Universidade Federal de Mato Grosso
Instituto de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática

Atividades para o Ensino da Divisão de Números Usando Materiais Lúdicos e Somas Sucessivas.

Helziana Arruda do Nascimento
Mestrado Profissional em Matemática: Profmat/SBM

Orientador: **Prof. Dr. Pedro Manuel Sanchez Aguilar**

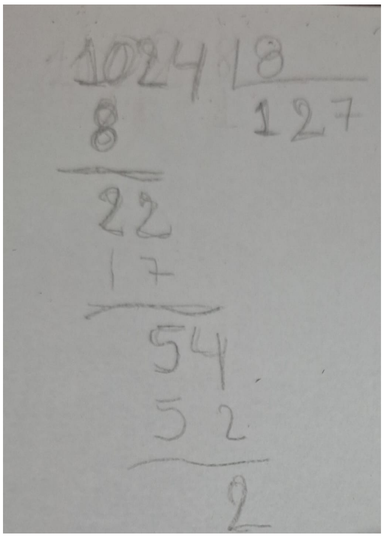
Cuiabá/MT
29 de junho de 2024

Sumário

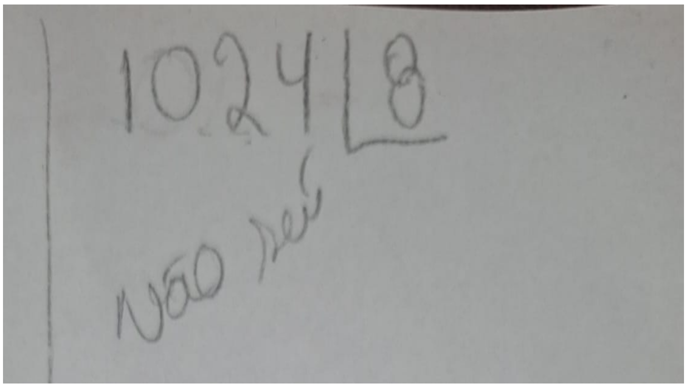
Introdução

Entre todas as operações aritméticas fundamentais, há uma que se destaca especialmente pela sua complexidade, tanto no conceito quanto na execução do seu algoritmo: a divisão. A divisão de números é frequentemente considerada uma das operações básicas matemáticas mais difíceis para ensinar para crianças devido os pré-requisitos exigidos como a multiplicação e a subtração, e à execução de seu algoritmo, veja Aragão [1], Holt [4], Kamii [5], Miguel e Miorim, [6], Piano, Loureiro e Langer [7].

A abordagem do problema que dá origem a este trabalho emerge das minhas aulas de ensino de matemática, nas quais, a partir da apresentação de determinados problemas de divisão de números realizados em sala de aula, os alunos manifestam atitudes de confusão ou apatia. Por exemplo, algumas das respostas dos alunos à pergunta dividir 1024 por 8 foram



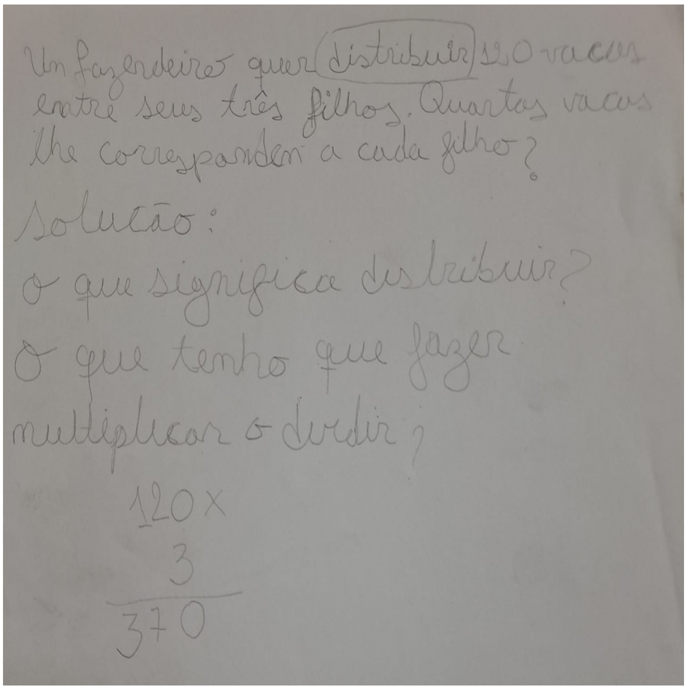
Aqui observamos que o aluno tem uma ideia de como funciona o algoritmo da divisão, porem não domina a tabuada do 8, pois para ele $8 \times 2 = 17$ e $8 \times 7 = 52$, o que leva a que a resposta esteja errada.



Aqui o aluno demonstra um total desconhecimento do algoritmo da divisão, ou seja, esse conteúdo é estranho para ele. Segundo os alunos em sala, eles desconhecem completamente como iniciar a resolução e onde buscar informações prévias que os ajudem a refletir sobre o processo educativo.

Os educandos também têm dificuldades na interpretação de problemas envolvendo a divisão, pois a terminologia empregada inclui sinônimos como distribuir, agrupar, diminuir, para cada um, entre outros. Isso se deve ao fato de que são semi-analfabetos e apresentam dificuldades em leitura e escrita. Por exemplo, no seguinte problema:

> Um fazendeiro quer distribuir 120 vacas entre seus três filhos. Quantas vacas cada filho deverá receber?



As imagens acima mostram como problemas simples pode ser muito difícil para uma criança que não consegue desenvolver o algoritmo da divisão se não tiver uma boa base em matemática. Questões como estas deixam os educadores, principalmente matemáticos, um pouco preocupados em ajudar seus discentes, não apenas pela dificuldade dos alunos em realizar o algoritmo da divisão, mas também em resolver problemas. Essas situações levam os docentes a refletirem sobre estratégias adequadas para que o aluno formule e compreenda o algoritmo da divisão. No entanto, é necessário que esse aprendizado seja positivo e motivador, envolvendo questões do cotidiano e a vivência do discente.

Nesse contexto, ao longo deste trabalho, serão apresentados métodos para o ensino-aprendizagem da divisão. A abordagem começará com uma parte lúdica e, em seguida, haverá a transcrição do conhecimento adquirido para a parte escrita e prática. Por último, será trabalhada a resolução de exercícios e problemas, oferecendo aos alunos oportunidades para vivenciar e experimentar. Isso permitirá que manipulem, observem, questionem, reflitam e, assim, desenvolvam seus conhecimentos e apliquem conceitos. O objetivo é torná-los competentes não só em matemática, mas também capazes de sobreviver em um mundo cada vez mais competitivo e desafiador.

Capítulo 1

Ensino da divisão de números usando materiais lúdicos

Antes de começar este capítulo, lembremos da definição de material lúdico.

Material lúdico é uma abordagem que utiliza jogos, brincadeiras e atividades recreativas como ferramentas de aprendizagem, desenvolvimento pessoal e terapia. Essa abordagem valoriza a ludicidade como forma de estimular a criatividade, a imaginação, a socialização e o prazer na aprendizagem.

Utilizar materiais lúdicos para preencher lacunas na compreensão da divisão de números pode tornar o aprendizado mais envolvente e eficaz.

1.1 Material dourado

O material dourado é uma ferramenta matemática que consiste em cubos pequenos, barras, placas e cubos grandes que representam o seguinte:

- Cada cubo pequeno, com 1 cm de altura, 1 cm de comprimento e 1 cm de largura, representa uma unidade.
- Cada barra de 10 cm de comprimento, 1 cm de largura e 1 cm de espessura representa uma dezena.
- Cada placa, de 10 cm de comprimento por 10 cm de largura e 1 cm de espessura, representa uma centena.

