tais que seus lados são homologamente proporcionais, então pelo critério Lado-Lado-Lado os triângulos ABC e DEF são semelhantes.

UARC3: RECONHECER A SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO POR MEIO DO CRITÉRIO LADO-ÂNGULO-LADO (L.A.L)

Objetivos: Compreender a ideia de semelhança de triângulos – Critério Lado-Ângulo-Lado

Materiais utilizados: Texto com a História de Tales de Mileto e a medição da altura da pirâmide, palito de churrasco, palito de picolé e palito de dente, isopor, lanterna, cola, tesoura, papel A4, régua.

Procedimentos: O primeiro Passo dessa atividade é dividir os alunos em equipes de até 4 alunos de modo que todos possam participar. Entregar para os alunos o texto que conta a história de Tales de Mileto.



Após a leitura do texto, os alunos serão convidados de forma análoga ao procedimento de Tales de Mileto a construir uma maquete, fixando na folha de isopor um palito de picolé e um palito de churrasco.

(Ii) Após a construção da maquete, os alunos serão convidados a utilizar a lanterna simulando a luz do sol sobre os palitos. Será solicitado aos alunos que registrem o tamanho da sombra de cada uma das posições que foram projetadas, será feita a sugestão que enquanto um colega faz o processo de projeção da luz da lanterna o outro colega faz a mediação com a régua, e o outro faz o processo de anotação na tabela abaixo, e um quarto aluno deve fazer o registro do desenho das figuras que foram surgindo ao longo da atividade.

(Ir) Qual a figura geométrica vocês conseguiram visualizar ao projetar a lanterna sobre os palitos?

(Ir) Você consegue perceber alguma relação entre a Medida da Sombra do Palito de picolé e a Medida da Sombra do palito de churrasco?

(Ir) Ao realizar a razão entre os lados, quais resultados são encontrados? Eles são iguais?

(Ie) Os alunos deverão preencher a tabela abaixo, com base nas observações que foram realizadas na Intervenção inicial.

Projeção	Medida da Sombra do Palito do Churrasco (L2)	Medida da Sombra do Palito de picolé (L1)	Ângulo Entre os lado 1 e Lado 2	Razão entre $\frac{L1}{L2}$
Figura 1				Ll
Figura 2				
Figura 3				
Figura 4				

Após o preenchimento da tabela cima, os alunos serão levados a responder alguns questionamentos sobre as atividades que foram realizadas.

(I_R) É possível identificar um mesmo fator (redução e ampliação) entre os lados das figuras estudadas?

(I_R) Qual fator (redução e ampliação) você encontrou ao fazer a razão entre os lados?

(I_R) A medida do ângulo formado pela sombra e o palito das figuras que foram medidas têm alguma relação?

Depois dos procedimentos acima, será feita a seguinte orientação aos alunos: pediremos que eles alterem o ângulo do palito do Churrasco e realizem os mesmos procedimentos.

(Ii) Após a construção da maquete, os alunos serão convidados a utilizar a lanterna simulando a luz do sol sobre os palitos. Será solicitado aos alunos que registrem o tamanho da sombra de cada uma das posições que foram projetadas, será feita a sugestão que enquanto um colega faz o processo de projeção da luz da lanterna o outro colega faz a mediação com a régua, e o outro faz o processo de anotação na tabela abaixo, e um quarto aluno deve fazer o registro do desenho das figuras que foram surgindo ao longo da atividade.

(Ir) Qual a figura geométrica vocês conseguiram visualizar ao projetar a lanterna sobre os palitos?

(Ir) Você consegue perceber alguma relação entre a Medida da Sombra do Palito de picolé e a Medida da Sombra do palito de churrasco?

(Ir) Ao realizar a razão entre os lados quais resultados são encontrados? Eles são iguais?

(Ie) Os alunos deverão preencher a tabela abaixo, com base nas observações que foram realizadas na Intervenção inicial.

Projeção	Medida da Sombra do Palito do Churrasco (L1)	Medida da Sombra do Palito de picolé (L2)	Ângulo Entre os lado 1 e Lado 2	Razão entre $\frac{L1}{L2}$
Figura 1				
Figura 2				
Figura 3				
Figura 4				

Após o preenchimento da tabela cima, os alunos serão levados a responder alguns questionamentos sobre as atividades que foram realizadas.

(I_R) É possível identificar um mesmo fator (redução e ampliação) entre os lados das figuras estudadas?

(I_R) Qual fator (redução e ampliação) você encontrou ao fazer a razão entre os lados?

(I_R) A medida do ângulo formado pela sombra e o palito das figuras que foram medidas têm alguma relação?

Nesse momento, o professor deve solicitar que os alunos socializem as tabelas e as respostas que foram dadas aos questionamentos que foram realizados, de maneira a fazê-los refletir sobre as atividades que foram realizadas, para que eles possam desenvolver as conclusões que chegaram após a realização das atividades propostas. O objetivo da atividade é que os alunos cheguem à seguinte conclusão.

(If) Definição: Dados dois triângulos ABC e DEF, são semelhantes se os lados homólogos são proporcionais e o ângulo formado por esses lados são congruentes.

(Ia_R) Considere dois triângulos, Triângulo P e Triângulo Q. A tarefa é determinar se eles são semelhantes usando o critério de “Lado-Ângulo - Lado” (LAL) e, se forem encontrar a razão de semelhança.

Dados: No triângulo P, o lado AB mede 4cm, o ângulo Â mede 50º e o ângulo BC mede 6 cm. No triângulo Q, o lado DE mede 89 cm, o ângulo D mede 50º e o lado EF mede 12 cm.

Perguntas:

1 – Usando o critério de semelhanças “Lado-ângulo-Lado” (L.A.L), determine se os triângulos P e Q são semelhantes. Explique o seu raciocínio.

2 – Se os triângulos P e Q são semelhantes, encontre a razão de semelhança entre eles.

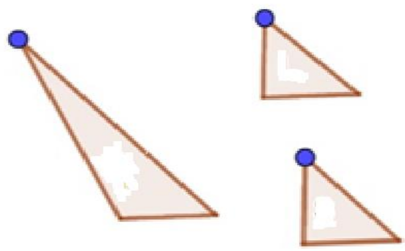
3 – Se os triângulos P e Q são semelhantes, calcule o comprimento do lado AC no triângulo P se o lado DF no triângulo Q medir 18 cm.

UARC 4: A PARTIR DA OBSERVAÇÃO DE TRIÂNGULOS, APLICAR O CRITÉRIO ÂNGULO – ÂNGULO - ÂNGULO (A.A.A.)

Objetivos: Compreender os critérios de semelhança de triângulo Ângulo – Ângulo - Ângulo (A.A.A.)

Materiais utilizados: triângulos de diversos tamanhos em EVA, transferidor, régua.

Procedimentos: Dividir os alunos em duplas e entregar três triângulos em EVA a eles.



(Ii) Solicitar que eles utilizem o transferidor para medir os ângulos dos triângulos que foram entregues aos alunos.

(Ie) Solicitar que os alunos preencham a tabela abaixo:

	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3
Triângulo A			
Triângulo B			
Triângulo C			

(Ir) O que você percebe em relação aos ângulos?

(Ir) Existe congruência entre os ângulos encontrados?

