Resiane Silveira (Org.)

Conexão MATEMÁTICA Teorias e Aplicações

EDITORA UNION

Resiane Silveira (Org.)

Conexão MATEMÁTICA
Teorias e Aplicações

EDITORA UNION

www.editoraunion.com.br

editoraunion@gmail.com

Organizadora

Resiane Paula da Silveira

Editor Chefe: Jader Luís da Silveira

Editoração e Arte: Resiane Paula da Silveira

Capa: Freepik/Union

Revisão: Respectivos autores dos artigos

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Silveira, Resiane Paula da

S587c Conexão Matemática: Teorias e Aplicações - Volume 1 / Resiane Paula da Silveira (organizadora). – Formiga (MG): Editora Union, 2024. 108 p. : il.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-84885-37-0
DOI: 10.5281/zenodo.12539957

1. Matemática. 2. Teorias e Aplicações. 3. Ensino e Aprendizagem. I. Silveira, Resiane Paula da. II. Título.

CDD: 510.07
CDU: 51

Editora Union
CNPJ: 35.335.163/0001-00
Telefone: +55 (37) 99855-6001
www.editoraunion.com.br
editoraunion@gmail.com
Formiga - MG
Catálogo Geral: https://editoras.grupomultiatual.com.br/

Acesse a obra originalmente publicada em:
https://www.editoraunion.com.br/2024/06/conexao-matematica-teorias-e-aplicacoes.html

AUTORES

ALINE DE FREITAS MIRANDA
BENEDITA NEIRE ALMEIDA DE MAGALHÃES
DANIEL MATIAS SANTOS
EMMILY RAVENA DOS SANTOS LIMA
ESTEFANE FERREIRA MORAES
FERNANDA SANTOLIN MARQUES
FILYPPE NEVES DE ANDRADE
GUSTAVO NOGUEIRA VASCONCELOS DOS SANTOS
HEGLE DA SILVA PEREIRA
JEANE MEIRELES FERREIRA
JOÃO VITOR DE SOUZA ELLYAN
JOSÉ RIBAMAR CARVALHO DE SOUSA
JULIANY SANTOS VENTURA
KAILANE COSTA BAIA
LÍVEA AIANE DA SILVA PINHEIRO
LUANNE LIMA FERREIRA
LUCIANA ARAÚJO DA SILVA
LUIZ GUSTAVO MARTINS DOS SANTOS
MARCELA SANTOS DE JESUS
MARTA MARIA PONTIN DARSIE
PRISCILA PAMELA TRINDADE CARVALHO
RODOLFO CHAVES

APRESENTAÇÃO

A obra Conexão Matemática: Teorias e Aplicações se revela indispensável para aqueles que desejam aprofundar-se nos fundamentos e nas ramificações da matemática. Constitui-se uma fonte de conhecimento, elucidando a complexidade e a beleza desta ciência que, desde tempos imemoriais, tem sido a pedra angular do desenvolvimento humano.

A Matemática, frequentemente referida como a linguagem do universo, transcende as fronteiras do tempo e do espaço. Suas teorias e aplicações se estendem por diversos campos do saber, desde as ciências exatas até as ciências sociais, moldando o mundo moderno em suas mais variadas facetas. Este tratado, meticulosamente elaborado, visa proporcionar uma compreensão abrangente e profunda das principais teorias matemáticas, bem como de suas inúmeras aplicações práticas.

Aos leitores desta obra, é oferecida a oportunidade de explorar uma vasta gama de tópicos, abordados com rigor e clareza, que vão desde os fundamentos clássicos da álgebra e da geometria até as complexas estruturas da análise e da topologia.

A presente obra também se destaca pela sua capacidade de conectar teorias matemáticas abstratas com problemas reais do cotidiano, demonstrando de maneira inequívoca a utilidade prática da matemática. Este livro é, portanto, uma ferramenta valiosa não apenas para estudantes e acadêmicos, mas também para profissionais que utilizam a matemática como instrumento de trabalho em áreas tão variadas quanto a engenharia, a economia e a informática.

Espera-se que a obra seja uma fonte de inspiração e conhecimento para todos os que se aventurarem por suas páginas, contribuindo significativamente para o avanço do entendimento matemático e para a aplicação prática de seus princípios.

Desejo a todos uma leitura proveitosa e esclarecedora.

SUMÁRIO

Capítulo 1

VIVÊNCIA E DESAFIOS: O ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Benedita Neire Almeida de Magalhães
Marta Maria Pontin Darsie

VIVÊNCIA E DESAFIOS: O ENSINO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Benedita Neire Almeida de Magalhães
Professora da rede publica estadual –
SEDUC – MT: Mestre em Educação pela Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT- jacneiremagal@gmail.com;

Marta Maria Pontin Darsie
Professora orientadora: Doutora em Educação,
Docente do Instituto de Educação da Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT,
marponda@uol.com.br

RESUMO
Este artigo é resultado de uma parte da dissertação de mestrado defendida em 2023, desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado em Educação (PPGE), do Instituto de Educação da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), na Linha de pesquisa: Educação Ciências e Educação Matemática. Neste estudo, o objetivo é abordar a contribuição da Matemática Crítica baseada em resolução de problema colaborativa para o ensino aprendizagem com alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública da rede estadual de ensino no município de Jaciara-MT. Trata-se de uma investigação com viés metodológico qualitativo e segue a perspectiva histórico-cultural, sendo realizadas análises dos diálogos entre os estudantes participantes do experimento didático e dos dados coletados a partir de um questionário. Os resultados são: o estímulo ao pensamento crítico que contribui para o debate e discussão em grupo; aluno ativo e cooperativo com os seus pares; habilidades da comunicação oral; melhora na aprendizagem dos alunos em relação ao conhecimento matemático; e a participação destes em desafios de aprendizagem nas atividades propostas em sala de aula, assim como na pesquisa.
Palavras-chave: Educação Matemática Crítica; Resolução de problemas; Anos Iniciais.

1.Introdução

As mudanças são significativas e as relações sociais e também são atingidas pela transformação econômica, social, política, cultural, que tem influenciado no baixo estímulo entre os seres humanos. Por isso, a escola, como espaço que propicia a interação, precisa criar possibilidades e estratégias que estimulem a relação entre os sujeitos, visto que a educação é permeada pela práxis dialógica; ao mesmo tempo, a escola representa um espaço de formação e de lutas constantes por uma sociedade inclusiva e justa, contribuindo de forma interativa, comunicativa, autônoma, crítica e participativa entre os segmentos escolares, a partir de um ensino-aprendizagem que perpassa por uma perspectiva crítica, democrática e colaborativa.

A partir desses questionamentos surgiu o interesse pelo tema da pesquisa em 2021, em relação a Educação Matemática Critica e a Resolução de Colaborativa de Problemas matemáticos, ao iniciar os estudos na Pós-Graduação em nível de mestrado na linha de pesquisa: Educação em Ciências e Educação Matemática, no período da pandemia, com o intuito de conhecer o espaço escolar e a dinâmica das aulas de matemática com a turma oferecer aos alunos um espaço dinâmico e atrativo durante as aulas de Matemática em , aplicamos um questionário de entrada, na qual é o resultado da primeira parte da pesquisa do mestrado. Pequisa que aconteceu numa Escola Pública da rede Estadual de Ensino, após a aprovação da Comissão de Etica - (CAAE: 55840322.0.0000.5690) que consta registrada na Plataforma Brasil. Já nas primeiras experiências com os alunos foi possível a notar certa insatisfação da turma em relação ao aprender matemática. Motivação que era visível nas outras disciplinas.

A fim de entender o ensino e aprendizagem a partir da tendência Matemática Crítica, levamos em consideração a metodologia de resolução de problemas e suas interações no grupo através do processo dialógico e colaborativo, que contribuiria para dar voz e vez aos alunos e vê-los como seres pensantes capazes de refletir sobre os mais variados assuntos e, concomitantemente, estimular a natureza de cada aluno.

2. Fundamentação Teórica

A matemática ao longo dos anos sofreu diversas alterações em decorrência das reformas educacionais relativas à concepção do conhecimento matemático e a sua função e ao interesse das camadas sociais e no espaço escolar. Apesar de todo o conhecimento matemático ter a sua aplicabilidade, neste século estamos em processo constante de transição no campo educacional, e o ensino da matemática, assim como outras disciplinas, passa pelas formas e estratégias de ensinar, a fim de amenizar a situação das camadas que sofrem pela exclusão econômica, cultural, social e moral.

Nessa perspectiva, buscamos mostrar que o desenvolvimento do conhecimento matemático voltado para o pensar matemático sem, no entanto, buscar uma aplicabilidade de forma imediata não consegue fazer a diferença. Por isso, o ensinar matemática. Diante disso, pode-se pensar a Matemática como um corpo de conhecimento científico. Para Ponte (1992, p. 197), encontra-se além dos conhecimentos científicos e do espaço escolar.

Nesse sentido, o conhecimento matemático pode ser um agente de transformação individual e consequentemente social. Para Prado (1999, p. 33), “[...] isso mostraria ao aluno que a matemática é uma ciência com função social e que, ao dominar matemática tanto quanto lhe seja possível, ele pode de algum modo contribuir para a melhoria das condições de vida da sociedade a que pertence, modificando-a”. E contribuir para além dos fins maiores da educação, ou seja, para a formação do cidadão crítico, consciente de ser corresponsável pela sua história e da sociedade.

Para Palma e Darsie (2013), ao envolver o estudante numa situação-problema, ele se sente animado, ativo, participativo e seguro para as tomadas de decisões durante as etapas da resolução do problema e para a vida.

No intuito de tornar o ambiente da sala de aula e outros espaços locais de aprendizagem que superem a forma tradicional e rotineira como vem acontecendo nos espaços da escola, passamos aprofundar a leitura de obras de Skovsmose, para que pudéssemos entender como organizar a sala de aula através de vários cenários que favorecessem a investigação

Skovsmose (2001) argumenta que a Educação Matemática deve buscar caminhos que a desviem do que costuma predominar, a domesticação dos alunos. Por esse motivo, cabe repensar um currículo aberto e flexível com possibilidades para os alunos participarem das aulas, dos debates a respeito de aspectos políticos, sociais, econômicos e culturais, que envolvem a realidade dos alunos.

Para D’Ambrosio (2002, p. 65), “ler, escrever e contar são insuficientes para o século entrante”. Percebe-se que a sociedade atual precisa focar na capacidade e habilidades de compreender, interpretar, tomar decisões e agir diante das velocidades de informações do cotidiano, apresentadas pelas mídias, instituições e comércio.

À vista disso, não afirmamos que a Educação Matemática Crítica seja a saída para a construção da cidadania, porém a sua tendência colabora para a formação do cidadão crítico, pois os estudantes passam a fazer parte da construção do conhecimento. Segundo afirma Paulo Freire (2011, p. 16), “formar é muito mais do que puramente treinar o educando no desempenho de destrezas”.

Portanto, esperamos, por meio desse breve ensaio teórico, enfatizar, neste artigo, algumas vivencias dos alunos da turma do 5º ano em relação ao ensino e aprendizagem da Educação Matemática no ensino fundamental anos iniciais e contribuir para os debates e práticas pedagógicas reflexivas nos espaços escolares.

3. Aspectos Metodológicos

O estudo é de abordagem qualitativa, por compreender que a pesquisa qualitativa reúne todas as características para a compreensão, interpretações e contextualização do fenômeno investigado e fornece subsídios para aprofundar a análise das relações e dos significados doestudo, que envolve a relação e a interação entre o pesquisador e os pesquisados, além de fornecer informações para a compreensão dos aspectos relevantes à educação matemática, para a construção do sujeito crítico e participativo no desenvolvimento da aprendizagem.

O caminho metodológico percorreu a pesquisa bibliográfica, documental, observação e entrevista de cunho qualitativo. Quanto aos princípios metodológicos da pesquisa qualitativa, Bogdan e Biklen (2014, p. 11) assim destacam: “[...] uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais”

A pesquisa bibliográfica tem como objetivo a melhor compreensão da temática estudada, auxiliando o pesquisador a planejar e realizar sua pesquisa, conforme a abordagem de Severino (2007). Gil (2011, p. 44-45), por sua vez, salienta que: “[...] a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” e permite ao pesquisador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. A de observação para Gil (2011, p. 100), “[...] apresenta como principal vantagem, em relação às outras técnicas, a de que os fatos são percebidos diretamente, sem qualquer intermediação”. segundo Gil (2011), a investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tem por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentosinteresses, expectativas, vivencias e outras.

Deixamos a critério dos discentes responder ou não todas as questões, porém eles responderam todas. Aplicamos o questionários de entrada da pesquisa, a fim de conhecer as experiências dos alunos relativas ao ensino e aprendizagem de matemática. Este com dez questões, no intuito de pesquisar alguns pontos relevantes em relação a: participação dos alunos em atividade em grupo e toda a dimensão como participante ativo durante as aulas de matemática em relação a metodotologia de eresolução colaborativa de problemas matemático.

Vale mencionar na metodologia outros importantes momentos: I - Reunião com os pais e os responsáveis, onde apresentamos a proposta da pesquisa, após a aprovação da Comissão de Ética (CAAE: 55840322.0.0000.5690) e, ao mesmo tempo, a assinatura do Termo de Consentimento dos pais e Assentimento dos alunos que aceitassem participar da pesquisa; II - Apresentação para a turma da temática de estudo, do roteiro de pesquisa e organização da resolução colaborativa de problemas matemáticos, além de ressaltar a importância das atividades colaborativas nas aulas de matemática. de problema.

Neste artigo apresentaremos somente a pesquisa da descrição e analise dos resultado dos dados do questionário de entrada.

4. Descrição e Análise dos Dados

A investigação baseada no questionário e observação forneceu os dados para a análise e sistematização dos resultados coletados durante a primeira etapa da pesquisa com uma turma de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Modelo Santo Antônio, localizada na área urbana, situada no município de Jaciara-MT, que atende, em média, 435 alunos, englobando os dois turnos de atendimentos e tem uma comunidade bem heterogênea, com alunos que residem na área urbana e rural.

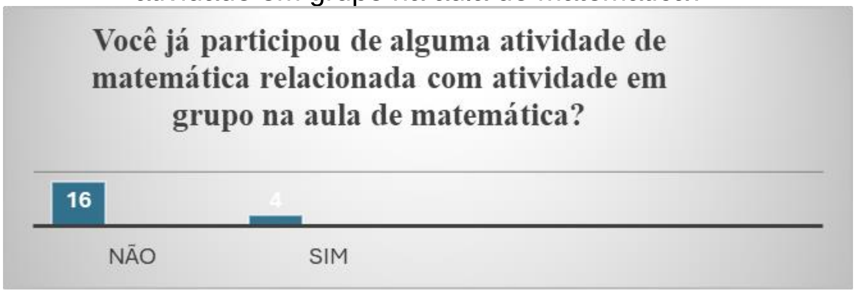
Nesse sentido, iniciamos o processo da pesquisa na referida instituição escolar no dia 07 de junho de 2022, com todo apoio da referida instituição escolar e a aprovação da Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos das Áreas de

Ciências Humanas e Sociais (CEP - HUMANIDADES/UFMT), com a duração de dois meses.

Aplicamos Questionário Inicial, entre os vinte alunos, permitiu coletar as respostas para cada questão, tendo em vista saber, principalmente, se o aluno se sente inserido nas aulas de matemática.

Perguntamos aos alunos sobre suas experiências e seus entendimentos acerca do ensino da matemática durante seus estudos nos anos iniciais. A respeito da participação em atividades de matemática em grupos, as respostas foram as seguintes, conforme o:

Gráfico 1 - QI 1: Você já participou de alguma atividade de matemática relacionada com atividade em grupo na aula de matemática?



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

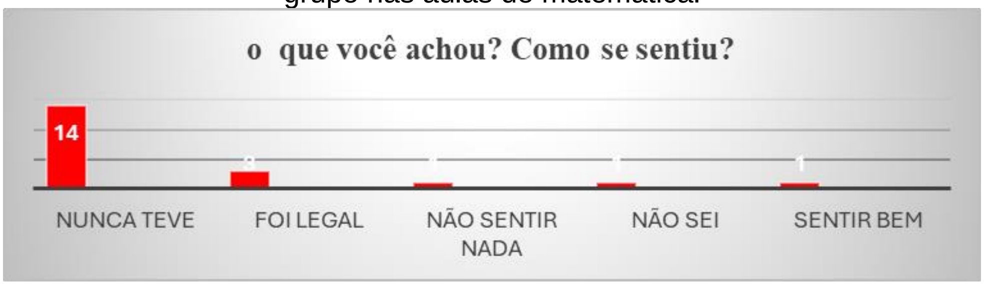
Com a primeira pergunta, quisemos saber se eles já participaram de alguma atividade de matemática relacionada com atividade em grupo na aula de matemática durante os quatro anos de estudos nos anos iniciais do ensino fundamental. Percebemos que entre os vinte alunos, 16 responderam que nunca participaram de atividade de matemática em grupo. Isso demonstra que essa falta de socialização do estudo da matemática em sala de aula é ainda um reflexo do estudo tradicional da matemática. Diante dessa realidade, comprova-se a dificuldade de se trabalhar e escolher uma metodologia que propicie a interação através das aulas de matemática, mesmo considerando o que informam os PCN e a BNCC, no que tange à interação e cooperação entre os pares.

Entre os vinte, apenas quatro alunos afirmaram já ter experiência com atividades em grupo nas aulas de matemática. Dentre os quatro, os alunos dois afirmaram que se reuniram em grupo para fazer atividades de “continhas” e não “problemas”. Outro aluno disse que adquiriu experiência com as atividades em grupo e apenas a externar o seu sentimento ao dizer que fez uma pesquisa e foi muito bom. Percebe-se que esses momentos proporcionam evidentemente uma troca de conhecimento no coletivo. Principalmente quando se trata da disciplina de matemática, pela sua abrangência e complexidade que conduz o aluno a pensar ou raciocinar durante o processo do ensino-aprendizagem de uma forma mais próxima da sua realidade.

As experiências da maioria dos alunos nos anos anteriores em relação atividades na aula de matemática com estratégias de grupo não acontecia. Podemos analisar que esse fenômeno não é somente falta de criatividade da maioria dos professores, mas, sobretudo, uma consequência perene do tradicionalismo que é como um jogo que se perpetua em nossas formações e há uma grande parcela de professores agindo assim, ao longo da história da educação no Brasil.

A resposta do aluno que respondeu “não” é muito pertinente e interessante quando ele explica: “Não, porque naqueles outros anos não tinha tempo porque fazia muito barulho e a professora desistiu”. O primeiro ponto de análise aqui narrado pelo aluno é a falta de tempo do professor para planejar uma atividade em grupo. O que este aluno está querendo afirmar é que os seus professores se preocupavam demais com os barulhos da turma e, por causa disso, desistiam. Esse é um aspecto importante para a reflexão em relação à proposta e organização das nossas aulas, pois denota a necessidade de colaboração da turma para o sucesso do planejamento.

Gráfico 2 - Q2- *O que você achou? Como se sentiu?* Com suas respostas apresentadas a seguir, refere-se à experiência e como eles sentiram quando participaram de atividades em grupo nas aulas de matemática.

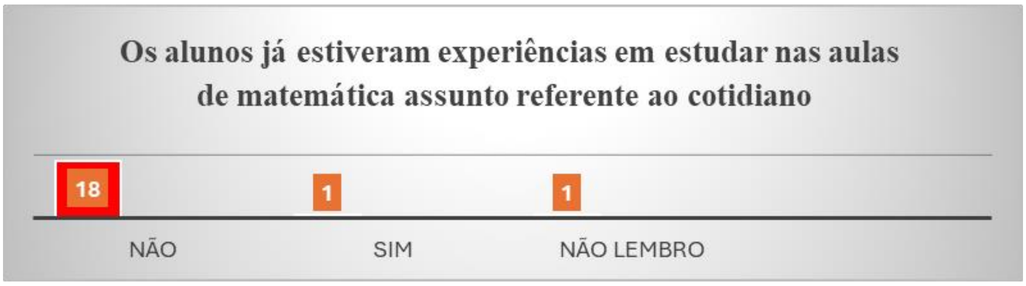


Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Entre os vinte alunos, somente os alunos A13, A15 e A16 externaram as suas opiniões e sentimentos sobre a atividade em grupo na aula de Matemática, sendo eles alunos que chegaram na escola no ano de 2022. Os alunos A13 e A16 limitaram-se a dizer que foi legal, enquanto A15 disse que se sentiu muito bem. Os demais informaram apenas que nunca tiveram experiência com trabalhos em grupo de matemática. Desse modo, percebe-se que ainda há uma grande distância entre o aluno e a experiência em grupo com o trabalho de matemática em sala de aula.

Por meio da terceira questão, perguntamos se os alunos já tiveram experiências em estudar nas aulas de matemática assunto referente ao cotidiano, como mostra gráfico:

Gráfico 3 - QI 3: Os alunos já estiveram experiências em estudar nas aulas de matemática assunto referente ao cotidiano.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Por meio das respostas obtidas, é possível observar que a maioria dos alunos afirmou que “em outros anos não tinham atividade referente ao cotidiano”, visto que dezoito alunos disseram que não tiveram assunto referente ao cotidiano nas aulas de matemática em outros anos, com exceção de A20 que afirmou não se lembrar e A5 que respondeu “sim”. Diante das diferentes narrativas, pressupõe-se que atualmente, no quinto ano, eles passaram a ter essa experiência, o que para eles é uma novidade, especialmente porque durante a roda de conversa os alunos sempre retomavam, em sua maioria, que estavam estudando assuntos do dia a dia no ano de 2022.

Na questão 4, perguntamos se há espaço para os que os alunos explorem suas ideias, opiniões em relação ao cotidiano. Eles foram unânimes nas respostas, porém utilizaram como parâmetro as aulas de 2022.

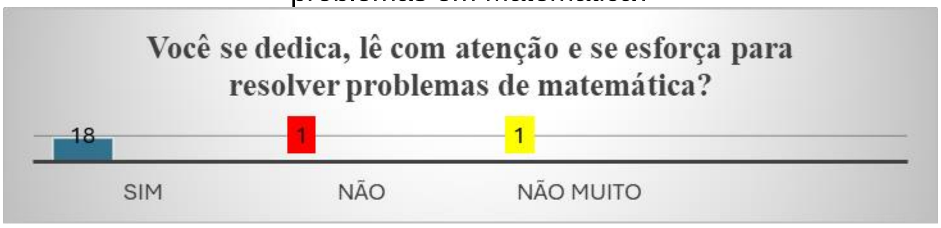
Gráfico 4 - QI 4: Tem espaço para você colocar suas ideias em relação ao tema do cotidiano?

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Como vimos em suas respostas, todos eles salientaram que, agora, no ano 2022, eles têm o espaço para estudar coisas do dia a dia, pois o período ao qual estavam se referindo com as palavras “sim” e “tem” correspondia ao quinto ano. Há uma sensação de satisfação nas respostas de todos eles, e deixam transparecer um ar de liberdade nas atividades de matemática; e, ao mesmo tempo, por pertencerem ao processo do ensino aprendizagem.

Nesse sentido, ao contemplar a sensibilidades dos alunos, lembramos a experiência de Skovsmose (2014) quando ele reforça a importância de cenários para a investigação, porque possibilita aos alunos o sentido da atividade, e isso perpassa pela pesquisa. Ademais, proporciona uma forma diferente de abordar o ensino da matemática, principalmente nos anos iniciais, em que se faz necessária a aproximação com o cotidiano da criança.

Gráfico 5- QI 5: Você se dedica, lê com atenção e se esforça ao máximo para resolver problemas em Matemática?



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Nesta questão, os vinte alunos responderam, porém, dezoito disseram afirmativamente que se dedicam, leem com atenção e se esforçam ao máximo para resolver os problemas de matemática. Somente o aluno A18 responde: “Não muito”, ou seja, nos anos anteriores não se dedicava a resolver os problemas de matemática, mas, hoje, ele se dedica. Por quê? Certamente em razão da nova metodologia aplicada em sala de aula, no ensino da matemática com o cotidiano ou sua realidade de vida. O aluno A20 respondeu que - “não” dedica a leitura e nem esforça para compreender. O aluno A9 também fez questão de descrever que somente no ano de 2022 se esforçou e se dedicou para resolver os problemas de matemática. O aluno A15 entre os dezoito explicou o a sua resposta pelo sim - foi mais além ao citar a importância da matemática na vida do ser humano desde o ventre materno, ao fazer referência aos dias, meses e semanas de gestação, até mesmo à quantidade de leite materno no período de amamentação.

Vale mencionar que pensamento de Freire está expresso na resposta da aluna, quando afirma que “a vida que vira existência se matematiza” (FREIRE; D’AMBROSIO; MENDONÇA, 1997). Sendo assim, Freire aponta-nos que a matemática pode contribuir para a transformação, por isso é importante a matemática dialogar com as questões socioculturais e contribuir para a sonhada transformação do mundo por meio dela. Quando a aluna aponta a relevância da matemática, podemos compreender que ela já iniciou a “matematização”. E as questões emocionais, efetivas e cognitivas, mesmo não estando ciente disso nas aulas de matemática. Observam-se esses aspectos nas respostas, como a de A15, ou seja, o sentimento está presente de maneira indireta, na forma gostosa de ler a sua resposta. Para Vila e Callejo (2006), ao resgatarem um modelo de trabalho em aula, de Mason, Burton e Stacey (1988), há influências do grau de afetividade no raciocínio matemático, durante o processo de investigação e aprendizagem.

