

# MODELAGEM MATEMÁTICA



**SABENDO USAR NÃO VAI FALTAR:**

**A modelagem matemática no uso consciente da água**

Sara Silva da Vera Cruz  
Fábio José da Costa Alves  
Roberto Paulo Bibas Fialho  
Admilson Alcantara da Silva

Belém  
2024

Clay Anderson Nunes Chagas  
Reitor da Universidade do Estado do Pará

Ilma Pastana Ferreira Vice-Reitora  
Universidade do Estado do Pará

Jofre Jacob da Silva Freitas  
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

Anderson Madson Oliveira Maia  
Diretor do Centro de Ciências Sociais e Educação

Pedro Franco de Sá  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Ana Kely Martins da Silva  
Coordenadora de Ensino

Diagramação e Capa: Os Autores – Adaptação: figura do site <https://www.marupiara.com.br/dia-mundial-da-agua-saiba-como-ensinar-a-importancia-do-uso-consciente/>  
Revisão: Os Autores

---

CRUZ, Sara Silva da Vera; ALVES, Fábio José Costa da; FIALHO, Roberto Paulo Bibas; SILVA, Admilson Alcantara da.  
SABENDO USAR NÃO VAI FALTAR: a modelagem matemática no uso consciente da água.  
Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2024.  
ISBN: 978-65-84998-83-4  
Ensino de Matemática. Modelagem. Média aritmética. Moda. Água.

---

## Sumário

1. APRESENTAÇÃO .....	4
2. INTRODUÇÃO.....	5
3. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	7
3.1. A MODELAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	11
4. A IMPORTÂNCIA DA MODELAGEM NO ENSINO DE ESTATÍSTICA.....	13
5. ATIVIDADE DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	15
5.1. ORIENTAÇÃO AO DOCENTE.....	19
5.2. INTERAÇÃO.....	19
5.3. MATEMATIZAÇÃO.....	20
5.3.1. VOCÊ PERCEBE SE EXISTE UMA QUANTIDADE IGUAL DE DESPERDÍCIO POR GOTEJAMENTO QUE ACONTECE EM TODAS AS CASAS?.....	21
5.3.2. QUAL A MÉDIA DE GASTOS DE ÁGUA POR GOTEJAMENTO NA CASA DE CADA ESTUDANTE?.....	22
5.3.3. QUAIS AÇÕES A FAMÍLIA PODE ADOTAR PARA REDUZIR O DESPERDÍCIO DE ÁGUA?.....	23
5.4. MODELO MATEMÁTICO .....	24
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	24
7. REFERÊNCIAS.....	25
8. BIBLIOGRAFIA DOS AUTORES .....	26

## 1. APRESENTAÇÃO

No Brasil o ensino passou por grandes e diversas transformações nas últimas décadas, principalmente após a pandemia do covid 19, a tecnologia e as mudanças presentes no ensino da matemática são visíveis dentro do ambiente escolar e na sociedade em que estamos inseridos. A matemática está presente em nosso cotidiano em diversos aspectos que afetam de modo direto e indireto na vida em sociedade, sobretudo na tomada de decisões.

Assim, o ensino da Estatística na educação básica está em desenvolver o pensamento reflexivo, crítico, habilidades para solucionar problemas e para análise de dados. É necessário que o currículo da educação básica reforce cada vez mais a importância para os estudantes de que o ensino da estatística em relação ao cidadãos e as mudanças que ocorrem no ambiente: regional, local, nacional e global.

Nesse contexto, o ensino não é apenas um processo de transmissão de conteúdo, mas um processo de ensino e aprendizagem com a participação efetiva do aluno no ambiente escolar. A modelagem matemática traz a participação de todos os que fazem parte do cotidiano escolar, pois ela envolve a extração de um modelo matemático cujo interpretação será na linguagem usual.

O objetivo desse livro é trabalhar a Modelagem Matemática no uso consciente da água utilizando o conceito de moda e média aritmética da Estatística, sob o ponto de vista didático mostrando ao estudantes que a matemática está presente em nossas vidas. O desenvolvimento deste livro está atrelado ao uso consciente da água que é algo abundante e essencial para sobrevivência na terra, seu uso consciente se faz necessário.

A Organização das Nações unidas (ONU) que é uma organização internacional formada por países em trabalhar pela paz denominou o dia 22 de março o dia mundial da água, a proposta é conscientizar a população sobre o seu consumo. Atrelado a essa conscientização vamos utilizar o conceito da Estatística e mostrar aos estudantes que podemos economizar e usar este bem tão precioso usando praticas educativas.

Portanto, a proposta desse material se direciona para os professores de matemática que queiram trabalhar estes conceitos nos ambientes escolares e aprender sobre o mesmo, ganhando habilidade e aprimorando os conhecimento relacionados. O docente ao utilizar terá o papel de mediador e auxiliador neste processo de ensino e aprendizagem, proporcionando para o mesmo: refletir, conscientizar, independência e autossuficiência na relação entre a matemática e o consumo consciente da água.

## 2. INTRODUÇÃO

Percebemos que o Ensino da Matemática vem passando por diversas transformações em suas propostas curriculares e no desenvolvimento de estratégias de ensino, é necessário que o métodos de aprendizagem que esteja centralizado no aluno venha sobrepor ao método tradicional e mecânico de ensino. Em diversas vezes as propostas curriculares tornam-se incompatíveis com a realidade dos alunos, diante disso existe a extrema necessidade de desenvolver estratégias de aprendizagem para os diversos campos do currículo.

A matemática possui grande relevância para a sociedade possibilitando ao estudante a noção mais ampla de sua realidade, assim para o ensino se faz necessário uma prática pedagógica mais eficaz que não se limite somente a exposição de conteúdo, transmissão e memorização. De fato, a busca por tais mudanças traz o surgimento de práticas inovadoras, chamadas de tendências em Educação Matemática que atualmente são diversas.

Nesse contexto, as tendências da Educação Matemática proporciona um trabalho de maneira ativa por parte do estudante despertando-lhe o interesse pelas aulas e sendo o protagonista do seu próprio processo de ensino. Atualmente, as tendências são a: História da matemática, Etnomatemática, Matemática Crítica, Modelagem matemática, Resolução de Problemas, Tecnologias de Informação e Comunicação e os Jogos.