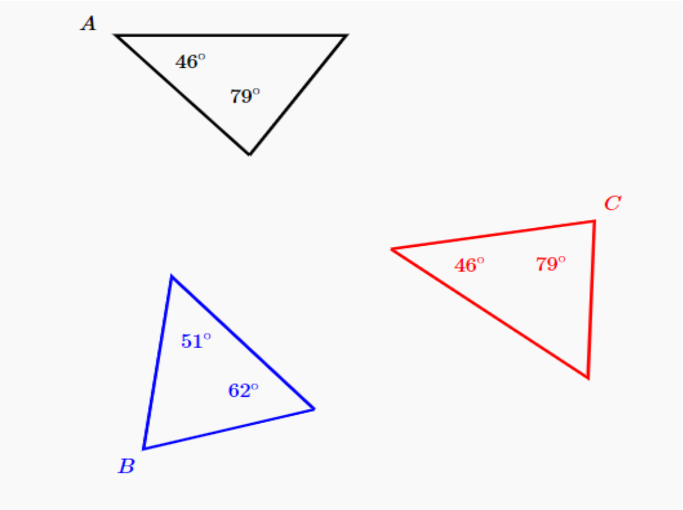
(Ir) É possível estabelecer a razão entre os lados correspondentes dos triângulos?

(Ir) Quais características foram mais destacadas após a análise dos triângulos?

Após esse processo de questionamento, o professor deve solicitar que os alunos possam socializar as conclusões que chegaram após realizar a atividade, de forma a levá-los ao processo de formalização. Os Alunos devem chegar à seguinte conclusão:

(If) Se dois triângulos possuem dois ângulos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes.

(Ia$_R$) Dado três triângulos, determine aqueles que são semelhantes, usando o critério de semelhança Ângulo – Ângulo - Ângulo.



O aluno após a aplicação da sequência didática será capaz de encontrar nos triângulos acima aqueles que são semelhantes.

4.2. ATIVIDADES CORRESPONDENTES ÀS UARC’s PARA OS ALUNOS

Abaixo, seguem os modelos de atividades que deverão ser entregues aos alunos. Sugerimos que as atividades propostas sejam realizadas em grupo, pois a atividade já foi aplicada e os dados referentes à aplicação da sequência didática já foram validados e encontram-se organizados na dissertação de Silva (2024), que apresentamos como sugestão de leitura para os docentes que se dispuserem a aplicar a sequência didática.

Na próxima página deste produto educacional, deixamos as atividades organizadas, de forma a facilitar a vida do docente que se dispuser a realizá-las. Os grupos de alunos já podem estar formados, permitindo maior interação entre os estudantes, possibilitando que a atividade ocorra de forma colaborativa, facilitando o processo de discussão e facilitando o desenvolvimento da aprendizagem, para que esta ocorra de forma efetiva.

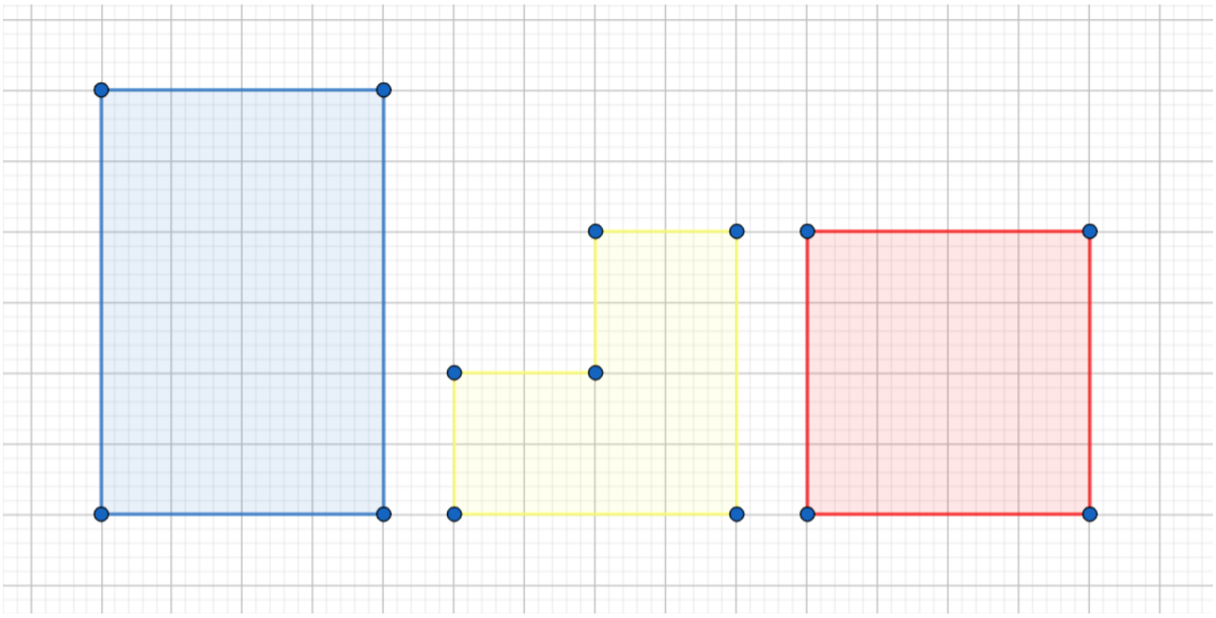
Essa proposta de atividade já foi testada e se mostrou extremamente produtiva, pois possibilitou que os alunos fossem construindo o seu conhecimento e o professor aparece como o condutor desse processo de ensino e aprendizagem. Ao realizar a avaliação, após o processo de aplicação da sequência didática, percebe-se que a aprendizagem sobre o objeto matemático proposto estará em processo de consolidação.

UARC 1 – AMPLIAÇÃO E REDUÇÃO DE FIGURAS PLANAS

EQUIPE: ____

ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____

(Ia) Faça uma ampliação (dobro do lado) e uma redução (metade do lado) de cada uma das figuras apresentadas, usando o papel quadriculado.



(Ir) Quais são as medidas da largura e do comprimento de cada uma das figuras?

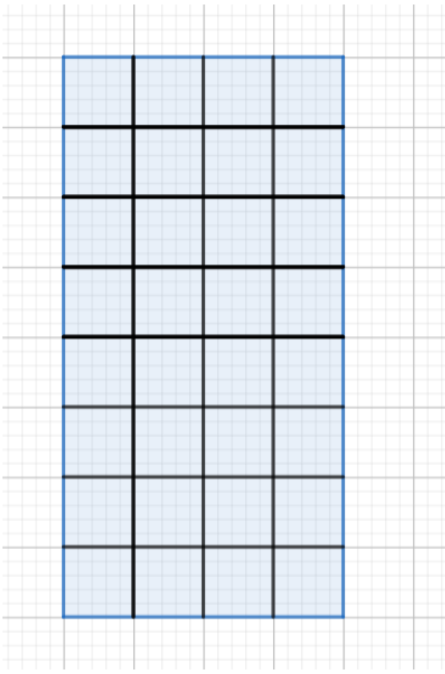
Figura	Figura Ampliada		Figura Original		Figura Reduzida	
	Largura	Comprimento	Largura	Comprimento	Largura	Comprimento
A						
B						
C						

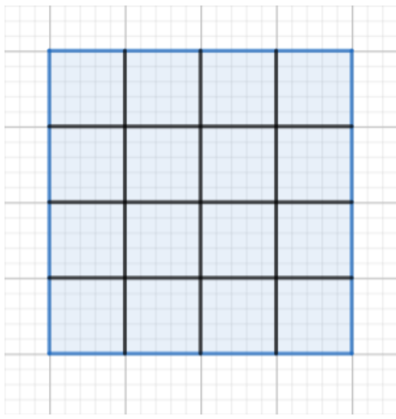
(Ie) Preencha o quadro a seguir determinando as razões indicadas.