Na sexta pergunta, questionamos os alunos se eles gostam de estudar matemática pois estamos cientes de que há uma aversão dos alunos em relação a essa disciplina desde os primeiros anos da Educação Básica.

Gráfico 6 - QI 6: Você gosta de estudar matemática? Por quê?

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na questão seis, em sua maioria, os alunos responderam afirmativamente, com exceção do aluno A5 que fez questão de descrever que “não gosta de matemática”, mas, “sim, de português”. É natural o aluno gostar ou não ter afinidade com determinada disciplina. É evidente que têm alunos que apresentam habilidades em outras disciplinas e afinidade, mas é papel do (a) professor (a) de matemática criar estratégias inovadoras com o objetivo de tornar a matemática prazerosa, ter sentido e, ao mesmo tempo, provocar o prazer em estudá-la, assim como respondeu o A2 “estou gostando agora”. Nesse sentido, percebe-se a importância do professor compreender a literacia, conforme abordada em seção anterior. Para D’Ambrosio (2004, p. 36), a literacia é “a capacidade de percorrer informação escrita, o que inclui escrita, leitura e cálculo na vida cotidiana”. Para que o aluno sinta a necessidade em interagir também com a matemática, dar sentido.

Além disso, em consonância com Vygotsky (1991), ao tratar da ZDP, salienta que esta significa a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar por meio da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas com a orientação de um adulto ou organização de pequenos grupos de alunos conforme o nível de desenvolvimento mais próximo, para que aconteça a interação e a troca de conhecimento.

Em entrevista concedida em um congresso, Freire menciona a importância de que se “despertem os alunos para que se assumam como matemáticos” (FREIRE; D’AMBROSIO; MENDONÇA, 1996). Diante disso, cria um despertar em nós, professores, que precisamos encontrar caminhos para que os alunos sejam dinâmicos, ativos em sala de aula, e que as práticas pedagógicas venham ao encontro de uma formação para a autonomia dos alunos e para serem sujeitos de sua própria aprendizagem.

Por meio da sétima questão, procuramos saber se eles gostam de resolver problemas matemáticos. Vejamos suas respostas, a seguir:

Gráfico 7 - QI 7: Você gosta de resolver problemas matemáticos? Por quê?

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

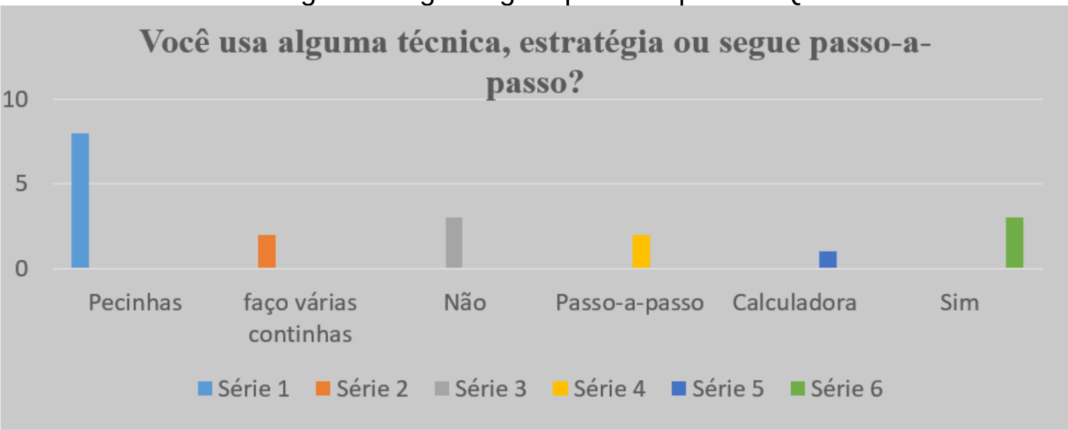
Na sétima questão, observa-se que dos vinte alunos responderam e há uma diversidade de olhares quanto ao gostar de resolver problemas matemáticos: Há afirmação não gostar de resolver problemas matemáticos porque é chato e outra disse mais ou menos porque é um pouco difícil; os demais, na sua maioria, responderam gostar de resolver problemas matemáticos e recheados de sentimentos de prazer. Entre as respostas sim, por exemplo, um dos alunos disse: “Ajuda despertar a ideia”, nesse. Para esse aluno percebe-se que o ensino de matemática provoca mudança no intelecto e sentimento do aluno.

Ainda sobre a resposta de A17, recorremos às palavras de Freire (2004), pois, para ele, a preocupação deveria ser: mostrar a naturalidade do exercício matemático. Em sua explicação, Paulo Freire reforça a relevância do conhecimento matemático para que o aluno consiga fazer a leitura de mundo, por isso o ensinar matemática precisa ser desmistificado durante o ensino e aprendizagem, no espaço da escola.

Outro ponto importante é a compreensão da linguagem, visto que ela também é relevante para a matemática, por isso, para Freire, torna-se "simples" o abrir caminhos, novas possibilidades e acesso para todos. Porém, de acordo com Freire, a ideia de simples não é no sentido de simplista.

Quanto ao uso de técnica, estratégias, perguntamos aos alunos se eles fazem uso ou apenas utilizam o critério do passo-a-passo.

Gráfico 08 - QI 8: Quando você resolve problemas matemáticos, você usa alguma técnica, estratégia ou segue algum passo-a-passo? Qual?



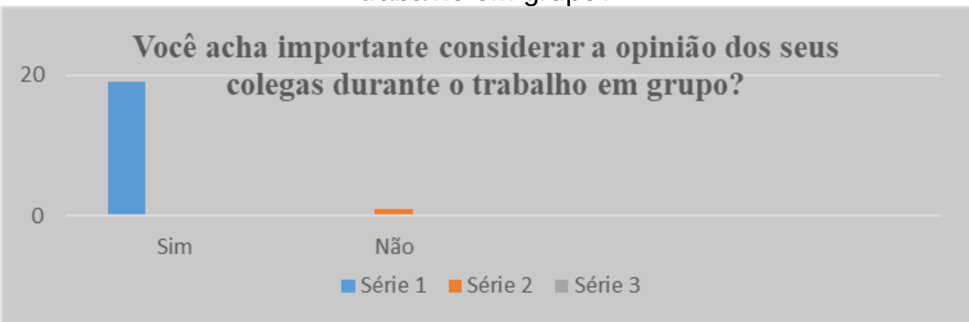
Fonte: Dados da pesquisa (2022).

As respostas dos alunos referentes à questão oito mostram que oito dos alunos usam algumas técnicas para resolver os problemas matemáticos como: pecinhas. Somente quatro alunos disseram não usar nenhuma técnica para resolver os problemas matemáticos. Um aluno afirma que usa calculadora (tecnologia). Entre os três alunos que responderam "não" um chamou atenção na explicação, ele informou que já tentou, mas as técnicas e estratégias "acaba dando errado demais", pois certamente este aluno ainda tem muita dificuldade nos diferentes usos de técnicas e estratégias devido a não ter desenvolvido as habilidades básicas com a disciplina, já que na questão anterior ele afirmou que "é chato a matemática". Precisamos compreender o que é chato para esse aluno, e nos colocar no lugar de aluno, a fim de ajudá-lo da melhor maneira possível.

Nesse contexto, podemos levantar várias hipóteses sobre o porquê de o aluno "achar chata" a disciplina de matemática. Não compreende os conceitos, não entende a forma como a professora está explicando o conteúdo ou não tem sentido para a vida do aluno? Para Ambrósio (1999, p. 20), uma das barreiras que dificulta o aluno avançar na matemática é não se sentir em segurança nas aulas e durante o processo de formação do conhecimento matemático.Sendo assim, a tendência dos alunos é classificar a matemática como "chata", "difícil" e o famoso "bicho papão", pois por causa da não compreensão dos significados para muitos ela continuará sendo vista com essas características. Segundo Freire (2004, p. 91), "o professor precisa ser curioso, buscar sentido para o que faz e apontar sentidos para o que fazer dos seus alunos. Ele deixará de ser um lecionador para ser um organizador do conhecimento e da aprendizagem". Por isso, faz-se necessário o professor adotar a atitude de mediador do conhecimento e juntos recriarem criticamente seu mundo.

A nona pergunta direcionada aos alunos teve como objetivo entender a dimensão que eles têm quando consideram a opinião dos colegas durante atividades em grupos, como mostra, a seguir.

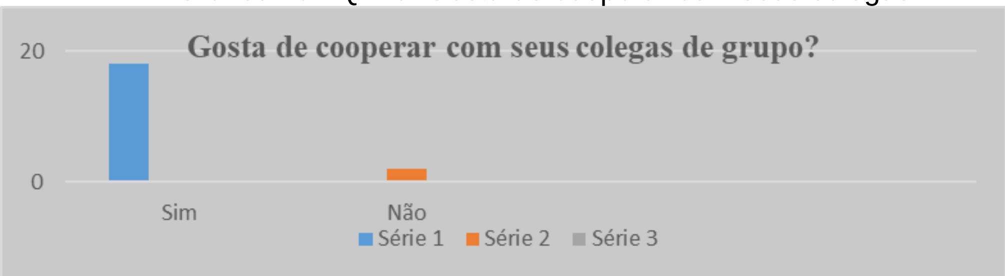
Gráfico 9 - QI 9: Você acha importante considerar a opinião dos seus colegas durante o trabalho em grupo?



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Percebe-se que entre os vintes alunos, dezenove responderam afirmativamente e a importância da interação, do diálogo, da comunicação entre eles, de reconhecer e considerar a opinião dos seus colegas durante o trabalho em grupo. Entre as várias explicação para o momento citaremos a respostas de duas alunoas: "Sim, aprendi divisão com uma colega aceitando a opinião dela" e outra aluna: "Nós juntamos a ideia deles com a minha"; outro aluno relata: "Sim, mesmo não concordando é importante respeitar" Percebe-se o fenômeno da dialética na expressão simples de alguns deles. Nessa perspectiva, Freire (2007) ressalta a necessidade de respeito à autonomia em todos os níveis, pois a “Formação científica, correção ética, respeito aos outros, capacidade de viver e de aprender com o diferente. Além do mais, a presença humanizada congrega a paz, harmonia com o diferente, mas a relação opressora deixa os seres menos humanos, impotentes e fragmentos, a ação humanizada torna-se viva quando os sujeitos são capazes de sonhar juntos e no coletivo.

Gráfico 10 - QI 10: Gosta de cooperar com seus colegas?



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Observa-se que entre os vinte alunos dezenove responderam que gostam de cooperar com os colegas, porém dois alunos responderam “não”.Dentre os dezenove alunos um deles explicarma a sua responta dizendo: “que no ano de 2022, gostou de cooperar com os colegas”. Parece que este deixa transparecer que nos anos anteriores não tinha o hábito de cooperação com os colegas nas atividades de matemática. O importante é que a partir do ano de 2022, ele está aprendendo a cooperar com os colegas nas aulas de matemática. Outra explicação foi de uma aluna, que por sua vez, afirma que quando sabe as atividades gosta de cooperar com os colegas. Se confirma diante das respostas dos alunos a necessidade em trabalhar nas aulas de matemática dos anos iniciais estratégias que despertam nos alunos a natureza critica e colaborativa a partir do conhecimento matemáticos.

Relevante pensar! Não é negar os conceitos da matemática, porém dar significados e vivências a eles.

5.Considerações Finais

Diante dos passos para a construção do texto da pesquisa e da busca pela resposta à questão norteadora, percebemos que a metodologia aplicada na caminha teórica e metodológica alicerçou a nossa pesquisa com base na revisão bibliográfica, debates, diálogo com os teóricos e das falas e argumentação dos alunos sobre a problemática proporcionando um repertório sólido para a pesquisa.

A metodologia aplicada durante todo o processo da coleta de dados forneceu-nos subsídios para alcançarmos os objetivos estabelecidos no início da proposta do nosso trabalho, de modo que conseguimos coletar os dados, sistematizar, contextualizar e interpretar segundo a abordagem qualitativa, por meio da articulação dos principais conceitos da perspectiva histórico-cultural.

Importante destacar que o diálogo com as leituras, as reflexões, a observação e os dados coletados através das respostas dos alunos despertaram a minha aprendizagem como professora e refletiram na minha prática docente. A relevância em propor atividades contextualizadas para despertar nos alunos uma participação maior nas aulas, pois os fatos e as situações apresentadas precisam fazer parte da sua realidade, por isso, ao fazerem uso da fala, ao responderam externavam suas opiniões.

Percebemos que tanto a postura do aluno como a do professor passam por desafios e avanços. Assim, o principal desafio para os professores que atuam nos anos iniciais e em outras etapas do ensino reside na busca pela efetivação do seu trabalho, em saber refletir sobre suas práticas pedagógicas e despertar nos discentes a natureza crítica, sem perder de vista a importância dos conhecimentos matemáticos.

6. Referencias

D’AMBROSIO, U, A. História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

D’AMBROSIO, U. **A relevância do projeto Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional** – INAF como critério de avaliação da qualidade do ensino de matemática. In: FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis (org.). Letramento no Brasil: habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004.

FREIRE, P. **Educação e mudança**. 30. ed.; Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à pratica educativa. 28. ed.

GIL, A. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo, SP: Atlas, 2011.

Sã MINAYO, M. C. de S. (org.). Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 1995.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. **Pesquisa em Educação:** Abordagens Qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

PALMA, R. C. D.; DARSIE, M. M. P. (Org.). **Resolução de problemas: algumas reflexões em educação matemática**. 1. ed. Cuiabá: EdUFMT, 2013.

PONTE, J. P. **Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. Educação Matemática: Temas de investigação**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1992.o Paulo: Paz e Terra, 2004.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. rev. E atual. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. Um convite à Educação Matemática Critica. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, São Paulo: Papirus, 2014. (Coleção Perspectiva em Educação matemática).

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar:** O papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

Capítulo 2

O JOGO DE XADREZ COMO RECURSO PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Lívea Aiane da Silva Pinheiro
Juliany Santos Ventura
Marcela Santos de Jesus

O JOGO DE XADREZ COMO RECURSO PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Lívea Aiane da Silva Pinheiro

Professora Municipal do 1º ao 5º ano pela Prefeitura Municipal de Lauro de Freitas. Licenciada em Pedagogia (Universidade Paulista/UNIP – Pólo de Ilhéus/BA), livea.pedagogia@gmail.com, Ilhéus/BA.

Juliany Santos Ventura

Professora da Educação Infantil pela Prefeitura Municipal de Itabuna. Licenciada em Pedagogia (Universidade do Paraná/UNOPAR), jullysventura@hotmail.com, Itabuna/BA.

Marcela Santos de Jesus

Professora da Educação Infantil pela Prefeitura Municipal de Itabuna. Licenciada em Pedagogia, Mestra em Educação (Universidade Estadual de Santa Cruz/UESC), cellstos2016@gmail.com, Itabuna/BA.

RESUMO

O artigo destaca a importância do ensino da matemática por meio de jogos de tabuleiro, como o xadrez, como uma estratégia eficaz para estimular o raciocínio lógico matemático entre alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em uma escola pública em Itabuna/BA. O objetivo principal é investigar como o uso do xadrez como recurso pedagógico nas aulas de matemática pode impulsionar o aprendizado do conhecimento lógico matemático e contribuir para o desenvolvimento dos alunos tanto na escola quanto em suas vidas cotidianas. A metodologia adotada é qualitativa, envolvendo uma revisão bibliográfica e uma abordagem exploratória, com o intuito de ampliar o entendimento sobre o fenômeno em questão. Considerando a importância da Matemática no contexto educacional, especialmente no Ensino Fundamental, o artigo ressalta seu papel na formação inicial dos alunos, destacando a contribuição para o desenvolvimento

do pensamento lógico, a aquisição de competências e habilidades, bem como a resolução de problemas. Os resultados indicam que a participação dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental em experiências envolvendo o jogo de xadrez pode ser modificada de forma positiva, desde que tanto professores quanto alunos utilizem essa ferramenta de forma eficaz para promover o desenvolvimento integral dos estudantes e fomentar a interação entre eles.
Palavras-chave: Recurso pedagógico. Ensino. Aprendizagem. Raciocínio lógico matemático.

ABSTRACT
The article highlights the importance of teaching mathematics through board games, such as chess, as an effective strategy to stimulate mathematical logical reasoning among students in the early years of elementary school in a public school in Itabuna/BA. The main objective is to investigate how the use of chess as a pedagogical resource in mathematics classes can boost the learning of mathematical logical knowledge and contribute to the development of students both at school and in their daily lives. The methodology adopted is qualitative, involving a literature review and an exploratory approach, aimed at expanding understanding of the phenomenon in question. Considering the importance of Mathematics in the educational context, especially in Elementary Education, the article emphasizes its role in the initial formation of students, highlighting its contribution to the development of logical thinking, acquisition of competences and skills, as well as problem-solving. The results indicate that the participation of 5th-grade students in experiences involving chess can be positively modified, provided that both teachers and students use this tool effectively to promote the integral development of students and foster interaction among them.
Keywords: Pedagogical resource. Teaching. Learning. Mathematical logical reasoning.

INTRODUÇÃO

Neste texto, apresentamos a importância de discutir propostas de práticas de ensino da matemática que podem beneficiar o aprendizado de alunos de uma escola pública em Itabuna/BA, por meio de jogos de tabuleiro, como o xadrez. Esta pesquisa, realizada por professores da Educação Básica, visa explorar métodos de ensino e contribuir para o aprendizado e desenvolvimento do raciocínio lógico matemático de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente de uma turma de 5º ano.

O objetivo da pesquisa foi entender como o jogo de xadrez, utilizado como recurso pedagógico nas aulas de matemática para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, pode estimular o aprendizado do raciocínio lógico-matemático e contribuir para o desenvolvimento deles tanto no ambiente escolar quanto em suas vidas cotidianas.

O estudo é justificado pela possibilidade de facilitar o aprendizado dos alunos, pois, de acordo com Spuldaro e Passos (2012), os jogos de tabuleiro também contribuem para o desenvolvimento integral das crianças, ao promoverem a interação entre os estudantes, estimularem a criatividade e desafiarem os jogadores a compreenderem as regras e a desenvolverem estratégias para vencer dentro das possibilidades criadas pelo jogo. Realizamos uma pesquisa com abordagem qualitativa, conforme definido por Minayo (2001), que prioriza a interação com a realidade que se deseja investigar.

1. BREVE HISTÓRICO DO JOGO DE XADREZ E SUA IMPORTÂNCIA NO PROCESSO DE ENSINO DA MATEMÁTICA

O jogo de xadrez tem uma longa história que remonta a séculos atrás. A contextualização histórica em torno do xadrez emerge aproximadamente no ano 3.000 a.C no Egito antigo, porém, não há evidências claras sobre o país ou civilização onde o jogo teve início. A teoria mais aceita pelos pesquisadores é de que o xadrez foi uma invenção que se originou na Índia por volta do século VI d.C., ficou conhecido como "jogo do Exército" ou "chaturanga", e foi disseminado tanto para o Leste (China) quanto para o Oeste (Pérsia) onde ganhou o nome de "shatranj" e sofreu algumas modificações em suas regras, por meio de viajantes e comerciantes (RAMOS, 2010).

A proposta do Chaturanga, praticado por volta de 600 a.C. ao norte da Índia, gradualmente se popularizou, evoluindo de jogos para uma única pessoa para partidas entre dois adversários ou mais jogadores. A Pérsia provavelmente foi uma das primeiras nações a conhecer o jogo e, quando foi conquistada pelos árabes, eles o levaram consigo durante a expansão do Islamismo até a Europa. Durante o Renascimento, o xadrez passou por alterações significativas, transformando-se em um jogo mais dinâmico e dando origem ao xadrez moderno, com novas habilidades atribuídas às peças, como a dama, o bispo e os peões.

Durante a Idade Média, o xadrez se disseminou pela Europa e tornou-se popular entre a nobreza e a classe dominante. Foi nesse período que o jogo adquiriu muitas das características que conhecemos hoje, incluindo o movimento da rainha e o conceito de xeque-mate.

Segundo Fadel e Mata (2007, p. 7), o Xadrez é um jogo antigo, envolto em lendas e mitos. Sua invenção já foi atribuída a várias culturas, como chineses, egípcios, persas e árabes, porém, até o momento presente, não há confirmação definitiva. Há cerca de quarenta lendas sobre a origem do jogo, incluindo as conhecidas como Sissa e Caíssa, que culminam na Chaturanga. Uma dessas lendas menciona o herói grego Palamedes como o criador do xadrez durante o cerco de Troia, com o intuito de entreter os guerreiros (CALDEIRA, 2009, p. 12).

A Lenda de Sissa tem sido uma das mais utilizadas por educadores ao ensinarem a perspectiva histórica do xadrez. Destaca-se que, segundo Silva e Tirado (1999), a lenda narra a história de um sultão que, entediado, decide organizar um concurso de xadrez como forma de entretenimento para ele e seu povoado. O vencedor do concurso, conhecido como o sábio Sissa, teria o direito de escolher o prêmio desejado.

Ao longo dos séculos, o xadrez continuou a evoluir e a se espalhar pelo mundo, tornando-se não apenas um passatempo, mas também uma ferramenta educacional. Sua importância no ensino da matemática é significativa, pois requer pensamento estratégico, análise crítica, raciocínio lógico e habilidades matemáticas, como geometria, contagem e análise de padrões.

Além disso, o xadrez promove o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como concentração, memória e tomada de decisões. Por esses motivos, o jogo de xadrez tem sido amplamente utilizado em escolas como uma forma de complementar o ensino da matemática e desenvolver habilidades importantes para o sucesso acadêmico e pessoal dos alunos.

Diante da literatura, observa-se um crescente interesse dos pesquisadores e das instituições de ensino na incorporação do xadrez, principalmente nas aulas de matemática, como uma prática milenar a ser explorada (GIACHINI et al, 2011). Daí,

> [...] Com o intuito de difundir e democratizar o xadrez escolar a Federação Internacional do Xadrez (FIDE) e Organização das Ações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) em meados de 1986 criaram o Comittee on Chess in Schools (CCS) em português significa Comissão do Xadrez nas Escolas. Tal importância deste

> conteúdo que ao decorrer dos anos alguns países passaram a incentivar o xadrez escolar (GIACHINI et al., 2011, p. 6).

Partindo desses princípios, consideramos que a Matemática é uma das áreas de conhecimento de extrema relevância no cenário educacional. Ela contribui significativamente para a formação inicial dos alunos inseridos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que auxilia no desenvolvimento do pensamento lógico, na apropriação de competências, na aquisição de habilidades e na resolução de problemas, entre outros aspectos.

Além disso, a Matemática desempenha um papel fundamental na construção de conhecimentos em outras áreas do saber, servindo como uma base sólida para as séries posteriores. Ao compreender e aplicar conceitos matemáticos desde cedo, os alunos desenvolvem uma compreensão mais ampla e profunda não apenas da própria Matemática, mas também de disciplinas como Ciências, Tecnologia, Engenharia e até mesmo nas áreas humanas.

Nessa perspectiva, Spuldaro e Passos (2012) destacam uma reflexão crucial que permeia a sociedade, indicando que todo cidadão necessita ser crítico e desenvolver diversas habilidades em seu contexto sócio-político, a fim de acompanhar as rápidas e constantes mudanças e avanços tecnológicos - uma das melhores lições que o aluno pode levar da escola. Portanto, a capacidade de organizar o pensamento, refletir e agir sobre suas ações é fundamental.

Acredita-se que essas habilidades podem ser desenvolvidas com o auxílio do jogo de xadrez no ensino da Matemática, contribuindo para o desenvolvimento da concentração e da atenção, além de fomentar o raciocínio lógico (SPULDARO; PASSOS, 2012). O xadrez não apenas fortalece as habilidades matemáticas dos alunos, mas também promove a capacidade de planejamento, análise de situações complexas e tomada de decisões estratégicas - habilidades essenciais para a vida pessoal e profissional.

2. O QUE DIZEM OS DOCUMENTOS LEGAIS ACERCA DA PROPOSTA DO JOGO XADREZ NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL?

Os documentos legais que abordam a proposta do jogo de xadrez nos anos iniciais do Ensino Fundamental variam de acordo com o país e o sistema educacional específico. No entanto, em muitos casos, a introdução do xadrez como ferramenta educacional é respaldada por princípios pedagógicos e diretrizes curriculares que enfatizam o desenvolvimento integral dos alunos.

No Brasil, por exemplo, não há uma legislação específica que obrigue o ensino do xadrez nas escolas, mas existem diretrizes que incentivam o uso de práticas educativas inovadoras e eficazes. O Plano Nacional de Educação (Lei nº 13.005/2014), por exemplo, destaca a importância de promover uma educação de qualidade e o desenvolvimento de habilidades cognitivas, socioemocionais e de pensamento crítico nos estudantes.

Além disso, algumas iniciativas estaduais e municipais têm promovido a inclusão do xadrez no currículo escolar ou como atividade extracurricular, reconhecendo seus benefícios no desenvolvimento de habilidades matemáticas, cognitivas e socioemocionais.