Neste livro, iremos nos deter a tendência matemática relacionada a Modelagem, pois este é um recurso que incentiva a busca pela compreensão através de situações do cotidiano do discente, na qual o mesmo pode perceber que a matemática está relacionado com a realidade do mundo em que vivemos. A modelagem matemática é “um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências” (Bassanezi, 2002, p. 24).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), lançada em 2018 sendo um documento norteador em todo o território nacional para a educação básica, ela busca orientar o ensino brasileiro de modo que os estudantes desenvolvam habilidades e competências que estão relacionadas com o seu cotidiano, sendo a matemática uma ferramenta que traz a possibilidade de compreender e interpretar o mundo. A BNCC traz uma perspectiva com um novo olhar para o Ensino da Matemática relacionando-os com as situações reais.

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (Brasil, 2018, p.265).

Reforça ainda que:

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas

privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (Brasil, 2018, p.265).

Diante dessas orientações a modelagem matemática traz a proposta de uma maneira nova de trabalhar em sala de aula, que se introduz nas inquietações reais dos estudantes, tendo como visão a prática participativa dos mesmos, trazendo como consequência muitos benefícios aos alunos e professores da rede pública e privada. Nessa perspectiva a utilização da modelagem matemática beneficia os discentes no desenvolvimento do raciocínio, aprendizagem, criticidade diante dos problemas sociais e na compreensão da matemática.

Assim, com a utilização da modelagem utilizaremos o assunto relacionado ao consumo consciente da água, levando os alunos a refletir de que maneira podemos economizar, usar de modo consciente e que é necessário que cada um faça a sua parte. Segundo a Organização das Nações Unidas (ONU), a tendência é que a demanda siga aumentando no sentido que não haja água suficiente para todos no planeta, o debate em relação a crise hídrica é um assunto que aumentou nos últimos anos e que se faz necessário trazer esse debate para a sala de aula.

Em articulação iremos utilizar o Ensino da Estatística trabalhado no Ensino Fundamental no 8º ano no assunto contido em Medidas de Tendência Central- moda e média aritmética- pois é de extrema importância os conhecimentos desse objeto matemático para a formação do aluno e para a compreensão de problemas que estão ao seu redor. Diversas vezes a dificuldade de entender Medidas de Tendência Central está relacionado com “a abordagem utilizada, frequentemente desconexa com a realidade dos estudantes, ou se valendo mais das representações e formulações específicas da área, do que do significado real por trás dos cálculos” (Ferreira, 2020, p.21).

A Estatística está presente em diversos contextos de nossa vida e da sociedade em geral, por isso ela se articula com o consumo diário da água, sendo necessário e de extrema importância que através dessa articulação os alunos observem, perceba e relacione a matemática as suas vivências.

Portanto com as recomendações feitas pela BNCC este livro pretende adotar o seguinte Tema: SABENDO USAR NÃO VAI FALTAR: a modelagem matemática no uso consciente da água. Deste modo, a questão norteadora deste livro é: De que forma podemos usar água sem desperdício utilizando os conceitos de moda e média aritmética no consumo de cada morador? Para responder a essa questão de pesquisa desenvolvemos uma proposta de atividade que trabalha a modelagem matemática a partir das etapas de Biembengut & Hein (2007), assim trouxemos as possíveis contribuições para o processo de ensino e aprendizagem do ensino da estatística.

### 3. MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática é uma das estratégias de ensino atualmente que traz a possibilidade ao aluno abordar os conteúdos matemáticos da educação básica a partir de fenômenos da realidade, ela tem como objetivo explicitar matematicamente situações do cotidiano do estudante. Assim, a modelagem está possibilitando um ensino prazeroso na qual “acreditamos, que os professores devem valorizar o que ensinam de modo que o conhecimento seja ao mesmo tempo interessante, por ser útil, e estimulante, por ser fonte de prazer” (Bassanezi, 2002, p. 17).

Para Bassanezi (2002) a matemática não deve ser considerada importante somente pelo fato de ser ter uma definição arbitrária ou simplesmente esta definição ser aplicada futuramente, porém sua importância deve ser pautada no fato de ser algo agradável e interessante. Diante de vários fatores a modelagem tem se mostrado muito eficaz, principalmente quando percebemos a sua aplicação em vários campos da ciência, como a Física, Química, Astrofísica, Biologia, Geologia e outros.

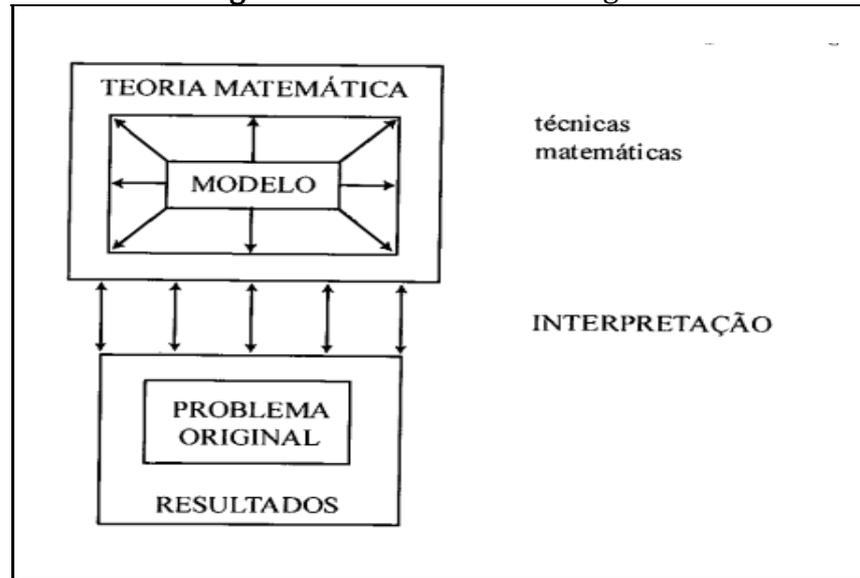
A modelagem matemática é “um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validade de modelos matemáticos” (Bassanezi, 2002, p. 24). Para o autor essa metodologia de ensino

É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (Bassanezi, 2002, p. 26).

A modelagem de trazer a realidade da sociedade para a escola e a sala de aula ela se torna mais eficiente quando trabalhamos com a realidade do aluno, ou seja, trazer as discussões da sociedade para dentro do ambiente escolar. Essa tendência matemática “é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade” (Bassanezi, 2002, p. 25).