- Cada cubo grande de 10 cm de altura por 10 cm de comprimento por 10 cm de largura representa a unidade de milhar.

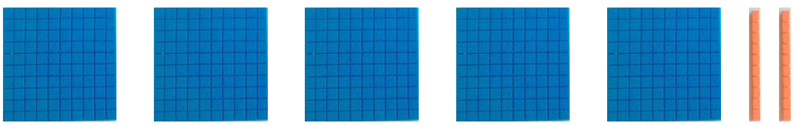
Figura 1.1: Material dourado

O trabalho com o material dourado começa com a explicação aos alunos de que os cubinhos menores representavam uma unidade. A barra, contendo 10 unidades, é um agrupamento de 10 cubinhos, o mesmo princípio se aplicava à placa, que continha 100 unidades, e ao cubo maior, contendo 1000 unidades. Aproveitamos o momento para destacar que estávamos trabalhando no sistema de base 10.

Durante essa fase, exploramos o método comparativo mencionado por Boyer [2], o que torna o aprendizado divertido para os alunos, pois não precisam contar diretamente. Como exemplo vejamos como trabalhamos com os alunos a seguinte questão:

Exemplo 1.1.1. *Dividir 520 por 4.*

Solução. Pedi aos alunos que escolhessem 5 placas e 2 barras e distribuíssem de forma equitativa em grupos de quatro.



Ao iniciar com as placas, os alunos observaram que sobrou uma placa. Em seguida, solicitei que dividissem a placa restante em 10 barras e que continuassem a distribuir 12 barras. Resultando que cada grupo tem 1 placa (100) e 3 barras (30). Como não sobrou nada, temos que o quociente da divisão é 130 e o resto é 0.

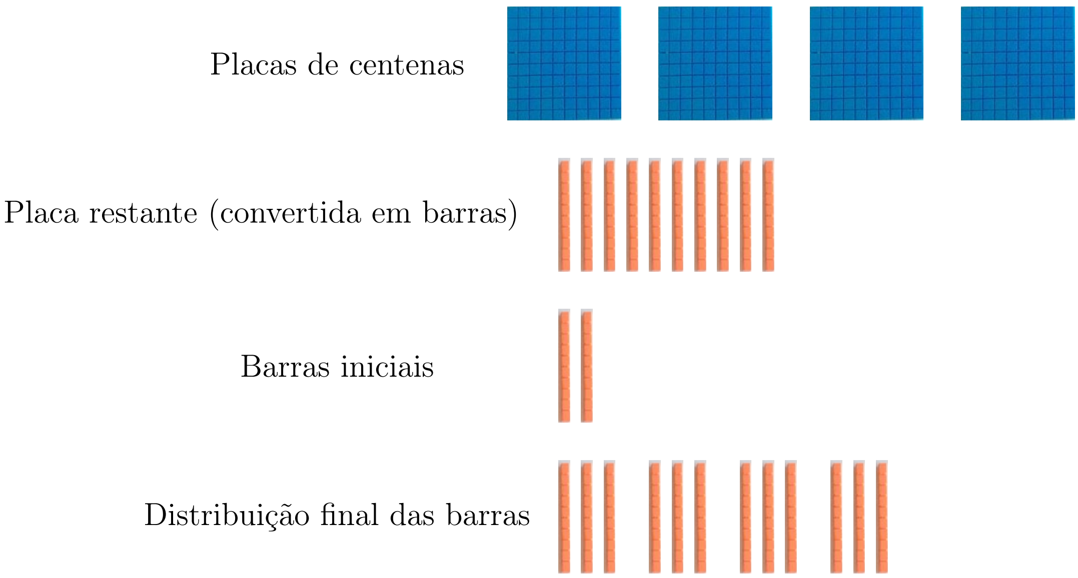


Figura 1.2: Divisão de 520 por 4 usando material dourado

□

1.2 Dinheiro de Mentira

O uso de dinheiro de mentira é uma maneira eficaz de ensinar divisão de números, especialmente para mostrar a divisão de quantias em partes iguais. Vejamos como usamos as notas e moedas da Figura 1.3 no ensino da divisão.

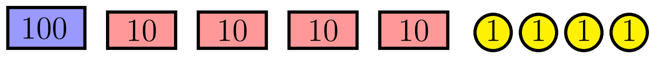
Figura 1.3: Notas e moedas do Brasil

Começamos apresentando as moedas e mostramos quantas moedas de 10 centavos equivalem a 1 real. O mesmo procedimento foi feito com cédulas de 5 reais e 1 centavo.

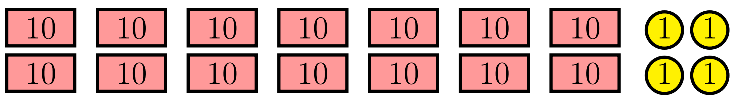
Em seguida, apresentamos a cédula de 10 reais e suas subdivisões, realizando o mesmo trabalho com cédulas de 100 reais.

Exemplo 1.2.1. *Dividir 144 por 12.*

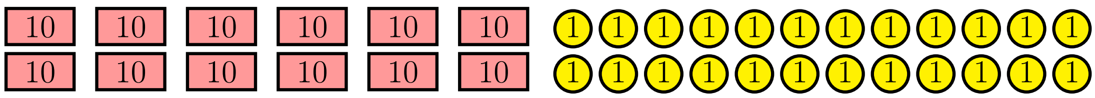
Solução. A sugestão de um aluno foi representar 144 como 1 nota de R$ 100, 4 notas de R$ 10 e 4 moedas de R$ 1.



Em seguida, pedi aos alunos que distribuíssem o valor em 12 partes iguais. Para isso, um aluno observou que a nota de R$ 100 não poderia ser dividida diretamente em 12 partes iguais, então ele trocou a nota de R$ 100 por 10 notas de R$ 10. Portanto, agora temos 20 notas de $10R\$$ e quatro moedas de $1R\$$.



Mais uma vez, foi solicitado aos alunos que dividissem o valor em 12 partes iguais. Então, um aluno percebeu que não era possível distribuir 14 notas de R$ 10 igualmente em 12 partes. Para resolver o problema, ele trocou 2 notas de R$ 10 por 20 moedas de R$ 1. Assim, agora temos que distribuir 12 notas de R$ 10 e 24 moedas de R$ 1.



Portanto, ao distribuir esse valor em 12 partes iguais, cada grupo fica com 1 nota de R$ 10 e 2 moedas de R$ 1. Assim, o quociente é 12 e o resto é 0. □

Outro trabalho realizado com os alunos foi a montagem de um bazar, com objetos e brinquedos trazidos pelos próprios alunos para serem vendidos. Cada objeto recebeu um preço diferenciado e só poderia ser comprado se o vendedor recebesse o valor equivalente em notas de mentira. Este procedimento lembra muito o método comparativo mencionado por Boyer [2] e Eves [3]. Após a realização da transação financeira, a pessoa que havia comprado se tornava o vendedor e outro aluno era convocado para ser o cliente e fazer uma nova transação financeira.

1.3 Divisão alimentar

A divisão alimentar envolve dividir alimentos (como frutas, bolos, ou chocolates) em partes iguais, proporcionando uma experiência prática e tangível. Para resolver questões de divisão com os alunos, usamos um exemplo simples, como dividir 60 frutas (por exemplo, laranjas) entre 5 pessoas.

Exemplo 1.3.1. *Dividir 60 laranjas entre 5 pessoas.*

Solução. Para responder a esta questão, providenciamos 60 laranjas e escolhi 5 alunos entre os quais as laranjas serão divididas. Expliquei aos alunos que nosso objetivo é dividir as 60 laranjas igualmente entre os 5 alunos e pedi a outro aluno que começasse distribuindo uma laranja de cada vez para cada um dos 5 alunos até que todas as laranjas tivessem sido distribuídas.