Internacionalmente, países como a Rússia e a Armênia têm políticas educacionais que incentivam o ensino do xadrez nas escolas, reconhecendo-o como uma ferramenta eficaz para o desenvolvimento intelectual e social dos alunos.

Portanto, embora não haja uma legislação universal que regulamente o ensino do xadrez nos anos iniciais do Ensino Fundamental, há uma tendência crescente de reconhecimento de seus benefícios e inclusão em políticas educacionais em diversos contextos ao redor do mundo.

Os documentos legais que abordam a proposta do jogo de xadrez nos anos iniciais do Ensino Fundamental no Brasil variam de acordo com as diretrizes educacionais estabelecidas em níveis federal, estadual e municipal. Nesta discussão, apresentamos algumas considerações gerais destes documentos, tais como:

- *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB):* A LDB 9.394/96 estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, garantindo o direito à educação e definindo os princípios e fins da educação brasileira. A LDB não menciona especificamente o xadrez, mas ressalta a importância do desenvolvimento integral do aluno, o que pode incluir atividades extracurriculares como o ensino do xadrez.
- *Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs):* As DCNs são orientações gerais que norteiam a elaboração dos currículos das diferentes etapas e modalidades de ensino. Assim como a BNCC e os PCNs, as DCNs não mencionam explicitamente o jogo de xadrez, mas promovem a diversificação das práticas pedagógicas e a promoção do desenvolvimento integral dos alunos.

- *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*: A BNCC é um documento que estabelece os direitos de aprendizagem, os conhecimentos, competências e habilidades essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica no Brasil. Embora o xadrez não seja explicitamente mencionado na BNCC, ela enfatiza o desenvolvimento do pensamento lógico, habilidades matemáticas e estratégicas, de competências cognitivas, emocionais, sociais e motoras podendo ser alinhado aos objetivos gerais de aprendizagem e fortalecidas através de atividades como o jogo de xadrez.
- *Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)* estabelecem objetivos e um conjunto de referências, para orientar os meios de organização dos conteúdos curriculares nos espaços escolares, destacando a priori, o âmbito nacional, bem se propõem orientações aos professores e advertir que são os responsáveis do sucesso no processo de formação do brasileiro. Nesse documento, há a orientação para a realização de jogos de tabuleiro, nas instituições de ensino, como o jogo de xadrez.
- *Planos Curriculares Estaduais e Municipais:* Muitos estados e municípios brasileiros têm seus próprios planos curriculares que complementam a BNCC e a LDB. Alguns desses planos podem incluir diretrizes específicas para o ensino do xadrez como parte do currículo escolar.
- *Programas e Projetos Educacionais:* Algumas iniciativas educacionais, tanto governamentais quanto não governamentais, promovem a inclusão do xadrez nas escolas como uma ferramenta educacional. Esses programas muitas vezes são desenvolvidos em parceria com escolas, visando ao desenvolvimento de habilidades cognitivas, sociais e emocionais dos alunos por meio do jogo de xadrez.
- *Diretrizes Curriculares da Bahia:* As diretrizes específicas do estado da Bahia podem oferecer orientações mais detalhadas sobre a inclusão do jogo de xadrez na educação. Elas podem abordar sua relevância para o desenvolvimento de habilidades específicas dos alunos e fornecer sugestões de como integrá-lo ao currículo escolar.
- *Planos Municipais de Educação (PME):* Os planos municipais de educação, como o de Itabuna/BA, são documentos que estabelecem as diretrizes e metas para a educação no âmbito local. Eles podem incluir propostas específicas para a introdução do jogo de xadrez nos anos iniciais do Ensino Fundamental, levando em consideração as características e necessidades da comunidade escolar.

No geral, os documentos legais e diretrizes educacionais mencionados reconhecem o jogo de xadrez como uma ferramenta pedagógica valiosa para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Eles destacam sua capacidade de promover o desenvolvimento cognitivo, social e emocional dos alunos, além de contribuir para a construção de conhecimentos interdisciplinares e valores fundamentais para a formação cidadã.

No que se refere ao jogo de xadrez em relação à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no componente curricular Matemática, na unidade temática geometria, referente ao quinto ano acerca das habilidades EF05MA14, que consiste em “utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas” e a EF05MA15 que trata especificamente do plano cartesiano, suas representações e deslocamentos, destacando por: “interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.” (BNCC, 2017, p. 299).

Em relação às habilidades e competências matemáticas, os jogos podem contribuir para o aprendizado sobre o plano cartesiano, incentivar o raciocínio lógico, estratégico e abstrato, e a interpretação e resolução de problemas. Se a turma desejar confeccionar as peças e os tabuleiros, também pode aprender sobre formas geométricas, área, perímetro, retas, ângulos, divisão e números racionais.

Nesse sentido, os PCN declaram acerca da possibilidade de desenvolvimento dos aspectos, prioritariamente, pedagógicos, sendo que “os jogos podem ter flexibilidade nas regulamentações, [...]. São exercidos com caráter competitivo, cooperativo ou recreativo em situações festivas [...] Assim, incluem-se entre os jogos as brincadeiras regionais, os jogos de salão, de mesa, de tabuleiro e as brincadeiras infantis de modo geral” (BRASIL, 1998).

Para tanto, embora os documentos legais não façam menção direta ao jogo de xadrez, eles fornecem uma base para a inclusão de práticas pedagógicas que promovam o desenvolvimento integral dos alunos, o que pode incluir atividades como o jogo de xadrez. A interpretação e implementação dessas diretrizes dependem da autonomia e da criatividade das escolas e dos sistemas de ensino locais.

3. METODOLOGIA (OU MATERIAIS E MÉTODOS)

O estudo metodológico adotou uma abordagem qualitativa, conforme definida por Minayo (2001), que prioriza o diálogo com a realidade que se pretende investigar. Nossa orientação metodológica foi embasada nos princípios delineados por Gil (2007, p. 44) para a pesquisa bibliográfica, dada sua pertinência ao nosso objeto de estudo. Esta metodologia se fundamenta no uso de material já elaborado, como livros e artigos científicos, proporcionando uma análise aprofundada das fontes disponíveis.

Além disso, optamos por uma abordagem exploratória, conforme descrita por Gil (2007), visando ampliar nosso conhecimento sobre o fenômeno em questão. A pesquisa exploratória permite uma investigação inicial e mais ampla do tema, possibilitando identificar questões relevantes e propor hipóteses para investigações posteriores.

Dessa forma, ao combinarmos a abordagem qualitativa com a pesquisa bibliográfica e exploratória, buscamos obter uma compreensão mais profunda e abrangente do tema estudado, permitindo-nos explorar suas nuances e complexidades de maneira eficaz.

Como referenciais teórico-metodológicos, utilizamos diversas plataformas de pesquisa, como o Scielo e os Periódicos Capes, além de explorarmos livros, artigos e dissertações relevantes sobre o tema. Destacamos também as contribuições de renomados autores, como Ramos (2010), Caldeira (2009) e Spuldaro e Passos (2012), cujas obras foram fundamentais para embasar nossa análise.

Além disso, recorremos a documentos legais que orientam a prática educacional, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de 1998 e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2017. Esses documentos fornecem diretrizes essenciais para o desenvolvimento de currículos escolares e nos ajudaram a contextualizar nossa pesquisa dentro do cenário educacional brasileiro. Ao integrarmos uma ampla gama de fontes e perspectivas, buscamos construir uma fundamentação sólida e abrangente para nosso estudo, permitindo uma análise mais completa e embasada das questões abordadas.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os estudos e discussões realizados por diversos estudiosos sobre essa temática têm evidenciado importantes contribuições para essa proposta pedagógica. Destaca-se que o jogo de xadrez está intrinsecamente relacionado ao ensino da Matemática, proporcionando experiências de aprendizagem mais significativas para os alunos. Além disso, o jogo tem oferecido aos discentes a oportunidade de desenvolver habilidades essenciais para enfrentar uma variedade de situações que demandam tomadas de decisões e raciocínio lógico.

Nesse sentido, a prática do xadrez tem levado os alunos a refletirem sobre seus próprios erros e a buscar soluções para resolver os desafios apresentados em problemas matemáticos e em outras situações do cotidiano. Através do jogo, os estudantes são estimulados a pensar de forma estratégica, a antecipar possíveis consequências de suas ações e a encontrar soluções criativas para os problemas que enfrentam.

Dessa forma, a integração do xadrez ao ensino da Matemática não apenas enriquece o processo de ensino e aprendizagem, mas também promove o desenvolvimento de competências cognitivas, emocionais e sociais nos alunos, preparando-os para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo de maneira mais eficaz.

Em consonância com os estudos de Spuldaro e Passos (2012), é possível observar que o jogo de xadrez proporciona contribuições significativas para o processo de aprendizagem dos alunos. Embora seja uma atividade lúdica, sua complexidade vai além, abrangendo diversos exercícios de natureza cognitiva, especialmente no que se refere à estratégia, concentração e raciocínio lógico.

Assim, é importante destacar que muitas das dificuldades enfrentadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos estão relacionadas à falta de compreensão e análise adequadas da proposta de ação. Nesse contexto, o jogo de xadrez surge como uma ferramenta eficaz para desenvolver essas habilidades cognitivas fundamentais.

Ao participarem de partidas de xadrez, os alunos são desafiados a pensar de forma estratégica, a antecipar movimentos futuros e a considerar as possíveis consequências de suas ações. Essa prática constante de tomada de decisões ajuda os estudantes a aprimorar sua capacidade de análise, síntese e resolução de problemas, habilidades essenciais não apenas para o xadrez, mas também para o desempenho acadêmico em geral.

Portanto, é possível afirmar que o jogo de xadrez vai além do entretenimento, sendo uma ferramenta pedagógica valiosa para o desenvolvimento do pensamento crítico e do raciocínio lógico dos alunos, contribuindo de maneira significativa para sua formação integral.

Considerando que o jogo de xadrez possui a capacidade de estimular tanto o raciocínio lógico dos alunos quanto contribuir significativamente para o desenvolvimento de relações sociais mais saudáveis, é importante destacar os múltiplos benefícios que essa prática oferece. De acordo com Santos et al. (2022), o xadrez, apesar de sua aparência simples, esconde inúmeros benefícios, uma vez que requer pensar, analisar e elaborar estratégias para jogá-lo.

Além disso, como ressalta Silva (2012, p. 102), o xadrez escolar pode ser uma ferramenta poderosa para exercitar a autonomia, a autoestima, a atenção, a concentração, o autocontrole, a empatia, a socialização e a compreensão das regras pelos alunos. Outros autores, como Filguth (2007) e Cristo (2010), também destacam que a prática do jogo de xadrez estimula o raciocínio lógico, a criatividade, a tomada de decisões, o trabalho em equipe e ensina importantes lições sobre vitória e derrota.

Diante disso, é evidente que o jogo de xadrez pode se tornar um poderoso aliado no ensino da Matemática e no desenvolvimento integral dos alunos. Sua prática não apenas fortalece habilidades cognitivas essenciais, mas também promove valores como respeito, cooperação e perseverança, fundamentais para o crescimento pessoal e acadêmico dos estudantes. Assim, integrar o xadrez ao currículo escolar pode enriquecer significativamente o processo de aprendizagem e proporcionar experiências educacionais mais ricas e estimulantes.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os estudos indicam que o conhecimento matemático é desenvolvido por meio de processos que ocorrem em diversas vertentes: cumulativa, intencional, racional e histórica. Essas diferentes abordagens permitem não apenas a construção do conhecimento matemático em si, mas também têm o potencial de impactar significativamente as transformações sociais dos educandos.

É importante compreender que o conhecimento matemático não se limita apenas aos conteúdos específicos compartilhados em sala de aula. Ele também está intrinsecamente ligado às dimensões políticas presentes nas relações estabelecidas entre esse conteúdo e a forma como é transmitido e assimilado. Essas relações podem influenciar as percepções dos alunos sobre o mundo ao seu redor e suas capacidades individuais.

Ao reconhecer a importância dessas dimensões políticas, podemos promover uma educação matemática mais inclusiva e crítica, que não apenas ensina os alunos a resolver problemas matemáticos, mas também os capacita a questionar, analisar e compreender as implicações sociais e políticas do conhecimento matemático.

Portanto, ao incorporarmos uma abordagem multidimensional ao ensino da matemática, podemos não apenas fortalecer a compreensão dos alunos sobre os conceitos matemáticos, mas também capacitá-los a se tornarem cidadãos críticos e engajados, capazes de contribuir positivamente para a transformação da sociedade.

Foi evidente que as experiências de participação dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental podem ser transformadas positivamente quando professores e estudantes utilizam jogos de tabuleiro como ferramentas para promover o desenvolvimento integral dos alunos e facilitar a interação entre eles. Os resultados das discussões e pesquisas em andamento sugerem que os professores podem incorporar práticas pedagógicas que estimulem a criatividade e o raciocínio lógico matemático, além de desafiar os alunos a compreenderem as regras e a descobrirem estratégias para alcançar o sucesso dentro do contexto do jogo.

Para melhorar ainda mais essa abordagem, é fundamental que os professores incorporem uma variedade de jogos de tabuleiro em suas aulas, proporcionando aos alunos oportunidades diversificadas para desenvolver habilidades cognitivas, sociais e emocionais. Além disso, é importante que os professores incentivem a colaboração e o trabalho em equipe durante as atividades com jogos, promovendo um ambiente de aprendizagem cooperativo e inclusivo.

Além disso, os professores podem integrar os jogos de tabuleiro ao currículo de forma contextualizada, relacionando os conceitos matemáticos abordados nos jogos com situações do cotidiano dos alunos. Isso ajuda os alunos a perceberem a relevância e a aplicabilidade da matemática em suas vidas, tornando o aprendizado mais significativo e envolvente.

Portanto, ao adotarem o uso de jogos de tabuleiro como parte integrante de suas práticas pedagógicas, os professores podem criar um ambiente de aprendizagem dinâmico e estimulante, onde os alunos são incentivados a explorar, colaborar e aprender de forma ativa e divertida.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 09 maio 2024.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Educação Física. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/fisica.pdf>. Acesso em: 10 maio. 2024.

CALDEIRA, Adriano. **Para ensina e aprender xadrez na escola**. São Paulo: Ciranda Cultural, 2009.

CRISTO, Simone Alice da Silva**. Xadrez na sala de aula:** aproximações pedagógicas. São José dos Campos: Pulso, 2010.

FADEL, J. G. R.; MATA, V. A. **O xadrez como atividade complementar na escola:** uma possibilidade de utilização do jogo como instrumento pedagógico. 2011.

Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/503-4.pdf. FILGUTH, Rubens. (org.) **A Importância do Xadrez**. 1. Ad. Porto Alegre: Artmed. 2007. BAPTISTA, C. R. et al. Inclusão e escolarização: múltiplas perspectivas. 2 ed. Porto Alegre: Mediação, 2015.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GIACHINI, F.A.; AZAMBUJA, V.L.M.A.; FIEIRA, J.T. A influência do xadrez no desenvolvimento da capacidade de concentração em alunos da 6° série do ensino fundamental. Dois Vizinhos – PR: UNISEP, 2011.

MINAYO, M. C. de Souza (org.). **Pesquisa Social:** teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

SILVA, Wilson da. (org.). **Xadrez e educação**: contribuições da ciência para o uso do jogo como instrumento pedagógico. editora UFPR, 2012. 1 ed.

SANTOS, Adriano Souza dos; DIAS, Ramon dos Santos; SILVA, Tatiana Dias. **Os benefícios da prática do jogo de xadrez na aprendizagem matemática**. 2022. IN: Anais do III Congresso Nacional de Educação – CONEDU). Disponível em: <https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2022/TRABALHO_COMPLETO_EV174_MD1_ID12494_TB2181_09082022203406.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2024.

SILVA, W; TIRADO, A. C. S. B. **Meu primeiro livro de xadrez:** cursos para escolares. Expoente: Curitiba, 1999.

SÓ MATEMÁTICA. **O ensino da matemática com significação nos anos iniciais da educação básica**. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2023. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/artigos/a33/p2.php>. Acesso em 15 abr. 2024.

SPULDARO, Arlete; PASSOS, Arilda Maria. **O JOGO DE XADREZ NA MATEMÁTICA:** processo ensino-aprendizagem, reflexão e ação. IN: O professor PDE e os desafios da escola pública Paranaense. V. 1, 2012. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unicentro_mat_artigo_arlete_spuldaro.pdf.>. Acesso em: 10 abr. 2024.

RAMOS, Leige Maciel. **Contribuição do jogo de xadrez na aprendizagem de matemática nas series inicias.** Disponível em: <lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/39562/000823657.pdf?sequence=1>. Acesso em: 12 mar. 2024.

Capítulo 3

ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Hegle da Silva Pereira
Daniel Matias Santos
Luciana Araújo da Silva
Jeane Meireles Ferreira
Kailane Costa Baia
Emmily Ravena dos Santos Lima
Estefane Ferreira Moraes
Priscila Pamela Trindade Carvalho
José Ribamar Carvalho de Sousa
Aline de Freitas Miranda

ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL COM USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Hegle da Silva Pereira

Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará. E-mail: heglepereira42@gmail.com

Daniel Matias Santos

Graduado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. Pós-graduando em Metodologia do ensino de Matemática. Pós-Graduando em Matemática Financeira e Estatística. E-mail: estudohibrido@gmail.com

Luciana Araújo da Silva

Graduanda em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: Lucianaaraujo1708@gmail.com

Jeane Meireles Ferreira

Graduanda em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: Jeanemeirelesferreira@gmail.com

Kailane Costa Baia

Graduanda em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: kailanebaiaa@gmail.com

Emmily Ravena dos Santos Lima

Graduanda em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: emmilyravenals@gmail.com

Estefane Ferreira Moraes

Graduanda em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: moraesestefane2000@gmail.com

Priscila Pamela Trindade Carvalho

Graduanda em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: priscilacarvalho588@gmail.com

José Ribamar Carvalho de Sousa

Graduando do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: jrcarvalho7777777@hotmail.com

Aline de Freitas Miranda

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: alinemirandatj@gmail.com

RESUMO

A experiência com alunos do ensino fundamental e médio, aliada à pós-graduação, revelou uma falta de motivação nas aulas de geometria espacial. Isso inspirou a busca por alternativas que tornem o aprendizado mais visual e prático, envolvendo objetos do dia a dia e modelagem matemática. Inserir contextos como construções civis e monumentos nas aulas ajuda os alunos a compreenderem os conceitos geométricos. Uma sequência didática foi desenvolvida, focada na aplicação da geometria espacial em diferentes contextos, com análise qualitativa baseada em observações em Moju-PA. O estudo mostrou uma melhoria na compreensão dos alunos e destacou a conexão entre a matemática e a vida cotidiana, tornando o aprendizado mais significativo.

Palavras-chaves: Geometria espacial. Modelagem matemática. Ensino fundamental e médio. Didática. Ensino-aprendizagem.

1. INTRODUCÃO

Este tópico, apresenta a metodologia utilizada na pesquisa, procedimentos e instrumentos utilizados para a investigação, além dos indicadores usados para avaliação e análise; observando a importância dos recursos visuais e estruturais para a dinamização do ensino/aprendizagem da geometria espacial, bem como sua aplicação na resolução de problemas.

O propósito da utilização da modelagem matemática é uma estratégica de suporte para as aulas de Matemática com os alunos, cujo propósito é alcançar uma melhoria na qualidade deste ensino, durante o conteúdo de geometria espacial.

Ao ingressarem no ensino médio, os alunos, em sua maioria, procuram realizar provas avaliativas, mas, por meio de inovações metodológicas, o aluno terá a oportunidade de sair da sala de aula e interagir com o ambiente externo, propiciando a ele uma melhor evolução no entendimento dos conteúdos aplicados.

Sabe-se que as Diretrizes Curriculares propõem uma metodologia numa abordagem pedagógica, na qual a aprendizagem esta relacionada com a problematização de situações reais. Para se conseguir uma compreensão sobre a utilização da modelagem é preciso usá-la como instrumento, ou seja, um currículoescolar que pode ser trabalhado como uma atividade que auxilie como um suporte ao material didático.

A análise foi baseada na observação de vários setores no município de Moju-Pa, baseados nos conteúdos da geometria espacial e sua aplicação nos sólidos encontrados.

2. METODOLOGIA

Este tópico, apresenta a metodologia utilizada na pesquisa, procedimentos e instrumentos utilizados para a investigação, além dos indicadores usados para avaliação e análise; observando a importância dos recursos visuais e estruturais para a dinamização do ensino/aprendizagem da geometria espacial, bem como sua aplicação na resolução de problemas.

O propósito da utilização da modelagem matemática é uma estratégica de suporte para as aulas de Matemática com os alunos, cujo propósito é alcançar uma melhoria na qualidade deste ensino, durante o conteúdo de geometria espacial.

Ao ingressarem no ensino médio, os alunos, em sua maioria, procuram realizar provas avaliativas, mas, por meio de inovações metodológicas, o aluno terá a oportunidade de sair da sala de aula e interagir com o ambiente externo, propiciando a ele uma melhor evolução no entendimento dos conteúdos aplicados.

Sabe-se que as Diretrizes Curriculares propõem uma metodologia numa abordagem pedagógica, na qual a aprendizagem está relacionada com a problematização de situações reais. Para se conseguir uma compreensão sobre a utilização da modelagem é preciso usá-la como instrumento, ou seja, um currículoescolar que pode ser trabalhado como uma atividade que auxilie como um suporte ao material didático.

A análise foi baseada na observação de vários setores no município de Moju-Pa, baseados nos conteúdos da geometria espacial e sua aplicação nos sólidos encontrados.

3. A GEOMETRIA ESPACIAL E SUA APLICAÇÃO NO COTIDIANO

A Matemática teve seu surgimento a partir das necessidades fundamentais das pessoas, mais especificamente das necessidades econômicas. De uma maneira bastante similar, a geometria também surgiu. Geometria que significa: grego = geo=terra + metria= medida, ou seja, "medir terra", está ligada diretamente à necessidade de melhorar o sistema de recebimento de impostos de áreas rurais, e se deve aos antigos egípcios, que iniciaram o crescimento da disciplina.

Por sua vez a Geometria espacial funciona como uma prorrogação da Geometria plana, ela trabalha com o estudo da geometria no espaço (os objetos espaciais), como a relação entre esses elementos. Os objetos primários do modo de vista espacial, são: retas, pontos, segmentos de retas, curvas, planos, ângulos e superfícies. Os fundamentais tipos de cálculos que se pode realizar são os de comprimentos de curvas, áreas de superfícies e volumes de regiões sólidas.

A Geometria Espacial corresponde a área da matemática que se encarrega de estudar as figuras no espaço, ou seja, aquelas que possuem mais de duas dimensões, tendo comprimento, largura e altura. Diferentemente da geometria plana, que se ocupa somente de duas dimensões: comprimento e largura. Contudo, o estudo das estruturas das figuras espaciais e suas inter-relações é determinado por alguns conceitos básicos como: ponto, reta e o plano.

O espaço em que vivemos tem três dimensões, que são: altura, comprimento e largura, e que podem ser representadas em coordenadas cartesianas, que são dadas pelos eixos x, y e z. Usando a localização de pontos coordenados, é possível traçar retas no espaço que formam planos e definem formas e estruturas geométricas.

Outro modo para se estudar a Geometria no Espaço é por meio da Geometria Analítica. Nessa última, a representação de uma imagem na projeção espacial é dada por vetores que possuem módulos (valor numérico positivo), direção (horizontal ou vertical) e sentido (para cima, para baixo, direita ou esquerda).

O espaço também está presente ao estudarmos os sólidos geométricos, que são porções limitadas do espaço. A Geometria Espacial está presente nas abstrações da Matemática e no nosso cotidiano. Percebe-se sua existência todos os dias ao observarmos os objetos, estruturas e animais que estão ao nosso redor. Quando se executa essa ação, é possível visualizar o volume total ao invés de somente a superfície, que é uma projeção bidimensional.

Na escola, a Geometria Espacial é estudada na disciplina de Matemática. Os conteúdos listados a seguir são os ministrados em sala de aula:

- O plano e o espaço;
- Volume do prisma;
- Volume da esfera;
- Volume da pirâmide;
- Posições relativas ponto, reta e plano;
- Posições relativas de duas retas;
- Posições relativas de dois planos;
- Perpendicularidade entre planos;
- Projeção ortogonal;
- Relação de Euler;
- Poliedros;
- Prismas;
- Paralelepípedos;
- Área lateral e área total dos sólidos;
- Cilindro;
- Cone;
- Pirâmide;
- Cone;
- Esfera;
- Simetria.

Para Pavanello (1993), o abandono do ensino da geometria é causado devido ao contexto histórico-político, pois, em 1971, foi promulgada a Lei 5692/71, em que o professor deixou de ter autonomia para elaborar o seu próprio roteiro de conteúdo, prejudicando não só os professores, mais em grande parte o aluno, devido deixar sempre a geometria para última unidade, não havendo tempo suficiente. A geometria, neste caso, não era trabalhada de forma adequada, ficando sempre para série seguinte essa lacuna.