Para o autor o processo da Modelagem Matemática é constituído por etapas, como é mostrado a seguir, conforme as figura abaixo:

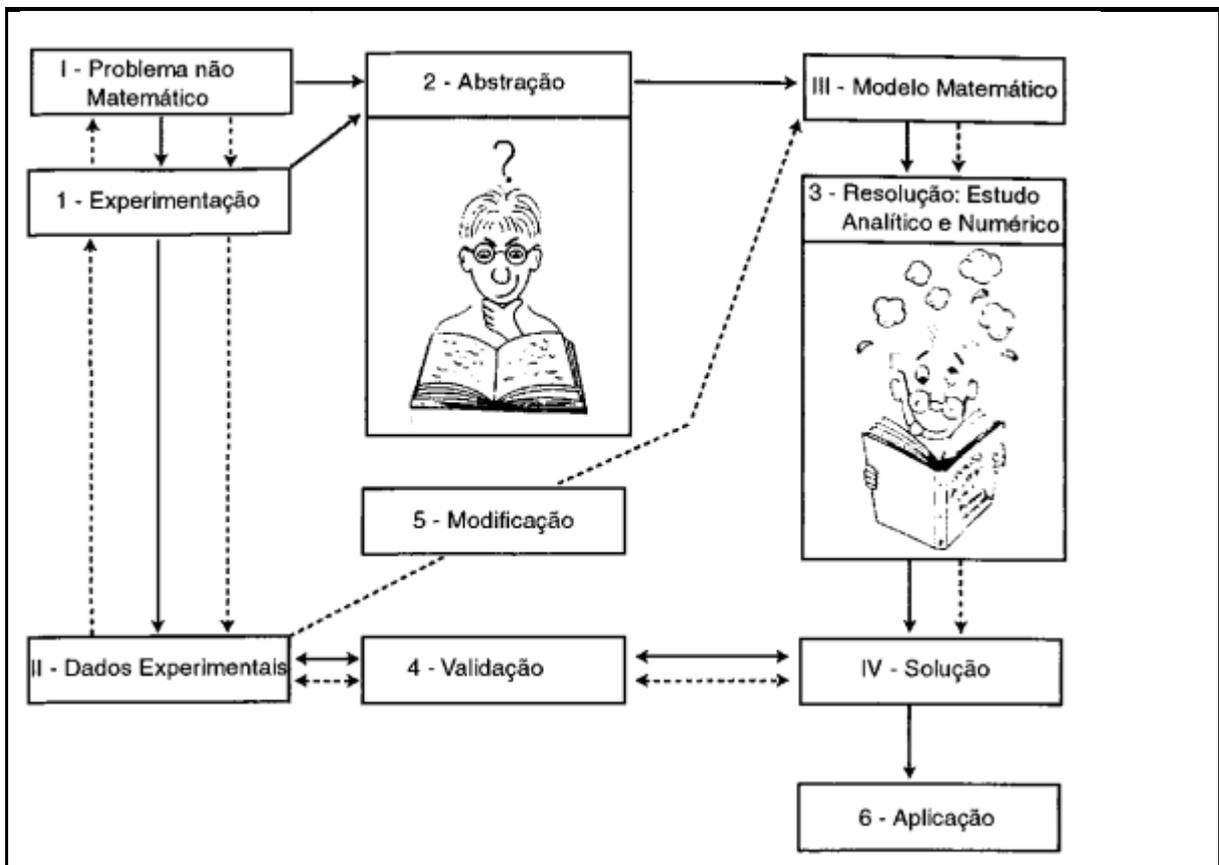
**Figura 1: Processo de Modelagem**



Fonte: Bassanezi (2002, p. 26)

Além de tais seqüências Bassanezi (2002) mostra as etapas que devem ser seguidas que são: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação, modificação. Observaremos o quadro abaixo:

**Figura 2 – Etapas do Processo de Modelagem**



Fonte: Bassanezi (2002, p. 27)

A partir do lançamento do problema a *Experimentação* “essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados. Os métodos experimentais, quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa” (Bassanezi, 2002, p.28). Na *Abstração* o autor afirma que é um procedimento que encaminha para a formulação dos modelos matemáticos, nessa fase o objetivo é procurar estabelecer a: Seleção das variáveis, Problematização ou formulação aos problemas teóricos, Formulação de hipóteses e Simplificação.

Na *Resolução* o autor afirma que há um substituição de uma linguagem natural para uma linguagem matemática esse está relacionada ao “grau de complexidade empregado a sua formulação e muitas vezes só pode ser viabilizado através de métodos computacionais, dando uma solução numérica aproximada” (Bassanezi, 2002, p.30). A *Validação* se dá em um aceitação ou não do modelo que foi proposto, essa etapa os modelos e as hipóteses devem ser testados e fazendo uma comparação nas soluções e previsões do sistema real.

A *Modificação* se dá a alguns fatores que estão ligados ao problema que foi lançado (original), sendo que este pode provocar a aceitação ou a rejeição dos modelos. “Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, sua solução geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas” (Bassanezi, 2002, p.30).

Podemos destacar ainda a visão de Biembengut & Hein (2007) afirmam que a modelagem matemática:

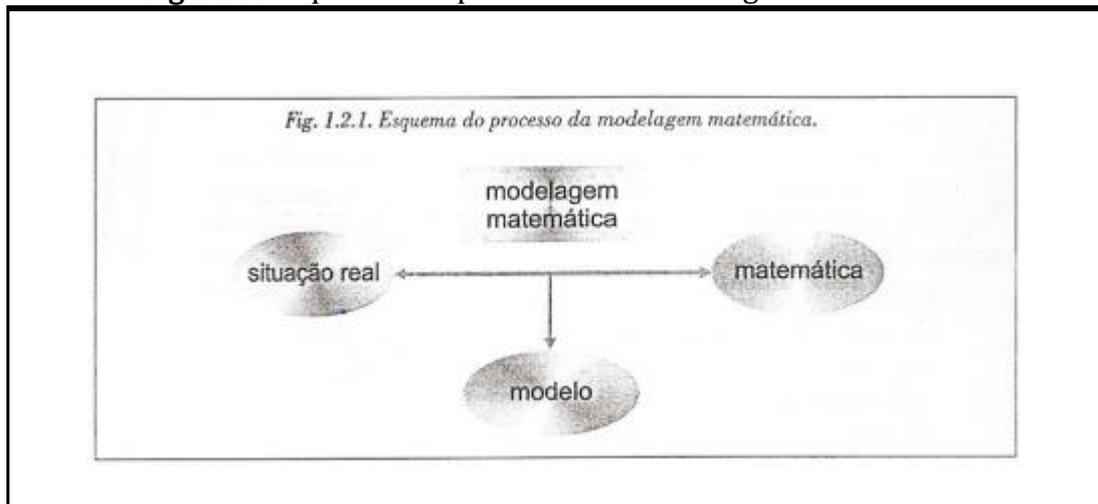
É um processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (Biembengut & Hein, 2007, p.12).