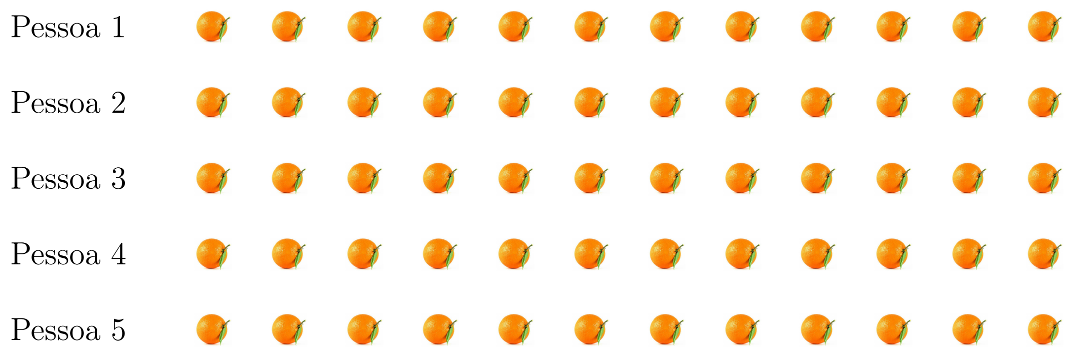


Figura 1.4: Divisão de 60 laranjas entre 5 pessoas

Após distribuir todas as laranjas, pedi ao aluno que contasse quantas laranjas cada aluno tinha, e ele respondeu que cada aluno tinha 12 laranjas. Portanto, o aluno concluiu que 60 laranjas divididas por 5 pessoas resultam em 12 laranjas por pessoa. □

O trabalho mais divertido foi realizado com um saco de Sonho de Valsa (chocolate), repetindo a mesma atividade que fizemos anteriormente com as laranjas. Realizamos divisões em quantidades iguais entre diferentes números de alunos, permitindo que observassem não apenas a quantidade distribuída, mas também a variação do resto. No final, dividimos os bombons em partes iguais e comemos.

1.4 Ábaco

O ábaco é um instrumento antigo de cálculo que tem sido usado há milhares de anos. Seria impossível não utilizá-lo e aproveitá-lo em um trabalho como este. Este objeto está amplamente disponível na escola e oferece uma série de benefícios, especialmente para crianças em idade escolar que estão aprendendo matemática.

Figura 1.5: Ábaco

Aqui temos algumas informações sobre o Ábaco:

1. Desenvolvimento Matemático: O Ábaco é um instrumento lúdico que auxilia no ensino de matemática, desenvolvendo habilidades como raciocínio lógico e cálculo mental nas crianças. Com o Ábaco, as crianças aprendem a fazer operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de forma lúdica e intuitiva. Além disso, o método é eficiente em desenvolver diversas habilidades importantes, como raciocínio lógico, memória, atenção, concentração e coordenação motora.

2. Benefícios do Ábaco: Estimula o desenvolvimento do raciocínio lógico, melhora a concentração, facilita a visualização dos números e estimula a criatividade.

3. Uso em Sala de Aula: O Ábaco deveria ser utilizado em sala de aula para melhorar a interação entre os alunos e o aprendizado em grupo. Este objeto ajuda a consolidar conceitos de unidade, dezena, centena e milhar, contribuindo para o entendimento do sistema de numeração decimal.

Este instrumento foi trabalhado primeiramente de modo individual, em que cada aluno utilizou uma abordagem baseada no método de Euclides, conforme descrito em sua obra "Os Elementos". Nesse contexto, os alunos empregaram subtrações sucessivas para explorar e compreender o funcionamento do instrumento. A prática individual permitiu que cada estudante se aprofundasse nos conceitos matemáticos fundamentais, reforçando suas habilidades de cálculo e promovendo uma compreensão mais sólida da divisão.

Exemplo 1.4.1. *Divisão de* 17 *por* 5 *usando o ábaco.*

Solução. Correção: O trabalho foi realizado em sala de aula, onde os alunos foram divididos em dois grupos, A e B. O Grupo A tinha que escolher dois números, por exemplo, 17 e 5. Após essa escolha, o Grupo B deveria fazer somas sucessivas, formando agrupamentos de 5 em 5, até chegar a 17. Eles observaram que o quociente era 3 e o resto era 2, pois foram feitos três grupos de 5 e um grupo de 2 bolinhas para alcançar o total de 17. Veja a Figura 1.6.

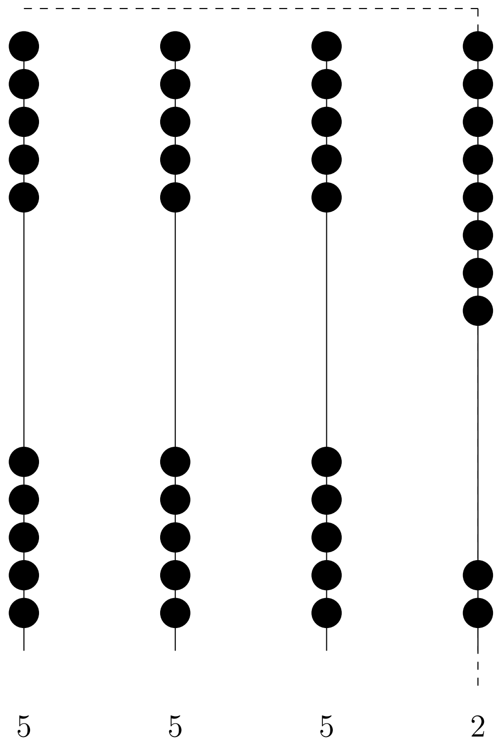


Figura 1.6: Ábaco de 4 colunas com 10 bolinhas em cada coluna

Em seguida, o Grupo A deveria colocar 17 bolinhas e subtrair em grupos de 5 em 5, conforme o método de Euclides de Alexandria (subtrações sucessivas), até resultar na divisão, com o quociente 3 e o resto 2, pois $17 = 3(5) + 2$. Era obrigatório fazer a ida com somas e a volta com subtrações. Se a aplicação fosse correta, o aluno obteria o mesmo quociente e o mesmo resto. Este processo era analisado e julgado pelo Grupo A para que o Grupo B pudesse ganhar pontos. Era ainda obrigatório encontrar o mesmo quociente e o resto. □

Capítulo 2

Ensino formal da divisão de números

Nesta seção, serão apresentados os métodos de formalização da escrita do algoritmo da divisão. Iniciamos com o método da multiplicação com somas sucessivas, o qual é a base para aprender o algoritmo da divisão.

2.1 Método da Multiplicação com Somas Sucessivas

Ao contrário do método tradicional escolar, aqui o aluno constrói cada linha da tabuada efetuando o algoritmo da soma. Na Figura 2.1, temos um aluno realizando a tabuada através de somas sucessivas.