Outro fator histórico é que a geometria não era trabalhada de forma interdisciplinar com outras matérias, nem com outros conteúdos correlacionados, de forma que a aula era monótona e muitas vezes deixava os alunos confusos, como afirma Almouloud (apud Machado, 2003, p.125). No ensino fundamental, o conteúdo geométrico, como é trabalhado com uma faixa etária pouco questionadora, deixa de orientar um futuro pesquisador.

É papel do professor dinamizar o conteúdo, conectando-se com uma didática pedagógica que leve o aluno a ser um agente participativo, transformando-o em um ser que não apenas possua o conhecimento, mas que saiba aplicá-lo no seu dia a dia.

Os PCN's destacam a importância desse ramo da matemática que também serve de instrumento para outras áreas do conhecimento. De forma ainda mais fortalecida, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta que a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento.

Assim, de acordo com essa unidade temática da BNCC, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais, pode ajudar no desenvolvimento do pensamento geométrico nos alunos.

Esse pensamento, é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência.

Por isso, a partir dos objetos à nossa volta, é possivel que o aluno explore, construa, represente, discuta, investigue e perceba as inúmeras propriedades fundamentais para a construção do conhecimento matemático da geometria espacial, pois, com essa combinação, o aluno pode construir habilidades para explorar a figura geométrica.

3.1 A VISUALIZAÇÃO NA GEOMETRIA ESPACIAL

A teoria e a prática juntas com a visualização, tornam-se um princípio fundamental para a formação do conhecimento. De acordo com Gutierrez (1992 apud BECKER 2009, p.27):

> Quando se trabalha a Geometria Espacial, é fundamental que se tenha em mente a visualização. A capacidade de visualização é uma habilidade básica nesse campo de conhecimento. Uma pessoa que tem dificuldades em visualização terá problemas em entender contextos gráficos apresentados nos livros e apresentará dificuldades em expressar suas próprias ideias.

A partir desses argumentos, verifica-se a necessidade de o docente não ficar preso aos livros, mas que busque uma ligação entre seus arredores e a geometria espacial, para dar embasamento e aplicar a teoria estudada em sala de aula, em algo significativo. Dessa forma, percebe-se que se o professor abdicar do uso da modelagem matemática no processo ensino-aprendizagem, ele será prejudicado. Esse modelo matemático proporciona ao aluno um ambiente investigativo, no qual irá melhorar sua interpretação e compreensão dos conceitos.

Bassanezi (2006) chama atenção para três obstáculos que o mediador (professor) pode se deparar ao utilizar a modelagem matemática:

i. Obstáculos Instrucionais - o tempo pode ser insuficiente para a aboradagem;
ii. Obstáculos aos estudantes - nem todos os alunos podem querer sair da sua zona de conforto, se perdendo no processo educacional;
iii. Obstáculos para os professores - muitos professores se sentem despreparados ao lidar com esta metodologia.

Esses fatores como tempo insuficiente e muitas atribuições dirigidas ao professor, que dificultam o planejamento minucioso para a construção de uma boa apresentação do conteúdo, podem ser superados e trazer uma mudança na forma de ensinar, alcançando uma boa aplicação do conteúdo sobre a geometria espacial, através de observações e o contato direto com elementos encontrados no cotidiano, conseguindo melhorar o processo de ensino-aprendizagem, e despertando no aluno a curiosidade e o interesse pela construção do conhecimento matemático.

3.2 SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Os sólidos geométricos são classificados em poliedros e corpos redondos. A palavra poliedro vem do grego poly, que significa muitos ou vários, e edro, que significa face, ou seja, muitas faces, sendo classificados em poliedros convexos e côncavos, tomando como ênfase nessa pesquisa os convexos. Analisando alguns livros didáticos, observa-se que Dante (2012, p. 206) apresenta os poliedros da seguinte maneira:

> Cada poliedro é formado pela reunião de um número finito de regiões poligonais planas chamadas faces e a região do espaço limitada por elas. Cada lado de uma dessas regiões poligonais é também lado de uma outra única região poligonal. A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é um vértice, ou é vazia. Cada lado de uma região poligonal, comum a exatamente duas faces, é chamado aresta do poliedro. E cada vértice de uma face é um vértice do poliedro.

As arestas, nesse caso, são um tipo específico de segmento de reta que liga dois vértices de um polígono ou poliedro. Uma aresta é um segmento de reta em que duas faces se intersectam. Um segmento que liga dois vértices, mas que passa pelo interior ou pelo exterior não é uma aresta e, em vez disso, é chamado de diagonal.

3.3 A MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O papel da escola não é somente trabalhar a teoria, mas, também, tornar o discente um questionador do que ele aprende na escola. Então, o propósito dessa intervenção é suprir as dificuldades em conceitos matemáticos, de formasque o aluno não só a tenha para fazer uma avaliação, como também as identifique no seu dia a dia, pois o ensino da matemática tem um papel fundamental na contribuição da inserção do aluno no meio em que vive.

Como afirma Bassanezi (2010, p.17) “[...] é necessário buscar estratégias e alternativas de ensino e aprendizagem que facilitem sua compreensão e utilização”.

Na construção da educação matemática, temos novas tendências que nos auxiliam como instrumentos de melhoria que desmistificam a abstração da matemática para o concreto, fazendo com que os conceitos matemáticos aprendidos em anos anteriores, se tornem mais claros e melhor assimilados. De acordo com Sadovsky (2007, p.8):

> [...] a Matemática, não só no Brasil, é apresentada sem vínculo com os problemas que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes. Os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir ideias, checar informações e ser desafiado, são poucos explorados na escola. O ensino se resume às regras mecânicas que ninguém sabe, nem o professor, para que servem.

Nesse contexto, a modelagem matemática tem o papel de amenizar a falta de preparo e de sentido nas abordagens matemáticas inseridas à realidade do aluno. A partir do uso da modelagem, propor uma matemática mais real na qual irá colaborar com uma melhor interpretação de mundo, fazendo com que ele alcance suas próprias conclusões, em outras palavras, o deixe capacitado para discutir situações e problemas na comunidade na qual está inserido.

Biembengut e Hein (2000) consideram que a modelagem matemática surgiu há muito tempo, porque não era reconhecida com as concepções atuais. Desde os primórdios, a matemática é marcada pela busca pela descoberta e entendimento de tal objeto ou fenômeno. Assim, boa parte do conhecimento matemático surgiu a partir da busca deresolução de problemas.

Contudo, infelizmente o ensino da matemática com o passar dos anos atravessou várias mudanças agravantes, como: a não inserção da geometria relacionada à álgebra e, principalmente, nos modelos didáticos, devido ao grande avanço tecnológico que por um lado facilitou a investigação, mas, por outro, deixou de ser vivido e presenciado de maneira concreta, deixando de lado a interação.

Por isso, a cada dia, a carreira docente do ensino da matemática precisa estar reciclada para renovar e apresentar formas matemáticas que condizem com sua realidade, fazendo com que torne o conhecimento atrativo e essencial à formação do cidadão.

Logo, nesse contexto, observa-se que a prática da modelagem matemática, há algumas décadas, foi se reformulando e sendo apontada com uma das razões pelas quais vem se destacando e conseguindo adeptos e defensores, promovendo e alcançando com mais interação o conhecimento, conseguindo um melhor entendimento por parte do aluno e priorizando o concreto em relação à abstração.

Por isso, a modelagem matemática, torna-se um instrumento necessário para a formação do aluno, na qual ele consiga decifrar a linguagem matemática por trás das figuras, associando com o seu entorno social.

> Não é mais suficiente o aluno aprender Matemática e saber utilizá-la para resolver problemas cotidianos. Além desses saberes, é necessário que o aluno seja capaz de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática (ALMEIDA; DIAS, 2004, p.6).

Nessa citação, percebe-se que não estão mais reconhecendo qual aplicação matemática pode ser inserida em um objeto de estudo, devido a má formação que grande parte dos alunos obtém durante sua passagem pelo ensino fundamental e médio, afetando, assim, a mágica do saber matemática, pois o mesmo não sabe aplicá-la na sua realidade, desmotivando-o cada vez mais. Logo, a modelagem interferiu no processo da utilização desse conhecimento adquirido em sala de aula, deixando o aluno de ser passivo para ser mais ativo.

Para alguns autores, a etapa da criação de um modelo matemático é considerada essencial. Para Barbosa (2004), uma atividade de modelagem matemática consiste na escolha de um tema e na formulação de um problema. A busca pela solução do problema leva o aluno a levantar hipóteses e simplificar coletas de dados para a resolução matemática do mesmo. Logo, o tema proposto se encontra presente em várias partes da escola, objetivando ao aluno à percepção das formas geométricas que os acompanha desde a saída da sua casa, até a chegada na escola.

3.4 A EVOLUÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Devido às várias modificações que o mundo passa, o ensino também é afetado por essas mudanças, por isso o professor precisa estar sempre atualizado para novos métodos que auxiliem na aprendizagem do aluno. Atualmente, as informações chegam mais rápido devido ao uso da tecnologia. Com isso, o professor precisa organizar essas informações que são vivenciadas pelos jovens, e organizá-las de acordo com o seu papel na sociedade.

Percebe-se, por meio do uso das intervenções, como a utilização de material concreto, que os alunos desenvolvem com mais naturalidade o gosto pela matemática, não deixando de lado os conhecimentos prévios. Então, no meio de várias outras tendências como a matemática crítica, história da matemática e resolução de problemas que complementam o estudo da matemática, acredita-se que a modelagem matemática possa auxiliar na construção de ideias, que podem ajudar na tarefa de ampliar a visão de mundo do aluno.

Biembengut e Hein (2007), consideram que a metodologia relacionada à modelagem surgiu há muito tempo, porém não era reconhecida com as concepções atuais. Com as mudanças que vieram acontecendo no ensino da matemática, o cidadão começou a ser mais curioso, e através das resoluções de problemas, a humanidade passou a buscar soluções para situações do cotidiano.

Segundo os PCNS (BRASIL, 1997), os conceitos e resultados da matemática têm origem no mundo real, e permitem aplicações em diversas situações práticas do cotidiano. Por isso, o contato com as maquetes que são representações concretas, permitirá ao aluno fazer ligações entre o conhecimento matemático formal e o mundo real.

Sabe-se que muitos alunos que não têm afinidade com a matemática, devido à grande abstração de assuntos que os professores apresentam, prejudicam-se em relação ao ensino/aprendizagem, interferindo no crescimento intelectual deles. A esse respeito, Polya (1995) sugere que o professor, para o desenvolvimento do pensamento abstrato, faça seus alunos aprenderem a demonstrar: testando, provando, formulando e interpretando.

Isaac Newton, é considerado um dos precursores do uso da Modelagem, aplicando-a nas diversas áreas da ciência, como aparece no seu livro "Princípios Matemáticos da Filosofia natural - um estudo pelo movimento dos planetas". Nesse contexto, percebe-se que o uso da modelagem matemática, propicia uma maneira de traduzir e interpretar objetos de estudo, em especial, nosso objeto de estudo: os sólidos geométricos.

Com objetivo de analisar, entender a construção de suas fórmulas de áreas e volumes. Considerada por grandes matemáticos, como Euclides e Arquimedes, a modelagem, à base de diversas áreas do conhecimento para desenvolver o raciocínio e a criatividade, a partir dos anos 80, conseguiu espaço por meio de investigações e pesquisas inseridas em várias áreas de conhecimento, em especial, no âmbito da matemática, enfatizada durante as aulas, propicia grande interação entre os alunos e o conhecimentodo do objeto em estudo, facilitando o estudo e a criação de novas ideias.

Para Bassanezi (2010), no Brasil os primeiros trabalhos realizados utilizando como estratégia de ensino a modelagem matemática, ocorreram na década de 80, precisamente na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – com um grupo de professores em Biomatemática, coordenados pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi, envolvendo modelos e crescimento cancerígenos.

De acordo com Biembengut (2009), vários eventos com o Movimento da Matemática Moderna no Brasil, considerado de renovação curricular, e que influenciou na prática, fazendo que vários professores de Matemática no Brasil, participassem de palestras e congressos internacionais, que tinham como ideia inicial a aplicação da modelagem em sala de aula facilitando o ensino da Matemática, motivando o aluno a pesquisar.

Com isso, pode-se destacar alguns professores, como: Ubiratan D'Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, responsáveis pela iniciação do movimento pela modelagem. Atraindo vários adeptos que contribuíram para a demonstração dos modelos matemáticos que hoje são aplicados em sala de aula.

O uso de modelos propicia uma melhor comunicação para o preparo da ação, dentro da matemática, ele é utilizado como representação, explicação e compreensão do objeto em estudo.

Bassanezi (2010, p. 30), afirma que "a modelagem poder ser o fator responsável pelo desenvolvimento de novas técnicas e teorias matemáticas, quando os argumentos conhecidos não são suficientes para fornecer soluções nos modelos". O mesmo destaca uma sequência de procedimentos que ilustram a fase cognitiva, que são: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação.

Tais processos combinados edificam a Modelagem para obter êxito nas informações obtidas, um bom planejamento, uma avaliação, um detalhamento. Logo, em seguida estará sendo definida cada fase para o andamento da oficina.

Na visão de Almeida, Silva e Vertuan (2013), uma atividade de modelagem matemática envolve fases relativas ao conjunto de procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação problema. A primeira delas é a Experimentação, momento em que acontecerá o primeiro contato com o problema e, se tentará organizar as informações.

Em seguida, ocorre a Abstração que consiste em descrever a situaçãoproblema, momento desafiante, no qual se propõe a criação de um modelo, elaborando- se uma conjectura do objeto em estudo. A terceira é a Resolução, cujo objetivo é a matematização, associação das expressões, fórmulas e equações destinadas ao modelo criado.

A quarta fase é a Validação, momento esse que será apresentado o modelo para ser aceito ou não, pois segundo Bassanezi (2014), um modelo deve prever, no mínimo, os fatos que o originaram. Na quinta fase de Modificação são feitas alterações necessárias ao modelo, porque não existe nenhum modelo acabado, sempre está pronto para outras adaptações.

Segundo Gazeta (1989), usar a modelagem nas aulas traz inúmeros benefícios, como: motivação, facilidade de aprender, interatividade, além de favorecer no desenvolvimento cognitivo, estimular o caráter transformador e agregar fatores socioculturais. Por isso, o professor precisa conhecer bem seus alunos para que propicie um conhecimento em torno da realidade do aluno, tornando a aula um instrumento que agregará meios para a aprendizagem por meio da modelagem.

Entretanto, um ponto importante a ser destacado é que a modelagem, não pode ser usada como uma receita pronta. Tem que ser feitas adaptações de acordo com as abordagens. É preciso ter certeza do entendimento como se propõe um modelo, ou seja, é preciso ter clareza para que não gere um trabalho desnecessário para o professor, prejudicando assim sua carga horária.

Segundo Imenes (1987), algumas vezes os professores não conseguem aplicar a modelagem matemática, devido a alguns fatores que serão apresentados, o professor precisa ter noção dos desafios que busca, para pôr em prática esse processo, utilizado como estratégia de ensino. Além disso, a modelagem pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse pelo conteúdo matemático que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo, aprender a arte de modelar.

Então, intervenção está programada dentro do seu plano de aula para que outros motivos, além da falta de tempo, obstáculos na implantação da modelagem no ensino da matemática, pois o perfil deste professor precisa ser um pouco diferenciado. Logo, o mesmo tem que ser criativo, motivador e, acima de tudo, manter a postura de mediador para alcançar o processo de construção do saber, fazendo com que seu aluno possa ter uma visão mais crítica da realidade.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

É fato que vivemos cercados por forma que estão presentes em toda parte, e as mesmas não estão lá apenas para que possamos admirá-las, mas sim, para a utilização de suprir, em muitos casos, problemas do cotidiano e as necessidades humanas.

A partir disso, usa-se abordagem qualitativa direcionada à aplicação da geometria espacial, propriamente dita, em sólidos à nossa volta, modelando-os a partida coleta de dados feita por meio das visitas em vários locais no município de Moju-Pa.

Para Silva e Menezes (2001) a interpretação dos fenômenos e atribuição, é básica no processo de pesquisa qualitativa. Ao contrário das pesquisas quantitativas, as qualitativas não tão simples, são flexíveis, por isso, não admitem regras definidas, só são definidas no decorrer do processo da investigação.

Para encurtar a distância entre a teoria e prática, utiliza-se a compreensão, investigação, descrição e interpretação daquilo que foi observado e analisado pelo pesquisador, para facilitar o processo de ensino-aprendizagem.

Ainda segundo Yin (2005), a investigação é um método que abrange desde o planejamento, até os registros desenvolvidos pelos alunos durante a prática pedagógica fundamentada.

Para organizar os dados coletados da pesquisa, utilizou-se como suporte, uma planilha, para registrar o que está sendo analisado/pesquisado, desde a seleção dos locais a serem visitados e a observação dos sólidos encontrados, dentro de um cronograma, para melhor aproveitamento do tempo para a conclusão do trabalho, objetivando e comparando antes, durante e depois do contato com o material da pesquisa, com o intuito de nortear as habilidades contempladas durante a intervenção pedagógica baseada na modelagem matemática.

Teoricamente, estamos rodeados de formas geométricas, sem sequer dar importância ou despertar curiosidades sobre elas, inúmeros à nossa volta e não percebemos. Por isso, conta-se com a modelagem matemática, onde se pode buscar incentivo e interesse na aprendizagem matemática, oportunizando-se a participação, questionamentos, investigação e argumentação sobre a diferença e a composição dos sólidos que, por sua vez, contém um pouco da história dos gregos, como Pitágoras, um dos que influenciaram a matemática e que no nosso cotidiano estamos cercados das formas geométricas, inclusive na natureza.

A matemática é uma área que ocupa uma posição de destaque entre as disciplinas, sendo um dos grandes alicerces para a construção do conhecimento. É dotada de uma arquitetura que faz com que tanto o discente, quanto o docente, perceba nas formas geométricas, as inúmeras habilidades para modelar e conseguir resolver situações-problemas.

Percebe-se que não só na matemática, mas, também, em outras áreas, a noção de modelo está sempre presente para demostrar tal estudo. Por isso, a modelagem matemática não é uma ideia atual, ou seja, o próprio entendimento da matemática precisade caracteres que deem sentido ao conhecimento. Então, através da modelagem que necessita de um modelo para que aumente as possibilidades do objeto a ser estudado. Porém, o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática. “ A modelagem matemática é, assim, uma arte ao formular, resolver e elaborar expressões que valham, também, como suporte para outras aplicações e teorias” (BIEMBENGUT, 2000, p. 12-13).

O propósito do contato real com o material a ser estudado é que o processo de ensino/aprendizagem sempre estimule os alunos através da própria construção e do debate de um conhecimento mais desafiador, buscando estimular o conhecimento sobre o objeto de estudo.

A partir do objeto de estudo estruturado, o objetivo do trabalho é que a partir da observação, os alunos comecem a identificarem os assuntos que estão por trás da mesma, e como poder associá-la ao nosso cotidiano.

Nessa proposta, um dos intuitos foi verificar que os elementos encontrados constituem os sólidos geométricos: vértices, faces e arestas. Foram feitas observações para associar os elementos pertencentes ao nosso dia a dia, através de uma dinâmica, fazendo um breve passeio pela cidade e se deparando e reconhecendo tudo aquilo que pode ser objeto de estudo da geometria espacial, partindo do pressuposto da modelagem matemática. Ocorreu uma avaliação do conhecimento prévio, fazendo um comparativo entre a aplicação e a reaplicação no final da proposta, em que, baseando-se nas explicações de sala de aula, ministrados em uma aula tradicional, entre uma atividade e outra, já podia-se desmistificar o real do abstrato.

A ideia dessas visitas às áreas do município de Moju, era mostrar que as expressões matemáticas podem determinar a área e volume destas figuras, percebendo que se começarmos a diminuir algumas dimensões, o que irá acontecer com a área e volume desta figura? Quais relações irão acontecer? Sendo que é possível mostrar e associar diferentes subtemas ao enunciado de uma expressão, se forem feitos alguns cortes, seja ele transversal, em um determinado sólido.

Uma das metas foi perceber, que ao investigar o modelo matemático, logo se observará que as ideias se transformam em expressões matemáticas associando aos conhecimentos já adquiridos em sala de aula.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto nesse estudo, entende-se que a dinâmica e a interação com o meio, ressaltados dessa maneira, podem ser elementos que constituem a abordagem da aprendizagem, pois além de ser um experimento, o erro é de fundamental importância para analisar as concepções feitas pelos alunos, levandoos a demonstrar, de acordo com o enunciado do exercício proposto, embora os problemas do mundo real, que muitas vezes não eram percebidos, desde problemas simples aos mais complexos, como a ideia de medir e transformar de maneira mais prática as áreas que estão incorporadas no nosso cotidiano.

Pode-se dizer que, uma aula mais elaborada, será melhor repassada aos alunos, e eles terão uma boa absorção do conteúdo. Isso pode contribuir, em muitos casos, à diminuição da evasão escolar.

6. REFERENCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**. BOLEMA, ano 12, nº 22, pp.19-36, 2004.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E**. Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed. 1ª reimpressão. São Paulo: Editora Contexto, 2013.
ÁVILA, G. S. de S. Várias faces da matemática: tópicos para licenciatura e leitura geral. 2.ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico.** In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2004, Caxambu.

BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre a modelagem matemática?** Zetetikê, Campinas, nº 11, 1999. Disponível em: http://sites.uol.com.br/joneich. Acesso em: 29 de jan. 2024.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 4.ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. Editora Contexto, São Paulo, 2010.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2006.

BASSANEZI, R. C**. Modelagem como metodologia de ensino de matemática**. In: Actas de la Séptima Conferencia Interamericana sobre Educacíon Matemática. Paris: UNESCO, 1994.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelação Matemática y los Desafíos para Enseñar Matemática.** Educación Matemática, México, Agosto 2004. Disponível em: https://portais.univasf.edu.br/profmat/thiago-lopes-nascimento-santiago_turma2015.pdf. Acesso em: 16 de dez. 2023.

Geometria espacial, sua aplicação no cotidiano e fórmulas. Disponível em: http://profpedroluiz.blogspot.com/2017/02/geometria-espacial-sua-aplicacao-no.html?m=1. Acesso em: 13 set. 2023.

Capítulo 4

LEITURAS DE PADRÕES A PARTIR DO MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

Rodolfo Chaves
Filyppe Neves de Andrade
Fernanda Santolin Marques
Luanne Lima Ferreira
João Vitor de Souza Ellyan

LEITURAS DE PADRÕES A PARTIR DO MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

Rodolfo Chaves

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – Ifes

rodolfochaves20@gmail.com

Filyppe Neves de Andrade

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – Ifes

filyppeneves@gmail.com

Fernanda Santolin Marques

Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo

fernandasantollin@gmail.com

Luanne Lima Ferreira

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – Ifes

prof.luannelima@gmail.com

João Vitor de Souza Ellyan

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – Ifes

joao.ellyan13@gmail.com

RESUMO

Este texto foi desenvolvido a partir de uma pesquisa qualitativa, centrada em um estudo de caso, utilizando um método descritivo e adotando a análise da produção de significados como procedimento

metodológico. A base epistemológica dessa pesquisa se apoia nas ideias centrais do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), que incorpora elementos da Teoria Histórico-Cultural de Lev Semionovitch Vigotski e da Teoria da Atividade de Estudo de Vasily Vasilovich Davidov. O objetivo da pesquisa foi analisar a produção de significado de nossos participantes, sujeitos do conhecimento, examinando a tematização da lógica das operações e as maneiras de operar dos mesmos, bem como possíveis constituições e transformações dos núcleos, indicando alguns elementos que constituem o processo, a partir das ideias centrais do MCS. A pesquisa envolveu licenciandos em Matemática de uma instituição pública, participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) e membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem), através de uma Ação Complementar ao Ensino (ACE). Os objetivos das ações discutidas são: (*i*) apresentar algumas sequências recursivas; (*ii*) discutir, analisar e descrever os padrões geométrico-aritmético-algébricos de sequências; (*iii*) utilizar técnicas de recorrência (ou recursividade) para determinar os termos gerais dessas sequências; (*iv*) analisar maneiras de operar os participantes, sujeitos da enunciação. A partir das análises e no desenvolvimento dessas ações, procuramos compreender como os licenciandos em matemática produzem significados para padrões geométrico, aritméticos e algébricos usando técnicas de recursividade. Esse processo evidenciou a importância de valorizar as maneiras de operar dos estudantes e promover a dialogicidade e a colaboração em sala de aula, visando uma prática educativa inclusiva, crítica e reflexiva.
Palavras-chave: Recursividade. Práticas Educativas Investigativas. Modelo dos Campos Semânticos. Produção de significados. Leitura plausível.