Ressaltando que;

A modelagem é, assim uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para aplicações e teorias. Genericamente pode-se dizer que a matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir (Biembengut & Hein, 2007, p.13).

Os autores mostram um esquema desse processo da modelagem, como podemos observar na Figura 3;

**Figura 3:** Esquemas de processos de modelagem matemática



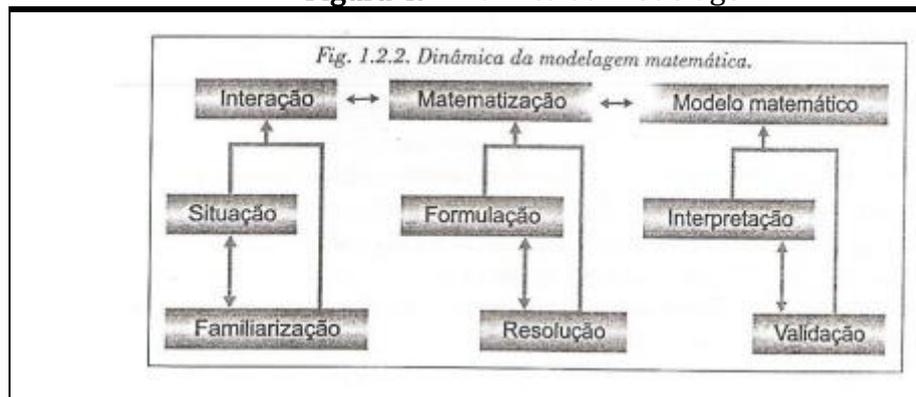
**Fonte:** Biembengut & Hein (2007, p. 13)

Na situação existe uma série de procedimentos que (Biembengut & Hein, 2007) agrupa em três etapas com subdivisões que é a: *Interação* (reconhecimento da situação problema e familiarização com o assunto a ser modelado), *Matematização* (formulação do problema e resolução de problemas em termos de modelo) e o Modelo matemático (interpretação da solução e validação do modelo). Na *interação* “uma vez delineada a situação que se pretende estudar, deve ser feito um estudo sobre o assunto de modo indireto (por meio de livros e revistas especializadas, entre outros)” (Biembengut & Hein, 2007, p. 14).

Na etapa *matematização* Biembengut & Hein (2007) afirma que esta é mais complexa, pois precisará traduzir a situação problema para a linguagem matemática sendo a criatividade, intuição e a experiência são elementos necessários nesse processo. Já na etapa do *modelo matemático* é necessária uma avaliação para fazer a verificação de que maneira ele se aproxima da situação problema, não esquecendo do grau de confiança ao utilizar.

Biembengut & Hein (2007) aconselham que caso o modelo não atenda às necessidades, tem-se que ser retomada na segunda etapa. Podemos observar a figura seguinte relacionado a dinâmica;

**Figura 4: Dinâmica da Modelagem**



**Fonte:** Biembengut & Hein (2007, p. 15)

Os autores aconselham que ao observar a dinâmica e que ao concluir o modelo, a elaboração de um relatório é de extrema importância, pois ele irá ter o registro de todas as etapas em detalhes do desenvolvimento. Nesse processo, é de extrema importância para o ensino da matemática, pois além de relacionar temas da sociedade este método de ensino o estudante é protagonista de seu processo de aprendizagem, no próximo tópico iremos observar a importância da modelagem no ensino da matemática.

### 3.1. A MODELAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A principal característica da modelagem é levar os estudantes a questionar através da matemática situações de outras áreas do conhecimento e da sociedade, assim sendo é de extrema importância de integrar as situações provenientes do seu cotidiano e de diversas áreas do conhecimento na sala de aula. Essa integração da matemática com o cotidiano é “um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente” (Biembengut & Hein, 2007, p. 18).

A modelagem matemática a partir de um tema irá norteá-lo e orientar o aluno nesse processo para seu próprio modelo, essa metodologia pode ser aplicada nos diversos níveis de educação. Para Biembengut & Hein (2007) os objetivos principais dessa tendência educacional é: aproximar as outras áreas da matemática, mostrar a relevância da matemática para a formação dos discentes, despertar o interesse antes da aplicabilidade, melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos, desenvolver habilidades para resolver problemas e estimular a criatividade.

É importante que antes de utilizar a modelagem em sala de aula o docente faça um levantamento dos alunos conhecendo um pouco sobre sua realidade socioeconômica, o tempo disponíveis que eles terão para das atividades extraclasse e o conhecimento em relação a matemática que eles possuem. Ao fazer esse levantamento é de extrema importância o planejamento: desenvolvimento, orientação e avaliação, para a aplicação desse modelo Biembengut & Hein (2007) sugere 5 passos: *diagnóstico, escolha do tema*

ou tema matemático, desenvolvimento do conteúdo programático, orientação de modelagem e avaliação do processo.

No diagnóstico o número de alunos e o horário das disciplinas são importantes para o bom desenvolvimento do planejamento, a realidade socioeconômica dos estudantes conhecendo seus interesses, receios e metas. Assim, o grau de conhecimento da matemática “permite estabelecer os conteúdos matemáticos, bem como a ênfase, necessários e o número de exercícios a serem propostos em cada etapa” (Biembengut & Hein, 2007, p.19).

A escolha do tema ou modelo matemático aqui o tema é o ponto principal, pois ele será transformado em modelo matemático, este deverá desenvolver o conteúdo programático. A escolha do tema pode ser feita tanto pelo docente quanto pelo discente, sendo a escolha pelo aluno tem vantagens e desvantagens, na vantagem eles se sentem parte do processo e na desvantagem podem escolher um tema que não está no conteúdo ou não ter tempo o suficiente para desenvolver o mesmo.