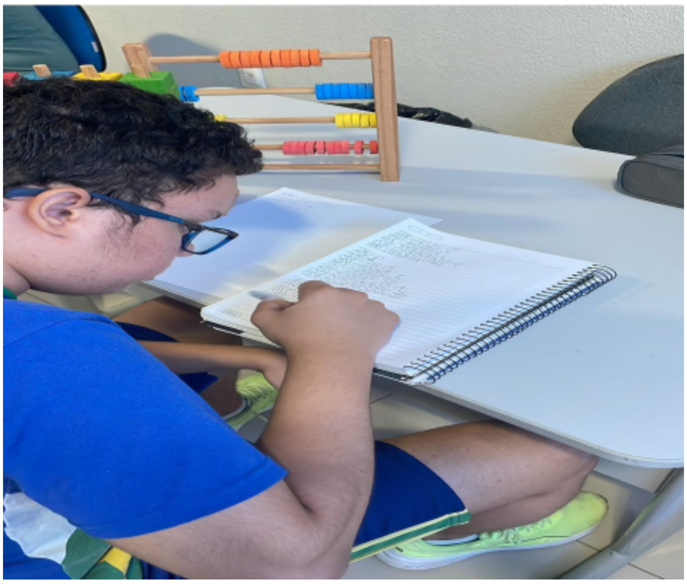


Figura 2.1: Somas sucessivas

Sendo assim, este processo será feito do seguinte modo:

Multiplicação	**Resultado por Somas Sucessivas**
1×1	$1 = 1$
1×2	$1 + 1 = 2$
1×3	$1 + 1 + 1 = 3$
1×4	$1 + 1 + 1 + 1 = 4$
1×5	$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$
2×1	$2 = 2$
2×2	$2 + 2 = 4$
2×3	$2 + 2 + 2 = 6$
2×4	$2 + 2 + 2 + 2 = 8$
2×5	$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$
3×1	$3 = 3$
3×2	$3 + 3 = 6$
3×3	$3 + 3 + 3 = 9$
3×4	$3 + 3 + 3 + 3 = 12$
3×5	$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$
4×1	$4 = 4$
4×2	$4 + 4 = 8$
4×3	$4 + 4 + 4 = 12$
4×4	$4 + 4 + 4 + 4 = 16$
4×5	$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$
5×1	$5 = 5$
5×2	$5 + 5 = 10$
5×3	$5 + 5 + 5 = 15$
5×4	$5 + 5 + 5 + 5 = 20$
5×5	$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$

Tabela 2.1: Tabuada da multiplicação por somas sucessivas

E assim por diante, cada aluno deveria obrigatoriamente fazer a tabuada até o 15.

Cada tabuada realizada pelo aluno ficou na forma de um triângulo. Além disso, os alunos compreenderam que o segundo dígito da multiplicação indica quantas vezes o primeiro dígito será somado a se mesmo. Normalmente, pede-se ao aluno que coloque esta tabuada nas últimas páginas de seu caderno para ter acesso rápido quando precisar usar o método de multiplicação pelo processo de somas sucessivas.

2.2 Método de subtrações sucessivas

Este método envolve subtrair o divisor do dividendo repetidamente até que o resultado seja menor que o divisor. O quociente é o número de vezes que o divisor foi subtraído do dividendo, e o resto é o valor resultante da última subtração.

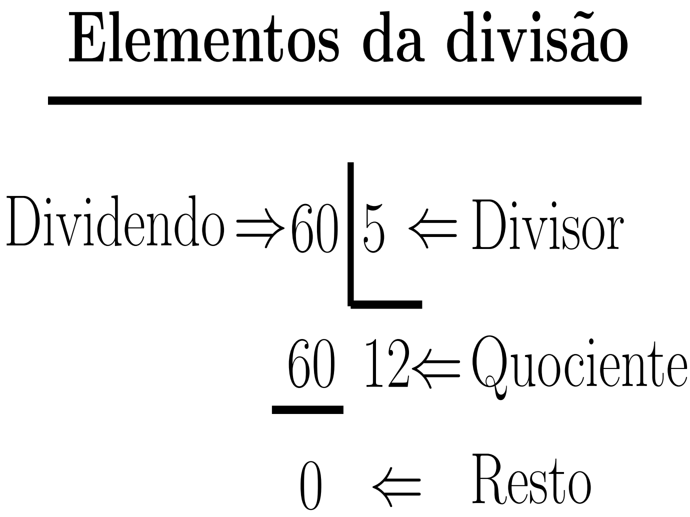
Para ensinar esse método aos alunos, comecei apresentando o seguinte problema: "Será que podemos dividir 60 por 5 sem usar a tabuada da multiplicação?"Em seguida, falei que a resposta é sim e comentei que existe uma maneira fácil de resolver este problema usando subtrações sucessivas.

Exemplo 2.2.1. *Dividir 60 por 5.*

Solução.

$$\begin{aligned}
60-5 &= 55 \quad (1 \text{ vez }) \\
55-5 &= 50 \quad (2 \text{ vezes }) \\
50-5 &= 45 \quad (3 \text{ vezes }) \\
45-5 &= 40 \quad (4 \text{ vezes }) \\
40-5 &= 35 \quad (5 \text{ vezes }) \\
35-5 &= 30 \quad (6 \text{ vezes }) \\
30-5 &= 25 \quad (7 \text{ vezes }) \\
25-5 &= 20 \quad (8 \text{ vezes }) \\
20-5 &= 15 \quad (9 \text{ vezes }) \\
15-5 &= 10 \quad (10 \text{ vezes }) \\
10-5 &= 5 \quad (11 \text{ vezes }) \\
5-5 &= 0 \quad (12 \text{ vezes })
\end{aligned}$$

Escolhi um aluno e dei a ele 60 balas, pedindo para ele tirar 5 balas de cada vez e contar quantas vezes conseguia fazer isso. Após 12 subtrações, o valor final é 0, que é menor que o divisor 5. Portanto, o quociente da divisão é 12 e o resto é 0.



□

Contudo, apesar de ser um método eficaz para números pequenos, ele seria muito trabalhoso caso os números fossem muito grandes, devido à quantidade de subtrações necessárias para realizá-lo manualmente.

2.3 Método de somas sucessivas

Neste método, ao invés de usar o dividendo e subtrair o divisor até não ser mais possível diminuir, identificando o quociente e o resto, iremos a somar o divisor repetidamente até que o resultado seja igual ou maior que o dividendo. O quociente é o número de vezes que o divisor foi somado, e o resto é a diferença entre a última soma e o dividendo. Observe o processo:

Exemplo 2.3.1. *Dividir 60 por 5.*

Solução. Escolhi um aluno e dei a ele 60 balas, pedindo para ele somar 5 balas de cada vez e contar quantas vezes conseguia fazer isso. Após somar 12 vezes o número 5 (agrupados de 5 em 5 balas), o valor final é 60, que é o dividendo. Observe que fizemos 11 somas, mas não contamos as somas e sim a quantidade de vezes que somamos o número 5. Sendo assim, temos 12 números 5, o que implica que 12 é o quociente e, como chegamos exatamente ao número 60, o resto é zero.

$$\begin{aligned}
5+5 &= 10 \quad (2 \text{ números } 5)\\
10+5 &= 15 \quad (3 \text{ números } 5)\\
15+5 &= 20 \quad (4 \text{ números } 5)\\
20+5 &= 25 \quad (5 \text{ números } 5)\\
25+5 &= 30 \quad (6 \text{ números } 5)\\
30+5 &= 35 \quad (7 \text{ números} 5)\\
35+5 &= 40 \quad (8 \text{ números } 5)\\
40+5 &= 45 \quad (9 \text{ números } 5)\\
45+5 &= 50 \quad (10 \text{ números } 5)\\
50+5 &= 55 \quad (11 \text{ números } 5)\\
55+5 &= 60 \quad (12 \text{ números } 5)
\end{aligned}$$

□

Vejamos outro exemplo usando este método

Exemplo 2.3.2. *Dividir 56 por 3.*

Solução. Escolhi um aluno e dei a ele 56 laranjas, pedindo para ele somar fazendo grupos de 3 em 3 laranjas de cada vez e contar quantas vezes conseguia fazer isso. Observe que na última soma, o resultado é 57, que é maior que 56. Portanto, paramos na penúltima soma, cujo resultado é 54. Assim, temos aqui 18 números 3 somados entre si, faltando 2 para chegarmos a 56. Portanto, o quociente da divisão é 18 e o resto é 2.

$$
\begin{array}{rcll}
3+3 &=& 6 & \text{(2 números 3)} \\
6+3 &=& 9 & \text{(3 números 3)} \\
9+3 &=& 12 & \text{(4 números 3)} \\
12+3 &=& 15 & \text{(5 números 3)} \\
15+3 &=& 18 & \text{(6 números 3)} \\
18+3 &=& 21 & \text{(7 números 3)} \\
21+3 &=& 24 & \text{(8 números 3)} \\
24+3 &=& 27 & \text{(9 números 3)} \\
27+3 &=& 30 & \text{(10 números 3)} \\
30+3 &=& 33 & \text{(11 números 3)} \\
33+3 &=& 36 & \text{(12 números 3)} \\
36+3 &=& 39 & \text{(13 números 3)} \\
39+3 &=& 42 & \text{(14 números 3)} \\
42+3 &=& 45 & \text{(15 números 3)} \\
45+3 &=& 48 & \text{(16 números 3)} \\
48+3 &=& 51 & \text{(17 números 3)} \\
51+3 &=& 54 & \text{(18 números 3)} \\
54+3 &=& 57 & \text{(19 números 3)}
\end{array}
$$

□

Como os alunos sabem adição, o trabalho realizado nos Exemplos 2.3.1 e 2.3.2 foi mais fácil de ser realizado. No entanto, assim como o Método de Euclides de Subtrações Sucessivas, este método é eficaz apenas para divisão de números pequenos. Para números grandes, por ser um processo manual, ele se tornará muito trabalhoso e oneroso.

2.4 Método de divisão longa usando somas sucessivas

Este método é realizado da seguinte forma:

1. Primeiramente, assim como no método da Divisão Longa (Método Tradicional), coloque o divisor dentro da chave de divisão e o dividendo fora da chave, à esquerda. Apesar de parecer que vamos realizar a divisão longa, não vamos!

2. Em segundo lugar, ao lado direito da chave da divisão, construímos uma tabela de multiplos do divisor somando repetidamente o divisor até que o resultado seja igual ou menor ao primeiro algarismo à esquerda do dividendo. Caso isso não seja possível, continuamos a tabela até que o resultado seja igual ou menor aos dois primeiros algarismos à esquerda do dividendo, e assim por diante. Todo esse processo é realizado pelos alunos somando com os dedos das mãos, obrigatoriamente!

3. Coloque o resultado abaixo do número que você está dividindo e o número de vezes que o divisor foi somado (quociente parcial) abaixo do divisor.

4. Subtraia este resultado do número acima dele, escrevendo o resto abaixo da linha.

5. Traga o próximo dígito do dividendo para baixo, adicionando-o ao lado do resto (parcial).

6. Repita os passos de divisão voltando na tabela do divisor e continue até que todos os dígitos do dividendo tenham sido trazidos para baixo.

7. O quociente completo é a sequência de números escritos abaixo do divisor e o resto é o número que sobra após ter trazido todos os dígitos para baixo e realizado a última subtração.

Usemos este método para calcular a divisão de 60 por 5.

Exemplo 2.4.1. *Dividir 60 por 5.*

Solução. Começamos pedindo aos alunos que coloquem o número 5 dentro da chave de divisão e o número 60 fora da chave. Em seguida, solicitamos que construam, ao lado direito da chave, uma tabela de multiplos de 5 somando repetidamente 5 até que o resultado seja menor ou igual a 6. Um aluno percebeu que, nesse caso, o valor seria 5. Pedimos a esse aluno que colocasse o 5 abaixo do 6 e o número 1 (quantidade de vezes que 5 foi somado) abaixo do 5 (divisor).

A seguir, pedimos aos alunos que subtraiam 5 de 6, e um aluno prontamente respondeu que a resposta é 1. Pedimos a esse aluno que abaixasse a próxima cifra do dividendo, que, neste caso, é o 0. Ao fazer isso, o aluno percebeu que agora deveríamos dividir 10 por 5.

A partir daqui, pedimos aos alunos que retornassem à tabela e continuassem somando 5 repetidamente até que o resultado fosse menor ou igual a 10, que, neste caso, é 10. Em seguida, perguntei aos alunos qual seria o próximo passo, e eles responderam em coro que deveríamos colocar o 10 abaixo do 10 e o número 2 (quantidade de vezes que 5 foi somado até chegar a 10) abaixo do 5.

Finalmente, pedimos a um aluno que subtraísse 10 de 10, ao que ele respondeu 0. Perguntei novamente o que deveríamos fazer a seguir, e um aluno respondeu que, como não há mais algarismos para abaixar, o quociente é 12 e o resto é 0. A Figura 2.2 mostra este procedimento.

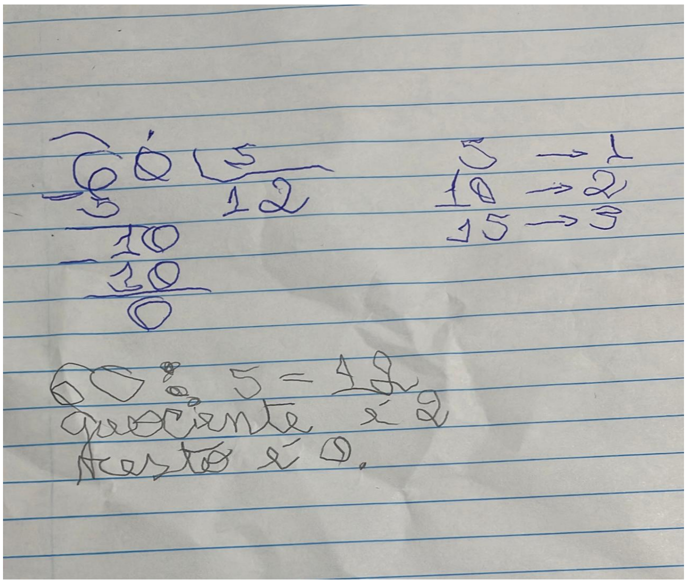
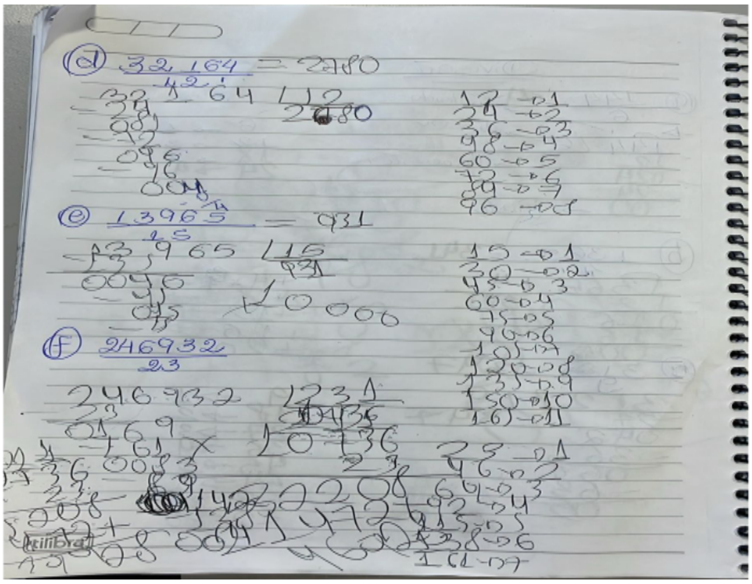


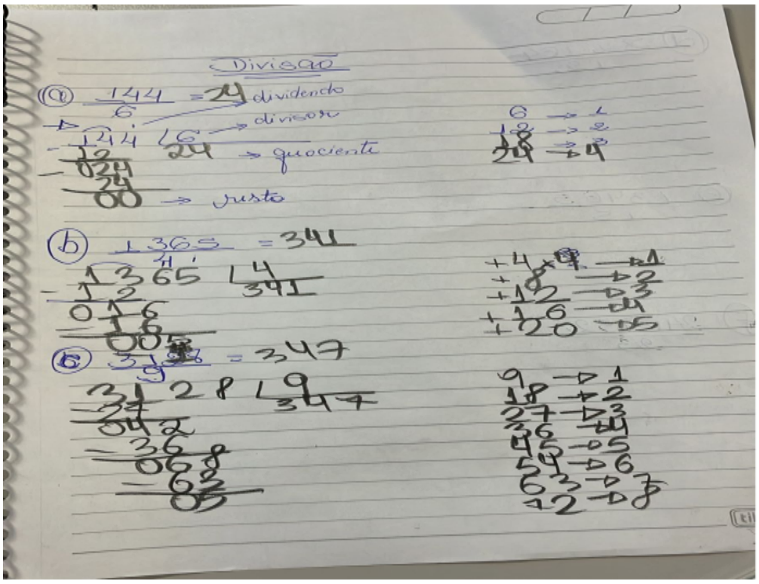
Figura 2.2: Divisão longa de 60 por 5 usando somas sucessivas feita por um aluno

Na Figura 2.2, o aluno construiu a tabela da seguinte forma: iniciando com o número 5 (divisor) e, usando os dedos, começou a contar: 6, 7, 8, 9, 10. O 10 é o segundo elemento da tabela. Em seguida, continuou a contar: 11, 12, 13, 14, 15. O 15 é o terceiro elemento da tabela, e assim por diante. □

As imagens a seguir mostram exercícios feitos por alunos usando este método.



Foi dada aos alunos a oportunidade de escolher entre o método tradicional da divisão e o método usado nesta seção. Todos os alunos escolheram o método da divisão longa com somas sucessivas, pois argumentaram que este método era o mais fácil para eles.



Capítulo

3

Sugestões de atividades a serem utilizadas

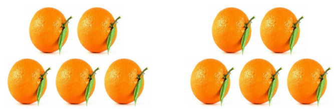
Neste seção, apresentamos um conjunto de atividades que auxiliarão no ensino da divisão de números. Estas atividades foram retiradas da bibliografia utilizada na escola.

3.1 Multiplicação

1. **Objetivos**:
   (a) Ajudar os alunos a entenderem que multiplicação é uma forma de adição repetida e agrupada.
   (b) Capacitar os alunos a desenvolver estratégias eficazes para multiplicar números maiores através da repetição de adições.
   (c) Aplicar o conceito de multiplicação em situações práticas, como a contagem de grupos de objetos.
2. **Tempo estimado**: 2 horas/aulas
3. **Recursos didáticos**: quadro, giz, caneta para quadro branco, Cópia impressa e livros de referência
4. **Técnicas didáticas**: Aulas expositivas e dialogadas

O que é multiplicação?

Multiplicar é somar repetidamente o mesmo número.



$$5 \quad + \quad 5 = 10$$

$$5\,\text{larangas} \times 2\,\text{vezes} = 10\,\text{larangas}$$

Exercício 3.1.1. *Calcular*

1. $2+2+2+2+2$
2. $3+3+3+3+3+3+3$
3. $7+7+7$
4. $9+9+9+9+9$
5. $4+4+4+4+4+4+4+4$
6. $6+6+6+6+6+6+6+6+6+6$

Exercício 3.1.2. *Observando que*

$$2 \times 5 = 2+2+2+2+2 = 10,$$

ou seja, o número 5 *indica a quantidade de vezes que o* 2 *vai ser somado consigo mesmo. Calcular*

1. 3×3
2. 2×7
3. 9×10
4. 5×12
5. 6×8
6. 4×11

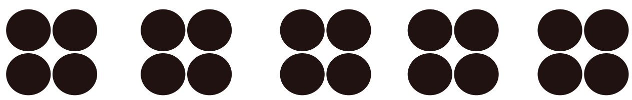
Exercício 3.1.3. *observando que*

Tabuada do 3

$$
\begin{aligned}
3 \times 0 &= 0\\
3 \times 1 &= 3\\
3 \times 2 &= 3+3 = 6\\
3 \times 3 &= 3+3+3 = 9\\
3 \times 4 &= 3+3+3+3 = 12\\
3 \times 5 &= 3+3+3+3+3 = 15\\
3 \times 6 &= 3+3+3+3+3+3 = 18\\
3 \times 7 &= 3+3+3+3+3+3+3 = 21\\
3 \times 8 &= 3+3+3+3+3+3+3+3 = 24\\
3 \times 9 &= 3+3+3+3+3+3+3+3+3 = 27\\
3 \times 10 &= 3+3+3+3+3+3+3+3+3+3 = 30
\end{aligned}
$$

Faça as tabuadas do 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9 *e* 10.

Exercício 3.1.4. *Observando que*



$$\boxed{4} + \boxed{4} + \boxed{4} + \boxed{4} + \boxed{4} = \boxed{20}$$

$$\boxed{4} \times \boxed{5} = \boxed{20}$$

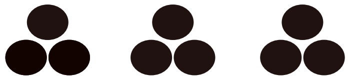
Escreva as seguintes multiplicações

1.

$$\Box + \Box + \Box + \Box + \Box + \Box + \Box = \Box$$

$$\Box \times \Box = \Box$$

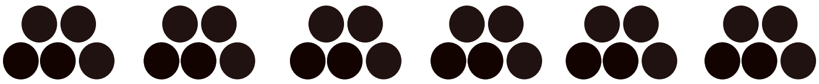
2.



$$\square + \square + \square = \square$$

$$\square \times \square = \square$$

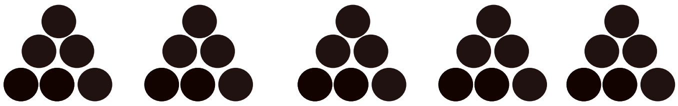
3.



$$\square + \square + \square + \square + \square + \square = \square$$

$$\square \times \square = \square$$

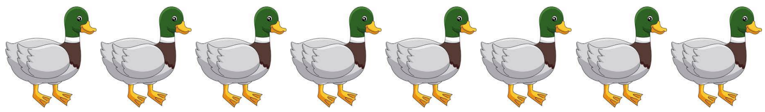
4.



$$\square + \square + \square + \square + \square = \square$$

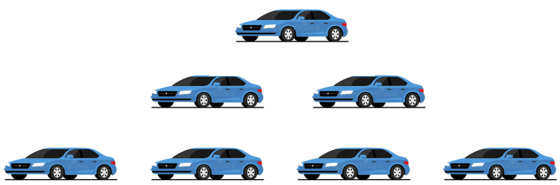
$$\square \times \square = \square$$

Exercício 3.1.5. *Quantas patas têm 8 patos?*



$$\square \times \square = \square$$

Exercício 3.1.6. *Quantas rodas têm 7 carros?*



$$\square \times \square = \square$$

3.2 Divisão usando subtrações sucessivas

1. **Objetivos**:

   (a) Ajudar a entender o conceito de divisão como o processo de distribuir ou repartir uma quantidade em partes iguais.

   (b) Facilitar a construção de uma intuição numérica sólida, mostrando como a divisão é relacionada à repetição de subtrações.

   (c) Permitir a resolução de problemas de divisão simples sem a necessidade de algoritmos mais complexos.

   (d) Servir como uma etapa preliminar para a compreensão de algoritmos de divisão mais avançados usados na matemática.

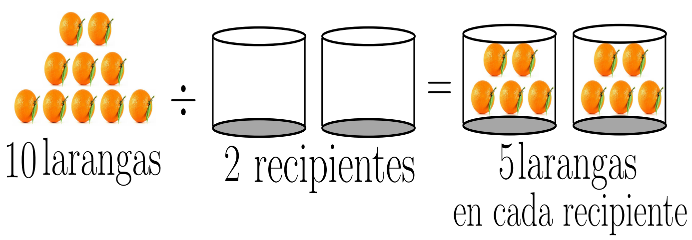
2. **Tempo estimado**: 2 horas/aulas

3. **Recursos didáticos**: quadro, giz, caneta para quadro branco, cópia impressa e livros de referência

4. **Técnicas didáticas**: Aulas expositivas e dialogadas

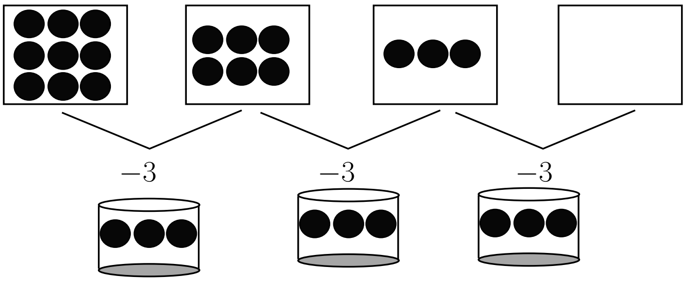
O que é a divisão?

Dividir é repartir uma quantidade em partes iguais.



Exemplo 3.2.1. *Suponha que temos 9 bolas para guardar em recipientes, e cada recipiente deve conter 3 bolas. Quantos recipientes serão utilizados?*

Solução. Para resolver este problema, utilizaremos subtrações sucessivas. Vamos retirar 3 bolas de cada vez e colocá-las em um recipiente, repetindo o processo até que todas as bolas estejam nos recipientes e não reste nenhuma, ou seja, até que o total de bolinhas restantes chegue a 0.



Portanto, a subtração sucessiva que foi realizada até chegar a 0 foi a seguinte:

$$9 - 3 - 3 - 3 = 0$$

Subtraiu-se 3 de 9 três vezes, o que indica que usamos 3 recipientes, cada um com três bolinhas. □

Exercício 3.2.2. *Suponha que temos 30 bolinhas para guardar em recipientes.*

1. *Se cada recipiente deve conter 2 bolinhas. Quantos recipientes serão utilizados?*
2. *Se cada recipiente deve conter 3 bolinhas. Quantos recipientes serão utilizados?*
3. *Se cada recipiente deve conter 5 bolinhas. Quantos recipientes serão utilizados?*
4. *Se cada recipiente deve conter 6 bolinhas. Quantos recipientes serão utilizados?*
5. *Se cada recipiente deve conter 10 bolinhas. Quantos recipientes serão utilizados?*

Exemplo 3.2.3. *Dividir 25 por 4.*

Solução. Para dividir 25 por 4 subtraímos 4 de 25 repetidamente, ou seja,

$$\begin{aligned} 25 - 4 &= 21 \\ 21 - 4 &= 17 \\ 17 - 4 &= 13 \\ 13 - 4 &= 9 \\ 9 - 4 &= 5 \\ 5 - 4 &= 1. \end{aligned}$$

o quociente é 6 e o resto 1, pois subtraímos 4 seis vezes de 25 até chegar a 1 que é menor que 4. Ou seja,

$$\begin{array}{r|l} 25 & 4 \\ \cline{2-2} 1 & 6 \end{array}$$

□

Exercício 3.2.4. *Resolva cada divisão usando subtração sucessiva.*

1. $26 \div 6$
2. $72 \div 3$
3. $18 \div 3$
4. $40 \div 5$
5. $26 \div 6$
6. $71 \div 4$

Exercício 3.2.5. *Complete as sentenças abaixo.*

1. *De 32, subtrai-se 4 oito vezes e sobrou zero.*
2. *De 71, subtrai-se 5 .... e sobrou ....*
3. *De 46, subtrai-se 7 .... e sobrou ....*
4. *De 85, subtrai-se 9 .... e sobrou ....*
5. *De 60, subtrai-se 5 .... e sobrou ....*

Exercício 3.2.6. *Complete a tabela abaixo com as informações solicitadas.*

Divisão	*Subtração sucessiva*	*Quociente*	*Resto*
21 ÷ 4	*21-4-4-4-4-4=1*	*5*	*1*
64 ÷ 8			
100 ÷ 15			
144 ÷ 17			
200 ÷ 20			
250 ÷ 100			

3.3 Divisão usando somas sucessivas

1. **Objetivos**:

   (a) Ajudar na compreensão do conceito de divisão como uma operação repetitiva de adição.

   (b) Fornecer uma abordagem passo a passo para resolver problemas de divisão.

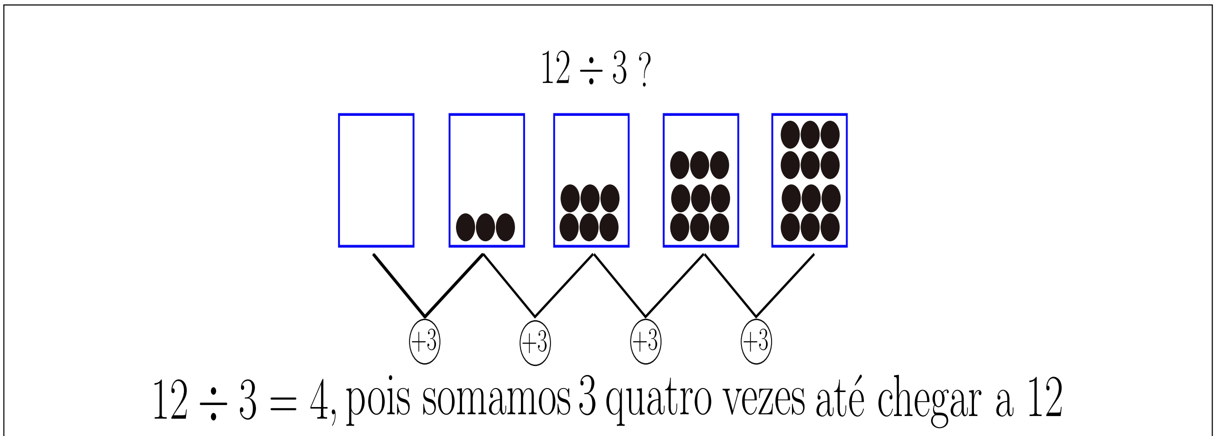
   (c) Servir como uma etapa preliminar para a compreensão de algoritmos de divisão mais avançados usados na matemática.

2. **Tempo estimado**: 2 horas/aulas

3. **Recursos didáticos**: quadro, giz, caneta para quadro branco, cópia impressa e livros de referência

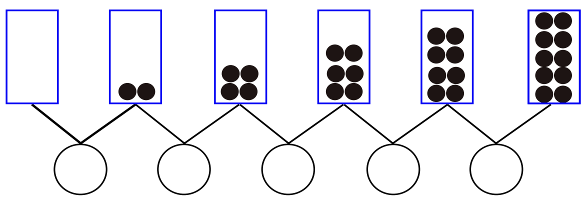
4. **Técnicas didáticas**: Aulas expositivas e dialogadas

Qual é a relação entre adição e divisão?



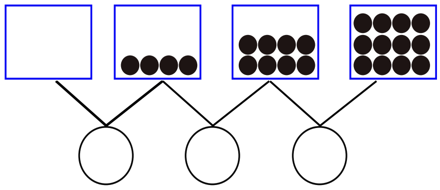
Exercício 3.3.1. *Complete as sentenças abaixo.*

1.



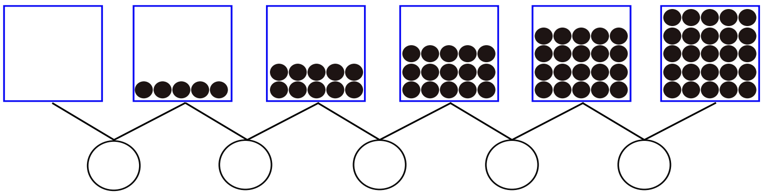
$10 \div 2 = \square$, pois somamos $\square$ cinco vezes até chegar a $\square$

2.



$12 \div 4 = \square$, pois somamos $\square$ três vezes até chegar a $\square$

3.



$25 \div 5 = \square$, pois somamos $\square$ cinco vezes até chegar a $\square$

Exemplo 3.3.2. *Dividir 36 por 5.*

Solução. Para dividir 36 por 5 sumamos 5 repetidamente, ou seja,

$$\begin{aligned}
5 + 5 &= 10 \\
10 + 5 &= 15 \\
15 + 5 &= 20 \\
20 + 5 &= 25 \\
25 + 5 &= 30 \\
30 + 5 &= 35
\end{aligned}$$

Paramos aqui, pois a seguinte soma excede 36. Portanto, o quociente é 7 e o resto é 1, pois somamos 5 sete vezes até chegar a 35, faltando 1 (menor que 5) para chegar a 36. Ou seja,

$$\begin{array}{r|l}
35 & 5 \\ \cline{2-2}
1 & 7
\end{array}$$

□

Exercício 3.3.3. *Resolva cada divisão usando somas sucessivas.*

1. $26 \div 6$
2. $72 \div 3$
3. $18 \div 3$
4. $40 \div 5$
5. $26 \div 6$
6. $71 \div 4$

Exercício 3.3.4. *Complete a tabela abaixo com as informações solicitadas.*

Divisão	*Subtração sucessiva*	*Quociente*	*Resto*
$21 \div 4$	$4+4+4+4+4=20$	5	1
$64 \div 8$			
$100 \div 15$			
$144 \div 17$			
$200 \div 20$			
$250 \div 100$			

3.4 Divisão longa

1. **Objetivos**:
   (a) Encontrar o quociente (resultado da divisão) e o resto (o que sobra após a divisão) de dois números.
   (b) Facilitar a divisão de números usando uma tabela de somas sucessivas do divisor para construir os múltiplos dele, o que seria difícil de fazer mentalmente decorando a tabuada de multiplicação.
   (c) Ajudar aos estudantes a entender melhor o processo de divisão, aprimorando suas habilidades em aritmética.
   (d) Garantir que a divisão seja feita com precisão, minimizando erros que podem ocorrer em cálculos mentais ou estimativas.
2. **Tempo estimado**: 2 horas/aulas
3. **Recursos didáticos**: quadro, giz, caneta para quadro branco, cópia impressa e livros de referência
4. **Técnicas didáticas**: Aulas expositivas e dialogadas

Exemplo 3.4.1. *Dividir 36 por 5.*

Solução. Colocamos o número 5 dentro da chave de divisão e o número 36 fora da chave.

$$36 \,\underline{|\;5\quad}$$

Em seguida, construímos uma tabela de múltiplos de 5 (divisor) somando o 5 sucessivamente.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 5 \\ \cline{2-2} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 5 & \longrightarrow & 1 \\ 10 & \longrightarrow & 2 \\ 15 & \longrightarrow & 3 \\ 20 & \longrightarrow & 4 \\ 25 & \longrightarrow & 5 \\ 30 & \longrightarrow & 6 \\ \hline \multicolumn{1}{|r}{35} & \longrightarrow & \multicolumn{1}{l|}{7} \\ \hline \end{array}$$

Coloca-se o 7 abaixo do 5 e o número 35 abaixo do 36. A seguir, subtrai-se 35 de 36. Como não há mais algarismos para abaixar no dividendo, o quociente é 7 e o resto é 1.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 5 \\ \cline{2-2} \underline{35} & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 5 & \longrightarrow & 1 \\ 10 & \longrightarrow & 2 \\ 15 & \longrightarrow & 3 \\ 20 & \longrightarrow & 4 \\ 25 & \longrightarrow & 5 \\ 30 & \longrightarrow & 6 \\ \hline \multicolumn{1}{|r}{35} & \longrightarrow & \multicolumn{1}{l|}{7} \\ \hline \end{array}$$

□

Exercício 3.4.2. *Resolva*

1. $25 \div 5$

2. $81 \div 9$

3. $18 \div 3$

4. $40 \div 5$

5. $26 \div 6$

6. $61 \div 7$

7. $57 \div 8$

8. $37 \div 4$

Exemplo 3.4.3. *Dividir 102 por 4.*

Solução. Colocamos o número 4 dentro da chave de divisão e o número 102 fora da chave. Em seguida, construímos uma tabela de múltiplos de 4 (divisor) somando o 4 sucessivamente.

$$\begin{array}{r|l} 102 & 4 \\ \cline{2-2} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 4 & \longrightarrow & 1 \\ \hline \multicolumn{1}{|r}{8} & \longrightarrow & \multicolumn{1}{l|}{2} \\ \hline \end{array}$$

Coloca-se o 2 abaixo do 4 e o número 8 abaixo do 10. A seguir, subtrai-se 8 de 10.

$$
\begin{array}{r|l}
102 & 4 \\ \cline{2-2}
\underline{8} & 2 \\
2 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
4 \longrightarrow 1 \\
\boxed{8 \longrightarrow 2}
\end{array}
$$

Abaixamos o seguinte algarismo do dividendo, que neste caso é 2. Agora, temos que dividir 22 por 4. Para isso, continuamos construindo a tabela de múltiplos de 4.

$$
\begin{array}{r|l}
102 & 4 \\ \cline{2-2}
\underline{8}\!\downarrow & 2 \\
22 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
4 \longrightarrow 1 \\
\boxed{8 \longrightarrow 2} \\
12 \longrightarrow 3 \\
16 \longrightarrow 4 \\
\boxed{20 \longrightarrow 5}
\end{array}
$$

Colocamos o 5 abaixo do 4 e o 20 abaixo do 22. A seguir, subtraímos 20 de 22.

$$
\begin{array}{r|l}
102 & 4 \\ \cline{2-2}
\underline{8} & 25 \\
22 & \\
\underline{20} & \\
2 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
4 \longrightarrow 1 \\
\boxed{8 \longrightarrow 2} \\
12 \longrightarrow 3 \\
16 \longrightarrow 4 \\
\boxed{20 \longrightarrow 5}
\end{array}
$$

Como não há mais algarismos para abaixar no dividendo, o quociente é 25 e o resto é 2. □

Exercício 3.4.4. *Resolva*

1. $585 \div 9$

2. $844 \div 6$

3. $751 \div 3$

4. $948 \div 4$

5. $254 \div 5$

6. $819 \div 7$

7. $210 \div 8$

8. $585 \div 9$

Referências Bibliográficas

[1] Aragão, Maria J. *História da Matemática*. Rio de Janeiro:Interciência, 2009.

[2] Boyer, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blücher, 2010.

[3] Eves, Howard . *Introdução a historia da matemática*. tradução Hygino H.Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

[4] Holt, J. *How children fail* (Rev ed.) Reading, MA: Perseus Books. 1995.

[5] Kamii, C. *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory*. New York: Columbia University, Teachers College Press. 1985.

[6] Miguel, A.; Miorim, M. A. *O ensino de matemática no primeiro grau*. São Paulo: Atual, 1986.

[7] Piano, D. L.; Loureiro, D. Z.; Langer, A. E. S. *História, técnicas e as problemáticas do ensino e aprendizagem da divisão*. Anais da XXV Semana de Matemática. Unioeste,2013.