ABSTRACT

This text was developed from a qualitative research study, centered on a case study, using a descriptive method and adopting the analysis of meaning production as a methodological procedure. The epistemological basis of this research is grounded in the central ideas of the Semantic Fields Model (MCS), which incorporates elements from Lev Semionovitch Vygotsky's Cultural-Historical Theory and Vasily Vasilovich Davydov's Study Activity Theory. The objective of the research was to analyze the production of meaning by our participants, subjects of knowledge, examining the thematization of the logic of operations and their ways of operating, as well as possible constitutions and transformations of the nuclei, indicating some elements that constitute the process, based on the central ideas of the MCS. The research involved mathematics undergraduates from a public institution, participants in the Institutional Scholarship Program for Teaching Initiation (Pibid) and members of the Study and Research Group on the Semantic Fields Model and Mathematics Education (Gepemem), through a Complementary Teaching Action (ACE). The objectives of the discussed actions are: (i) to present some recursive

sequences; (ii) to discuss, analyze, and describe the geometric-arithmetic-algebraic patterns of sequences; (iii) to use recurrence (or recursion) techniques to determine the general terms of these sequences; (iv) to analyze the participants' ways of operating, subjects of the enunciation. From the analyses and the development of these actions, we sought to understand how mathematics undergraduates produce meanings for geometric, arithmetic, and algebraic patterns using recursion techniques. This process highlighted the importance of valuing the students' ways of operating and promoting dialogicity and collaboration in the classroom, aiming for an inclusive, critical, and reflective educational practice.
Keywords: Recursion. Investigate Educational Practices. Semantic Fields Model. Production of meanings. Plausible reading.

Introdução

Este artigo foi produzido em decorrência de uma pesquisa de natureza qualitativa (Bodgan; Biklen (2013 [1991]), constituída a partir de ideias referentes a um estudo de caso (Yin, 2015), de método descritivo, sendo o procedimento metodológico adotado a análise de *produção de significados* (Lins, 2012; 1999; Lins; Giménez, 1997; Silva, 2022; 2003), pautado em algumas ideias e noções pertinentes ao Modelo dos Campos Semânticos (MCS), envolvendo licenciandos em Matemática de uma instituição pública, bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), a partir de uma Ação Complementar ao Ensino (ACE), cadastrada junto à diretoria de ensino da instituição – Ifes – *campus* Vitória, como parte de um projeto de pesquisa denominado “Pitagorismo: bases histórias, filosóficas, epistemológicas e práticas” (Chaves et al, 2021), desenvolvido pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem).

Os autores deste texto, assim como alguns dos participantes desta Ação, são membros do Gepemem. Fizeram parte da mesma, bolsistas do Pibid com o propósito de se prepararem para iniciarem suas práticas nas escolas núcleos. Este processo se desenvolveu em nove encontros de quatro horas de duração cada, envolvendo 14 (quatorze) participantes – licenciandos em Matemática –, 5 (cinco) monitores (membros do Gepemem) e 2 (dois) doutorandos e 1 (um) mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (Educimat/Ifes), na condição de observadores.

Neste artigo, consideraremos recursividade (ou recorrência) como um conjunto de diferentes estratégias que permitem identificar as respectivas relações entre os termos de uma sequência (Marques, 2022).

Os objetivos das ações que discutiremos neste texto foram: (*i*) apresentar algumas sequências recursivas; (*ii*) discutir, analisar e descrever os padrões geométrico-aritmético-algébricos de sequências; (*iii*) utilizar *técnicas de recorrência* (ou recursividade) para determinar os *termos gerais* dessas sequências; (*iv*) analisar maneiras de operar os participantes, *sujeitos da enunciação*.

O objetivo da pesquisa foi o de analisar as *ações enunciativas* dos participantes diante de ações e operações propostas, referentes ao uso de técnicas recursivas, na identificação de padrões geométrico-aritmético-algébricos e assim, realizar algumas *leituras*, a partir de ideias do MCS, de *significados produzidos* pelos participantes[1] do processo, constituídos como *sujeitos do conhecimento* das ações relativas à ACE, já mencionada.

O lastro epistemológico à elaboração de nossas ações foi baseado no texto Lins e Giménez (1997), ao explicar que “[...] a aritmética e a álgebra constituem, junto com a geometria, a base da matemática escolar” (*Ibid.*, p. 12), e que educação aritmética e a educação algébrica coexistem e implicam no desenvolvimento uma da outra e, para tal, sugere que o desenvolvimento do *pensamento algébrico* ocorra em todos os anos da educação básica, ponderando que seja recomendável a observância e a investigação de padrões aritmético-geométricos desde os primeiros anos de escolarização.

Também tomamos como aporte os PCN (Brasil, 1998) que suscitam possíveis interrelações entre aritmética, álgebra e geometria, considerando que “[...] muitas vezes os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento [...]” (Brasil, 1998, p. 22). Para se contrapor a isto então, é proposto que:

> No decorrer do trabalho com os números, é fundamental estudar algumas relações funcionais pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações [...] A construção dessas generalizações e de suas respectivas representações permite a exploração das primeiras noções de Álgebra (Brasil, 1998, p. 68).

[1] Em nosso texto, os participantes são identificados por pseudônimos, para atender as normas estabelecidas pela Comissão de Ética à Pesquisa da instituição de origem.

Vale ressaltarmos que nos referimos aos PCN e não à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) por entendermos que este documento normativo é um dispositivo de controle de uma imposição neoliberal de mercantilização, burocratização e depreciação das ações docentes, cerceando, dentre outras coisas, a liberdade de cátedra[2,3].

Alicerce epistemológico

O alicerce epistemológico desta pesquisa se ancora em ideias basilares do MCS que aqui as grafamos em itálico, com o propósito de destacá-las e diferenciá-las do senso comum. Como consequência, esclarecemos que o propósito foi efetuar *leituras*, a partir do que denominamos de método de *leitura plausível*, pertinente ao MCS, para analisarmos alguns *significados produzidos* e, na medida do possível, identificar e analisar as *maneiras de operar* dos *sujeitos do conhecimento*[4].

O Modelo dos Campos Semânticos (MCS) se constitui a partir de um reduzido número de noções e ideias e das relações entre as mesmas e segundo seu elaborador, Prof. Dr. Romulo Campos Lins (1955-2017),

> [...] ele sempre foi pensado como um quadro de referência apenas, a partir do qual o que vai existindo (sempre de forma emergente e emergencial) é tratado: a complexidade é apenas um possível resultado de um processo de produção de conhecimento e de significado, e o Modelo apenas existe enquanto está em movimento, "em ação". Estudar o MCS é usá-lo, exatamente isto (Lins, 2012, posfácio, destaques do original).

Silva (2022), destaca que o MCS

> [...] é um modelo epistemológico pela própria natureza de sua gênese; foi elaborado a partir de uma caracterização singular para conhecimento e, posteriormente, incluídas as noções de significado,

---

[2] A liberdade de cátedra ou liberdade acadêmica é um princípio que assegura a liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber. Tem como finalidade a garantia do pluralismo de ideias e concepções no ensino, especialmente o universitário, bem como a autonomia didático-científica.

[3] A Constituição vigente, em seu Art. 206, garante o princípio da liberdade de cátedra: "II – liberdade de aprender, ensinar e divulgar o pensamento, a arte e o saber; III – pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas, e coexistência de instituições públicas e privadas de ensino [...]". Também a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional garante tal direito em seu Art. 3º, trazendo o Art. 206 da Constituição em seus incisos II e III.

[4] O *sujeito do conhecimento* é aquele que o enuncia, que o produz: "[...] este conhecimento é sobre um outro" (Lins, 2012, p. 13).

> processo comunicativo e campo semântico que proporcionaram, em conjunto, uma leitura peculiar sobre o processo de produção de significados para a Matemática, o que o diferencia dos modelos epistemológicos e/ou cognitivos existentes em Educação Matemática (Silva, 2022, p. ix).

Suas ideias e princípios estão pautadas em alguns elementos constitutivos da Teoria Histórico-Cultural, de Lev Semionovitch Vigotski (1896-1934), na filosofia de Nelson Goodman (1906-1998) e na Teoria da Atividade de Estudo de Vasily Vasilovich Davidov (1930-1998).

Ao elaborar os princípios relativos à atividade de estudo, Davidov parte da premissa de que: (*i*) a atividade de estudo cria e desenvolve bases da consciência e do pensamento teórico; (*ii*) o pensamento teórico é o pensamento dialético; (*iii*) reflexão é o movimento da consciência teórica humana em atenção e análise de suas próprias ações cognitivas, do próprio *conhecimento*; (*iv*) "É necessário formular o pensamento dialético em todas as etapas da educação" (Davidov, 1999, p. 4); (*v*) programas tradicionais são elaborados segundo a lógica-formal do pensamento humano e têm ênfase nos raciocínios verbais dos alunos, cultivando o pensamento empírico que permite se orientar em eventos da vida cotidiana com "bom-senso", mas não desenvolve outros tipos de pensamento; (*vi*) pela atividade de estudo é fundamental que a psicologia pedagógica se baseie na compreensão dialética do pensamento, em que as ações materiais ou mentais proporcionem a transformação ativa, pelo estudante, do material estudado, implicando na sua aprendizagem; (*vii*) "O pensamento teórico não surge e nem se desenvolve na vida cotidiana das pessoas" (Davidov, 1999, p. 6).

> [...] a consciência e o pensamento dialéticos é que são capazes de solucionar as contradições. Por isso o que se costuma chamar de pensamento teórico é que é o pensamento dialético. A consciência teórica dirige a atenção do homem para o entendimento de suas próprias ações cognitivas, para a análise do próprio conhecimento. Na linguagem filosófica isto é chamado de reflexão. É necessário formular o pensamento dialético em todas as etapas da educação (Davidov, 1999, p. 4).

A partir de tais considerações, destacamos então que, no MCS, assim como em nosso trabalho, quando nos referimos à reflexão, tomamos como premissa as considerações supracitadas, conforme defendidas em Davidov (1999).

As *leituras* que aqui realizamos foram efetuadas a partir do método de *leitura plausível*, aplicável "[...] aos processos de produção de conhecimento e significado"

(Lins, 2012, p. 23), da qual faculta que se evidencie “[...] um processo no qual o *todo* do que eu acredito que foi dito faz sentido. Outra maneira de dizer que faz sentido em seu todo, é dizer que o todo é coerente [...]” (Lins, 2012, p. 23, destaque do original).

Em decorrência de nosso lastro epistemológico, consideramos a *produção de significado* como “[...] o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana” (Lins, 1999, p. 86). Produção esta que “[...] se dá sempre no interior de atividades” (Lins, 2012, p. 28), sendo “[...] *significado* o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se poderia dizer, e, sim, o que efetivamente se diz no interior de uma atividade. Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto” (Lins; Giménez, 1997, p. 145-146) e *campo semântico* é “[...] um processo de produção de significado, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade [...] sendo um processo, ao ser colocado em marcha cria condições para sua própria transformação” (Lins, 2012, p. 17). Quanto ao *núcleo* de um *campo semântico* “[...] é constituído por *estipulações locais*, que são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação” (Lins, 2012, p. 26, destaques do original).

> Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação “realista” ou ficcional. O que importa é que é em relação aos objetos do núcleo que vai ser produzido significado, seja para que texto for. Núcleos não se referem especificamente a “conteúdos” ou “áreas de conhecimento”: em relação a um mesmo núcleo de balança de dois pratos, é possível produzir significado para uma equação, para a noção de justiça ou para fenômenos físicos diversos (Lins; Giménez, 1997, p. 144, destaques do original).

No método de *leitura* adotado *produzimos significado* não para uma *enunciação* – o que é dito/feito por alguém –, mas para *resíduos de enunciação* – “Algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém” (Lins, 2012, p. 27). Esse alguém, que diz/faz/enuncia algo, denominamos *sujeito da enunciação – um autor* do que foi enunciado e que será analisado (ou não). E quem *produz significado* para um *resíduo de enunciação* se constitui como *um leitor*, que “[...] produz significado para um resíduo de enunciação é o leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor” (Lins, 2012, p. 14). É importante estabelecermos que “A presença do resíduo de enunciação sinaliza a presença da demanda de produção de significado, e vice-versa” (Lins, 2012, p. 27).

Vale ressaltar que grafamos dizer/fazer ou enunciar para destacar que no viés do MCS não estabelecemos “[...] diferença entre dizer e fazer. Ou dizer é entendido como fazer algo, ou fazer é entendido como um ato enunciativo. E fazer inclui por exemplo, gestos, arranjos ou manipulações de objetos físicos, desenhos e diagramas de todos os tipos” (Lins, 2004, p. 5 *apud* Silva, 2022, p. 89).

Todas as nossas ações se pautaram em princípios norteadores de Práticas Educativas Investigativas (PEI), explicitadas em Chaves (2004) que, dentre outros princípios, destaca a importância da dialogicidade, pois, no viés do MCS, “[...] *conhecimento* é do domínio da *fala,* e não do *texto* (Lins, 1994, p. 29, destaques do original) e, sendo assim,

> A fala vai deixando os traços do que é dado para o sujeito naquele momento. E estes traços são de suma importância para o nosso entendimento da maneira de operar desse sujeito. Porque o dado é o que nos diz onde ele [sujeito] está e a partir de que ‘lugar’ ele está falando (Silva, 2003, p. 57, destaques do original).

Outro princípio norteador que adotamos foi o colaborativo, na qual o professor interage a partir das *ações enunciativas* (falar/fazer) dos estudantes, mantendo a clareza de que, quem fala/faz é o *autor da enunciação* e, quem *produz significado* para tal *enunciação* é constituído como *um leitor* e “[...] ‘um leitor’ chamemos de interlocutor. Assim, o interlocutor deve ser identificado como uma direção na qual o autor fala e não como pessoas, com ‘rostos’ com quem falamos; mas como modos de produzir significados” (Silva, 2022, p. 94, destaques do original).

Na perspectiva do MCS,

> O interlocutor é uma direção na qual se fala. Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo [...] o interlocutor é um ser cognitivo, mas não um ser biológico [...] quem fala não espera que um interlocutor responda, mas a mera existência do interlocutor (a impossibilidade da solidão) instaura a dialogia. É assim que a ‘fala interior’ também é dialógica. Toda fala é dialógica” (Lins, 2012, p. 19, destaques do original).

A partir da dialogicidade instauramos o princípio colaborativo, na qual as interações do professor junto aos grupos de trabalho visa estimular o princípio investigativo e a explicitar as *maneiras de operar* dos alunos como legítimas, sem perder de vista que, por este espectro,

> [...] não há **o** caminho, **a** verdade; mas que existem verdade**s** e caminho**s** que devem ser discutidos, refletidos e negociados. Desta forma, superamos a clássica relação do aluno passivo (ouvinte) e do professor ativo (dono da palavra, detentor de conhecimentos imutáveis). Em uma PEI, o aluno trabalha com o grupo e o professor orienta. Nem professor, nem aluno são donos da verdade. Juntos buscam construir novos conhecimentos (Chaves, 2004, p. 173, destaques do original).

Assim, o professor ao procurar analisar a *lógica das operações* e as *maneiras de operar* dos estudantes gera a possibilidade de focar

> Na observação do núcleo, numa dada atividade, podemos identificar a maneira de operar dos sujeitos bem como a lógica das operações ligadas ao processo de produção de significados para um texto. As operações são o que o sujeito faz com os objetos e a lógica é o que garante que ele pode fazer (Silva, 2003, p. 76).

Na concepção linsiana, a *lógica das operações* é uma noção essencial no MCS e,

> Posto de uma forma simples, estamos nos referindo a um conjunto de estipulações, dentro de um núcleo, que se referem diretamente ao que pode ser feito com os objetos que estamos constituindo pela produção de significados [...] o que pode ser feito com esse objeto depende exatamente daquela "lógica das operações com todo e partes" [...] (Lins; Giménez, 1997, p. 145, destaques do original).

Por tal espectro, entendemos então ser possível abandonarmos uma concepção, ainda vigente, de uma matemática escolar algorítmica, "letrista", que se restringe à aplicação de fórmulas e uso de técnicas mnemônicas, na qual "[...] números não são números de nada, a não ser em 'problemas com história', e no fim termina-se mesmo pedindo que os alunos se esqueçam da história e 'pensem na matemática'" (Lins; Giménez, 1997, p. 16, destaques do original). Isso porque,

> Por um lado, fica claro que tanto as abordagens "letristas" quanto as "facilitadoras" estão, cada uma a seu modo, profundamente equivocadas. As "letristas", por ignorarem completamente que o "texto em letras" não carrega, em si, significado algum, e que este significado é produzido em relação a um núcleo, e que via de regra há muitos significados possíveis; todo "cálculo com letras" está subordinado a uma *lógica das operações*, e essa lógica imprime características particulares às possibilidades desse cálculo. As "facilitadoras", por ignorarem que a passagem de um *campo semântico* constituído em torno de um núcleo familiar para um outro *campo semântico* constituído em tomo de um outro núcleo – possível e até provavelmente não-familiar – não se dá por "passagem suave", "abstração", "generalização" ou qualquer outra coisa que sugira que

> permanece de alguma forma uma "essência" (Lins; Giménez, 1997, p. 131, destaques do original).

Dessa forma, em um processo de *produção de significado* e em sua *leitura*, alicerçados nos princípios do MCS, nosso interesse se encontra na *leitura* do processo e não na permanência (no produto). Isso porque, segundo nosso entendimento, a concepção algorítmica vigente na matemática escolar – de trabalhar a partir de fórmulas e algoritmos – é uma tentativa de ler na permanência, enquanto que, nosso interesse está no processo, na *lógica das operações*, na *produção de significados* e na *transformação e constituição dos núcleos.*

Em diversas produções acadêmicas (Lins, Giménez, 1997; Lins, 1996; 1994a; 1994b; 1994c; 1992) Romulo Campos Lins, desenvolve e formaliza sua ideia a respeito de *pensamento algébrico* a partir de pressupostos vigotiskianos, das quais, muitas delas podem ser encontras em Vygotsky (2009, *passim*), como por exemplo: (*a*) pensamento e linguagem caminham juntos; (*b*) a importância da linguagem na formação e organização do pensamento complexo e abstrato é um processo ativo em que, primeiro a fala é externa, depois internalizada; (*c*) a vida social é que permite que se desencadeie o processo de formação do pensamento; (*d*) é na interseção entre pensamento e linguagem que se produz o pensamento verbal e, consequentemente, a aquisição da linguagem escrita não se restringe apenas à atividade motora, indo além do *conhecimento* das letras, pois envolve todo o sistema de representação simbólica da realidade; (*e*) o desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem; isto é, pelos instrumentos linguísticos do pensamento e pela experiência sociocultural da criança, de tal forma que seu desenvolvimento intelectual depende então dos meios sociais do pensamento, ou seja, da linguagem; (*f*) o desenvolvimento intelectual e linguístico, da criança, estão relacionados à interiorização do diálogo em fala interior e pensamento.

Tais pressupostos – de (*a*) a (*f*) – permitiram que Lins produzisse as seguintes ideias basilares do MCS:

Em Lins (1994b) o autor afirma que não tentará responder a duas perguntas – (I) "por que é que o ensino da álgebra feito daquela maneira tradicional – que também chamamos de "formalista" – funciona para alguns alunos e alunas, mas não funciona para outros tantos?" (Lins, 1994b, p. 26); (II) "Por que é que muitos dos que são capazes de lidar com a álgebra formal, nunca a utilizam para resolver problemas, a menos que explicitamente solicitados?" (*Ibid.*, p. 26) – mas, ao invés disso, assume que tentará sugerir uma proposta de prática educativa para a sala de aula, sem abandonar, como foco, os questionamentos supracitados, na qual:

(*i*) o *conhecimento* é do domínio da fala e não do texto e, como resultado, o *conhecimento* na perspectiva linsiana não faz referência aos objetos, e sim, aos *modos de produzir objetos*;

(*ii*)

> A palavra-chave é “falar” [...] fala da pessoa que resolve um problema tende a explicitar o “novo” e a silenciar o “dado”. Dessa forma, enquanto resolvemos um problema, “falamos” as coisas que estamos tentando entender ou descobrir, mas silenciamos as coisas que tomamos como certas, como dadas [...] enquanto a atividade de resolver problemas tem seu foco no “novo”, a tematização da *lógica das operações* que mencionamos mais acima tem seu foco exatamente no “dado” (Lins; Giménez, 1997, p. 122, destaques do original).

(*iii*) o papel do diálogo é derrubar barreiras (Lins; Giménez, 1997);

(*iv*) o pensamento é estruturado a partir da constituição de *objetos* (LINS, 1996) e não da formulação de conceitos;

(*v*)

> O ponto principal da análise da álgebra e do pensamento algébrico que fiz, baseada no Modelo Teórico dos Campos Semânticos, é indicar a necessidade da distinção entre a enunciação e o enunciado, entre a fala e o texto, na leitura epistemológica de qualquer conhecimento algébrico. Uma vez que a constituição de objetos se dá sempre no processo de produção de significado, no processo de produção de conhecimento, é inútil querer encontrar estes objetos na álgebra (um texto). Não há “objetos da álgebra”, mas sim “objetos constituídos a partir da álgebra” (Lins, 1994a, p. 38, destaques do original).

(*vi*) o *pensamento algébrico* é um dos modos de se *produzir significado*, possuindo três características fundamentais:

> 1) produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso *aritmeticismo*);
> 2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (chamamos a isso *internalismo*); e,
> 3) operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso *analiticidade*).
> Pensar algebricamente é pensar dessa forma; é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdades ou desigualdades), e com base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com (1), (2) e (3) [...]

> queremos dizer que não estamos interessados em reduzir "pensamento algébrico" a uma noção abstrata e extremamente genérica, como seria o caso se disséssemos que pensar algebricamente é "operar sintaticamente", como alguns autores parecem sugerir; para que fique caracterizada uma atividade algébrica-algébrica, é preciso que conheçamos as propriedades dos "números" e das "operações aritméticas", termos genéricos, é verdade, mas que só ganham vida "concreta" na medida em que são especificados em sua particularidade, no interior da atividade em questão (Lins; Giménez, 1997, p. 151-152, destaques do original).

Quanto sua proposta de prática educativa, em uma das ações desenvolvidas envolve como operação, trabalhar a transformação direta de expressões e, como consequência, relata que

> [...] importante é observar que este novo modo de produzir justificações é completamente diferente do anterior: não ficamos sempre pensando pelo núcleo, trabalhando, ao invés, com as regras, que podem ser pensadas como princípios que obedecem às expressões que geramos [...] este segundo modo de produzir justificações é bem próximo daquele que chamamos de pensamento algébrico, no qual a manipulação de expressões é feita apenas com base em propriedades da igualdade em relação às operações aritméticas. É essencial, no entanto, que os alunos reconheçam essa diferença entre os dois modos de produzir justificações que eles estão usando e é por isso que, mesmo depois da invenção das regras para manipulação direta, continuei pedindo que cada nova frase fosse justificada dos dois modos [...] (Lins, 1994b, p. 30).

que Lins e Giménez (1997) caracteriza como desenvolvimento do pensamento algébrico, partindo da premissa de que "[...] há distintos modos de produzir significado para a álgebra; o pensamento algébrico é um desses modos" (Lins; Giménez, 1997, p. 151), considerando que a álgebra "[...] consiste em um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade" (Lins; Giménez, 1997, p. 150).

Tais princípios foram basilares no planejamento e execução de nossas ações durante o processo formativo em curso e também se configuram como procedimentos das ações de campo desenvolvidas a partir do Gepemem.

Metodologia

Nossa pesquisa possui o escopo de descritiva, de natureza qualitativa (Bodgan; Biklen (2013 [1991]), cujo procedimento metodológico adotado é o da análise de *produção de significados* (Lins, 2012; 1999; Lins; Giménez, 1997; Silva, 2022; 2003), no viés do MCS, com o objetivo de realizar algumas leituras, a partir de ideias basilares do MCS, de *significados produzidos* pelos participantes do processo, licenciandos em Matemática de uma instituição pública, bolsistas do Pibid, participantes de um processo de formação denominado de ACE: "Práticas Educativas Investigativas envolvendo números figurados".

O que justifica a natureza qualitativa de nossa pesquisa se refere à produção de dados, que, segundo Bodgan e Biklen (2013 [1991]), são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas.

Para a constituição da modalidade desta pesquisa, apoiamo-nos em algumas ideias referentes ao estudo de caso, nos moldes propostos em Yin (2015), com o intuito de "[...] entender um fenômeno do mundo real e assumir que esse entendimento provavelmente englobe importantes condições contextuais pertinentes ao meu caso" (*Ibid*., p. 17).

O procedimento didático-pedagógico adotado foi baseado nos princípios norteadores das Práticas Educativas Investigativas – PEI –, preconizadas em Chaves (2004), e estabelecemos a divisão dos participantes em grupos de no máximo quatro componentes, com acompanhamento de um monitor (membro do Gepemem e da equipe organizadora das PEI desenvolvidas) para cada grupo.

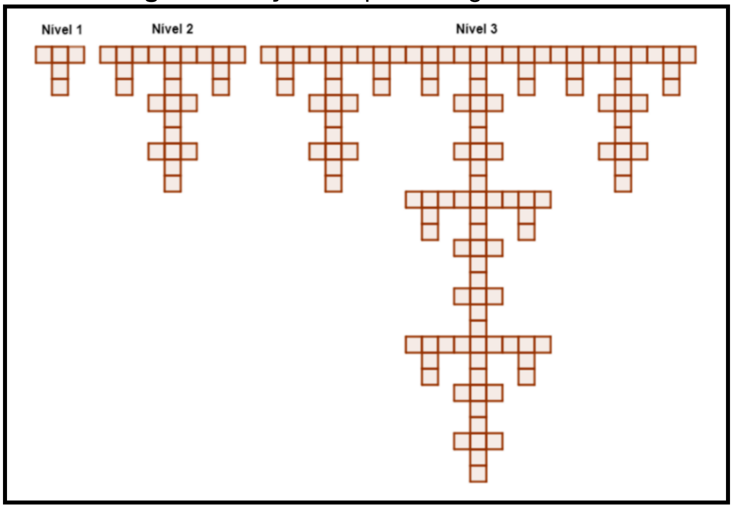
Especificamente, em nossa pesquisa, o propósito foi analisar a *produção de significado* dos nossos participantes, *sujeitos do conhecimento*, examinando a *tematização da lógica das operações* e *as maneiras de operar* dos mesmos, bem como possíveis *constituições e transformações dos núcleos*, indicando alguns elementos que constituem o processo, a partir das ideias centrais do MCS.