Para desenvolvimento do conteúdo programático o professor irá seguir as mesmas etapas do processo de modelagem que é: Interação, Matematização e Modelo matemático. Nessa etapa é necessário que haja uma aprimoração e apreensão dos conceitos estudante, para finalizar esta etapa “pode-se deixar um precedente para uma retomada e possível melhoria do modelo” (Biembengut & Hein, 2007, p.22).

Em orientação de modelagem é importante que o professor tenha um planejamento para que haja uma boa interação e encaminhamento do assunto, para isso um planejamento é importante, pois deve conter o número de horas-aulas e dias para a orientação das atividades. Como exemplo;

Suponha-se que a disciplina disponha de sessenta horas-aulas, nesse caso, podem-se estabelecer pelo menos 12 horas-aula, em cinco etapas, para orientar a feitura do trabalho. Sendo a primeira realizada após ministrar algumas aulas da disciplina; momento em que aluno já tenha certa idéia de modelagem. Assim, as etapas seguem sob as seguintes orientações:

- Escolha do tema, estudo e levantamento de questões;
- Formulação;
- Elaboração de um modelo matemático;
- Resolução parcial das questões;
- Exposição oral e escrita do trabalho (Biembengut & Hein, 2007, p.23).

Ademais, se o docente desejar melhorar as condições que foram propostas, devem guiar os estudantes para “melhorar as condições propostas, deve guiar os alunos para a resolução de questões cujo conteúdo matemático eles desconhecem, proporcionando maior conhecimento ou aprofundamento” (Biembengut & Hein, 2007, p.27).

A avaliação do processo é o último passo este pode ser adotado, sendo levado em consideração dois aspectos: redirecionamento do trabalho do docente e verificação do grau de aprendizagem do estudante, assim “pode-se analisar sob os aspectos: subjetivo (a observação do professor) e objetivos (provas, exercícios, trabalhos realizados)” (Biembengut & Hein, 2007, p.27). Diante desses aspectos é interessante que os alunos conheçam antecipadamente os critérios de avaliação.

Portanto, diante do exposto pretende-se utilizar as orientações da modelagem matemática de Biembengut & Hein (2007) para propor uma atividade que será voltada ao ensino de matemática em sala de aula, serão trabalhados o conteúdo de medidas de tendência central – moda e média aritmética- no uso consciente da água.

#### 4. A IMPORTÂNCIA DA MODELAGEM NO ENSINO DE ESTATÍSTICA

A Estatística utiliza a Matemática para fazer a representação, levantar dados de um determinado fenômeno ou até mesmo de uma população, esse objeto matemático está presente inicialmente no ensino fundamental e seu aprofundamento se dá no ensino médio, porém na maioria das vezes, o estudante infelizmente ainda demonstra certo distanciamento desta disciplina. É necessário que se tenha um trabalho efetivo diante dessas dificuldades, principalmente diante dessa problemática, para que a escola contribua com a formação do cidadão mais participativo e consciente frente às exigências sociais.

No ensino da Estatística, se faz necessário que o professor desenvolva diversas ações metodológicas, principalmente com o uso modelagem com o objetivo de ser tornar visível e acessível aos estudantes e que o mesmo auxiliem a observar as aplicações em seu cotidiano. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe que sejam abordados “conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia” (Brasil, 2018, p.274).

Neste contexto, buscar na Modelagem Matemática uma maneira de desenvolver a autonomia do aluno e favorecendo a atribuição de significado da Estatística atrelado a colaboração transdisciplinar, compreendendo as relações dos conteúdos da própria disciplina como afirma a BNCC

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções (Brasil, 2018, p.267).

Diante da orientação desse documento normativo as relações e procedimentos que perpassa nos diversos campos da matemática traz uma aprendizagem dentro das situações do cotidiano do estudante e através da investigação, interpretação e motivação para as resoluções das questões levantadas que levam o despertar do interesse do aluno para a matemática.

A modelagem matemática auxilia na compreensão das diversas situações da sociedade, como observamos

A incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática Probabilidade e estatística. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e

procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (Brasil, 2018, p.274).

Assim, um dos temas de interesse social em que este livro aborda é a importância de usarmos de modo consciente a água em nossas residências e nos estabelecimentos, trazendo para dentro da sala de aula essa relação social e os conceitos da Estatística. Para esse trabalho com a modelagem é necessário uma organização prévia

Com relação à estatística, os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos alunos. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que o texto deve sintetizar ou justificar as conclusões. No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é que os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráfico. Esse planejamento inclui a definição de questões relevantes e da população a ser pesquisada, a decisão sobre a necessidade ou não de usar amostra e, quando for o caso, a seleção de seus elementos por meio de uma adequada técnica de amostragem (Brasil, 2018, p.275).

O planejamento aborda uma organização mais precisa e necessária para este trabalho no ambiente escolar. Escolher o tema, organizar as etapas e suas aplicações faz da modelagem e da matemática um conjunto importante e um trabalho prazeroso.

## 5. ATIVIDADE DA MODELAGEM MATEMÁTICA

### <sup>1</sup>A IMPORTÂNCIA DA ÁGUA



Sabemos que a água é um recurso natural e precioso para todas os seres vivos de nosso planeta, uma de suas propriedades está no metabolismo e na hidratação dos seres vivos. Então diante de tanta riqueza e importância desse bem tão precioso levantamos este debate de conscientização do consumo. Estamos encarando um grande desafio no combate do desperdício, mau uso e na colocação excessiva monetária do mundo capitalista, porém devemos nos conscientizar do valor natural que ela realmente tem.

A utilização, o uso sustentável e consciente da água está relacionada à forma em que a utilizamos, essa não deve ser comprometida na sua existência e disponibilidade. Porém com o crescimento da população, o uso desordenado e outros fatores trouxeram a esgotabilidade desse bem uma preocupação e um problema ambiental de difícil resolutiva na qual nos seres humanos devemos nós conscientizar sobre este consumo em nosso cotidiano.

No censo do IBGE de 2020 mostra a importância da água para a economia, consumo humano e no meio produtivo. O uso consciente nessas áreas da nossa sociedade é fundamental para economia e cada pessoa fazendo a sua parte faz toda a diferença, porém devemos no atentar que:

A possibilidade de escassez é tão preocupante que a ONU estabeleceu o ano de 2003 como Ano Internacional da Água Doce cuja promoção objetivou aumentar a consciência sobre a importância da proteção e do gerenciamento dos recursos hídricos no mundo no intuito de preservar sua existência e acesso a todos (Alves, 2015, p.17).