Figura	RAZÃO RENTRE AS LARGURAS		RAZÃO ENTRE OS COMPRIMENTOS	
	Redução/Original	Original/Redução	Redução/Original	Original/Redução
A				
B				
C				

(Ir) O que você observa em relação às razões encontradas no quadro acima?

(Ie) Desenhe uma ampliação de modo que as razões entre as medidas da ampliação e original e outra de modo que a razão entre as medidas da redução e original sejam medidas, que sejam triplicadas, e uma redução de modo que as medidas sejam reduzidas a um quarto em relação às figuras abaixo:

a) 

b) 

(Ie) O que aconteceu com o comprimento da figura? O que aconteceu com a largura?

(Ie) A quais conclusões vocês chegaram?

(If)

(Ia$_R$) Exercício de semelhança de Figuras

Desenhe um triângulo retângulo cujas medidas dos catetos são 6 cm e 8 cm. Faça uma ampliação (dobro) e uma redução (metade), indicando as medidas dos novos triângulos. (Use o papel quadriculado).

UARC 2 – CRITÉRIO LADO-LADO-LADO (L.L.L.)

EQUIPE: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____

(Ii) Faça as medições dos triângulos que você recebeu.

(Ie) Use o quadro abaixo para sistematizar os dados das medições que foram realizadas.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triângulo A			
Triângulo B			
Triângulo C			
Triângulo D			

(Ie) Olhando para as medidas dos lados, faça as razões entre os lados dos triângulos dados. Dois a dois.

	Triângulo A	Triângulo B	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ A}{lado\ triângulo\ B}$	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ B}{lado\ triângulo\ A}$
Lado 1				
Lado 2				

(Ie) Preencha o quadro abaixo para os outros triângulos restantes.

	Triângulo C	Triângulo D	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ C}{lado\ triângulo\ D}$	Razão entre $\frac{lado\ triângulo\ D}{lado\ triângulo\ C}$
Lado 1				
Lado 2				

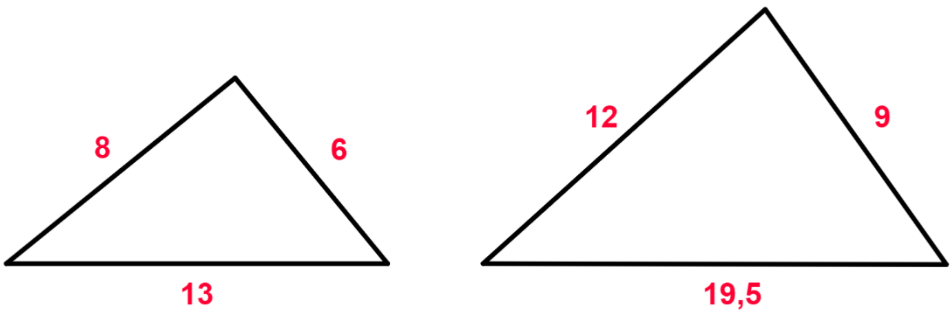
(I_R) O que podemos concluir em relação às razões encontradas no quadro anterior?

____
____

(I_f) Definição:

____
____

(IA) Verifique se os triângulos abaixo são semelhantes:



UARC 3 – CRITÉRIO LADO-ÂNGULO-LADO (L.A.L)

EQUIPE: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____

(Ii) Faça a fixação de dois palitos, na base de isopor e utilize a lanterna para simular a luz do sol sobre os palitos. Registre o tamanho das sombras de cada uma das posições que foram projetadas com a régua, e o outro faz o processo de anotação na tabela abaixo, e um quarto aluno deve fazer o registro do desenho das figuras que foram surgindo ao longo da atividade.

(Ie) Vamos preencher a tabela abaixo, com base nas observações que foram realizadas na Intervenção inicial.

Projeção	Medida da Sombra do Palito maior (L2)	Medida da Sombra do Palito menor (L1)	Ângulo Entre os lado 1 e lado 2	Razão entre $\frac{L1}{L2}$
Figura 1				
Figura 2				
Figura 3				

Após o preenchimento da tabela cima, os alunos serão levados a responder alguns questionamentos sobre as atividades que foram realizadas.

(Ir) Qual a figura geométrica vocês conseguiram visualizar ao projetar a lanterna sobre os palitos?

____
____

(Ir) Você consegue perceber alguma relação entre a medida da sombra do palito menor e a medida da sombra do palito maior?

____
____

(Ir) Ao realizar a razão entre os lados quais resultados são encontrados? Eles são iguais?

____
____
____

(I_R) É possível identificar um mesmo fator (redução e ampliação) entre os lados das figuras estudadas?

____
____

(I_R) Qual fator (redução e ampliação) você encontrou ao fazer a razão entre os lados?

____
____

(I_R) A medida do ângulo formado pela sombra e o palito das figuras que foram medidas têm alguma relação?

____
____

(If) Definição: ____
____

(Ia_R) Atividade Avaliativa: Considere dois triângulos, Triângulo P e Triângulo Q. A tarefa é determinar se eles são semelhantes usando o critério de “Lado-Ângulo-Lado” (LAL) e, se forem encontrar a razão de semelhança.
Dados:
No triângulo P, o lado AB mede 4cm, o ângulo Â mede 50º e o ângulo BC mede 6 cm.
No triângulo Q, o lado DE mede 8 cm, o ângulo D mede 50º e o lado EF mede 12 cm.

Perguntas:
1 – Usando o critério de semelhanças “Lado-Ângulo-Lado” (L.A.L), determine se os triângulos P e Q são semelhantes. Explique o seu raciocínio.

____
____
____
____

2 – Se os triângulos P e Q são semelhantes, encontre a razão de semelhança entre eles.

____
____
____

3 – Se os triângulos P e Q são semelhantes, calcule o comprimento do lado AC no triângulo P se o lado DF no triângulo Q medir 18 cm.

____
____
____

UARC 4 – CRITÉRIO ÂNGULO-ÂNGULO-ÂNGULO (A.A.A.)

EQUIPE: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____
ALUNO: ____

Agora preencha a tabela abaixo.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triângulo A			
Triângulo B			

(Ir) O que você percebe em relação aos ângulos?

____

(Ir) Existe congruência entre os ângulos encontrados nos triângulos A e B?

____

(Ir) É possível estabelecer a razão entre os lados correspondentes dos triângulos?