As ações desenvolvidas e algumas leituras

Ação 1 – *Contando quadradinhos*

Para o desenvolvimento desta primeira ação, tomamos por empréstimo uma tarefa proposta em Souza e Garcia (2016) e a adaptamos procurando adequá-la ao nosso lastro epistemológico e aos nossos procedimentos didático-pedagógicos e, a partir da figura apresentada (Figura 1), propusemos aos grupos de trabalho que procurassem, inicialmente, identificar um padrão geométrico para responder quantos quadradinhos teríamos dispostos no quarto nível. Junto à imagem (Figura 1) disponibilizamos para cada grupo folhas com malhas quadradas, por constituirmos alguns *modos de produção de significados* – "[...] 'campos semânticos idealizados' que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros estão falando ou se, o que dizem, é legítimo ou não" (Lins, 2012, p. 29, destaques do original) – ao anteciparmos que as possíveis *maneiras de operar* dos *sujeitos do conhecimento* seriam a partir de representação pictórica (geométrica), aritmética (na tentativa de reconhecer um padrão numérico entre os níveis) e, por fim, algébrica (na constituição de um termo geral).

Figura 1 – Ação 1 – padrões geométricos



Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 51)

Em seguida, após apresentarem em plenária suas considerações e procedimentos de solução, sugerimos que, com o auxílio de uma tabela (Figura 2), estabelecendo comparação entre linhas e colunas, generalizassem respondendo algebricamente quantos quadradinhos há no *n-ésimo* nível.

Figura 2 – Ação 1 – *Slide* relativo à tabela da ação 1

Nível	Expressão numérica	Número de quadradinhos $f(n)$
1		
2		
3		
4		
...	...	...
n		

Fonte: produzida pelos próprios autores

Nossa opção por tal proposta decorre do fato de que, mesmo que o padrão geométrico não seja tão simples de identificar/grafar (Figura 1), com o uso da tabela sugerida (Figura 2), após constituírem *objetos* aritméticos (números organizados em linhas e colunas), via processo de contagem, torna-se plausível identificarem um padrão para obtenção de uma expressão algébrica (termo geral) representativa do referido padrão. Como seria a primeira proposta para tratarmos de técnicas de recursividade, pensamos em iniciar por algo que minimizasse a possibilidade de se colocar em curso um *processo de estranhamento*[5], ou algum *obstáculo epistemológico*[6], ou ainda a instauração de um *limite epistemológico*[5].

Três dos quatro grupos presentes apresentaram suas propostas, que passamos a comentar.

[5] Para o MCS, *estranhamento* é um processo na qual há “[...] de um lado, aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito. Esta é a característica fundamental do *processo de estranhamento*, um processo que pode ser visto da primeira série do Ensino Fundamental em diante” (Lins, 2004, p. 116).

[6] “Um **Obstáculo Epistemológico** (diferentemente do que foi originalmente proposto por Bachelard) seria o processo no qual um aluno operando dentro de um campo semântico, poderia potencialmente produzir significado para uma afirmação, mas não produz. (Veremos um exemplo a seguir). Já um **Limite Epistemológico** seria a impossibilidade do aluno em produzir significado para uma afirmação. Este é o caso de Pedro que opera no campo semântico da balança; ao se defrontar com a equação 3x + 100 = 10, não produz significado para este texto. Caso ele não mude de campo semântico, ele não conseguirá resolver esta equação, o que caracterizaria um limite epistemológico. É importante deixar claro que o limite para o aluno não existe, pois é algo que se observa de fora. Quando um aluno não produz significado para um certo texto é o professor-pesquisador que está frente a um limite epistemológico (como o que enfrenta a professora em relação a Pedro em nossa situação ficcional). Assim, do ponto de vista do MCS as dificuldades emergem do diálogo” (Silva, 1997, p. 17-18, destaques do original).

Inicialmente, nenhum dos grupos utilizou as malhas quadradas distribuídas para constituir a representação pictórica do nível 4 como *objeto*, mas assim o fizeram com os níveis antecedentes, após analisarem as representações ilustrativas do *slide* de apresentação (Figura 1). A partir da constituição de tais *objetos*, o grupo das *Meninas Poderosas* apresentou a seguinte proposta, esboçando na lousa a seguinte enunciação (tabela 1):

Tabela 1 – *Maneira de operar* do grupo das *Meninas Poderosas*

Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4
	$x \quad x \quad x$	$5x \quad 5x \quad 5x$	$25x\ 25x\ 25x$
x	x	$5x$	$25x$
	x	$5x$	$25x$
$5u$	$5x$	$5 \times 5x = 25x$	$5 \times 25x = 125x$

Fonte: produzida pelos próprios autores a partir das enunciações do grupo das *Meninas Poderosas*

Durante a apresentação, o *sujeito da enunciação* de pseudônimo *Sorvete*, enunciou:

> **Sorvete** – *No nível 1, cinco são cinco quadradinhos. No nível 2, vinte e cinco quadradinhos é cinco vezes cinco. No nível 3, cento e vinte e cinco quadradinhos é vinte e cinco vezes cinco. Então no nível 4, nós teremos cinco vezes cento e vinte e cinco, que dá 625 quadradinhos. Daí, no n-ésimo...* (*sic.*).
> **Professor** – [interrompendo a enunciação de *Sorvete*] *só um instante, Sorvete, vamos deixar o n-ésimo termo para depois. Primeiro vamos ver como os grupos chagaram à quantidade de quadrinhos no nível 4* (*sic.*).

Em relação esta ação, o grupo das *Meninas Poderosas*:

(1) constituiu inicialmente, a figura do nível 1 (figura 1 e tabela 1) como um padrão geométrico ou unidade básica de medida (**T** $= \boldsymbol{x} = \mathbf{5}\boldsymbol{u}$). Em seguida, em um processo de *transformação do núcleo*, tomou outra unidade básica e;

(2) no nível 2, constituiu **T** $= \mathbf{5}\boldsymbol{x}$ como unidade de medida neste nível. Com nova *transformação do núcleo*, passa ao nível 3;

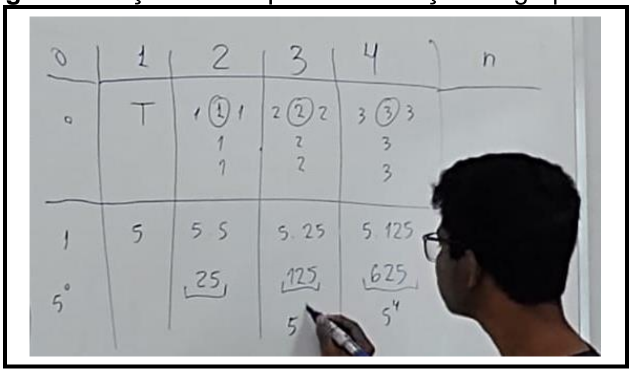
(3) constituindo **T** $= \mathbf{25}\boldsymbol{x}$, como unidade de medida, neste nível e, com nova *transformação do núcleo*, passa ao nível 4;

(4) constituindo **T** $= \mathbf{5} \times \mathbf{25}\boldsymbol{x} = \mathbf{125}\boldsymbol{x}$ como unidade de medida, neste nível e, com nova *transformação do núcleo*, passa ao total de quadrinhos no nível 4, como $\mathbf{625}\boldsymbol{u}$.

As respectivas representações do grupo das *Meninas Poderosas* (Tabela 1) são *estipulações locais* que formam um *núcleo* que denominamos de múltiplos de 5. Com tais *estipulações* entendemos que **T** se constituiu como um padrão pictórico de repetição e potência de 5 como um padrão aritmético.

O segundo grupo – do *sujeito do conhecimento*, cujo pseudônimo é *Pi* – apresentou uma maneira similar à do grupo das *Meninas Poderosas*, porém, ao invés de constituírem "letra" como *objeto*, constituíram números e **T** como forma, além de organização dos números (Figura 3).

Figura 3 – Ação 1 – Proposta de solução do grupo de *Pi*



Fonte: produzida pelos próprios autores

O grupo de *Pi*:

(1) constituiu inicialmente **T** como formado por cinco quadradinho, como podemos observar na segunda coluna (nível 1) de seu texto (figura 3);

Com o propósito de diferenciar os respectivos níveis, diferentemente de *Pi*, grafaremos por $\mathbf{T}_n$ os respectivos padrões a cada nível; assim, $\mathbf{T}_1$ se refere ao padrão constituídos pelo *sujeito do conhecimento Pi* ao se referir ao nível 1, $\mathbf{T}_2$ ao se referir ao nível 2, $\mathbf{T}_3$ ao se referir ao nível 3 *etc.*, operando assim, segundo uma perspectiva *internalista* (Lins; Giménez, 1997) ao considerarem os números e as operações segundo suas propriedades e não mais constituindo como objetos os modelos pictóricos (geométricos);

(2) na terceira coluna (nível 2), constituiu **T** como unidade padrão e a distribuição $1-1-1-1-1$ como os respectivos padrões ($\mathbf{T}_1$) do nível 1 que constituem o nível 2, ou seja, a distribuição $1-1-1-1-1$ é equivalente a um agrupamento de cinco **T**s do nível 1 ($\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_1$);

(3) na quarta coluna (nível 3), constituiu **T** como unidade padrão e a distribuição $2 - 2 - 2 - 2 - 2$ como os respectivos padrões (**T_2**) do nível 2 que constituem o nível 3, ou seja, a distribuição $2 - 2 - 2 - 2 - 2$ é equivalente a um agrupamento de cinco **T**s do nível 2 (**$T_2 - T_2 - T_2 - T_2 - T_2$**);

(4) na quinta coluna (nível 4), constituiu **T** como unidade padrão e a distribuição $3 - 3 - 3 - 3 - 3$ como os respectivos padrões (**T_3**) do nível 3 que constituem o nível 4, ou seja, a distribuição $3 - 3 - 3 - 3 - 3$ é equivalente a um agrupamento de cinco **T**s do nível 3 (**$T_3 - T_3 - T_3 - T_3 - T_3$**);

(5) a primeira coluna foi enunciada após a quinta coluna (nível 4). Ao grafá-la, *Pi* a denomina de coluna zero (0) e enuncia na primeira linha 0 como o expoente de 5, enunciando logo na segunda linha $1 = 5^0$. Em seguida, completa esta linha grafando: nível 1 ⇒ 5; nível 2 ⇒ $5 \cdot 5 = 25$; nível 3 ⇒ $5 \cdot 25 = 125 = 5^3$; nível 4 ⇒ $5 \cdot 125 = 625 = 5^4$; nível 0 ⇒ $1 = 5^0$; *n-ésimo* nível ⇒ 5^n, passando assim por um processo de *analiticidade*, no que se refere ao desenvolvimento do *pensamento algébrico* (Lins; Giménez, 1997), ao operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos.

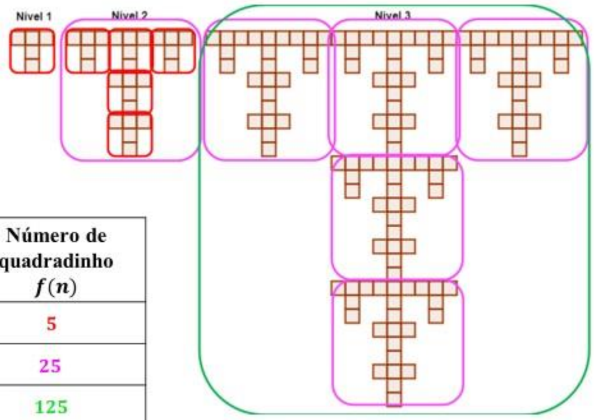
Em relação às *ações enunciativas* do *sujeito do conhecimento Pi*, inferimos também que, ele estabeleceu um padrão pictórico, operando em um *campo semântico* na qual, a cada nível, um novo padrão era formado (**$T_1 - T_2 - T_3 - T_4 - \cdots - T_n$**), sendo que:

(*i*) para o nível zero ocorreu uma transformação no núcleo, visto que abandou as *estipulações locais* (padrões **T_n**) e passou a operar em um *campo semântico* aritmético, constituindo $1 = 5^0$ como *objeto*, que Lins e Giménez (1997) caracteriza como *aritmeticismo*, uma das características do desenvolvimento do pensamento algébrico;

(*ii*) para o *n-ésimo* nível, o *processo de nucleação* (isto é, de *constituição e transformação* de um *núcleo*, em que a incorporação de *estipulações locais* ocorre ao longo do processo) ocorreu após *Pi* enunciar a segunda linha da tabela (Figura 3), quando passou a operar em um *campo semântico* aritmético, cuja *maneira de operar* foi a identificação de um padrão recursivo, formando potências de cinco a cada nível, a partir da constituição de uma tabela (Figura 3) como *objeto*.

Ainda em relação à ação 1, a proposta que nós, do grupo de elaboração da ACE, preparamos (Figura 4) para apresentar após a plenária – na qual os grupos enunciaram suas resoluções e debatemos as *maneiras de operar* de cada um – apresenta certa similaridade com o que propôs o grupo de *Pi*.

Figura 4 – Ação 1 – Proposta de solução da equipe organizadora da ACE



Nível	Expressão numérica	Número de quadradinho $f(n)$
1	$5 \rightarrow 5^1$	5
2	$5 \cdot 5 \rightarrow 5^2$	25
3	$5 \cdot 25 \rightarrow 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$	125
4	$5 \cdot 125 \rightarrow 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$	625
...	...	...
n	5^n	$f(n) = 5^n$

Fonte: produzida pelos próprios autores

Bem como os grupos de *Pi* e das *Meninas Poderosas*, procuramos um padrão pictórico (Figura 4), constituímos uma tabela como objeto (Figura 4) e, nossa *maneira de operar*, perpassou pela constituição dos processos cognitivos de *percepção* (para nomeação e agrupamento de cores, nomeação e agrupamento de figuras geométricas e respostas advindas de ilusões visuais), *inferência* e *dedução* (com vistas ao estabelecimento de conclusões lógicas a partir dos *significados produzidos*), *abstração* e *generalização* (para comparação, discriminação e agrupamento de objetos) e de *solução de problemas matemáticos* (a partir das *estipulações locais* constituídas), tal como proposto em Luria (1990), por entendermos que estes estão intrinsecamente relacionados e são demandados à medida em que avançaríamos na investigação do problema.

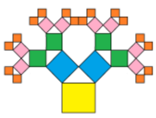
Ressaltamos que, ao estabelecermos as respectivas cores nas linhas da tabela e ao circundarmos os níveis (Figura 4), intencionamos, segundo uma concepção luriana (Luria, 1990), realizar operações relativas à tarefas de *percepção* – envolvendo a nomeação e o agrupamento de cores, nomeação e agrupamento de figuras, com vistas à possível *produção de significados* a partir de respostas a ilusões visuais – e de *abstração* e *generalização* – a partir da comparação, discriminação, agrupamento e constituição de *objetos*. No viés das ideias basilares do MCS, podemos considerar que tais concepções configuram-se como *estipulações locais* e as respectivas relações entre linhas e colunas (Figura 4) como *objetos*.

O grupo de elaboração da ACE, a partir de sua proposta de resolução da ação 1 (Figura 4) e, a partir de sua *maneira de operar*:

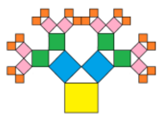
(1) também estabeleceu um padrão pictórico, *transformando o núcleo* e as *estipulações locais*, considerando a existência de unidades padrão ($\mathbf{T_1 - T_2 - T_3 - T_4 - \cdots - T_n}$) operando em um *campo semântico* na qual, a cada nível, um novo padrão era formado;

(2) constituiu a concepção luriana relativa aos processos cognitivos – *percepção*, *inferência*, *dedução*, *abstração* e *generalização* – como *estipulações locais* que pudessem ser usados como recursos didático-pedagógicos à observação da primeira e terceira colunas da tabela (Figura 4), de forma que os participantes pudessem vir a *produzir significado* a respeito de técnicas recursivas, a respeito da relação entre a ordem e as respectivas potências de 5, para chegar a um termo geral 5^n;

(3) procurou estabelecer um *espaço comunicativo*[7] com os participantes, relacionando o *campo semântico* pictórico (Figura 4 – *objeto* na parte superior direita) e o *campo semântico* aritmético (tabela – *objeto* na parte inferior esquerda da Figura 4) a partir da manutenção de padrão de cores, com o propósito de minimizar a deflagração de possíveis obstáculos e limites epistemológicos (NRP 6).



Ação 2 – *Árvore pitagórica isósceles retangular*



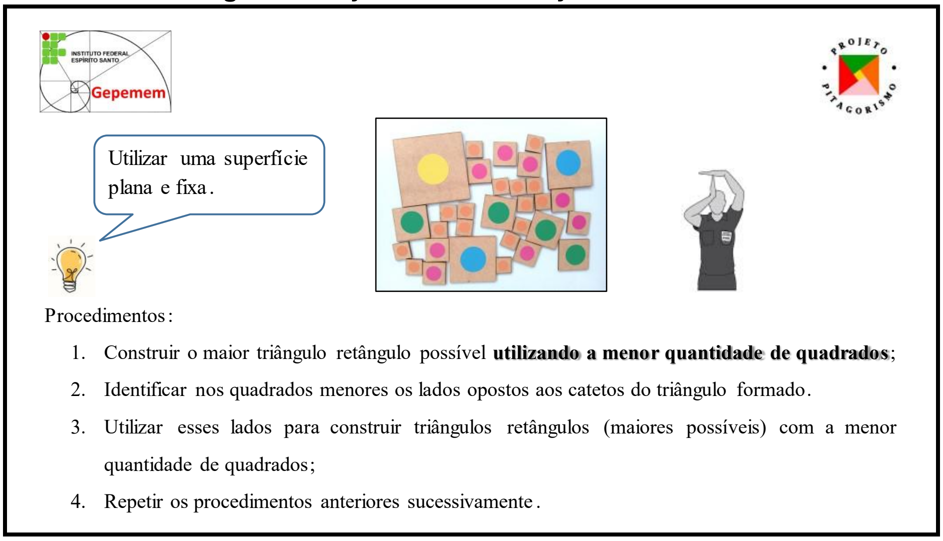
A segunda ação desenvolvida foi proposta a partir de um recorte de um curso de extensão promovido pelo Gepemem e se encontra de forma detalhada em Marques (2022). Com ela objetivamos que os envolvidos pudessem *produzir significados* para

[7] “Um *espaço comunicativo* não é algo físico, mas do campo da cognição, visto que este é constituído pelo compartilhamento de interlocutores, pois ‘toda produção de conhecimento é feita na direção de um interlocutor que, acredito, produziria a mesma enunciação com a mesma justificação’” (Lins, 1999, p. 88, destaques do original).

padrões recursivos, com um grau de dificuldade um pouco maior que o apresentado na primeira ação (*contando quadradinhos*).

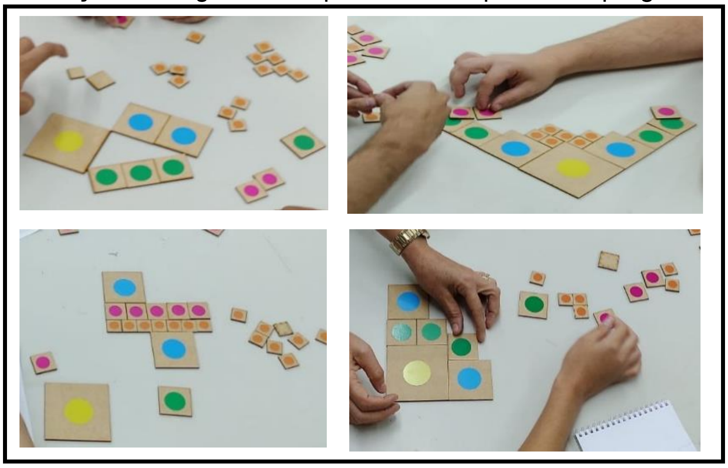
Inicialmente, dispusemos um conjunto de peças (Figura 5) e, para que pudessem se ambientar com o material didático-pedagógico (MDP) disponibilizado, realizamos algumas perguntas, propositalmente ambíguas (Figura 5), que dessem margem a distintas *produções de significados* (Figura 6).

Figura 5 – Ação 2 – Ambientação com o MDP



Fonte: produzida pelos próprios autores

Figura 6 – Ação 2 – *Significados* produzidos a partir das perguntas iniciais

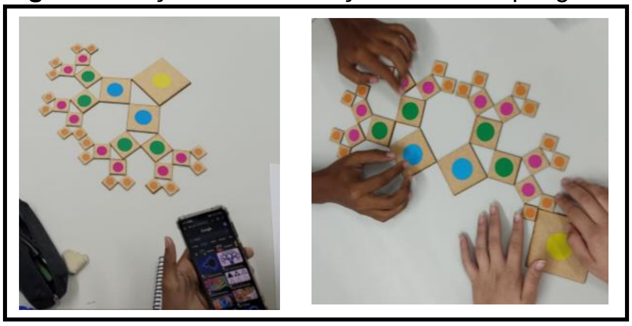


Fonte: produzida pelos próprios autores

Por uma questão de delimitação de espaço, deixaremos para discutir tal etapa em uma próxima oportunidade e passaremos então à proposta de identificação de padrões discursivos.

Em seguida sugerimos que procurassem na internet o que vem a ser uma árvore pitagórica isósceles retangular (Figura 7) e que, a partir daí, construíssem suas respectivas árvores.

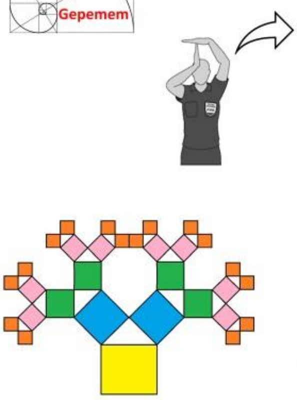
Figura 7 – Ação 2 – Construção da árvore pitagórica



Fonte: produzida pelos próprios autores

Após se ambientarem com o *objeto* e constituírem algumas *estipulações locais* [que as próprias peças do MDP podem ser usadas para formar esquadrias – Figura 7 – e que "é mais fácil construir indo da maior para a menor peça" (*sic.*), por exemplo], distribuímos uma tabela para preenchimento (Figura 8) e perguntamos: (*i*) qual é a quantidade de quadrados nos níveis 1, 2, 3, 4 e 5? (*ii*) e no *n-ésimo* nível?

Figura 8 – Ação 2 – Um padrão recursivo para o número de peças por nível



Nível	Expressão numérica	Quant. de quadrados
1	1	1
2	1 + 2	3
3	1 + 2 + 4	7
4	1 + 2 + 4 + 8	15
5	1 + 2 + 4 + 8 + 16	31
...	...	...
n		

Fonte: produzida pelos próprios autores

Até a quinta linha da tabela o preenchimento foi unânime (Figura 8) para os três grupos. Porém, no que se refere aos *significados produzidos* em relação à *n-ésima* linha, as *maneiras de operar* foram diferentes.

O grupo das *Meninas Poderosas*, por exemplo, analisando linha a linha a tabela (Figura 8), identificou que as respectivas séries apresentadas representam somas de termos de uma progressão geométrica (PG) e assim apresentaram a seguinte *enunciação* para a formulação do termo geral:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{1 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 2^n - 1$$

Desta forma, os *sujeitos do conhecimento* constituíram um *núcleo*, tendo como *objetos*: (*i*) os respectivos níveis da árvore pitagórica isósceles retangular; (*ii*) as respectivas séries presentes na segunda coluna da tabela; (*iii*) a fórmula dos termos de uma PG finita.

Como *estipulações locais*, deste *núcleo*, os componentes do grupo das *Meninas Poderosas* enunciaram: (*i*) que as parcelas das respectivas somas, a cada linha da tabela (Figura 8), são termos consecutivos de uma PG de razão 2; (*ii*) que há uma relação entre a ordem (primeira coluna) e o termo geral ($2^n - 1$).

O grupo de *Pi*, após analisar a segunda coluna da tabela (Figura 8), enunciou que todas as parcelas das respectivas somas são potências de 2 (2^0, 2^1, 2^2, 2^3, $2^4, \cdots$) – configurando assim como *objeto* para o *núcleo* constituído por esses *sujeitos do conhecimento* – e então procurou estabelecer uma relação dessas respectivas potências com a terceira coluna concluindo, a partir da constituição de um *objeto* (Tabela 2), que na *n-ésima* linha a quantidade de quadrados é $2^n - 1$.

Tabela 2 – *Produção de significado* para o grupo de *Pi*

ordem	soma	Total	Expressão
1	1	1	$2^1 - 1$
2	$1 + 2$	3	$2^2 - 1$
3	$1 + 2 + 4$	7	$2^3 - 1$
4	$1 + 2 + 4 + 8$	15	$2^4 - 1$
5	$1 + 2 + 4 + 8 + 16$	31	$2^5 - 1$
n	$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots$		$2^n - 1$

Fonte: produzida pelos próprios autores a partir da enunciação do grupo de *Pi*

O grupo de *Júnior*, usou uma *maneira de operar* similar à *maneira de operar* do grupo de *Pi*, concluindo a partir da terceira coluna que, se

$$1+1=2=2^1$$
$$3+1=4=2^2$$
$$7+1=8=2^3$$
$$15+1=16=2^4$$

então,

$$x+1=2^n$$

e daí

$$x=2^n-1$$

Se observarmos, enquanto o grupo de *Pi*, a partir de sua *maneira de operar*, retira uma unidade das potências de 2 para obter o total de quadrados a cada nível, o grupo de *Júnior* adota a *maneira de operar* acrescentando uma unidade ao total para chegar às respectivas potências de 2.

Como os grupos se apresentaram em plenária, em assembleia, e os participantes atuaram como *leitores* do processo – aqueles que *produzem significado* para um *texto* –, com uma tarefa inicial comum a todos, podemos verificar que, no conjunto das *enunciações*, houve, em *processos de nucleação*, a *transformação de núcleos*, *objetos* e *estipulações locais*, como, por exemplo, o que observamos na comparação das ações enunciativas dos grupos de *Pi* e de *Júnior*. Vale ressaltar que Silva (2003) chama atenção de que tais *transformações* acontecem em um *processo de nucleação* que caracterizam a dinâmica em um processo de *produção de significado*. Tal dinâmica é comum, quando *leitor* e *autor* procuram compartilhar interlocutores, "[...] dizem coisas que o outro diria e com autoridade que o outro aceita" (Lins,1999, p. 82), quando os interlocutores falam em uma mesma direção é neste momento que a comunicação efetiva ocorre, estabelece-se então a noção de espaço comunicativo (Lins, 2012).

Face à tal questão, vale destacar, como já apresentamos anteriormente, que no MCS não diferenciamos o dizer do fazer, pois o fazer (gestos, arranjos ou manipulações de objetos físicos, desenhos e diagramas de todos os tipos) em nossa perspectiva também se configura como um ato enunciativo.

Voltando ao episódio, em relação à segunda coluna (Tabela 2), o grupo de *Júnior enunciou* que a cada linha, a última parcela é uma potência de 2, porém, relacionada ao nível anterior (2^{n-1}). Assim, concluem que, na *n-ésima* linha a soma será $1+2+4+8+16+\cdots+2^{n-1}$ e que esta série pode ser reduzida à forma

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

Após tal *enunciação* – que se configura como um *objeto* – o grupo de *Júnior* relatava que entre os componentes houve uma divergência – que para o MCS consideramos como um *processo de estranhamento*[8] –, pois o *sujeito do conhecimento*, de pseudônimo *Júnior*, enunciou:

> **Júnior** – *Eu sei que* $1 = 2^0 = 2^1 - 1$, *que* $3 = 1 + 2^1 = 2^2 - 1$, *que* $7 = 1 + 2^1 + 2^2 = 2^3 - 1$, *que* $15 = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 1$ *e que* $31 = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 1$, *mas daí dizer que* $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 2^{n-1} = 2^n - 1$ *vale para qualquer valor de n é meio forçação de barra. Não tem como provar?* (*sic.*).
> **Professor** – *Pelo que vocês enunciaram* [referindo-se à Tabela 2] *e pelo desenvolvimento de um pensamento recursivo, analisando linhas e colunas, vocês obtiveram o termo geral, mas se vocês se sentem mais confiantes com um rigor maior, nós podemos usar o Princípio da Indução Finita para provar. Vocês já viram essa técnica? ... Ótimo! Então, vamos lá!* (*sic.*) [dirigindo-se à lousa, apresentou sua proposta de demonstração, que transcrevemos *ipsis litteris* a seguir].

Queremos provar, pelo Princípio da Indução Finita (PIF), que

$$\boxed{\mathbf{1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 2^{n-1} = 2^n - 1}}$$

Então, façamos $n = 1$:

$$n = 1 \Rightarrow 1 = 2^{1-1} = 2^1 - 1 = 1$$

Por hipótese de indução, suponhamos que para $n = k$ temos uma verdade:

$$n = k \Rightarrow 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 2^{k-1} = 2^k - 1$$

Consideremos agora $n = k + 1$:

$$n = k + 1 \Rightarrow \boxed{1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 2^{k-1} + 2^k} = 2^k - 1 + 2^k$$

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 2^{k-1} + 2^k = 2^k - 1 + 2^k = 2^k + 2^k - 1 = 2 \cdot 2^k - 1$$

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 2^{k-1} + 2^k = 2^{k+1} - 1$$

Após a demonstração, *Professor* propõe uma reflexão – no sentido *davidoviano* – a respeito da necessidade (ou não) de se estabelecer esse tipo de rigor em turmas

[8] Um *processo de estranhamento* é uma das ideias basilares do MCS e o entendemos como um processo em que há “[...] de um lado, aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito. Esta é a característica fundamental do processo de estranhamento, um processo que pode ser visto da primeira série do Ensino Fundamental em diante” (Lins, 2004, p. 116).

da educação básica ou em turmas de licenciatura em matemática. Nesse ínterim, pergunta se a construção e análise de uma tabela (Figura 8 e Tabela 2) para a identificação de um padrão recursivo, de forma que se analise o *processo da produção de significados* e as *maneiras de operar* dos envolvidos, não é mais proveitoso e plausível do que tentar se imputar certo rigor à prova de um teorema, uma fórmula ou um algoritmo, principalmente em se tratando de uma sala de aula do ensino médio.

Observemos que, no que se refere ao percurso metodológico adotado por *Professor*, sua *maneira de operar* não se restringe tão somente ao rigor matemático – o PIF por si só (produto) – mas sim ao processo das etapas do PIF, comparando as colunas da tabela por eles produzida (Tabela 2) – como o desencadeamento de ações que pudessem propiciar uma *produção de conhecimento* que se configurasse como resultado de transformação de um dado material e

> Tal transformação revela, no material, certas relações internas ou essenciais, cuja consideração permite ao aluno detectar a *origem* das manifestações externas (aparências) do material que está sendo apropriado. A necessidade de aprendizagem vem a ser a necessidade que o aluno tem de experimentar de forma real ou mental este ou aquele material de modo a desmembrar nele aspectos gerais essenciais e aspectos particulares, e ver como estes aspectos estão inter-relacionados.
> Devemos observar que [...] os conhecimentos sobre a interligação entre aspectos essenciais gerais e aspectos particulares são chamados de *conhecimento teórico.* A necessidade da criança no processo de ensino é, precisamente, sua aspiração de obter conhecimento sobre aspectos gerais de um objeto, ou seja, o conhecimento teórico sobre algo por meio da experimentação e exploração com o objeto. Estas transformações e experimentações com o objeto envolvem, necessariamente, elementos criativos. Quando o professor cria sistematicamente na sala de aula as condições que exijam dos alunos a obtenção de conhecimentos sobre o objeto por meio da experimentação com este, as crianças se deparam com tarefas que exigem delas a atividade de estudo (Davidov, 1999, p. 2, *ipsis litteris*, destaques do original).

E essa transformação ocorre, segundo nosso entendimento, ao perpassarem do *aritmeticismo* – de (1) “[...] produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas [...]” (Lins; Giménez, 1997, p. 151) (Figura 8 e Tabela 2) –, ao *internalismo* – de (2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (Lins; Giménez, 1997, p. 151) (quarta coluna da Tabela 2) – e daí à *analiticidade* (não necessariamente nessa ordem) (ao *produzirem significado* para $1+2+4+8+16+\cdots+2^{n-1}=2^n-1$) – de (3) operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos – com o propósito de pensarem algebricamente, visto que

> Pensar algebricamente é pensar dessa forma; é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdes ou desigualdades), e com base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com (1), (2) e (3) (Lins; Giménez, 1999, destaques do original).

Assim agimos, porque nosso propósito não se restringia ao desenvolvimento de técnicas manipulativas e *algebrismo exacerbado*, como apresentado em Tahan (1967), pois, como já dissemos anteriormente, nosso interesse se encontra na *leitura* do processo e não na permanência (no produto), visto que, no MCS, estas são consequências de dois objetivos centrais no projeto da educação algébrica:

> 1) permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados (em nosso sentido) para a álgebra; e, 2) permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente. Pensamos que o desenvolvimento de habilidades "técnicas" (domínio de técnicas manipulativas, por exemplo) deve ser uma consequência desses dois pontos; é evidente que se deve prestar atenção a esse desenvolvimento, mas é essencial reconhecer que ele não pode e não deve preceder (1) e (2) (Lins; Giménez, p. 152, destaques do original).

Outras ações foram desencadeadas, dando continuidade à utilização da árvore pitagórica, como, por exemplo, pedimos para calcular os respectivos tamanhos dos quadrados tomando como padrão o lado maior quadrado (l_1), mas usando a ideia de recursividade a partir do preenchimento de tabelas similares às anteriores. Depois pedimos que estabelecem uma relação entre as respectivas áreas. Porém, por uma questão de limitação de espaço ao atingirmos a capacidade suporte de cada capítulo, deixamos para vocês apenas como sugestão.

Considerações

Como vimos, ao realizarmos as *leituras* antecedentes, há de se destacar que, *tematizar* a *lógica das operações*, subjacente a uma atividade não necessariamente implica em examinar o particular para abstrair o geral, visto que, tal *tematização* objetiva tornar *legítimo* falar a respeito de uma situação genérica e, segundo nosso referencial, "[...] isso não resolve nenhum problema (particular), mas é de interesse na sala de aula" (Lins; Giménez, 1997, p. 120).

Os princípios norteadores das PEI associados a ideias basilares do MCS, como método da *leitura plausível*, bem como a discussão de um *processo de produção de significados*, na qual se explicitou as *maneiras de operar* dos participantes, na intenção de se compartilhar *espaços comunicativos*, possibilitou que os envolvidos se colocassem na condição de protagonistas do processo (*autores* – aqueles que produzem a *enunciação*, que dizem/fazem), pois "o sujeito enuncia algo em que acredita" (Lins, 2012, p. 12).

Tal como enunciou Silva (2003), pudemos constatar que a observação de um *núcleo*, numa dada atividade, possibilitou que identificássemos as *maneiras de operar* dos *sujeitos do conhecimento*, bem como a *lógica das operações* ligadas ao processo de *produção de significados* para as respectivas *enunciações* (*textos*), visto que "As operações são o que o sujeito faz com os objetos e a lógica é o que garante que ele pode fazer" (Silva, 2003, p. 76).

Principalmente por se tratar de um processo de formação de professores, entendemos que é deveras importante exercitarmos a dialogicidade em sala de aula (em todos os níveis de ensino) para que possamos romper com as práticas meritocráticas e positivistas de usar as matemáticas (acadêmica e escolar) como se fossem únicas e que há muito tempo servem de dispositivo de controle e de exclusão social, pois, o foco no produto, na matemática escolar algorítmica e no resultado – tal como nas avaliações de larga escala – categoriza essa matemática como um dispositivo de controle, como um mecanismo disciplinar regulador do indivíduo, preocupando exclusivamente com as questões relativas à (e para a) matemática. E como podemos pensar e exercitar uma matemática que privilegie a inclusão, a reflexão, a criticidade, deixando que prevaleça o *modus operandi* de uma disciplina que se põe como seletiva, excludente e responsável, em parte, pelos elevados índices de retenção escolar? Não temos fórmula mágica, mas entendemos que um passo é valorizar as *maneiras de operar* do estudante, procurando entender suas respectivas *lógicas das operações*, incentivando a dialogicidade e o trabalho colaborativo e não competitivo. E foi isso que nos propusemos a fazer e entendemos que fizemos!

Referências

BODGAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto-PT: Porto, 2013 [1991].

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Brasília, 1998.

CHAVES, R.; SAD, L. A.; ZOCOLOTTI, Al. K.; DOMINGUES, D. P.; VICTOR, D. A. **Pitagorismo: bases históricas, filosóficas, epistemológicas e práticas**. 26 p. Projeto de Pesquisa. Instituto Federal do Espírito Santo. Sistema Integrado de Gerenciamento da Pesquisa do Ifes. Vitória, 2021. In: < https://sigpesq.ifes.edu.br/>.

CHAVES, R. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?** 223p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

DAVIDOV, V. V. **O que é atividade de Estudo**. In: Revista Escola inicial. N. 7, PUC-Goiás, ano 1999.

LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história.** São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

LINS, R. C. **Matemática, monstros, significados e educação matemática**. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Orgs.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.

LINS, R. C. **Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999. (Seminários Debates Unesp). p. 75-94.

LINS, R. C. **Notas sobre o uso da noção de conceito como unidade estruturante do pensamento**. In: Escola latino-americana sobre pesquisa em Ensino de Física – ELAPEF, 3., 1996, Canela - RS. Anais do III ELAPEF, Canela, 1996. p.137-141.

LINS, R. C. O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis: Revista Técnico-Científica da Universidade Regional de Blumenau**. v. 2, n. 7, abril/junho, 1994a, p. 29-39.

LINS, R. C. Álgebra e pensamento algébrico na sala de aula. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. Ano 1, n. 2. São Paulo: SBEM, 1994b. p. 26-31.

LINS, R. C. **Eliciting the meanings for algebra produced by students:** knowledge, justifications and semantic Fields. Psychology of Mathematics Education. In: PONTE, J. P.; MATOS, J. P. (ed.). **Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Pyschology of Mathematics Education**/ PME- XVIII. Lisbon: University Lisbon. Vol. III, p. 184-191, 1994c.

LINS, R. C.; GIMÉNEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LURIA, A. R. **Desenvolvimento cognitivo**: seus fundamentos sociais e culturais. 4. ed. São Paulo: Ícone, 1990.

MARQUES, F. S. **Recursividade em práticas educativas investigativas**: significados produzidos por participantes de um processo de formação de professores de matemática. 2022. 215f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2022.

SILVA, A. M. da. **O Modelo dos Campos Semânticos**: um modelo epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2022.

SILVA, A. M. da. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática**. 2003, 256 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2003.

SILVA, A. M. da. **Uma análise da produção de significados para a noção de base em Álgebra Linear**. 1997, 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Departamento de Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula. Rio de Janeiro, 1997.

SOUZA, J. R. de; GARCIA, J. da S. R. **Contato Matemática**. v. 1. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016. (Coleção #contato matemática).

TAHAN, M. **Antologia da Matemática**. 3. ed. v. 1. São Paulo: Saraiva, 1967.

VYGOTSKY, L. S. **A Construção do Pensamento e da Linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

YIN, R. K**. Estudo de caso**: planejamento e métodos. Tradução de Cristhian Matheus Herrera. 5 ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Capítulo 5

PRESTAÇÕES DE UM FINANCIAMENTO: A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTAS PARA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Luiz Gustavo Martins dos Santos
Gustavo Nogueira Vasconcelos dos Santos

PRESTAÇÕES DE UM FINANCIAMENTO: A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTAS PARA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Luiz Gustavo Martins dos Santos

Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Possui pós-graduação lato sensu em Matemática pela mesma instituição e mestrado pelo programa PROFMAT na área de Ensino da Matemática pela Universidade Federal de São João del Rey (UFSJ). Atualmente, é doutorando em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG).

Gustavo Nogueira Vasconcelos dos Santos

Foi estudante do curso de Mecatrônica do CEFET-MG, onde concluiu o ensino médio integrado ao técnico. Durante esse período, destacou-se em trabalhos e projetos de iniciação científica, além de participar de importantes olimpíadas de matemática. Atualmente, é estudante de Engenharia Mecânica na Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG). Este artigo é fruto de um trabalho de iniciação científica no qual foi orientado pelo professor Luiz Gustavo Martins dos Santos.

RESUMO

Nos debates sobre Educação Matemática, a Educação Financeira ganha destaque por ser crucial na formação de um pensamento crítico nas decisões financeiras. A Matemática Financeira é uma ferramenta fundamental para a Educação Financeira, e, por isso, este artigo se propõe a abordar o cálculo de prestações de empréstimos, desenvolvendo conceitos relevantes de Matemática Financeira e Progressão Geométrica. Com isso, pretende-se mostrar a aplicação cotidiana da Matemática e ampliar os conceitos dos alunos, além de servir para o docente como roteiro para uma sequência didática sobre o tema.

Palavras-chave: 1. Educação Financeira. 2. Matemática Financeira. 3. Ensino e Aprendizagem de Matemática. 4. Cálculo Financeiro 5. Progressão Geométrica.

ABSTRACT
In discussions about Mathematics Education, Financial Education stands out as crucial for the development of critical thinking in financial decision-making. Financial Mathematics is a fundamental tool for Financial Education, and therefore, this article aims to address loan installment calculations, developing relevant concepts of Financial Mathematics and Geometric Progression. In doing so, it is intended to demonstrate the everyday application of Mathematics and expand students' understanding, as well as serving as a guide for teachers in developing a didactic sequence on the topic.
Keywords: 1. Financial Education. 2. Financial Mathematics. 3. Mathematics Teaching and Learning. 4. Financial Calculation. 5. Geometric Progression.

1 INTRODUÇÃO

A matemática financeira é uma ferramenta essencial na educação financeira. Além disso, ela permite a realização de cálculos e análises que auxiliam na tomada de decisões financeiras conscientes e responsáveis. Por meio dela, é possível entender conceitos fundamentais, como juros, taxas, inflação, rentabilidade e amortização.

Com a matemática financeira, é possível fazer análises comparativas de diferentes investimentos, avaliar a viabilidade de empréstimos, planejar a aposentadoria e calcular o valor presente e futuro de fluxos de caixa. Esses conhecimentos são importantes para a construção de uma vida financeira saudável e próspera, que permita alcançar objetivos de curto e longo prazo.

No entanto, no estudo de matemática financeira na educação básica, o cálculo de prestações não é um tema muito abordado no ensino médio. Geralmente, os estudantes fazem cálculos de valor futuro em exemplos diretos da fórmula de juros compostos. Por outro lado, no cotidiano, os financiamentos são uma realidade, e na falta de condição de se fazer um pagamento à vista, o consumidor brasileiro muitas vezes tem a opção de financiar a compra do bem desejado. Como no exemplo abaixo:

Figura 01 – Exemplo de ofertas que podemos encontrar no cotidiano

Fonte: Autores

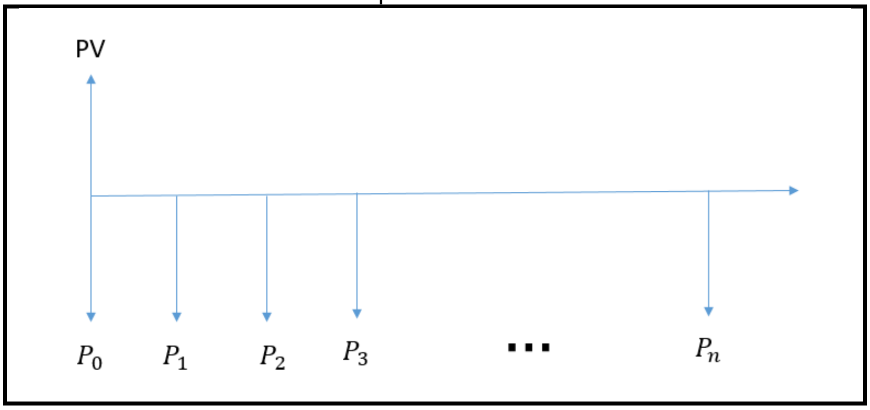
No caso acima, temos que o valor à vista da geladeira é de R$ 3000,00 e este bem pode ser adquirido através de um financiamento com taxa de 2% a.m, durante 12 meses. É importante que o consumidor saiba calcular a prestação para avaliar se a mesma é coerente com seu orçamento. Desta forma, o presente artigo tem a intenção de desenvolver a matemática financeira e o estudo das progressões geométricas para propor um caminho para o cálculo de prestações fixas de um investimento pós-datado, dado o seu valor presente. Além disso, aproveitando os estudos desenvolvidos, vamos mostrar o cálculo de prestações fixas de um investimento antecipado dado seu valor presente e os cálculos utilizando a calculadora financeira.

Portanto espera-se que o trabalho seja uma interessante leitura para estudantes do ensino médio que procuram aplicações e sentido para os conteúdos que lhe são apresentados e também uma sugestão de sequência didática para docentes mostrarem aplicações da matemática financeira como ferramenta para a educação financeira.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 Fórmula para cálculo de prestações e valor presente:

Figura 02 – Fluxo de caixa exemplificando o cálculo de valor presente



Fonte: Autores

O valor presente de um empréstimo pode ser calculado a partir da multiplicação do valor restante, ainda a ser pago, pelo fator de juros, todavia esse valor restante deve ser obtido pela subtração da parcela pega ao valor anterior multiplicado pela taxa. Esse procedimento continua até se chegar ao final do prazo, onde o resultado das operações deverá ser igual a zero:

Cálculo do valor presente:

Vamos denominar PV_0 o valor presente após o pagamento da entrada. Caso o financiamento não possua entrada, basta começarmos pelo pagamento da primeira parcela P_1.

$$VP_0 = VP - P_0$$

Primeira prestação: Multiplica-se o valor presente atual $VP - P_0$ pelo fator de juros, uma vez que já decorreu um mês do contrato do financiamento, e depois desconta-se a parcela paga:

$$VP_1 = [VP - P_0].(1 + i) - P_1$$

Procedendo de maneira análoga nas demais prestações teremos:

$$VP_2 = \left[[VP - P_0](1 + i) - P_1\right](1 + i) - P_2$$

$$VP_3 = \left[\left[[VP - P_0](1 + i) - P_1\right](1 + i) - P_2\right](1 + i) - P_3.$$

•

•

•

$$\boldsymbol{VP_n = \left[\dots\left[\left[[VP - P_0](1 + i) - P_1\right](1 + i) - P_2\right](1 + i) - P_3\right]\dots\right](1 + i) - P_n}$$

Note que o valor presente após o pagamento da última prestação deve ser igual a zero, pois o financiamento foi quitado, assim

$$[\dots[[[VP - P_0](1+i) - P_1](1+i) - P_2](1+i) - P_3]\dots](1+i) - P_n = 0 \quad (1)$$

Muitas vezes o arranjo (organização) da expressão matemática facilita a visualização, desta forma é útil desenvolver as multiplicações da equação (1). Mas devido à expansão da expressão é importante notar que o termo VP e P_0 será multiplicado pelo fator $(1+i)$, n vezes, o termo P_1será multiplicado $(n-1)$ vezes, o termo p_2 será multiplicado $(n-2)$ vezes, e assim sucessivamente, de modo que a última prestação não será multiplicada pelo fator $(1+i)$.

$$VP(1+i)^n - P_0(1+i)^n - P_1(1+i)^{n-1} - P_2(1+i)^{n-2} - \cdots - P_n = 0 \quad (2)$$

Dividindo os dois lados da expressão (2) por $(1+i)^n$ temos:

$$VP - P_0 - \frac{P_1}{(1+i)^1} - \frac{P_2}{(1+i)^2} - \frac{P_3}{(1+i)^3} - \cdots - \frac{P_n}{(1+i)^n} = 0$$

Assim:

$$VP = P_0 + \frac{P_1}{(1+i)^1} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \frac{P_3}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{P_n}{(1+i)^n} \quad (3)$$

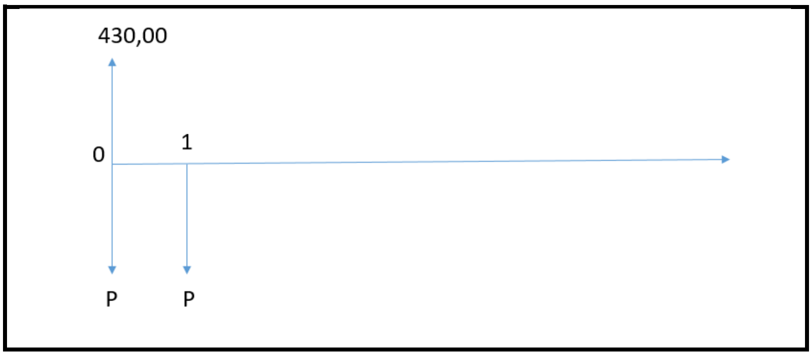
Desta forma temos uma expressão matemática que relaciona o valor presente de um financiamento com suas prestações. Analisando o fluxo de caixa e a expressão podemos pensar que cada prestação é descapitalizada para que o somatório delas seja igual ao valor presente.

Exemplo: Uma dívida de $430{,}00$ deverá ser paga em duas prestações iguais uma na entrada e outra daqui a 30 dias. Se a taxa mensal de juros deste financiamento é de 15% a.m qual o valor da prestação?

$$VP = P_0 + \frac{P_1}{(1+i)^1} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \frac{P_3}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{P_n}{(1+i)^n}$$

Como as prestações são iguais vamos substituir P_0 e P_1 por P :

Figura 03 – fluxo de caixa do exemplo 1



Fonte: Autores

$$430 = P + \frac{P}{1 + 0{,}15}$$

$$430 = \frac{1{,}15}{1{,}15} + \frac{P}{1{,}15} = \frac{2{,}15P}{1{,}15}$$

$$430 = \frac{2{,}15P}{1{,}15}$$

$$430 \times 1{,}15 = 2{,}15P$$

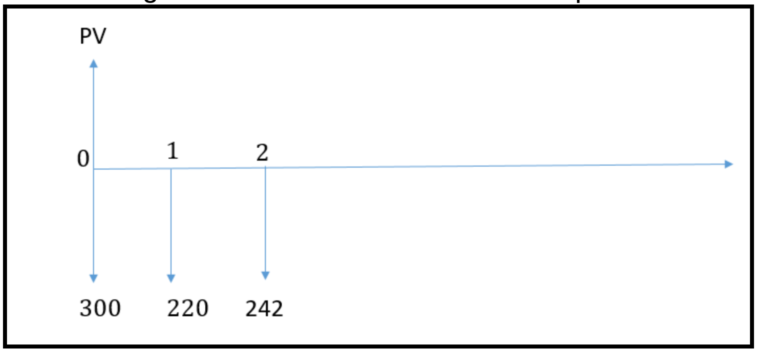
$$P = \frac{430 \times 1{,}15}{2{,}15} = 230$$

$$P = 230$$

Exemplo 2: João quitou uma dívida, pagando uma entrada de R$ 300,00 e duas prestações de R$ 220 e R$ 242 em 30 e 60 dias respectivamente. Qual o valor presente desta dívida considerando uma taxa mensal de 10% a.m:

$$VP = P_0 + \frac{P_1}{(1+i)^1} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \frac{P_3}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{P_n}{(1+i)^n}$$

Figura 04 – fluxo de caixa do exemplo 2



Fonte: Autores

$$VP = 300 + \frac{220}{(1+0{,}1)^1} + \frac{242}{(1+0{,}1)^2}$$

$$VP = 300 + \frac{220}{1{,}1^1} + \frac{242}{1{,}1^2} = \frac{300 \times 1{,}21}{1{,}21} + \frac{220 \times 1{,}1}{1{,}21} + \frac{242}{1{,}21}$$

$$VP = \frac{363}{1{,}21} + \frac{242}{1{,}21} + \frac{242}{1{,}21} = \frac{847}{1{,}21} = 700$$

A expressão que encontramos determina o valor presente a partir das prestações que dever ser pagas no final de do período de tempo acordado. Porém nota-se que este cálculo ficaria inviável para várias prestações diferentes, contudo se pensarmos em prestações iguais, o cálculo é mais viável, dependo de alguns conceitos de progressão geométrica.

2.3 Definição de P.G.

Uma progressão geométrica, ou PG como é mais conhecida, é uma sequência numérica onde cada termo, exceto o primeiro, é obtido pela multiplicação do seu antecessor por uma constante que é denominada razão.

As aplicações desses conceitos são diversas, podem ser utilizadas desde simples operações na matemática financeira a modelos de crescimento populacional ordenado. Seja aonde for, ela se faz essencial e seu estudo é necessário para haver uma maior agilidade nesses processos.

2.4 Termo geral de uma PG

PG's são sequências inúmeras vezes aplicadas em representações temporais onde cada termo se refere a um valor para aquele período. Sendo assim, ter uma forma simples para saber o valor de um termo específico da PG é essencial.

Toda PG deve ter um termo inicial definido, sendo assim o chamaremos de a_1. Para o termo a_2, temos que esse é dado pela multiplicação do primeiro termo pela razão, o qual chamaremos essa de q :

1º termo: a_1

2º termo: $a_2 = a_1 \times q$

E essa sequência continua:

3 º termo: $a_3 = a_2 \times q$

4º termo: $a_4 = a_3 \times q$

...

Nº termo: $a_n = a_{n-1} \times q$

Porém podemos escrever essas equações da seguinte forma:

1º termo: a_1

2º termo: $a_2 = a_1 \times q$

3º termo: $a_3 = a_2 \times q = a_1 \times q \times q = a_1 \times q^2$

4º termo: $a_4 = a_3 \times q = a_1 \times q \times q \times q = a_1 \times q^3$

Aplicando para o enésimo termo temos:

Nº termo: $a_n = a_{n-1} \times q = a_1 \times q \times q \times \ldots \times q = a_1 \times q^{n-1}$

Obtemos assim a fórmula para um termo geral de uma PG:

$$a_n = a_1 \times q^{n-1} \quad (4)$$

2.5 Soma dos termos de uma PG

Uma PG finita qualquer com n elementos, terá a sua soma feita da seguinte forma:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

Aplicando em cada um desses termos a fórmula do termo geral desenvolvida anteriormente, temos:

$$S_n = a_1 + a_1 \times q^1 + a_1 \times q^2 + a_1 \times q^3 + \cdots + a_1 \times q^{n-2} + a_1 \times q^{n-1} \quad (5)$$

Multiplicando a equação (5) por q temos:

$$S_n \times q = a_1 \times q + a_1 \times q^2 + a_1 \times q^3 + a_1 \times q^4 + \cdots + a_1 \times q^{n-1} + a_1 \times q^n \quad (6)$$

Fazendo $(6) - (5)$ temos:

$$(-)\begin{cases} S_n.q = \cancel{a_1.q} + \cancel{a_1.q^2} + \cancel{a_1.q^3} + \cdots + \cancel{a_1.q^{n-1}} + a_1.q^n \\ \quad S_n = a_1 + \cancel{a_1.q} + \cancel{a_1.q^2} + \cancel{a_1.q^3} + \cdots + \cancel{a_1.q^{n-1}} \end{cases}$$

Assim:

$$S_n - S_n \times q = a_1 \times q^n - a_1$$

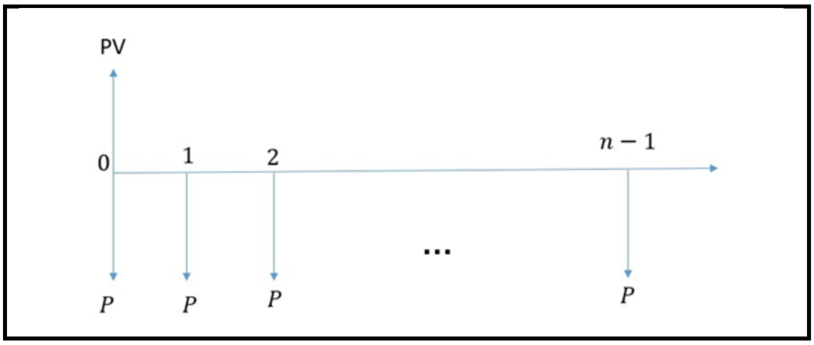
Manipulando a equação:

$$S_n - S_n \times q = a_1 \times q^n - a_1$$

$$S_n(1 - q) = a_1(q^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{(1 - q)} \quad (7)$$

Figura 05 – fluxo de caixa da soma dos termos de uma PG

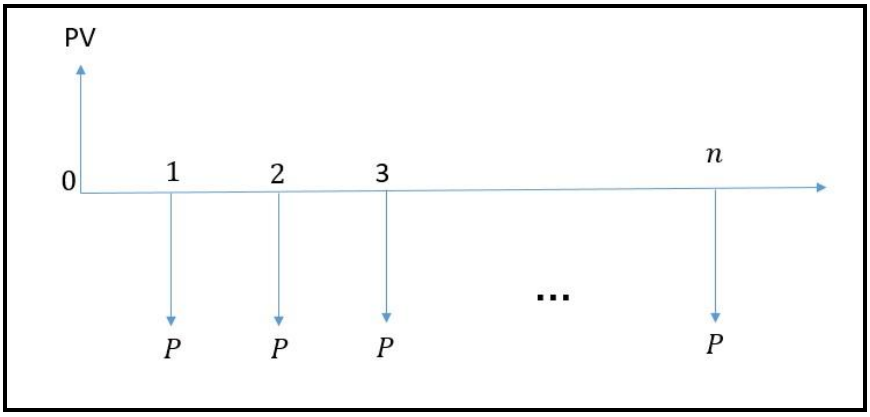


Fonte: Autores

2.6 Fórmula geral para determinar prestações fixas postecipadas:

Até o momento relacionamos o valor presente de uma série de pagamentos com prestações que não necessariamente são iguais, conforme comentado anteriormente esse tipo de cálculo é muito trabalhoso uma grande quantidade de prestações. Nota – se, porém, que nas relações financeiras cotidianas o mais comum é um financiamento com prestações iguais, tal como o exemplo inicial desse artigo, então utilizando os conceitos de progressão geométrica e matemática financeira, vamos desenvolver uma relação entre o valor das parcelas e o valor presente de um financiamento com pagamentos antecipados e postecipados.

Figura 05 – fluxo de caixa das prestações fixas postecipadas



Fonte: Autores

Desta forma o nosso objetivo é determinar uma expressão mais sucinta que possa relacionar o valor presente com as prestações a serem pagas, para tanto vamos usar a equação (3) substituindo as variáveis $P_1 + P_2 + P_3 \ldots P_n$ por P, e desconsiderando P_0, pois nesse caso não há entrada:

$$PV = \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Se olharmos com cuidado para a sequência acima podemos ver que a sequência do segundo membro da igualdade representa uma PG com a razão $q = \frac{1}{(1+i)}$ e $a_1 = \frac{P}{(1+i)}$.

Aplicando na fórmula da soma de termos de uma PG, temos:

$$PV = \frac{\frac{P}{1+i}\left[\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right]}{\left(\frac{1}{1+i} - 1\right)} = \frac{\frac{P}{1+i}\left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1\right]}{\frac{1-1-i}{1+i}} = \frac{P\left[\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}\right]}{\frac{-i}{1}}$$

$$PV = \frac{P\left[\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}\right]}{-i}$$

$$PV = P\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right] \quad (8)$$

Podemos agora isolar o valor das prestações:

$$P = PV\left[\frac{i\times(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right] \quad (9)$$

Dados do problema:

PV=3000

i = 2% ao mês

n = 10 meses

Aplicando na equação:

$$P = 3000\left[\frac{0{,}02\times(1+0{,}02)^{10}}{(1+0{,}02)^{10}-1}\right]$$

$$P = 3000\left[\frac{0{,}02\times(1{,}02)^{10}}{(1{,}02)^{10}-1}\right] = 3000\left(\frac{0{,}02\times1{,}219}{1{,}219-1}\right)$$

$$P = 3000\left(\frac{0{,}02438}{0{,}219}\right)$$

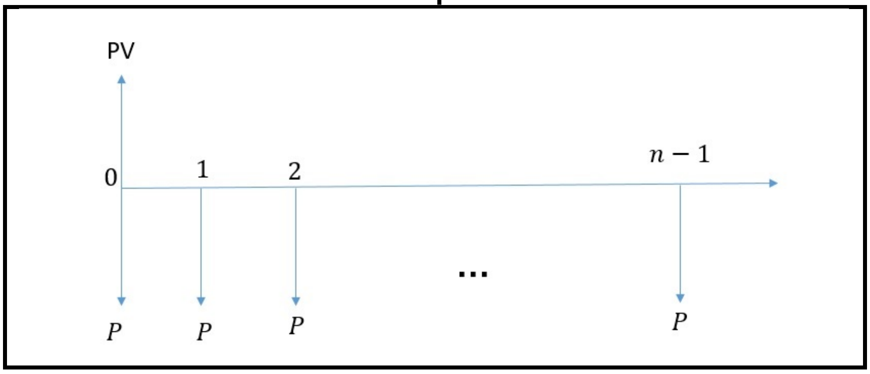
$$P = 333{,}98$$

2.7 Adicionais:

2.7.1 Financiamentos antecipados

Uma outra modalidade de empréstimos são os financiamentos antecipados, que consiste no caso em que o credor faz o pagamento da primeira parcela na contratação do financiamento. Neste caso temos o seguinte fluxo de caixa:

Figura 06 – fluxo de caixa das prestações fixas antecipadas



Fonte: Autores

Com essa nova configuração, a expressão que relaciona o valor presente PV e a prestação P, será dado por:

$$PV = P + \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^{n-1}}$$

Se olharmos com cuidado para a sequência acima podemos ver que a sequência do segundo membro da igualdade representa uma PG com a razão $q = \frac{1}{(1+i)}$ e $a_1 = P$, note que a quantidade de termos continua sendo n.

Aplicando na fórmula da soma de termos de uma PG, temos:

$$PV = \frac{P\left[\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right]}{\left(\frac{1}{1+i} - 1\right)} = \frac{P\left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1\right]}{\frac{1-1-i}{1+i}} = \frac{P\left[\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}\right]}{\frac{-i}{1+i}}$$

$$PV = \frac{P(1+i)\left[\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}\right]}{-i}$$

$$PV = P\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^{n-1}}\right]$$

Isolando P :

$$P = PV\left[\frac{i\times(1+i)^{n-1}}{(1+i)^n-1}\right] \quad (10)$$

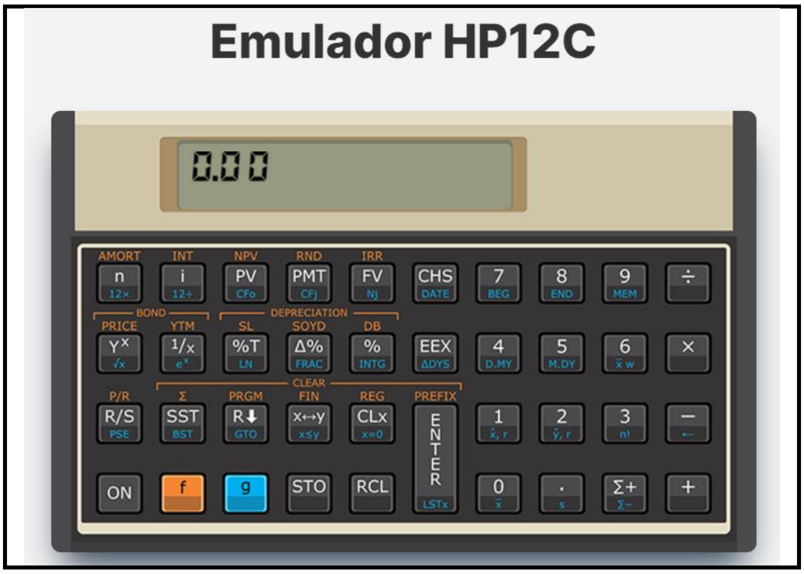
Fazer o nosso exemplo antecipado: Vamos supor que no exemplo motivador, o cliente deseja pagar a primeira prestação no ato da compra. Desta forma devemos utilizar a equação (10):

$$P = PV\left[\frac{i \times (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n - 1}\right] = 3000\left[\frac{0{,}02 \times (1+0{,}02)^{10-1}}{(1+0{,}02)^{10} - 1}\right] = 3000\left[\frac{0{,}02 \times (1+0{,}02)^{9}}{(1+0{,}02)^{10} - 1}\right]$$
$$= 327{,}43$$

2.7.2. **Utilizando a calculadora financeira**

O conhecimento e o domínio de ferramentas matemáticas, incluindo o uso de calculadoras, são habilidades importantes para qualquer estudante do ensino médio. O uso de calculadoras e software de cálculo trazem eficiência e precisão que permitem que os estudantes realizem cálculos complexos com rapidez e precisão, economizando tempo e minimizando erros. Além disso em situações cotidianas, geralmente não há condições de realizar o cálculo de forma manuscrita e a utilização da ferramenta permite maior assertividade na tomada de decisão. A calculadora HP12C, é muito utilizada por administradores e analistas para cálculos financeiros, e pode ser utilizada de forma online em diversos simuladores.

Figura 07 – Calculadora financeira HP-12C



Fonte: https://www.accountcontabilidade.com.br/hp12c/

Algumas das teclas financeiras mais importantes da HP12c incluem:

•N: representa o número de períodos, ou seja, o número de vezes que uma determinada transação financeira ocorrerá. É usado em conjunto com outras teclas financeiras para calcular juros compostos, pagamentos de empréstimos, entre outras operações.

•I: representa a taxa de juros. É usada para calcular juros simples e compostos, taxas de retorno de investimentos e outros cálculos financeiros.

•PV: representa o valor presente. É usado para calcular o valor atual de uma série de pagamentos futuros, descontados a uma taxa de juros especificada.

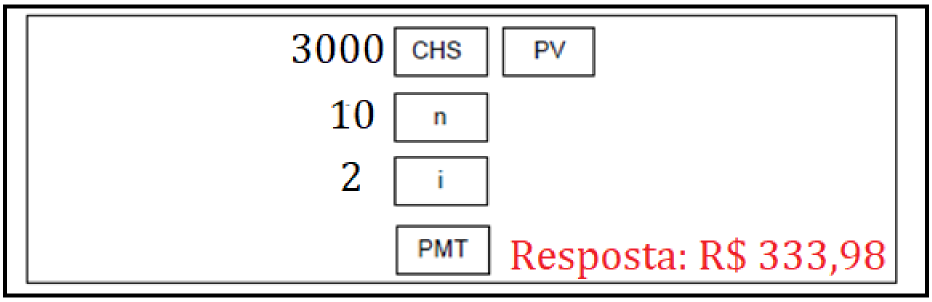
•FV: representa o valor futuro. É usado para calcular o valor futuro de uma série de pagamentos, compostos a uma taxa de juros especificada.

•PMT: representa o pagamento periódico. É usado para calcular o valor dos pagamentos regulares necessários para quitar um empréstimo ou financiamento em um determinado número de períodos, levando em conta a taxa de juros e o valor presente.

Para fazer o cálculo do nosso problema motivador na HP12C, devemos ligar a calculador e seguir os seguintes passos:

Entrar com o valor presente, ou seja, valor do empréstimo. Lembre-se que no fluxo de caixa o valor presente é uma entrada e a prestação uma saída, ou seja, tem sentidos contrários, desta forma vamos colocar o valor presente negativo para que sua prestação seja calculada com seu valor positivo, a tecla **CHS** troca o sinal do algarismo. Desta forma iniciamos com 3000 **CHS PV.** Em seguida colocamos o período de tempo **10 n** e a taxa do financiamento **2 i** (Não é necessário colocar em decimal)**.** Depois é só aperta a tecla PMT que a calculadora apresenta o valor da prestação. Veja na figura 8:

Figura 08 – Exemplo aplicado na calculadora HP-12C



Fonte: Autores

4. CONCLUSÃO

Após a leitura do artigo, é possível afirmar que ele cumpre seu objetivo de relacionar temas importantes de Matemática Financeira com o desenvolvimento crítico dos estudantes em relação às questões financeiras presentes em seu contexto social. O desenvolvimento detalhado das teorias financeiras para o cálculo de prestações de um financiamento confere ao texto um caráter pedagógico, uma vez que pode servir como sugestão para sequências didáticas interessantes sobre o tema. É importante destacar que a Matemática Financeira é apenas uma das ferramentas da Educação Financeira, que é um estudo muito mais amplo e abrange diversas questões sociais, filosóficas e comportamentais. Dessa forma, o texto oferece ao leitor - seja ele discente ou docente - a oportunidade de se aprofundar em outros temas relacionados à Matemática Financeira ou às matérias ligadas às humanidades. Portanto, o objetivo do texto não é encerrar a discussão, mas sim gerar outras possibilidades de debate e problematização na Matemática e em suas diversas interdisciplinaridades.

5 REFERÊNCIAS

VIEIRA SOBRINHO, José Dutra; MARION, José Carlos. Matemática Financeira e Suas Aplicações. 8ª ed. São Paulo: Atlas, 2019.

SILVA, Carla Maria da; MELO FILHO, Ivanildo José de. A Educação Financeira na Educação Matemática: Uma Análise de sua Relevância para a Formação do Cidadão. Revista de Educação do IDEAU, v. 14, n. 31, 2019.

KASSAI, José Roberto; ASSAF NETO, Alexandre. Matemática Financeira e Engenharia Econômica. 16ª ed. São Paulo: Atlas, 2019.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e Aplicações. 3ª ed. São Paulo: Ática, 2018.

AUTORES

Aline de Freitas Miranda

Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: alinemirandatj@gmail.com

Benedita Neire Almeida de Magalhães

Mestra em Educação. Programa de Pós Graduação em Educação - Universidade Federal de Mato Grosso. Professora da Rede Pública de Educação de Mato Grosso - SEDUC-MT.

Daniel Matias Santos

Graduado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. Pós-graduando em Metodologia do ensino de Matemática. Pós-Graduando em Matemática Financeira e Estatística. E-mail: estudohibrido@gmail.com

Emmily Ravena dos Santos Lima

Graduanda em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: emmilyravenals@gmail.com

Estefane Ferreira Moraes

Graduanda em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: moraesestefane2000@gmail.com

Fernanda Santolin Marques

Mestre em Educação em Ciências e Matemática (2022), Especialista em Ensino Interdisciplinar em Saúde e Meio Ambiente na Educação Básica (2019), Licenciada em Matemática (2018), Graduada em Engenharia Civil (2015). Professora efetiva de Matemática na Rede Estadual de Ensino do Espírito Santo. Atuou no ensino tecnológico e no setor da construção civil.

Filyppe Neves de Andrade

Mestrando em Educação Matemática pelo programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat/Ifes). Possui graduação em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (2021). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando

principalmente nos seguintes temas: produção de materiais didático-pedagógicos, modos de produção de significado e números figurados. Integrante do Grupo de Estudo e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem).

Gustavo Nogueira Vasconcelos dos Santos
Foi estudante do curso de Mecatrônica do CEFET-MG, onde concluiu o ensino médio integrado ao técnico. Durante esse período, destacou-se em trabalhos e projetos de iniciação científica, além de participar de importantes olimpíadas de matemática. Atualmente, é estudante de Engenharia Mecânica na Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG). Este artigo é fruto de um trabalho de iniciação científica no qual foi orientado pelo professor Luiz Gustavo Martins dos Santos.

Hegle da Silva Pereira
Graduado em Matemática pela Universidade Federal do Pará.

Jeane Meireles Ferreira
Graduanda em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: Jeanemeirelesferreira@gmail.com

João Vitor de Souza Ellyan
Graduação em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Brasil (2023), mestrando pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo.

José Ribamar Carvalho de Sousa
Graduando do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA). E-mail: jrcarvalho7777777@hotmail.com

Juliany Santos Ventura
Professora da Educação Infantil da Prefeitura Municipal de Itabuna. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Norte do Paraná, pólo de Itabuna - BA.

Kailane Costa Baia

Graduanda em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: kailanebaiaa@gmail.com

Lívea Aiane da Silva Pinheiro

Professora dos Anos Iniciais da Prefeitura Municipal de Lauro de Freitas. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Paulista, pólo de Ilhéus - BA.

Luanne Lima Ferreira

Graduada no Curso de Licenciatura em Matemática, pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus X. Especialista em Docência Superior pela Faculdade do Vale Cricaré (FVC- São Mateus-ES) e Especialista em Metodologia de Ensino de Matemática e Física pela Faculdade São Gabriel da Palha. Professora efetiva do Estado do Espírito Santo, lecionando Matemática aos anos finais do ensino fundamental e ao ensino médio, Mestranda do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat/Ifes). e integrante do Grupo de Estudos Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem).

Luciana Araújo da Silva

Graduanda em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: Lucianaaraujo1708@gmail.com

Luiz Gustavo Martins dos Santos

É Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Possui pós-graduação lato sensu em Matemática pela mesma instituição e mestrado pelo programa PROFMAT na área de Ensino da Matemática pela Universidade Federal de São João del Rey (UFSJ). Atualmente, é doutorando em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG). Com mais de quinze anos de experiência profissional, Luiz Gustavo tem se dedicado ao ensino de Matemática em diversos níveis, incluindo o ensino fundamental, médio e superior, em instituições públicas e privadas. Atualmente, é professor efetivo no Ensino Técnico e Tecnológico no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas

Gerais (CEFET-MG). Este artigo é fruto de um trabalho de iniciação científica no qual orientou o estudante e autor Gustavo Nogueira Vasconcelos dos Santos."

Marcela Santos de Jesus

Professora da Educação Infantil da Prefeitura Municipal de Itabuna. Mestra em Educação e Licenciada em Pedagogia, pela Universidade Estadual de Santa Cruz.

Marta Maria Pontin Darsie

Doutora em Educação em Ciências e Matemática. Docente Titular do Departamento de Ensino e Organização Escolar. Instituto de Educação/ Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós Graduação em Educação. Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática/PPGECM. Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Doutorado em Educação em Ciências e Matemática. Universidade de Cuiabá / UNIC. Programa de mestrado em Ensino/ PPGEN"

Priscila Pamela Trindade Carvalho

Graduanda em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: priscilacarvalho588@gmail.com

Rodolfo Chaves

Possui mestrado (1998-2000) e doutorado (2001-2004) em pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Unesp / Rio Claro, com pós-doutorado em Educação Matemática e Ensino de Física pela Universidade Federal de Santa Maria - RS - (2015-2016). Atualmente é professor titular do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) e Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em processos de ensino e de aprendizagem, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, ambientes de aprendizagem, práticas educativas investigativas, modelagem matemática, educação do campo, etnomatemática e formação inicial e continuada de professores. É membro da Sigma-t: Rede de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática.

ISBN 978-658488537-0