Diante dessa preocupação devemos entender que pequenas atitudes rotineiras devem ser feitas para fazermos uso do consumo da água sem desperdício como: descobrir o consumo da residência, ter cuidado com os vazamentos, trocar a mangueira pelo balde, economia no banho, observar se a torneira tem o famoso “pinga pinga”, ter cuidado com as tarefas rotineiras, juntar as roupas e lavar somente de uma vez e a conscientização da família.

---

<sup>1</sup> Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/geografia/agua.htm>. Acesso em: 10 Abr. 2024

Nesse contexto, vamos considerar a seguinte situação que em uma sala de aula 5 alunos registraram que em sua residência havia desperdício de água por gotejamento, os que perceberam esse desperdício, registraram durante 5 horas, observe a tabela abaixo:

**Tabela 1 – Relação tempo e desperdício de água com gotejamento**

Aluno (a)	Tempo	Desperdício de água através do gotejamento
Carla	1 hora	450 ml
	2 horas	922 ml
	3 horas	1380 ml
	4 horas	1840 ml
	5 horas	2300 ml

**Fonte:** Autores (2024)

**Tabela 2 – Relação tempo e desperdício de água com gotejamento**

Aluno (a)	Tempo	Desperdício de água através do gotejamento
Pedro	1 hora	450 ml
	2 horas	920 ml
	3 horas	1280 ml
	4 horas	1841 ml
	5 horas	2310 ml

**Fonte:** Autores (2024)

**Tabela 3 – Relação tempo e desperdício de água com gotejamento**

<b>Aluno (a)</b>	<b>Tempo</b>	<b>Desperdício de água através do gotejamento</b>
Felipe	1 hora	450 ml
	2 horas	924 ml
	3 horas	1300 ml
	4 horas	1845 ml
	5 horas	2302 ml

**Fonte:** Autores (2024)

**Tabela 4 – Relação tempo e desperdício de água com gotejamento**

<b>Aluno (a)</b>	<b>Tempo</b>	<b>Desperdício de água através do gotejamento</b>
João	1 hora	450 ml
	2 horas	927 ml
	3 horas	1385 ml
	4 horas	1849 ml
	5 horas	2300 ml

**Fonte:** Autores (2024)

**Tabela 5 – Relação tempo e desperdício de água com gotejamento**

Aluno (a)	Tempo	Desperdício de água através do gotejamento
Julia	1 hora	450 ml
	2 horas	922 ml
	3 horas	1380 ml
	4 horas	1820 ml
	5 horas	2330 ml

**Fonte:** Autores (2024)

Após a coleta de dados dos alunos Carla, Pedro, Felipe, João e Julia reuniram os dados em uma tabela única, como observamos abaixo:

**Tabela 6 – A união de todas as informações levantadas pelos alunos**

Tempo	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>Carla</u>	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>Pedro</u>	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>Felipe</u>	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>João</u>	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>Julia</u>
1 hora	450 ml	450 ml	450 ml	450 ml	450 ml
2 horas	922 ml	920 ml	924 ml	927 ml	922 ml
3 horas	1381 ml	1280 ml	1300 ml	1385 ml	1380 ml
4 horas	1840 ml	1841 ml	1845 ml	1849 ml	1820 ml
5 horas	2300 ml	2310 ml	2302 ml	2301 ml	2330 ml

**Fonte:** Autores (2024)

Diante do levantamento feito pelos alunos nessa situação, levantamos os seguintes questionamentos: Você percebe se existe uma quantidade igual de desperdício por gotejamento que acontece em todas as casas? qual a média de gastos de água por gotejamento da casa de cada estudante? Quais ações a família pode adotar para reduzir o desperdício de água? Para responder esses questionamentos, vamos modelar a situação matematicamente e desenvolver seu processo de resolução.

### **5.1. ORIENTAÇÕES AO DOCENTE**

Essa orientação tem o objetivo de mostrar o processo de modo geral de modelagem dentro da sala de aula, principalmente relacionado aos questionamentos levantados na situação problema acima. Nesta será abordada as etapas de interação, matematização e modelo matemático.

### **5.2. INTERAÇÃO**

Na interação o aluno irá se familiarizar com uma situação do mundo real ou de seu cotidiano, aqui ele irá conhecer ou reconhecer um pouco mais sobre o assunto proposto. Vale ressaltar que para Biembengut & Hein (2007) essa etapa não existe uma ordem rígida, no caso seguida do reconhecimento da situação-problema e familiarização.

É importante que você professor observe os conhecimentos prévios que cada estudante possui e domina; se possível promova uma roda de conversa para que os estudantes compartilhem seus conhecimentos e exponha a sua opinião sobre a importância da água para o ser humano. Assim, despertar a curiosidade e o senso crítico através do diálogo e do conhecimento com a modelagem matemática, trazer essa conscientização em relação ao desperdício.

Nesta etapa o aluno irá entender o que é o desperdício de água, como podemos evitar e o que podemos fazer para usar de forma consciente. Além disso, entender que o desperdício de água além de prejudicar a sobrevivência na terra e as gerações futuras, traz também consequências financeiras, assim uma sugestão é mostrar algumas informações contidas da conta de água de seu município.

Aqui na capital paraense a conta de água vem representada pela Companhia de Saneamento do Pará (COSAMPA) e o consumo total é dado em metros cúbicos ( $m^3$ ) como podemos observar em uma conta de uma residência da grande Belém.

**Imagem 1 – Uma conta de energia de uma residência**

COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARA - COSANPA - CNPJ 04.945.341/0001-90  
2ª Via de Conta Mensal de Serviços de Água e/ou Esgoto

Débito Automático

Matrícula	Cliente	CPF / CNPJ	Referência	Vencimento
				03/05/2024

Endereço do Imóvel

Endereço Alternativo para Entrega

LEITURA FATURADA		CONSUMO (M <sup>3</sup> )	HISTÓRICO DE CONSUMOS (M <sup>3</sup> )	ÁGUA	ESGOTO
Anterior	18/03/2024	1796	03/2024 - 20-17	LIGADO	POTENCIAL
Atual	15/04/2024	1818	01/2024 - 20-17	HIDRÔMETRO	
Próxima	-	-	11/2023 - 20-17	A96N055784	
			TIPO DE CONSUMO	ECONOMIAS POR CATEGORIA	
			MÉDIA DO HIDRÔMETRO	1 RES	

**Fonte:** Autores (2024)

Podemos sugerir que o aluno transforme de mililitros (ml) para metros cúbicos ( $m^3$ ), além deles conhecerem um pouco como vem: o consumo, tipos de consumo, entre outros.