____

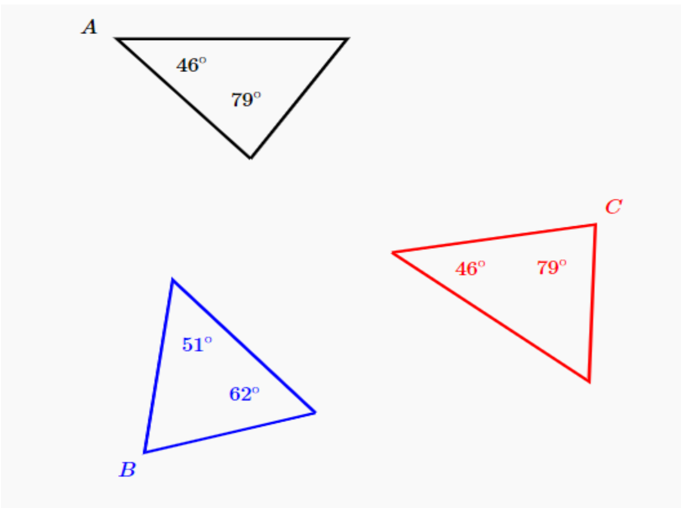
(Ir) Quais características foram mais destacadas após a análise dos triângulos?

____

(If) Intervenção formalizante:

____.

(Ia$_R$) Dado três triângulos, determine aqueles que são semelhantes, usando o critério de semelhança Ângulo – Ângulo - Ângulo.



Quais triângulos são semelhantes?

____

____

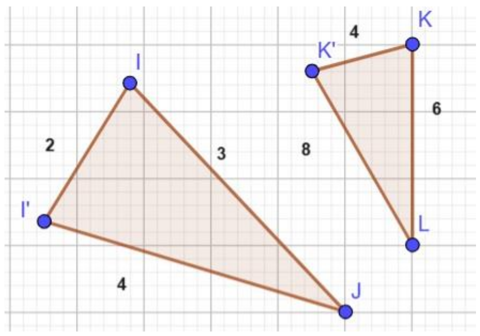
AVALIAÇÃO APLICATIVA

Solicitar que os alunos se dividam em duplas e desenvolvam as atividades propostas dentro do conhecimento sobre semelhança de triângulos

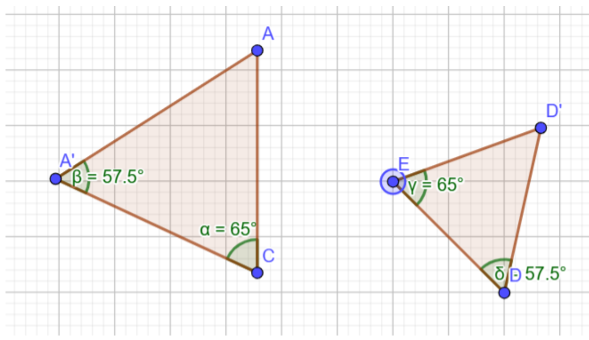
(Ii) Solicitar que os alunos respondam a seguinte atividade sobre semelhança de triângulos.

1 – Os pares de triângulos abaixo são semelhantes?

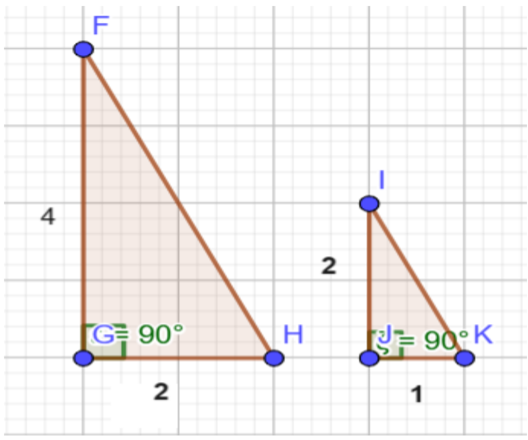
a)



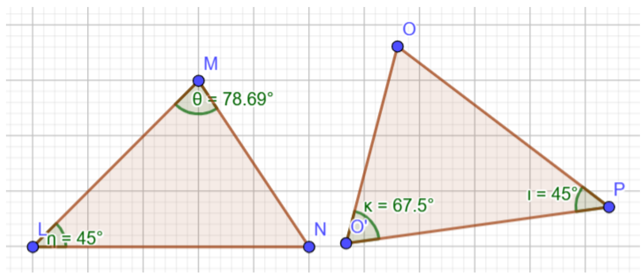
b)



c)



d)



(Ie) Solicitar que os alunos registrem os cálculos utilizados no processo de resolução das atividades e preencham a tabela abaixo:

Exercício	Qual critério de semelhança de triângulos foi utilizado?
Atividade a	( ) LLL ( ) LAL ( ) AA ( ) N.D.A
Atividade b	( ) LLL ( ) LAL ( ) AA ( ) N.D.A
Atividade c	( ) LLL ( ) LAL ( ) AA ( ) N.D.A
Atividade d	( ) LLL ( ) LAL ( ) AA ( ) N.D.A

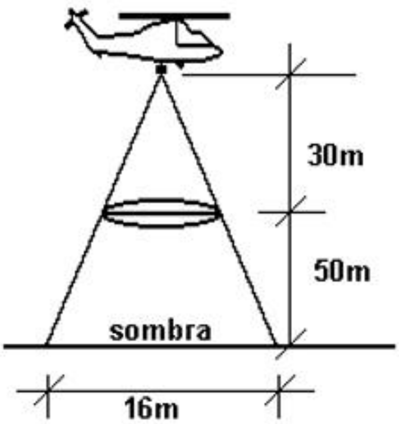
Após preencher a tabela, será solicitado que os estudantes reflitam sobre a forma de resolução das questões apresentadas.

(Ir) Você acredita que as atividades anteriores auxiliaram vocês a resolverem as três questões apresentadas?

(Ir) Qual o grau de dificuldade na resolução das questões apresentadas?
Após resolver os exercícios, será solicitado que os alunos dialoguem sobre as resoluções apresentadas e quais caminhos utilizaram para resolver as questões e refletirem sobre os questionamentos acima.

(If) É o momento em que o professor chega à conclusão através da fala dos alunos se a sequência didática aplicada ajudou no processo de aprendizagem.

(IA_A) Numa cidade do interior, à noite, surgiu um objeto voador não identificado, em forma de disco, que estacionou a 50 m do solo, aproximadamente. Um helicóptero do exército, situado a aproximadamente 30 m acima do objeto, iluminou-o com um holofote, conforme mostra a figura abaixo. Sendo assim, pode-se afirmar que o raio do disco mede, em m, aproximadamente:



a) 3,0 m b) 3,5 m c) 4,0 m d) 4,5 m

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este produto educacional foi desenvolvido durante a pesquisa realizada para a construção da dissertação do mestrado profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará – PPGEM /UEPA, com o objetivo de buscar desenvolver estratégias de ensino que possam contribuir com o processo de aprendizagem dos alunos. A pesquisa em questão apresenta um estudo aprofundado sobre o ensino de geometria, com foco na semelhança de triângulos. A abordagem é inovadora, pois propõe uma sequência didática baseada no uso de materiais concretos manipuláveis e estruturada segundo as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARCs) de Cabral (2017).

O trabalho se destaca pela sua metodologia detalhista, que inclui um estudo dos principais autores que discutem o abandono da geometria no Brasil, uma pesquisa de referencial teórico com publicações dos últimos 5 anos e uma escuta com professores e alunos para entender o processo de ensino e aprendizagem da semelhança de triângulos. Além disso, a pesquisa também analisa como o tema é abordado nos livros didáticos, que muitas vezes são a principal ferramenta pedagógica disponível para os alunos e professores das escolas públicas.

A aplicação prática da sequência didática, realizada com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual do município de Ananindeua, é um ponto forte do trabalho. Apesar de apenas 12 dos 34 alunos contatados inicialmente terem aceitado participar, os resultados foram positivos, pois os educandos participaram de forma efetiva e produtiva.

Sendo assim, este produto educacional já foi testado e seus dados detalhados estão presentes na referida dissertação acima. Contudo, a ideia proposta pelos autores é que o mesmo pode ser abordado de forma mais particularizada em diferentes contextos ou para alunos com diferentes níveis de habilidade em geometria, o que pode gerar novas pesquisas e outras possibilidades de aplicação.

Este produto educacional é destinado ao ensino de semelhança de triângulos, que integra materiais concretos manipulativos e tem o potencial de enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento profissional dos professores e pessoal dos alunos. Nas prováveis aplicações continuadas deste produto educacional, seria útil ter informações sobre como esse ele foi recebido pelos professores e como ele está sendo usado na prática com os alunos.

Em resumo, a pesquisa apresenta uma contribuição valiosa para o campo do ensino de geometria, propondo uma abordagem inovadora para o ensino de semelhança de triângulos. Este produto educacional fica disponível para que novos aspectos possam ser explorados mais a fundo para fortalecer ainda mais o processo de pesquisa e que novas estruturas no ensino de geometria possam ser desenvolvidas de forma a tornar o ensino deste conteúdo mais atraente e cheio de possibilidades para os professores e alunos da educação básica.

5. REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. Ag et Al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação,** n. 27, p. 94-108, dez. 2004. Disponível em: https://doi.org/10.1590/s1413-24782004000300007. Acesso realizado em: 05 fev. 2023.

ANTUNES, F. C. A.; MERLI, R, F.; NOGUEIRA, C.M. I.. A construção da didática da matemática na França e sua influência sobre as pesquisas brasileiras. **XIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Cuibá/MT, 14-17 de julho 2019. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/336614093_A_CONSTRUCAO_DA_DIDATICA_DA_MATEMATICA_NA_FRANCA_E_SUA_INFLUENCIA_SOBRE_AS_PESQUISAS_BRASILEIRAS. Acesso realizado em: 10 abr. de 2023.

BARBOSA, M. J. F. Teorema de Tales: uma abordagem por do meio da Teoria das Situações Didáticas. In: **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática** (EBRAPEM), XX, 2016, Curitiba, GD2 Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, Curitiba, 2016. Disponível em: https://docplayer.com.br/49802455-Teorema-de-tales-uma-abordagem-por-do-meio-da-teoria-das-situacoes-didaticas.html. Acesso em: 05 fev. 2023.

BARBOSA, J.L.M. Geometria Euclidiana Plana. **Coleção Professor de Matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). 5ª Edição. 2002. Rio de Janeiro. ISBN 85-85818-02-6.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. MEC/SEF, Brasília, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso realizado em: 20 mar. 2023.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. In: Brasília: Conselho de Reitores das Universidades Brasileiras, 1996. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/LDB.htm.pdf. Acesso realizado em: 20 març. de 2023.

BRASIL, **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/. Acesso realizado em: 20 mar. de 2023.

BRASIL. **Matriz de Referência do ENEM**: Matemática e suas tecnologias. MEC/SEF, Brasília. Disponível em: matriz_referencia.pdf (inep.gov.br). Acesso realizado em: 20 mar. de 2023.

BRASIL. **Matriz de Referência do SAEB**: Sistema de avaliação da Educação Básica. MEC/SEF, 2001. Brasília. Disponível em matriz-de-referencia-de-matematica_2001_ (inep.gov.br). Acesso realizado em: 20 març. de 2023.

BRITO, C. S. **Licenciandos e professores de matemática interagindo no VMTcG em atividades de semelhança de triângulos**. 2022. 153 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2022.Disponível em: https://tede.ufrrj.br/handle/jspui/6725. Acesso realizado em: 10 mai. de 2023.

BROUSSEAU, G. **Introdução aos estudos das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008. Disponível em: grupoddmat.pro.br/index.php/download/introducao-ao-estudo-das-situacoes-didaticas-conteudos-e-metodos-de-ensino-guy-brousseau/?wpdmdl=1540&refresh=653536455959a1697986117. Acesso em: 11 mai. de 2023.

BRUM, W. P. Livros Didáticos de Matemática: Análise dos recursos didáticos auxiliares para a aprendizagem de conceitos elementares de geometria não euclidiana. **Trilhas Pedagógicas**, v. 5, n.5, Ago. 2015, p.135-149. Disponível em: http://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/74. Acesso em: 15 abr. de 2023.

CABRAL, N. F.. **Sequência Didática**: Estrutura e elaboração. Belém: SBEM-PARÁ, 2017. 104p. ISBN 978-85-98092-34-8.

CABRAL, N. F.; CHAQUIAM, M.; POCK, M. A.; DIAS, G. N.; PINTO, G. P. UARC: Um Organizador de Sequência Didática na Área de Matemática / UARC: A Didactic Sequence Organizer in Mathematics. **Brazilian Journal of Development**, *[S. l.]*, v. 6, n. 6, p. 34191–34208, 2020. DOI: 10.34117/bjdv6n6-098. Disponível em: https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/11121. Acesso em: 1 mai. 2023.

CABRAL, N. F.; DIAS, G. N.; LOBATO JUNIOR, J. M. D. S. O Ensino de Razão e Proporção por meio de atividades. **Ensino da Matemática em Debate**, *[S. l.]*, v. 6, n. 3, p. 174–206, 2019. DOI: 10.23925/2358-4122.2019v6i3p155-179. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/45062. Acesso em: 4 mai. 2023.

CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. **Matemática teoria e Contexto**. 9º ano, 1ª ed. – São Paulo: Saraiva, 2012.

CHAVANTE, E.. **Matemática.** Convergências: matemática, 9º ano: anos finais ensino fundamental. 1ª ed. São Paulo: Edições SM, 2015.

CHAQUIAM, M. **Ensaios temáticos**: história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM / SBEM – Pa, 2017. 241p. ISBN 978-85-98092-34-8

COSTA, D. E.; GONÇALVES, T. O. Compreensões, Abordagens, Conceitos e Definições de Sequência Didática na área de Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, 36(72), 358-388. 2022. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a16. Acesso em: 09 abr.2023.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Trad. J. B. Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

DOLCE, O.; POMPEO, J.N. Fundamentos da Matemática Elementar: **Geometria Plana**. Volume 9. Editora Atual. 7ª Edição.

FILHO, F. S.; SOUZA, D. S. Práticas metodológicas no ensino de geometria: um olhar a partir do entendimento dos professores de matemática de Aracaju - SE. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática** - Curitiba. 2013.

GUERRA, E. D. M. **Explorando aplicações de semelhanças de triângulos: uma proposta a partir de aulas práticas**. Anais VIII EPBEM. Campina Grande: Realize Editora,2014. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2014/Modalidade_3datahora_22_10_2014_20_09_04_idinscrito_873_1afa8808807020c26daba504eb1ddb70.pdf. Acesso em: 05 ago. de 2023.

HORBACH, I.C.; REICHERT, J.T. Semelhança de triângulos: estudo propositivo por meio do e Scratch. **Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática**, v. 3, n. 1, p. 38-55, 4 ago. 2021. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/353892925_SEMELHANCA_DE_TRIANGULOS_estudo_propositivo_atraves_do_Scratch. Acesso em: 05 ago. 2023.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**. Blumenau, n. 1, p. 3U13, 1995. Disponível em: https://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf. Acessado em: 10 març. de 2023.

NUNES, R. S.; NUNES, J. M. V. Modelos constitutivos de sequências didáticas: enfoque na teoria das situações didáticas. **Revista Exitus**, *[S. l.]*, v. 9, n. 1, p. 148-174, 2019. DOI: 10.24065/2237-9460.2019v9n1ID719. Disponível em: http://www.ufopa.edu.br/portaldeperiodicos/index.php/revistaexitus/article/view/719. Acesso em: 22 abr. 2023.

PAIS, L. C.; FREITAS J. L. M. Um Estudo dos Processos de Provas no Ensino e na Aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental. **Boletim de Educação Matemática**, Ano 12, n. 13, p. 62 - 70, 1999. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10642/7029. Acesso realizado em: 04 abr. de 2023.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil**: causas e consequências. Zetetiké , Campinas, SP, v.1, n. 1, p. 7-17, jan./dez. 1993. https://doi.org/10.20396/zet.v1i1.8646822. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822. Acesso em: 05 julh. de 2023.

PEREIRA, M. F. F.. **Uma sequência didática para o ensino de semelhança de figuras planas**. Dissertação do Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), 2017. Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam. F. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/559492 . Acesso: 01 març. 2022.

PEREIRA, M.F.F. Atividades com o Geogebra: Uma proposta para o ensino de semelhança. **Jornada de Estudos em Matemática**. 2016. Marabá. ISSN 2448-4342 Disponível em: https://jem.unifesspa.edu.br/images/2JEM/ANAIS/CC/ATIVIDADES_COM_O_GEOGEBRA_UMA_.pdf. Acesso: 25 ag. 2023.

PEREIRA, S. R. F.; PEREIRA, M. F. F. O ensino de semelhança de triângulos na opinião de alunos. **Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo** Disponível: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7486_3464_ID.pdf. Acesso: 01 mai. de 2022.

SILVA, J. A. V. O uso de programas computacionais como recurso no ensino-aprendizagem da geometria. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

SILVA, D. G. **O Ensino de semelhança de Triângulos com materiais manipuláveis**. Dissertação do Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (PPGEM - UEPA), Belém – Pará, 2024. Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam. 193f.

SILVEIRA, E. **Matemática Compreensão e prática**. 9º ano; 5ª edição. São Paulo: Moderna, 2018.

SISPAE. **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. Disponível em http://www.vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?c=SEPA1401. Acesso em 04 març. de 2023.

SOUZA, J. R. **Matemática realidade & tecnologia**: 8º ano: Ensino Fundamental: Anos Finais – 1 Ed. – São Paulo: FTD, 2018.

SULEIMAN, A. R. Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino. **Educação: Teoria e Prática**, v. 25, n. 48, p. 200-206, 29 abr. 2015. Disponível em: https://doi.org/10.18675/1981-8106.vol25.n48.p200-206. Acesso em: 15 abr. de 2023.

TEIXEIRA T. S. R.; CARVALHO S. A. A Influência do livro didático na prática pedagógica do professor que ensina matemática. **Revista Prática Docente**, *[S. l.]*, v. 2, n. 2, p. 158–178, 2017. DOI: 10.23926/RPD.2526-2149.2017. v2.n2.p158-178.id73. Disponível em: https://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/624. Acesso em: 28 jul. 2023.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa; revisão técnica: Nalú Farenzena. Porto Alegre: Penso, 2014

APÊNDICE

Apêndice A – LISTA DE EXERCÍCIOS DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS

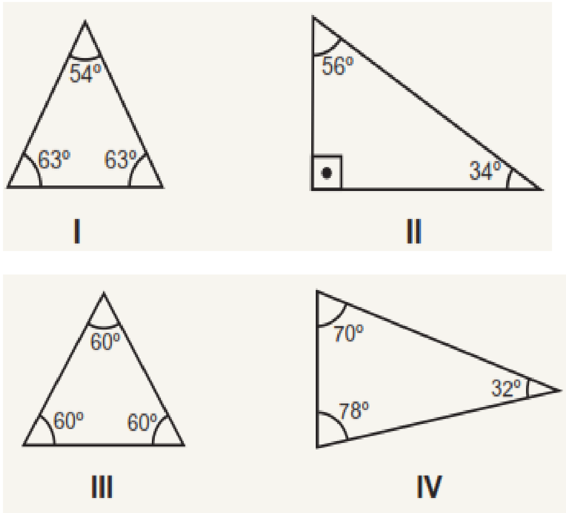
1. O Segmento AB = 4cm e o segmento CD = 8cm. A razão entre eles é:
a) 1/4
b) 2/2
c) 3/2
d) ½

2. O segmento EF= 3 cm e o segmento GH = 9 cm. A razão entre eles é:
a) 1/3
b) 2/3
c) 1/2
d) 3/2

3. A razão entre a altura de um poste e a altura de uma árvore é 3/4. Se o poste mede 7,5 cm. A altura da árvore é de:
a) 8 m
b) 10 m
c) 12 m
d) 14 m

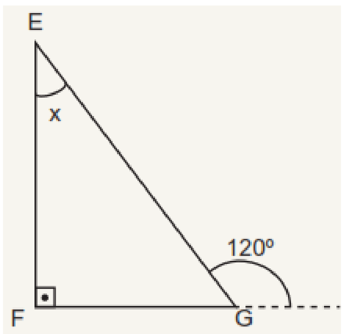
4. A razão entre a altura de uma pessoa e a altura de uma caixa d’agua é de 3/5. Se a pessoa tem 1,8 m de altura. A altura da caixa d’agua será de:
a) 5m
b) 4m
c) 3m
d) 2m

5. (SAEPE). Observe os triângulos abaixo:



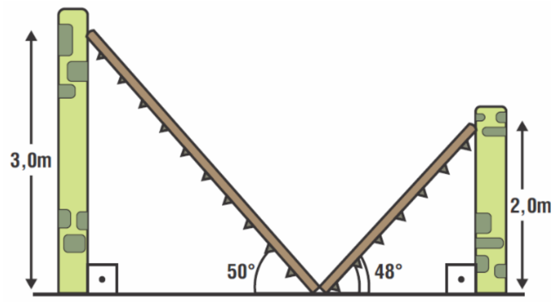
Qual desses triângulos é equilátero?
a) I
b) II
c) III
d) IV

6. (SAEP) Observe o triângulo EFG abaixo, retângulo em F.



Quanto mede o ângulo x desse triângulo?
a) 30º
b) 60º
c) 90º
d) 120º

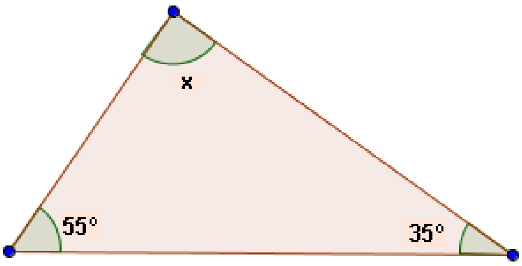
7. Duas escadas estão encostadas em dois muros, como mostra na figura abaixo.



Quanto medem os ângulos formados pela escada maior e menor encostadas no muro.

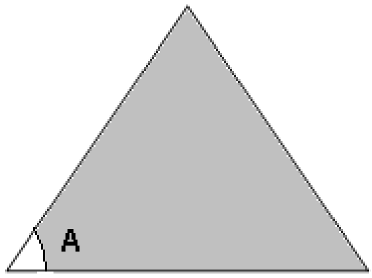
a) 90° e 90°.
b) 50° e 48°.
c) 40º e 42º
d) 30º e 20º

8. De acordo com o triângulo abaixo, assinale a alternativa correta:



a) O valor de **x** é 90° e este é um triângulo retângulo.
b) O valor de **x** é 80° e este é um triângulo acutângulo.
c) O valor de **x** é 75° e este é um triângulo escaleno.
d) O valor de **x** é 55° e este é um triângulo isósceles.

9. (Saego 2011). Uma aluna desenhou o seguinte triângulo equilátero no caderno, como indica a figura abaixo.



O valor do ângulo A é:

a) 30º
b) 180º
c) 60º
d) 120º

10. (Prova Rio). O carro de José apresentou um problema e ele teve que parar. Obedecendo às Leis de Trânsito, ele usou o sinalizador chamado triângulo para avisar aos outros carros, na estrada, que seu carro estava enguiçado.

Neste sinalizador, os três ângulos têm a mesma medida, portanto cada um deles mede

a) 45°.
b) 60º.
c) 90º
d) 180º

Apêndice B – OFICINA DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Razão e Proporção

Razão: Dados dois números racionais *a* e *b* **,** com b≠0, denomina-se razão entre a e b ou razão de a para b o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a : b$.

A razão $\frac{a}{b}$ ou $a : b$ pode ser lida da seguinte maneira: razão de a para b ou a está para b.

Exemplos:
a) Em um jogo de basquete, determinado jogador fez 23 dos 92 pontos marcados pela sua equipe em certa partida. A razão entre o número de pontos feito pelo jogador e o total de pontos da partida é dada por:

$\frac{23}{92} = \frac{1}{4}$.

b) João estava treinando pênaltis caso precisasse na final dos jogos de futebol escolares. Sabendo que de 14 chutes ao gol ele acertou 6, qual a razão do número de acertos para o total de chutes?

$\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$.

c) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.
$\frac{8}{2000} = \frac{1}{250}$ ou 1:250

Proporção: É a igualdade entre duas razões. Segundo a propriedade da proporção temos:
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a\ x\ d = b\ x\ c$

Exemplos:

a) Em uma seleção, a razão entre o número de homens e mulheres candidatos a vaga é 4/7. Sabendo que 32 candidatos são do sexo masculino, o número total de participantes na seleção é:

$\frac{4}{7} = \frac{32}{x} \Leftrightarrow 4x = 32 \,.\, 7$ Logo $x = 56$. Então o número de participantes é 88.

b) Em uma maquete de um condomínio, um de seus prédios de 80 metros de altura está com apenas 48 centímetros. A altura de um outro prédio de 110 metros nessa maquete, mantidas as devidas proporções, em centímetros, será de

$\frac{48}{80} = \frac{x}{110} \Leftrightarrow 80x = 48\,.\,110$ Logo $x = 66$. Então a altura é de 66cm

c) A razão entre o peso de uma pessoa na Terra e o seu peso em Netuno é 5/7. Dessa forma, o peso de uma pessoa que na terra pesa 60 kg, em Netuno será qual valor?

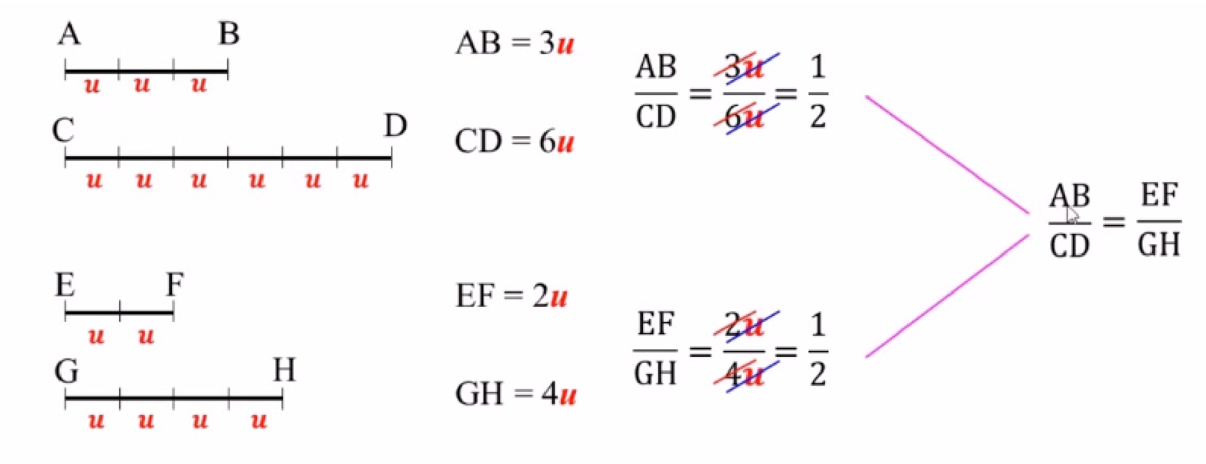
$\frac{5}{7} = \frac{60}{x} \Leftrightarrow 5x = 60\,.\,7$ Logo $x = 84$. Então o peso da pessoa em Netuno é de 84kg

Segmentos Proporcionais:

Os segmentos proporcionais utilizam-se do mesmo conceito de razão e proporção, conforme podemos visualizar a seguir

Razão: A razão entre dois segmentos é o quociente entre as suas medidas, tomadas na mesma unidade.

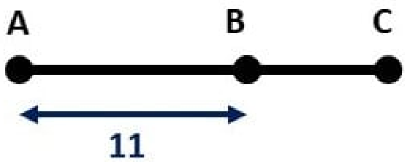
Proporção: É a igualdade entre duas razões



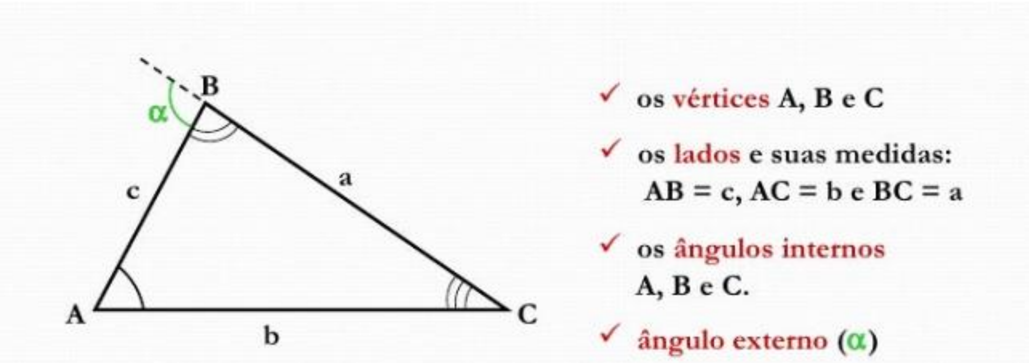
Exemplos:

a) Os segmentos $\overline{AB}, \overline{CD}, \overline{EF}$ e $\overline{GH}$ são, nessa ordem, segmentos proporcionais. Determine a medida de $\overline{CD}$ sabendo que $\overline{AB} = 5$, $\overline{EF} = 7,5$ e $\overline{GH} = 13,8$.

b) Determine $\overline{BC}$ sabendo que $\frac{\overline{AB}}{7} = \frac{\overline{BC}}{4}$ e que:



Triângulos: É um polígono de 3 lados. Que possui três ângulos internos cuja soma resulta em 180º. Como podemos verificar na figura abaixo.



Os triângulos podem ser classificados de duas formas: Quanto a medida dos seus lados e a medida dos seus ângulos. De acordo com as tabelas abaixo:

Classificação do triângulo de acordo com os lados

Triângulos		
Equilátero	**Isósceles**	**Escaleno**
Quando os três lados têm medidas iguais	Quando dois lados do triângulo têm medidas iguais	Quando os três lados do triângulo têm medidas diferentes

Classificação do triângulo de acordo com os ângulos internos

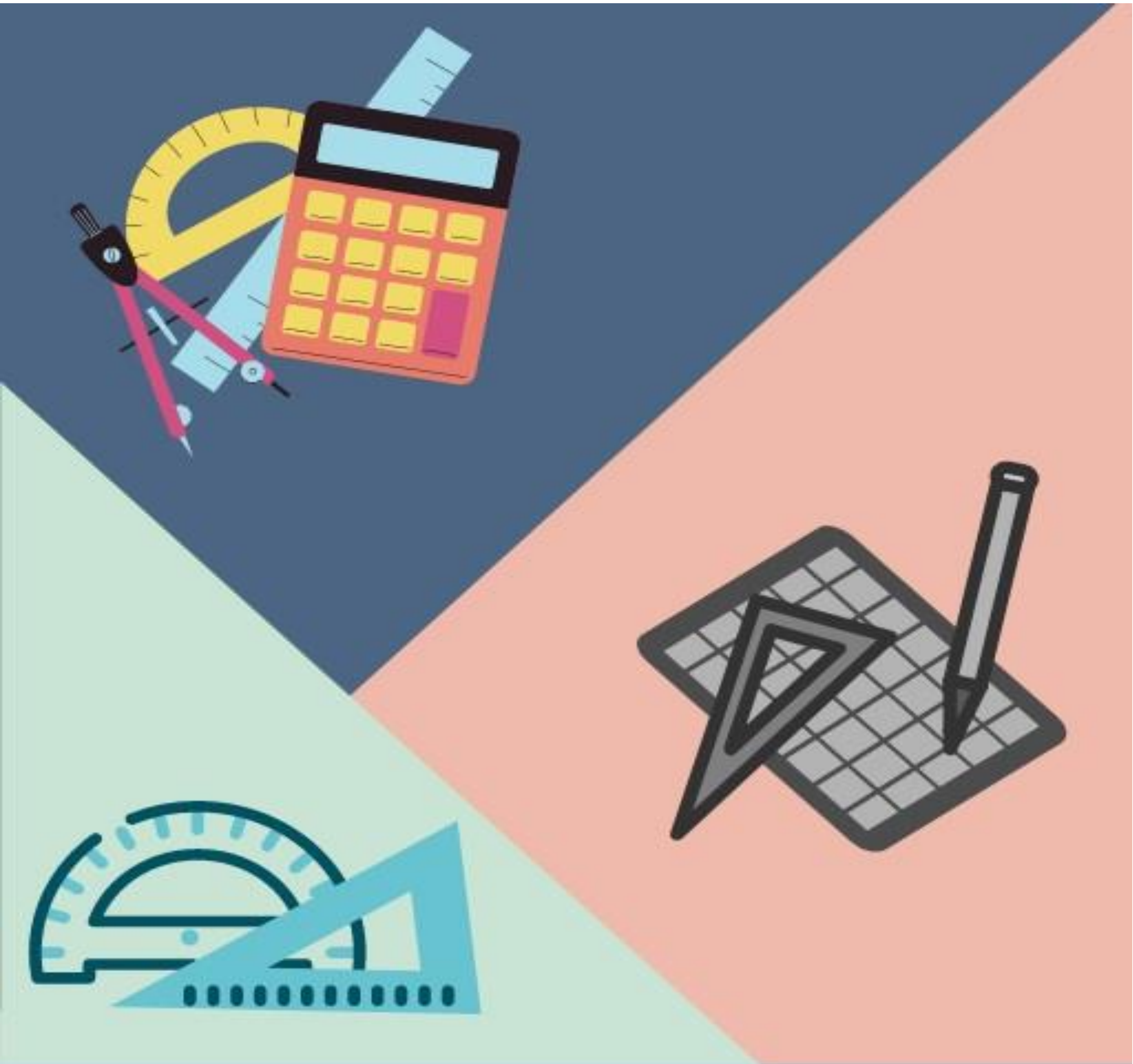
Triângulos		
Acutângulo	**Retângulo**	**Obtusângulo**
Quando os três ângulos internos são agudos (menores que 90º)	Quando um dos ângulos internos é igual 90º (ângulo reto)	Quando um dos ângulos internos é obtuso (a medida é maior que 90º e menor que 180º).

Após as aulas da oficina, retornaremos para resolver os exercícios de conhecimentos prévios para fazer o processo de consolidação dos conhecimentos.

DADOS REFERENTES AOS AUTORES:

DELCIANA GÓES DA SILVA - Mestranda em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA). Especialização em Metodologia do Ensino Superior pela Universidade do Estado do Pará. Especialização em Educação Contemporânea com ênfase em Educação Financeira. Aperfeiçoamento de Professores de Matemática do Ensino Médio – PAPMEM pelo IMPA. Licenciada Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Mais informações no Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/5438025334845312 ou diretamente pelo E-mail: delciana.goes@escola.seduc.pa.gov.br

MIGUEL CHAQUIAM - Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2012). Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2001). Licenciado em Matemática pelo Centro de Estudos Superiores do Estado do Pará (1984). Atualmente é professor da Universidade do Estado do Pará (UEPA/PA/Brasil) e pesquisador do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM/UEPA). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática Computacional, Álgebra Linear; Estruturas Algébricas, Análise Real, História da Matemática, História das Ciências e Formação de Professores. Líder do Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ). Tem interesse em Matemática, Ensino de Matemática e História da Matemática. Mais informações no Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/9356361533701895. ORCID: https://orcid.org/0000 0003-1308-8710. E-mail: miguelchaquiam@gmail.com.



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/ppgem