### 5.3. MATEMATIZAÇÃO

Aqui o aluno pode sentir um pouco de dificuldade, pois na matematização se dará a compreensão da relação do uso consciente da água para os conteúdos da Estatística, moda e média aritmética. Nesse processo como afirma Biembengut & Hein (2007) a criatividade, participação, as experiências dos alunos, o diálogo e outros, são indispensáveis.

Nesta etapa o professor será um estimulador para que os alunos respondam e resolvam o questionamento que foi proposto a partir dos dados já obtidos da interação. Devemos deixar claro que o aluno pode usar a calculadora como um importante recurso para a contribuição desse processo, como recomenda o documento norteador

No que diz respeito ao cálculo, é necessário acrescentar, à realização dos algoritmos das operações, a habilidade de efetuar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo (Brasil, 2018, p.276).

A Base Nacional Comum Curricular afirma ainda na habilidade EF04MA13 que “reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas” (Brasil, 2018, p.291).

Como observamos a calculadora é um recurso que contribui para o processo da resolução da atividade que aqui propormos.

### 5.3.1. VOCÊ PERCEBE SE EXISTE UMA QUANTIDADE IGUAL DE DESPÉRDÍCIO POR GOTEJAMENTO QUE ACONTECE EM TODAS AS CASAS?

Para este questionamento é necessário que o aluno perceba a **TABELA 6**

**Tabela 6** – A união de todas as informações levantadas pelos alunos

Tempo	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>Carla</u>	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>Pedro</u>	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>Felipe</u>	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>João</u>	Aluno / Desperdício de água através do gotejamento <u>Julia</u>
1 hora	450 ml	450 ml	450 ml	450 ml	450 ml
2 horas	922 ml	920 ml	924 ml	927 ml	922 ml
3 horas	1381 ml	1280 ml	1300 ml	1385 ml	1380 ml
4 horas	1840 ml	1841 ml	1845 ml	1849 ml	1820 ml
5 horas	2300 ml	2310 ml	2302 ml	2301 ml	2330 ml

**Fonte:** Autores (2024)

Olhando a tabela com calma e bastante paciência o aluno irá perceber que na primeira hora todos registraram a mesma quantidade de desperdício de água por gotejamento que foi 450 ml. O professor pode estimular a mudança de unidade, mililitros(ml) para metros cúbicos ( $m^3$ ).

$$m^3 = \frac{ml}{1000000}$$

Nesse contexto,

$$m^3 = \frac{450}{1000000}$$

Logo,

$$m^3 = 0,00045$$

Portanto, a quantidade de água gasta pelo gotejamento que mais se observa no registro dos alunos é de 450 ml ou  $0,00045 m^3$ .

### 5.3.2. QUAL A MÉDIA DE GASTOS DE ÁGUA POR GOTEJAMENTO NA CASA DE CADA ESTUDANTE?

Para calcular a média aritmética da quantidade gasta de água por gotejamento na qual foi registrado por Carla, Pedro, Felipe, João e Julia; devemos somar os valores dos termos e dividir pelo número de elementos. Assim,

$$Média = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5}{5}$$

$$Média (Carla) = \frac{450 + 922 + 1381 + 1840 + 2300}{5} = \frac{6933}{5} = 1386,6 \text{ ml}$$

$$Média (Pedro) = \frac{450 + 920 + 1280 + 1841 + 2310}{5} = \frac{6841}{5} = 1368,2 \text{ ml}$$

$$Média (Felipe) = \frac{450 + 924 + 1300 + 1845 + 2302}{5} = \frac{6861}{5} = 1372,2 \text{ ml}$$

$$Média (João) = \frac{450 + 927 + 1385 + 1849 + 2301}{5} = \frac{6952}{5} = 1390,4 \text{ ml}$$

$$Média (Julia) = \frac{450 + 922 + 1380 + 1820 + 2330}{5} = \frac{6902}{5} = 1380,4 \text{ ml}$$

Logo, encontramos a média de gastos por gotejamento de cada estudante.

### 5.3.3. QUAIS AÇÕES A FAMÍLIA PODE ADOTAR PARA REDUZIR O DESPERDÍCIO DE ÁGUA?

Como observamos a quantidade de água desperdiçada é bastante significativa, sendo que esta quantidade não foi utilizada para nada, ela pode ser reutilizada: irrigação de campos para cultivos, uso industrial, jardins, limpezas de quintais e outros; saber reutilizar este bem precioso é cada vez mais útil e necessário. Com atitudes sustentáveis na conscientização ao desperdício de água ajuda a reduzir o desperdício de um recurso natural e fundamental para a sobrevivência na terra.

Nesta etapa é importante perguntar aos alunos quais métodos eles usariam para reduzir o consumo de água em suas residências, após a participação deles o professor pode apresentar algumas recomendações como as que podemos observar a seguir:

- **Gotejamento:** esse é o famoso “pinga-pinga” não pode ficar adiando o conserto da torneira, a empresa afirma em seu blog que em uma semana pode-se desperdiçar 280 litros de água jogados pelo ralo. Devemos ficar atentos quando isso acontecer e avisar quando estiver acontecendo também é de extrema importância.
- **Economia no banho:** Evite banhos prolongados e desligue o chuveiro quando estiver se ensaboando é muito importante, assim pode-se ter uma economia de até 70%.
- **Lavagem de roupa:** Juntar a roupa e lavar somente de uma vez, é recomendado o uso da maquina de lavar no máximo 3 vezes por semana. Esta de quando utilizada adequadamente se tornam uma grande aliada na economia da água.
- **Tarefas rotineiras:** No cotidiano das casas é uma importante uma organização nas tarefas domésticas, feche as torneiras ao: lavar as louças quando estiver ensaboando fechar a torneira, durante a escovação e fazer a instalação de registros e torneiras que geram menor fluxo de água.
- **Conscientização da família:** Procure conscientizar e incentivar todas as pessoas que moram na mesma residência isso é relevante tanto para o orçamento da família como para as próximas gerações do nosso planeta.

Nesse contexto, essas são algumas medidas que podemos adotar para contribuir com a diminuição e o desperdício da água. Levar essas informações são dentro da sala de aula é de extrema relevância para toda a comunidade escolar.

#### 5.4. MODELO MATEMÁTICO

No Modelo matemático esta etapa o professor irá formalizar a partir das resoluções que foram desenvolvidas na etapa de matematização, que neste caso é o de Medidas de Tendência Central – Moda e Média aritmética. Neste pudemos destacar a primeira pergunta que era relacionado se o aluno percebia algum número que repetia nos levantamentos feitos pelos 5 alunos, na qual o conceito está relacionado a moda na Estatística.

Moda na Estatística está relacionada a frequente repetição de um número, de acordo com Logen (2022) a Moda, denotada de  $M_o$ , é dada pelo valor da variável que mais se repete em um conjunto de dados. Caso não haja repetição de valores o conjunto é chamado de Amodal.

Já no segundo questionamento que estava relacionado ao cálculo da média aritmética na qual Logen (2022) afirma que a Média Aritmética ( $M_a$ ) ao realizar a adição dos termos e dividir p número de elementos.

$$M_a = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{p}$$

Assim, os alunos podem perceber que a matemática está relacionada com as mais diversas situações do cotidiano, sociedade e aspectos relacionados a nossa local, nacional e global.

#### 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No processo de ensino e aprendizagem de Estatística é preciso ir mais além de conteúdo e exercício, podendo ser acrescentado didaticamente o uso da Modelagem e de outras tendências da educação matemática. Nas quais, elas estão apoiadas por uma metodologia de ensino que relacione o cotidiano do estudante e suas atualidades, desse modo podemos ser capazes de motivar e promover um ensino de qualidade.

Diante do que já vimos, sabemos que Modelagem é uma contribuição significativa para o processo de ensino da matemática, pois a mesma auxilia e contribui no desenvolvimento do pensamento matemático e suas diversas representações e principalmente na autonomia do estudante, a partir do momento que ele se propõe a construir, passando de um observador para o protagonista do processo de ensino e aprendizagem.

Portanto, este livro ofereceu uma proposta para o conhecimento sobre o Ensino de Estatística utilizando a modelagem, servindo como incentivo para reflexões e discussões

sobre ações que podemos ter em sala de aula. Logo, através deste livro estamos promovendo a busca e meios de aprendizagens de natureza promissora, bem como impulsionar a criatividade utilizando essa importante metodologia de ensino na qual é muito significativa ao ramo da Matemática e da Estatística.

## 7. REFERÊNCIAS

ALVES, Rodrigo da costa. **Uso da água de forma consciente: uma construção para o ensino de ciências**. Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Figueiró Portela Pereira. 2015. 81 p. Dissertação (Mestrado) - Mestrado profissional em ensino de ciências da saúde e do meio ambiente, Volta Redonda, 2015. Disponível em: <[https://sites.unifoa.edu.br/portal\\_ensino/mestrado/mecsma/arquivos/2015/rodrigo-alves.pdf](https://sites.unifoa.edu.br/portal_ensino/mestrado/mecsma/arquivos/2015/rodrigo-alves.pdf)>. Acesso em: 22 abr. 2024.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: Uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002. Capítulos 2 e 3. Disponível em: <<https://igce.rc.unesp.br/Home/Departamentos47/matematica/renatamodelagemmatematica.pdf>>. Acesso em 10 Abr. 2024

BIEMBENGUT & HEIN. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2007. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1YlyD97VgH1vFDfXw54ItKmfWKI9ElNcn/view>>. Acesso em: 16 Abr. 2024

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão 2018. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_sit e.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf)>. Acesso em: 10 Abr. 2024

FERREIRA, Thiago. Uma proposta de abordagem da estatística descritiva no ensino fundamental. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2020. Disponível em: <[https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/5437/1/CP\\_PROFMAT\\_M\\_Ferreira%2C\\_Thiago\\_Braga\\_2020.pdf](https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/5437/1/CP_PROFMAT_M_Ferreira%2C_Thiago_Braga_2020.pdf)>. Acesso em: 10 Abr. 2024

LONGEN, Adilsom. **Conexões e Vivências: matemática**. São Paulo: Editora do Brasil, 2022.

## 8. INFORMAÇÃO DOS AUTORES



SARA SILVA DA VERA CRUZ – Possui Graduação em Licenciatura Plena em Matemática (2014) pela Universidade Federal do Pará, Especialização em Educação Especial e Inclusiva pelo Instituto Carreira (2016), Especialização em Ensino da Matemática para o Ensino Médio pela Universidade do Estado do Pará (2020), Especialização em Matemática, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho pela Universidade Federal do Piauí (2022), Especialização em Docência para a Educação Profissional e Tecnológica pelo Instituto Federal do Espírito Santo (cursando) e Mestranda do Ensino da Matemática pela Universidade do Estado do Pará. E-mail: [sara23matematica@gmail.com](mailto:sara23matematica@gmail.com).



FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES - Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará, Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará, Graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará. Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias. Experiência em desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática Possui Doutorado e Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.



ROBERTO PAULO BIBAS FIALHO - Graduado em Arquitetura e Urbanismo pela União das Escolas Superiores do Pará (1989). Mestre em Desenvolvimento Sustentável do Trópico Úmido pela Universidade Federal do Pará (1998). Artista plástico e Especialista em educação pela UNAMA (1994) e em design de móveis pela Universidade do Estado do Pará (2006). Membro do Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, do CCSE/UEPA.



ADMILSON ALCANTARA DA SILVA -Graduado em Estatística pela Universidade Federal do Pará, Especialização em Estatística pela Universidade Federal do Pará, Mestrado em Estatística pela Universidade Federal do Pará e Doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de São Carlos/SP. Atualmente é professor da Universidade do Estado do Pará e Universidade Federal Rural da Amazônia. Tem experiência na área de Probabilidade, Estatística e Pesquisa Operacional, com ênfase em Probabilidade, Estatística e Otimização, atuando principalmente nos seguintes temas: turismo, educação, economia sócio, agronomia, ambiental e de política social. É membro da Associação Brasileira de Pesquisa Operacional - ABEPRO, pesquisador do Grupo de Pesquisa Operacional do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de São Carlos - GPO, e membro do Grupo de Pesquisa em Estatística Aplicada e Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará.