Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

ANDERSON DINIZ PINHEIRO

O ENSINO DE EQUAÇÕES E PROBLEMAS DO 1º GRAU POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Belém - PA
2023

ANDERSON DINIZ PINHEIRO

O ENSINO DE EQUAÇÕES E PROBLEMAS DO 1º GRAU POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará.
Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Belém - PA
2023

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Pinheiro, Anderson Diniz

O ensino de equações e problemas do 1° grau por atividades experimentais / Anderson Diniz Pinheiro; orientador Pedro Franco de Sá – Parauapebas-PA, 2023.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. Parauapebas-PA. 2023.

1. Matemática-Estudo e ensino. 2. Problemas do primeiro grau. 3. Atividades experimentais. 3.Álgrebra. I. Sá, Pedro Franco de (orient.). II. Título.

CDD. 23° ed. 516.007

Regina Coeli A. Ribeiro – CRB-2/739

ANDERSON DINIZ PINHEIRO

O ENSINO DE EQUAÇÕES E PROBLEMAS DO 1º GRAU POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará.
Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Data da aprovação: 21/12/2023

Documento assinado digitalmente
PEDRO FRANCO DE SA
Data: 15/01/2024 20:26:32-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

_______________________________________. Orientador
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte / UFRN
Universidade do Estado do Pará

_______________________________________. Examinador Interno
Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Doutora em Educação – Pontifícia Universidade Católica - PUC/SP
Universidade do Estado do Pará

_______________________________________. Examinador Externo
Prof. Dr. Thiago Beirigo Lopes
Doutor Educação, Ciências e Matemática – Universidade Federal do Mato Grosso - UFMT
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Mato Grosso / IFMT

Parauapebas - PA
2023

AGRADECIMENTOS

Expresso aqui meus mais sinceros agradecimentos a todos que contribuíram para a conclusão desta dissertação. Em primeiro lugar, agradeço a Deus por iluminar e guiar meus passos, além de me proporcionar força e perseverança ao longo desta jornada.

À minha família, minha eterna gratidão. Aos meus pais, pelos ensinamentos e afeto irrestrito, pelos valores que me transmitiram, por investirem na minha educação e acreditarem em meu potencial. À minha esposa, com seu apoio constante e compreensão, foi fundamental em todas as etapas desse percurso. Aos meus filhos, que diante dos desafios da paternidade, têm sido uma constante fonte de inspiração e aprendizagem. Aos meus irmãos, gratidão por sempre poder contar vocês.

Aos estimados professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM/UEPA), expresso meu profundo agradecimento. Suas orientações, saberes e entusiasmo pelo ensino foram fundamentais para enriquecer minha trajetória acadêmica e pessoal.

Expresso minha eterna gratidão ao meu orientador, Professor Dr. Pedro Franco de Sá, por suas contribuições enriquecedoras e apoio incondicional. Sua orientação foi crucial para aprimorar este estudo e para o meu crescimento como estudante e pesquisador.

Aos membros da banca avaliadora, pelas orientações no texto da qualificação que muito contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa.

À Prefeitura Municipal de Parauapebas, manifesto meu sincero reconhecimento por possibilitar a realização deste curso de mestrado. Seu investimento na educação e capacitação tem um impacto significativo duradouro.

Agradeço aos colegas de turma, pelo intercâmbio de experiências, colaboração e apoio recíproco. Estou profundamente grato pelas nossas interações que enriqueceram minha jornada de aprendizado.

Por fim, gostaria de estender meu profundo agradecimento a todos que, de alguma forma, contribuíram para minha formação.

Que todos saibam que suas contribuições foram essenciais para a realização deste sonho e que meu coração se enche de gratidão.

Muito obrigado a todos!

RESUMO

PINHEIRO, Anderson Diniz. **O Ensino de Equações e Problemas do 1º grau por Atividades Experimentais.** 2023. 282 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Parauapebas, 2023.

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGEM), da Universidade do Estado do Pará, que buscou responder a seguinte problemática: Quais são os possíveis impactos do desenvolvimento de uma sequência didática composta por atividades experimentais, na aprendizagem de resolução de equações e problemas do 1º grau com uma incógnita para estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental em uma escola pública na cidade de Parauapebas/PA? Nesse sentido, o objetivo orientador do processo de investigação é: analisar os possíveis impactos do desenvolvimento de atividades experimentais à aprendizagem da resolução de problemas de equações do 1º grau com uma incógnita com estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Parauapebas/PA. Sendo que a abordagem metodológica usada para conduzir este estudo foi a Engenharia Didática da 2ª Geração. Ao comparar a análise a priori com a análise a posteriori, os resultados evidenciam o avanço positivo dos estudantes, indicando que a Sequência Didática foi eficaz na promoção da aprendizagem. Além disso, testes estatísticos, como o Teste Exato de Fisher e o Teste de Hipótese, ratificaram que a Sequência Didática teve um impacto positivo no desempenho dos alunos, minimizando a influência dos fatores socioeconômicos em seu rendimento. Assim, o sucesso na implementação pode ser creditado à metodologia de ensino adotada, que se revelou como uma alternativa à tradicional rotina de sala de aula comumente encontrada na maioria das escolas. Dessa maneira, este trabalho resultou na criação de um Produto Educacional denominado "Sequência Didática para o Ensino de equações e problemas do primeiro grau por Atividades Experimentais". Esse produto é organizado e embasado em atividades experimentais e resolução de problemas, visando tornar a aprendizagem de resolução de equação e problemas do primeiro grau por parte dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, um processo mais compreensível aos mesmos, disponível em http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/748040,com acesso livre.

Palavras-Chave: Engenharia Didática; Problemas do primeiro grau; Equação do 1º grau; conversão da linguagem natural para linguagem algébrica; Ensino de Matemática; Ensino por Atividades.

ABSTRACT

PINHEIRO, Anderson Diniz. **Teaching First-Degree Equations and Problems through Experimental Activities.** 2023. 282 p. Dissertation (Professional Master's in Mathematics Education) – State University of Pará, Parauapebas, 2023.

This work presents the results of a research project conducted in the Professional Master's Program in Mathematics Teaching (PPGEM) at the State University of Pará, which sought to answer the following question: What are the possible impacts of developing a didactic sequence composed of experimental activities on the learning of solving equations and problems of the 1st degree with one unknown for students in a 7th-grade class of elementary school in a public school in the city of Parauapebas/PA? In this sense, the guiding objective of the research process is to analyze the possible impacts of the development of experimental activities on the learning of solving problems of 1st-degree equations with one unknown among students in a 7th-grade class of elementary school in a public school in the city of Parauapebas/PA. The methodological approach used to conduct this study was the Didactic Engineering of the 1st Generation, which consists of four stages: (I) Previous Analyses; (II) Conceptions and A Priori Analyses; (III) Experimentation; and (IV) A Posteriori Analysis and Validation. When comparing the a priori analyses with the a posteriori analysis, the results show the positive advancement of the students, indicating that the Didactic Sequence was effective in promoting learning. Additionally, statistical tests, such as the Exact Fisher Test and the Hypothesis Test, confirmed that the Didactic Sequence had a positive impact on students' performance, minimizing the influence of socioeconomic factors on their performance. Thus, the success of the implementation can be credited to the adopted teaching methodology, which proved to be an alternative to the traditional classroom routine commonly found in most schools. In this way, this work resulted in the creation of an Educational Product called "Didactic Sequence for Teaching Equations and Problems of the First Degree through Experimental Activities". This product is organized and based on experimental activities and problem-solving, aiming to enhance the learning of solving equations and problems of the first degree by students in the 7th grade of Elementary School, a process that is more understandable to them, available in http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/748040, with free access.

Keywords: Didactic Engineering; First-degree problems; First-degree equation; Conversion from natural language to algebraic language; Mathematics Education; Teaching through Activities.

ÍNDICES DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

GRÁFICOS

QUADROS

TEBELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A importância de uma educação de qualidade para o cidadão é indiscutível. Uma educação bem estruturada e eficaz é o alicerce para o desenvolvimento pessoal, social e profissional de cada indivíduo, além de desempenhar um papel fundamental na construção de uma sociedade mais justa, igualitária e próspera. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil,1997, p. 40) “a Matemática ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, além de ser uma ferramenta para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas” Neste sentido, a Educação Matemática, em particular, é uma parte essencial desse processo. Ao desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade analítica e a resolução de problemas, a Matemática promove o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Ela fornece as ferramentas necessárias para lidar com situações complexas e desafiadoras, estimulando o pensamento crítico e a busca por soluções inovadoras.

O ensino de Matemática, embora ser fundamental e com grande importância na formação dos indivíduos, também enfrenta críticas e desafios em diversos contextos educacionais. Algumas das principais críticas que o ensino de Matemática sofre são as seguintes, é que o ensino de Matemática muitas vezes se concentra na memorização de fórmulas e procedimentos sem enfatizar o entendimento dos conceitos subjacentes; foco excessivo em resolver problemas matemáticos de maneira mecânica; a Matemática é frequentemente ensinada de forma isolada, sem conexão com outras disciplinas ou com problemas do cotidiano. Segundo D`Ambrósio (1996) a Matemática tem sido concebida e tratada como conhecimento congelado, criando barreiras entre o educando e o objeto de estudo por não possuir a dinâmica do mundo na qual o mesmo está inserido. Entretanto, para superar essas críticas e desafios, é necessário repensar as abordagens de ensino de Matemática, buscando tornar a disciplina mais significativa, contextualizada e acessível. Além disso, é essencial promover uma cultura de aprendizado positiva em relação à Matemática, estimulando a resolução colaborativa de problemas e o pensamento criativo.

O ensino de equações e problemas do primeiro grau desempenha um papel crucial no desenvolvimento das habilidades matemáticas dos estudantes. Nessa etapa, os alunos são apresentados aos conceitos fundamentais das equações lineares, aprendendo a resolver problemas que envolvem incógnitas e variáveis. Para Carvalho (2017), é comum notar alunos no final do Ensino Fundamental II ou até mesmo no Ensino Médio sem nenhuma noção de como solucionar uma equação do 1º grau. A compreensão desses princípios é essencial para a resolução de situações do mundo real, como problemas envolvendo proporções, taxas de variação, cálculos financeiros e outros conceitos presentes em diversas áreas. Além disso, o ensino de equações e problemas do primeiro grau também proporciona aos alunos a oportunidade de aprimorar suas habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas, preparando-os para desafios mais complexos em níveis posteriores de ensino e para aplicação prática desses conhecimentos em suas vidas pessoais e profissionais.

Ao ingressar no curso de mestrado, a vivência em cada disciplina e discussões em participação nos eventos da área, nos levou a várias reflexões. Uma delas está relacionada a forma como a matemática vem sendo ensinada e o que podemos fazer para melhorar o rendimento da aprendizagem dos nossos alunos? Com base em nossa experiência em sala de aula, com trabalho direcionado as turmas do ensino fundamental maior, há mais de dez anos, no que se refere ao ensino de álgebra, notamos que os estudantes apresentam muitas dificuldades ao equacionar e resolver problemas que recaiam em equações do 1º grau. Dificuldades que estão relacionadas a leitura e interpretação dos problemas, conversão de enunciados da linguagem alfabética para a linguagem matemática, na realização das operações fundamentais e na análise das respostas encontradas. Diante dessas dificuldades, buscamos uma abordagem de ensino diferenciada para abordar o referido conteúdo, com enfoque em um método construtivista, onde o estudante teria um papel mais participante na construção do seu próprio conhecimento. De acordo com Fossa (2009):

> Metodologias de ensino baseadas no construtivismo, em contraste ao ensino tradicional, não pressupõe que a aprendizagem ocorra através de uma transferência de conhecimento, mas através de um processo de construção do conhecimento pelo próprio aprendiz. [...]. Desta forma, as avaliações são feitas com o intuito de determinar o que o aluno construiu para que o professor possa determinar como continuar sua orientação (FOSSA, 2009, p. 10-11).

A pesquisa sobre o ensino de problemas e equações do primeiro grau desempenha um papel fundamental no aprimoramento da educação matemática. Compreender como os alunos aprendem a resolver problemas e equações do primeiro grau permite que os educadores identifiquem abordagens pedagógicas mais eficazes, adaptando o currículo para atender às necessidades individuais dos alunos. Além disso, a pesquisa nessa área contribui para o desenvolvimento de materiais educativos inovadores, ferramentas tecnológicas e estratégias de ensino que promovam uma compreensão sólida e duradoura desses conceitos matemáticos essenciais. Portanto, a pesquisa sobre o ensino de problemas e equações do primeiro grau é um investimento significativo no avanço da educação matemática e no sucesso da aprendizagem dos alunos.

Em relação a outros estudos desenvolvidas com temas voltados para problemas e equação do primeiro grau, a partir do levantamento realizado, através de buscas em sites de programas de pós-graduação e no repositório da Capes, classificamos as produções encontradas em três grupos: Estudos diagnósticos, Estudos teóricos e Estudos experimentais. Analisando os respectivos estudos, destacamos o realizado por Ferreira (2020), que teve como objeto de investigação, “O ensino de problemas do primeiro grau com duas variáveis por meio de atividades experimentais”, ou seja, um estudo que se aproxima da nossa proposta, mas que está direcionado a problemas que recaem em sistemas de equação. Enquanto os outros estudos analisados, alguns estão direcionados para análise do conteúdo nas literaturas, outros para resolução de problemas e outros voltados para a teoria envolvendo equação do primeiro grau. Nessa perspectiva, percebemos a ausência de uma pesquisa voltada para o ensino de problemas do primeiro grau com uma variável, que na experimentação fizesse uso da sequência didática com atividades experimentais.

Nesse sentido, a partir dos estudos realizados e tendo como referência o desenvolvido por Ferreira (2020), chegamos ao seguinte questionamento: **Quais são os possíveis impactos do desenvolvimento de uma sequência didática composta por atividades experimentais, na aprendizagem de resolução de equação e problemas do 1º grau com uma incógnita para estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental em uma escola pública na cidade de Parauapebas/PA?** Para Zabala (1998, p.18), sequência didática “é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos". Portanto, nossa investigação tem como objetivo, **analisar possíveis impactos do desenvolvimento de atividades experimentais à aprendizagem de problemas de equações do 1º grau com uma incógnita com estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Parauapebas/PA.**

Como metodologia de pesquisa utilizamos pressupostos da Engenharia Didática, uma vez que nosso trabalho visa a construção de um produto educacional. Segundo Almouloud e Coutinho (2008, p. 76), pesquisas que utilizam a Engenharia Didática têm como alvo "o estudo do processo de ensino e aprendizagem de um dado conceito e a construção de uma sequência didática com o intuito de proporcionar ao aluno condições favoráveis à construção e compreensão desse conceito", bem como investigar peculiaridades a respeito de dificuldades dos estudantes em um dado objeto de estudo. Michelle Artigue, idealizadora desta metodologia, trata a Engenharia didática como um processo que envolve a investigação, realizada especialmente no ambiente de sala de aula, abarcando a concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino (ARTIGUE, 1996).

Nosso trabalho está estruturado da seguinte forma: 1) Introdução; 2) Seção sobre os aspectos teóricos da Engenharia Didática (ED); 3) Análises prévias, com abordagem sobre, aspectos históricos e matemático da equação do primeiro grau, Teoria de registro de representação semiótica, apresentação e análise de consulta a docentes sobre o ensino de problemas do primeiro grau, aspectos curriculares da equação do primeiro grau, estudos realizados sobre o tema nos últimos dez anos, estudos sobre o ensino de matemática por atividades experimentais e estudos sobre resolução de problemas no ensino de matemática; 4) Concepção e análise a priori, onde apresentamos os instrumentos diagnósticos e as atividades a serem realizadas no desenvolvimento da sequência didática, com suas devidas análises e expectativas em relação as questões; 5) Experimentação, nesta seção mostraremos o cronograma de aplicação das atividades, os dados produzidos e como foram produzidos; 6) Análise a posteriori, validação e reprodutibilidade, momento em que trataremos dos resultados da experimentação, da validação da SD, através dos testes de hipótese e de Fisher e da reprodutibilidade do produto educacional; 7) Considerações finais.

2. ENGENHARIA DIDÁTICA (ED)

Segundo Artigue e Perrin (1991), o termo "engenharia didática" foi concebido para o trabalho didático comparável ao trabalho de um engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos de sua área, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar objetos bem mais complexos do que os objetos depurados da ciência e, portanto, enfrentar, com todos os meios que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta.

Para Sá e Alves (2011), a ED é uma metodologia de pesquisa usado pela Educação Matemática que busca contemplar a dimensão teórica e a dimensão experimental da pesquisa em Didática da Matemática. Neste sentido, a ED tem se constituído como uma metodologia de investigação científica que procura além de identificar, explorar relações entre pesquisa e ação. Além disso, permite antecipar, na análise a priori, o que é possível de ocorrer na aprendizagem, pela escolha conveniente das variáveis didáticas.

Segundo Carneiro (2005), a origem desta teoria está na preocupação com uma certa "ideologia da inovação" presente no domínio educativo, que abre caminho para qualquer tipo de experiência na sala de aula, descolada de fundamentação científica. Ao mesmo tempo, está relacionada com o movimento de valorização do saber prático do professor, com a consciência de que as teorias desenvolvidas fora da sala de aula são insuficientes para captar a complexidade do sistema e para, de alguma forma, influir na transformação das tradições de ensino.

De acordo com Souza (2013), a ED, consegue interligar o plano teórico da racionalidade à experimentação da prática educativa, numa execução que envolve desde o pensar das ideias iniciais até a prática, que no caso do professor pesquisador, será quase sempre em sala de aula. Neste sentido, entendemos que a ED como metodologia de pesquisa que fornece um quadro teórico para a elaboração, desenvolvimento e análise da sequência didática proposta.

2.1. GERAÇÕES E ETAPAS DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Para Alves (2017), a sistematização da Engenharia Didática, ocorre através de duas tendências diferentes:

Engenharia Didática clássica ou de 1ª geração (ED1), compreendida como uma metodologia que visa o estudo dos fenômenos didáticos, que possam permitir os fenômenos em sala de aula. Ela agrega algumas das características da pesquisa ação, já que se desenvolvem nela situações de sala de aula nas quais o pesquisador é levado a descrever e analisar os resultados de sua aplicação, tomando os devidos cuidados em relação ao grau de generalidade dos resultados.

Engenharia Didática de 2ª geração (ED2), uma perspectiva de ED, que visa o desenvolvimento de recursos de formação. Ou seja, objetivo é a produção de recursos que podem ser utilizados pelo professor na sua aula, ou para a formação continuada ou inicial de professores, fazendo com que os professores apreendam a matemática, ou a matemática para ensinar a matemática.

Ressaltamos que a Engenharia Didática clássica ou de 1ª geração (ED1), foi a que utilizamos em nossa pesquisa. Nos quadros a seguir, algumas das características dessas engenharias são apresentadas.

Quadro 1: Engenharia Didática de 1ª e 2ª geração, objetivos e aspectos centrais

	Objetivo(s)	**Aspectos centrais**
ED 1ª geração	Elaborar e estudar propostas de transposição didática para o ensino.	Metodologia de pesquisa e produto
ED 2ª geração	Determinar os princípios que comandam a engenharia que se quer transformar em recurso para o ensino regular, e estudar as condições de sua divulgação.	Três funções não independentes: a investigação, o desenvolvimento e a formação de professores por meio da análise. Necessita de vários níveis de construção.

Fonte - Almouloud e Silva (2012)

Segundo Almouloud e Silva (2012), as engenharias didáticas de primeira e segunda geração são respectivamente chamadas de Engenharia Didática de Investigação (IDR) e Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD), as quais são descritas algumas de suas características no quadro 2.

Quadro 2: Comparando IDR e IDD

Engenharia Didática de 1ª e 2ª geração	
IDR (Engenharia Didática de Investigação**)** • Faz emergir fenômenos didáticos para estudá-los; • Visa um avanço no resultado de investigação, fazendo uso de experimentação montadas em função da questão de pesquisa. • Não há preocupação imediata em divulgar as situações utilizadas.	**IDD (**Engenharia Didática de Desenvolvimento**)** • Produzir recurso(s) para professores ou para a formação de professores; • Liberdade de ação para o professor; • A investigação continua a ser essencial, mas, as questões de investigação não são motivadas, em primeiro lugar, pela ampliação dos quadros teóricos; • Baseia-se na engenharia de 1ª geração.

Fonte - Almouloud e Silva (2012)

Para essas duas tendências, a Engenharia Didática para o seu desenvolvimento, está organizada em quatro etapas ou fases, que segundo Artigue (1996), inclui: 1) análises prévias; 2) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas; 3) implementação da experiência (experimentação); 4) análise a posteriori e validação da experiência.

2.1.1. Análises prévias

Nesta primeira fase, conhecida também como Análises Preliminares, conforme descreve Machado (2002), são feitas ponderações envolvendo o quadro teórico didático mais geral, como também sobre os conhecimentos mais específicos envolvendo o tema da pesquisa.

Neste sentido, é nesta fase que é feita uma revisão bibliográfica envolvendo as condições e contextos presentes nos vários níveis de produção didática e no ambiente onde ocorrerá a pesquisa, assim como uma análise geral quanto aos aspectos histórico-epistemológicos dos assuntos do ensino a serem trabalhados e dos efeitos por eles provocados, da concepção, das dificuldades e obstáculos encontrados pelos alunos dentro deste contexto de ensino.

Segundo Almouloud (2007), a etapa das análises prévias deve envolver as seguintes situações: estudo da organização matemática, análise da organização didática do objeto matemático escolhido e definição das questões de investigação.

De acordo com Sá e Alves (2011), em muitas situações a etapa das análises prévias exige do investigador a realização de estudos bibliográficos e até estudos de campo quando ainda não estão disponíveis resultados sobre as concepções dos docentes e discentes sobre o processo de ensino aprendizagem do assunto investigado.

Machado (2002), recomenda que as análises prévias devam também conter as análises sobre:

- A epistemologia dos conteúdos escolhidos para o ensino;
- O ensino atual dos conteúdos escolhidos e seus efeitos;
- A concepção dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que determinam sua evolução;
- Os entraves da realização didática.

Um ponto destacado por Artigue (1996) e ratificado por Almouloud (2007), é que as análises prévias podem ser retomadas e aprofundadas ao longo da investigação em função de necessidades emergentes no processo.

2.1.2. Concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas

Mais conhecida no Brasil por construção e análise a priori. Segundo Sá e Alves (2011), esta etapa da investigação tem como objetivos centrais a construção de uma sequência didática para o conteúdo em questão e formulação das hipóteses com base nos resultados obtidos nas análises prévias. Ou seja, nesta fase o pesquisador deve construir e analisar uma sequência de atividades que serão desenvolvidas. Para os autores, essa sequência de atividades é denominada de sequência didática, a sua construção tem como objetivo a produção e a seleção de todo o material que será necessário ao desenvolvimento da sequência de atividades a serem desenvolvidas.

Ao construir as atividades experimentais para o ensino de matemática, conforme Sá e Alves (2011), o pesquisador precisa levar em consideração as seguintes situações:

- Construir um roteiro de atividade escrito de forma clara com uma linguagem acessível aos alunos;
- Esse roteiro precisa conter título, objetivos, lista do material necessário para realização das atividades, descrição dos procedimentos a serem

realizados, espaço para registros de resultados do experimento, espaço para registro das observações oriundo das análises e espaço para registro da conclusão alcançada com as atividades.

- As ações propostas nas atividades das sequências precisam ser possíveis de realização dentro dos níveis cognitivos, intelectuais e emocionais dos alunos envolvidos.
- Os procedimentos propostos na atividade devem levar o aluno, por meio de ações que podem envolver construções, comparação, cálculo, análises, reflexões, levantamento e teste de hipóteses, a perceber regularidades entre os resultados obtidos que possam ser expressas na forma de um conceito, propriedade ou procedimento relativo ao assunto que está sendo trabalhado;
- Ter somente um objetivo a ser alcançado em cada atividade.

Sá e Alves (2011) também ressaltam, que o papel do professor nas atividades da sequência didática é o previsto na concepção construtivista de aprendizagem, de mediador e orientador. Com o docente realizando intervenções quando necessário e que favoreçam o desenvolvimento da sequência didática.

Para Artigue (1995), a análise a priori é constituída de uma parte descritiva e uma parte preditiva que se baseia nas características da situação didática que se pretendeu construir. Sendo que, na parte descritiva são apresentados todos os instrumentos ou recursos, testes, atividades, jogos, softwares, lista de questões, entre outros, que são previstos de serem utilizados na experimentação. Enquanto, na parte preditivas são apresentados os argumentos das escolhas realizadas. Nesta parte analisam-se os efeitos esperados em cada atividade a ser realizada, os comportamentos esperados dos alunos durante as atividades, os mecanismos de controle da situação e o motivo de tais expectativas com base em outros estudos teóricos ou mesmo experiências já registradas.

2.1.3. Implementação da experiência (experimentação)

Esta é a fase da realização da engenharia, que é desenvolvida no campo da prática educativa. Nessa fase se aplicam os instrumentos de pesquisa (registro das observações por meio de diário da prática pedagógica, gravações em áudio/vídeo, produções escritas dos alunos, etc.). Os instrumentos de pesquisa são utilizados para se testar as hipóteses formuladas e se fazer mudança de percursos, se necessário. Segundo Artigue e Perrin (1991), o processo de validação interna não exclui o uso de instrumentos, tais como pré-testes e pós-testes, questionários e entrevistas.

Para Machado (2008) a fase da experimentação exige:

- A explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa à população de alunos que participará da experimentação;
- O estabelecimento do contrato didático;
- Aplicação dos instrumentos de pesquisa;
- Registro das observações realizadas durante a experimentação.

2.1.4. Análise a posteriori e validação da experiência

É fundamental prever a priori, e analisar comparativamente a posteriori à realização da engenharia, quais as relações que se estabelecem entre os novos significados adquiridos pelo aluno sobre o conhecimento em questão e as situações didáticas nas quais os novos significados ocorrem. Por isso, a fase de concepção e análise a priori das situações didáticas, discutida anteriormente, é de fundamental importância para o processo de validação e é a base para esta fase da análise à posteriori. É nessa fase que se organizam os dados obtidos na fase da experimentação e se analisam os resultados, e se confirmam ou refutam as hipóteses formuladas.

Para Almouloud (2007) o objetivo da análise a posteriori é relacionar as observações com os objetivos definidos a priori e estimar a reprodutividade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados.

Segundo Pantoja e Silva (2007),

> “à fase de validação da sequência didática é feita durante todo o processo de desenvolvimento da proposta em meio a uma constante confrontação entre os dados obtidos na análise a priori e na análise a posteriori, onde é verificado se as hipóteses feitas no início da pesquisa foram confirmadas” (PANTOJA E SILVA 2007, p.11).

Neste sentido, a validação da sequência didática pode ser interpretada como sendo um momento que acompanha e culmina a pesquisa que utiliza a Engenharia Didática como metodologia. Acompanha devido cada etapa da pesquisa buscar produzir informações que permitam garantir, com base em resultados científicos, os resultados desejados dentro dos limites da situação pesquisada. Culmina devido formalmente após toda realização da pesquisa haver a necessidade de avaliar para determinar como a sequência didática funcionou, na perspectiva dos objetivos desejados, e quais são as condições de sua reprodutibilidade.

2.2. ALGUNS EXEMPLOS DE PESQUISAS REALIZADAS USANDO A ENGENHARIA DIDÁTICA COMO METODOLOGIA

Levando em consideração o tema da nossa pesquisa que é, “o ensino de equações e problemas do primeiro grau por meio de atividades experimentais”, apresentaremos aqui alguns exemplos de pesquisas relacionadas a esse tema, que foi desenvolvido através do uso da Engenharia didática.

Graça (2011), realizou uma pesquisa com seguinte tema, “o ensino de problemas do 1º grau por atividades”, teve como objetivo geral investigar os efeitos de um conjunto de atividades sobre o desempenho em resolução de problemas do 1º grau no 7º ano do ensino fundamental.

Para Graça (2011),

> “as análises dos testes apontaram resultados relevantes e mostraram que os alunos tiveram um aumento no percentual de acertos em resolução de problemas do 1º grau, dessa forma, concluímos que a sequência didática aplicada favoreceu o aprendizado da resolução dos problemas do 1º grau” (GRAÇA, 2011, p. 165).

Antoniassi (2013), desenvolveu um estudo para sua dissertação de mestrado, intitulado “O ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental através de situações-problemas”. Segundo o autor, através da análise dos resultados obtidos pelos alunos, foi constatado um aumento no percentual de acertos em problemas sobre sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas em atividades propostas, avaliação e o simulado aplicado pela escola no final do ano letivo, levando a conclusão de que a sequência didática apresentada favoreceu o aprendizado.

Ferreira (2020), realizou uma pesquisa intitulada, “O ensino de problemas do primeiro grau com duas variáveis por meio de atividades experimentais”, teve como objetivo geral investigar os efeitos da aplicação de uma sequência de atividades experimentais para estudantes do 7º ano do ensino fundamental sobre a capacidade de conversão da linguagem natural para a linguagem matemática de problemas do primeiro grau com duas variáveis e a resolução de sistemas de equações do primeiro grau.

De acordo com Ferreira(ano), os resultados revelaram que a sequência de atividades experimentais interferiu diretamente na melhoria de aprendizagem dos estudantes em relação aos sistemas de equações. A sequência favoreceu a conversão de registros dos problemas e tratamento matemático por parte dos estudantes.

Silva (2018), realizou um estudo para sua dissertação de mestrado que teve como tema, "Sistema de equações lineares: Possibilidades de ensino por meio de uma sequência didática". O estudo teve como objetivo, pesquisar, desenvolver e experimentar na sala de aula uma sequência didática para o ensino de Sistema de Equações Lineares. Segundo o autor, O resultado geral foi estatisticamente significativo, diante do teste de hipótese "t" de Student com os dados pareados.

Hoyle (2017), em sua pesquisa intitulada, "Sequências didáticas envolvendo conceitos de função do primeiro grau a partir das orientações curriculares nacionais: perspectivas para o ensino de matemática", e teve como objetivo, construir uma sequência didática com atividades diversificadas que auxiliem os professores de matemática no desenvolvimento dos conceitos e representações da Função do 1º grau. Para o autor, as atividades aqui propostas, baseadas nos estudos sobre os Registros de Representações Semióticas desenvolvido por Raymond Duval (2003), onde busca explorar o objeto matemático (função do 1º grau) através de alguns recursos didáticos que facilitassem a compreensão das transformações nos diferentes registros de suas representações, auxiliará o aluno na construção, exploração, experimentação, visualização e manipulação do conhecimento matemático.

Silva (2019), realizou um estudo para sua dissertação de mestrado com o seguinte tema, "A engenharia didática - informática como suporte para discutir potencialidades e limites do Geogebra para o estudo de sistemas lineares", que objetivou, desenvolver uma prototipação com o auxílio do software Geogebra, à luz da Engenharia Didático-Informática frente ao nosso objeto de estudo. Segundo o autor, quanto à análise didática, que se consolidou por meio dos resultados das análises dos livros didáticos, se mostrou profícua na medida em que nos fez perceber a existência de uma abordagem extremamente propensa para o tratamento algébrico dos Sistemas Lineares, o qual frequentemente se reduz a uma aplicação de algoritmos para “resolver” o sistema.

Entretanto, a partir do contato com os estudos citados acima, podemos compreender como a Engenharia Didática funciona como metodologia e como ela pode contribuir para o desenvolvimento do nosso estudo. Sendo que ela ainda não foi utilizada em estudo com o tema que estamos desenvolvendo. No capítulo seguinte, começaremos a vivenciar cada fase da nossa metodologia.

3. ANÁLISES PRÉVIAS

3.1. ASPECTOS HISTÓRICOS DA EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

Nesta seção, fazemos uma abordagem histórica da resolução de problemas do primeiro grau com uma variável, mostrando como as civilizações da antiguidade, idade média até o renascimento, resolviam equação do primeiro grau. Vejamos como os métodos de resolver equações do 1º grau foram registrados pelas seguintes civilizações: Egito, Mesopotâmia, Grécia, China, Índia, Arábia e Itália.

3.1.1. Equação do primeiro grau no Egito

Segundo Silva et al. (2015), os primeiros indícios do uso de equações aparecem no Papiro de Rhind e o método usado pelos egípcios para resolver, é o método da Falsa Posição. De acordo com Eves (2011), o papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga que descreve a regra de falsa posição e sua utilização para a resolução de problemas.

Vejamos como funcionava esta regra para a seguinte equação: x + x/7 = 24, assume-se um valor conveniente para x, digamos x = 7. Então x + x/7 = 8, em vez de 24. Como 8 deve ser multiplicado por 3 para se obter 24, o valor correto de x deve ser 3x7 ou 21.

De acordo com Katz (2010), o autor do papiro de Rhind propôs e resolveu o problema 26 pela regra da falsa posição e os problemas 31 e 35 por procedimento similar ao usado no papiro de Moscou. Este registro indica que no Egito antigo eram usadas duas técnicas para resolver questões envolvendo equação lineares. A regra da falsa posição e o uso dos princípios aditivos e multiplicativos da igualdade com representação retórica.

3.1.2. Equação do primeiro grau na Mesopotâmia

Segundo (Estrada et al., 2000)., em vez de papiros os Babilônicos utilizavam placas. Essas placas, tábuas de barro mole, eram gravadas, enquanto húmidas, com um estilete e depois secas ao sol ou cozidas num forno.

De acordo com Pereira (2017), para resolver equações lineares da forma $ax = b$ cuja solução é $x = (\frac{1}{a})\, b$, os escribas babilónicos, possivelmente, usaram uma tabela de recíprocos para determinar $\frac{1}{a}$ e uma tabela de multiplicação para calcular

$(\frac{1}{a}) \times b$. Se $\frac{1}{a}$ não fosse uma fração sexagesimal regular, teriam usado uma aproximação adequada.

Do mesmo modo que os egípcios, as equações babilônicas eram expressas na forma de problemas. Vejamos no exemplo: 1/4 da largura + comprimento = 7 mãos e comprimento + largura = 10 mãos. De acordo com Boyer (1974, p. 23), "a solução é achada primeiro substituindo cada "mão" por 5 "dedos" e então observando que uma largura de 20 dedos e um comprimento de 30 dedos satisfazem a ambas as equações". Ainda segundo o autor, a solução pode ser achada por outro método equivalente a uma eliminação por combinação.

Segundo Katz (2010, p.23) "Presumivelmente, os babilônios também resolveram equações lineares complexas por posição falsa, embora os poucos problemas disponíveis não revelem seu método." Como podemos perceber, os mesopotâmicos da antiguidade usaram pelos menos duas técnicas distintas para resolver equações do 1º grau: Método baseado implicitamente no princípio multiplicativo da igualdade e Método da Falsa Posição, com representação retórica.

3.1.3. Equação do primeiro grau na Grécia

Segundo Katz (2010) a civilização grega em 600 a.C. deu início a um conhecimento matemático com características bem distintas da elaborada no Egito e na Babilônia. Vários pensadores se destacaram no campo do conhecimento matemático entre eles Pitágoras, Zenão, Arquimedes, Eudoxo, Euclides e Diofanto. Euclides não apresentou contribuições para a resolução de equações lineares apesar de ter incluído em seus Elementos, de 300 a.C., o princípio aditivo da igualdade. Talvez não o tenha incluído o princípio multiplicativo devido considerar a multiplicação como um caso particular da adição.

Para Sá (1993), a álgebra grega era geométrica devido as suas dificuldades com números irracionais. Com isso, para os gregos um produto era interpretado como a área de um retângulo. Desse modo **a.b** representava a área de um retângulo de altura **a** e base **b**. De acordo com o autor, para resolver equações era usado álgebra geométrica, onde as raízes correspondiam a segmentos, o que evitava as raízes negativas.

De acordo com Katz (2010), Diofanto na introdução de sua obra intitulada Aritmética declarou as regras básicas para resolver equações:

> Se um problema conduz a uma equação na qual certos termos são iguais a termos da mesma espécie, mas com coeficientes diferentes, será necessário subtrair elementos da mesma natureza em ambos os lados [da igualdade], até que um termo seja achado igual a um termo. Se, por acaso, houver, ou num lado ou em ambos os lados, quaisquer termos negativos, será necessário adicionar aos termos negativos de ambos os lados, até os termos de ambos os lados serem positivos, e então de novo subtrair elementos da mesma natureza até que reste só um termo de cada lado. Isto seria o objeto almejado ao enquadrar as hipóteses das proporções, isto é reduzir as equações, se possível, até ser deixado um termo igual a outro termo (Katz, 2010, p. 217).

No entanto, podemos constatar que os gregos da antiguidade usaram pelos menos três técnicas distintas para resolver equações do 1º grau: A geométrica, a falsa posição e o princípios aditivos e multiplicativos da igualdade, com representação sincopada.

3.1.4. Equação do primeiro grau na China

Para Gaspar (2013), na China a matemática era vista como uma necessidade e utilidade. Era importante educar e construir um país com grande desenvolvimento. Segundo o autor, os chineses tinham um método para resolver sistema de equações lineares muito semelhante ao “Método de Gauss” e começaram a usar o número negativo mais cedo que todas as outras civilizações.

Um dos mais importantes matemáticos chineses, foi *Liu Hui* (250 anos a.C.), visto como o *Euclides Chinês*, fez considerações à obra “Nove Capítulos sobre a arte da Matemática*”* e reescreveu-a com algumas melhorias. Provavelmente, a obra original foi escrita antes de 400 anos a.C. e era formada por uma mistura de conhecimentos de diferentes autores. (GASPAR, 2013).

De acordo com os estudos realizados, posemos inferir que os chineses da antiguidade usaram pelos menos três técnicas distintas para resolver equações do 1º grau: A geométrica, a dupla falsa posição e o princípios aditivos e multiplicativos da igualdade, com representação mista entre sincopada e simbólica.

3.1.5. Equação do primeiro grau na Índia

Segundo Burton (2006), a invasão da Índia por Alexandre e a fundação de reinos gregos dentro da Índia e nas suas fronteiras, estimulou imensamente a comunicação de ideias entre a Ásia e o mundo mediterrâneo. Com isso, segundo o autor, parece provável que a matemática indiana tenha sido diretamente influenciada e inspirada pelos gregos em um estágio inicial e afetado pelas tradições chinesas em um momento posterior.

De acordo com Eves (2011), os hindus foram hábeis aritméticos e contribuíram significativamente com a álgebra. Muitos dos problemas aritméticos eram resolvidos por falsa posição. Outro método de resolução preferido era o de inversão no qual se trabalha para trás, a partir dos dados. Método da inversão com representação sincopada.

3.1.6. Equação do primeiro grau na Arábia

Segundo Castillo (2009) entre 813 e 830 d.C., aconteceu o aparecimento de um tratado de álgebra de Al-khowarizmi e pela primeira vez a palavra "álgebra" apareceu em um título para designar uma disciplina matemática distinta com sua terminologia própria.

Ainda segundo o autor, a palavra *jabr* quer dizer restaurar, em um sentido médico de colocar em seu lugar um membro deslocado. No contexto das equações significa transposição de termos: quando se elimina um elemento de um dos lados de uma equação, está há de ser restaurada pondo em outro lado, subtraindo se estava somando e somando se estava subtraindo. O autor afirma que o *al-muqabala*, literalmente significa comparação, se refere a redução de termos semelhantes.

Segundo Rocha (2017), na Arábia, teve origem uma aproximação do que hoje chamamos de **x** para indicar valores desconhecidos. “O matemático árabe de maior representatividade viveu no século IX, Al-Khowarizmi”. (ROCHA, 2017, p. 34-35).

De acordo com Boyer (1974), através de sua aritmética, o nome de Al-khowarizmi tornou-se uma palavra vernácula: através do título de seu livro mais importante, *Al-kitãb al-muhtasar fi hisãb al-jabr wa-l- muqabala* (O livro condensado sobre o cálculo de *al-jabr e al-muqabala*) ele nos deu uma palavra ainda mais familiar. Desse título veio o termo álgebra pois foi por esse livro que mais tarde a Europa aprendeu o ramo da matemática que tem esse nome.

Na sua obra Al-khowarizmi (2009), apresentou duas técnicas: a do restauro por meio da transposição de uma quantidade subtraída num membro de uma equação para o outro membro, quando a quantidade se torna aditiva, essa técnica foi denominada de *al-jabr* de onde veio a palavra álgebra. A outra técnica apresentada foi a redução de termo positivo subtraindo valores iguais em ambos os membros da equação, essa redução foi denominada de *al-muqãbala*.

Isso indica que os Árabes da idade média, usavam o princípio aditivo e multiplicativo da igualdade, para resolver equações do 1º grau, com a representação retórica.

3.1.7. Equação do primeiro grau na Itália

Lá Fibonacci (Leonardo de Pisa) contribuiu muito para popularizar os numerais indo-arábicos com seu livro de aritmética e álgebra, Liber abaci (Livro do ábaco), escrito em 1202. De acordo com Eves (2011), o livro de Fibonacci se ocupa de aritmética e álgebra elementares, além de mostrar a influência das álgebras de Al-Khowarizmi e Abu Kâmil. segundo o autor, um dos 15 capítulos da obra explica a resolução de equações lineares e quadráticas, tanto pelo método de falsa posição como por processos algébricos. As raízes negativas e imaginárias não eram admitidas e a álgebra era retórica.

Segundo Katz (2010) outro italiano que contribuiu para a álgebra foi Jordanus de Nemore que em 1220 lecionou em Paris e introduziu o uso de letras para representar quantidades conhecidas e desconhecidas na ordem alfabética apesar de não usar símbolos para representar as operações aritméticas que eram representadas retoricamente. Neste sentido, os estudos nos apontam que os italianos, usavam os Método da Falsa Posição e processos algébricos com representação retórica em transformação para simbólica, para resolver equação do primeiro grau.

Como podemos perceber durante muito tempo a resolução de equações do 1º grau foi realizada tanto pelo método da falsa posição como pelo uso dos princípios aditivos e multiplicativos da igualdade e que já no Renascimento o primeiro dos métodos deixou de ser utilizado.

3.2. ASPECTOS MATEMÁTICOS

Nesta seção, trataremos dos aspectos matemáticos da equação do primeiro grau. Partimos das definições de Sentenças, Sentenças matemáticas até chegarmos em Equações.

Na abordagem de Equações, focaremos os seguintes aspectos: Etimologia da palavra equação; Raiz de uma equação; Equações Algébricas; Equações Transcendentes; Conjunto solução de uma equação; Equação do primeiro grau; Princípio operatório da igualdade; Resolução de equação do primeiro grau; Equação do primeiro grau impossível; Equação do primeiro grau com infinitas soluções e Equação do primeiro grau em outros ambientes.

3.2.1. Sentenças

De acordo com Parente (2022), atribuímos o nome de sentença a qualquer frase declarativa.

Segundo Iezzi e Murakami (2013), "chama-se proposição ou sentença toda oração declarativa que pode ser classificada em verdadeira ou em falsa". De acordo com os autores, toda proposição apresenta três características obrigatórias:

1ª) Sendo oração, tem sujeito e predicado;

2ª) É declarativa (não é exclamativa nem interrogativa);

3ª) Tem um, e somente um, dos dois valores lógicos: ou é verdadeira (V) ou é falsa (F).

3.2.2. Sentenças Matemáticas

Segundo Parente (2022), as sentenças que podem ser escritas por meio de números, letras e símbolos matemáticos são denominadas sentenças matemáticas.

As sentenças que envolvem ideias matemáticas são denominadas de sentenças matemáticas.

Entendemos que sentença matemática é uma expressão composta de números, símbolos ou palavras que podem ser consideradas verdadeiras ou falsas.

Vejamos a seguir, alguns exemplos de sentenças matemática:

(a) $\pi \in \mathbb{Q}$

(b) $\frac{5}{3} < 2$;

(c) $4^2 \neq 16$;

(d) $-2 \in \mathrm{Q}$;

(e) $\frac{x}{4} = 4$.

(f) O número "sete" pertence ao conjunto dos números naturais ($7 \in N$).

3.2.3. Sentenças Abertas e fechadas

Para Parente (2022), as sentenças podem ser de dois tipos: quando é possível dizer se a sentença é verdadeira ou falsa, dizemos que ela é uma sentença fechada ou proposição (uma proposição é uma sentença afirmativa ou negativa que pode ser julgada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não como ambas). caso contrário, dizemos que é uma sentença aberta. As sentenças (a), (b), (c) e (d), do exemplo acima, são fechadas. Já a sentença do item (e) é aberta.

Segundo Iezzi e Murakami (2013), há expressões que contêm variáveis e cujo valor lógico (verdadeira ou falsa) vai depender do valor atribuído à variável. Vejamos os exemplos citados pelos autores:

a) $x + 1 = 7$ é verdadeira se trocarmos x por 6 e é falsa para qualquer outro valor dado a x;

b) $x > 2$ é falsa, por exemplo, para $x = 0$;

c) $x^3 = 2x^2$ é verdadeira se trocarmos x por 0 ($0^3 = 2.0^2$) ou 2 (2^3- 2.2^2) e é falsa para qualquer outro valor dado a x.

Conforme Iezzi e Murakami (2013, p. 13), “orações que contêm variáveis são chamadas funções proporcionais ou sentenças abertas. Tais orações não são proposições, pois seu valor lógico (V ou F) é discutível, depende do valor dado às variáveis”.

3.2.4. Equações

Para Branco (2008, p. 21), “uma equação é definida como uma identidade aritmética com um número escondido”.

Segundo Silva e Costa (2014), equação é toda sentença matemática aberta que exprime uma relação de igualdade.

Para Silva e Costa (2014), são exemplos de equações:

$$2x + 8 = 0$$

$$5x - 4 = 6x + 8$$

$$3a - b - c = 0$$

Para os autores não são exemplos de equações:

$4 + 8 = 7 + 5$ (Não é uma sentença aberta)

$x - 5 < 3$ (Não expressa uma igualdade)

$5 \neq -2$ (não é sentença aberta, nem expressa uma igualdade)

Para Triches e Lima (2022), uma equação é uma sentença matemática aberta, ou seja, sentença matemática que possui ao menos uma incógnita, e que estabelece uma igualdade entre duas expressões matemáticas.

De acordo com Dante (2018), equações são igualdades que contêm pelo menos uma letra que representa um ou mais números desconhecidos. Segundo o autor, em uma equação, podemos destacar:

$$\underbrace{x + 8}_{\textbf{1º membro}} = \underbrace{31}_{\textbf{2º membro}}$$

$$\underbrace{x^2 + 5x}_{\textbf{1º membro}} = \underbrace{x - 5}_{\textbf{2º membro}}$$

Para Oler (2012), equação é uma forma de resolver problemas cotidianos nos quais surgem valores a serem determinados quando se tem uma igualdade.

"Equação pode ter diferentes significados dependendo do contexto inserido. Por exemplo, a equação x + y = 2, representa uma reta no plano e retrata ao mesmo tempo um plano no espaço" (DAMASCENO et al., 2016, p. 2).

3.2.5. Equação Algébrica

Para Caraça (1998), equações algébricas são todas as igualdades da forma

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + \ a_n = 0;$$

n, número inteiro e positivo, chama-se grau da equação; à variável x chama-se incógnita e aos números $a_0, a_1, \dots, a_n$, coeficientes da equação.

Conforme Iezzi (2013), dadas duas funções polinomiais f(x) e g(x), chama-se equação polinomial ou equação algébrica a sentença aberta f(x) = g(x). Assim, por exemplo, se f(x) = $x^3 + x^2 - x - 1$ e g(x) = $3x^2 - 3$, a sentença aberta $x^3 + x^2 - x - 1 = 3x^2 - 3$ é uma equação polinomial. O autor recorda que uma sentença em x, aberta, pode ser verdadeira ou falsa conforme o valor atribuído a x. No nosso exemplo, temos:

para x = 0, $\underbrace{0^3 + 0^2 - 0 - 1}_{f(0)} = \underbrace{3 \,.\, 0^2 - 3}_{g(0)}$ (falsa)

para x = 1, $\underbrace{1^3 + 1^2 - 1 - 1}_{f(1)} = \underbrace{3 \,.\, 1^2 - 3}_{g(1)}$ (verdadeira)

Segundo Garbi (1997), equações algébricas são aquelas em que a incógnita está apenas submetida às operações algébricas como: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Vejamos os exemplos:

ax + b = 0

ax² + bx + c = 0

$mx^5 + \sqrt{7x^3} + k = 8$

$x^{-2} = 4 + x^{-3}$

Segundo o autor, equações do tipo,

$\mathrm{x}^3 + 2\mathrm{x}^2 + 2 = \mathrm{e}^{-\mathrm{x}}$

$\mathrm{cosx} + \mathrm{x}^2\mathrm{cos3x} = 5$

não são equações algébricas, pois a incógnita está submetida a outras operações que não são exclusivamente algébricas. A primeira refere-se a uma equação exponencial e a segunda a uma equação trigonométrica.

Caraça (2005, p. 134) define equação algébrica como sendo toda igualdade da forma $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-2}x^2 + a_{n-1}x + a_n = 0;$ (com $a_0 \neq 0$ e n inteiro e positivo).

Conforme Daniel (2007, p. 23), quando uma equação algébrica é colocada na forma $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-2}x^2 + a_{n-1}x + a_n = 0;$ (com $a_0 \neq 0$ e n inteiro e positivo), diz-se que ela está na forma canônica e é chamada de Equação Polinomial.

3.2.6. Etimologia da palavra equação

Conforme Ferreira (2012), a palavra equação deriva da palavra **equal** (*do latim aequalis*) que significa, originalmente, igual. Desta forma uma equação é uma expressão algébrica que representam uma igualdade. Os termos desconhecidos numa equação são representados pelas letras minúsculas do alfabeto latino e podem ser incógnitas ou variáveis, dependendo do tipo das equações.

Segundo Silva e Costa (2014), a palavra equação tem o prefixo “*equa”*, que em latim quer dizer "*igual*".

De acordo com Oler (2012), a palavra “*equação*” vem do latim “*equatione*”, que quer dizer igualar. A origem primeira da palavra “*equação*” vem do árabe “*adala*”, que significa “*ser igual a”,* de novo a ideia de igualdade.

3.2.7. Raiz de uma equação

De acordo com Iezzi (2013), dada uma equação polinomial f(x) = g(x), chama-se raiz da equação todo número que, substituído em lugar de x, torna a sentença verdadeira. Assim, o número r é raiz de $f(x) = g(x)$ se, e só se, $f(r) = g(r)$ é uma sentença verdadeira. O autor retoma o exemplo dado, na equação $x^3 + x^2 - x - 1 = 3x^2 - 3$ as raízes são 1, 2 e -1, pois:

para $x = 1$, $1^3 + 1^2 - 1 - 1 = 3 . 1^2 - 3 \Rightarrow 0 = 0$ (verdadeira)

para $x = 2$, $2^3 + 2^2 - 2 - 1 = 3 . 2^2 - 3 \Rightarrow 9 = 9$ (verdadeira)

para $x = (-1)$, $(-1)^3 + (-1)^2 - (-1) - 1 = 3(-1)^2 - 3 \Rightarrow 0 = 0$ (verdadeira)

para $x = 3$, $3^3 + 3^2 - 3 - 1 = 3 . 3^2 - 3 \Rightarrow 33 = 24$ (falsa)

Para Dante (2018), em uma equação com uma incógnita, quando calculamos o valor para a incógnita que torna a sentença verdadeira, dizemos que descobrimos uma solução ou uma raiz da equação.

Por exemplo, a solução ou raiz da equação $x + 8 = 31$ é 23, porque este número torna a sentença verdadeira.

$x + 8 = 31 \Rightarrow x = 23$, pois $23 + 8 = 31$

3.2.8. Equações Transcendentes

Equações transcendentes são um tipo de equação, que não podem ser reduzidos a uma equação, da forma $f(x) = 0$, para resolver por meio de operações algébricas. Ou seja, as equações transcendentes não podem ser facilmente resolvidas com adição, subtração, multiplicação ou divisão.

Uma equação transcendente é uma equação que contém alguma função que não é redutível a uma fração entre polinômios, e cuja solução não pode ser expressa através de funções elementares.

De modo geral, uma equação transcendente não possui uma solução exata expressa através de funções conhecidas, sendo necessário recorrer ao cálculo numérico para obter uma solução.

As equações transcendentes mais comuns que aparecem são:

- equações trigonométricas
- equações exponenciais
- equações logarítmicas

Uma equação transcendente pode ter infinitas soluções.

3.2.9. Conjunto solução de uma equação

Segundo Silva e Costa (2014), conjunto universo é o conjunto de todos os valores que uma variável pode eventualmente assumir. Ele é usualmente indicado pela letra U. Enquanto, o conjunto verdade é o conjunto dos valores de U, que tornam verdadeira a equação. Ele é usualmente indicado pela letra V. O conjunto verdade é subconjunto do conjunto universo: $V \subset U$

O conjunto verdade é também conhecido por conjunto solução e pode ser indicado por S.

Para Silva e Costa (2014), de nada adianta encontrarmos um valor de "x" que obedece à equação dada se tal valor não pertencer ao conjunto universo com o qual estivermos trabalhando.

Para Dante (2018), o conjunto universo de uma equação é o conjunto U de todos os valores que podem ser atribuídos à incógnita. O conjunto solução de uma equação é o conjunto S formado pelos elementos do conjunto universo que tornam a equação verdadeira. Veja os exemplos.

A equação $x + 3 = 5$ tem uma única solução, que é $x = 2$.

Considerando o conjunto universo U = {1, 2, 3}, temos que o conjunto solução dessa equação é $S = \{2\}$, pois 2 pertence a U (indicamos: $2 \in U$). Considerando o conjunto universo U = {5, 6, 8}, temos que o conjunto solução dessa equação $S = \acute{\varnothing}$ (conjunto vazio), ou seja, essa equação não tem solução nesse conjunto universo, pois 2 não pertence a U (indicamos: $2 \notin O$).

3.2.10. Equação do primeiro grau

Para Oler (2012), uma equação do primeiro grau ou linear na variável x em R é toda igualdade do tipo $ax + b = 0$, com $a, b, x \in R$ e $a \neq 0$. A equação ax + b = 0 é chamada equação do primeiro grau pelo fato da potênia que acompanha a variável x ser 1, isto é, $x = x^1$.

Segundo Dante (2018), uma equação é do 1º grau com uma incógnita(x) quando pode ser escrita na forma ax = b, com $a \neq 0$. Esse tipo de equação é "do 1º grau" porque o maior expoente que aparece na incógnita é 1 quando a equação está na forma geral. É "com 1 incógnita" porque há somente 1 elemento desconhecido.

3.2.11. Princípio operatório da igualdade

Na resolução de equações do 1º grau com uma incógnita, vamos aplicar as propriedades de uma igualdade que são: **Princípio aditivo da igualdade,** através do princípio aditivo podemos adicionar ou subtrair os dois membros, simultaneamente, por um mesmo número que teremos uma nova igualdade e **Princípio multiplicativo da igualdade,** este princípio consiste em multiplicar ou dividir os dois membros, simultaneamente, por um mesmo número. Ao final do processo teremos uma nova igualdade.

Segundo (PINA, 2000, p. 23), Euclides em seu V postulado já aborda o princípio operatório da igualdade, quando ele expressa o 2º e 3º axioma: “2) Se iguais são adicionados a iguais, os totais são iguais. 3) Se iguais são subtraídos de iguais, os restos são iguais”.

Na prática isso quer dizer que:

Se somarmos ou subtrairmos o mesmo número racional em ambos os membros obtemos uma nova igualdade. Vejamos o exemplo, se *x* = 4, então, x + 3 = 4 + 3 e $x - \frac{1}{2} = 4 - \frac{1}{2}$

Se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número racional diferente de zero (0), obtemos uma nova igualdade. Vejamos o exemplo, se *y* = -2, então, y x 3 = (-2) x 3 e y **:** (-5) = (-2) **:** (-5).

3.2.12. Resolução de equação do primeiro grau

Segundo Caraça (1998), uma equação algébrica de grau 1 é da forma: (1) $ax + b = 0,\ a \neq 0$, e resolve-se facilmente. Para o autor, aplicando a propriedade aditiva da igualdade, resulta que, se somarmos a ambos os membros da igualdade o número $-b$, a igualdade não se altera; a equação dada equivale, portanto, a esta $ax + b - b = 0 - b$, ou seja, aplicando propriedades bem conhecidas $ax = -b$. Da propriedade multiplicativo da igualdade, resulta agora que, sem alterar a (validade ou veracidade) igualdade, se podem multiplicar ambos os membros por $\frac{1}{a}$, logo tem-se $a \cdot \frac{1}{a}x = -b \cdot \frac{1}{a}$ ou seja, por ser $a \bullet \frac{1}{a} = 1$,

(2) $x = -\frac{b}{a}$

Conforme Caraça (1998), das operações feitas resulta que este número $-\frac{b}{a}$, posto em lugar de x na equação (1), a transforma numa identidade (igualdade algébrica, envolvendo uma ou mais letras, que se transforma numa igualdade entre números para toda e qualquer escolha dentre os possíveis valores numéricos dessas letras), logo ele é raiz da equação; e não há mais nenhuma, visto que as operações efetuadas estabelecem a equivalência entre as igualdades (1) e (2). De acordo com Caraça (1998, p. 145), “ficamos assim sabendo que toda a equação do 1º grau, $ax + b = 0$, tem uma e uma só raiz”.

$$x = -\frac{b}{a}$$

De acordo com Dante (2018), em uma equação com uma incógnita, quando calculamos o valor para a incógnita que torna a sentença verdadeira, dizemos que descobrimos uma solução ou uma raiz da equação.

Kieran (2006) refere três abordagens à resolução de equações, no início do estudo da Álgebra: i) abordagem intuitiva, que inclui estratégia relativa às propriedades dos números, a estratégia de contagem e a estratégia de cover up (cobrir); ii) Abordagem de substituição por tentativa-erro, e iii) abordagem formal.

Na abordagem por meio da contagem ou por meio das propriedades dos números, os alunos usam o conhecimento que têm sobre operações e usam contagens para descobrir o valor desconhecido. Na estratégia cover-up, os alunos resolvem a equação “andando para trás”. Na abordagem de substituição por tentativa-erro consiste na substituição da incógnita por diversos valores, procurando o que torna a expressão uma proposição verdadeira. Já na abordagem formal os alunos podem resolver as equações por meio da transposição ou realização da mesma operação em ambos os membros da equação.

No quadro 3 a seguir mostraremos algumas estratégias de resolução de equação do primeiro grau, proposta por Kieran.

Quadro 3: Estratégias de resolução de equações

Estratégia	Descrição da estratégia	Exemplo
Uso da Realidade (Experiência aritmética)	Neste caso, utilizam-se os conhecimentos anteriores da adição, 3 mais 2 é igual a 5 e utilizando os conhecimentos relativos às propriedades dos números	3 + n = 5 ; 5 – 3 = 2, logo n =2

	determinam facilmente o valor da incógnita, n = 2.	
Técnicas de contagem	Os alunos verificam que do 3 para chegar ao 5, têm de contar dois números	3 + n = 5, os alunos podem contar 4,5, logo são necessárias duas unidades para ir do três ao cinco.
Cobertura (Cover-up)	Cobertura (cover–up), por exemplo, na equação 2x + 9 = 5x, temos que 9 tem que ser equivalente a 3x, uma vez que 2x + 9 = 2x + 3x. Sendo assim, se 9 = 3x, x é igual a 3.	2x + 9 = 5x; 2x + 9 = 2x + 3x; 9 = 3x
Desfazer (Undoing)	Desfazer (Undoing), por exemplo, no caso da equação 2x + 4 = 18, tendo em conta as operações do 1º membro, para resolver a equação, "desfaz-se" cada operação, usando a ordem da direita para a esquerda, ou seja, temos primeiro a adição de 4, logo começamos por subtrair 4 a 18, em seguida, surge a multiplicação por 2, e para se chegar ao resultado dividimos 14 por 2.	2x + 4 = 18 2x = 18 – 4 2x = 14 x = 14 ÷ 2 x = 7
Tentativa e erro	Nesta estratégia, os alunos substituem a incógnita por vários valores, até encontrarem o valor que torna a expressão uma proposição verdadeira.	2x + 4 = 18; para x = 5, vem 14 = 18, o que não é verdade; para x = 6, vem 16 = 18, o que não é verdade; para x = 7, vem 18 = 18, logo x = 7.
Transposição (Mudar de membro, mudar de operação)	Este método se caracteriza como uma forma simplificada do método de realização da mesma operação em ambos os membros da igualdade. Sendo que neste caso a simplificação ocorre somente do lado direito da equação.	2x + 4 = 18 ↔ 2x = 18 – 4 ↔ 2x = 14
Realização da mesma operação em ambos os membros	O método de realizar em ambos os lados da equação uma operação que seja inversa a uma das operações dadas torna explícito o equilíbrio entre o lado esquerdo e direito da equação. Além disso, este procedimento também envolve a simplificação dos lados esquerdo e direito da equação.	2x + 4 = 18 2x + 4 – 4 = 18 – 4 2x = 14 2x/2 = 14/2 ↔ x = 7.

Fonte: Adaptado de Kieran (1992, p. 16)

3.2.13. Equação do primeiro grau impossível

Sendo $U = \mathbb{Q}$, considere a equação $2 \cdot (6x - 4) = 3 \cdot (4x - 1)$. Agora, observemos a sua resolução.

$$2.6x - 2 \cdot 4 = 3 \cdot 4x - 3 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$12x - 8 = 12x - 3 \Rightarrow$$

$$12x - 12x = -3 + 8 \Rightarrow$$

$$0 \cdot x = 5$$

Como nenhum número (racional com a multiplicação usual) multiplicado por zero é igual a 5, dizemos que a equação é impossível e, portanto, não tem solução. Logo, $V = \emptyset$.

Conforme Silva e Costa (2014), uma equação do tipo $ax + b = 0$ é impossível quando $a = 0$ e $b \neq 0$, mas esta não é a única situação que leva uma equação a não ter solução. Se $U = \mathbb{N}$, a equação $3 \cdot x = 5$ também é impossível, pois “x” teria de ser igual a 5/3 e tal valor não pertence ao conjunto universo, que é o conjunto dos números naturais.

Neste sentido, podemos destacar que existe uma dependência do conjunto solução em relação ao conjunto universo definido para determinada equação. Ou seja, se ao resolver uma equação, e encontrar um valor para a incógnita que não pertença ao conjunto universo, isso caracteriza que a equação não tem solução. Sendo, portanto, impossível.

3.2.14. Equação do primeiro grau com infinitas soluções

De acordo com Giovanni e Castrucci (2009), um a equação do 1º grau com duas incógnitas tem infinitas soluções. Cada solução é um par ordenado de números.

Vejamos alguns exemplos desse tipo de equação:

x + y = 23

x – y = 19

3x + y = 7

2x – 3x = 31

As soluções de uma equação do primeiro grau com duas incógnitas podem ser encontradas atribuindo-se valores para uma das incógnitas e, em seguida, calcula-se o valor da outra.

Outra equação, no conjunto dos números reais, com infinitas soluções é **0x = 0.** Pois, para qualquer valor atribuído para a incógnita x, torna a igualdade verdadeira.

3.2.15. Equação do primeiro grau em outros ambientes (matrizes, vetores, ...)

Apresentamos aqui, alguns exemplos de atividades envolvendo outros ambientes da matemática que utilizamos de equação do primeiro grau para sua resolução.

- **Matrizes:**

Determine o valor de x e y em cada item:

a) $\begin{bmatrix} 2x & -3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ y+1 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2x-1 & 0 & -5 \\ 0 & 4 & 6 \\ 5y+3 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3y & 0 & -5 \\ 0 & 2x & 6 \\ 4x & -1 & 0 \end{bmatrix}$

Observe que para resolver os itens acima, precisamos igualar os valores correspondentes nas matrizes. No caso do item **a** igualamos **2x** da 1ª matriz com seu valor correspondente da 2ª matriz que é **2** e chegamos na seguinte equação: **2x = 2**, aplicando o princípio multiplicativo da igualdade temos, $\mathbf{2 \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2}}$, realizando as devidas operações chegamos ao valor de x que é 1. Para encontrar o valor de **y,** igualamos o valor **7** da 1ª matriz ao **y + 1** que é o seu valor correspondente na 2ª matriz e obtemos a seguinte equação: **7 = y + 1,** aplicando o princípio aditivo da igualdade temos, **7 + (-1) = y + 1 + (-1)**, realizando as operações chegamos ao valor de y que é 6.

O mesmo processo poderá ser feito no item **b**, para calcular os respectivos valores de **x** e **y.**

- **Vetores:**

Dados os vetores $\vec{u} = (-2, 5)$ e $\vec{v} = (3, 4)$, determine o vetor x na igualdade:

$3\vec{x} + 2\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{v} + \vec{v}$

Na resolução do exemplo acima, vamos considerar as coordenadas do vetor x = (a, b). Substituindo os valores de cada vetor na operação temos:

$3(a, b) + 2(-2, 5) = \frac{1}{2}(3, 4) + (3,4)$

Multiplicando os escalares pelo vetor:

$3(a, b) + (-4, 10) = (\frac{3}{2}, 2) + (3,4)$

Somando os vetores do 2º membro:

$3(a, b) + (-4, 10) = (\frac{9}{2}, 6)$

Somando as coordenadas dos vetores do 1º membro e igualando as suas correspondentes no 2º membro temos as seguintes equações:

I) $3a - 4 = \frac{9}{2}$

II) $3b + 10 = 6$

Resolvendo a (I) e (II), aplicando o princípio aditivo e multiplicativo da igualdade temos:

I) $3a - 4 = \frac{9}{2}$

$3a - 4 + 4 = \frac{9}{2} + 4$

$3a = \frac{17}{2}$

$a = \frac{17}{6}$

II) $3b + 10 = 6$

$3b + 10 - 10 = 6 - 10$

$3b = -4$

$b = -\frac{4}{3}$

Assim chegamos ao vetor $\vec{x}$ na igualdade: $\vec{x} = (\frac{17}{6}, -\frac{4}{3})$

3.3. EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU E A TEORIA DE REGISTRO DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS (TRRS)

Nesta etapa, trataremos sobre a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. De acordo com Ferreira (2020), está é considerada uma das abordagens teóricas que vem encontrando expressivos espaços nas pesquisas em Educação Matemática.

Segundo Denardi (2017), tal teoria é uma abordagem cognitiva que analisa as dificuldades encontradas na aprendizagem da Matemática e o funcionamento cognitivo peculiar dessa ciência, levando em consideração o modo de acesso aos seus objetos, a variedade de sistemas semióticos que permitem representá-los e a necessária distinção entre o objeto matemático e a sua representação.

Nosso objetivo é mostrar com registros de representações semióticas, as causas das dificuldades de se ensinar e de aprender matemática, mais precisamente os problemas que envolvem equação do 1º grau. Sendo que essas dificuldades podem estar intimamente ligadas a conversão de registros, a não compreensão de conceitos e a não-congruência semântica.

3.3.4. Semiósis e Noésis

Para começarmos nosso estudo nos campos dos registros de representação semiótica, primeiramente vamos diferenciar a semiósis em relação a noésis. Para Duval (2009), a *noésis* são representações mentais, ou seja, o conjunto de imagens e de conceituações que um indivíduo possui sobre um objeto. Enquanto a semiósis seria a preensão ou produção de uma representação semiótica das representações mentais.

3.3.5. Representação Semiótica

Segundo Duval (2013b), a principal dificuldade na aprendizagem da Matemática decorre do fato que os objetos matemáticos não possuem existência física e, sendo assim, o acesso a esses objetos só é possível com a utilização de um sistema semiótico. Desta forma, na Matemática, muito mais do que em qualquer outra área do conhecimento, a diversidade dos sistemas semióticos é fundamental para a aprendizagem e para a construção de novos conceitos.

Para Duval (2011), um sistema semiótico é, um conjunto de signos, organizados segundo regras próprias de formação e convenções, que apresentam relações internas que permitem identificar os objetos representados. Ou seja, é um sistema que desempenha a função de comunicação uma vez que é capaz de produzir e transmitir informações.

Para caracterizar os sistemas semióticos específicos da Matemática, Duval (2011) escolheu o termo registro. Para ele, um registro de representação é um sistema semiótico que cumpre, além da função de comunicação, as funções cognitivas de objetivação (entendimento para si) e tratamento. Desta forma, o autor faz referência a quatro tipos de registros de representação: a língua natural, os sistemas de escrita (numérica, algébrica e simbólica), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas.

Segundo o autor, os diferentes sistemas semióticos permitem uma diversificação de representações de um mesmo objeto, aumentando as capacidades cognitivas dos sujeitos. Isso porque, do ponto de vista cognitivo, nenhuma representação é completa em relação ao objeto que representa, ou seja, cada representação revela um determinado conceito, uma determinada propriedade, enfim, uma diferente característica. Ainda, segundo o autor, a mobilização e coordenação de vários registros de representação tornam-se importantes para que os objetos matemáticos não venham a ser confundidos com suas representações e para que possam ser reconhecidos em cada uma delas.

Neste sentido, Duval (2009) afirma que o conhecimento matemático só é transformado em saber quando ocorre a mobilização espontânea pelos alunos, de distintos registros semióticos de um mesmo objeto matemático.

3.3.6. As perspectivas de representação proposta por Duval.

Duval (2009) nos apresenta três perspectivas de representação, que diferem uma das outras. Vejamos no quadro a seguir:

Quadro 4: Perspectivas de representação proposta por Duval

AS TRÊS REPRESENTAÇÕES PROPOSTAS POR RAYMOND DUVAL	
Semióticas	São representações ao mesmo tempo conscientes e externas que permitem uma “visão do objeto” através da percepção de *estímulos* (pontos, traços, caracteres, sons...) tendo valor de *significante*. Há uma grande variedade de representações semióticas possíveis: Figuras, esquemas, gráficos, expressões simbólicas, expressões linguísticas etc. São divididas em duas grandes Classes: analógicas e não-analógicas. São produções constituídas por emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem embaraços próprios de significação e funcionamento. Elas podem ser convertidas em representações equivalentes num outro sistema semiótico,

	podendo ter diferentes significados para os indivíduos que as utilizam.
Mentais	São todas as que permitem uma visão do objeto na ausência de todo significante perceptível. Elas são geralmente identificadas às “imagens mentais” como entidades psicológicas tendo uma relação com a percepção. As representações mentais não se prestam a tratamentos a não ser por meio da mobilização de um registro semiótico e da prática “mental” desse registro, cujo desenvolvimento das representações está ligado à aquisição e à interiorização de sistemas de representações semióticas, a começar pela linguagem ordinária.
Computacionais	São todas aquelas cujos significantes, de natureza homogênea, não requerem visão de objeto, e que permitem uma transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em uma outra. Essas representações traduzem a informação externa a um sistema sob uma forma que a deixa acessível, recuperável e combinável no interior desse sistema. No que concerne ao sujeito humano, essas representações internas não são representações conscientes.

Fonte: Ferreira (2020)

3.3.7. Objeto e representação

O ponto central nos registros de representação semióticas está no objeto e sua representação, onde não podemos confundi-los. Para Duval (1998, p. 140), “as relações existentes entre os dois termos são as noções centrais para toda a análise do conhecimento”.

De acordo com Henriques e Almouloud:

> [...] a representação de um objeto e a conversão de representações entre registros, por exemplo, são comuns nas práticas do professor de Matemática em sala de aula, quando este pretende fazer com que os seus alunos compreendam uma determinada noção de difícil entendimento no registro no qual o objeto foi inicialmente apresentado. No momento em que o professor realiza essa conversão, não implica, necessariamente que ele queira reforçar a estreita relação existente entre os registros que mobilizou (HENRIQUES E ALMOULOUD, 2016, p. 467).

Em relação a equação do primeiro grau, caso o professor introduzisse o conceito, para os estudantes do 7º ano do ensino fundamental, se eles apresentassem dificuldades para compreender a relação de equivalência ou a ideia de raiz. O professor poderia recorrer ao registro ilustrativo da balança para melhor visualização e possibilitar o entendimento da turma. Neste sentido, Henriques e Almouloud destacam:

> Assim, o professor que pretendem fazer com que seus alunos aprendam matemática, sob diferentes pontos de vista, não deve, simplesmente, tratá-la sem evocar o importante papel exercido pelos diferentes registros que ele mobiliza em função dos objetos matemáticos a representar/ensinar (HENRIQUES E ALMOULOUD, 2016, p. 467).

Assim, para que o estudante possa lidar com o tratamento do objeto em questão, tanto o conceito quanto a representação semiótica, devem estar bem compreendidos pelo estudante. Henriques e Almouloud (2016) enfatizam que, a distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico na compreensão da matemática.

Embasados na concepção de Duval (1993), Henriques e Almouloud (2016) definem representação semiótica como:

> (Definição 1) É uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua *forma* no sistema *semiótica* e de outro lado, pela *referência* do objeto representado (HENRIQUES E ALMOULOUD, 2016, p. 467).

De acordos com os autores, um enunciado em língua materna, uma fórmula algébrica, um gráfico de uma função ou uma figura geométrica, um conjunto de números, por exemplo, são representações semióticas que revelam sistemas semióticos diferentes, com diferentes signos.

Em uma de suas obras Duval (2009) define as representações semióticas através de sua especificidade conforme segue:

> A especificidade das representações semióticas consiste em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações "equivalentes" em um outro sistema semiótico, mas podendo tomar **significações** diferentes para o sujeito que o mobiliza (DUVAL, 2003, p. 32).

3.3.8. Signos e Registros

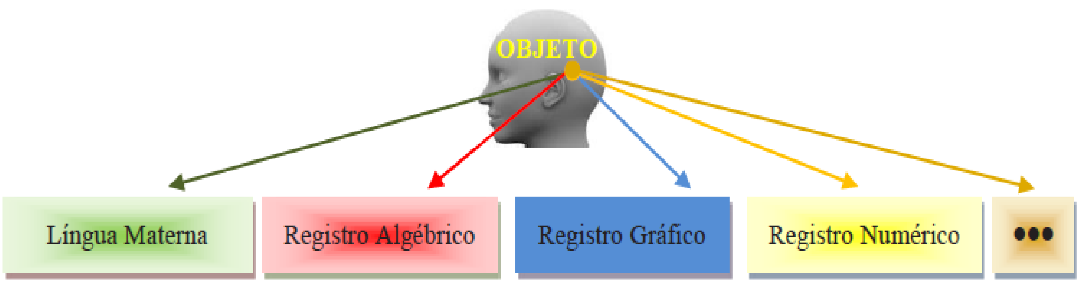
Para Peirce (2005), a literatura tem revelado diversos significados do termo signo. Muitos deles nem sempre esclarecem, de fato, o que se pretende colocar em cena, no estudo em questão, instalando ainda mais equívocos, particularmente nos estudos de objetos matemáticos que já são complexos por diversos estudantes.

Amparados em Peirce e na proposta de Duval sobre o referido estudo, Henriques e Almouloud apresentam a seguinte definição para signo:

> (Definição 2) Um signo é um sinal mobilizado por alguém (sujeito) capaz de permitir-lhe identificar um sistema ou registro de representação semiótico, como as regras linguísticas ou gramaticais na língua materna, as propriedades ou escritas algébricas para o registro algébrico, as figuras geométricas (pontos, segmentos/ retas/curvas, planos e superfícies) para o registro gráfico, os números, as operações aritméticas, para o registro numérico e, de um modo geral as regras de conformidade (HENRIQUES E ALMOULOUD, 2016, p. 468).

Para os autores, dentre os registros de representação que se podem pensar na Educação Matemática, desde a Educação Básica ao Ensino Superior, quatro são predominantes. Vejamos o esquema representado na Figura 1 a seguir:

Figura 1: Possíveis registros de representação de um objeto matemático

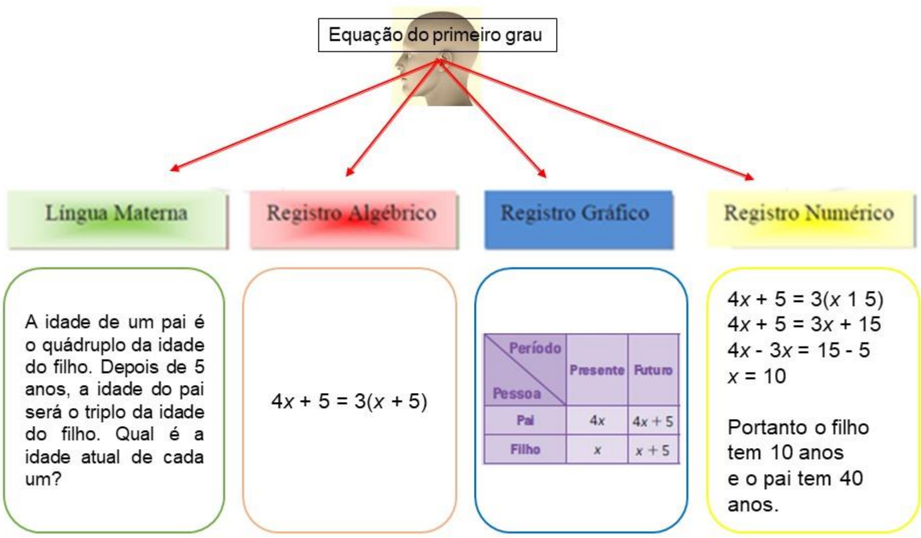


Fonte: Henriques e Almouloud (2016, p. 468)

A partir da figura 1, propostas pelos pesquisadores observamos que o tratamento dos objetos matemáticos dependerá das possibilidades de suas representações. Henriques e Almouloud (2016, p. 469) fazem a seguinte definição: (Definição 3) “Um *registro de representação* é um sistema dotado de signos que permitem identificar uma representação de um objeto matemático”. A figura 1 mostra que um determinado objeto do saber pode ser representado em diferentes registros dotados de diferentes signos.

Adaptando a figura 2, para o objeto matemático do nosso estudo poderíamos ter a situação a seguir.

Figura 2: Possíveis registros de representação de equação do primeiro grau



Fonte: Adaptado de Henriques e Almouloud (2016, p. 468)

Duval (1995) distingue três atividades cognitivas, fundamentais, ligadas aos registros de representações, que são traduzidas por Henriques e Almouloud (2016) e para melhor visualizar colocamos no quadro a seguir:

Quadro 5: Atividades cognitivas ligadas aos registros de representações

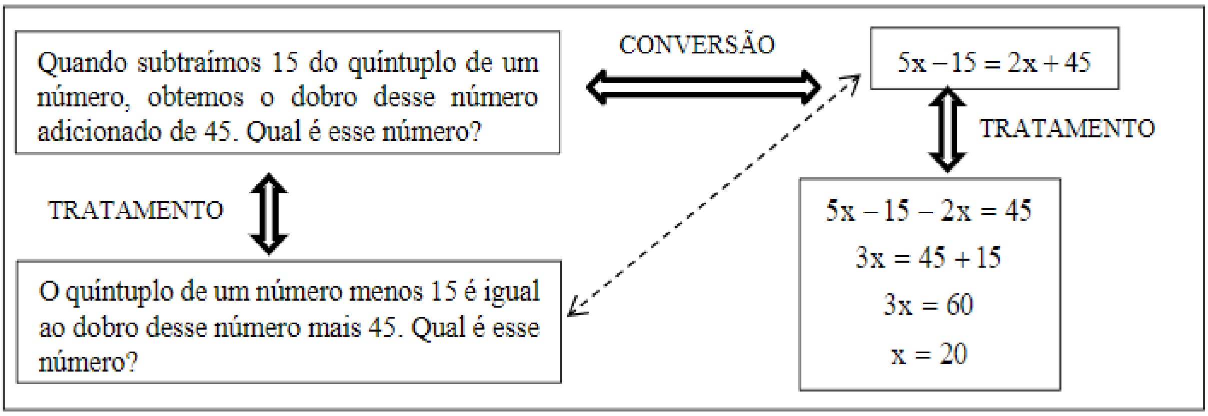
Atividade	Definição	Exemplo
Formação	É baseada na aplicação de regras de conformidade e na seleção de certas características do conteúdo envolvido.	A composição de um texto, construir uma figura geométrica, elaborar um esquema, escrever uma fórmula, descrever o domínio de uma função etc.
Tratamento	É a transformação desta em outra representação no mesmo registro no qual foi formada. O tratamento é, portanto, uma transformação interna num registro.	O cálculo é uma forma de tratamento próprio das escritas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo de limite de uma função, cálculo integral de uma função, cálculo proposicional...).
Conversão	É a transformação desta representação em uma representação de outro registro.	A tradução de um texto em uma ou mais expressões algébricas cor-respondentes é uma conversão da representação destas expressões da língua materna para o registro algébrico. A **conversão** é, portanto,

		uma atividade cognitiva diferente e independente do **tratamento**.

Fonte: Henriques e Almouloud (2016)

De acordo com Lourenço e Oliveira (2018), o tratamento é uma transformação de representação dentro de um mesmo registro. A resolução de uma equação do 1º grau em sua representação algébrica serve de exemplo para este tipo de transformação. Já a conversão é uma transformação de representação que consiste em mudar o registro, conservando o mesmo objeto denotado. Os autores mostram na figura 3 a seguir, a diferença entre esses dois tipos de transformações.

Figura 3: Ilustração das transformações de registros em um problema de primeiro grau



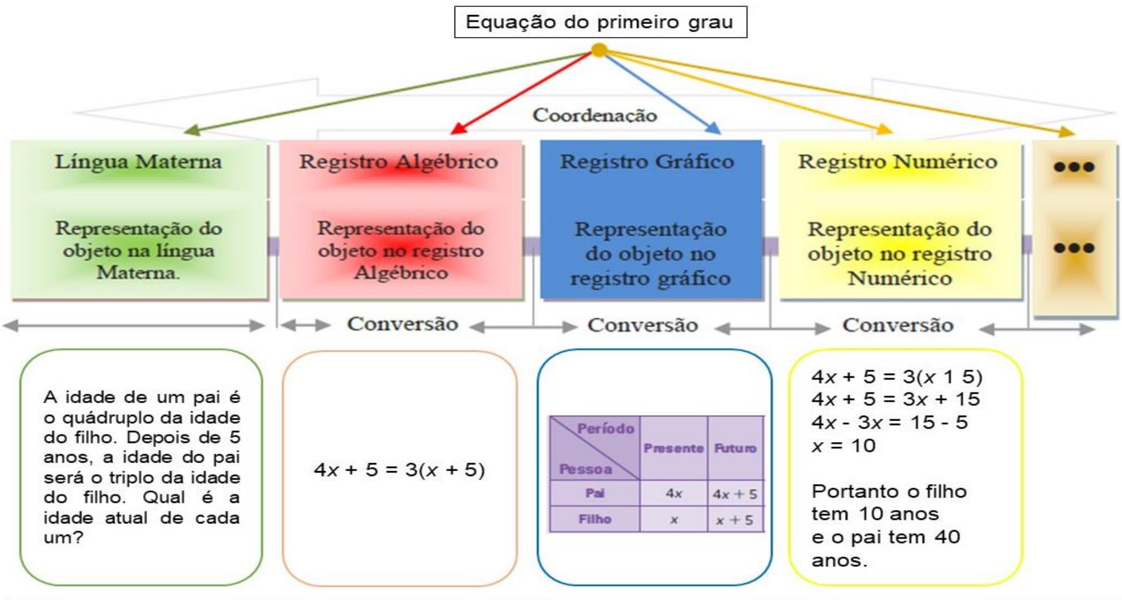
Fonte: Lourenço e Oliveira (2018)

Assim a escolha de um registro de representação adequado para externar os conceitos de um objeto de saber pode favorecer o **tratamento**. No entanto, Duval (1995) afirma que dispor de vários registros de representação não é suficiente para garantir a compreensão.

Uma segunda condição é necessária: a **coordenação** de representações formuladas em registros distintos. Segundo Henriques e Almouloud (2016, p. 470), Definição 4: "A coordenação é a manifestação da capacidade do indivíduo em reconhecer a representação de um mesmo objeto, em dois ou mais registros distintos". Conforme os autores, A coordenação aparece como a condição fundamental para todo tipo de aprendizagem.

A figura a seguir ilustra a coordenação entre os registros de representação semiótica sobre um problema envolvendo equação do primeiro grau.

Figura 4: Conversão e coordenação de representações de um objeto entre registros



Fonte: Adaptado de Henriques e Almouloud (2016, p. 470)

Os registros de representação possuem conteúdos distintos que são estabelecidos pelo sistema semiótico no qual são produzidos. Para Duval (2009) não basta que o sujeito conheça o conteúdo de um registro, ou mesmo de vários isoladamente, mas sim que transite entre as mais diversas representações que possui o objeto matemático em questão. Portanto, a conversão de registro assume papel importantíssimo. Ele destaca que:

> É preciso que um sujeito seja capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante e o representado, ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime, instancia ou ilustra (DUVAL, 2009, p.82).

Para Lourenço e Oliveira (2018), o custo cognitivo desse trânsito depende em muito do que o autor chama de congruência semântica. Segundo os autores, uma conversão é congruente quando a representação final transparecer na representação de partida, o que torna uma atividade relativamente trivial. Enquanto uma conversão não congruente é aquela em que a representação final não transparece na representação de partida. Ainda segundo eles, de acordo com tal teoria, o custo cognitivo quando a conversão é congruente é menor do que quando a conversão é não congruente.

3.4. CONSULTA AOS DOCENTES

Nesta etapa, apresentamos o resultado de uma pesquisa que realizamos ao cursar a disciplina Curriculum e Avaliação ofertada no âmbito do programa de mestrado. A pesquisa foi direcionada aos professores de matemática do ensino fundamental, desenvolvida através de um questionário acerca do ensino de problemas do primeiro grau com uma ou duas variáveis, que se propôs investigar a seguinte questão: Quais as dificuldades que os alunos do ensino fundamental apresentam quando estudam, problemas do primeiro grau com uma ou duas variáveis, segundo a ótica dos professores de matemática? De acordo com Graça (2011) problemas do 1º grau são aqueles que podem ser resolvidos através de uma equação ou de um sistema de equações do 1° grau.

3.4.4. Caracterização da pesquisa

Para responder o seguinte questionamento: Quais as dificuldades que os alunos do ensino fundamental apresentam quando estudam, problemas do primeiro grau com uma ou duas variáveis, segundo a ótica dos professores de matemática? o questionário foi aplicado a docentes de matemática, do ensino fundamental maior com o objetivo geral de diagnosticar as dificuldades apresentadas pelos alunos do 7º ano do ensino fundamental quando estudam problemas do primeiro grau com uma ou duas variáveis, segundo os professores de matemática. E como objetivos específicos 1) Identificar as dificuldades encontradas pelos alunos, quando se ensina problemas do primeiro grau, segundo os professores; 2) Verificar as metodologias usadas pelos professores de matemática para ensinar problemas do primeiro grau; 3) Investigar quais os instrumentos avaliativos são usados pelos professores de matemática, ao ensinar problemas do primeiro grau com uma ou duas variáveis.

A referida pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa e exploratória, a partir de análise de dados, onde a técnica utilizada para a coleta foi a observação direta extensiva, com a aplicação de um questionário produzido no Google forms, com perguntas objetivas de modo a nos revelar o perfil dos consultados, o questionário também possuiu uma parte referente ao modo metodológico que o assunto é abordado quando ministrado em sala bem como as propostas de fixação do assunto naquele momento. E a última parte do questionário é referente ao Ensino de Problemas do primeiro grau com uma ou duas variáveis.

Visando alcançar maior números de professores de matemática que estão atuando em sala de aula no ensino fundamental maior, o convite foi direcionado a eles, através das redes sociais e o link do questionário foi encaminhado aos mesmos através do Whatzapp ou por e-mail.

Um ponto que vale destacar, o convite foi enviado para aproximadamente 100 professores, mas percebemos que muitos colegas ficam receosos e resistentes em participar da pesquisa. Alguns demonstraram preocupação em não saber resolver as questões de matemática. Neste sentido, foi preciso realizar um trabalho individual de convencimento, esclarecendo que as questões não eram de cálculo, mas sim sobre o ensino de matemática.

O questionário foi respondido por 52 professores da rede pública municipal do Estado do Pará. Desse total, 88,46% trabalham no município de Parauapebas/PA, 3,85% trabalham no município de Canaã dos Carajás/PA, 3,85% trabalham no município de Curionópolis/PA e 3,85% trabalham no município de Limoeiro do Ajuru/PA.

3.4.5. Sistematização de Resultados e Análises

Começamos a análise dos resultados do nosso estudo, a partir dos dados que nos revelam, o perfil dos professores consultados.

Em relação ao gênero dos professores consultados, o quadro 6 mostra os percentuais masculino e feminino que estiveram presente em nossa consulta.

Quadro 6: Distribuição dos Professores consultados por gênero

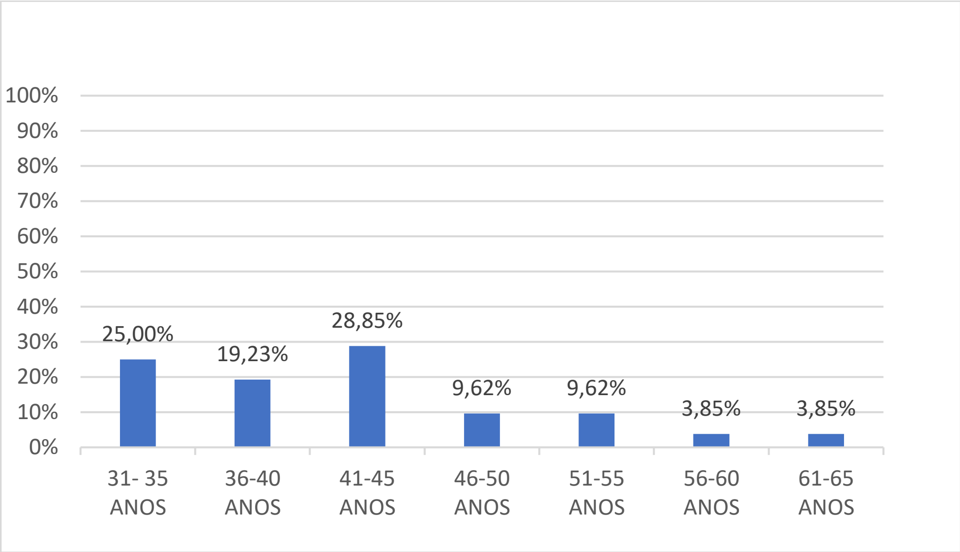
Gênero	Quantidade de Professores	Valor percentual
Masculino	36	69,23%
Feminino	16	30,77%
Total	52	100%

Fonte: Pesquisa de campo via Google Forms (2022)

Com base nos dados apresentados, é evidente que na nossa pesquisa a maioria dos consultados são do sexo masculino, representando 69,23% da amostra, enquanto os professores do sexo feminino correspondem a 30,77%.

Os participantes desta pesquisa possuem uma faixa etária que varia entre 31 e 65 anos. Os percentuais de cada faixa etária estão representados no gráfico a seguir.

Gráfico 1: Distribuição dos Professores por faixa etária



Fonte: Pesquisa de campo via Google Forms (2022)

Analisando o gráfico 1, é possível observar que o grupo com maior concentração de consultados está na faixa etária entre 41 e 45 anos, representando 28,85% do total. Outro ponto relevante a destacar é que 73,08% dos professores estão na faixa etária de 31 a 45 anos. Essas faixas etárias estão em conformidade com os dados do censo escolar 2021, gerado pelo Inep, que indica a presença de 752.667 docentes nos anos finais do ensino fundamental. O censo também revela que as faixas etárias com maior concentração são de 40 a 49 anos e de 30 a 39 anos.

Em relação à formação superior em nível de graduação, todos os participantes da nossa amostra (100%) possuem Licenciatura Plena em Matemática. Dentre eles, 90,4% realizaram sua graduação em universidades públicas e 9,6% em instituições privadas. É importante ressaltar que esses dados superam as informações do censo escolar de 2021, divulgado pelo Inep, o qual indica que nos anos finais do ensino fundamental, 92,5% dos docentes possuem nível superior completo (sendo 89,6% em licenciatura e 2,9% em bacharelado).

Em relação a formação continuada, em nível de pós-graduação os docentes consultados, as respostas podemos visualizar no quadro abaixo:

Quadro 7: Formação continuada em nível de Pós-graduação

Pós-graduação	Valor percentual
Especialização	76.92%
Mestrado	5,76%
Não possui pós	17,32%
Total	100%

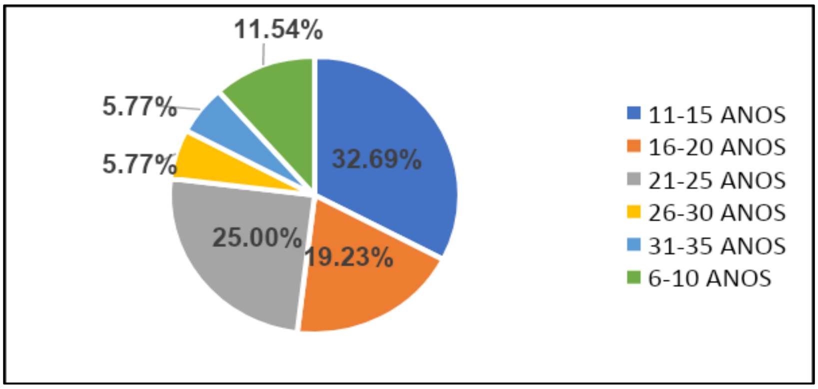
Fonte: Pesquisa de campo via Google Forms (2022)

No quadro 7, é possível constatar que a maioria dos professores consultados possui pós-graduação, mas vale destacar que mesmo diante de várias oportunidades, entre eles, 17,32% não possui nenhum tipo de pós. Por outro lado, percebemos que o percentual de consultados que possui pós-graduação acompanha os dados do censo escolar de 2021 gerado pelo Inep, onde aponta que os percentuais de docentes da educação básica com pós-graduação têm aumentado paulatinamente ao longo dos últimos cinco anos, subindo de 36,2% para 44,7% de 2017 a 2021.

Em relação a formação continuada oferecida pela rede municipal de ensino, 94,3% dos docentes consultados afirmaram que sua respectiva rede oferece formação frequentemente e 92,3% afirmaram que participam frequentemente.

O gráfico abaixo, mostra os anos de experiência na docência, dos professores consultados.

Gráfico 2: Tempo de serviço como professor de matemática

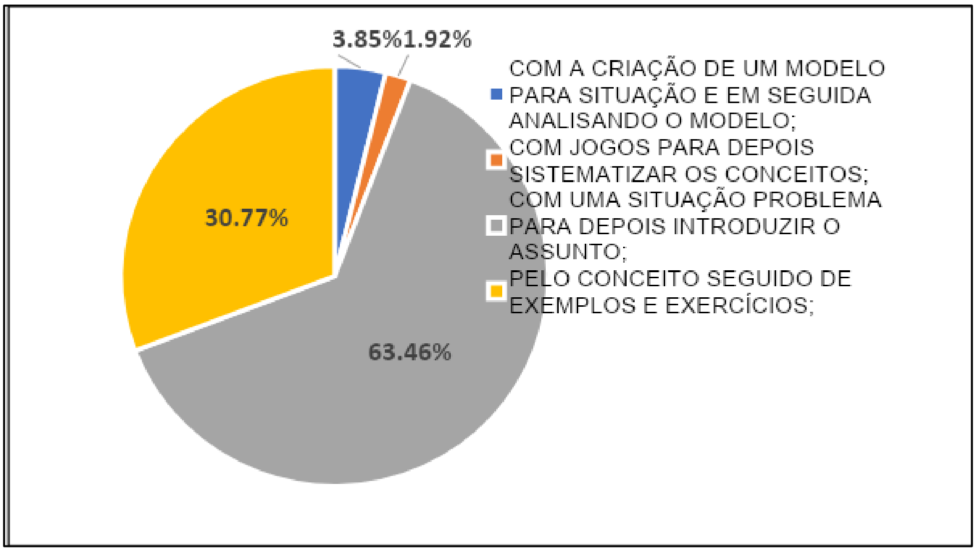


Fonte: Pesquisa de campo via Google forms (2022)

Em relação ao tempo de serviço como professor de matemática, podemos observar no gráfico acima, que 32,69% estão na faixa de 11 a 15 anos e vale destacar que a grande maioria, que equivale a 76,92% estão na faixa de 11 a 25 anos de exercício da docência.

Os próximos dados estão relacionados aos procedimentos metodológicos desenvolvidos pelos professores consultados, aos ministrarem suas aulas de matemática.

Gráfico 3: Método usado para iniciar a aula de matemática



Fonte: Pesquisa de campo via Google forms (2022)

Segundo as informações do gráfico acima, a grande maioria 61,54% dos consultados, responderam que sente falta de recursos didáticos e pedagógicos, enquanto 25% afirmam sentir falta de metodologias diferenciadas de ensino. Um ponto a se destacar nas respostas desta pergunta, foi que somente 1,92% afirmam sentir falta do interesse do aluno.

Outra parte importante, perguntado aos consultados, foi referente a fonte de seleção de conteúdos matemáticos.

Quadro 8: Fonte de seleção de conteúdos

Fonte de Conteúdo	Valor percentual
Base nacional comum curricular – BNCC.	26,92%
Caderno de orientações da rede.	19,23%

Caderno de orientações da rede; base nacional comum curricular – BNCC.	7,69%
Livro didático;	7,69%
Livro didático; base nacional comum curricular – BNCC.	3,85%
Livro didático; caderno de orientações da rede.	7,69%
Livro didático; caderno de orientações da rede; base nacional comum curricular – BNCC.	9,62%
Parâmetros curriculares nacionais – PCN; caderno de orientações da rede; base nacional comum curricular – BNCC.	5,78%
Parâmetros curriculares nacionais – PCN; livro didático.	1,92%
Parâmetros curriculares nacionais – PCN; livro didático; caderno de orientações da rede; base nacional comum curricular – BNCC;	7,69%
Realidade da turma e BNCC	1,92%
Total geral	**100,00%**

Fonte: Pesquisa de campo via Google forms (2022)

No quadro acima, constatamos que entre os professores consultados, 26,92% apontaram, que selecionam seus conteúdos a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), enquanto 19,23% responderam que selecionam a partir de caderno de orientação da rede e entre outros uma resposta que vale destacar, apesar de ser um percentual pequeno, é que 1,92% selecionam o conteúdo a partir da realidade da turma.

Sendo que, para a fixação desses conteúdos, um grupo de 23.08% dos consultados, respondeu que apresenta uma lista de exercício para os alunos resolverem, outro grupo de 21,15% respondeu que manda os alunos resolverem uma lista de exercício e mais as questões do livro didático, outro grupo de 17,31% respondeu que apresenta uma lista de exercícios para serem resolvidos, apresenta jogos envolvendo sobre o assunto e manda resolver os exercícios do livro didático e outro grupo de 11,54% responderam que mandam somente os alunos responderem as questões do livro didático, além desses teve um grupo de 5,77% que respondeu que apresenta uma lista de exercícios para serem resolvidos, apresenta jogos envolvendo o assunto e propõe a resolução de questões por meio de softwares.

Em relação a fixação dos conteúdos, o uso de jogos envolvendo o assunto, é um recurso que precisa ser mais bem explorado, pois de acordo com estudo realizado por Ferreira (2020) ao usar o jogo de baralho em sala na aula de sistema de equações, os estudantes demonstraram mais interesse por essa nova forma de aprendizagem.

Foi perguntado aos professores, quais as principais formas ou instrumentos eles utilizam para avaliar a aprendizagem dos alunos nas aulas de matemática, e a resposta podemos visualizar no quadro a seguir:

Quadro 9: Instrumentos utilizados para a avaliação da aprendizagem

Instrumentos mais utilizados	**Percentual**
Autoavaliação; trabalhos em grupo ou individuais;	1,92%
Avaliação contínua	1,92%
Participação e interação nas aulas, resolução de problemas.	1,92%
Produções no caderno;	1,92%
Prova escrita;	1,92%
Prova escrita; autoavaliação; produções no caderno;	3,85%
Prova escrita; autoavaliação; trabalhos em grupo ou individuais;	3,85%
Prova escrita; autoavaliação; trabalhos em grupo ou individuais; produções no caderno;	3,85%
Prova escrita; produções no caderno;	3,85%
Prova escrita; trabalhos em grupo ou individuais;	5,77%
Prova escrita; trabalhos em grupo ou individuais; produções no caderno;	32,69%
Prova oral; prova escrita;	1,92%
Prova oral; prova escrita; autoavaliação; trabalhos em grupo ou individuais;	1,92%
Prova oral; prova escrita; autoavaliação; trabalhos em grupo ou individuais; produções no caderno;	9,62%
Prova oral; prova escrita; produções no caderno;	3,85%
Prova oral; prova escrita; trabalhos em grupo ou individuais;	3,85%
Prova oral; prova escrita; trabalhos em grupo ou individuais; produções no caderno;	9,62%
Trabalhos em grupo ou individuais;	3,85%
Trabalhos em grupo ou individuais; produções no caderno;	1,92%
Total Geral	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo via Google Forms (2022)

De acordo com o quadro 9, é possível perceber que 32,69% da nossa amostra, apontaram que para concluir os conceitos bimestrais eles fazem uso dos seguintes instrumentos, prova escrita, trabalhos em grupo ou individuais e produções no caderno. Como nesta questão os professores poderiam apontar mais de um instrumento utilizado, vale destacar que prova escrita apareceu na resposta de 86,5% dos docentes, trabalho em grupo ou individual foi citado por 78,8%, Produção no caderno por 71,2% e Autoavaliação em 25% das respostas. Esses dados, nos revelam que a maioria dos nossos colegas professores ainda estão presos a forma de avaliação através de prova escrita, modelo este, que na maioria das vezes remete a uma avaliação pontual e não contribui para o processor formativo do educando. Indo em discordância com o que rege a BNCC sobre a avalição da aprendizagem, onde diz que, os docentes devem construir e aplicar procedimentos de avaliação formativa de processo ou de resultado que levem em conta os contextos e as condições de aprendizagem, tomando tais registros como referência para melhorar o desempenho da escola, dos professores e dos alunos.

Dos docentes consultados 78,8% afirmam não considerar que a matemática é uma disciplina difícil de ser ensinada. Outro ponto que vale destacar, é que quando perguntado aos docentes, se os estudantes gostam de matemática, a opinião fica que meio dividida, ou seja, somente 51,9% dos consultados, aponta que a maioria dos alunos gostam de matemática.

Quadro 10: Dificuldades demonstradas pelos alunos nas aulas de matemática

Dificuldades	**Valor percentual**
Compreensão das regras	3,85%
Compreensão das regras, realizar cálculo	1,92%
Compreensão das regras, resolução dos problemas	7,69%
Compreensão das regras, resolução dos problemas, realizar cálculo	1,92%
Compreensão dos conceitos/ideias	11,54%
Compreensão dos conceitos/ideias, compreensão das regras	3,85%
Compreensão dos conceitos/ideias, compreensão das regras, resolução dos problemas	5,77%
Compreensão dos conceitos/ideias, compreensão das regras, resolução dos problemas, realizar cálculo	7,69%
Compreensão dos conceitos/ideias, realizar cálculo	3,85%

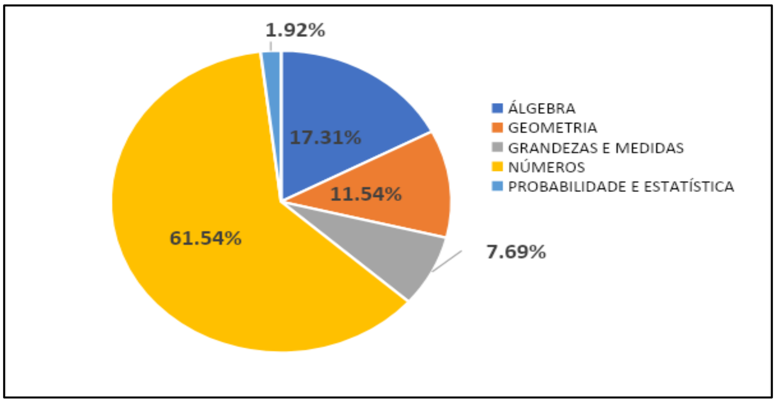
Compreensão dos conceitos/ideias, resolução dos problemas	9,62%
Compreensão dos conceitos/ideias, resolução dos problemas, realizar cálculo	5,77%
Realizar cálculo	9,62%
Resolução dos problemas	21,15%
Resolução dos problemas, realizar cálculo	5,77%
Total Geral	**100,00%**

Fonte: Pesquisa de campo via Google Forms (2022)

Quanto as dificuldades demonstradas pelos alunos nas aulas de matemática, para 21,15% dos docentes consultados, os alunos apresentam maior dificuldade na resolução de problemas, para 11,54% apontam a que a maior dificuldade está na compreensão dos conceitos e dentre outras dificuldades apontadas, 9,62% afirmaram que a realização dos cálculos é a maior dificuldade.

Foi consultado junto aos professores qual eixo/bloco de conteúdo eles consideram mais importante e a respostam está no gráfico a seguir:

Gráfico 4: A importância dos blocos de conteúdos matemáticos



Fonte: Pesquisa de campo via Google Forms (2022)

No gráfico acima, identificamos que a maioria dos professores consultados representado 61,54%, responderam que é o bloco de números o mais importante, as justificativas da escolha, giram em torno da seguinte fala, “o bloco números é a base para os demais blocos". E em segundo lugar, citado por 17,31% dos consultados o bloco Álgebra aparece como mais importante.

Enquanto aos recursos/materiais pedagógicos usados nas aulas de matemática, as respostas estão no quadro a seguir:

Quadro 11: Recursos pedagógicos utilizados nas aulas

Recursos utilizados	%
Construção de material concreto	7,69
Datashow	1,92
Datashow, Livro didático	25,00
Datashow, Livro didático, Construção de material concreto	7,69
Datashow, Livro didático, Softwares Educacionais	1,92
Datashow, Livro didático, Softwares Educacionais, Construção de material concreto	3,85
Livro didático	28,85
Livro didático, Aula expositiva e dialogada após o aluno fazer uma leitura prévia do conteúdo.	1,92
Livro didático, Construção de material concreto	9,62
Livro didático, Quadro e pincel	1,92
Livro didático, Softwares Educacionais	3,85
Livro didático, Softwares Educacionais, Construção de material concreto	3,85
Softwares Educacionais	1,92
Total Geral	100,00

Fonte: Pesquisa de campo via google forms - 202200

Através dos dados do quadro 11, é possível perceber que 28,85% responderam que utilizam somente o Livro Didático, 25% afirmam utilizar o Datashow e o Livro Didático, 9,62% apontaram que fazem uso do livro didático e da construção de material concreto e 7,69% afirmam utilizar somente a construção de material concreto em suas aulas e entre os restantes destaca-se que 1,92% afirmam utilizar softwares educacionais.

Nos próximos quadros, mostraremos as dificuldades encontradas pelos alunos quando se ensina problemas do primeiro grau com uma ou duas variáveis, na visão dos professores.

O quadro a seguir, apresenta os itens propostos na questão 16 do formulário, que questiona sobre a conversão de enunciados da linguagem materna para a linguagem matemática.

Quadro 12: Dificuldades de conversão da linguagem alfabética para linguagem matemática

Conteúdo	Dificuldades				
	Muito Fácil	Fácil	Difícil	Muito Difícil	Não costumo ensinar
16.1 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: O dobro de um número.	17,31%	61,54%	19,23%	1,92%	0,00%

16.2 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: O triplo de um número, mais quatro.	17,31%	59,62%	21,15%	1,92%	0,00%
16.3 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: A quarta parte de um número.	5,77%	32,69%	48,08%	13,46%	0,00%
16.4 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: A quinta parte de um número, mais três.	7,69%	26,92%	50,00%	15,38%	0,00%
16.5 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: A soma de um número com o seu quádruplo.	5,77%	36,54%	46,15%	9,62%	1,92%
16.6 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: O triplo de um número, mais dois, é igual ao próprio número menos quatro.	3,85%	19,23%	59,62%	17,31%	0,00%
16.7 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: Um número somado com o seu dobro é igual a 21.	1,92%	34,62%	53,85%	9,62%	0,00%
16.8 – Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: Um carpinteiro serra uma tábua de 100cm em dois pedaços. Um dos pedaços tem um comprimento igual ao triplo do comprimento do outro.	3,85%	19,23%	53,85%	23,08%	0,00%
16.9 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: À terça parte da minha idade acrescentei 5 anos e obtive 15 anos.	1,92%	21,15%	46,15%	30,77%	0,00%
16.10 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: Quero repartir 180,00 entre 2 meninos, de modo que um deles receba 40,00 a mais que o outro.	3,85%	19,23%	55,77%	19,23%	1,92%
16.11 - Converter em linguagem matemática enunciado do tipo: A soma de um número com o dobro do seu consecutivo resulta em 206.	1,92%	11,54%	57,69%	25,00%	3,85%

Fonte: Pesquisa de campo via google forms - 2022

É possível perceber no quadro acima, que na passagem do item 16.2 para o 16.3 que, de acordo com o olhar dos professores consultados, o grau de dificuldade mais que duplica do nível fácil para difícil quando o enunciado de conversão de linguagem, envolve fração. Isso vem chamar atenção, para possíveis lacunas de aprendizagem envolvendo o conteúdo de fração, ou seja, nesse caso a dificuldade maior pode não ser a conversão de linguagem e sim a compreensão de números fracionários. Além disso, podemos perceber que o grau de dificuldade vai aumentando no nível difícil e muito difícil, quando o enunciado envolve um problema que quando convertido em linguagem matemática, resulta em uma equação do primeiro grau.

O resultado desse quadro, se confirmam no estudo realizado por Ferreira (2020), pois as análises realizadas sobre o pré-teste aplicado, apontaram que em geral os estudantes não conseguiam realizar a conversão da linguagem alfabética para a linguagem matemática.

O quadro 13, mostra a dificuldade dos alunos referente a resolução de equação do 1° grau, segundo a visão dos docentes consultados.

Quadro 13: Dificuldades para resolver equação do 1° grau

Conteúdo	**Dificuldades**				
	Muito Fácil	**Fácil**	**Difícil**	**Muito Difícil**	**Não costumo ensinar**
16.12 - Princípio aditivo da igualdade	3,85%	67,31%	21,15%	7,69%	0,00%
16.13 - Princípio multiplicativo da igualdade	1,92%	61,54%	28,85%	7,69%	0,00%
16.14 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: x -10 = 0	13,46%	59,62%	23,08%	3,85%	0,00%
16.15 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: x + 10 = 0	9,62%	57,69%	26,92%	5,77%	0,00%
16.16 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: x - 10 = -5	5,77%	57,69%	30,77%	5,77%	0,00%
16.17 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: x + 10 = 2	7,69%	61,54%	26,92%	3,85%	0,00%
16.18 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: x + 10 = - 2	5,77%	63,46%	25,00%	5,77%	0,00%
16.19 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: 3y - 15 = 0	7,69%	53,85%	30,77%	7,69%	0,00%
16.20 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: -3x - 15 = 0	5,77%	32,69%	51,92%	9,62%	0,00%
16.21 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: -3x + 15 = 0	3,85%	40,38%	46,15%	9,62%	0,00%
16.22 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: 6m + 10 = 70	1,92%	61,54%	30,77%	5,77%	0,00%
16.23 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: 5x – 40 = 2 - x	0,00%	44,23%	40,38%	15,38%	0,00%
16.24 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: 13y – 5 = 11 + 9y	1,92%	34,62%	44,23%	19,23%	0,00%

16.25 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: 3(x – 2) – 1 = 13	3,85%	17,31%	53,85%	25,00%	0,00%
16.26 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: 6(4 – t) – 55 = - 5(2t+ 3)	1,92%	13,46%	53,85%	30,77%	0,00%
16.27 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: 6(4 – t) – 55 = - 5(2t- 3)	1,92%	11,54%	50,00%	36,54%	0,00%
16.28 - Resolução de equação do 1º grau do tipo: 3(y – 3) + 4 = 2[-(y – 5) – 4(2y + 1)]	1,92%	5,77%	53,85%	34,62%	3,85%

Fonte: Pesquisa de campo via google forms - 2022

No quadro acima, uma situação já começa chamando atenção, o nível de dificuldade difícil, para a resolução da equação mais simples (na forma ax – b = 0, com a = 1) que foi proposto no item 16.16 atinge um percentual de 23,08%. É possível perceber também, que o percentual do nível difícil aumenta consideravelmente quando o coeficiente **a** da equação é menor que zero (a > 0). Isso chama atenção, para possíveis lacuna de aprendizagem referente as operações com números inteiros negativos. E o grau de dificuldade cresce consideravelmente quando a equação não está na forma reduzida, ou seja, quando tem mais de um termo nos dois lados da igualdade, principalmente quando a equação possui, parêntese, colchete e chave.

Os dados deste quadro, coincidem com o resultado do estudo de Ferreira 2020. Segundo o autor, “o teste mostrou que o obstáculo didático circundava o pouco domínio na conversão de linguagens e a fraca habilidade em se resolver equações”.

O quadro 14, é continuação da questão 16, será mostrado as respostas dos itens relacionado a identificação de equação do primeiro grau, sua raiz e conjunto solução.

Quadro 14: Dificuldades para identificar uma equação do 1° grau e sua solução

Conteúdo	**Dificuldades**				
	Muito Fácil	**Fácil**	**Difícil**	**Muito Difícil**	**Não costumo ensinar**
16.29 - Identificação de equação de 1º grau com uma incógnita.	13,46%	48,08%	30,77%	7,69%	0,00%
16.30 - Identificação da raiz de uma equação.	7,69%	50,00%	28,85%	13,46%	0,00%
16.31 - Determinação do conjunto universo.	9,62%	38,46%	38,46%	11,54%	1,92%

16.32 - Determinação do conjunto solução de uma equação.	3,85%	38,46%	44,23%	13,46%	0,00%

Fonte: Pesquisa de campo via google forms - 2022

Como podemos observar no quadro 14, na visão dos professores consultados o maior percentual de dificuldade, aparece no item 16.32 relacionado a determinação do conjunto solução de uma equação, onde 57,69% dos professores apontam que este item, para os alunos é difícil ou muito difícil. Fazendo um comparativo com outros estudos, esses dados, estão relacionados com o estudo de Santos e Ferreira (2021), onde os resultados revelam, pouca demanda de conversão de registros de representação, restringindo-se basicamente à passagem da língua natural para a linguagem algébrica.

No próximo quadro, apresentaremos as respostas da última parte da questão 16, que são os itens relacionados a resolução de problemas do 1° grau, análise da solução e verificação da validade da solução.

Quadro 15: Dificuldades para resolver problema envolvendo equação do 1° grau

Conteúdo	**Dificuldades**				
	Muito Fácil	**Fácil**	**Difícil**	**Muito Difícil**	**Não costumo ensinar**
16.33 - Resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau	5,77%	25,00%	57,69%	11,54%	0,00%
16.34 - Verificação da validade da solução de um problema do 1º grau com uma variável	1,92%	30,77%	51,92%	15,38%	0,00%
16.35 - Apresentar a resposta de um problema do 1º grau.	3,85%	23,08%	63,46%	9,62%	0,00%

Fonte: Pesquisa de campo via google forms – 2022

Como já era de se esperar, levando em consideração as respostas dos quadros 12, 13, e 14, no quadro 15, o percentual de dificuldade do nível difícil e muito difícil segundo os professores é maior que 60% nos itens envolvendo resolução de equação e de problema. Já no item 16.35 os percentuais do nível difícil e muito difícil ultrapassam 70%.

No próximo quadro, mostraremos quais os recursos didático/metodológico são indicados pelos docentes consultados, para contribuir no ensino de problemas do primeiro grau com uma ou duas variáveis.

Quadro 16: Sugestão de recurso didático/metodológico

Recursos	Percentual
A balança	1,92%
Mídias tecnológicas	3,85%
Modelagem Matemática	9,62%
Modelagem Matemática, Mídias tecnológicas	1,92%
Modelagem Matemática, Resolução de problemas	9,62%
Modelagem Matemática, Resolução de problemas, Mídias tecnológicas	3,85%
Resolução de problemas	11,54%
Resolução de problemas, Mídias tecnológicas	5,77%
Sequência didática	11,54%
Sequência didática, Mídias tecnológicas	1,92%
Sequência didática, Modelagem Matemática	1,92%
Sequência didática, Modelagem Matemática, Resolução de problemas	9,62%
Sequência didática, Modelagem Matemática, Resolução de problemas, Mídias tecnológicas	11,54%
Sequência didática, Resolução de problemas	7,69%
Sequência didática, Resolução de problemas, Jogos lúdicos	1,92%
Sequência didática, Resolução de problemas, Mídias tecnológicas	5,77%
Total Geral	100,00%

Fonte: Pesquisa de campo via google forms – 2022

No quadro 16, é possível perceber que Sequência didática com 11,54% e Resolução de problemas também com 11,54% são os recursos metodológicos mais sugerido pelos consultados. Como nessa questão cada consultado poderia apontar mais de uma opção, resolução de problemas foi a opção que mais apareceu nas respostas, citado por 61,2% dos consultados, sequência didática foi a segunda que mais apareceu nas respostas, indicado por 51,2% deles, outras opções que apareceram bastante nas repostas dos consultados foi modelagem matemática e mídias tecnológicas. Uma resposta que chama atenção e o baixo uso da representação da balança de dois pratos na abordagem deste conteúdo. Sendo que este recurso uma vez usado, os alunos gostam muito e apresentam melhor rendimento na aprendizagem, afirma Ferreira (2020).

3.5. ASPECTOS CURRICULARES

Nesta subseção, vamos aprofundar nossa análise sobre os aspectos curriculares essenciais para o ensino de equações e problemas do 1º grau. Esses aspectos são fundamentais para planejar e organizar um currículo sólido e eficaz nessa área da matemática.

3.5.4. Documentos Referenciais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), são orientações quanto ao cotidiano escolar, para o Ensino Fundamental e Médio de todo o país. O objetivo dos PCN's é criar condições, nas escolas, que permitam a todas as crianças e jovens brasileiros, mesmo em locais com condições socioeconômicas desfavoráveis, o direito de usufruir do conjunto de conhecimentos reconhecidos como necessários para o exercício da cidadania. Neste sentido, o referido documento vem ratificar, o Art. 210 da Constituição Federal de 1988, onde estabelece que, "serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais" (BRASIL, 1988).

Em 2018 entrou em vigor, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que serve como, referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares. A BNCC é um documento normativo que estabelece com clareza os processos essenciais que os estudantes devem desenvolver em cada etapa da educação básica brasileira, assegurando os seus direitos de aprendizagem.

3.5.5. Considerações sobre Currículo

Segundo Mello (2014), currículo é tudo aquilo que uma sociedade considera necessário que os alunos aprendam ao longo de sua escolaridade. Conforme a autora, as decisões sobre currículo envolvem diferentes concepções de mundo, de sociedade e, principalmente, diferentes teorias sobre o que é o conhecimento, como é produzido e distribuído, qual seu papel nos destinos humanos.

Para Saviani (2016),

> [...] pode-se considerar que o currículo em ato de uma escola não é outra coisa senão essa própria escola em pleno funcionamento, isto é, mobilizando todos os seus recursos, materiais e humanos, na direção do objetivo que é a razão de ser de sua existência: a educação das crianças e jovens. Poderíamos dizer que, assim como o método procura responder à pergunta: *como* se deve fazer para atingir determinado objetivo, o currículo procura responder à pergunta: *o que* se deve fazer para atingir determinado objetivo. Diz respeito, pois, ao conteúdo da educação e sua distribuição no tempo e espaço que lhe são destinados (SAVIANI, 2016, p. 55).

Isso significa que o currículo não é apenas um conjunto de conteúdo a serem ensinados, mas sim uma estrutura que orienta as ações e interações entre alunos, professores e demais membros da comunidade escolar. De acordo com Mello (2014), as teorias sobre currículo podem ser agrupadas em duas grandes vertentes: o currículo centrado no conhecimento e o currículo centrado no aluno.

Para Mello (2014, p. 1), na primeira vertente, “o currículo é entendido como fonte de um saber fixo, universal e inquestionável e a escola como lugar de assimilar esse conhecimento de acordo com algumas regras”. Ou seja, nessa visão, o currículo é considerado como um conjunto de conhecimentos pré-determinados, estáticos e universais, que os alunos devem assimilar por meio de uma transmissão de conhecimento vertical, seguindo regras estabelecidas. O foco está na aquisição de conteúdos específicos e na memorização, e o papel dos alunos é reproduzir o conhecimento transmitido pelos professores.

Por outro lado, segundo a autora, “a vertente centrada no aluno entende que o currículo escolar deve ser constituído do conhecimento reconstruído pelo aluno a partir de suas próprias referências culturais e individuais”. (Mello, 2014, p. 1). Isto significa que dessa forma, o currículo se torna mais aberto, flexível e adaptado às necessidades e interesses dos alunos, promovendo uma educação mais contextualizada, inclusiva e participativa.

3.5.6. Educação Matemática

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental, é importante refletir a respeito da contribuição da Matemática tendo em vistas à formação cidadã.

> Desse modo, um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, evitando o processo de submissão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado

> espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente (BRASIL, 1998, p. 28).

De acordo com o documento, para que isso aconteça, o ensino de Matemática deve ser desenvolvido através de metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação de resultados, a criatividade, o trabalho em equipe e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios.

Por outro lado, o PCN enfatiza que:

> Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 36).

Por isso é fundamental não subestimar o potencial matemático dos alunos, reconhecendo que resolvem problemas, mesmo que razoavelmente complexos, ao lançar mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscar estabelecer relações entre o já conhecido e o novo.

Para Godoy e Santos (2012), a contribuição da Matemática para os fins gerais da educação, normalmente, é sempre considerada positiva e altamente benéfica, por isso a constante preocupação dos especialistas em descobrir tais finalidades, de modo que o currículo de Matemática seja um instrumento adequado para sua consecução.

Neste sentido, Godoy e Santos (2012) em seus estudos sobre o currículo de matemática na educação brasileira, ressaltam que

> [..] ao refletirem sobre os conteúdos matemáticos, ou melhor, sobre os conhecimentos e saberes matemáticos, evidenciam que, eles pouco, ou quase nada, sofreram alterações ao longo do século XX, no que tange aos documentos curriculares. As mudanças que ocorreram estiveram relacionadas à elaboração de novas metodologias para trabalhar e desenvolver esses saberes, em consonância com as finalidades educacionais (GODOY E SANTOS, 2012, p. 274).

Rico (2004) em sua reflexão sobre o currículo da educação básica e os fins da Educação Matemática, nos remete as seguintes indagações: Para que ensinar matemática? Que matemática ensinar em uma sociedade influenciada pela tecnologia? Como organizar um currículo mais flexível, com variedade de opções e que atenda às diversas necessidades dos estudantes? Como atender à diversidade cultural nos Currículos de Matemática? Destacou que todos os debates sinalizam na mesma direção: a discussão sobre os fins da educação matemática, em geral, é uma questão crucial para o currículo de matemática no sistema educativo, em especial, para os níveis de educação obrigatória.

3.5.7. Avaliação no Ensino de Matemática

A avaliação no ensino de matemática desempenha um papel fundamental no processo de aprendizagem dos alunos. Ela tem como objetivo verificar o progresso e o nível de compreensão dos estudantes em relação aos conteúdos matemáticos, identificar dificuldades e fornecer feedback para orientar a prática pedagógica.

Tratar do conceito de avaliação e no que ele deve expressar atualmente é reforçar a ideia de que o processo avaliação subsidie todo o ato educativo, ou seja, “a avaliação escolar é uma parte integrante do processo de ensino e aprendizagem e não uma etapa isolada” (LIBÂNEO, 2013, p. 222).

Não deve ser entendida como elemento que ocorra somente no final de uma unidade de ensino ou de um período letivo, mas, como elemento presente desde o planejamento do professor: [...] ela só faz sentido na medida em que serve para diagnóstico da execução e dos resultados que estão sendo buscados e obtidos. A avaliação é um instrumento auxiliar da melhoria dos resultados [...] (LUCKESI, 2005, p. 150).

Isto significa que a avaliação não deverá ser usada somente como instrumento de aprovação ou reprovação, mas como recurso que possa verificar o estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, sendo o ato de avaliar amplo e não restrito a um único objetivo.

A avaliação da aprendizagem de acordo com a BNCC (2018) tem o objetivo de fazer uma análise global e integral do estudante. Nesse sentido, os docentes devem construir e aplicar procedimentos de avaliação formativa de processo ou de resultado que levem em conta os contextos e as condições de aprendizagem, tomando tais registros como referência para melhorar o desempenho da escola, dos professores e dos alunos.

Para Santos (2008), a avaliação formativa propõe respeitar as peculiaridades de cada estudante e assume assim um papel essencial e estratégico na melhoria da gestão do processo de ensino e aprendizagem.

Entretanto, vale destacar que a avaliação no ensino de matemática não deve se limitar apenas ao resultado final, mas também deve considerar os processos e estratégias utilizados pelos alunos para chegar às respostas. É importante valorizar o raciocínio, a capacidade de resolver problemas, a aplicação de conceitos e a utilização de estratégias adequadas. Isso permite uma compreensão mais completa do nível de desenvolvimento dos alunos e auxilia na identificação de possíveis dificuldades.

3.5.8. Ensino de Álgebra na Educação Básica

O ensino de álgebra é uma parte essencial do currículo de matemática em muitos sistemas educacionais. A álgebra é uma área da matemática que envolve o estudo de relações e operações matemáticas utilizando símbolos e letras para representar quantidades desconhecidas.

De acordo com Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino de Álgebra, tem como finalidade:

> [..] o desenvolvimento do pensamento algébrico, que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para que isso ocorra, segundo o documento é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2018).

Nesse sentido, o objetivo geral é capacitar os alunos com habilidades matemáticas fundamentais, preparando-os para lidar com problemas do mundo real, desenvolver uma compreensão mais profunda da matemática e fornecer uma base sólida para estudos futuros em disciplinas relacionadas.

A BNCC enfatiza o desenvolvimento de competências matemáticas, como resolver problemas, comunicar ideias matemáticas, argumentar e justificar soluções. Essas competências são essenciais no contexto do ensino de equações, onde os alunos são desafiados a encontrar soluções.

Neste sentido, é importante ressaltar que a BNCC fornece diretrizes gerais, e cabe aos professores e escolas adaptarem e elaborarem seus currículos de acordo com as necessidades e características de seus alunos. O ensino de equações deve ser progressivo, partindo de equações mais simples para equações mais complexas, fornecendo oportunidades para prática, discussão e consolidação dos conceitos ao longo do tempo.

3.5.9. Documentos que preveem o ensino de problemas e equações de primeiro grau

Dentro da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino de resolução de situações-problema que envolve equações do primeiro grau está previsto no 7º ano do ensino fundamental. Vamos observar na figura a seguir:

Figura 5: Abordagem da Unidade Temática álgebra no 7º ano

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

MATEMÁTICA – 7º ANO

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO
Álgebra	Linguagem algébrica: variável e incógnita
	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica
	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais
	Equações polinomiais do 1º grau

HABILIDADES
(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. **(EF07MA14)** Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: Brasil (2018).

Ao analisar o quadro ilustrado na figura 5, podemos observar que, dentro da unidade temática de álgebra, há dois Objetos do Conhecimento que abrangem o ensino de equações do primeiro grau, que são: Linguagem algébrica: variável e incógnita, e Equações polinomiais do 1º grau. Esses objetos serão abordados e explorados por meio das habilidades (EF07MA13) e (EF07MA18), conforme previsto na base de ensino.

No que diz respeito à prova SAEB ((Sistema de Avaliação da Educação Básica), o ensino de resolução de situações-problema que envolvem equações do primeiro grau está previsto na matriz de referência do 9º ano do ensino fundamental. Vejamos na figura a seguir:

Figura 6: Álgebra na matriz de referência de matemática - 9º ano

saeb
Sistema de Avaliação da Educação Básica

MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA - 9º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL

QUADRO 2

MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA DO SAEB: TEMAS E SEUS DESCRITORES – 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

III. NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES	
D19	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D20	Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D25	Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D26	Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D29	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entregrandezas.
D33	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
D34	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
D35	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.

Fonte: Saeb – Matriz de Referência de Matemática/2022

Na figura 6 acima, ressaltamos os descritores que englobam as habilidades a serem desenvolvidas no ensino de equações do primeiro grau e resolução de problemas relacionados a esse tema.

Vale destacar, que a matriz de referência de matemática é um documento elaborado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), que estabelece os conhecimentos, habilidades e competências que os estudantes devem dominar em matemática em cada etapa da educação básica. Essa matriz serve como referência para a elaboração dos currículos escolares, orientando a definição de conteúdo e objetivos de aprendizagem em matemática em cada série ou ano escolar.

Por outro lado, temos a matriz de proficiência da prova SAEB que é construída com base na matriz de referência, mas com uma abordagem mais específica para a avaliação. A matriz de proficiência define os níveis de habilidades esperados dos estudantes em cada área do conhecimento, incluindo a matemática, e estabelece os critérios para a atribuição de diferentes níveis de proficiência, como insuficiente, básico, adequado e avançado.

Na figura a seguir, mostraremos como os descritores D33, D34 e D35 da matriz de referência, mostrado acima, são cobrados por nível de proficiência na prova SAEB.

Figura 7: Álgebra na matriz de Proficiência de matemática - 9º ano/Prova Saeb

QUADRO 4

ESCALA DE PROFICIÊNCIA DE MATEMÁTICA
9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

NÍVEL*	DESCRIÇÃO DO NÍVEL
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES • Determinar a soma de números racionais em contextos de sistema monetário. • Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1º grau envolvendo números naturais, em situação-problema. • Localizar números inteiros negativos na reta numérica. • Localizar números racionais em sua representação decimal.
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES • Associar uma fração com denominador dez à sua representação decimal. • Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de equações do 1º grau ou sistemas lineares. • Determinar, em situação-problema, a adição e multiplicação entre números racionais, envolvendo divisão por números inteiros.

Fonte: Escala de Proficiência Saeb – 2020

Analisando o quadro acima, identificamos que os descritores relacionados ao ensino de álgebra, da matriz de referência, como o D33, D34 e D35, estão inseridos nos níveis de desempenho 4 e 5 da matriz de proficiência de matemática do 9º ano da prova.

No Sistema Paraense de Avaliação Educacional - SisPae, o ensino de álgebra, incluindo a resolução de situações-problema que envolvem equações do primeiro grau, está previsto na matriz de referência para o 8º e 9º ano do ensino fundamental, conforme ilustrado na figura a seguir:

Figura 8: Álgebra na matriz de referência de matemática do SisPae – 8º e 9º ano

S i s P a E - Sistema Paraense de Avaliação Educacional

Anexo II - Matrizes de Referência de Matemática

MATEMÁTICA | 8° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

III. NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES

D66_M	Resolver problema que envolva porcentagem.
D29_M	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas
D45_M	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
D54_M	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.

MATEMÁTICA | 9° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

III. NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES

D66_M	Resolver problema que envolva porcentagem.
D29_M	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D45_M	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
D54_M	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
D53_M	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.

Fonte: Pará – 2022

Ao observar a Figura 8 acima, é possível notar que embora a maioria dos descritores estejam relacionados ao ensino de equações do primeiro grau e resolução de problemas, destacam-se os seguintes descritores para o 8º ano: D26_M, D59_M, D60_M, D45_M e D54_M, e para o 9º ano: D26_M, D53_M, D54_M e D59_M.

Através dos exemplos mostrados acima, ressaltamos que a exigência de conhecimentos como a resolução de problemas e a equação do primeiro grau em concursos públicos, além da BNCC, SisPAE e SAEB, reflete a importância dessas habilidades no contexto profissional. Esses objetos do conhecimento são frequentemente cobrados nas provas como uma forma de avaliar a capacidade dos candidatos de aplicar conceitos matemáticos e raciocínio lógico em situações práticas.

No entanto, a resolução de problemas requer a habilidade de analisar uma situação complexa, identificar as informações relevantes, utilizar estratégias adequadas e chegar a uma solução precisa. É uma competência valorizada em diversas áreas, pois permite aos profissionais lidarem com desafios e tomarem decisões embasadas em dados e análises.

Neste sentido, a equação do primeiro grau, por sua vez, é uma ferramenta matemática fundamental para modelar e resolver problemas do mundo real. Ela envolve a representação de uma relação linear entre variáveis e a busca por um valor desconhecido. A compreensão dessa equação permite aos candidatos solucionarem problemas relacionados a proporções, cálculos de médias, interpretação de gráficos e diversas outras aplicações práticas.

3.6. ESTUDO SOBRE O ENSINO DE PROBLEMAS E EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Nesta etapa temos o objetivo de apresentar um panorama das investigações em Educação Matemática sobre o ensino de equações polinomial do primeiro grau e problemas que recaiam nesse tipo de equação, de forma a identificar os caminhos já percorridos pelas pesquisas acadêmicas nesta área. Destacamos que pretendemos realizar as análises da forma mais resumida possível dos trabalhos selecionados, mas buscando perceber as semelhanças, singularidades e as perspectivas que estes apontam para o trabalho docente.

Para a realização de nossa revisão literária buscamos pesquisas envolvendo nosso objeto de estudo, no caso ensino de equações de 1º grau com uma incógnita, nesse sentido foi usado como palavra-chave, equação do primeiro grau, ensino de equação do primeiro, ensino por atividade experimentais, e a busca foi realizada no repertório da Capes e em sites das diversas instituições de ensino superior brasileira.

O Google Acadêmico também foi usado na busca de artigos e dissertações relacionadas a ensino de equações do primeiro grau nos últimos dez anos. No decorrer de nossa busca realizamos uma seleção criteriosa dos trabalhos encontrados, foram classificados 5 (cinco) artigos e 13 (treze) dissertações. Optamos em trabalhar com obras realizadas em escola pública e que tenham sido realizadas nos últimos 10 anos.

O quadro 17, mostra de forma geral os trabalhos selecionados, a seguir faremos observações mais detalhadas em relação a cada trabalho selecionado e as colaborações trazidas para a educação que cada obra nos evidenciou.

Quadro 17: Estudo sobre o ensino de equações polinomiais do 1º grau

Tipo de estudo	Autor (es)	Ano	Natureza e Título do trabalho	Instituição/ Evento
Estudos Teóricos	Araújo	2020	Dissertação / Equação do 1º grau: a compreensão da equivalência nos anos – iniciais	UESC
	Colombo	2021	Dissertação / O conceito teórico de equação do primeiro grau: perspectiva de organização do ensino desenvolvimental	UNESC
Estudo Diagnóstico	Almeida e Santos	2015	Artigo / Análise dos Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática	Boletim GEPEM
	Santos	2020	Dissertação / Equação polinomial de primeiro grau: uma análise da abordagem na literatura e em livros didáticos	UFOB/ PROFMAT
	Santos e Ferreira	2021	Artigo / Ensino e aprendizagem de equação polinomial de primeiro grau: uma análise da literatura	RPEM
	Pinheiro, Sá e Silva	2022	Artigo / Diagnóstico do ensino de problema do primeiro grau de acordo com a percepção de professores	SCEM/ UEPA
	Pereira, Nunes, Matos e Almouloud	2023	Artigo / Transição do aritmético para o algébrico à luz de ideias de Yves Chevallard	EMP (Educ. Matem. Pesq.)
	Alves	2016	Dissertação / A Álgebra na perspectiva histórico-cultural: uma proposta de ensino para o	UFU

			trabalho com equações de 1° grau	
Estudos Experimentais	Lemos e Kaiber	2015	Artigo / Recuperação individualizada de conteúdos: caminhos percorridos por um estudante no estudo das equações de 1º grau	Acta Scientiae
	Castoldi	2016	Dissertação / Equação de 1º grau: uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos	UPF
	Matsuda	2017	Dissertação / Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas	UEM
	Franca	2019	Dissertação / Isolar o x, isolar o y ... e agora? recursos tecnológicos digitais como mediadores na resolução de equações do 1º grau.	CPII/ PROFMAT
	Machado	2019	Dissertação / Atividades investigativas na resolução de equações do 1º grau por alunos do sétimo ano	UFAC/ PROFMAT
	Campos	2019	Dissertação / O desenvolvimento do pensamento algébrico, através da resolução de problemas, e suas contribuições para aprendizagem de equações do primeiro grau	IFG
	Meinerz	2020	Dissertação / Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio do uso do material álgebra tiles	UFRGS/ PROFMAT
	Araújo	2022	Dissertação / Ensino de equação polinomial do primeiro grau por meio do uso da balança de dois pratos	UNIVASF/ PROFMAT
	Gomes	2022	Dissertação / Aprendizagem do conceito teórico de equação do primeiro grau por estudantes do sétimo ano do ensino fundamental	UNISUL
	Silvestre	2022	Dissertação / Tarefas de análise da produção escrita para o ensino de equações do 1º grau com uma incógnita	UTFPR

Fonte: O próprio autor (2023)

De acordo com Boccato (2006), a pesquisa bibliográfica busca o levantamento e análise crítica dos documentos publicados sobre o tema a ser pesquisado com intuito de atualizar, desenvolver o conhecimento e contribuir com a realização da pesquisa. De acordo com Marconi e Lakatos (2001, p. 44), a finalidade da pesquisa bibliográfica é “colocar o pesquisador em contato direto com tudo aquilo que foi escrito sobre determinado assunto, com o objetivo de permitir ao cientista o reforço paralelo na análise de suas pesquisas ou manipulação de suas informações”.

3.6.1. Estudos Teóricos

Araújo (2020), realizou uma investigação para a elaboração de sua dissertação de mestrado que buscou investigar o desempenho e as estratégias de resolução utilizadas por alunos do 5º ano, do Ensino Fundamental, na resolução de problemas envolvendo equação do 1º grau, no que diz respeito à Equivalência. Trata-se de uma pesquisa diagnóstica, cujos dados foram coletados por meio de um questionário composto por nove questões, que abordam equação do 1º grau. Esse questionário foi respondido por 99 alunos do 5º ano de duas escolas públicas, da rede municipal de ensino de duas cidades do sul da Bahia.

De acordo com Araújo (2020), os resultados apontam que apesar de ainda não terem o contato com a Álgebra formal, 30,2% dos alunos conseguiram resolver de forma correta as questões, além de explicitarem de formas variadas suas estratégias, que foram apresentadas em nove diferentes categorias de análise: Relacional, Operacional, Pensamento Aditivo, Pensamento Multiplicativo, Retórico, Sincopado, Simbólico, Pictórica e Somente Resposta. A maior parte dos alunos entende o sinal de igual apenas como operacional, como o resultado da operação; foi possível observar a presença dos três estágios do desenvolvimento da Álgebra a Retórica, a Sincopada e a Simbólica; os alunos lançaram mão de desenhos e ícones em suas respostas que poderiam ser mais explorados em sala de aula além dos símbolos matemáticos; o ícone da balança é importante para o entendimento e introdução do ensino de equação, mas é preciso trabalhar a transposição entre o ícone e a sentença matemática.

A autora ressalta, que embora os alunos tenham alcançado um percentual relativamente baixo de média de acerto, conclui-se que é preciso explorar o significado relacional da igualdade, com o intuito de auxiliar o entendimento das propriedades simétrica, reflexiva e transitiva, próprias da relação de Equivalência.

Finalmente, a partir das respostas dos alunos, quer seja nos registros escritos ou ainda na fala das entrevistas, que é possível sim, trabalhar com conceitos algébricos em conjunto com os conceitos aritméticos, assim como sugere a Early Algebra.

Colombo (2021), desenvolveu um estudo para sua dissertação de mestrado que teve como objetivo investigar o modo de organização do ensino desenvolvimental, com delimitação para o conceito de equação do primeiro grau, e foi direciona pelo seguinte problema: o que caracteriza uma organização do ensino de equação do primeiro grau, fundamentada na perspectiva do sistema Elkonin-Davidov, que se apresenta como promotora de possibilidade para que os estudantes se apropriem teoricamente do referido conceito?

Segundo a autora, trata-se de uma pesquisa na modalidade bibliográfica, que tem como fonte de análise os livros didáticos e de orientação ao professor – primeiro ao sexto ano – elaborados por Davidov e seus colaboradores, fundamentados na Teoria Histórico-Cultural. A análise se centra em um conjunto de tarefas particulares, extraídas dos livros mencionados, com ênfase no movimento de permanência e surgimento das características referentes ao conceito de equação do primeiro grau.

De acordo com Colombo (2021), A pesquisa revela que esse conceito está envolto em um sistema matemático mais complexo. Nesse sentido, cada uma das tarefas se caracteriza por satisfazer uma necessidade conceitual e, concomitantemente, emergir outra necessidade. No âmbito de delimitação da pesquisa, podemos dizer que, no modo davidoviano de organização do ensino, o referido conceito se manifesta desde o primeiro ano escolar. As tarefas desencadeiam um movimento referente ao conceito de equação do primeiro grau e do modo de ação para resolvê-la. Elas revelam o movimento de complexificação do conceito e, consequentemente, de apropriação pelos estudantes da forma mais atual (no sexto ano) de resolução desse tipo de equação.

3.6.2. Estudo Diagnóstico

Almeida e Santos (2015), realizaram uma pesquisa que resultou em um artigo, com o título, “Análise dos Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática”. O objetivo do estudo foi analisar os problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática do 7º ano do Ensino Fundamental, aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2011.

Segundo os autores, como resultado, eles destacam que os livros didáticos brasileiros têm uma forte tendência em explorar problemas que podem não favorecer a passagem da aritmética à álgebra, os denominados "falsos problemas", e os problemas de estrutura aritmética. Em relação aos problemas de estrutura algébrica, todos os livros dão preferência aos problemas de partilha de quantidades.

Santos (2020), realizou uma investigação para sua dissertação que teve como objetivo, descrever como a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e livros didáticos, aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), abordam o tema equação polinomial de primeiro grau. Para tanto, foram desenvolvidos três objetivos específicos por meio de três artigos e um produto educacional, os quais compõem os capítulos da dissertação.

Conforme Santos (2020), os resultados mostram que o trabalho com a Álgebra, e em particular equação polinomial de primeiro grau

- Deve buscar o desenvolvimento do pensamento algébrico e da generalização, desenvolvendo habilidades de compreensão, representação e resolução de problemas em detrimento da manipulação mecânica de símbolos.
- Revela que a implementação de tarefas diversificadas, desafiadoras e com alto grau de exigência cognitiva favorece o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa.
- Apontam, por um lado, limitações no conhecimento do professor em relação a conceitos e resolução de problemas, por outro, mostra que esses profissionais, em sua prática pedagógica, lançam mão de diversos recursos como artigos acadêmicos, sites, balanças de dois pratos, software matemático, sequencias de atividades eletrônicas para prepararem e ministrarem aula sobre equações. Indicam também lacunas na aprendizagem dos alunos.
- O uso da balança, as propriedades da igualdade e das operações inversas, a neutralização e transposição de termos são recorrentes no trabalho com equações polinomiais de primeiro grau.

Santos e Ferreira (2021), com objetivo de analisar como a literatura científica sobre o ensino de Álgebra, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, aborda o objeto de conhecimento equação polinomial de primeiro grau. Usou-se um recorte temporal de 10 anos (2010-2019), sendo selecionados 31 artigos para compor o corpus de análise. O método utilizado foi a revisão sistemática de literatura.

Conforme os autores, os resultados revelam: I) dificuldades de professores e alunos diante dos conceitos de equação e equivalência e na resolução de problemas envolvendo equação polinomial de primeiro grau; II)predominância do uso da variável como incógnita frente a número genérico e número funcional; III)pouca demanda de conversão de registros de representação, restringindo-se basicamente à passagem da língua natural para a linguagem algébrica; IV) o uso, por professores, de artigos acadêmicos, sites, balança de dois pratos, software matemático, sequências de atividades eletrônicas para prepararem e ministrarem aulas sobre equação; e, V) que o uso de tarefas, recursos e metodologias apropriados favorecem o desenvolvimento da aprendizagem e a construção de significados para os objetos algébricos.

Pinheiro, Sá e Silva (2022), realizaram uma pesquisa que teve como objetivo, diagnosticar o processo de ensino de Equação do primeiro grau, a partir da opinião de professores de matemática. As informações foram coletadas no mês de maio de 2022, por meio da consulta a 52 docentes que ministram aulas no 7° ano do ensino fundamental da rede pública municipal de ensino, mediante a aplicação de um questionário via *Google forms*.

De acordo com os autores, os resultados indicaram que, segundo os professores que participaram da pesquisa, em geral, os estudantes não conseguem realizar a conversão da linguagem alfabética para a linguagem matemática, além de uma fraca habilidade em resolver questões sobre nosso objeto de estudo. Os autores ressaltam que as dificuldades de aprendizagem, apontadas pelos docentes, podem ser resolvidas ou minimizadas a partir da metodologia aplicada na condução dos conteúdos em sala. Neste caso, foi sugerido a aplicação de atividades experimentais, haja vista que este modelo de atividade em outros estudos, mostrou significativos resultados quanto à melhoria da aprendizagem.

Pereira et al (2023), publicaram um estudo que teve como objetivo, refletir sobre a transição da aritmética para a álgebra a partir de publicações de Yves

Chevallard. Para isso, os autores selecionaram quatro artigos desse autor que tratam dessa abordagem, no âmbito do sistema de ensino francês, mas com implicações no ensino de álgebra no Brasil. Os artigos foram selecionados por meio de leituras prévias e pelas relevâncias das ideias contidas nos mesmos. A partir das reflexões busca-se uma possível resposta à questão: Quais aspectos epistemológicos da transição do aritmético para o algébrico são revelados em artigos de Yves Chevallard? Os traços metodológicos assumidos são da pesquisa bibliográfica e da análise de conteúdo. De acordo com os autores, as conclusões indicam que os aspectos epistemológicos do aritmético e do algébrico seguem uma modelização matemática algébrico/numérico, intermediada pelo processo de transposição didática.

Alves (2016), realizou um estudo para sua dissertação de mestrado com o objetivo de analisar possíveis implicações pedagógicas para a formação do pensamento algébrico e a aprendizagem do conceito de equação de 1° grau para estudantes do 7° ano do ensino fundamental por meio da atividade de ensino. O estudo foi realizado com 27 estudantes do 7° ano do ensino fundamental de uma escola municipal da cidade de Uberlândia/MG, com faixa etária entre 12 e 15 anos. Os princípios norteadores dessas atividades versam sob os nexos conceituais da álgebra: fluência, campo de variação e variável (SOUSA, 2004), que podem ser apreendidos à luz da Teoria Histórico-Cultural (VIGOTSKI, 1989; 1991; LEONTIEV, 1978; 1983) e dos princípios de Davidov (1982; 1987) acerca da construção do conhecimento teórico.

De acordo com a Alves (2016), por meio das análises realizadas, foi possível perceber que houve a formação do pensamento algébrico pelos estudantes e que estes se apropriaram do conceito de equação de 1° grau, assim como, indícios de que os nexos conceituais algébricos são de extrema relevância para a aprendizagem da álgebra, em um movimento no qual os estudantes compreenderam as justificativas de suas ações mediante as necessidades que as motivaram, permitindo aos estudantes atribuírem nova qualidade ao processo de apreensão dos conceitos algébricos, no qual houve a predominância do saber pensar ao invés do saber fazer, possibilitando percebermos indícios de desenvolvimento do conhecimento teórico, em um ambiente de respeito às ideias apresentadas pelo outro e construção coletiva dos significados algébricos.

3.6.3. Estudos Experimentais

Lemos e Kaiber (2015), desenvolveram uma pesquisa de mestrado que originou um artigo, que teve como objetivo, apresentar resultados de uma pesquisa que investigou em que medida uma Sequência Didática com o tema equações de 1º grau, disponível no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), favorece a recuperação de conteúdo para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. A Sequência Didática foi estruturada visando a uma retomada de ideias, conceitos e procedimentos em torno do conteúdo equações de 1º grau e disponibilizada no SIENA, pois esse possibilita que os estudantes realizem testes adaptativos, a partir dos quais é gerado um mapa individualizado que apresenta o desempenho dos mesmos.

Segundo as autoras, destacam-se, neste artigo, os resultados referentes aos caminhos percorridos por um aluno participante da pesquisa (aluno 236), uma vez que foi o único que necessitou realizar recuperação em todos os conceitos da Sequência Didática desenvolvida. Os resultados obtidos ao longo da investigação apontam que a Sequência Didática equações de 1º grau possibilitou aos alunos retomarem conceitos e procedimentos em torno do tema, favorecendo sua recuperação. Com relação ao aluno 236, seu desempenho indica que ocorreu uma evolução ao longo da realização da Sequência Didática, principalmente no que se refere à compreensão do conceito de equação de 1º grau como uma igualdade e nos procedimentos de resolução de equações.

Castoldi (2016), desenvolveu uma pesquisa para a construção de sua dissertação de mestrado que teve como objetivo, verificar se o uso da metodologia de jogos auxilia de modo eficaz no processo de ensino e aprendizagem. Durante a realização desta pesquisa, três jogos foram abordados: o jogo “Memórias da Álgebra”, “Dominó das Linguagens” e “Na trilha das Equações”.

Segundo Castoldi (2016), após a aplicação de todos os jogos e atividades, foi feita uma análise das atividades desenvolvidas durante esta pesquisa a fim de verificar se o objetivo proposto foi atingido. Subsequente à análise de todo material coletado, foi possível constatar que a utilização dos jogos em sala de aula, auxiliaram os estudantes na compreensão de conceitos matemáticos, além de permitir interações entre os estudantes de modo que a socialização, o diálogo, e a ajuda mútua foram predominantes na realização de todas as atividades realizadas. A autora ressalta que foi visível a satisfação e a motivação com os jogos, o que é importante para o desenvolvimento da aprendizagem, além de os jogos terem desenvolvidos nos estudantes o hábito de buscarem soluções para as situações propostas sem a necessidade de uma fórmula pronta. Por fim, a autora destaca que essa metodologia de ensino se tornou mais significativa aos estudantes, uma vez que na participação de seu próprio saber, o estudante se torna um agente ativo na construção do conhecimento e não apenas um ser receptor.

Matsuda (2017), realizou um estudo que buscou compreender como o ensino via resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau. As inquietações que motivaram a esta pesquisa surgiram das atividades de regência em turmas de 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, nas quais foi detectada uma lacuna na aprendizagem dos conceitos relacionados à Álgebra. Os participantes dessa pesquisa foram 30 alunos matriculados no 7º ano do Ensino Fundamental, em uma escola localizada na região norte do Paraná, pertencente ao Núcleo Regional de Maringá - NRE.

Conforme Matsuda (2017), foi abordado um ensino via resolução de problemas, no qual o problema foi proposto como ponto de partida. A pesquisa se desenvolveu em três etapas visando introduzir a temática equações do 1º grau: (1) o olhar da professora sobre o aluno, (2) o ensino via resolução de problemas, (3) o olhar da pesquisadora sobre o aluno. Os dados foram coletados através do questionário respondido pela professora da disciplina, áudio, resolução dos problemas dos alunos e Notas de Campo respondidas pela pesquisadora durante a implementação do ensino.

A autora, ressalta que foi identificado na fala dos alunos as suas dificuldades durante a resolução dos problemas, sendo possível inferir que elas se concentram na etapa da representação do problema. Tais dificuldades que permearam a etapa de representação do problema possuíam características como: a natureza do problema, termos matemáticos como triplo e múltiplo e ainda as falsas hipóteses. Segundo ela, foi possível inferir que a dificuldade de interpretação do problema desencadeou uma sequência de erros, levando os alunos a errarem na resolução.

Em termos de resultados, de modo geral, apesar das dificuldades enfrentadas pelos alunos, foi possível constatar que eles conseguiram identificar as características de uma equação do 1º grau como o uso de incógnita e do sinal de igualdade. Os alunos também perceberam a importância de se utilizar equação do

1º grau para a resolução de alguns problemas, relacionando essa importância ao tempo gasto para a resolução dos problemas e à facilidade na resolução do mesmo.

De acordos com os autores, a partir das análises, foi possível inferir que se gerou a necessidade nos estudantes para que se envolvessem na proposta perfazendo um ambiente de construção do conhecimento teórico, propiciando a ruptura do pensamento mecânico. Além disso, foi possível perceber que esses estudantes foram envolvidos em um processo de ensino e de aprendizagem intencionalmente organizado, compreendendo as justificativas de suas ações mediante as necessidades que os mobilizaram.

França (2019), desenvolveu uma investigação como o objetivo de analisar quais as contribuições da tecnologia digital para minimizar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio na resolução de equações do 1º grau. A pesquisa foi realizada com alunos do ensino regular em um colégio da rede estadual do Rio de Janeiro, localizado na zona norte da capital do estado. Os estudos de Duval, sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica; de Vergnaud, relacionados à Teoria dos Campos Conceituais, de Bairral, de Borba, Scucuglia e Gadanidis, referentes às tecnologias digitais na Educação Matemática e a concepção de Zabala sobre a sequência didática como prática educativa fundamentaram essa pesquisa.

Conforme França (2019), quase todas as atividades da sequência têm como foco o estudo e a resolução de equações do 1º grau, mediados pelos objetos digitais de aprendizagem a “Balança” e o “PAT2Math”, os quais foram apoios para as mudanças de representações de registros semióticos e métodos de resolução. As atividades da sequência compuseram o e-book: “Equações Polinomiais do 1º grau: Uma Incógnita...Uma Revisita à Igualdade”, que é o produto desta investigação. Os dados foram coletados a partir de um questionário, dos registros das atividades realizadas pelos alunos, das gravações de áudio, de uma entrevista e da observação participante.

Segundo a autora, os resultados apontaram que as tecnologias digitais são importantes recursos para a compreensão das mudanças de representações semióticas e na elaboração de novos esquemas para a resolução das equações do 1º grau. Ela destaca que as tecnologias digitais como apoio a sequência didática, planejada e conduzida pelo professor, aproximaram os alunos do seu objeto de estudo, resgatou o interesse pela resolução das equações em questão e minimizaram as dificuldades. A autora ressalta que esta investigação, sinalizou uma dificuldade que o apoio da tecnologia digital utilizada não foi suficiente, pois foi constatado que os sujeitos da pesquisa demonstraram não compreender o sentido de incógnita, o que poderá apontar para o desdobramento desse estudo.

Temos também Machado (2019), que realizou um estudo com o objetivo de compreender como atividades investigativas com equações do 1º grau contribuem para a formação do pensamento algébrico de estudantes de uma turma de sétimo ano de escolaridade de uma Escola Particular de Educação Básica e Profissional de Rio Branco, Acre. Trata-se de um estudo de caso, desenvolvido em um ambiente exploratório-investigativo de natureza qualitativa. Os instrumentos usados na construção dos dados foram: diário de campo, atividades escritas e gravações em áudio de todas as aulas ministradas.

Segundo Machado (2019), o referencial teórico adotado está fundamentado em conceitos de Investigação Matemática, como atividade de ensino e aprendizagem, de Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), que trabalha questões abertas que proporcionam aos estudantes a formulação de diferentes conjecturas para a resolução de atividades, e na perspectiva teórica de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), sobre a importância de se desenvolver o pensamento algébrico.

De acordo com Machado (2019), os resultados apontaram que as resoluções das atividades forneceram informações importantes sobre como os estudantes pensam algebricamente, estimulou a formulação de hipóteses, elaboração de novas estratégias, autonomia intelectual e qual concepção algébrica foi utilizada. O produto educacional oriundo desta pesquisa é um Guia Didático para o uso de Atividades Investigativas com Equações do 1º grau, contendo atividades que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Campos (2019), desenvolveu um estudo para sua dissertação de conclusão de mestrado com objetivo de compreender como a resolução de problemas poderia contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico, de estudantes do 7° ano do ensino fundamental, e quais as suas implicações para aprendizagem dos conceitos relacionados às equações de primeiro grau, e, a partir disso, produzir uma sequência didática capaz de orientar professores que buscam um ensino diferenciado e eficiente sobre esses conceitos.

De acordo com Campos (2019), buscando alcançar esse objetivo, foi elaborado e aplicado um plano de ensino em que a pesquisadora, pondo-se como professora, buscou identificar, nos alunos investigados, a presença, ou não, de pensamento algébrico. Ademais, por meio desse diagnóstico, colocar em prática a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para fazer emergir, nesses estudantes, um pensamento algébrico, dentro das três vertentes estabelecidas nos referenciais teóricos deste trabalho (defendidas por Rômulo Lins, Luis Radford e James Kaput), e a partir disso, levar os estudantes a conceberem conceitos relacionados às equações de primeiro grau. A referida pesquisa teve caráter qualitativo, e, para nortear as ações desenvolvidas, enquanto pesquisa científica, teve como apoio o Modelo Metodológico de Thomas A. Romberg. A coleta de dados foi feita durante a aplicação do plano de ensino, por meio da observação da pesquisadora; registros em caderno de campo; trabalhos produzidos pelos alunos; e gravações das aulas, em áudios e vídeos.

Como resultado, segundo a Campos (2019), foi produzido um Produto Educacional, por meio de uma Sequência Didática, para auxiliar outros professores e pesquisadores. Desse modo, evidenciaram-se contribuições significativas sobre o entendimento das diversas formas de raciocínio de um estudante, frente a um problema de matemática; promoveu-se a capacitação da pesquisadora, em formação continuada; e foram levantadas outras questões que poderão servir de base para novas pesquisas.

Meinerz (2020), realizou uma pesquisa para sua dissertação de mestrado que buscou investigar como o uso do material manipulativo Álgebra Tiles pode contribuir para o desenvolvimento, pelos alunos, do procedimento para resolução de equações do primeiro com uma incógnita na resolução de situações-problemas. Para realizar tal investigação foi criada uma sequência de atividades inspirada nas concepções sobre o ensino e aprendizagem de álgebra presentes em Lins e Gimenez (1997) e Usiskin (1995), buscando a transição entre a aritmética e a álgebra. A sequência de atividades foi fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval, a qual também foi utilizada como fundamentação para a análise dos dados obtidos na implementação da sequência. Foi realizada uma investigação matemática em sala de aula, com uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental.

Para a autora, a partir da análise dos dados obtidos na pesquisa, foi possível observar que o material manipulativo Algebra Tiles pode contribuir para o desenvolvimento do procedimento de resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita, já que, a partir da representação de uma situação-problema com o material e a sua manipulação, pode ser gerado o registro pictórico e, a partir deste último, o registro algébrico, havendo a construção natural de uma equação.

Temos também Araújo (2022), que realizou uma pesquisa para elaboração da sua dissertação de mestrado e teve como objetivo tratar do uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática, em específico a utilização da balança de dois pratos no ensino de cálculo da raiz de uma equação de 1º grau. Deste modo, propõe-se uma metodologia que permita aos alunos a construção do conhecimento, não só de resolução de equações de 1º grau com o auxílio da balança de dois pratos, mas também unidades de medidas, dentre outros, durante a construção da mesma e com a mediação do professor. Os participantes da pesquisa foram 7 alunos do 8° Ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual pública da cidade de Petrolina/PE.

Segundo Araújo (2022), apesar de várias limitações metodológicas nas circunstâncias da realização do experimento não permitirem uma afirmação categórica sobre a eficácia da balança como método de ensino da equação do primeiro grau, ainda assim é possível esta dinâmica ser considerada um experimento proveitoso, pois tornou-se claras e evidentes seguintes percepções do docente em relação à turma de alunos participantes: Durante a construção da balança, foi perceptível como a faixa etária deles (12-14 anos) gostam de aula com trabalhos manuais, tendo em vista que uma grande maioria se empenhou bastante nessa etapa; Ao utilizar a balança e os saquinhos de papel com as bolinhas de gude, houve boa participação dos estudantes, que, na sua maioria, estavam ajudando a descobrir a quantidade oculta, com a estratégia de retirar a mesma quantidade de bolinhas e/ou saquinhos de papel em ambos os pratos (o que é equivalente a técnica de “realização da mesma operação em ambos os membros”); E, por fim, na última etapa, o observado foi que apenas um estudante decidiu utilizar a técnica aprendidas com as manipulações feitas na balança de dois prato na resolução de algumas equações, pois todos os outros continuaram utilizando o “uso da realidade”, técnica que eles conseguiam aplicar em equações mais simples e, ao passar para as mais complexas, não justificavam suas resposta ou acabavam cometendo algum erro.

Gomes (2022), desenvolveu uma pesquisa para elaboração de sua dissertação de Mestrado com o objetivo de investigar indícios de aprendizagem do conceito de equação do primeiro grau, em nível teórico, nas manifestações de estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental, ao desenvolverem uma Tarefa de Estudo. A pesquisa foi realizada com base no método dialético, por meio do desenvolvimento de um experimento didático desenvolvimental sistematizado com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental (DAVÍDOV, 1988) e Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 2017). O experimento didático envolveu vinte e um estudantes matriculados no sétimo ano de uma escola pertencente a uma rede pública de ensino do sul do estado de Santa Catarina, ao longo de doze aulas distribuídas nos meses de outubro e novembro de 2022. Portanto, o meio de apreensão dos dados consiste em uma tarefa de estudo composta por quatro ações de estudo, conforme seguem: 1) revelação da relação essencial do conceito de equação (relação todo - partes) nas formas objetal e gráfica; 2) modelação da relação entre o todo e duas de suas partes na forma literal; 3) transformação do modelo geral da relação essencial em equações particulares para o estudo da interconexão de seus elementos; e 4) concretização de procedimentos de solução de equação enquanto síntese das múltiplas determinações estudadas nas ações anteriores.

Para a análise foram selecionados episódios de manifestações orais, gestuais e/ou escritas que contiveram indícios de aprendizagem do conceito de equação do primeiro grau, em nível teórico.

Silvestre (2022), desenvolveu um estudo que teve como objetivo, compreender como os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental lidam com as Tarefas de Análise da Produção Escrita (TAPE), em sala de aula, no ensino de Equações do 1º grau com uma incógnita. Essa pesquisa apresenta metodologia voltada à perspectiva qualitativa no ensino de Matemática e, nela, apresentado a elaboração e a aplicação das TAPE em duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Ourinhos-SP. Para o desenvolvimento dessa investigação, deram-se três momentos de intervenção: o primeiro, de coleta de produções escritas dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, por meio da resolução de uma lista de questões de uma tarefa; o segundo, de elaboração das Tarefas de Análise da Produção Escrita a partir das respostas coletadas; por fim, o terceiro momento, de aplicação das TAPE no ensino do conteúdo de Equações do 1º grau com uma incógnita, para duas turmas de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Para Silvestre (2022), a análise e o resultado alcançados mostram que o uso das TAPE como estratégia de ensino pode promover resultados positivos na aprendizagem dos alunos quanto ao conteúdo de Equações do 1º grau com uma incógnita, em se considerando a dinâmica de sala de aula, com as discussões coletivas ocorridas entre os alunos, tornando-os personagens ativos na construção do seu próprio conhecimento matemático.

Portanto, ao realizar esse estudo percebemos a necessidade de implementação de nossa investigação, pois não encontramos nenhuma pesquisa abordando o ensino de equação e problemas do primeiro grau, através dos pressupostos da engenharia didática.

3.7. ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADE EXPERIMENTAIS

De acordo com Sá, Mafra e Fossa (2022), a proposta de trabalho do ensino de matemática baseado em atividades experimentais pressupõe a possibilidade de conduzir o aprendiz através de uma sequência de momentos, nos quais várias noções matemáticas estão presentes.

Ferreira (2020), realizou uma pesquisa que teve como objetivo geral investigar os efeitos da aplicação de uma sequência de atividades experimentais para estudantes do 7º ano do ensino fundamental sobre a capacidade de conversão da linguagem natural para a linguagem matemática de problemas do primeiro grau com duas variáveis e a resolução de sistemas de equações do primeiro grau. De acordo com o autor, os resultados revelaram que a sequência de atividades experimentais interferiu diretamente na melhoria de aprendizagem dos estudantes em relação aos sistemas de equações.

Sá (2020), apresentou os resultados de uma pesquisa sobre o ensino de matemática por meio de atividades tendo como base a Teoria da Atividade que objetivou distinguir as atividades utilizadas no ensino de matemática no Brasil. De acordo com o autor, os resultados indicam que as atuais Tendências em Educação Matemática: Resolução de Problemas, Etnomatemática, Modelagem, Uso de Jogos, Uso de Tecnologias, Uso da História e Investigação Matemática, realizam procedimentos que podem ser caracterizados como atividades no sentido da Teoria da Atividade e que é a organização do trabalho didático, o produto obtido e a forma de participação discente/docente de cada tendência que legitima cada uma delas. Segundo ele, foi também possível concluir a existência de uma outra tendência ainda não registrada na literatura, apesar de já praticada em muitas situações, que foi denominada de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais.

Desse modo Sá afirmar que:

> [...] o ensino de matemática por atividade experimental é um processo didático desenvolvido por meio da realização de tarefas, envolvendo material concreto ou ideias, elaboradas pelo professor com objetivo de levar estudantes ao encontro com um conhecimento/conteúdo matemático especifico após a realização da tarefa, do registro de resultados, análise e elaboração de reflexões sobre os resultados obtidos que culmina com a sistematização ou institucionalização de um conteúdo matemático (Sá, 2020, p. 155).

Para Sá (2019) o ensino de matemática por atividades experimentais, de acordo com seu objetivo, pode ser classificado em dois tipos básicos: Atividade de conceituação ou Atividade de redescoberta.

- Uma atividade de conceituação tem como objetivo levar o estudante a perceber a ocorrência de determinado tipo de situação/tipo de objeto matemático. A definição deste objeto percebido é o objetivo da atividade de conceituação.
- Uma atividade de redescoberta tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática. Uma atividade de redescoberta não corresponde a uma demonstração de um resultado matemático, mas sim ao momento de exploração do objeto que antecede a demonstração do resultado.

O autor ainda ressalta que uma aula de matemática por meio de Atividade Experimental de conceituação ou de redescoberta tem os seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.

Sá (2020), chama atenção para a importância do ensino por atividade experimental e destacar que esta forma de ensinar:

- Não deve ocorrer de forma improvisada;
- Não dispensa a participação ativa do docente durante a sua realização;
- Não deve ser utilizado após se ministrar exposição sobre o conteúdo;
- Não deve ser utilizado para verificar a validade de um resultado já estudado;
- Não dispensa do docente o conhecimento do assunto a ser trabalhado;
- Não deve ser utilizado como reforço de assunto explorado.

3.7.4. O planejamento de uma atividade de conceituação

De acordo com Sá (2019), o planejamento de uma atividade de conceituação tem os seguintes momentos: determinação, construção do objetivo, elaboração do procedimento, seleção do material, elaboração do espaço de registro, previsão de observações, previsão de institucionalização, elaboração do roteiro e verificação.

3.7.5. O planejamento de uma atividade de redescoberta

Conforme Sá (2019), o planejamento de uma atividade de redescoberta requer as seguintes ações: determinação do resultado desejado, construção do objetivo, produção do material, elaboração do procedimento, elaboração do espaço de registro, elaboração do desafio, verificação, previsão da institucionalização e elaboração do roteiro.

Segundo Sá (2019) uma aula de matemática por meio de Atividade Experimental de conceituação ou de redescoberta tem os seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização. No quadro a seguir vamos resumir os procedimentos a serem realizados em cada momento.

Quadro 18: Momentos vivenciados na realização de uma atividade experimental

Momento	Procedimentos
Organização	- Neste momento, a turma deve ser preferencialmente organizada em equipes com no máximo 4 estudantes e no mínimo 2, tal quantidade é fruto de outras experiencia com o ensino por Atividades Experimentais; - O docente deve dirigiras ações, orientar a formação das equipes sem imposições, demonstrar segurança e que planejou com cuidado as tarefas;
Apresentação	- Neste momento, compete ao docente distribuir o material necessário para a realização das tarefas da Atividade Experimental incluindo o roteiro da mesma; - O roteiro pode ser impresso ou disponibilizado no quadro o que vai depender das condições estruturais da escola; - Para Atividades Experimentais com procedimento mais longo é preferível que o roteiro seja disponibilizado de forma escrita para economizar tempo; - O material necessário para realização da atividade, deve estar organizado em kits para facilitar sua distribuição. Este cuidado evita o desperdício de tempo. - O esperado por parte dos estudantes é a atenção às orientações apresentadas.

Execução	Este momento, corresponde à etapa da experimentação quando o pesquisador manipula os materiais, realiza medida e/ou cálculo, compara e/ou observa; - Neste momento, espera-se que cada equipe realize os procedimentos estabelecidos como tarefa; - O docente neste momento deve deixar as equipes trabalharem livremente, supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar nas dúvidas, quando solicitado ou perceber dificuldade de execução, que possam surgir em cada equipe no ocorrer da realização do procedimento; - Os estudantes devem evitar deixar o grupo ou ficar visitando outros grupos; - Eles devem ter a oportunidade de agir para obter os resultados buscados, mas também de receber orientações cuidadosas quando tiverem dificuldades ou dúvidas para realizar alguma ação prevista; - As orientações devem ser claras e precisas para permitir o prosseguimento da Atividade Experimental sem constrangimento dos executores;
Registro	- Este momento corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa cientifica; - Neste momento espera-se que cada equipe registre as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no respectivo espaço destinado no roteiro; - O docente durante a realização do registro deve supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar dirimindo as eventuais dúvidas que possam ocorrer durante o processo; - O ideal é que o roteiro da Atividade Experimental contenha espaço adequado para o registro das informações produzidas durante o momento da execução. Isto facilita o registro e evita o gasto de tempo desnecessário neste momento.
Análise	- Neste momento, espera-se que cada equipe analise as informações que foram registradas e descubram uma relação válida entre as informações; - Este momento é crucial para o alcance do objetivo da Atividade Experimental devido ser o momento em que os estudantes deverão ter o primeiro acesso à informação desejada pelo docente; - Quando durante a análise alguma equipe apresentar dificuldade para perceber uma relação válida a partir das informações registradas o docente deve auxiliar a equipe por meio da formulação de questões que auxiliem os membros da mesma a perceberem uma relação válida; - Este momento deve ser concluído com a elaboração de uma conclusão pela equipe.
Institucionalização	- É o momento em que será produzida a conclusão oficial da turma a partir das conclusões que cada equipe elaborou no momento da análise;

	- O enunciado elaborado na primeira Atividade Experimental realizada por uma turma sem experiencia com esta forma de ensino costuma não atender as condições de um texto de natureza conclusiva; - O docente, independente do formato das conclusões elaboradas pelas equipes, deve solicitar que um representante de cada equipe vá ao quadro e registre a conclusão elaborada pela sua equipe; - Após analisar as conclusões registradas o docente deve perguntar as equipes quais das conclusões apresentadas permitem a alguém que não participou da atividade entender relação estabelecida; - Finalmente o docente pode elaborar junto com a turma uma conclusão que permita a alguém que não participou da Atividade Experimental entender relação estabelecida

Fonte: Sá (2020)

3.7.6. Características do ensino de matemática por atividades

A elaboração de nossas atividades experimentais foi subsidiada pelas características desse modelo de atividade em relação ao ensino. De acordo com Sá (2019), o ensino por atividades experimentais tem as seguintes características:

1) É diretivo

2) Tem compromisso com o conteúdo;

3) Tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além

do conteúdo;

4) É estruturado

5) É sequencial

6) Não está necessariamente associado à resolução de problemas

7) Leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes

8) Os resultados são institucionalizados ao final da atividade

9) Não dispensa a participação do professor

10) É adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos.

11) É interativo entre estudantes e professor.

Entretanto, o ensino de matemática por meio de atividades experimentais é um processo didático eficaz e envolvente. Ao realizar tarefas práticas com materiais concretos ou ideias abstratas, os professores podem conduzir os estudantes a adquirirem um conhecimento matemático específico. Após a conclusão das tarefas, os alunos registram e analisam os resultados, estimulando a reflexão e a elaboração de conclusões. Essa abordagem culmina na sistematização ou institucionalização dos conteúdos matemáticos, consolidando o aprendizado de forma significativa. O ensino por atividade experimental proporciona uma maior compreensão dos conceitos matemáticos e promove o envolvimento ativo dos estudantes no processo de aprendizagem.

3.8. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

3.8.4. Considerações sobre Resolução de Problemas

Para Santos e Sá (2020), a resolução de problemas como metodologia de ensino pode potencializar o processo de ensino-aprendizagem de matemática, pois proporciona aos discentes a construção de conceitos, desenvolve a autonomia e contextualiza as diversas situações do cotidiano.

> [...] a Resolução de Problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema novas, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, 11 aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação (BRASIL, 1998, p. 52).

De acordo com Mendonça (1999, p. 16-17), essa metodologia de ensino pode ser entendida segundo três diferentes perspectivas: como um objetivo, um processo e um ponto de partida.

- Como objetivo, a resolução de problemas significa que se ensina matemática para resolver problemas;
- Como processo, a resolução de problemas significa olhar para o desempenho/transformação dos alunos como resolvedores de problemas, analisando as estratégias utilizadas por eles;
- Como ponto de partida, os problemas são usados como recurso pedagógico para que seja iniciado o processo de construção de um dado conhecimento específico.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) sugerem que a resolução de problemas seja utilizada como ponto de partida para a construção de novos conceitos e conteúdo no ensino de matemática. No entanto, é amplamente difundida a perspectiva em que a resolução de problemas é vista como um objetivo em si no processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina, sendo utilizada principalmente para a fixação de conteúdo.

> A prática mais frequente, na Resolução de Problemas consiste em ensinar um conceito, um procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, técnicas e demonstrações (BRASIL, 1998, p. 40).

Segundo Sá (2020), a literatura registra diversos trabalhos que abordam os possíveis usos da resolução de problemas (objetivo, processo e ponto de partida) durante o processo de ensino e aprendizagem de matemática. O quadro a seguir serve para todas as abordagens da Resolução de Problemas no ensino de matemática.

Quadro 19: Elementos da Atividade em aula de matemática por meio da Resolução de Problemas

Elemento Funcional da Atividade	**Elemento da Atividade em aulas de matemática por Resolução de Problemas**
Os sujeitos da atividade	Docente e estudantes.
O objeto da atividade	Conhecimento matemático/ problema ou situação motivadora
O motivo	Necessidade de obter conhecimentos matemáticos
O objetivo	Resolver problema(s), desenvolver habilidade específica ou introduzir conteúdo.
O sistema de operações	Ações que são permitidas realizar as informações oriundas do(s) problema(s).
A base orientadora da ação.	As informações a respeito das informações e elementos do(s) problema(s).
Os meios.	Os recursos disponíveis para a realização da resolução do(s) problema(s).
As condições.	As relações que regem as informações referentes ao fenômeno/problema em estudo.
O produto.	A solução do problema; Domínio de uma técnica de resolução de problema ou formalização de conteúdo específico.

Fonte: Sá (2020)

De acordo como o autor, o quadro acima nos mostra que, todos os elementos funcionais de uma Atividade são encontrados na aula realizada com uso da Resolução de Problemas como alternativa metodológica do processo de ensino e aprendizagem. Isto permite considerar que quando se usa a Resolução de Problemas em aula de matemática todos os elementos funcionais da Atividade de Estudo estão presentes o que caracteriza essas aulas com tal tipo de Atividade.

Quando um professor de matemática opta por utilizar a resolução de problemas como metodologia de ensino, é essencial que ele compreenda claramente a distinção entre problema e exercício.

> Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas [...]. Situação-problema ou problema–processo é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A resolução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias (DANTE, 2009, p. 48).

Neste sentido, dada sua abrangência e complexidade, a resolução de problemas, como ferramenta metodológica, uma vez, bem compreendida e explorada pelo professor, poderá viabilizar um ambiente de ensino muito mais envolvente com resultados significativos de aprendizagem.

3.8.5. As etapas da Resolução de Problemas

De acordo com Polya (2006), a resolução de problemas pode ser dividida em quatro etapas principais: Compreensão do problema, Estabelecimento de um Plano (Estratégia), Execução do Plano e Verificação e interpretação da solução(retrospecto). Vejamos no quadro a seguir:

Quadro 20: Etapas da Resolução de Problemas

Etapas	Procedimentos
Compreensão do problema	O primeiro passo é entender completamente o problema, identificando os dados fornecidos, as condições e o objetivo a ser alcançado. É essencial ter clareza sobre o que está sendo solicitado e quais informações são relevantes.
Estabelecimento de um Plano (Estratégia)	Nesta etapa, é necessário desenvolver um plano ou estratégia para resolver o problema. Isso pode envolver a identificação de padrões, a busca por semelhanças com problemas anteriores, a criação de um diagrama ou modelo visual, ou a divisão do problema em partes menores mais gerenciáveis. O

	objetivo é estabelecer um caminho lógico para chegar à solução.
Execução do Plano	Uma vez que um plano tenha sido elaborado, é hora de colocá-lo em prática. Isso implica em realizar os cálculos, manipular os dados, aplicar fórmulas ou utilizar outras ferramentas e técnicas pertinentes. É importante acompanhar cuidadosamente cada passo, evitando erros e verificando se as operações estão corretas.
Verificação e interpretação da solução(retrospecto):	Após obter um resultado, é necessário verificar se a solução encontrada é válida e atende ao objetivo original do problema. É fundamental fazer uma revisão cuidadosa, checar se todos os aspectos foram considerados e se a resposta faz sentido no contexto do problema. Além disso, é importante interpretar a solução de forma significativa, relacionando-a ao problema original e fazendo conexões com outros conceitos matemáticos ou situações da vida real, sempre que possível.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Essas etapas da resolução de problemas segundo Polya fornecem uma estrutura geral para abordar problemas matemáticos de maneira eficaz, promovendo o pensamento crítico, a criatividade e a compreensão mais profundam dos conceitos envolvidos.

Para Onuchic e Allevato (2011), implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir.

As autoras Onuchic e Allevato (2011), destacam a seguir as boas razões para a prática da resolução de problema em sala de aula, vejamos:

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido.
- Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.

- Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam.
- Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajuda os alunos a obter sucesso com a matemática.
- Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
- A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.

Portanto, a resolução de problemas no ensino de matemática é uma abordagem poderosa que promove o desenvolvimento integral dos alunos, preparando-os para enfrentar desafios matemáticos e da vida cotidiana. Ela estimula o pensamento crítico, a criatividade e o trabalho colaborativo, ao mesmo tempo em que fortalece a compreensão dos conceitos matemáticos. É uma estratégia essencial para formar estudantes autônomos, capazes de enfrentar problemas complexos.

4. CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Na presente seção, discorreremos sobre nossa abordagem didática, enfatizando, primeiramente, a metodologia de ensino escolhida. Essa escolha fundamenta-se na percepção de sua relevância e aplicabilidade às orientações oficiais para o ensino de matemática. Em seguida, apresentaremos os objetivos que pretendemos alcançar com cada atividade proposta. Detalharemos, ainda, a estrutura e sequência das aulas planejadas, bem como a descrição minuciosa de cada atividade que comporá esses momentos.

Conforme já anunciado previamente, nossos fundamentos estão alinhados com a abordagem de ensino por atividades experimentais, e nossa metodologia de pesquisa seguirá os princípios da Engenharia Didática.

Sobre as análises a priori Almouloud e Coutinho (2008), nos afirmam que: “O objetivo de uma análise *a priori* é determinar como as escolhas efetuadas (as variáveis que queremos assumir como pertinentes) permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido”.

Segundo Almouloud e Coutinho (2008, p. 67), em uma análise a priori devemos:

- Descrever as escolhas das variáveis locais e as características da situação adidática desenvolvida.
- Analisar a importância dessa situação para o aluno e, em particular, em função das possibilidades de ações e escolhas para construção de estratégias, tomadas de decisões, controle e validação que o aluno terá. As ações do aluno são vistas no funcionamento quase isolado do professor, que, sendo o mediador no processo, organiza a situação de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aprendizagem.
- Prever comportamentos possíveis e tentar mostrar como a análise feita permite controlar seu sentido, assegurando que os comportamentos esperados, se e quando eles intervêm, resultam do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem.

Nossa proposta consiste em desenvolver uma Sequência Didática por meio do Ensino por Atividades Experimentais. Baseamos nossos estudos em Sá (2009b), que nos afirma que:

> A proposição do ensino de matemática baseado em atividades pressupõe a possibilidade de conduzir o aprendiz a uma construção constante das noções matemáticas presentes nos objetivos da atividade. Isso é evidenciado a partir da elaboração da mesma, até a sua realização e experimentação, visto que cada etapa vivida pelo estudante servirá de apoio para a discussão e posterior elaboração final dos conceitos em construção. Cabe, porém, ao professor preocupar-se com o modo de elaboração dessas atividades e com as orientações dadas aos estudantes durante a realização das mesmas, pois isso poderá ser decisivo no processo de aprendizagem do aluno (Sá, 2009b, p. 18).

Sá (2009b) também defende que essa abordagem de ensino deve levar em conta a experiência direta do aprendiz em situações reais vivenciadas, com um enfoque institucional centrado no estudante e em seus interesses espontâneos. Com base nessas reflexões, o autor apresenta sugestões de elementos essenciais que devem ser considerados na elaboração das atividades de ensino alinhadas a essa concepção. De acordo com Sá (2009b, p.18):

- As atividades devem apresentar-se de maneira auto orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;

- Toda atividade deve procurar conduzir o aluno à construção das noções matemáticas através de três fases: a experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica das noções construídas;
- As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os alunos, por isso é fundamental para o crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;
- As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir de experiências concretas vivenciadas por ele.

4.1. INSTRUMENTOS DIAGNÓSTICOS

A Avaliação Diagnóstica, segundo Rabelo (1998), ocorre no início do ano letivo, ou, antes de um determinado conteúdo. Sua função é identificar a presença, ou a ausência, de conhecimentos, inclusive buscar detectar pré-requisitos para novas experiências de aprendizagem que ocorrerão ao longo do ano letivo, para que se possa então planejar e/ou replanejar a ação docente, em função dos resultados apresentados pelos educandos.

Antes e depois de cada grupo de atividades usaremos como instrumento diagnóstico, o Pré-teste e o Pós-teste. Sendo que, o Pré-Testes e Pós-Teste de problemas do 1º grau com uma incógnita foram usados para verificar a eficácia da sequência de atividades. Os testes específicos foram usados para verificar a eficácia da sequência de atividades sobre cada grupo desenvolvido, assim tivemos como analisar o desenvolvimento cognitivo pontualmente.

Pré e Pós-teste

A primeira e última atividade a ser aplicada é relacionada a resolução de problemas envolvendo equação do primeiro grau.

Objetivo: Verificar como os alunos resolveriam problemas do 1º grau, antes e depois da sequência de atividades sobre o assunto.

Procedimentos: Entregar a cada aluno uma cópia da folha do teste e solicitar que resolvam os problemas.

Atividade diagnóstica

Título: Resolução de Problemas
Objetivo: Determinar o valor desconhecido em cada problema proposto.
Material: Folha de teste, Lápis e Borracha.
Procedimentos: Leia atentamente e resolva os problemas a seguir:

1. Um número mais vinte e um é igual a sessenta e quatro. Qual é esse número?

2. A metade de um número mais quatro é igual a seis. Qual é esse número?

3. O dobro de um número, menos sete, é igual a trinta e cinco. Que número é esse?

4. Paulo trabalhou certo número de horas e mais 7 horas extras, totalizando 32 horas. Quantas horas ele trabalhou?

5. A idade de Beto há 4 anos era a metade da idade que ele terá daqui a 6 anos. Qual é a idade de Beto?

6. Em um colégio, 1/5 dos professores ensinam somente matemática. Sabendo-se que no colégio ainda tem 24 professores que ensinam outras matérias, quantos professores há ao todo nesse colégio?

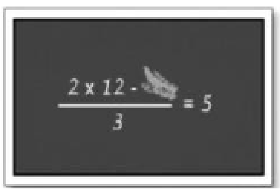
7. A soma das idades de duas pessoas é 60 anos. A idade da primeira pessoa é o dobro da idade da segunda pessoa. Qual a idade da pessoa mais velha?

8. A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 90. Qual é o maior destes três números?

9. Um prêmio de R$420 foi dividido entre três amigos, Pedro, Sofia e Lucas. Pedro recebeu 4 vezes mais do que Sofia, e Lucas recebeu R$30 a menos do que Sofia. Quanto cada um dos amigos recebeu?

10. Margarida viu no quadro-negro algumas anotações da aula anterior, um pouco apagadas, conforme mostra a figura.

Qual é o número que foi apagado?



Análise *a priori* do teste de resolução de problema

Questão 01. Um número mais vinte e um é igual a sessenta e quatro. Qual é esse número?

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse o problema. A nossa hipótese é de que conseguirão resolver utilizando o algoritmo da adição de diferentes números com 21 até encontrarem o resultado em 64.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, da linguagem alfabética para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução.

Questão 02. A metade de um número mais quatro é igual a seis. Qual é esse número?

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse o problema. A nossa hipótese é de que conseguirão resolver utilizando o algoritmo da divisão de diferentes números e da adição com quatro até encontrarem o resultado em 6.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, da linguagem alfabética para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução.

Questão 03. O dobro de um número, menos sete, é igual a trinta e cinco. Que número é esse?

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse o problema. A nossa hipótese é de que conseguirão resolver utilizando o algoritmo da multiplicação de diferentes números e da subtração por sete até encontrarem o resultado em 35.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, da linguagem alfabética para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução.

Questão 04. Paulo trabalhou certo número de horas e mais 7 horas extras, totalizando 32 horas. Quantas horas ele trabalhou?

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse o problema. A nossa hipótese é de que conseguirão resolver utilizando o algoritmo da adição de diferentes números com sete até encontrarem o resultado em 32.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, da linguagem alfabética para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução.

Questão 05. A idade de Beto há 4 anos era a metade da idade que ele terá daqui a 6 anos. Qual é a idade de Beto?

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse o problema. A nossa hipótese é de que conseguirão resolver utilizando o algoritmo da adição e da divisão de diferentes números até encontrarem o resultado.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, da linguagem alfabética para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução.

Questão 06. Em um colégio, 1/5 dos professores ensinam somente matemática. Sabendo-se que no colégio ainda tem 24 professores que ensinam outras matérias, quantos professores há ao todo nesse colégio?

A nossa hipótese é de que alguns alunos conseguirão resolver utilizando o algoritmo da divisão e da adição de diferentes números até encontrarem o resultado.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, da linguagem alfabética para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução.

Questão 07. A soma das idades de duas pessoas é 60 anos. A idade da primeira pessoa é o dobro da idade da segunda pessoa. Qual a idade da pessoa mais velha?

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse o problema. A nossa hipótese é de que alguns alunos conseguirão resolver utilizando o algoritmo da multiplicação e da adição de diferentes números até encontrarem o resultado.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, da linguagem alfabética para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução. A soma de duas idades irá ser representada coerentemente e com mais facilidade.

Questão 08. A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 90. Qual é o maior destes três números?

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse o problema. A nossa hipótese é de que conseguirão resolver utilizando o algoritmo da adição de diferentes números até encontrarem o resultado.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, da linguagem alfabética para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução. A soma dos três números consecutivos irá ser representada coerentemente e com mais facilidade.

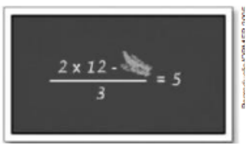
Questão 09. Um prêmio de R$420 foi dividido entre três amigos, Pedro, Sofia e Lucas. Pedro recebeu 4 vezes mais do que Sofia, e Lucas recebeu R$30 a menos do que Sofia. Quanto cada um dos amigos recebeu?

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse o problema. A nossa hipótese é de que conseguirão resolver utilizando o algoritmo da divisão e adição de diferentes números até encontrarem o resultado.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, da linguagem alfabética para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução. A soma dos três valores correspondente a cada amigo irá ser representada coerentemente e com mais facilidade.

Questão 10. Margarida viu no quadro-negro algumas anotações da aula anterior, um pouco apagadas, conforme mostra a figura.

Qual é o número que foi apagado?



Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse o problema. A nossa hipótese é de que conseguirão resolver utilizando o algoritmo da multiplicação e divisão de diferentes números até encontrarem o resultado.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria converterão o problema, para a linguagem algébrica (matemática), e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução.

O próximo pré e pós teste a seguir é uma atividade especifica relacionada à resolução de equação do primeiro grau.

Objetivo: Verificar como os alunos resolveriam equação do 1º grau, antes e depois da sequência de atividades sobre o assunto.

Procedimentos: Entregar a cada aluno uma cópia da folha do teste e solicitar que resolvam os problemas.

Título: RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO **Objetivo:** Determinar o valor desconhecido em cada equação proposta. **Material:** Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta. **Procedimento:** Resolva as equações abaixo:	
a) $x + 5 = 15$ b) $x - 6 = 12$ c) $10 + z = 30$ d) $9 - z = 21$ e) $3m + 9 = 45$ f) $5k - 6 = 39$ g) $\frac{2m}{3} + 4 = 16$	h) $\frac{3x}{2} - 9 = 21$ i) $2x + 8 = 12 + x$ j) $3y - 10 = 2 - y$ k) $2(x + 4) + 2 = 18$ l) $3(x - 5) - 4 = 11$ m) $-5(x + 2) + 5 = 30$ n) $-3(x - 4) - 15 = 18$

Análise *a priori* do teste de resolução de equação do primeiro grau

a) $x + 5 = 15$	b) $x - 6 = 12$	c) $10 + z = 30$	d) $9 - z = 21$
e) $3m + 9 = 45$	f) $5k – 6 = 39$	g) $\frac{2m}{3} + 4 = 16$	h) $\frac{3x}{2} - 9 = 21$
i) $2x + 8 = 12 + x$	j) $3y – 10 = 2 – y$		

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão a equação usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse a equação. A nossa hipótese é de que conseguirão resolver utilizando o algoritmo da adição e de multiplicação de diferentes números até encontrarem o resultado.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria resolverão as equações, e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução.

Itens	
k) $2(x + 4) + 2 = 18$	l) $3(x – 5) – 4 = 11$
m) $-5(x + 2) + 5 = 30$	n) $-3(x – 4) – 15 = 18$

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão a equação usando tentativas e erro. Ou seja, irão pensar em um número que solucionasse a equação. A nossa hipótese é de que alguns alunos conseguirão resolver utilizando o algoritmo da multiplicação, da adição e da subtração de diferentes números até encontrarem o resultado.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes em sua maioria resolverão as equações, e utilizarão alguma técnica algébrica de resolução.

A próxima atividade é relacionada à conversão de enunciados escritos em linguagem alfabética para linguagem matemática.

Objetivo: Diagnosticar como os alunos convertem enunciados, antes e depois da sequência de atividades sobre o assunto.

Procedimentos: Entregar a cada aluno uma cópia da folha do teste e solicitar que leia atentamente os enunciados e façam as devidas conversões.

Título: CONVERSÃO DE ENUNCIADOS
Objetivo: Converter enunciados escritos na linguagem alfabética para linguagem matemática
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.
Procedimento: Leia atentamente os enunciados a seguir, e converta para linguagem matemática.

a) Um número mais 7 é igual a 16 ______________________________________

b) O triplo de um número é igual a 18 ___________________________________

c) A terça parte de um número é igual 11 _________________________________

d) A metade de um número mais 3, é igual a 12 ___________________________

e) O quadruplo de um número mais 10 é igual 50___________________________

f) A metade de um número mais o triplo desse número é igual 21 _____________

g) 5 menos um número é igual a menos 20________________________________

h) Um número subtraído de 8 é igual a menos 24__________________________

i) A soma de três números consecutivos é igual a 60_______________________

j) A soma de dois números pares consecutivos é igual a 82__________________

k) A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 44________________

l) A soma das idades de três irmãos é igual a 30 anos. A idade do irmão mais novo é a metade da idade do irmão do meio, e a idade do irmão mais velho é o triplo da idade do irmão do meio____

Análise *a priori* do teste de conversão de enunciados

Leia atentamente os enunciados a seguir, e converta para linguagem matemática.

Item a) Um número mais 7 é igual a 16

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão responder os valores de um número que adicionados a sete resulte em 16.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item b) O triplo de um número é igual a 18.

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão responder os valores de um número que multiplicado por 3 resulte em 18.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item c) A terça parte de um número é igual 11

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Também poderão confundir terça parte com multiplicação. Assim, poderão responder os valores de um número que multiplicado por 3 resulte em 11.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item d) A metade de um número mais 3, é igual a 12

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Também poderão confundir metade com multiplicação por dois, assim, poderão responder os valores de um número que multiplicado por 2 adicionado a três resulte em 12.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item e) O quadruplo de um número mais 10 é igual 50

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão responder o quádruplo de um número que adicionados a 10 resulte em 50.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item f) A metade de um número mais o triplo desse número é igual 21

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão responder a metade adicionado ao triplo de número que resulte em 21.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item g) 5 menos um número é igual a menos 20

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão responder cinco menos um número que resulte em menos vinte.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item h) Um número subtraído de 8 é igual a menos 24

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão responder um número subtraindo 8 que resulte em menos vinte e quatro.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item i) A soma de três números consecutivos é igual a 60

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão por tentativa e erro responder os três números somados que resulte em 60.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item j) A soma de dois números pares consecutivos é igual a 82

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão por tentativa e erro responder os três números pares que somados resulte em 82.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão.

Item k) A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 44

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão por tentativa e erro responder os três números ímpares que somados resulte em 44.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão

Item l) A soma das idades de três irmãos é igual a 30 anos. A idade do irmão mais novo é a metade da idade do irmão do meio, e a idade do irmão mais velho é o triplo da idade do irmão do meio

Análise *a priori* do pré-teste: os estudantes resolverão o problema usando tentativas e erro, porém irão confundir conversão de linguagem com resolução de problema. Assim, irão por tentativa e erro responder as três idades que somados resulte em 30.

Análise *a priori* do pós-teste: os estudantes conseguirão converter o enunciado de forma rápida e coerente, pois se trata de uma técnica simples de conversão

4.2. QUESTIONÁRIO SÓCIOEDUCACIONAL

Com o objetivo de conhecer o perfil dos estudantes que participaram da pesquisa, utilizamos um questionário socioeducacional como ferramenta para a coleta de dados. Segue modelo a seguir:

Questionário dos alunos da fase de experimentação

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIASSOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a),

Neste momento estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, para tanto necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo para o êxito deste trabalho. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato. Muito obrigado!

1- Número da chamada: ______________

2- Idade: _______anos

3- Gênero: ( ) Masculino ( ) Feminino

4- Série: ____Ano

5- Quem é seu responsável masculino?
( ) Pai ( ) Avô ( )Tio ( ) Irmão ( ) Não tenho ( ) Outro. Quem?_________

6- Quem é seu responsável feminino?
( ) Mãe ( ) Avó ( )Tia ( ) Irmã ( ) Não tenho ( ) Outra. Quem?__________

7- Qual a escolaridade de seu responsável masculino?
( ) Superior ( ) Médio ( ) Fundamental ( ) Fundamental incompleto ( ) Não estudou

8- Qual a escolaridade de seu responsável feminino?
( ) Superior ( ) Médio ( ) Fundamental ( ) Fundamental incompleto ( ) Não estudou

9- Seu responsável masculino trabalha?
( ) Sim ( ) Não

10- Seu responsável feminino trabalha?
( ) Sim ( ) Não

11- Você trabalha de forma remunerada? _________ com que?
____

12- Você faz algum curso?
( ) Informática ( ) Língua estrangeira ( ) Outro. Qual? ________________________

13- Você gosta de Matemática?
( ) Não gosto ( ) Suporto ( ) Gosto um pouco ( ) Adoro

14- Você tem dificuldade para aprender matemática?
( ) Não ( ) Um pouco ( ) Muita

15- As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?
( ) Sim ( ) Não ( ) Às vezes

16- Suas notas em matemática geralmente são:
(PP) Progrediu Pouco (PR) Progrediu Regular (PM) Progrediu Muito

17- Com que frequência você estuda matemática fora da escola?
( ) Todo dia
( ) Somente nos finais de semana
( ) Só no período de prova
( ) Só na véspera da prova
( ) Não estudo fora da escola.

18- Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?
( ) Professor particular
( ) Família
( ) Amigo
( ) Ninguém
( ) Outros.
Quem?_________________________

19- Você se distrai nas aulas de matemática?
( ) Sim ( ) Não ( ) Às vezes

20- Tipo de escola que estuda?
( ) Municipal ( ) Estadual ( ) Federal ( ) Particular ( ) Outra. Qual?____________

21- Você está em dependência?
( ) Não ( ) Sim. Se sim, qual (is) disciplina (s)?________________________

4.3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)

As nossas atividades experimentais estão organizadas seguindo uma sequência didática. Para Zabala (2010, p.18), SD é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos"

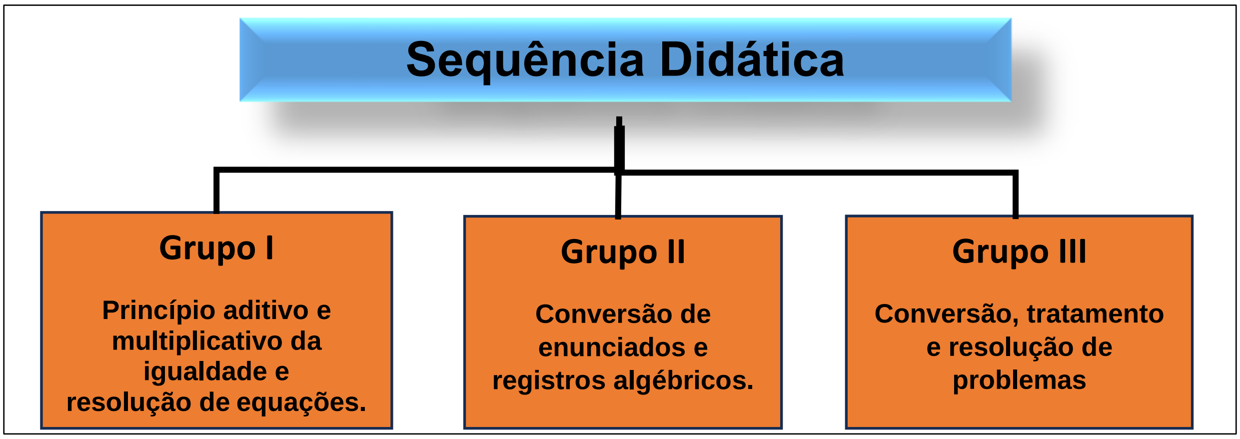
Ainda, em consonância com Zabala (2010), a SD deve contemplar as fases de planejamento, aplicação e avaliação. Além da sequência de atividades, outros aspectos são importantes: as relações comunicacionais e de afetividade do professor com os alunos e entre os próprios alunos, que a organização social da aula seja individual ou em grupos, a distribuição do espaço e do tempo, a organização dos conteúdos, o uso de materiais curriculares e o procedimento avaliativo

4.4. ATIVIDADE PROPOSTAS

Nesta subseção apresentaremos atividades relacionadas ao ensino de problemas e equação do primeiro grau, que buscam abordar temas como: Princípio aditivo e multiplicativo da igualdade, escrita algébrica de números consecutivos, de números pares e de números ímpares, conversão de enunciados da linguagem alfabética para linguagem matemática, resolução de equação e resolução de problemas.

Além das atividades que compõem nossa sequência didática, apresentaremos nossas expectativas sobre o comportamento dos estudantes diante delas, que são nossas análises a priori. A SD foi organizada em três grupos distintos de atividades. O primeiro grupo é formado por atividades de descoberta versando o princípio aditivo e multiplicativo da igualdade até o processo resolução de equações. No segundo grupo, tem como foco a conversão de enunciados e registros algébricos. Por fim, o terceiro e último grupo abordará tanto a conversão como o tratamento, desafiando os estudantes a resolver problemas que envolvem esses processos. O quadro a seguir apresenta as atividades de cada grupo em suas respectivas categorias.

Fluxograma 1: Classificação da sequência de atividades em grupos



Fonte: Adaptado de Ferreira (2020)

Nossas atividades foram planejadas para seguirem a seguinte sequência, previstas no quadro a seguir.

Quadro 21: Atividades experimentais propostas aos estudantes do 7º ano

GRUPOS	ATIVIDADES	OBJETIVOS DOS ALUNOS
Grupo I (Princípio aditivo e multiplicativo da igualdade e resolução de equações)	Atividade 1	Descobrir quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira.
	Atividade 2	Descobrir quando por meio da subtração uma igualdade permanece verdadeira.
	Atividade 3	Determinar o valor desconhecido em sentenças matemáticas
	Atividade 4	Descobrir quando por meio da multiplicação uma igualdade permanece verdadeira.
	Atividade 5	Descobrir quando por meio da divisão uma igualdade permanece verdadeira.
	Atividade 6	Determinar o valor desconhecido em sentenças matemáticas.
	Atividade 7	

Grupo II (Conversão de enunciados e registros algébricos)	Atividade 8	Converter enunciados escritos em Língua Materna em registros algébricos dos tipos
	Atividade 9	Praticar a habilidade de escrever enunciados em linguagem alfabética e convertê-los para a linguagem matemática.
	Atividade 10	Descobrir a forma de representar um número par qualquer.
	Atividade 11	Descobrir a forma de representar um número ímpar qualquer.
	Atividade 12	Descobrir uma relação entre dois números consecutivos.
	Atividade 13	Representar na linguagem simbólica (matemática) os enunciados.
	Atividade 14	Descobrir uma relação entre dois números pares consecutivos
	Atividade 15	Representar na linguagem simbólica (matemática) os enunciados.
	Atividade 16	Descobrir uma relação entre dois números ímpares consecutivos
	Atividade 17	Transformar os enunciados que estão em linguagem alfabética para linguagem matemática.
	Atividade 18	
Grupo III (Conversão, tratamento e resolução de problemas)	Atividade 19	Resolver problema do 1º grau com registro algébrico, em relação as atividades anteriores
	Atividade 20	
	Atividade 21	

Fonte: Adaptado de Ferreira (2020)

4.4.1. Atividade 1

Atividade 1

Título: Adição na igualdade

Objetivo: Descobrir quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira.

Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.

Procedimento: Preencha o quadro a seguir:

Valores	**a = b**	**A expressão a = b é verdadeira?**		**a + c = b + d**	**A expressão a + c = b + d é verdadeira?**	
		Sim	**Não**		**Sim**	**Não**
a = 3 b = 3 c = 5 d = 5						
a = 6 b = 6 c = 4 d = 4						
a = 7 b = 7 c = 2						

d = 2						
a = 9 b = 9 c = 4 d = 3						
a = 8 b = 8 c = 1 d = 6						
a = 5 b = 5 c = 4 d = 7						
a = 9 b = 2 c = 3 d = 3						
a = 10 b = 5 c = 4 d = 4						
a = 7 b = 1 c = 6 d = 6						
a = 3 b = 5 c = 4 d = 2						
a = 9 b = 8 c = 3 d = 4						
a = 6 b = 1 c = 6 d = 11						
a = 6 b = 1 c = 0 d = 0						
Observação: Conclusão:						

Fonte: adaptado de Santos (2017)

Quadro 22: Previsões em relação a atividade de adição na igualdade

Tipos previstos	Enunciado
Válida e desejada	Quando se adiciona o mesmo valor nos dois membros de uma igualdade verdadeira a igualdade permanece verdadeira. Ao adicionar zero aos dois lados de uma igualdade, a igualdade permanecerá verdadeira.

Válida e não desejada	Quando não se tem uma igualdade de valores e adicionamos valores diferente poderemos chegar em uma igualdade.
Parcialmente válida e não desejada	Ao adicionar números diferentes em ambos os lados de uma igualdade, a igualdade será completamente alterada e não haverá solução possível.
Inválida e não desejada	Ao adicionar um número em ambos os lados de uma igualdade, a igualdade será completamente alterada e não haverá solução possível.

Fonte: o próprio autor

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes apresentem certa dificuldade, pelo fato de ser para eles a primeira experiência relacionada com ensino por atividades. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as substituições das letras pelos números nos primeiros itens, e o preenchimento do quadro, observem que ao adicionar o mesmo valor em ambos os lados da igualdade a igualdade permanece verdadeira. E assim possamos institucionalizar o princípio da adição na igualdade.

Após o momento dos registros objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Atividade 1

Título: Adição na igualdade
Objetivo: Descobrir quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira.
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.
Procedimento: Preencha o quadro a seguir.

.

Valores	a = b	A expressão a = b é verdadeira?		a + c = b + d	A expressão a + c = b + d é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 3 b = 3 c = 5 d = 5	**3 = 3**	X		**3 + 5 = 3 + 5 8 = 8**	X	
a = 6 b = 6 c = 4 d = 4	**6 = 6**	X		**6+ 4 = 6 + 4 10 = 10**	X	
a = 7 b = 7 c = 2 d = 2	**7 = 7**	X		**7 + 2 = 7 + 2 9 = 9**	X	

a = 9 b = 9 c = 4 d = 3	**9 = 9**	X		**9 + 4 = 9 + 3** **13 = 12**		X
a = 8 b = 8 c = 1 d = 6	**8 = 8**	X		**8 + 1 = 8 + 6** **9 = 14**		X
a = 5 b = 5 c = 4 d = 7	**5 = 5**	X		**5 + 4 = 5 + 7** **9 = 12**		X
a = 9 b = 2 c = 3 d = 3	**9 = 2**		X	**9 + 3 = 2 + 3** **12 = 5**		X
a = 10 b = 5 c = 4 d = 4	**10 = 5**		X	**10 + 4 = 5 + 4** **14 = 9**		X
a = 7 b = 1 c = 6 d = 6	**7 = 1**		X	**7 + 6 = 1 + 6** **13 = 7**		X
a = 3 b = 5 c = 4 d = 2	**3 = 5**		X	**3 + 4 = 5 + 2** **7 = 7**	X	
a = 9 b = 8 c = 2 d = 4	**9 = 8**		X	**9 + 2 = 8 + 4** **11 = 12**		X
a = 6 b = 3 c = 6 d = 11	**6 = 3**		X	**6 + 6 = 3 + 11** **12 = 14**		X
a = 6 b = 1 c = 0 d = 0	**6 = 1**		X	**6 + 0 = 1 + 0** **6 = 1**		X

4.4.2. Atividade 2

Atividade 2

Título: Subtração na igualdade

Objetivo: Descobrir quando por meio da subtração uma igualdade permanece verdadeira.

Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.

Procedimento: Preencha o quadro a seguir:

Valores	**a = b**	**A expressão a = b é verdadeira?**		**a - c = b – d**	**A expressão a - c = b - d é verdadeira?**	
		Sim	**Não**		**Sim**	**Não**
a = 5 b = 5 c = 2 d = 2						
a = 8 b = 8 c = 3 d = 3						
a = 10 b = 10						

c = 6 d = 6						
a = 7 b = 7 c = 2 d = 5						
a = 9 b = 9 c = 8 d = 3						
a = 13 b = 13 c = 7 d = 10						
a = 4 b = 3 c = 1 d = 1						
a = 10 b = 8 c = 5 d = 5						
a = 11 b = 7 c = 6 d = 6						
a = 5 b = 8 c = 3 d = 6						
a = 9 b = 7 c = 5 d = 3						
a = 10 b = 13 c = 1 d = 4						
a = 10 b = 13 c = 0 d = 0						
Observação: Conclusão:						

Fonte: adaptado de Santos (2017)

Quadro 23: Previsões em relação a atividade de subtração na igualdade

Tipos previstos	**Enunciado**

Válida e desejada	Ao subtrair o mesmo valor em ambos os lados de uma igualdade verdadeira, a igualdade permanecerá verdadeira. Ao subtrair zero em ambas as partes, a igualdade permanecerá verdadeira.
Válida e não desejada	Quando não se tem uma igualdade de valores e subtraímos valores diferente poderemos chegar em uma igualdade.
Parcialmente válida e não desejada	Ao subtrair número diferentes em ambos os lados de uma igualdade, a igualdade será completamente alterada e não haverá solução possível.
Inválida e não desejada	Ao subtrair um número em ambos os lados de uma igualdade, a igualdade será completamente alterada e não haverá solução possível.

Fonte: o próprio autor

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentem dificuldade para desenvolver, pelo fato de já terem realizado a de adição que foi a anterior. Assim, esperamos que os discentes, após as substituições das letras pelos números nos primeiros itens, e o preenchimento do quadro, observem que ao subtrair o mesmo valor em ambos os lados da igualdade a igualdade permanece verdadeira. E assim possamos institucionalizar o princípio da subtração na igualdade.

Após o momento dos registros objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Atividade 2

Título: Subtração na igualdade
Objetivo: Descobrir quando por meio da subtração uma igualdade permanece verdadeira.
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.
Procedimento: Preencha o quadro a seguir:

Valores	a = b	A expressão a = b é verdadeira?		a - c = b – d	A expressão a - c = b - d é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 5 b = 5 c = 2 d = 2	**5 = 5**	X		**5 - 2 = 5 – 2** **3 = 3**	X	
a = 8 b = 8	8 = 8	X		8 – 3 = 8 – 3 5 = 5	X	

c = 3 d = 3						
a = 10 b = 10 c = 6 d = 6	10 = 10	X		10 – 6 = 10 – 6 4 = 4	X	
a = 7 b = 7 c = 2 d = 5	7 = 7	X		7 – 2 = 7 – 5 5 = 2		X
a = 9 b = 9 c = 8 d = 3	9 = 9	X		9 - 8 = 9 – 3 1 = 6		X
a = 13 b = 13 c = 7 d = 10	13 = 13	X		13 – 7 = 13 -10 6 = 3		X
a = 4 b = 3 c = 1 d = 1	4 = 3		X	4 -1 = 3 -1 3 = 2		X
a = 10 b = 8 c = 5 d = 5	10 = 8		X	10 – 5 = 8 – 5 5 = 3		X
a = 11 b = 7 c = 6 d = 6	11 = 7		X	11 – 6 = 7 – 6 5 = 1		X
a = 5 b = 8 c = 3 d = 6	5 = 8		X	5 – 3 = 8 – 6 2 = 2	X	
a = 9 b = 7 c = 5 d = 2	9 = 7		X	9 – 5 = 7 – 2 4 = 5		X
a = 10 b = 13 c = 2 d = 4	10 = 13		X	10 – 2 = 13 – 4 8 = 9		X
a = 10 b = 13 c = 0 d = 0	10 = 13		X	10 – 0 = 13 – 0 10 = 13		X

4.4.3. Atividade 3

Atividade 3
Título: Atividade de aprofundamento sobre sentenças Aditivas da Igualdade **Objetivo:** Determinar o valor desconhecido em sentenças matemáticas aditivas. **Material:** Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta. **Procedimento:** Determine o valor desconhecido em cada sentença a seguir:

a) y + 2 = 6	g) 6 + w = 9	n) 3w + 10 = 30 + 2w
b) r + 16 = 30	i) 65 + y = 100	o) -4y - 10 = 15 - 3y
c) d + 75 = 100	i) 4 – v = 1	p) -2z - 40 = 50 - z
d) m – 18 = 9	j) 25 – m = 10	q) -5k - 50 = 80 – 4k
e) p - 7 = 15	k) 100 – w = 70	r) 4(m+2) + 4 = 3(10 + m)
f) w – 4 = 6	l) 2x + 5 = 10 + x	s) 3(3p + 3) + 11 = 4(15 + 2p)
h) 32 + h = 50	m) 2m + 20 = 40 + m	t) 7(3d + 5) + 20 = 5(9 + 4d)

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes a princípio apresentem certa dificuldade, pelo fato de ser para eles a primeira experiência relacionada com ensino por atividades envolvendo a resolução de equação. Ainda assim, esperamos que os discentes, ao utilizarem o princípio da adição e da subtração na igualdade, consigam resolver as equações e consigam encontrar os valores desconhecidos.

4.4.4. Atividade 4

Atividade 4

Título: Multiplicação na igualdade
Objetivo: Descobrir quando por meio da multiplicação uma igualdade permanece verdadeira.
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.
Procedimento: Preencha o quadro a seguir.

Valores	**a = b**	**A expressão a = b é verdadeira?**		**a . c = b . d**	**A expressão a . c = b . d é verdadeira?**	
		Sim	**Não**		**Sim**	**Não**
a = 3 b = 3 c = 5 d = 5						
a = 6 b = 6 c = 4 d = 4						
a = 7 b = 7 c = 2 d = 2						
a = 6 b = 6 c = 2 d = 10						
a = 8 b = 8 c = 1 d = 6						
a = 5 b = 5 c = 4 d = 7						
a = 9 b = 2 c = 8 d = 8						
a = 10 b = 5 c = 4 d = 4						
a = 7 b = 1 c = 6 d = 6						
a = 3 b = 5 c = 4 d = 2						
a = 9 b = 8 c = 3 d = 4						
a = 6 b = 4 c = 6 d = 9						

Observação: Conclusão

Fonte: adaptado de Santos (2017)

Quadro 24: Previsões em relação a atividade de multiplicação na igualdade

Tipos previstos	Enunciado
Válida e desejada	Ao multiplicar ambos os lados da igualdade por um mesmo valor diferente de zero, a igualdade entre os termos permanece verdadeira. Isso significa que a igualdade inicial é equivalente à igualdade resultante da multiplicação.
Válida e não desejada	Quando não se tem uma igualdade de valores e multiplicamos ambos os lados por valores diferentes poderemos chegar em uma igualdade.
Parcialmente válida e não desejada	Ao multiplicar por números diferentes ambos os lados de uma igualdade, a igualdade será completamente alterada e não haverá solução possível.
Inválida e não desejada	Ao multiplicar um número em ambos os lados de uma igualdade, a igualdade será completamente alterada e não haverá solução possível.

Fonte: o próprio autor

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentem dificuldade para desenvolver, pelo fato de já terem realizado a de adição e subtração. Assim, esperamos que os discentes, após as substituições das letras pelos números nos primeiros itens, e o preenchimento do quadro, observem que ao multiplicar o mesmo valor em ambos os lados da igualdade a igualdade permanece verdadeira. E assim possamos institucionalizar o princípio da multiplicação na igualdade.

Após o momento dos registros objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Atividade 4

Título: Multiplicação na igualdade

Objetivo: Descobrir quando por meio da multiplicação uma igualdade permanece verdadeira.
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.
Procedimento: Preencha o quadro a seguir.

Valores	a = b	A expressão a = b é verdadeira?		a . c = b . d	A expressão a . c = b . d é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 3 b = 3 c = 5 d = 5	3 = 3	X		3 . 5 = 3 . 5 15 = 15	X	
a = 6 b = 6 c = 4 d = 4	6 = 6	X		6 . 4 = 6 . 4 24 = 24	X	
a = 7 b = 7 c = 2 d = 2	7 = 7	X		7 . 2 = 7 . 2 14 = 14	X	
a = 6 b = 6 c = 2 d = 10	6 = 6	X		6 . 2 = 6 . 10 12 = 60		X
a = 8 b = 8 c = 1 d = 6	8 = 8	X		8 . 1 = 8 . 6 8 = 48		X
a = 5 b = 5 c = 4 d = 7	5 = 5	X		5 . 4 = 5 . 7 20 = 35		X
a = 9 b = 2 c = 8 d = 8	9 = 2		X	9 . 8 = 2 . 8 72 = 16		X
a = 10 b = 5 c = 4 d = 4	10 = 5		X	10 . 4 = 5 . 4 40 = 20		X
a = 7 b = 1 c = 6 d = 6	7 = 1		X	7 . 6 = 1 . 6 42 = 6		X
a = 3 b = 5 c = 4 d = 2	3 = 5		X	3 . 4 = 5 . 2 12 = 10		X
a = 9 b = 8 c = 3 d = 4	9 = 8		X	9 . 3 = 8 . 4 27 = 24		X
a = 6 b = 4 c = 6	6 = 4		X	6 . 6 = 4 . 9 36 = 36	X	

d = 9						

4.4.5. Atividade 5

Atividade 5

Título: Divisão na igualdade
Objetivo: Descobrir quando por meio da divisão uma igualdade permanece verdadeira.
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.
Procedimento: Preencha o quadro a seguir.

Valores	**a = b**	**A expressão a = b é verdadeira?**		**a ÷ c = b ÷ d**	**A expressão a ÷ c = b ÷ d é verdadeira?**	
		Sim	**Não**		**Sim**	**Não**
a = 6 b = 6 c = 2 d = 2						
a = 8 b = 8 c = 3 d = 3						
a = 10 b = 10 c = 4 d = 4						
a = 4 b = 4 c = 2 d = 5						
a = 9 b = 9 c = 8 d = 3						
a = 12 b = 12 c = 6 d = 10						
a = 4 b = 3 c = 1 d = 1						
a = 10 b = 8 c = 5 d = 5						
a = 11 b = 7 c = 6 d = 6						
a = 5 b = 8 c = 3 d = 6						
a = 15 b = 9 c = 5 d = 3						
a = 10 b = 16 c = 1						

d = 4						
Observação: Conclusão:						

Fonte: adaptado de Santos (2017)

Quadro 25: Previsões em relação a atividade de divisão na igualdade

Tipos previstos	Enunciado
Válida e desejada	Ao dividir ambos os lados da igualdade por um mesmo valor diferente de zero, a relação de igualdade entre os termos permanece verdadeira. Isso significa que a igualdade inicial é equivalente à igualdade resultante da divisão.
Válida e não desejada	Quando não se tem uma igualdade de valores e dividimos ambos os lados por valores diferentes poderemos chegar em uma igualdade.
Parcialmente válida e não desejada	Ao dividir por números diferentes em ambos os lados de uma igualdade, a igualdade será completamente alterada e não haverá solução possível.
Inválida e não desejada	Ao dividir por um mesmo número ambos os lados de uma igualdade, a igualdade será completamente alterada e não haverá solução possível.

Fonte: o próprio autor

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentem dificuldade para desenvolver, pelo fato de já terem realizado a de adição, subtração e multiplicação anteriormente. Assim, esperamos que os discentes, após as substituições das letras pelos números nos primeiros itens, e o preenchimento do quadro, observem que ao dividir o mesmo valor em ambos os lados da igualdade a igualdade permanece verdadeira. E assim possamos institucionalizar o princípio da divisão na igualdade.

Após o momento dos registros objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Atividade 5

Título: Divisão na igualdade
Objetivo: Descobrir quando por meio da divisão uma igualdade permanece verdadeira.
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.
Procedimento: Preencha o quadro a seguir.

Valores	a = b	A expressão a = b é verdadeira?		a ÷ c = b ÷ d	A expressão a ÷ c = b ÷ d é verdadeira?	
		Sim	Não		Sim	Não
a = 6 b = 6 c = 2 d = 2	6 = 6	X		**6 ÷ 2 = 6 ÷ 2** **3 = 3**	X	
a = 8 b = 8 c = 4 d = 4	8 = 8	X		**8 ÷ 4 = 8 ÷ 4** **2 = 2**	X	
a = 12 b = 12 c = 4 d = 4	12 = 12	X		**12 ÷ 4 = 12 ÷ 4** **3 = 3**	X	
a = 4 b = 4 c = 2 d = 4	4 = 4	X		**4 ÷ 2 = 4 ÷ 4** **2 = 1**		X
a = 9 b = 9 c = 1 d = 3	9 = 9	X		**9 ÷ 1 = 9 ÷ 3** **9 = 3**		X
a = 12 b = 12 c = 6 d = 4	12 = 12	X		**12 ÷ 6 = 12 ÷ 4** **2 = 3**		X
a = 4 b = 6 c = 2 d = 2	4 = 6		X	**4 ÷ 2 = 6 ÷ 2** **2 = 3**		X
a = 30 b = 25 c = 5 d = 5	30 = 25		X	**30 ÷ 5 = 25 ÷ 5** **6 = 5**		X
a = 24 b = 36 c = 6 d = 6	24 = 36		X	**24 ÷ 6 = 36 ÷ 6** **4 = 6**		
a = 6 b = 8 c = 3 d = 4	6 = 8		X	**6 ÷ 3 = 8 ÷ 4** **2 = 2**	X	
a = 15 b = 12 c = 5 d = 3	15 = 12		X	**15 ÷ 5 = 12 ÷ 3** **3 = 4**		X
a = 10 b = 16 c = 1 d = 4	10 = 16		X	**10 ÷ 1 = 16 ÷ 4** **10 = 4**		X

4.4.6. Atividade 6

Atividade 6		
Título: Atividade de aprofundamento sobre sentenças multiplicativas		
Objetivo: Determinar o valor desconhecido em sentenças matemáticas multiplicativas.		
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.		
Procedimento: Determine o valor desconhecido em cada sentença a seguir:		
a) $2m = 6$	h) $\frac{3x}{4} = 10$	k) $\frac{-4z}{5} = 20$
b) $9p = 18$	i) $\frac{5w}{6} = 20$	l) $\frac{-3y}{4} = -15$
c) $6y = 24$	j) $\frac{2r}{5} = -6$	m) $\frac{-10y}{3} = -30$
d) $\frac{m}{5} = 10$	l) $\frac{4u}{3} = -12$	n) $\frac{-7y}{8} = -10$
e) $\frac{y}{7} = 6$	m) $\frac{3y}{5} = -15$	o) $\frac{2p}{-3} = 8$
f) $\frac{v}{3} = 8$	i) $\frac{-2p}{6} = 8$	p) $\frac{6k}{-5} = 12$
g) $\frac{2m}{3} = 12$	j) $\frac{-5d}{3} = 10$	q) $\frac{5k}{-4} = 20$

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes já não apresentem muita dificuldade, pelo fato de já terem resolvida outras parecida envolvendo adição, subtração e multiplicação. Ainda assim, esperamos que os discentes, ao utilizarem o princípio da divisão na igualdade, consigam resolver as equações e consigam encontrar os valores desconhecidos.

4.4.7. Atividade 7

Atividade 7		
Título: Atividade de aprofundamento sobre sentenças com princípio aditivo e multiplicativo da igualdade. **Objetivo:** Determinar o valor desconhecido em sentenças matemáticas. **Material:** Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta. **Procedimento:** Determine o valor desconhecido em cada sentença a seguir:		
a) $2x + 5 = 25$	h) $\frac{5x}{3} + 8 = 23$	o) $5(y – 3) – 2 = 8$
b) $3z + 10 = 20$	i) $\frac{2z}{5} + 4 = 24$	p) $-4(x – 1) – 6 = 14$
c) $5m + 12 = 42$	j) $3x – 10 = 6 – x$	q) $-8(p – 3) – 6 = 58$
d) $6k – 8 = 52$	k) $5y – 40 = 2 – y$	r) $-12(m – 1) – 4 = 44$
e) $4v – 9 = 71$	l) $7m – 75 = 5 - m$	s) $4(a + 5) + 10 = 3(a + 1)$
f) $8n – 4 = 20$	m) $3(x – 2) – 1 = 13$	t) $5(k + 3) + 15 = 2(k + 3)$
g) $\frac{3m}{2} + 6 = 42$	n) $4(x – 2) – 4 = 12$	u) $6(w + 4) + 20 = 2(w + 2)$

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes a princípio apresentem dificuldade, pelo fato de ser equações envolvendo tanto o princípio aditivo e o multiplicativo da igualdade. Ainda assim, esperamos que os discentes, ao utilizarem o princípio da igualdade corretamente, consigam resolver as equações e consigam encontrar os valores desconhecidos.

4.4.8. Atividade 8

Atividade 8

Título: ESCRITA EM LINGUAGEM MATEMÁTICA

Objetivo: Transformar os enunciados escritos em linguagem alfabéticas, em linguagem matemática.

Material: Texto sobre linguagem matemática e lista de enunciados.

Procedimentos: Leia o texto e os passos a seguir, observe os exemplos resolvidos e depois traduza os enunciados para linguagem matemática.

Texto sobre linguagem matemática

A linguagem é uma forma de expressar determinada ideia. Na vida prática, existem diferentes maneiras de comunicar as ideias: pela linguagem falada, pela escrita etc. A matemática também possui sua forma de comunicação, e utiliza de uma linguagem para transmitir suas ideias de maneira simples e precisa. A linguagem matemática utiliza símbolos para expressar frases que, se escrita na linguagem corrente, usariam maior quantidade de símbolos ou espaços. Por exemplo, a frase: Dois mais três é igual a cinco, se escrita na linguagem matemática, usaremos apenas cinco símbolos ($2 + 3 = 5$), que podem ser compreendidos por qualquer pessoa familiarizada com os símbolos matemáticos. Em outros exemplos temos: “Um número somado com 3 é igual a 5”, que escrito na linguagem matemática ficará da seguinte forma $x + 3 = 5$, como temos um valor desconhecido representamos por uma letra que neste caso foi o **x,** que é uma técnica de tradução em linguagem matemática.

No entanto, para traduzir um enunciado escrito na forma alfabética para a escrita matemática, alguns passos precisam ser seguidos, vejamos:

1º passo: Ler o problema com bastante atenção;

2º passo: Identificar as quantidades conhecidas e as quantidades desconhecidas;

3º passo: Buscar a relação entre as quantidades conhecidas e as desconhecidas;

4º passo: Escolher um símbolo (letra, figura, ...) para representar a quantidade desconhecida;

5º passo: Escrever a relação entre as quantidades conhecidas e desconhecidas por meio de símbolos.

Quadro 26: Exemplos de como fazer a tradução

<table>
<tr><th>Enunciado</th><th>Passa a passo</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Um número mais três é igual a onze.</td><td>Passo 1 - Ler o enunciado com bastante atenção</td></tr>
<tr><td>Passo 2 - No enunciado temos a expressão “um número” que indica uma quantidade desconhecida e os valores três e onze que são as quantidades conhecidas;</td></tr>
<tr><td>Passo 3 – A relação entre o valor desconhecido e os valores conhecidos é: a quantidade desconhecida adicionada a três é igual a onze.</td></tr>
<tr><td>Passo 4 – Vamos representar a quantidade desconhecida pela letra w (poderia ser outro qualquer).</td></tr>
<tr><td></td><td>Passo 5 – Escrevendo a relação: a quantidade desconhecida adicionada a três é igual a onze, em símbolos obtemos w + 3 = 11</td></tr>
<tr><td colspan="2">Vejamos outro exemplo</td></tr>
<tr><td rowspan="5">A metade de um número mais o triplo desse número é igual a menos quarenta.</td><td>Passo 1 - Ler atentamente o enunciado;</td></tr>
<tr><td>Passo 2 - No enunciado temos um número que é a quantidade desconhecida e o valor menos quarenta que é a quantidade conhecida;</td></tr>
<tr><td>Passo 3 – A relação existente entre as quantidades, é de divisão por dois (que equivale à metade do valor desconhecido, adicionado a multiplicação por três (que equivale ao triplo do valor desconhecido) para chegar igualdade -40.</td></tr>
<tr><td>Passo 4 – Vamos representar a quantidade desconhecida pela letra y.</td></tr>
<tr><td>Passo 5 – Escrevendo o enunciado na linguagem matemática temos: $\frac{y}{2} + 3y = -40$</td></tr>
</table>

Fonte: o próprio autor

Seguindo os passos descritos acima, escreva os enunciados a seguir em linguagem matemática:

Enunciado	Tradução
1. Um número mais 6 é igual a vinte:	
2. Um número menos nove é igual a dois:	
3. Um número mais cinco é igual a vinte e oito:	
4. O dobro de um número é igual a dez:	
5. O dobro de um número é igual a trinta e seis:	
6. O triplo de um número é igual a nove:	
7. A metade de um número é igual a seis:	
8. A terça parte de um número é igual a dezoito:	
9. A terça parte de um número é igual a 12:	
10. Duas vezes um número mais seis é igual a vinte:	
11. O triplo de um número menos dez é igual a 35	
12. O triplo de um número menos seis é igual a zero:	
13. A metade de um número mais 5, é igual a 25	
14. A metade de um número mais o dobro desse número é igual a vinte:	
15. A quarta parte de um número mais o dobro desse número é igual 60:	
16. Seis mais um número é igual a quarenta e cinco:	
17. Doze mais um número é igual a trinta e cinco:	
18. Quinze menos um número é igual a seis:	

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, a princípio os discentes terão certa dificuldade em realizar as conversões, por ser a primeira vez que realizarão atividade desse tipo. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica do tipo: $ax + b = c$

4.4.9. Atividade 9

<table>
<tr><td colspan="2">Atividade 9
Título: ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO DE ESCRITA EM LINGUAGEM MATEMÁTICA
Objetivo: Praticar a habilidade de escrever enunciados em linguagem alfabética e convertê-los para a linguagem matemática.
Material: Roteiro da atividade, borracha e lápis ou caneta.
Procedimento: No quadro abaixo. criem 5 enunciados em linguagem alfabética, descrevendo situações ou problemas matemáticos. Em seguida converta os enunciados para a linguagem matemática adequada, utilizando símbolos e operações corretas.</td></tr>
<tr><td>Enunciado 1</td><td></td></tr>
<tr><td>Conversão:</td><td></td></tr>
<tr><td>Enunciado 2</td><td></td></tr>
<tr><td>Conversão:</td><td></td></tr>
<tr><td>Enunciado 3</td><td></td></tr>
<tr><td>Conversão:</td><td></td></tr>
<tr><td>Enunciado 4</td><td></td></tr>
<tr><td>Conversão:</td><td></td></tr>
<tr><td>Enunciado 5</td><td></td></tr>
<tr><td>Conversão:</td><td></td></tr>
</table>

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, a princípio os discentes terão certa dificuldade em criar os enunciados e realizar as conversões, por ser a primeira vez que realizarão atividade desse tipo. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam criar e converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica do tipo: ax + b = c

4.4.10. Atividade 10

Atividade 10

Título: ATIVIDADE DE REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS PARES
Objetivo: Descobrir a forma de representar um número par qualquer
Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta
Procedimentos: Preencher o quadro a seguir:

Número	**O número é par?**		**É possível escrever o número como um produto por 2?** **Como ficaria?**
	SIM	NÃO	
2			
4			
8			
10			
14			
16			
20			
42			
28			
54			
38			
66			

Observação:

Conclusão:

Quadro 27: Previsões em relação a atividade de escrita de números pares.

Tipos previstos	Enunciado
Válida e desejada	Todo número par pode ser escrito como um produto por 2. Todo número par poder ser dividido por dois e o resto é zero. A unidade de todos os números pares é igual a: 0, 2, 4, 6 ou 8.
Válida e não desejada	Todo múltiplo de 2 é par.
Parcialmente válida e não desejada	Números pares são aqueles que começam no zero e vai aumentando duas unidades.
Inválida e não desejada	Todo número multiplicado por dois é par.

Fonte: o próprio autor

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes apresentem certa dificuldade, pelo fato de ser para eles a primeira experiência com esse tipo de atividades. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações da multiplicação por dois, e o preenchimento do quadro, observem que todo número par pode ser escrito como um produto por dois. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de um número par.

Após o momento dos registros objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Atividade 10

Título: ATIVIDADE DE REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS PARES

Objetivo: Descobrir a forma de representar um número par qualquer

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta

Procedimentos: Preencher o quadro a seguir:

Número	**O número é par?**		**É possível escrever o número como um produto por 2?** **Como ficaria?**
	SIM	NÃO	
2	X		Sim! **(2 . 1 = 2)**
4	X		Sim! **(2 . 2 = 4)**
8	X		Sim! **(2 . 4 = 8)**

10	X		Sim! **(2 . 5 = 10)**
14	X		Sim! **(2 . 7 = 1)**
16	X		Sim! **(2 . 8 = 16)**
20	X		Sim! **(2 . 10 = 20)**
42	X		Sim! **(2 . 21 = 42**)
28	X		Sim! **(2 . 14 = 28)**
54	X		Sim! **(2 . 27 = 54)**
38	X		Sim! **(2 . 19 = 38)**
66	X		Sim! **(2 . 33 = 66)**
Observação: **Conclusão:**			

4.4.11. Atividade 11

Atividade 11			
Título: ATIVIDADE DE ESCRITA DE NÚMEROS ÍMPARES **Objetivo:** Descobrir a forma de representar um número ímpar qualquer **Material:** Roteiro da atividade, lápis ou caneta **Procedimentos:** Preencher o quadro a seguir			
Número	O número é ímpar?		É possível escrever o número como um produto por 2? Como ficaria?
	Sim	**Não**	
3			
5			
7			
11			
17			
21			
29			

43			
55			
59			
65			
83			
Observação: **Conclusão:**			

Quadro 28: Previsões em relação a atividade a ser aplicada escrita algébricas de números ímpares

Tipos previstos	**Enunciado**
Válida e desejada	Todo número é ímpar, quando dividido por dois não tem resultado exato. Ou seja, tem resto igual a um. Um número inteiro é ímpar se o algarismo da unidade é 1, 3, 5, 7 ou 9.
Válida e não desejada	Todo número ímpar não é múltiplo de dois.
Parcialmente válida e não desejada	Números ímpares são aqueles que começam no 1 e vai aumentando duas unidades.
Inválida e não desejada	Todo número multiplicado por dois e depois somado a um é ímpar

Fonte: o próprio autor

Análise a priori: Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão certa dificuldade, pelo fato de já terem a experiência da atividade anterior sobre números pares. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações da multiplicação por dois, e o preenchimento do quadro, observem que todo número ímpar não pode ser escrito como um produto por dois. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de um número ímpar.

Após o momento dos registros objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Atividade 11

Título: ATIVIDADE DE ESCRITA DE NÚMEROS ÍMPARES
Objetivo: Descobrir a forma de representar um número ímpar qualquer
Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta
Procedimentos: Preencher o quadro a seguir

Número	O número é ímpar?		É possível escrever o número como um produto por 2? Como ficaria?
	Sim	**Não**	
3	X		Não! **(2 .1 + 1 = 3)**
5	X		Não! **(2 .2 + 1 = 5)**
7	X		Não! **(2 .3 + 1 = 7)**
11	X		Não! **(2 .5 + 1 = 11)**
17	X		Não! **(2 .8 + 1 = 17)**
21	X		Não! **(2 .10 + 1 = 21)**
29	X		Não! **(2 .14 + 1 = 29)**
43	X		Não! **(2 .21 + 1 = 43)**
55	X		Não! **(2 .27 + 1 = 55)**
59	X		Não**! (2 .29 + 1 = 59)**
65	X		Não! **(2 .32 + 1 = 65)**
83	X		Não! **(2 .41 + 1 = 83)**

Observação:

Conclusão:

4.4.12. Atividade 12

Atividade 12

Título: ATIVIDADE DE REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS CONSECUTIVOS SIMPLES **Objetivo:** Descobrir uma relação entre dois números consecutivos **Material:** Roteiro da atividade, lápis ou caneta **Procedimentos:** Preencher o quadro a seguir			
Números	**Os números são consecutivos?**		**Qual o valor da diferença entre o maior e o menor número?**
	Sim	**Não**	
a = 4 e b = 5			
a = 4 e b = 7			
a = 6 e b = 9			
a = 10 e b = 11			
a = 13 e b = 20			
a = 15 e b = 16			
a = 20 e b = 35			
a = 40 e b = 48			
a = 27 e b = 28			
a = 54 e b = 61			
a = 21 e b = 22			
a = 43 e b = 44			
Observação: **Conclusão:**			

Quadro 29: Previsões em relação a atividade a ser aplicada números consecutivos.

Tipos previstos	**Enunciado**
Válida e desejada	São números que vem logo depois do outro. São números que se seguem em ordem, sem lacunas, como 1, 2, 3, 4, etc.

Válida e não desejada	São números que se sucedem, sem nenhum outro número entre eles
Parcialmente válida e não desejada	Números consecutivos são aqueles que começam no zero e vai aumentando uma unidade.
Inválida e não desejada	São aqueles que avançam de um em um.

Fonte: o próprio autor

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão dificuldade, pelo fato de já terem a experiência das atividades anteriores sobre números pares e ímpares. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações das subtrações, e o preenchimento do quadro, observem que os números consecutivos, são números que se sucedem e vem logo depois do outro. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de números consecutivos.

Após o momento dos registros objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Atividade 12

Título: ATIVIDADE DE REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS CONSECUTIVOS SIMPLES
Objetivo: Descobrir uma relação entre dois números consecutivos
Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta
Procedimentos: Preencher o quadro a seguir

Números	Os números são consecutivos?		Qual o valor da diferença entre o maior e o menor número?
	Sim	**Não**	
a = 4 e b = 5	X		5 – 4 = 1
a = 4 e b = 7		X	7 – 4 = 3
a = 6 e b = 9		X	9 – 3 = 6
a = 10 e b = 11	X		11 – 10 = 1
a = 13 e b = 20		X	20 – 13 = 7
a = 15 e b = 16	X		16 – 15 = 1
a = 20 e b = 35		X	35 – 20 = 15
a = 40 e b = 48		X	48 – 40 = 8
a = 27 e b = 28	X		28 – 27 = 1
a = 54 e b = 61		X	61 – 54 = 7
a = 21 e b = 22	X		22 – 21 = 1
a = 43 e b = 44	X		7 – 4 = 3

Observação:

Conclusão:

4.4.13. Atividade 13

Atividade 13	
Título: ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO DE ESCRITA DE NÚMEROS CONSECUTIVOS SIMPLES. **Objetivo:** Representar na linguagem simbólica (matemática) os enunciados. **Material:** Roteiro da atividade, lápis ou caneta **Procedimentos:** Preencher o quadro a seguir com as representações referente a cada enunciado.	
Enunciado	**Representação na linguagem simbólica**
1. A soma de dois números consecutivos é igual a 30.	
2. A soma de dois números consecutivos é igual a 36	
3. A soma de dois números consecutivos é igual a 42	
4. A soma de três números consecutivos é igual a 60	
5. A soma de três números consecutivos é igual a 66	
6. A soma de três números consecutivos é igual a 72	
7. A soma de quatro números consecutivos é igual a 80	
8. A soma de quatro números consecutivos é igual a 100	
9. A soma de cinco números consecutivos é igual a 120	

10. A soma de cinco números consecutivos é igual a 150	
11. A soma de seis números consecutivos é igual a 180	
12. A soma de seis números consecutivos é igual a 240	

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os discentes não terão dificuldade em realizar as conversões, pelo motivo de já terem realizado esse tipo de atividade. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica do tipo: $ax + b = c$

4.4.14. Atividade 14

Atividade 14

Título: ATIVIDADE DE REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS PARES CONSECUTIVOS
Objetivo: Descobrir uma relação entre dois números pares consecutivos
Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta
Procedimentos: Preencher o quadro a seguir

Números	**Os números são pares consecutivos?**		**Qual o valor da diferença entre o maior e o menor número?**
	Sim	**Não**	
a = 2 e b = 3			
a = 4 e b = 6			
a = 10 e b = 12			
a = 14 e b = 18			
a = 26 e b = 38			
a = 32 e b = 34			
a = 42 e b = 46			
a = 46 e b = 48			
a = 58 e b = 64			
a = 54 e b = 56			

a = 80 e b = 82			
a = 22 e b = 30			
Observação: **Conclusão:**			

Quadro 30: Previsões em relação a atividade de números pares consecutivos

Tipos previstos	**Enunciado**
Válida e desejada	São aqueles que se seguem em ordem, ou seja, aumentam em duas unidades e são divisíveis por 2, como 2, 4, 6, 8, etc.
Válida e não desejada	São números pares que se sucedem, sem nenhum outro número par entre eles
Parcialmente válida e não desejada	Números pares consecutivos são aqueles que começam no zero e vai aumentando duas unidades.
Inválida e não desejada	São aqueles que avançam de dois em dois.

Fonte: o próprio autor

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão dificuldade, pelo fato de já terem a experiência da atividade anterior sobre números consecutivos simples. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações das subtrações, e o preenchimento do quadro, observem que os números pares consecutivos, são números que seguem em ordem, ou seja, aumentam em duas unidades e são divisíveis por 2. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de números pares consecutivos.

Após o momento dos registros objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Atividade 14
Título: ATIVIDADE DE REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS PARES CONSECUTIVOS **Objetivo:** Descobrir uma relação entre dois números pares consecutivos **Material:** Roteiro da atividade, lápis ou caneta

Procedimentos: Preencher o quadro a seguir			
Números	**Os números são pares consecutivos?**		**Qual o valor da diferença entre o maior e o menor número?**
	Sim	**Não**	3 – 2 = 1
a = 2 e b = 3		X	6 – 4 = 2
a = 4 e b = 6	X		12 – 10 = 2
a = 10 e b = 12	X		18 – 14 = 4
a = 14 e b = 18		X	38 – 26 = 12
a = 26 e b = 38		X	34 – 32 = 2
a = 32 e b = 34	X		46 – 42 = 4
a = 42 e b = 46		X	48 – 46 = 2
a = 46 e b = 48	X		64 – 58 = 6
a = 58 e b = 64		X	56 – 54 = 2
a = 54 e b = 56	X		82 – 80 = 2
a = 80 e b = 82	X		30 – 22 = 8
a = 22 e b = 30			3 – 2 = 1
Observação: **Conclusão:**			

4.4.15. Atividade 15

Atividade 15	
Título: ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO DE REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS PARES CONSECUTIVOS **Objetivo:** Representar na linguagem simbólica (matemática) os enunciados. **Material:** Roteiro da atividade, lápis ou caneta **Procedimentos:** Preencher o quadro a seguir com as representações referente a cada enunciado.	
Enunciado	**Representação na linguagem simbólica**

1. A soma de dois números pares consecutivos é igual a 26.	
2. A soma de dois números pares consecutivos é igual a 32.	
3. A soma de dois números pares consecutivos é igual a 38.	
4. A soma de três números pares consecutivos é igual a 66	
5. A soma de três números pares consecutivos é igual a 72	
6. A soma de três números pares consecutivos é igual a 96	
7. A soma de quatro números pares consecutivos é igual a 92	
8. A soma de quatro números pares consecutivos é igual a 108	
9. A soma de cinco números pares consecutivos é igual a 100	
10. A soma de cinco números pares consecutivos é igual a 120	

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os discentes não terão dificuldade em realizar as conversões, pelo motivo de já terem realizado esse tipo de atividade. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica.

4.4.16. Atividade 16

Atividade 16
Título: ATIVIDADE DE ESCRITA DE NÚMEROS ÍMPARES CONSECUTIVOS **Objetivo:** Descobrir uma relação entre dois números ímpares consecutivos **Material**: Roteiro da atividade, lápis ou caneta **Procedimentos:** Preencha o quadro a seguir

	Sim	Não	
a = 3 e b = 5			
a = 5 e b = 11			
a = 9 e b = 11			
a = 17 e b = 19			
a = 25 e b = 37			
a = 33 e b = 39			
a = 49 e b = 55			
a = 45 e b = 47			
a = 71 e b = 73			
a = 39 e b = 57			
a = 63 e b = 65			
a = 73 e b = 75			
Observação: **Conclusão:**			

Quadro 31: Previsões em relação a atividade a ser aplicada números ímpares consecutivos

Tipos previstos	Enunciado
Válida e desejada	São aqueles que se seguem em ordem e têm uma diferença constante de 2, e não são divisíveis exatos por dois como 1, 3, 5, 7, etc.
Válida e não desejada	São números ímpares que se sucedem, sem nenhum outro número ímpar entre eles.
Parcialmente válida e não desejada	Números ímpares consecutivos são aqueles que começam no um e vai aumentando duas unidades.
Inválida e não desejada	São aqueles que avançam de dois em dois.

Fonte: o próprio autor

Análise *a priori:* Esperamos que nesta atividade, os estudantes não apresentem dificuldades, pelo fato de já terem a experiência da atividade anterior sobre números consecutivos simples e pares consecutivos. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações das subtrações, observem que os números ímpares consecutivos, são números que seguem em ordem, ou seja, aumentam em duas unidades e não são divisíveis por 2. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de números pares consecutivos.

Após o momento dos registros objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Atividade 16			
Título: ATIVIDADE DE ESCRITA DE NÚMEROS ÍMPARES CONSECUTIVOS **Objetivo:** Descobrir uma relação entre dois números ímpares consecutivos **Material**: Roteiro da atividade, lápis ou caneta **Procedimentos:** Preencha o quadro a seguir			
Números	**Os números são ímpares consecutivos?**		**Qual o valor da diferença entre o maior e o menor número?**
	Sim	**Não**	
a = 3 e b = 5	X		5 – 3 = 2
a = 5 e b = 11		X	11 – 5 = 6
a = 9 e b = 11	X		11 – 9 = 2
a = 17 e b = 19	X		19 – 17 = 2
a = 25 e b = 37		X	37 – 25 = 12
a = 33 e b = 39		X	39 – 33 = 6
a = 49 e b = 55		X	55 – 49 = 6
a = 45 e b = 47	X		47 – 45 = 2
a = 71 e b = 73	X		73 – 71 = 2
a = 39 e b = 57		X	57 – 39 = 18
a = 63 e b = 65	X		65 – 63 = 2
a = 73 e b = 75	X		75 – 73 = 2
Observação: **Conclusão:**			

4.4.17. Atividade 17

Atividade 17

Título: ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO DE REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS ÍMPARES CONSECUTIVOS
Objetivo: Representar na linguagem simbólica (matemática) os enunciados.
Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta
Procedimentos: Preencher o quadro a seguir com as representações referente a cada enunciado

Enunciado	Representação na linguagem simbólica
1. A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 20.	
2. A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 28.	
3. A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 44.	
4. A soma de três números ímpares consecutivos é igual a 45.	
5. A soma de três números ímpares consecutivos é igual a 69.	
6. A soma de três números ímpares consecutivos é igual a 81	
7. A soma de quatro números ímpares consecutivos é igual a 56	
8. A soma de quatro números ímpares consecutivos é igual a 88 1.	
9. A soma de cinco números ímpares consecutivos é igual a 75	
10. A soma de cinco números ímpares consecutivos é igual a 95	

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os discentes não terão dificuldade em realizar as conversões, pelo motivo de já terem realizado esse tipo de atividade. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica.

4.4.18. Atividade 18

Atividade 18

Título: ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO DE NÚMEROS CONSECUTIVOS
Objetivo: Transformar os enunciados que estão em linguagem alfabética para linguagem matemática.
Materiais: Roteiro da atividade, lápis ou caneta
Procedimentos: Escreva os enunciados a seguir em linguagem matemática

Enunciado	Representação na linguagem simbólica
1. A soma de três números consecutivos é igual a trinta.	
2. A soma de três números consecutivos é igual a 42.	
3. A soma de três números consecutivos é igual a trinta e seis.	
4. A soma de três números consecutivos é igual a 45.	
5. A soma de dois números pares consecutivos é igual a vinte seis	
6. A soma de dois números pares consecutivos é igual a trinta e quatro	
7. A soma de dois números pares consecutivos é igual a 62	
8. A soma de dois números pares consecutivos é igual a 18	
9. A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a vinte e quatro	
10. A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 64	

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os discentes não terão dificuldade em realizar as conversões, pelo motivo de já terem realizado esse tipo de atividade. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica.

4.4.19. Atividade 19

Atividade 19

Título: ATIVIDADE PARA O ENSINO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

Objetivo: Resolver problemas do 1º grau com uma incógnita.

Material: Folha contendo os problemas do 1º grau com uma incógnita;

Procedimentos: Resolva os seguintes problemas:

1. Um número mais vinte e um é igual a sessenta e quatro. Qual é esse número?
2. Um número mais trinta e dois é igual a oitenta e três. Qual é esse número?
3. A metade de um número mais oito é igual a quarenta e quatro. Qual é esse número?
4. A metade de um número mais doze é igual a cinquenta e seis. Qual é esse número?
5. O dobro de um número, menos cinco, é igual a quarenta e um. Que número é esse?
6. O dobro de um número, menos nove, é igual a trinta e três. Que número é esse?
7. Pensei em um número, depois somei este número com dezesseis e dividi o resultado por dois, e assim obtive vinte e oito. Qual foi o número pensado?
8. Pensei em um número, depois somei este número com vinte e quatro e dois e dividi o resultado por dois, e assim obtive sessenta e quatro. Qual foi o número pensado?
9. Em uma competição, dois irmãos, Pedro e Laura, ganharam um prêmio total de R$150. Pedro recebeu 3 vezes mais do que Laura. Quanto cada irmão recebeu?

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes a princípio apresentem dificuldade, para converter, tratar e resolver o problema, pelo fato de ser para eles a primeira experiência relacionada com esse tipo de atividades. Ainda assim, esperamos que alguns discentes, consigam resolver os problemas.

4.4.20. Atividade 20

Atividade 20

Título: ATIVIDADE PARA O ENSINO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA
Objetivo: Resolver problemas do 1º grau com uma incógnita.
Material: Folha contendo os problemas do 1º grau com uma incógnita;
Procedimentos:
Resolva os seguintes problemas:

1. Augusto trabalhou certo número de horas e mais 9 horas extras, totalizando 44 horas. Quantas horas ele trabalhou?

2. Pedro trabalhou certo número de horas e mais 12 horas extras, totalizando 38 horas. Quantas horas ele trabalhou?

3. A idade de Roberta há 5 anos era a metade da idade que ela terá daqui a 10 anos. Qual é a idade de Roberta?

4. A idade de Flávia há 6 anos era a metade da idade que ela terá daqui a 12 anos. Qual é a idade de Flávia?

5. Em um colégio, 1/4 dos professores ensinam matemática. Sabendo-se que no colégio ainda tem 30 professores que ensinam outras matérias, quantos professores há ao todo nesse colégio?

6. Numa escola, 1/3 dos professores ensinam matemática. Sabendo-se que no colégio ainda tem 40 professores que ensinam outras matérias, quantos professores há ao todo nesse colégio?

7. Ao somar todos os gastos da semana, Maria somou, por engano, duas vezes o valor da conta do supermercado, o que resultou num gasto total de R$ 1208,00. Porém, se ela não tivesse somado nenhuma vez a conta do supermercado, o valor encontrado seria R$ 768,00. Qual foi o valor correto dos gastos de Maria durante essa semana?

8. Um prêmio de R$300 foi dividido entre três amigos, Ana, João e Maria. Ana recebeu 3 vezes mais do que João, e Maria recebeu R$50 a menos do que João. Quanto cada um dos amigos recebeu?

9. Luciana viu no quadro-negro algumas anotações da aula anterior, um pouco apagadas, conforme mostra a figura:

$$\frac{3 \times 10 - \quad}{2} = 6$$

Qual é o número que foi apagado?

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes a princípio apresentarão uma certa dificuldade, para converter, tratar e resolver o problema, mas já será mais fácil devido a experiência da atividade anterior. Ainda assim, esperamos que a maioria dos discentes, consigam resolver os problemas.

4.4.21. Atividade 21

Atividade 21

Título: ATIVIDADE PARA O ENSINO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA
Objetivo: Resolver problemas do 1º grau com uma incógnita.
Material: Folha contendo os problemas do 1º grau com uma incógnita;
Procedimentos:
Resolva os seguintes problemas:

1. A soma das idades de duas pessoas é 45 anos. A idade da primeira pessoa é o dobro da idade da segunda pessoa. Qual a idade da pessoa mais criança?

2. A soma das idades de três amigos é 80 anos. A idade do segundo amigo é o triplo da idade do primeiro amigo, e a idade do terceiro amigo é o dobro da idade do segundo amigo. Qual é a idade de cada um dos amigos?

3. A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 60. Qual é o maior destes três números?

4. A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 120. Qual é o maior destes três números?

5. A soma de dois números pares consecutivos é igual a vinte seis. Quais são esses números?

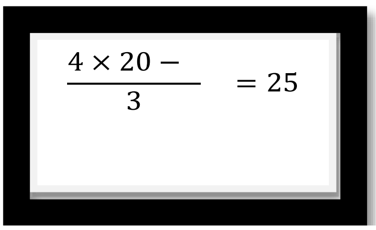
6. A soma de dois números pares consecutivos é igual a trinta e quatro. Quais são esses números?

7. A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 64. Quais são esses números?

8. A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 88. Quais são esses números?

9. A Professora Larissa escreveu uma atividade no quadro, quando ela percebeu um aluno, sem querer, tinha apagado uma parte da expressão, conforme mostra a figura

Qual a parte que foi apagada?



Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão dificuldade, para converter, tratar e resolver o problema, pelo fato de já terem a experiência das duas atividades anteriores. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam resolver os problemas.

4.4.22. Atividade 22

Atividade 22

Título: Questões referente ao descritor 33 de matemática 9º ano (D33 – Identificar uma equação ou uma inequação de primeiro grau que expressa um problema).
Objetivo: Treinar a resoluções de questões similares as cobrados na prova SAEB
Material: Lista de questões impressa, lápis e borracha

Procedimento: Leia atentamente os enunciados a seguir e marque a alternativa que julgar verdadeira.

1) Seed/PR (2009) - Na situação a seguir, indique a equação que nos permite encontrar o número procurado. Amanda vai realizar uma viagem e estava com 81 reais, gastou 9 reais com um almoço durante a viagem e comprou 6 refrigerantes e 6 salgados que custaram o mesmo valor cada um, para consumir durante a viajem. Qual a equação que melhor expressa o problema?
a) $6x - 9 = 81$
b) $6x + 9 - 81 = 0$
c) $12x = 81 + 9$
d) $12x + 9 = 81$

2) (TICs da Matemática) - Uma prefeitura aplicou R$ 850 mil na construção de 3 creches e um parque infantil. O custo de cada creche foi de R$ 250 mil. A expressão que representa o custo do parque, em mil reais, é:
(A) $x+850=250$.
(B) $x–850=750$.
(C) $850=x+250$.
(D) $850=x+750$.

3) Uma pessoa compra x latas de azeitonas a R$ 5,00 cada uma e (x + 4) latas de palmito a R$ 7,00 cada uma. No total gastou R$ 172,00. A expressão matemática que relaciona com a situação acima é:
(A) $5x+7x=172$
(B) $x+7x=172$
(C) $x+(x+4) =172$
(D) $5x+7(x+4) =172$

4) A balança está equilibrada e os queijos têm “pesos” iguais.

A expressão matemática que relaciona com a situação acima é:
(A) 3Q+10=5Q+Q.
(B) 3Q+10=5Q+2.
(C) 8Q=12.
(D) 2Q=12.

5) (SPAECE). Um número é maior do que outro 4 unidades e a soma desses dois números é 192. Se x é o menor desses números, então uma equação que permite calcular o valor de x é
(A) x+4 =192
(B) x+4x=192
(C) x+(x-4) =192
(D) x+(x+4) =192

6) Antônia é recepcionista e seu salário mensal é de 520 reais. Para aumentar a sua renda, ela borda toalhas e cobra por cada uma, 40 reais. Este mês, ela teve uma renda total de 800 reais. Se x representa o número de toalhas que ela bordou, pode-se afirmar que, este mês, ela bordou
(A) 33 toalhas, porque 800 = 40x – 520.
(B) 33 toalhas, porque 800 = 520 + 40x.
(C) 7 toalhas, porque 800 = 40x − 520.
(D) 7 toalhas, porque 800 = 520 + 40x.

7) (SARESP).

Com qual equação podemos descobrir quanto o menino tem?
(A) 2x+20+40=200
(B) x+40+40=200
(C) (x+40)2+20=200
(D) (x+20)2+40=200

8) Renata digitou um número em sua calculadora, multiplicou-o por 3, somou 12, dividiu o resultado por 7 e obteve o número 15. A equação que expressão está situação é:

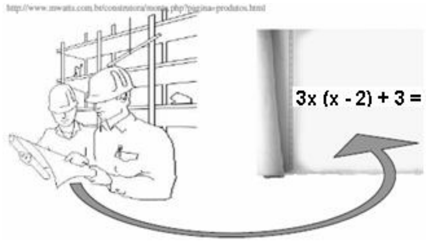
(A) $\frac{3x+12}{7} = 15$

(B) $\frac{x+12}{7} = 15$

(C) $\frac{3x+15}{7} = 12$

(D) $3x + 15 = 15$

9) (TICs da Matemática) - Após vários cálculos, os engenheiros chegaram a esta equação. Veja no quadrinho:



A equação reduzida, equivalente à equação encontrada por eles, é
(A) $3x^2 - 6x - 4 = 0$.
(B) $3x^2 - 10 = 0$.
(C) $9x - 4 = 0$.
(D) $3x^2 - 6x = 0$.

10) (TICs da Matemática) - Veja a conversa desses jovens.

Essa situação pode ser representada pela equação:

(A) $3x - 5 = 55$.
(B) $4x - 5 = 55$.
(C) $4x - 7 = 55$.
(D) $5x - 7 = 55$.

Análise *a priori:* Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão dificuldade, para converter e tratar os problemas, pelo fato de já terem a experiência das atividades desenvolvidas durante a sequência didática.

5. EXPERIMENTAÇÃO

A experimentação da sequência didática desta pesquisa foi realizada nos meses de agosto, setembro, outubro e novembro de 2023, totalizando 28 (vinte e oito) encontros, entre atividades e testes.

O lócus de nossa experimentação foi uma escola pública, localizada no município de Parauapebas/PA, a qual já exerço a atividade de docente a oito anos. Através de nossa experiência como docente da rede pública deste município, identificamos as lacunas no sistema de ensino que impactam o processo de aprendizagem. A escolha do local de atuação foi motivada pelo desejo de contribuir positivamente para o desenvolvimento da comunidade em que estamos inseridos. Além disso, o fato de trabalharmos especificamente com a turma desejada na escola em questão foi decisivo para a nossa escolha.

A turma em que desenvolvemos este trabalho foi do 7º ano, nível em que é realizado o ensino de problemas do 1º grau no terceiro ciclo do ensino fundamental. Nesta turma foi possível aplicar os instrumentos e as sessões de ensino a 28 estudantes.

Os instrumentos de produção das informações incluíram questionário socioeducacional, testes, atividades impressas e ficha de observação de aula por atividade. Além destes, ainda utilizamos diário de campo onde foram registradas situações não previstas e impressões pessoais acerca do experimento.

A etapa da experimentação foi subdividida em 28 encontros com a turma. Importante ressaltar que nossa pesquisa possui três momentos: o primeiro para a aplicação dos testes e atividades (de redescoberta e aprofundamento) voltadas para resolução de equação do 1º grau; o segundo para aplicação dos testes e atividades voltados para conversão da linguagem alfabética para a algébrica; e o terceiro para teste e atividades focando a resolução de problemas do primeiro grau.

A seguir, apresentaremos o quadro contendo todas as atividades que foram realizadas, indicando seus respectivos dias de execução.

Quadro 32: Cronograma das Sessões de ensino que serão desenvolvidas na experimentação

<table>
<tr><th>Data</th><th>C/H
(45 min)</th><th>Atividades realizadas</th><th>Assunto</th></tr>
<tr><td rowspan="2">07/08</td><td rowspan="2">2h/a
(90 min)</td><td>- Apresentação e entrega do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).</td><td>----</td></tr>
<tr><td>- Questionário socioeducacional</td><td>Perfil dos estudantes</td></tr>
<tr><td>10/08</td><td>2h/a
(90 min)</td><td>- Recebimento do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE);
- Pré-teste de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau com uma incógnita</td><td>Problemas do 1º grau com uma incógnita.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Parte I do experimento – Resolução de Equação do 1º Grau</td></tr>
</table>

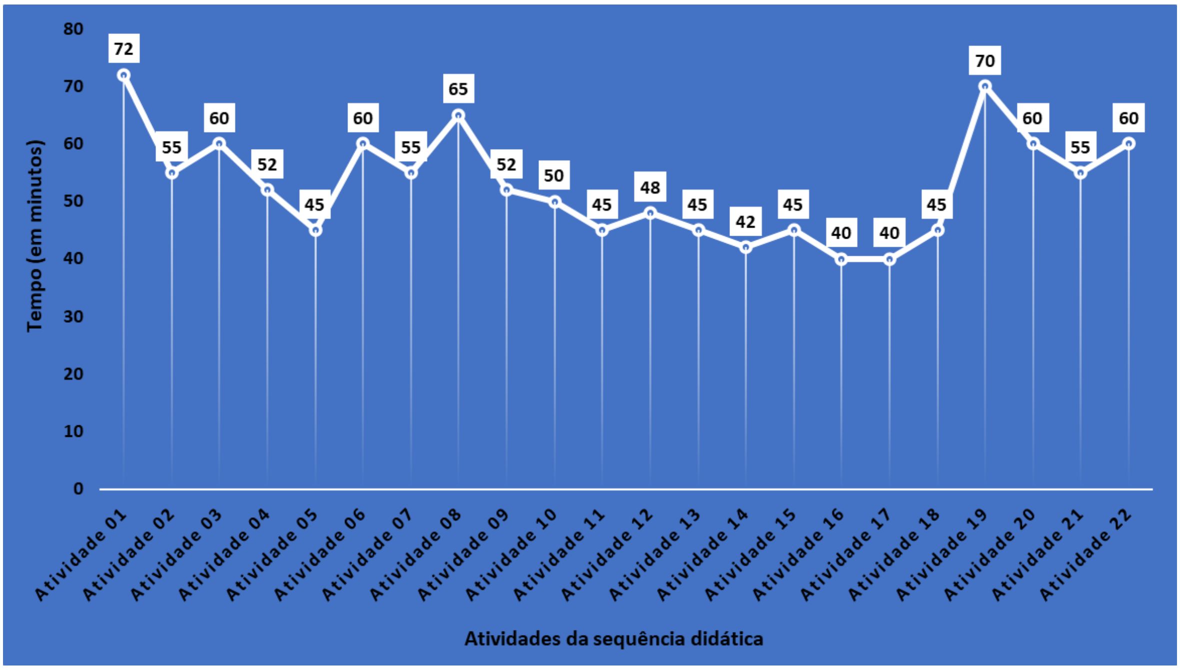
21/08	2h/a (90 min)	Pré-teste de resolução de equação do 1º grau.	Equação do 1º grau
25/08	2h/a (90 min)	Atividade 1 (Adição na igualdade)	Princípio aditivo da igualdade.
28/08	2h/a (90 min)	Atividade 2 (Subtração na igualdade)	
31/08	2h/a (90 min)	Atividade 3 (aprofundamento sobre princípio aditivo da igualdade)	Princípio multiplicativo da igualdade.
01/09	2h/a (90 min)	Atividade 4 (Multiplicação na igualdade) Atividade 5 (Divisão na igualdade)	
04/09	2h/a (90 min)	Atividade 6 (aprofundamento sobre princípio multiplicativo da igualdade)	Princípio multiplicativo da igualdade.
05/09	2h/a (90 min)	Atividade 7 (aprofundamento sobre princípio aditivo e multiplicativo da igualdade)	Princípio aditivo e multiplicativo da igualdade.
11/09	2h/a (90 min)	Pós-teste de resolução de equação do 1º grau.	Equação do 1º grau
Parte II do experimento – Conversão de enunciados para Linguagem Matemática			
12/09	2h/a (90 min)	Pré-teste de conversão da linguagem alfabética para algébrica.	Conversão da linguagem alfabética para a algébrica.
14/09	2h/a (90 min)	Atividade 8 (conversão da linguagem alfabética para algébrica.)	
15/09	2h/a (90 min)	Atividade 9 (atividade de aprofundamento de conversão da linguagem alfabética para algébrica.)	
18/09	2h/a (90 min)	Atividade 10 (representação de números pares).	Representação algébricas
21/09	2h/a (90 min)	Atividade 11 (representação de números ímpares).	
25/09	2h/a (90 min)	Atividade 12 (representação de números consecutivos)	
28/09	2h/a (90 min)	Atividade 13 (atividade de aprofundamento de escrita números consecutivos)	
29/09	2h/a (90 min)	Atividade 14 (representação de números pares consecutivos).	

02/10	2h/a (90 min)	Atividade 15 (atividade de aprofundamento de escrita números pares consecutivos)	
05/10	2h/a (90 min)	Atividade 16 (representação de números ímpares consecutivos).	
16/10	2h/a (90 min)	Atividade 17 (atividade de aprofundamento de escrita números ímpares consecutivos)	
19/10	2h/a (90 min)	Atividade 18 (atividade de aprofundamento de escrita números consecutivos)	
23/10	2h/a (90 min)	Pós-teste de conversão da linguagem alfabética para algébrica.	Conversão da linguagem alfabética para a algébrica.
Parte III do experimento – Resolução de Problemas do 1º grau			
26/10	2h/a (90 min)	Atividade 19 (resolução de Problemas do 1º grau com uma incógnita.	Problemas do 1º grau com uma incógnita
30/10	2h/a (90 min)	Atividade 20 (resolução de Problemas do 1º grau com uma incógnita.	
09/11	2h/a (90 min)	Atividade 21 (resolução de Problemas do 1º grau com uma incógnita.	
10/11	2h/a (90 min)	Atividade 22 (questões modelo prova SAEB)	
13/11	2h/a (90 min)	Pós-teste de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau com uma incógnita.	

Fonte: adaptado de Castro (2019)

Prosseguimos com a apresentação de um gráfico que ilustra a duração de cada atividade em nossa sequência didática, desconsiderando as aplicações dos testes e do questionário.

Gráfico 5: Tempo utilizado na aplicação das atividades



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

O gráfico 5 indica que as atividades 1, 8 e 19 demandaram um tempo maior de aplicação pois foram atividades que iniciaram cada ciclo de redescoberta. A atividade 1, denominada Adição na igualdade, foi o primeiro contato dos estudantes com o ensino por atividades. A atividade 2, denominada Subtração na igualdade, apresentava o mesmo formato da atividade anterior, o que resultou em uma diminuição no tempo gasto para sua realização. Na atividade 3, que foi de aprofundamento sobre Sentenças aditivas, os estudantes não apresentaram maiores dificuldades pois não era uma atividade de redescoberta, isto é, não houve o momento das conclusões e da institucionalização.

Nas atividades 4 e 5, que são de multiplicação e divisão na igualdade, percebemos uma diminuição no tempo, pois os estudantes já tinham a experiência das atividades 1 e 2 que só mudava a operação. Enquanto a atividade 6, houve um aumento no tempo devido ser de aprofundamento sobre sentenças multiplicativas.

O tempo de aplicação apresentou novamente um aumento na atividade 8 que representou o início da parte II da experimentação, que é a conversão da linguagem alfabética para linguagem matemática, elevando assim o nível de dificuldade. A partir da atividade 9 até a 18, registramos uma diminuição nos tempos das atividades, pois os estudantes já estavam familiarizados com o estilo de atividade.

A Atividade 19 inicia a parte III de nossa experimentação e envolve a resolução de problemas do 1º grau, registramos um aumento no tempo de resolução. A partir da atividade 20, os estudantes já estavam familiarizados com a forma de resolução e registro, apresentando assim um tempo menor nas atividades.

5.1. OBTENÇÃO DE AUTORIZAÇÕES

Antes de dar início à implementação da sequência didática, procuramos a direção da escola para apresentar nossos objetivos. Fomos recebidos com excelente receptividade e recebemos apoio integral para a realização deste experimento. No primeiro encontro, com a participação da coordenação nos apresentamos aos estudantes, esclarecendo-os de que se tratava de uma pesquisa à nível de mestrado em que iríamos ministrar o conteúdo de resolução de problemas do primeiro grau por meio de uma metodologia diferente da tradicional e que estávamos ligados ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Na ocasião entregamos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A) para levarem aos seus responsáveis, e que fosse autorizado a participação deles na referida pesquisa. Sendo que todos os responsáveis assinaram o termo autorizando a participação.

Conforme previsto em nosso cronograma, na sequência, detalharemos como ocorreu o nosso primeiro encontro com a turma.

5.2. PRIMEIRO ENCONTRO

No dia 7 de agosto de 2023, no horário das 15h40min às 16h15min, aplicamos o questionário socioeducacional (Apêndice B), nosso primeiro instrumento de pesquisa, que abrangeu questões referentes ao perfil dos estudantes, dos responsáveis e aspectos educacionais (como hábitos de estudo e metodologia dos professores de matemática). Participaram 25 estudantes, e a seguir, apresentamos o perfil deles com base nos resultados deste instrumento.

5.2.1. Perfil dos discentes

Iniciamos a exposição do perfil dos participantes desta pesquisa analisando a distribuição de estudantes por gênero.

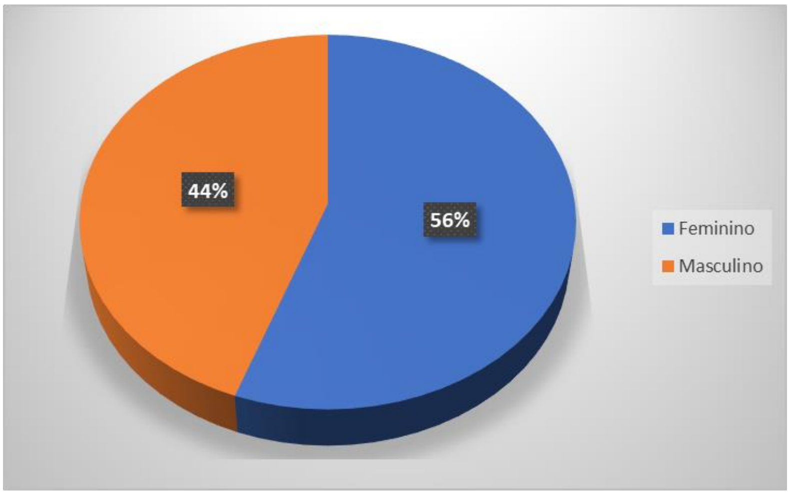
Quadro 33: Distribuição de estudante por gênero

Gênero	Nº de Alunos	%

Masculino	11	44%
Feminino	14	56%
Total	25	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 6: Distribuição de estudante por gênero



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

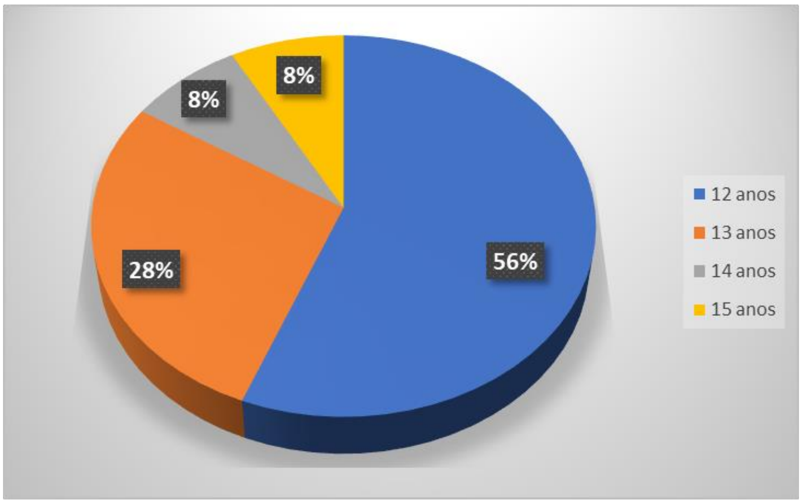
Os dados sobre a distribuição por gênero nos mostram que houve maior participação dos estudantes do gênero masculino, com uma vantagem considerável de 12% para o gênero masculino. A seguir apresentamos a distribuição dos estudantes por idade.

Quadro 34: Distribuição dos estudantes por idade.

Idade	Nº de Alunos	%
12 anos	14	56%
13 anos	7	28%
14 anos	2	8%
15 anos	2	8%
Total	25	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 7: Distribuição dos estudantes por idade.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

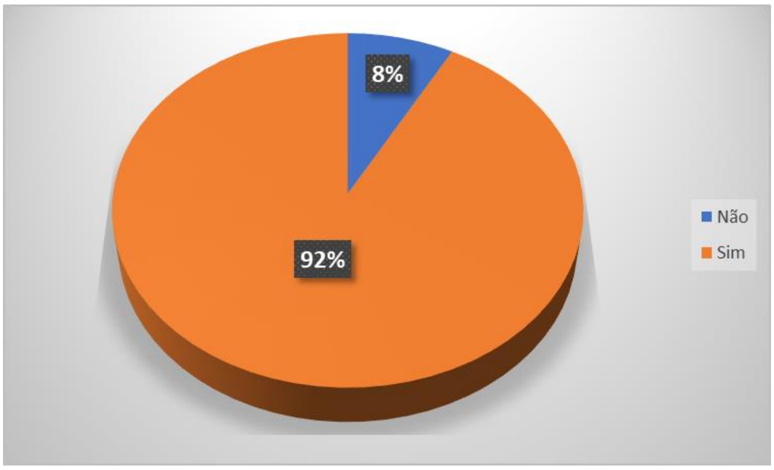
A distribuição por idade dos estudantes torna evidente que a maioria possuía 12 anos, mas é importante destacar que participaram da experimentação 2 alunos com 14 anos e 2 alunos com 15 anos, totalizando 16%, isto evidencia uma distorção idade-série na turma que participou da pesquisa.

Quadro 35: Percentuais de estudantes que trabalhavam de forma remunerada.

Trabalha de forma remunerada	Nº de Alunos	%l
Sim	23	92%
Não	2	8%
Total	**25**	**100%**

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 8: Percentuais de estudantes que trabalhavam de forma remunerada.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

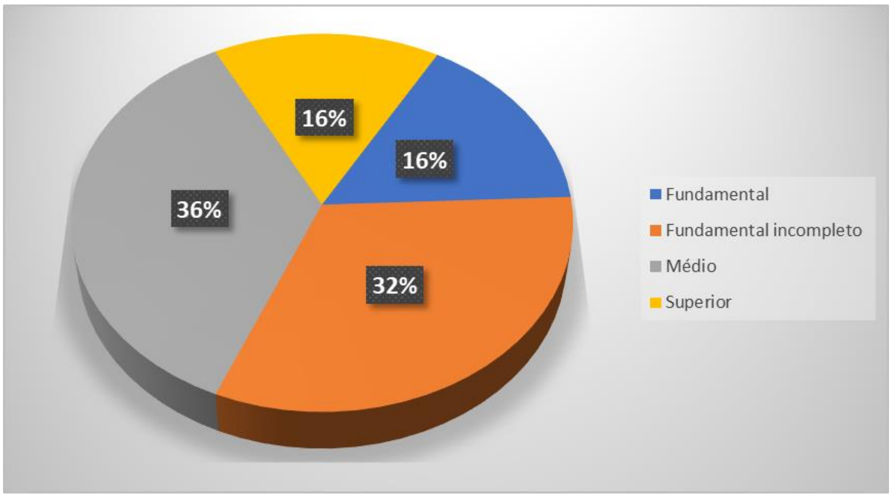
A partir desses resultados, observamos que a maioria dos estudantes em nossa amostra afirmaram não exercer atividade remunerada. No entanto, uma parcela significativa 8% indicaram que trabalhavam de forma remunerada. Durante diálogos informais, notamos que os estudantes, nessas situações, contribuíam de alguma maneira nas responsabilidades familiares ou nas atividades comerciais locais, buscando complementar a renda familiar ou obter recursos para uso pessoal, contrariando as diretrizes do ECA - Estatuto da Criança e do Adolescente. uma vez que ele proíbe o trabalho infantil e caracteriza o trabalho na condição de aprendiz, a partir dos quatorze anos de idade, o que não é o caso dos sujeitos da nossa amostra que se encontravam na faixa etária de 12 a 15 anos e não trabalham na condição de aprendiz. Na continuidade apresentamos o grau de escolaridade do responsável masculino.

Quadro 36: Escolaridade do responsável masculino.

Escolaridade do responsável masculino	Nº de Alunos	%
Superior	4	16%
Médio	9	36%
Fundamental	4	16%
Fundamental incompleto	8	32%
Não estudou	0	0%
Total	**25**	**100%**

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 9:Escolaridade do responsável masculino.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

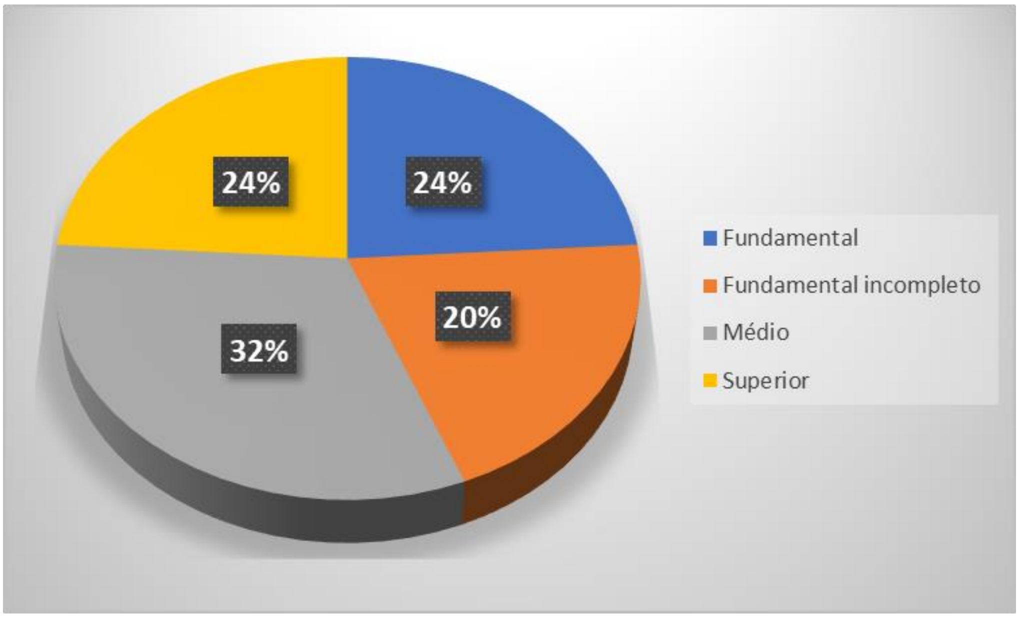
Conforme relatado pelos estudantes, o nível educacional mais comum entre os responsáveis do sexo masculino foi o Ensino Médio, abrangendo 36% da nossa amostra. Essa taxa supera os resultados encontrados na pesquisa de Silva (2018), onde apenas 8,7% dos responsáveis masculinos investigados possuíam esse nível de ensino. A seguir apresentamos o grau de escolaridade do responsável feminino.

Quadro 37: Escolaridade do responsável feminino.

Escolaridade do responsável feminino	Nº de Alunos	%
Superior	6	24%
Médio	8	32%
Fundamental	7	28%
Fundamental incompleto	4	16%
Não estudou	0	0%
Total	**25**	**100%**

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 10: Escolaridade do responsável feminino.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

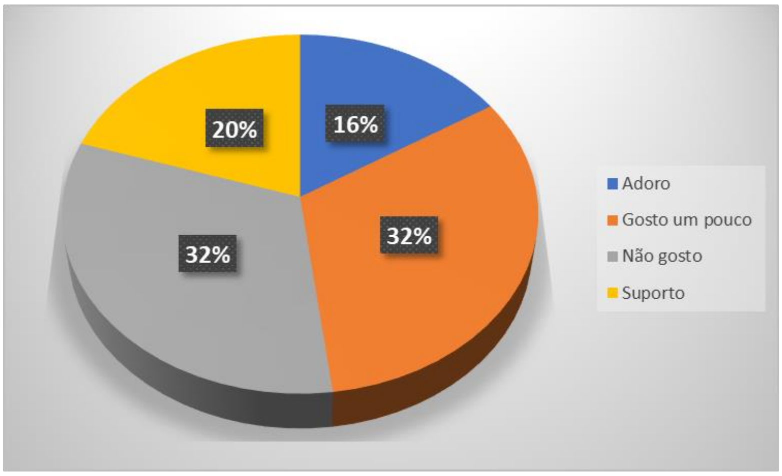
Assim como no caso dos responsáveis masculinos, o nível educacional preponderante das responsáveis femininas também foi o Ensino Médio, embora com uma porcentagem ligeiramente inferior de 32%. Este valor representa um aumento em comparação com os dados de Silva (2018), nos quais 17,39% estavam nessa categoria. É importante ressaltar que a proporção de mulheres com ensino superior é consideravelmente superior à dos responsáveis do sexo masculino, chegando a 24%. Na continuidade iremos expor os percentuais das respostas dadas pelos estudantes quando perguntados se gostavam de estudar matemática.

Quadro 38: Gosto pela matemática.

Gosta de estudar matemática	Nº de Alunos	%
Não gosto	8	32%
Suporto	5	20%
Gosto um pouco	8	32%
Adoro	4	16%
Total	**25**	**100%**

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 11:Gosto pela matemática.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

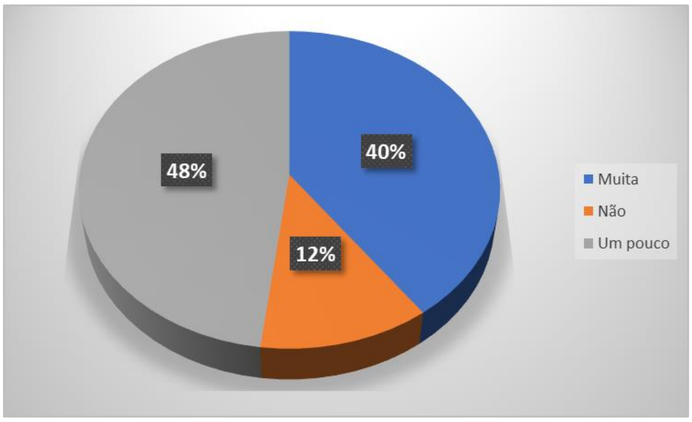
Os dados sobre a preferência por matemática indicam que um pouco mais de um terço dos participantes não gostam da disciplina. Em contrapartida, quase metade dos alunos revelaram ter um leve interesse ou até mesmo uma admiração pela matemática. A seguir apresentamos os dados referentes à dificuldade em aprender matemática.

Quadro 39: Dificuldade em aprender matemática.

Dificuldade em aprender matemática	Nº de Alunos	%
Não	3	12%
Um pouco	12	48%
Muita	10	40%
Total	**25**	**100%**

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 12: Dificuldade em aprender matemática.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

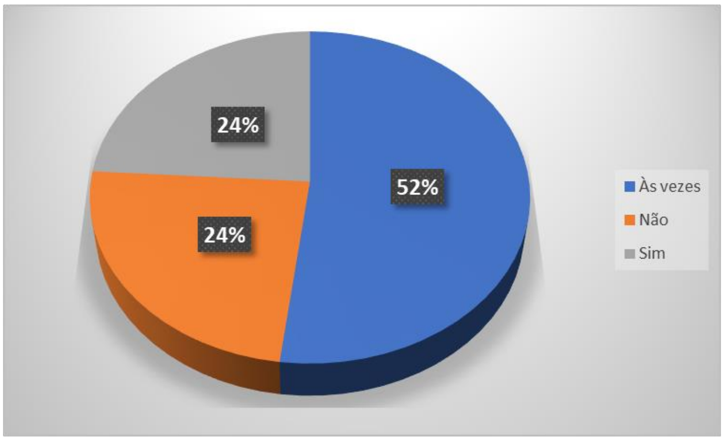
A maioria dos estudantes, representando 88%, expressou enfrentar alguma dificuldade no aprendizado da matemática, mesmo manifestando certo interesse pela disciplina. Abaixo, fornecemos informações acerca da distração durante as aulas de matemática.

Quadro 40: Distração durante as aulas de matemática.

Distração nas aulas de matemática	Nº de Alunos	%
Sim	6	24%
Não	6	24%
Às vezes	13	52%
Total	**25**	**100%**

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 13: Distração durante as aulas de matemática.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

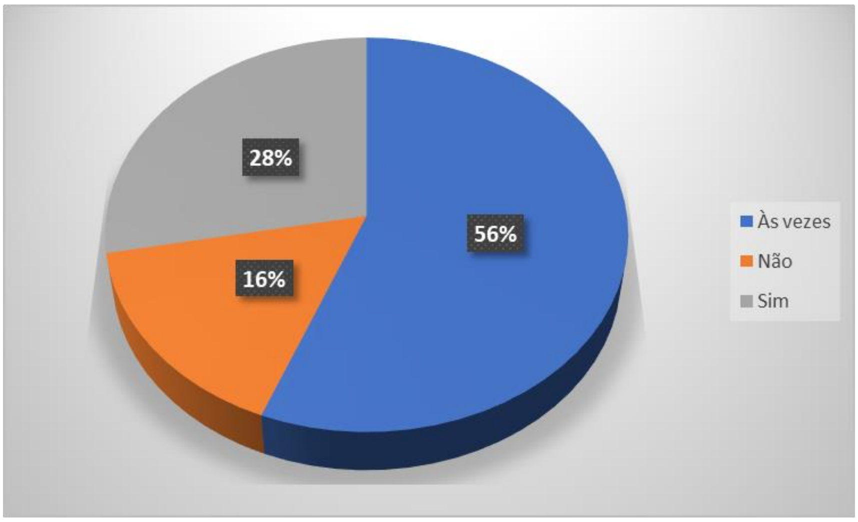
As informações apresentadas no Gráfico 13 indicam que 76% dos alunos pesquisados afirmaram se distrair nas aulas de matemática, seja sempre ou na maioria das vezes. Essa constatação pode sugerir uma possível dificuldade nas atividades relacionadas a essa disciplina ou um aumento no tempo dedicado à realização das tarefas. A seguir, fornecemos informações sobre o interesse despertado pelas aulas de matemática no aprendizado dos conteúdos ministrados.

Quadro 41: Interesse em aprender os conteúdos nas aulas de matemática.

As aulas de Matemática despertam a atenção em aprender os conteúdos	Nº de Alunos	%
Sim	7	28%
Não	4	16%
Às vezes	14	56%
Total	25	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 14: Interesse em aprender os conteúdos nas aulas de matemática.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Ao questionar os estudantes sobre se as aulas de matemática despertavam seu interesse em aprender os conteúdos ministrados, a maioria afirmou que não ou, no máximo, às vezes. Esse resultado configura-se como um aspecto desfavorável para o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que a falta de interesse dos estudantes pode resultar em menor participação durante as aulas. Posteriormente, examinamos a regularidade com que os participantes desta pesquisa se dedicavam aos estudos fora do ambiente escolar.

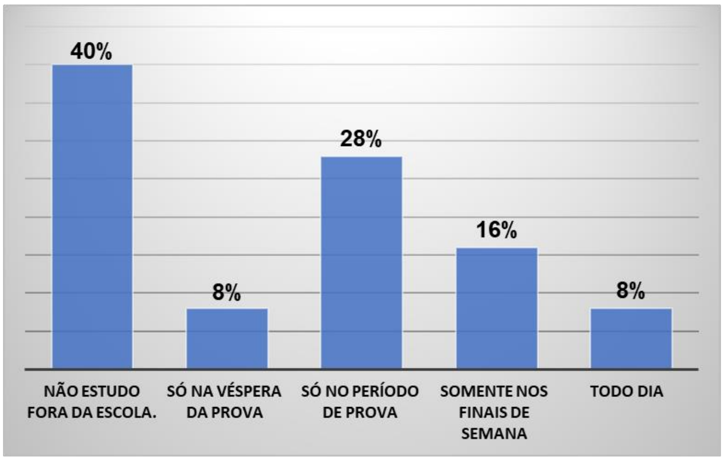
Quadro 42: Frequência de estudo fora da escola.

Frequência de estudo fora da escola	Nº de Alunos	%
Todo dia	2	8%

Somente nos finais de semana	4	16%
Só no período de prova	7	28%
Só na véspera da prova	2	8%
Não estudo fora da escola.	10	40%
Total	25	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 15: Frequência de estudo fora da escola.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Neste aspecto, 40% dos alunos reconheceram não ter o hábito de estudar matemática fora da escola, enquanto outros 36% afirmaram dedicar-se apenas na véspera ou durante os períodos de prova. Esses dados evidenciam que, embora as aulas de matemática despertem algum interesse, muitos não encontram motivação para estudar fora do ambiente escolar. É relevante investigar se esse comportamento está associado apenas à cultura e aos hábitos de estudo ou se outros fatores externos, como a falta de um ambiente propício para o estudo ou o apoio familiar, contribuem para isso. Apenas 8% indicaram estudar matemática diariamente.

5.3. SEGUNDO ENCONTRO

No dia 10 de agosto de 2023, ocorreu o segundo encontro, durante o qual procedemos com a aplicação do primeiro pré-teste abordando problemas do primeiro grau, entre as 15h10min e 16h10min. Todos os participantes da pesquisa estiveram presentes. Inicialmente, orientamos os participantes a resolverem as questões com base em seus conhecimentos prévios, enfatizando que não seriam avaliados com base no número de respostas corretas. Portanto, não precisavam se preocupar com eventuais equívocos nas soluções apresentadas. No entanto, ressaltamos a importância de manter a seriedade e esforçar-se para resolver as questões da melhor maneira possível.

Apesar das instruções prévias, os alunos A5 e A22 optaram por não responder a nenhuma das questões, manifestando insegurança em relação ao teste. Conforme relatado pela professora titular da turma, ao longo do ano letivo, observou-se que esses estudantes, em especial o aluno A5, demonstravam historicamente baixa autoestima e frequentes ausências nas aulas regulares.

5.4. TERCEIRO ENCONTRO

O segundo encontro ocorreu no dia 21 de agosto de 2023, neste momento realizamos a aplicação do pré-teste, referente a resolução de equação do 1º grau, no horário de 15h05min às 16h. Participaram 24 estudantes. Mais uma vez, orientamos os participantes a resolverem as questões com base em seus conhecimentos prévios, enfatizando que não seriam avaliados com base no número de respostas corretas. Portanto, não precisavam se preocupar com eventuais equívocos nas soluções apresentadas. No entanto, ressaltamos a importância de manter a seriedade e esforçar-se para resolver as questões da melhor maneira possível.

Já na aplicação deste pré-teste, não tivemos a ocorrência de aluno deixando todas as questões em branco. Percebemos um empenho em tentar resolver. Os resultados destes testes serão abordados posteriormente. A seguir, descrevemos como transcorreram as sessões de ensino na primeira etapa de nossa sequência didática.

5.5. QUARTO ENCONTRO

O quarto encontro aconteceu no 25 de agosto de 2023 das 17h15min às 18h45min e caracterizou o início da aplicação da nossa sequência didática. A atividade 1 teve uma duração de 72 minutos e contou com a presença de 24 alunos.

A primeira atividade teve início com a organização espontânea da turma em grupos, sendo solicitado apenas que priorizassem a formação de grupos de quatro estudantes. Assim, foram constituídos seis grupos, cada um composto por quatro estudantes. Em seguida, distribuímos a atividade impressa, sendo uma folha por grupo. A expectativa era que discutissem estratégias antes de registrar e preencher a atividade, alinhando-se com o senso comum do grupo. Embora os estudantes tenham demonstrado motivação, observou-se certa dispersão, sendo necessário algum tempo para direcioná-los à atividade e, posteriormente, iniciar as orientações sobre o seu preenchimento.

Inicialmente, ao perceber a dificuldade dos estudantes em começar, demonstramos no quadro branco como deveria ser preenchida a primeira linha. Em seguida, dedicamo-nos a esclarecer dúvidas por grupos. Nesse contexto, orientamos que os estudantes a realizassem um rodízio entre os membros de cada grupo para o preenchimento, promovendo assim a participação ativa e a cooperação entre os membros da equipe. Muitos alunos encontraram dificuldades ao preencher o quadro, mas, com nossa orientação e o auxílio dos colegas, gradualmente começaram a compreender a atividade.

Após completarem os registros, instruímos os estudantes a revisar o objetivo da atividade e identificar as regularidades presentes. Em uma discussão verbal, os estudantes compartilharam suas observações, levando algum tempo para chegar a uma conclusão em grupo. Foi necessário bastante incentivo para que expressassem suas conclusões por escrito, sendo evidente que as dificuldades em leitura e escrita dos estudantes constituíram um desafio didático neste momento da atividade. Para viabilizar esse registro, tivemos que auxiliá-los com perguntas e exemplos que os orientassem na decisão de qual ideia deveriam apresentar.

Esta atividade tinha como objetivo descobrir quando por meio da adição uma igualdade permanece verdadeira. Na continuidade organizamos as transcrições das conclusões escritas por cada grupo no quadro 43.

Quadro 43: Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 1.

Grupo	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	CLASSIFICAÇÃO
1	*“Quando A e B são iguais o número (resultado) é verdadeiro, o que influenciou o número*	Válida e não desejada

	(resultado) diferente foram os outros números diferentes".	
2	*"Para o resultado ser igual tem que ter valores iguais números diferentes mudam o valor"*	Válida e não desejada
3	*"A e B é a maioria igual por isso a maioria dos valores saíram iguais"*	Parcialmente válida e não desejada
4	*"Os números diferentes mudam o valor"*	Parcialmente válida e não desejada
5	*"Na igualdade os valores somados têm que ser somados igual"*	Válida, e não desejada
6	*"Para manter a igualdade os valores somados tem que ser igual"*	Válida e desejada

Fonte: Experimentação (2023).

Com as conclusões de cada grupo em mãos, fomos ao quadro para discuti-las e, posteriormente, chegarmos ao momento da institucionalização, a última fase do ensino por atividades. Nessa etapa, orientamos os estudantes a compreenderem que uma igualdade permanece verdadeira apenas quando adicionamos o mesmo número aos dois lados da igualdade. Desse modo, classificamos a validade de cada conclusão de acordo com sua proximidade ou não da institucionalização da atividade 1, assim como nas demais atividades de redescoberta.

O quadro a seguir, expõe a frequência e o percentual de acordo com a característica das conclusões formuladas pelos discentes na atividade 1.

Quadro 44: Características das conclusões da atividade 1.

Características das conclusões	Frequência	%
Válida e desejada	1	17%
Válida e não desejada	3	50%
Parcialmente válida e não desejada	2	33%
Inválida e não desejada	0	0%
Total	**6**	**100%**

Fonte: Experimentação (2023).

As informações apresentadas no quadro 44, mostra que todos os grupos perceberam que a igualdade se tornava verdadeira se utilizassem o mesmo número e falsa se utilizassem números diferentes. Mas somente um grupo apresentou uma conclusão desejada. Isso ressalta a significância da institucionalização, na qual elaboramos a conclusão da turma, refinando as ideias e conceitos que surgiram durante a atividade. O aspecto positivo foi que todos os grupos elaboraram alguma conclusão, indicando o interesse dos estudantes em finalizar a atividade, mesmo diante da inexperiência.

5.6. QUINTO ENCONTRO

No dia 28 de agosto realizamos o quinto encontro, com duração de 55 minutos, das 15h10min às 16h05min. Neste encontro realizamos a atividade II da primeira parte da sequência didática, participaram 22 estudantes.

A classe foi novamente orientada a organizar-se em grupos de quatro estudantes. Nesta sessão, devido à presença reduzida de estudantes em relação a atividade anterior, formaram-se seis grupos, sendo um com 2 estudantes e cinco com 4 estudantes. Dado que a atividade era semelhante a primeira, os estudantes gastaram menos tempo para iniciar e completar o quadro de registro, embora ainda tenham enfrentado algumas dificuldades na operação de subtração e na interpretação dos dados.

Apesar de estarem familiarizados com o modelo da atividade anterior, os estudantes demonstraram dificuldade ao formular as conclusões consistentes. Semelhante à atividade 1, eles continuaram a buscar nosso auxílio, verbalizando suas compreensões e construindo suas conclusões por escrito.

O objetivo desta atividade também se assemelhava ao da primeira: descobrir em que condições, por meio da subtração, uma igualdade permanece verdadeira. Assim podemos observar as conclusões formuladas pelos estudantes na atividade 2, seguidas da característica de suas validades no quadro 45.

Quadro 45: Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 2.

Grupo	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	Validade
1	*“Quando os números são diferentes dão resultados diferentes quando os números são iguais dão resultados iguais”.*	Parcialmente válida e não desejada
2	*“Pra ficar a igualdade eu preciso subtrair o mesmo número dos dois lados”*	Válida e desejada
3	*“O valor só fica igual se subtrair o mesmo valor”*	Válida e não desejada
4	*“Pra ficar igual os números tem que ser do mesmo jeito”*	Parcialmente válida e não desejada

5	*“Quando o número dá sim o valor é verdadeiro”*	Inválida e não desejada
6	*“Dá igual quando diminuímos o mesmo número”*	Válida e desejada

Fonte: Experimentação (2023).

Após cada grupo apresentar suas conclusões, elaboramos a institucionalização da atividade 2 em conjunto com a turma: uma igualdade [verdadeira] mantém-se verdadeira quando subtrai-se o mesmo número nos dois lados [membros] da equação. Em seguida no quadro 46 organizamos as características das conclusões.

Quadro 46: Validade das conclusões da atividade 2.

Características das conclusões	Frequência	%
Válida e desejada	2	33%
Válida e não desejada	1	17%
Parcialmente válida e não desejada	2	33%
Inválida e não desejada	1	17%
Total	**6**	**100%**

Fonte: Experimentação (2023).

No quadro acima, notamos que a maioria dos grupos chegou a uma conclusão válida. No entanto, enfrentaram dificuldades ao expressá-la de maneira que se aproximasse mais da institucionalização. Ao contrário da primeira atividade, um grupo apresentou uma conclusão classificada como inválida e indesejada.

Ao término da institucionalização, pudemos observar que a experiência com as atividades 1 e 2, levou os alunos a compreenderem melhor que uma igualdade matemática permanece verdadeira ao adicionar ou subtrair um mesmo número de ambos os lados, diferenciando os significados de adição, subtração e igualdade.

5.7. SEXTO ENCONTRO

A aplicação da terceira atividade de ensino ocorreu no dia 31 de agosto de 2023 (quinta-feira) e teve duração de 60 minutos, das 10h45min às 11h37min e participação de 24 estudantes. Nesta ocasião, pedimos que os alunos se agrupassem em duplas, com o propósito de promover maior concentração na atividade, diminuindo as distrações e incentivando a participação individual na resolução das questões. Como resultado, foram formadas 12 duplas.

A atividade 3 denominada de Atividade de aprofundamento sobre sentenças Aditivas da Igualdade, tinha como objetivo trabalhar a determinação do valor desconhecido em sentenças matemáticas aditivas. Na realização desta atividade esperávamos que os estudantes utilizassem o princípio aditivo da igualdade, visto nas atividades 1 e 2. Como se tratava de uma atividade de aprofundamento, no quadro resolvemos um exemplo de cada modelo de questão que compõe a atividade, utilizando o princípio aditivo praticado nas atividades anteriores. No quadro a seguir apresentamos as questões da atividade com seus respectivos dados de acertos e erros.

Quadro 47: Desempenho nas sentenças aditivas

Sentença	Acertos	Erros	Total	Acertos (%)	Erros (%)
01) y + 2 = 6	12	0	12	100%	0%
02) r + 16 = 30	12	0	12	100%	0%
03) d + 75 = 100	12	0	12	100%	0%
04) m – 18 = 9	12	0	12	100%	0%
05) p - 7 = 15	12	0	12	100%	0%
06) w – 4 = 6	12	0	12	100%	0%
07) 32 + h = 50	12	0	12	100%	0%
08) 6 + w = 9	12	0	12	100%	0%
09) 65 + y = 100	12	0	12	100%	0%
10) 4 – v = 1	6	6	12	50%	50%
11) 25 – m = 10	7	5	12	58%	42%
12) 100 – w = 70	7	5	12	58%	42%
13) 2x + 5 = 10 + x	9	3	12	75%	25%
14) 2m + 20 = 40 + m	8	4	12	67%	33%
15) 3w + 10 = 30 + 2w	9	3	12	75%	25%
16) -4y - 10 = 15 - 3y	5	7	12	42%	58%
17) -2z - 40 = 50 - z	6	6	12	50%	50%

18) -5k - 50 = 80 – 4k	5	7	12	42%	58%
19) 4(m+2) + 4 = 3(10 + m)	4	8	12	33%	67%
20) 3(3p + 3) + 11 = 4(15 + 2p)	5	7	12	42%	58%
22) 7(3d + 5) + 20 = 5(9 + 4d)	4	8	12	33%	67%

Fonte: Experimentação (2023).

A partir dos dados do quadro 47, podemos observar que os alunos não tiveram dificuldade para resolver as primeiras sentenças da atividade, mas nos itens 10, 11 e 12 que aparece o sinal negativo na incógnita eles já apresentaram dificuldade, mesmo aplicando o princípio aditivo da igualdade eles relacionavam o sinal negativo ao número que vinha na frente da incógnita, totalizando 50% de erro no item 10.

Podemos observar que nas sentenças de 13 a 17, em que o valor desconhecido aparece nos dois membros da igualdade, os discentes também apresentaram uma certa dificuldade em fazer as operações entre valor conhecido e valor desconhecido, principalmente nas sentenças 16, 17 e 18 onde a incógnita aparece nos dois lados da igualdade e com sinal negativo.

Nas sentenças 19, 20 e 21, as duplas tiveram bastante dificuldade em realizar as operações envolvendo os parênteses, sendo que os índices de erros nessas sentenças chegaram em torno de 60%. Vale ressaltar como ponto positivo das resoluções apresentados pelas duplas no decorrer da atividade, foi que todas, mesmo as que não chegaram no resultado correto das sentenças, usaram o princípio aditivo da igualdade em suas resoluções, ou seja, os erros ocorreram por outros fatores.

5.8. SÉTIMO ENCONTRO

No dia primeiro de setembro de 2023, das 17h10min às 18h45 ocorreu o sétimo encontro e foram realizadas as atividades 4 e 5 da parte I da sequência didática que focava o princípio multiplicativo da igualdade, com duração de 48min e 42min respectivamente. Participaram do encontro 25 discentes.

A turma foi orientada a organizar-se novamente em grupos de quatro estudantes. Formaram-se sete grupos, sendo dois com 3 estudantes e cinco com 4 estudantes. Dado que as atividades eram semelhantes a primeira e a segunda, os estudantes gastaram menos tempo para iniciar e completar o quadro de registro, embora ainda tenham enfrentado certas dificuldades nas operações de multiplicação e de divisão.

Quadro 48: Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 4

Grupo	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	CLASSIFICAÇÃO
1	*"Para o valor ficar igual a multiplicação tem que ser igual também".*	Válida e não desejada
2	*"Para uma multiplicação permanecer verdadeira as igualdades (a = b) tem que ser igual. Pois ser for diferente não será verdadeira"*	Válida e não desejada
3	*"Nós concluímos que se trocar os números muda o resultado não obtendo o valor igual"*	Válida e não desejada
4	*"Para dar igual precisa ser números iguais para dar a conta verdadeira"*	Parcialmente válida e não desejada
5	*"A resposta permanece verdadeira quando a multiplicação dá o mesmo resultado"*	Parcialmente válida e não desejada
6	*"Para continuar igual os valores multiplicados tem que ser igual"*	Válida e desejada
7	*"Números diferentes muda o resultado e deixa de ser igual"*	Válida e não desejada

Fonte: Experimentação (2023).

Depois que cada grupo expôs suas conclusões, trabalhamos na institucionalização da atividade 4 em colaboração com a turma. Uma igualdade permanece verdadeira ao multiplicar o mesmo número em ambos os lados da equação. Posteriormente, organizamos as características das conclusões no quadro 49.

Quadro 49: Características das conclusões da atividade 4.

Características das conclusões	Frequência	%
Válida e desejada	1	14,29%
Válida e não desejada	4	57,13%
Parcialmente válida e não desejada	2	28,58%
Inválida e não desejada	0	0%
Total	**7**	**100%**

Fonte: Experimentação (2023).

Como podemos observar no quadro acima, todas as equipes conseguiram perceber que uma igualdade permanece verdadeira se multiplicarmos em ambos os membros o mesmo valor. No quadro a seguir apresentamos as conclusões formuladas pelos estudantes na atividade 5, seguidas da característica de suas validades.

Quadro 50: Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 5.

Grupo	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	CLASSIFICAÇÃO
1	*“Para o valor ficar igual a divisão tem que ser igual”.*	Válida e não desejada
2	*“Para uma divisão permanecer verdadeira as igualdades (a = b) tem que ser igual. Pois ser for diferente não será verdadeira”*	Válida e não desejada
3	*“Nós concluímos que se trocar os números muda o resultado não obtendo o valor igual”*	Válida e não desejada
4	*“Para dar igual precisa ser números iguais para dar a conta verdadeira”*	Parcialmente válida e não desejada
5	*“Pode manter a igualdade, mas o resultado sempre muda”*	Inválida e não desejada
6	*“Quando os números das duas divisões são iguais a expressão é verdadeira”*	Válida e não desejada
7	*“A resposta permanece verdadeira quando a divisão dá o mesmo resultado”*	Parcialmente válida e não desejada

Fonte: Experimentação (2023).

Após a exposição das conclusões de cada grupo, colaboramos com a turma na institucionalização da atividade 5. Nesse processo, enfatizamos que uma igualdade se mantém verdadeira ao dividirmos pelo mesmo valor ambos os membros da igualdade. Em seguida, consolidamos as características das conclusões no Quadro 51.

Quadro 51: Validade das conclusões da atividade 5.

Características das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	0	0%
Válida e não desejada	4	57,13%
Parcialmente válida e não desejada	2	28,58%
Inválida e não desejada	1	14,29%
Total	**7**	**100%**

Fonte: Experimentação (2023).

Conforme evidenciado no quadro acima, um total de 85,71% dos discentes conseguiram compreender que uma igualdade se mantém verdadeira ao dividirmos pelo mesmo valor em ambos os membros. Vale ressaltar que mesmo os estudantes já terem a experiencia das atividades anteriores (1 e 2), ainda nas atividades 5 e 6, apresentam uma certa dificuldade em formalizar as suas conclusões, mas conseguiram compreender que os valores para manter as igualdades, independente da operação precisam ser o mesmo.

5.9. OITAVO ENCONTRO

A execução da atividade 6 de ensino ocorreu em 04 de setembro de 2023 (segunda-feira), com duração de 60 minutos, das 15h10min às 16h20min, contando com a participação de 20 estudantes. Assim como na atividade 3, os alunos foram orientados a formar duplas, visando promover uma maior concentração durante a atividade e maior participação individual na resolução das questões. Foram formadas 10 duplas.

A respectiva atividade, intitulada "Atividade de Aprofundamento sobre Sentenças Multiplicativas da Igualdade", teve como objetivo explorar a determinação de valores desconhecidos em sentenças matemáticas multiplicativas. Durante a execução dessa atividade, esperava-se que os estudantes aplicassem o princípio multiplicativo da igualdade, previamente abordado nas atividades 4 e 5. Por ser uma atividade de aprofundamento, apresentamos no quadro um exemplo de cada tipo de questão que compõe a atividade, demonstrando a aplicação do princípio multiplicativo praticado nas atividades anteriores. No quadro a seguir, estão listadas as questões da atividade juntamente com os respectivos dados de acertos e erros.

Quadro 52: Desempenho nas sentenças multiplicativas.

Sentença	Acertos	Erros	Total	Acertos (%)	Erros (%)
01) 2m = 6	10	0	10	100%	0%
02) 9p = 18	10	0	10	100%	0%
03) 6y = 24	10	0	10	100%	0%
04) $\frac{m}{5} = 10$	10	0	10	100%	0%
05) $\frac{y}{7} = 6$	10	0	10	100%	0%
06) $\frac{v}{3} = 8$	10	0	10	100%	0%

07) $\frac{2m}{3}$ = 12	9	1	10	90%	10%
08) $\frac{3x}{4}$ = 10	9	1	10	90%	10%
09) $\frac{5w}{6}$ = 20	10	0	10	100%	0%
10) $\frac{2r}{5}$ = -6	8	2	10	80%	20%
11) $\frac{4u}{3}$ = -12	9	1	10	90%	10%
12) $\frac{3y}{5}$ = -15	9	1	10	90%	10%
13) $\frac{-2p}{6}$ = 8	7	3	10	70%	30%
14) $\frac{-5d}{5}$ = 10	7	3	10	70%	30%
15) $\frac{-4z}{5}$ = 20	8	2	10	80%	20%
16) $\frac{-3y}{4}$ = -15	6	4	10	60%	40%
17) $\frac{-10y}{3}$ = -30	7	3	10	70%	30%
18) $\frac{-7y}{8}$ = -10	7	3	10	70%	30%
19) $\frac{2p}{-3}$ = 8	6	4	10	60%	40%
20) $\frac{6k}{-5}$ = 12	5	5	10	50%	50%
21) $\frac{5k}{-4}$ = 20	6	4	10	60%	40%

Fonte: Experimentação (2023).

Analisando as informações fornecidas no quadro 52, é possível constatar que os estudantes enfrentaram poucas dificuldades ao resolver as primeiras sentenças da atividade. Entretanto, a partir da sentença 10, que envolve a introdução do sinal negativo, observou-se uma certa complexidade. Mesmo ao aplicarem o princípio multiplicativo da igualdade, alguns alunos demonstraram confusão nas operações nesse ponto específico.

Comparando com o desempenho na atividade 3, as duplas tiveram um avanço significativo. Se observamos, não tivemos nenhuma sentença com mais de 50% de erro. Ressaltando que em todas as resoluções apresentadas pelas duplas no decorrer da atividade, foi aplicando o princípio multiplicativo da igualdade.

5.10. NONO ENCONTRO

No dia 05 de setembro de 2023 (terça feira), aconteceu o nono encontro, sétima sessão de ensino, teve duração de 55min e contou com a participação de 23 estudantes. Assim, a turma se organizou em 10 duplas e um trio.

Neste encontro foi realizado uma Atividade intitulada, "Atividade de Aprofundamento sobre o princípio Aditivo e Multiplicativas da Igualdade" teve como objetivo explorar a determinação de valores desconhecidos em sentenças matemáticas. Era basicamente a junção das atividades 3 e 6.

No início da atividade, destacamos o tipo de sentenças presentes, enfatizando que se tratava de equações do primeiro grau e delineamos as características que definem uma equação. Durante a execução desta tarefa, esperávamos que os estudantes aplicassem os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade, que foram previamente discutidos em todas as atividades anteriores. Como esta era uma atividade de aprofundamento, apresentamos novamente no quadro um exemplo de cada tipo de questão incluída, ilustrando a aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo praticados nas atividades anteriores. No quadro subsequente, estão relacionadas as questões da atividade, juntamente com os respectivos dados de acertos e erros.

Quadro 53: Desempenho nas sentenças aditivas e multiplicativas.

Sentença	Acertos	Erros	Total	Acertos (%)	Erros (%)
1) 2x + 5 = 25	11	0	11	100%	0%
2) 3z + 10 = 20	11	0	11	100%	0%
3) 5m + 12 = 42	11	0	11	100%	0%
4) 6k – 8 = 52	11	0	11	100%	0%
5) 4v – 9 = 71	11	0	11	100%	0%
6) 8n – 4 = 20	11	0	11	100%	0%

7) $\frac{3\mathrm{m}}{2}$ + 6 = 42	9	2	11	82%	18%
8) $\frac{5x}{3}$ + 8 = 23	7	4	11	64%	36%
9) $\frac{2z}{5}$ + 4 = 24	8	3	11	73%	27%
10) 3x – 10 = 6 – x	7	4	11	64%	36%
11) 5y – 40 = 2 – y	8	3	11	73%	27%
12) 7m – 75 = 5 - m	6	5	11	55%	45%
13) 3(x – 2) – 1 = 13	8	3	11	73%	27%
14) 4(x – 2) – 4 = 12	7	4	11	64%	36%
15) 5(y – 3) – 2 = 8	8	3	11	73%	27%
16) -4(x – 1) – 6 = 14	7	4	11	64%	36%
17) -8(p – 3) – 6 = 58	7	4	11	64%	36%
18) -12(m – 1) – 4 = 44	6	5	11	55%	45%
19) 4(a + 5) + 10 = 3(a + 1)	6	5	11	55%	45%
20) 5(k + 3) + 15 = 2(k + 3)	6	5	11	55%	45%
21) 6(w + 4) + 20 = 2(w + 2)	6	5	11	55%	45%

Fonte: Experimentação (2023).

Analisando as informações fornecidas no quadro 53, é possível constatar que os estudantes não apresentaram dificuldades ao resolver as 6 primeiras sentenças da atividade. Entretanto, nas sentenças 7, 8 e 9, que envolve na resolução o princípio aditivo e multiplicativo ao mesmo tempo, observou-se uma certa dificuldade.

A partir da décima sentença, onde aparece o valor desconhecido nos dois membros da equação e a existência de parêntese em algumas, as dificuldades aumentaram. Sendo assim, no início do próximo encontro reservamos um tempo para fazer algumas considerações sobre as questões que tem parêntese e resolvemos três exemplos no quadro.

5.11. DÉCIMO ENCONTRO

No décimo encontro, realizamos a avaliação pós-teste referente à primeira etapa de nossa sequência didática. Esse teste ocorreu em 11 de setembro de 2023, uma segunda-feira, com duração de 50 minutos, iniciando às 15h20min e encerrando às 16h30min. A avaliação foi conduzida de forma individual, contando com a participação de 28 estudantes.

Esse teste abrangeu as mesmas perguntas do pré-teste, compreendendo 14 questões sobre equação do primeiro grau. Seu propósito era avaliar as habilidades que foram aprimoradas ao longo das atividades de ensino.

A execução transcorreu de forma tranquila, com os estudantes mantendo sua concentração e dedicação para evidenciar o que haviam aprendido. Ao encerrar este encontro, enfatizamos que o nosso experimento contemplava uma segunda fase, na qual abordaríamos conversão de enunciados da linguagem alfabética para linguagem matemática. Além disso, informamos que, no próximo encontro, conduziríamos um novo pré-teste.

5.12. DÉCIMO PRIMEIRO ENCONTRO

No décimo segundo encontro, procedemos com a realização do pré-teste referente à segunda fase de nossa sequência didática. Este teste ocorreu em 12 de setembro de 2023, uma terça-feira, e estendeu-se por 60 minutos, das 15h15min às 16h15min, com a participação de 27 estudantes.

Este teste também foi administrado de forma individual, consistindo em 12 questões que exigiam a conversão de enunciados para linguagem algébrica. Ao orientar os estudantes na resolução, enfatizamos que não forneceríamos interferências ou orientações específicas. Instruímos que expressassem, da maneira que compreendessem, a formulação matemática correspondente a cada questão. Destacamos a importância de tentar resolver o maior número possível de questões, visando avaliar o entendimento deles em relação a esse tipo de conversão.

5.13. DÉCIMO SEGUNDO ENCONTRO

O décimo terceiro encontro correspondeu à oitava sessão de ensino, realizada em 14 de setembro de 2023, uma quinta-feira. A sessão teve a duração de uma hora e cinco minutos, ocorrendo das 15h50min às 16h55min, e contou com a participação de 20 estudantes. A turma foi organizada em 10 duplas.

A Atividade 8 consistiu em uma leitura de um texto explicativo sobre a conversão para a linguagem matemática. Cada dupla recebeu uma cópia do material e foi solicitado que realizassem a leitura do texto com atenção, discutindo entre si o entendimento. Em seguida, as duplas deveriam seguir o passo a passo para a conversão, que estava disponível abaixo do texto. Após a conclusão dessas tarefas, realizamos uma leitura coletiva do texto e do passo a passo. Para ilustrar a aplicação prática, resolvemos no quadro dois exemplos presentes no material fornecido, complementando com alguns exemplos adicionais de registro algébrico.

Posteriormente, pedimos às duplas que, seguindo o passo a passo, efetuassem a conversão de 19 enunciados presentes em uma folha anexa. Com a nossa assistência, todas as duplas conseguiram realizar as conversões de maneira adequada.

5.14. DÉCIMO TERCEIRO ENCONTRO

Em 15 de setembro de 2023, uma sexta-feira, ocorreu o décimo terceiro encontro, correspondente à nona sessão de ensino, com duração de 52 minutos e a participação de 24 estudantes. Nessa ocasião, a turma se organizou em 8 trios.

Neste encontro, conduzimos uma atividade intitulada "Atividade de Aprofundamento em Escrita em Linguagem Matemática", com o objetivo de redigir enunciados em linguagem alfabética e convertê-los para a linguagem matemática. No início da atividade, observamos que a maioria dos trios optava por criar enunciados mais simples, como “a soma de um valor desconhecido com outro conhecido resultando em um valor específico”. Diante dessa observação, orientamos os trios a elaborarem enunciados que contemplassem situações envolvendo multiplicação (o dobro, o triplo, ...), divisão (a metade, a terça parte, ...) e casos nos quais o valor desconhecido vinha após o valor conhecido (20 – x = 5)

A maioria das equipes compreendeu as instruções e, com nossa assistência, conseguiu criar e converter os cinco enunciados solicitados na atividade. Duas equipes, no entanto, conseguiram elaborar apenas três enunciados. Destaca-se a concentração e dedicação dos estudantes durante a execução da atividade.

5.15. DÉCIMO QUARTO ENCONTRO

O décimo quarto encontro correspondeu à décima sessão de ensino, realizada em 18 de setembro de 2023, uma segunda-feira. A sessão teve a duração de 50 minutos, ocorrendo das 15h15min às 16h05min, e contou com a participação de 23 estudantes. A organização da turma se deu por meio da formação de 5 grupos de 4 alunos e um com três.

A atividade correspondente foi de redescoberta e abordou o tema "Escrita de números pares", com o objetivo de descobrir a forma algébrica de um número par. Em seguida, fornecemos a atividade impressa, disponibilizando uma folha por grupo. A expectativa era que discutissem estratégias antes de registrar e preencher a atividade, alinhando-se ao entendimento coletivo do grupo. Apesar da motivação demonstrada pelos estudantes, observou-se uma certa dispersão, exigindo algum tempo para direcioná-los à atividade e, posteriormente, iniciar as instruções sobre o seu preenchimento.

Assim podemos observar as conclusões formuladas pelos estudantes durante a realização da atividade 10, seguidas da classificação de suas validades no quadro 54.

Quadro 54: Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 10.

Grupo	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	CLASSIFICAÇÃO
1	*“Números multiplicados por dois não dão número ímpar”.*	Parcialmente válida e não desejada
2	*“Quando um número é par, divide por 2”*	Válida e desejada
3	*“Para termos respostas par, temos que ter as perguntas par”*	Inválida e não desejada
4	*“Para ter resultado par tem que multiplicarmos primeiro pelo número 2”*	Válida e não desejada
5	*“Os números são divididos por dois”*	Válida, e não desejada
6	*“Os números são todos pares”*	Inválida e não desejada

Fonte: Experimentação (2023).

Após a apresentação das conclusões de cada grupo, contribuímos com a turma no processo de institucionalização da atividade 10. Durante essa etapa, destacamos que todo número par pode ser expresso como um produto de 2, ou seja, pode ser dividido por dois, resultando em um resto igual a zero. Em seguida, consolidamos as características das conclusões no Quadro 55.

Quadro 55: Validade das conclusões da atividade 10.

Características das conclusões	Frequência	%
Válida e desejada	1	17%
Válida e não desejada	2	33%
Parcialmente válida e não desejada	1	17%
Inválida e não desejada	2	33%
Total	**6**	**100%**

Fonte: Experimentação (2023).

Conforme ilustrado no quadro acima, 67% dos alunos conseguiram compreender que um número é par quando pode ser representado como um produto de 2, ou seja, pode ser dividido por dois, resultando em um resto igual a zero. É relevante destacar que, mesmo tendo experiência com atividades anteriores que exigiam conclusões, os estudantes ainda enfrentam certa dificuldade em formalizar suas conclusões.

5.16. DÉCIMO QUINTO ENCONTRO

O décimo quinto encontro foi equivalente à décima primeira sessão de ensino, ocorrendo em 21 de setembro de 2023, numa quinta-feira. A sessão teve a duração de 45 minutos, realizando-se das 15h50min às 16h35min, com a participação de 22 estudantes. A organização da turma se deu através da formação de cinco grupos, cada um composto por quatro alunos, e uma dupla.

A atividade em questão foi de redescoberta e explorou o tema "Escrita de números ímpares", com o objetivo de descobrir a forma de representar um número ímpar qualquer. Posteriormente, distribuímos a atividade impressa, fornecendo uma folha para cada grupo. A expectativa era que preenchessem cada linha do quadro, respondendo à seguinte pergunta: É possível expressar o número fornecido como um produto de 2? Em caso afirmativo, como seria essa expressão?

Com base na experiência adquirida na atividade 10, algumas equipes mostraram maior facilidade ao preencher o quadro. Ao observar o trabalho das equipes, notamos que algumas estavam um pouco dispersas. Após o preenchimento do quadro, solicitamos que registrassem suas observações e formalizassem suas conclusões, seguindo o mesmo procedimento da atividade anterior. Dessa forma, é possível examinar as conclusões elaboradas pelos estudantes durante a execução da atividade 11, seguidas da classificação de suas validades no Quadro 56.

Quadro 56: Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 11.

Grupo	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	CLASSIFICAÇÃO
1	*"Não é possível escrever um número ímpar como um produto por dois, o resultado não dá exato".*	Válida e desejada
2	*"É preciso de mais 1 para virar ímpar"*	Parcialmente válida e não desejada
3	*"Usando mais 1 ou meno1 eu acho o resultado"*	Parcialmente válida e não desejada
4	*"Para ter resultado correto tem que multiplicar com os números pares"*	Inválida e não desejada
5	*"Os números não são divididos por dois"*	Válida, e não desejada
6	*"Todos os números são ímpares"*	Inválida e não desejada

Fonte: Experimentação (2023).

Após a exposição das conclusões de cada grupo, colaboramos com a turma no processo de institucionalização da atividade 11. Nessa etapa, ressaltamos que um número é ímpar quando, ao ser dividido por dois, não possui um resultado exato, ou seja, apresenta um resto igual a um. Além disso, também é considerado ímpar quando é obtido por meio da multiplicação por 2, acompanhada da soma ou subtração de uma unidade. Posteriormente, sintetizamos as características das conclusões no Quadro 57.

Quadro 57: Validade das conclusões da atividade 11.

Características das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	1	17%
Válida e não desejada	1	17%
Parcialmente válida e não desejada	2	33%
Inválida e não desejada	2	33%
Total	**6**	**100%**

Fonte: Experimentação (2023).

Com base nos dados do quadro acima e nas nossas impressões durante a execução da atividade, a maioria dos alunos conseguiu entender que um número é ímpar quando é resultado da multiplicação por 2, acompanhada da soma ou subtração de uma unidade. Contudo, em relação à formalização das conclusões, ainda enfrentaram desafios. Uma possível explicação para isso pode ser o fato de não estarem familiarizados com esse formato de atividade, que exige a expressão estruturada de suas percepções.

5.17. DÉCIMO SEXTO ENCONTRO

O décimo sexto encontro foi equivalente à décima segunda sessão de ensino, ocorrendo em 25 de setembro de 2023, numa segunda-feira. A sessão teve a duração de 48 minutos, com a participação de 24 estudantes. A organização da turma se deu através da formação de seis grupos, cada um composto por quatro alunos.

A respectiva atividade é caracterizada como de redescoberta e explorou o tema " representação de números consecutivos ", com o objetivo de descobrir uma relação entre dois números consecutivos. Após realizar as formações dos grupos, ocorreu a entrega da atividade impressa, fornecendo uma cópia por grupo. A expectativa era que completasse cada linha do quadro, respondendo à seguinte pergunta: Qual o valor da diferença entre o maior e o menor número? Os discentes precisavam realizar a operação de subtração entre os valores fornecido em cada linha e perceber que a diferença entre os que eles tinham marcado como consecutivos era sempre um. Que é, o que caracteriza a relação entre dois números consecutivo simples. No quadro 58 a seguir, é possível visualizar as conclusões elaboradas pelos estudantes durante a execução da atividade 12, seguidas da classificação de suas validades.

Quadro 58: Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 12.

Grupo	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	CLASSIFICAÇÃO
1	*“Quando o número é consecutivo a diferença é 1”.*	Válida e desejada
2	*“É o número que vem depois”*	Parcialmente válida e não desejada
3	*“O consecutivo pode ser somado com um”*	Parcialmente válida e não desejada
4	*“O consecutivo é 1, 2, 3, 4 e 5”*	Válida não e desejada

5	*“Todos os consecutivos dão um”*	Inválida e não desejada
6	*“números consecutivos dão o mesmo resultado”*	Inválida e não desejada

Fonte: Experimentação (2023).

Após a apresentação das conclusões de cada grupo, contribuímos para o processo de institucionalização da Atividade 12 com a turma. Nessa etapa, enfatizamos que número consecutivos são aqueles que vêm imediatamente depois de outros da mesma característica, ou seja, são números que se seguem em ordem, sem lacunas, como 1, 2, 3, 4, ... Em seguida, resumimos as características das conclusões no Quadro 59.

Quadro 59: Validade das conclusões da atividade 12.

Características das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	1	17%
Válida e não desejada	1	17%
Parcialmente válida e não desejada	2	33%
Inválida e não desejada	2	33%
Total	**6**	**100%**

Fonte: Experimentação (2023).

Considerando os dados do quadro de conclusões e nossas observações durante a realização da atividade, notamos que 67% dos alunos conseguiram compreender que números consecutivos são aqueles que vêm imediatamente depois de outros da mesma característica. No entanto, em relação à formalização das conclusões, eles ainda enfrentaram desafios. Uma possível explicação para isso pode ser o fato de não estarem familiarizados com esse formato de atividade, que requer a expressão estruturada de suas percepções.

5.18. DÉCIMO SÉTIMO ENCONTRO

O décimo sétimo encontro foi equivalente à décima terceira sessão de ensino, ocorrendo em 28 de setembro de 2023, numa quinta-feira. A sessão teve a duração de 45 minutos, com a participação de 21 estudantes. A organização da turma se deu através da formação de 9 duplas e um trio.

A atividade realizada foi do modelo, aprofundamento de escrita de números consecutivos simples. O objetivo era representar na linguagem simbólica (matemática) os enunciados propostos. Foi entregue para as duplas o material impresso e o encaminhamento foi que eles preenchessem o quadro proposto com as representações referente a cada enunciado. Como exemplo, fizemos o primeiro enunciado no quadro, chamando atenção para a relação com a atividade anterior. Contando com a dedicação e empenho dos discentes e nossa orientação em cada equipe, a atividade foi realizada com aproveitamento de 100% pela maioria dos estudantes.

5.19. DÉCIMO OITAVO ENCONTRO

No dia 29 de setembro de 2023, sexta feira, aconteceu o décimo oitavo encontro, onde foi realizado a nossa décima quarta sessão de ensino. Teve uma duração de 42 min, com a participação de 23 alunos. A turma foi distribuída em 5 grupos de 4 alunos e um grupo com 3.

A atividade proposta era de redescoberta com o tema: Atividade de representação de números pares consecutivos e teve como objetivo descobrir uma relação entre dois números pares consecutivos. O procedimento era para o grupo preencher as linhas do quadro, realizando as operações com os números fornecidos. Após realizar o preenchimento, as equipes foram orientadas a registrar suas observações e formalizar suas devidas conclusões. No quadro a seguir, podemos visualizar as conclusões de cada grupo, acompanhada de suas devidas classificações.

Quadro 60: Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 14.

Grupo	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	CLASSIFICAÇÃO
1	*“Um número par avançando ou recuando 2 números o resultado é par”.*	Válida e desejada
2	*“É preciso de mais 2 para continuar par”*	Parcialmente válida e não desejada
3	*“Usando mais 2 ou menos 2 eu acho o resultado”*	Parcialmente válida e não desejada
4	*“Os consecutivos pares são 2, 4, 6, 8 e 10”*	Válida, e não desejada
5	*“Todos os consecutivos pares aumentam 2”*	Válida, e não desejada

6	*“Todos que foram sim o resultado era 2”*	Inválida e não desejada

Fonte: Experimentação (2023).

Após a apresentação das conclusões de cada grupo, contribuímos para o processo de institucionalização da Atividade 14 com a turma. Nessa etapa, enfatizamos que número consecutivos pares, são aqueles que se seguem em ordem, ou seja, aumentam em duas unidades e são divisíveis por 2, como 2, 4, 6, 8, etc. Em seguida, resumimos as características das conclusões no Quadro 61.

Quadro 61: Validade das conclusões da atividade 14.

Características das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	1	17%
Válida e não desejada	2	33%
Parcialmente válida e não desejada	2	33%
Inválida e não desejada	2	17%
Total	**6**	**100%**

Fonte: Experimentação (2023).

Considerando os dados do quadro de conclusões e o acompanhamento da realização da atividade, notamos que 83% dos alunos conseguiram compreender que números consecutivos pares, são aqueles que se seguem em ordem, ou seja, aumentam em duas unidades e são divisíveis por 2, como 2, 4, 6, 8, etc. No entanto, em relação à formalização das conclusões, eles ainda enfrentaram desafios.

5.20. DÉCIMO NONO ENCONTRO

Em 2 de outubro de 2023, uma segunda-feira, ocorreu o décimo nono encontro, que correspondia à nossa décima quinta sessão de ensino. A sessão teve duração de 45 minutos e contou com a participação de 22 alunos.

A atividade 15 denominada de Atividade de aprofundamento de escrita números pares consecutivos, o objetivo era representar na linguagem simbólica (matemática) os enunciados propostos. Assim como na atividade 13, foi entregue para as duplas o material impresso e o encaminhamento foi que eles preenchessem o quadro proposto com as representações referente a cada enunciado. Como exemplo, fizemos o primeiro enunciado no quadro, chamando atenção para a relação com a atividade anterior. Contando com a dedicação e empenho dos discentes e nossa orientação em cada equipe, a atividade foi realizada em 100%, pela maioria dos estudantes.

5.21. VIGÉSIMO ENCONTRO

Aconteceu no dia 05 de outubro de 2023, uma quinta feira, nosso vigésimo encontro, onde foi realizado a décima sexta sessão de ensino. Com duração de 40min e um registro de participação de 20 estudantes. A turma foi distribuída em 5 grupos de 4 alunos.

A atividade proposta era de redescoberta com o tema: Atividade de representação de números ímpares consecutivos e teve como objetivo descobrir uma relação entre dois números ímpares consecutivos. O procedimento era para o grupo preencher as linhas do quadro, realizando as operações com os números fornecidos. Após realizar o preenchimento, mais uma vez, as equipes foram orientadas a registrar suas observações e formalizar suas devidas conclusões. No quadro a seguir, podemos visualizar as conclusões de cada grupo, acompanhada de suas devidas classificações.

Quadro 62: Conclusões apresentadas pelos estudantes na atividade 16.

Grupo	TRANSCRIÇÃO DAS CONCLUSÕES DOS GRUPOS	CLASSIFICAÇÃO
1	*“Um número ímpar avançando ou recuando 2 números o resultado é ímpar”.*	Válida e desejada
2	*“É preciso de mais 2 para continuar ímpar”*	Parcialmente válida e não desejada
3	*“Usando mais 2 ou menos 2 eu acho eu chego no ímpar”*	Parcialmente válida e não desejada
4	*“Os consecutivos ímpares são 1, 3, 5, 9”*	Válida, e não desejada
5	*“Todos os consecutivos ímpares aumentam 2”*	Válida, e não desejada
6	*“Todos os consecutivos ímpares começam no zero e aumenta 2”*	Válida, e não desejada

Fonte: Experimentação (2023).

Após a exposição das conclusões de cada grupo, participamos do processo de consolidação da Atividade 16 com a turma. Nessa fase, destacamos que números consecutivos ímpares são aqueles que seguem em ordem e mantêm uma diferença constante de 2, não sendo divisíveis exatamente por dois, como 1, 3, 5, 7, etc. Posteriormente, resumimos as características das conclusões no Quadro 63.

Quadro 63: Validade das conclusões da atividade 16.

Características das conclusões	Frequência	Percentual
Válida e desejada	1	17%
Válida e não desejada	3	50%
Parcialmente válida e não desejada	2	33%
Inválida e não desejada	0	0%
Total	**6**	**100%**

Fonte: Experimentação (2023).

Ao analisarmos os dados do quadro de conclusões e acompanharmos a execução da atividade, observamos que a totalidade dos alunos compreendeu que números consecutivos ímpares são aqueles que seguem em ordem e mantêm uma diferença constante de 2, não sendo divisíveis exatamente por dois, como 1, 3, 5, 7, etc. Entretanto, em relação à formalização das conclusões, eles ainda enfrentaram desafios.

5.22. VIGÉSIMO PRIMEIRO ENCONTRO

Em 16 de outubro de 2023, numa segunda-feira, ocorreu nosso vigésimo primeiro encontro, marcando a décima sétima sessão de ensino. A sessão teve duração de 40 minutos e contou com a participação de 24 alunos. A turma foi dividida em grupos de três estudantes.

A Atividade 17, intitulada "Aprofundamento na Escrita de Números Ímpares Consecutivos", tinha como objetivo representar, na linguagem simbólica (matemática), os enunciados propostos. Da mesma forma que na Atividade 16, fornecemos material impresso para os grupos, orientando que preenchessem o quadro proposto com as representações correspondentes a cada enunciado. Para elucidar, resolvemos o primeiro enunciado no quadro, destacando a conexão com a Atividade 16. Com a dedicação e empenho dos alunos, juntamente com nossa orientação em cada equipe, a atividade foi concluída com sucesso por grande parte dos estudantes.

5.23. VIGÉSIMO SEGUNDO ENCONTRO

No dia 19 de outubro de 2023, uma quinta-feira, realizamos nosso vigésimo segundo encontro, correspondendo à décima oitava sessão de ensino. A atividade teve uma duração de 45 minutos e contou com a presença de 23 alunos. A classe foi organizada em 10 duplas e um trio.

A décima oitava atividade, intitulada "Atividade de aprofundamento de escrita de números consecutivos", teve como propósito a conversão de enunciados expressos em linguagem alfabética para linguagem matemática. Assim como na décima sétima atividade, disponibilizamos material impresso aos grupos, instruindo-os a preencherem um quadro designado com as representações correspondentes a cada enunciado. Para esclarecer, abordamos a resolução do primeiro item relacionado a cada modelo de enunciado no quadro, destacando a conexão com as atividades 13, 15 e 17. Com a dedicação e empenho dos alunos, aliados à nossa orientação em cada equipe, a atividade foi concluída com sucesso por grande parte dos estudantes.

5.24. VIGÉSIMO TERCEIRO ENCONTRO

No vigésimo terceiro encontro, realizamos a avaliação pós-teste referente à segunda etapa de nossa sequência didática. Esse teste ocorreu em 23 de outubro de 2023, uma segunda-feira, com duração de 55 minutos, iniciando às 15h20min e encerrando às 16h15min. A avaliação foi conduzida de forma individual, contando com a participação de 27 estudantes.

Esse teste abrangeu os mesmos enunciados do pré-teste, compreendendo 12 questões sobre conversão de enunciados. Seu propósito era avaliar as habilidades que foram aprimoradas ao longo das atividades de ensino.

A execução transcorreu de forma tranquila, com os estudantes mantendo sua concentração e dedicação para evidenciar o que haviam aprendido. Ao encerrar este encontro, enfatizamos que o nosso experimento contemplava uma terceira fase, na qual abordaríamos a resolução de problemas envolvendo equação do primeiro grau.

5.25. VIGÉSIMO QUARTO ENCONTRO

O encontro de número 24, aconteceu no dia 26 de outubro de 2023 uma quinta feira, onde foi realizado a décima nona sessão de ensino representando o início da terceira parte da nossa sequência didática. Teve duração de 70 min, com a participação de 27 discentes. A turma foi dividida em 9 grupos de três alunos.

A atividade 19, teve como tema: Atividade para o ensino de resolução de problemas do 1º grau com uma incógnita. O Objetivo era resolver problemas do 1º grau com uma incógnita. Após entregar uma cópia do material impresso para cada grupo, no primeiro momento, solicitamos que lessem cada enunciado e buscasse chegar a uma resposta.

Acompanhando as resoluções implementadas pelos grupos, observamos que a maioria, não estava relacionando com as atividades desenvolvidas nas duas partes anteriores da sequência didática. Buscando auxiliá-los na resolução, de forma compartilhada resolvemos no quadro o primeiro enunciado da atividade. E assim aconteceu com mais dois enunciados que contemplavam modelos diferentes de problemas. A partir daí, a maioria dos grupos conseguiu encaminhar quase que 100% a resolução dos outros enunciados.

5.26. VIGÉSIMO QUINTO ENCONTRO

O vigésimo quinto encontro, aconteceu no dia 30 de outubro de 2023 uma segunda-feira, onde foi realizado a vigésima sessão de ensino. Teve duração de 60 min, com a participação de 28 discentes. A turma foi dividida em 14 duplas.

Nesta sessão foi realizada a atividade 20 que seguiu o mesmo modelo e objetivo da atividade 19. Foi entregue para cada dupla uma cópia da atividade e ressaltamos que o modelo de resolução seguia os passos da atividade anterior. Observamos que a maioria das duplas apresentou evolução no processo de resolução, quando comparado com a atividade 19.

5.27. VIGÉSIMO SEXTO ENCONTRO

No dia 9 de novembro de 2023, uma quinta-feira, ocorreu o vigésimo sexto encontro, durante o qual realizamos a vigésima primeira sessão de ensino. A atividade teve uma duração de 55 minutos e contou com a participação de 26 alunos. A turma foi organizada em 13 duplas, embora tenhamos solicitado que os registros fossem feitos de forma individual.

Nesta sessão foi realizada a atividade 21 que seguiu o mesmo modelo e objetivo da atividade 20. Foi entregue para cada estudante uma cópia da atividade e ressaltamos que o modelo de resolução seguia os passos da atividade anterior. Observamos que a maioria das duplas apresentou evolução no processo de resolução, quando comparado com a atividade 20.

5.28. VIGÉSIMO SÉTIMO ENCONTRO

No dia 10 de novembro de 2023, uma sexta-feira, ocorreu o vigésimo sétimo encontro, durante o qual realizamos a vigésima segunda sessão de ensino. A atividade teve uma duração de 60 minutos e contou com a participação de 21 alunos. Neste encontro a turma não foi organizada em grupos, a atividade foi realizada individualmente.

A atividade 22 era composta por 10 questões objetivas referente ao descritor 33 de matemática 9º ano (D33 – Identificar uma equação ou uma inequação de primeiro grau que expressa um problema). O Objetivo era treinar a resoluções de questões similares as cobrados na prova SAEB. Essa atividade teve um caráter avaliativo devido estar sendo realizado de forma individual e ela ser de múltipla escolha, ou seja, os alunos tinham que relacionar o enunciado com uma das alternativas que julgasse correta. Vale destacar, o empenho dos participantes em completar e acertar as questões.

O resultado dessa atividade foi positivo, pois tivemos dois alunos que acertaram 100% e a maioria dos alunos acertaram mais de 50% das questões, os que acertaram menos foram dois alunos que acertaram 30%.

5.29. VIGÉSIMO OITAVO ENCONTRO

Em 13 de novembro de 2023, segunda-feira, com duração de 60min, aconteceu o último encontro de nossa experimentação e contou com a participação de 28 alunos. Na ocasião, foi aplicado o Pós-teste de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau com uma incógnita. Este teste abrangeu as mesmas 11 questões do pré-teste aplicado no início da experimentação, a fim de observarmos uma possível evolução dos estudantes na resolução deste tipo de problema.

A aplicação se deu de forma satisfatória, não sendo necessária nossa interferência quanto à forma de registro das soluções. Os estudantes demonstraram maturidade no comportamento e realizaram o teste de acordo com as habilidades desenvolvidas durante as sessões de ensino, ficando livres para escolher o caminho que consideravam mais adequado para a resolução das questões. A seguir apresentamos uma análise da frequência dos discentes no experimento.

5.30. FREQUÊNCIA DOS DISCENTES NO EXPERIMENTO

Neste estágio do nosso trabalho, apresentamos a frequência dos alunos no experimento, analisando os efeitos da participação dos 28 estudantes sobre o índice de acertos na resolução de problemas de primeiro grau durante as sessões de ensino da nossa sequência didática. Os dados relativos à frequência estão detalhados no quadro 63, onde utilizamos "P" para indicar presença do estudante e "F" para indicar ausência em alguma das 22 atividades, denominadas como A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21 e A22.

Quadro 64: Frequência dos discentes no experimento.

	Resolução de Equação do 1º grau							Conversão de enunciados											Resolução de problemas do 1º grau				% (P)
Estudante	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	
E1	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E2	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E3	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	91%
E4	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	F	F	P	F	73%
E5	F	F	F	P	P	F	F	F	P	F	F	P	P	P	F	P	P	P	F	P	P	F	45%
E6	P	F	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	82%
E7	P	P	P	P	P	P	P	F	P	F	P	P	F	F	P	P	P	F	P	P	P	F	73%
E8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E9	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E10	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	95%
E11	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E12	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	95%
E13	P	P	P	P	F	P	F	F	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	82%
E14	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%
E15	P	P	F	F	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	82%
E16	P	P	F	F	P	P	P	P	F	F	F	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	73%
E17	P	F	F	P	F	F	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	F	P	P	F	P	64%
E18	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	86%
E19	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	F	P	F	F	P	P	P	F	P	F	73%
E20	P	P	P	F	F	P	P	P	P	F	P	F	P	F	F	P	F	F	P	F	F	F	50%

E21	F	F	F	P	P	P	P	P	F	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	73%
E22	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	91%
E23	P	F	F	P	F	P	P	P	F	P	P	F	P	F	F	P	F	F	P	P	P	F	55%
E24	P	P	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	86%
E25	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	91%
E26	P	P	P	P	P	F	F	F	F	F	F	F	P	P	P	P	F	F	P	P	P	P	60%
E27	F	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	F	P	P	P	91%
E28	P	P	P	P	P	**P**	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	100%

Fonte: Experimentação (2023).

A partir das informações expostas neste quadro, notamos que 9 estudantes frequentaram todas as sessões de ensino, e estes sujeitos representam aproximadamente 32% da amostra desta pesquisa. Dos 19 discentes que apresentaram falta em alguma atividade, representando aproximadamente 68% da amostra, observamos que esta ocorrência se deu de forma bem distribuída nas fases da sequência, não havendo uma se sobressaindo em relação as demais.

Entretanto, observamos que mesmo os estudantes que faltaram em algumas atividades, pontuando os estudantes E5 e E20, que estiveram ausente em 50% dos encontros, demonstraram progresso, evidenciado pelo aumento no número de acertos entre pré e pós-testes realizados nas três fases da experimentação.

5.31. CONSIDERAÇÕES SOBRE A REALIZAÇÃO DA EXPERIMENTAÇÃO

A etapa experimental de nossa pesquisa se desdobrou ao longo de 28 encontros distribuídos em um período de 96 dias, abrangendo 22 sessões de ensino, juntamente com a aplicação de questionários e testes. Ao longo desse intervalo, contamos com o apoio integral da direção e, sobretudo, da coordenação da escola, essenciais para a realização desse experimento.

É importante destacar como aspecto negativo que, durante o semestre letivo em que se desenrolou a experimentação, a comunidade escolar foi afetada por uma greve dos motoristas de transporte escolar. Essa situação resultou na ausência de vários alunos que dependem desse meio de locomoção, acarretando faltas nas aulas.

Entretanto, ao longo da experimentação, notamos um aumento progressivo na participação, concentração e motivação dos alunos, atribuindo isso à adoção de uma metodologia de ensino diferenciada, baseada em atividades experimentais. Durante as atividades, os estudantes expressavam como as aulas se tornavam mais dinâmicas e prazerosas. A organização da turma em grupos revelou que os participantes desta pesquisa apresentaram uma interação positiva, contribuindo significativamente para uma melhor compreensão do conteúdo matemático e para o alcance dos objetivos propostos.

Após a realização do pós-teste da primeira fase da experimentação, promovemos uma discussão dos resultados com a turma e notamos um aumento significativo no interesse em compreender a resolver corretamente as próximas atividades. Dessa forma, foi possível constatar um progresso considerável na resolução de sentenças que envolvem a conversão de enunciados, bem como na solução de problemas de primeiro grau.

Na próxima seção, apresentamos a análise a posteriori e validação do experimento. Para alcançar esse propósito, conduzimos análises comparativas entre os percentuais do pré e pós-teste nas três fases da experimentação, examinamos os tipos de erros, e aplicamos testes de hipótese, incluindo o teste de Fisher.

6. ANÁLISE A POSTERIORI, VALIDAÇÃO E REPRODUTIBILIDADE

Nesta seção, examinaremos os resultados dos instrumentos utilizados para coletar informações durante a implementação da sequência didática. O tratamento estatístico dos dados obtidos na fase experimental consistiu na comparação percentual entre os resultados do pré e pós-teste, com análise de índices de acertos, erros e itens em branco, tanto por questão quanto por estudante. Durante este processo, também investigamos os tipos de erros ocorridos no pós-teste com base em nossa revisão bibliográfica e estudo diagnóstico.

O objetivo é realizar uma análise abrangente, tanto quantitativa quanto qualitativa, utilizando os referenciais teóricos apresentados nos primeiros capítulos desta dissertação. Pretendemos identificar possíveis dificuldades na resolução de equação do primeiro grau, na conversão de enunciados e na resolução de problemas do primeiro grau, e destacar as habilidades que os estudantes possam ter desenvolvido ao longo da sequência didática.

Finalmente, recorremos ao teste de hipóteses para amostras pareadas, visando obter conclusões estatísticas sobre o nosso experimento. O teste de Fisher foi empregado como complemento para investigar a possível relação entre o desempenho dos estudantes nos testes e as respostas do questionário socioeducacional. Os resultados dos testes e do questionário foram organizados e apresentados de maneira sistematizada por meio de quadros, tabelas e gráficos.

Dado que nossa pesquisa foi estruturada em três fases, conforme explicado na seção de experimentação, considerando que o nosso foco era a resolução de problemas do primeiro grau, dedicaremos uma subseção à uma análise micro dos resultados dos testes envolvendo a resolução de equações do primeiro grau, que chamaremos de Fase I do experimento. Outra subseção será dedicada à mais uma análise micro dos resultados dos testes que incluíam problemas de conversão da linguagem alfabética para a linguagem matemática, denominada Fase II do experimento. Por fim, uma terceira subseção abordará a uma análise macro, ou seja, mais detalhada e profunda dos resultados dos testes envolvendo a resolução de problemas do primeiro grau, que será denominada Fase III do experimento.

6.1. RESULTADOS E ANÁLISES DA FASE I DO EXPERIMENTO

Para esta análise inicial, desenvolvemos o Quadro 65, que apresenta, por questão, os percentuais de acertos, erros e questões em branco, realizando uma comparação entre pré-teste e pós-teste. Definimos ACERTO quando o estudante apresentou uma solução com resultado correto, ERRO quando a solução apresentada pelo estudante estava incorreta e EM BRANCO quando o estudante não apresentou uma solução, consequentemente não obtendo nenhum resultado.

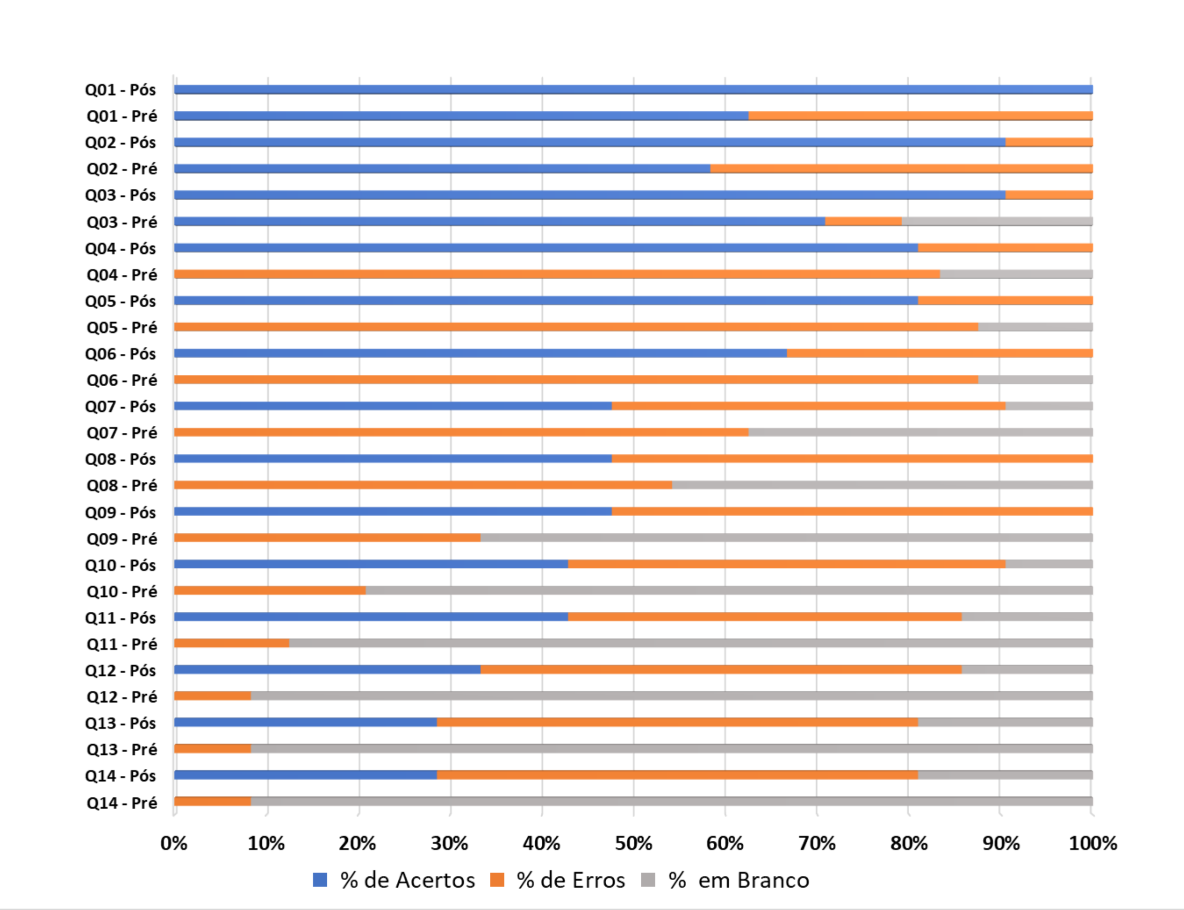
Quadro 65: Desempenho por questão nos testes de resolução de equação do 1º grau.

Questão	**Sentenças**	**Acertos (%)**		**Erros (%)**		**Em Branco (%)**	
		Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pôs-Teste
Q01	x + 5 = 15	63%	100%	37%	0%	0%	0%
Q02	x - 6 = 12	58%	90%	42%	10%	0%	0%
Q03	10 + z = 30	71%	90%	8%	10%	21%	0%
Q04	9 - z = 21	0%	81%	83%	19%	17%	0%
Q05	3m + 9 = 45	0%	81%	88%	19%	12%	0%
Q06	5k – 6 = 39	0%	67%	88%	33%	12%	0%
Q07	$\frac{2\mathrm{m}}{3}$ + 4 = 16	0%	48%	63%	42%	37%	10%
Q08	$\frac{3x}{2}$ - 9 = 21	0%	48%	54%	52%	46%	0%
Q09	2x + 8 = 12 + x	0%	48%	33%	52%	67%	0%
Q10	3y – 10 = 2 – y	0%	43%	21%	47%	79%	10%
Q11	2(x + 4) + 2 = 18	0%	43%	13%	43%	87%	14%
Q12	3(x – 5) – 4 = 11	0%	33%	8%	54%	92%	13%
Q13	-5(x + 2) + 5 = 30	0%	29%	8%	52%	92%	19%
Q14	-3(x – 4) – 15 = 18	0%	29%	8%	52%	92%	19%

Fonte: Experimentação (2023).

Do quadro sobre o desempenho por questão nos testes de resolução de equação do primeiro grau, depreende-se que tanto no pré-teste quanto no pós-teste os erros dos estudantes se deram majoritariamente nas questões do tipo com parênteses e com valores negativos. Embora tenha ocorrido uma melhora significativa no desempenho dos estudantes após a aplicação das atividades, aparentemente as questões demandaram maior esforço cognitivo para os estudantes, uma vez que apresentaram um aumento menos expressivo no índice de acertos. Este resultado confirma o estudo diagnóstico realizado em nossa pesquisa, antes da fase da experimentação, corroborando com Santos (2017) e Silva (2018). O gráfico 33 nos traz uma melhor visualização destes resultados.

Gráfico 16: Desempenho por questão nos testes de resolução de equação do 1º grau.

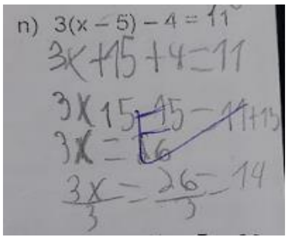
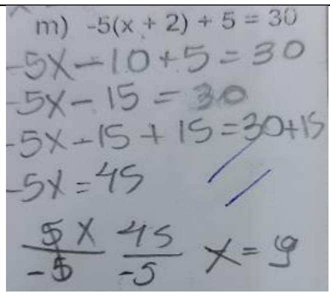
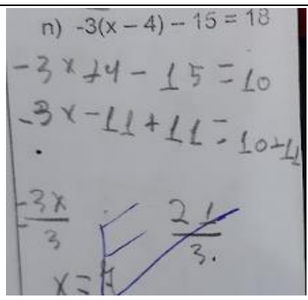
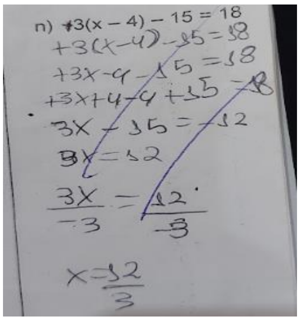


Fonte: Pesquisa de campo (2019)

Do gráfico depreendemos alguns detalhes acerca das questões. As questões Q12, Q13 e Q14 foram as de menor desempenho entre todas do teste, sendo que se trata, de sentença que envolve valores negativos e a presença de parêntese e que ainda persistiu em dificuldade no pós-teste. Tornou-se possível constatar na correção dos testes que neste ponto houve muitos erros de sinais e de operações, os estudantes possuíam uma dificuldade de conhecimento prévio na realização do cálculo com sentença, contendo parêntese.

O quadro 65 apresenta exemplos dos erros dessa natureza mais cometidos pelos estudantes, denominando cada um dos sujeitos da pesquisa por En.

Quadro 66: Exemplos de erro na resolução de equação do primeiro grau.

Estudante	Questão	Resolução	Tipo de erro
E2	Q12		Erro de sinal
E8	Q13		Erro de operação
E10	Q14		Erro de operação
E18	Q14		Erro de operação

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Nos casos apresentados, é evidente que o estudante E2 executou adequadamente a operação para eliminar o parêntese na questão Q12. No entanto, houve confusão nos sinais, tanto na primeira operação envolvendo 3 x (-5) quanto na operação subsequente, que inclui o resultado do parêntese e o valor seguinte.

Por outro lado, o estudante E8 executou corretamente a operação para eliminar o parêntese na questão Q13, mas em seguida se equivocou na operação (-10+5) realizando a soma dos valores. Já os estudantes E10 e E18, apresentaram deficiência em realizar a operação para a eliminar o parêntese, comprometendo o resultado da equação.

No entanto, ao compararmos os resultados entre o pré-teste e o pós-teste, observamos um aumento no número de respostas corretas, uma diminuição na quantidade de erros na maioria das questões e, sobretudo, uma significativa redução no número de questões em branco. Isso evidencia que os estudantes se sentiram mais confiantes e adquiriram maior autonomia para resolver as questões após os episódios de aprendizagem.

A seguir, apresentaremos as porcentagens de acertos, erros e questões em branco por estudante, realizando uma comparação entre os resultados dos testes.

Quadro 67: Desempenho por estudante nos testes de resolução de equação do 1º grau.

Estudante	**Acerto (%)**		**Erro (%)**		**Em Branco (%)**	
	Pré-Teste	**Pós-Teste**	**Pré-Teste**	**Pós-Teste**	**Pré-Teste**	**Pôs-Teste**
E1	7%	50%	7%	50%	86%	0%
E2	21%	50%	29%	50%	50%	0%
E3	21%	71%	21%	29%	57%	0%
E4	14%	57%	86%	29%	0%	0%
E5	0%	14%	29%	71%	71%	14%
E6	21%	43%	21%	43%	57%	14%
E7	21%	29%	36%	43%	43%	29%
E8	14%	93%	29%	7%	57%	0%
E9	21%	64%	21%	36%	57%	0%
E10	21%	93%	43%	7%	36%	0%
E11	21%	93%	36%	7%	43%	0%
E12	21%	21%	36%	71%	43%	7%
E13	7%	21%	7%	43%	86%	36%
E14	21%	79%	14%	14%	64%	7%
E15	21%	57%	36%	29%	43%	14%
E16	21%	57%	50%	29%	29%	14%
E17	21%	21%	36%	43%	43%	36%
E18	21%	64%	36%	21%	43%	14%
E19	21%	50%	36%	36%	43%	14%
E20	7%	21%	29%	50%	64%	29%
E21	21%	50%	43%	50%	36%	0%
E22	21%	43%	36%	21%	43%	36%
E23	21%	29%	36%	29%	43%	43%
E24	14%	29%	57%	57%	29%	14%
E25	18%	29%	55%	50%	27%	21%

E26	7%	21%	7%	43%	86%	36%
E27	14%	29%	14%	50%	71%	21%
E28	7%	36%	21%	29%	71%	36%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

No quadro a seguir será apresentado, a frequência desses estudantes nos encontros que foi desenvolvida a sequência didática, voltada para resolução de equação do primeiro grau.

Quadro 68: Frequência dos estudantes nas aulas de resolução de equação do primeiro grau

	Resolução de Equação do 1º grau							% (P)
Estudante	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
E1	P	P	P	P	P	P	P	100%
E2	P	P	P	P	P	P	P	100%
E3	P	P	P	P	F	P	P	86%
E4	P	P	P	P	F	F	P	72%
E5	F	F	F	P	P	F	F	29%
E6	P	F	P	P	P	P	P	86%
E7	P	P	P	P	P	P	P	100%
E8	P	P	P	P	P	P	P	100%
E9	P	P	P	P	P	P	P	100%
E10	P	P	P	P	P	P	P	100%
E11	P	P	P	P	P	P	P	100%
E12	P	P	P	P	P	P	P	100%
E13	P	P	P	P	F	P	F	72%
E14	P	P	P	P	P	P	P	100%
E15	P	P	F	F	P	F	P	57%
E16	P	P	F	F	P	P	P	72%
E17	P	F	F	P	F	F	P	43%
E18	P	P	P	P	P	P	P	100%
E19	P	P	P	P	P	P	P	100%
E20	P	P	P	F	F	P	P	72%
E21	F	F	F	P	P	P	P	57%
E22	P	P	P	P	P	P	P	100%
E23	P	F	F	P	F	P	P	57%
E24	P	P	P	P	P	P	F	86%
E25	P	P	P	P	P	P	P	100%
E26	P	P	P	P	P	F	F	72%
E27	F	P	P	P	P	P	P	86%

E28	P	P	P	P	P	**P**	P	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Observando o quadro de desempenho dos estudantes nos testes de resolução de equação do primeiro, e o quadro de frequência do período, observa-se que os estudantes E5, E17 com percentual de frequência menor que 50% e os estudantes E21 e E23 com percentual de frequência em torno de 50%, apresentaram baixo nível de desempenho comparando o resultado do pré e pós teste.

Com base nos dados sobre o desempenho por estudante nos testes de resolução de equação do primeiro grau, decidimos analisá-los por faixas de acerto para obter uma melhor visualização dos resultados obtidos. Assim, consideramos como: **abaixo do desejado** caso o estudante tenha obtido um percentual de acerto entre 0 e 49; **adequado** caso o estudante tenha obtido um percentual de acerto entre 50 e 69; **acima do desejado** caso o estudante tenha obtido um percentual de acerto entre 70 e 89; e **bem acima do desejado** caso o estudante tenha obtido um percentual de acerto entre 90 e 100. Delimitadas as faixas de acerto, elaboramos o quadro a seguir.

Quadro 69: Faixas de acerto por estudante nos testes de resolução de equação do primeiro grau.

Faixa de acerto em percentual	Categoria	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
0 – 49	Abaixo do desejado	100%	50%
50 – 69	Adequado	0%	32%
70 – 89	Acima do desejado	0%	7%
90 -100	Bem acima do desejado	0%	11%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

No desempenho por estudante, nas questões de equação do primeiro grau, observamos que reduziu à metade a quantidade de sujeitos que tiveram desempenho abaixo do desejado. Em contrapartida, aumentou consideravelmente o percentual de estudantes com desempenho adequado, saindo do 0% e chegando a 32% do total da amostra.

Também é possível perceber o aumento na quantidade de estudantes que tiveram desempenho acima do desejado ou bem acima do desejado, sendo que chegou a 11% a quantidade de discentes com resultado bem acima do desejado no pós-teste.

Além disso, tivemos uma redução de 96% no pré-teste para 67% no pós-teste de discente que deixaram alguma questão em branco, reforçando o fato de que a confiança e autonomia dos estudantes na resolução das questões aumentou consideravelmente após a experimentação da sequência didática. Outro ponto a se destacar, é que todos os participantes apresentaram aumentam no número de acerto no pós-teste, comparado ao pré-teste de resolução equação do primeiro grau. Todas essas constatações nos levam a inferir que a sequência didática obteve êxito no que tange a resolução de equação do 1º grau, uma vez que o total da nossa amostra apresentou evolução no acerto das questões propostas nos testes.

6.1.1. Considerações da análise da fase I do experimento

Em relação a fase I da experimentação, temos que pontuar algumas situações que julgamos importante. Tanto o objeto de estudo como as características das atividades desenvolvidas representavam situações novas e desafiadoras para os discentes. Nas atividades de redescoberta, onde os alunos precisavam formular conclusões, apresentaram certa resistência no início, relataram que não sabiam fazer, que era muito difícil, mas no decorrer das atividades apresentaram uma mudança de comportamento em relação as atividades, e na própria aula de matemática. Muitos relataram que agora estavam aprendendo matemática, que as atividades eram fáceis. Portanto, temos que considerar que a primeira fase da experimentação foi um sucesso e o objetivo foi alcançado quase que 100%.

6.2. RESULTADOS E ANÁLISES DA FASE II DO EXPERIMENTO

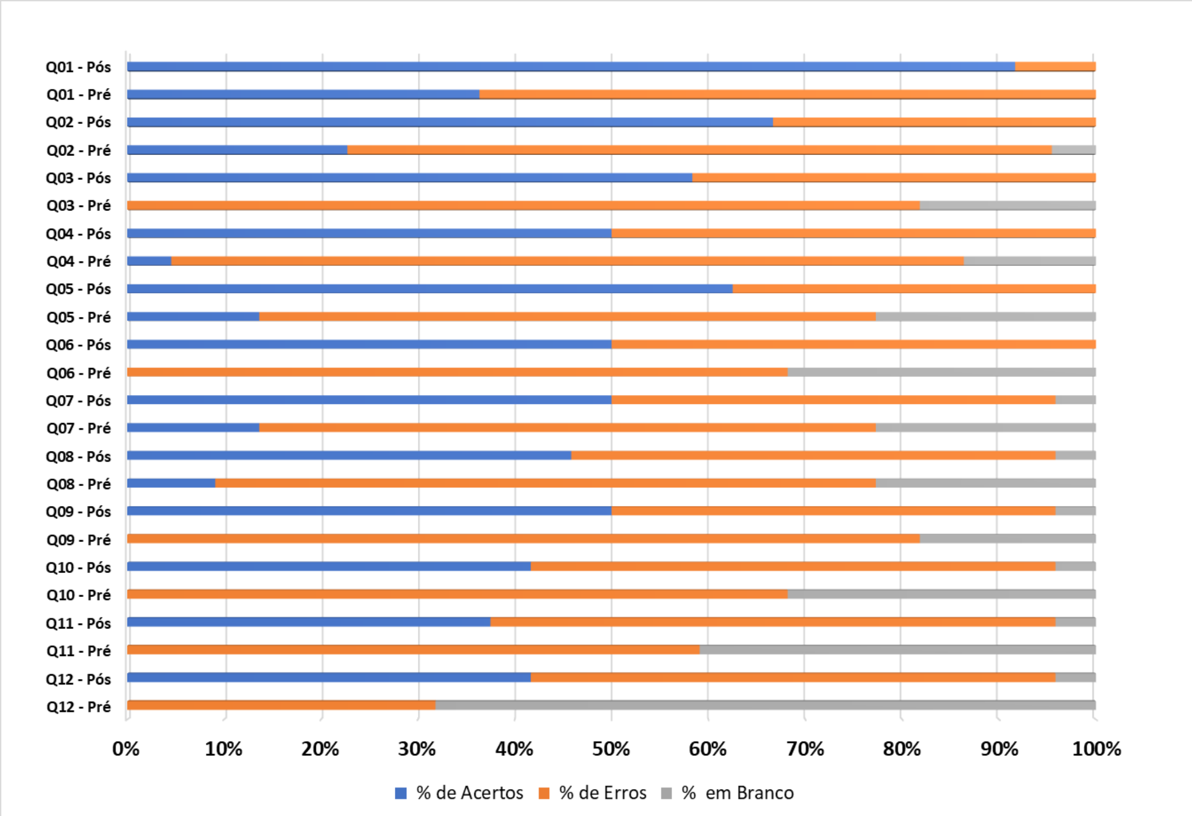
Para a análise em questão, elaboramos o Quadro 70, o qual exibe, por questão, as proporções de respostas corretas, incorretas e em branco, promovendo uma comparação entre o pré-teste e o pós-teste. Adotamos a definição de ACERTO quando o estudante apresentou uma solução com resultado preciso, ERRO quando a solução proposta pelo estudante estava incorreta e EM BRANCO quando o estudante não forneceu uma solução, resultando, consequentemente, na ausência de qualquer resultado.

Quadro 70: Desempenho por questão nos testes de conversão de enunciados.

Questão	Sentenças	Acertos (%)		Erros (%)		Em Branco (%)	
		Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pôs-Teste
Q01	Um número mais 7 é igual a 16	36%	92%	64%	8%	0%	0%
Q02	O triplo de um número é igual a 18	23%	67%	73%	33%	4%	0%
Q03	A terça parte de um número é igual 11	0%	58%	82%	42%	18%	0%
Q04	A metade de um número mais 3, é igual a 12	5%	50%	82%	50%	14%	0%
Q05	O quadruplo de um número mais 10 é igual 50	14%	63%	64%	38%	23%	0%
Q06	A metade de um número mais o triplo desse número é igual 21	0%	50%	68%	50%	32%	0%
Q07	5 menos um número é igual a menos 20	14%	50%	64%	46%	23%	4%
Q08	Um número subtraído de 8 é igual a menos 24	9%	46%	68%	50%	23%	4%
Q09	A soma de três números consecutivos é igual a 60	0%	50%	82%	46%	18%	4%
Q10	A soma de dois números pares consecutivos é igual a 82	0%	42%	68%	54%	32%	4%
Q11	A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a 44	0%	38%	59%	58%	41%	4%
Q12	A soma das idades de três irmãos é igual a 30 anos. A idade do irmão mais novo é a metade da idade do irmão do meio, e a idade do irmão mais velho é o triplo da idade do irmão do meio	0%	42%	32%	54%	68%	4%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 17: Desempenho por questão nos testes de resolução de equação do 1º grau.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Com base nas informações apresentadas, podemos inferir que a execução da sequência didática centrada na conversão de enunciados foi eficaz. No pós-teste, verificamos que os índices de acertos superaram os de erros, além de uma diminuição no número de questões deixadas em branco.

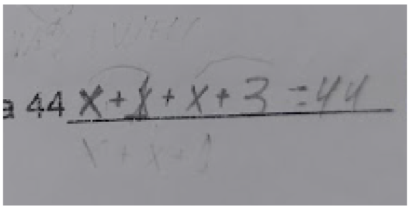
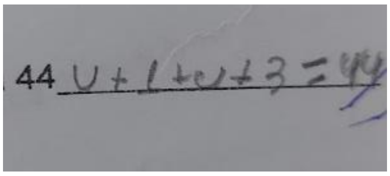
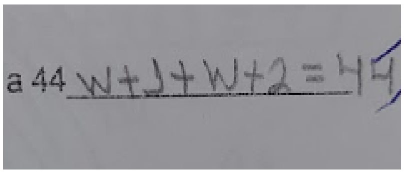
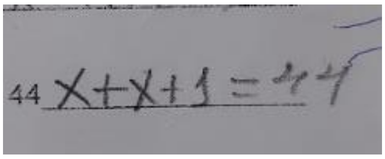
A média global dos índices de acerto aumentou significativamente, passando de 8,42% no pré-teste para 54% no pós-teste. Em contrapartida, a quantidade de erros apresentou uma queda acentuada, com uma média de 44,08%, em comparação com os 67,17% do pré-teste. Na primeira questão do teste (Q01), notamos que, entre os 27 estudantes, 25 (92%) realizaram corretamente a conversão do enunciado.

Já em relação à questão 11 (Q11) do teste, foi a que registrou o menor índice de acerto, com apenas 11 estudantes (38%) realizando corretamente a conversão. As questões Q10 e Q12 seguiram com baixo desempenho, onde apenas 12 estudantes (42%) acertaram a conversão.

Para uma análise mais aprofundada da questão Q11 e para compreender os erros apresentados pelos participantes desta pesquisa, consideremos que o enunciado era o seguinte: "A soma de dois números ímpares consecutivos é igual a

44". Portanto, tratava-se de uma questão em que o aluno precisava converter o enunciado para a forma algébrica, que poderia ser representada pela equação 2x+1 + 2x+3 = 44 ou 4x + 4 = 44. O quadro a seguir mostra a resolução de alguns estudantes na questão Q11 que foram classificados como incorretos.

Quadro 71: Exemplos de erro na conversão de enunciados.

Estudante	Questão	Resolução	Tipo de erro
E3	Q11		Erro de representação de números ímpares
E19	Q11		Erro de representação de números ímpares
E12	Q11		Erro de representação de números ímpares
E7	Q11		Erro de representação de números ímpares

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Nos exemplos fornecidos, é claro que os alunos E3, E12 e E19 têm alguma compreensão de números consecutivos, mas cometeram erros na conversão devido à dificuldade em representar números ímpares. O aluno E7 foi o que apresentou a resposta mais distante da conversão correta, dando a impressão de que ele se confundiu com a representação de números consecutivos simples. No entanto, é importante destacar o esforço dos estudantes ao resolverem as questões.

A seguir, serão exibidas as percentagens de respostas corretas, incorretas e em branco por estudante, realizando uma comparação entre os resultados dos testes.

Quadro 72: Desempenho por estudante nos testes de conversão de enunciados.

Estudante	Acerto (%)		Erro (%)		Em Branco (%)	
	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pôs-Teste
E1	0%	50%	67%	50%	33%	0%
E2	8%	50%	92%	50%	0%	0%
E3	17%	67%	83%	33%	0%	0%
E4	0%	33%	92%	58%	8%	8%
E5	0%	17%	92%	75%	8%	8%
E6	8%	92%	17%	8%	75%	0%
E7	0%	17%	33%	67%	67%	17%
E8	8%	92%	83%	8%	8%	0%
E9	8%	33%	83%	67%	8%	0%
E10	33%	83%	67%	17%	0%	0%
E11	33%	58%	67%	42%	0%	0%
E12	8%	25%	92%	75%	0%	0%
E13	0%	42%	75%	58%	25%	0%
E14	25%	100%	67%	0%	8%	0%
E15	25%	33%	42%	42%	33%	25%
E16	0%	17%	58%	67%	42%	17%
E17	0%	17%	42%	58%	58%	25%
E18	0%	33%	25%	58%	75%	8%
E19	0%	50%	42%	42%	58%	8%
E20	Não fez o pré nem o pós-teste					
E21	0%	55%	83%	45%	17%	0%
E22	8%	25%	67%	50%	25%	25%
E23	0%	25%	0%	42%	100%	33%
E24	8%	67%	83%	25%	8%	8%
E25	17%	25%	17%	42%	67%	33%
E26	7%	21%	7%	43%	86%	36%
E27	0%	15%	17%	46%	83%	38%
E28	8%	50%	8%	42%	83%	8%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Da mesma forma que na fase I, optamos por analisar os dados referentes ao desempenho dos estudantes nos testes de conversão de enunciados, dividindo-os em faixas de acerto, visando uma melhor visualização dos resultados obtidos. Dessa maneira, consideramos as seguintes categorias: **abaixo do desejado**, para percentuais de acerto entre

0 e 49; **adequado**, para percentuais entre 50 e 69; **acima do desejado**, para percentuais entre 70 e 89; e **bem acima do desejado** para percentuais entre 90 e 100. Após estabelecer essas faixas de acerto, elaboramos o quadro a seguir.

Quadro 73: Faixas de acerto por estudante nos testes de conversão de enunciados.

Faixa de acerto em percentual	Categoria	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
0 - 49	Abaixo do desejado	100%	55%
50 - 69	Adequado	0%	30%
70 - 89	Acima do desejado	0%	4%
90 -100	Bem acima do desejado	0%	11%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Na avaliação do desempenho por estudante nas questões de conversão de enunciados, é evidente que a quantidade de sujeitos com desempenho abaixo do desejado foi reduzida quase pela metade. Por outro lado, observa-se um aumento significativo no percentual de estudantes com desempenho adequado, passando de 0% para 30% do total da amostra.

Também é notável o crescimento no número de estudantes com desempenho acima do desejado ou bem acima do desejado, atingindo 11% dos participantes no pós-teste. Além disso, houve uma diminuição de 82% para 55% no número de estudantes que deixaram alguma questão em branco, indicando um aumento significativo na confiança e autonomia dos estudantes na resolução das questões após a aplicação da sequência didática. Destaca-se ainda que todos os participantes apresentaram um aumento no número de acertos no pós-teste em comparação ao pré-teste de conversão de enunciados.

6.2.1. Considerações da análise da parte II do experimento

Em relação a fase II da experimentação, comparado com a primeira, os alunos já estavam familiarizados com o estilo de atividades, já estavam cientes, que precisavam participar, que tínhamos uma etapa a ser completada a cada encontro.

No contexto geral, fechamos a segunda fase avaliando positivamente a evolução dos alunos, uma vez que a totalidade da amostra demonstrou evolução na resolução das questões propostas nos testes.

6.3. RESULTADOS E ANÁLISES DA FASE III DO EXPERIMENTO

A avaliação da fase III será realizada de maneira mais detalhada, pois, como mencionado anteriormente, a consideramos como a etapa macro de nossa pesquisa, uma vez que aborda a resolução de problemas do primeiro grau. Essa fase é caracterizada como a consolidação do que foi desenvolvido nas duas etapas anteriores.

Da mesma forma que nas análises das fases anteriores, elaboramos um quadro que apresenta, por questão, as proporções de respostas corretas, incorretas e em branco, permitindo uma comparação entre o pré-teste e o pós-teste. Utilizamos a definição de ACERTO quando o estudante apresentou uma solução com resultado preciso, ERRO quando a solução proposta pelo estudante estava incorreta e EM BRANCO quando o estudante não forneceu uma solução, resultando, consequentemente, na ausência de qualquer resultado.

Quadro 74: Desempenho por questão nos testes de resolução de problemas do primeiro grau.

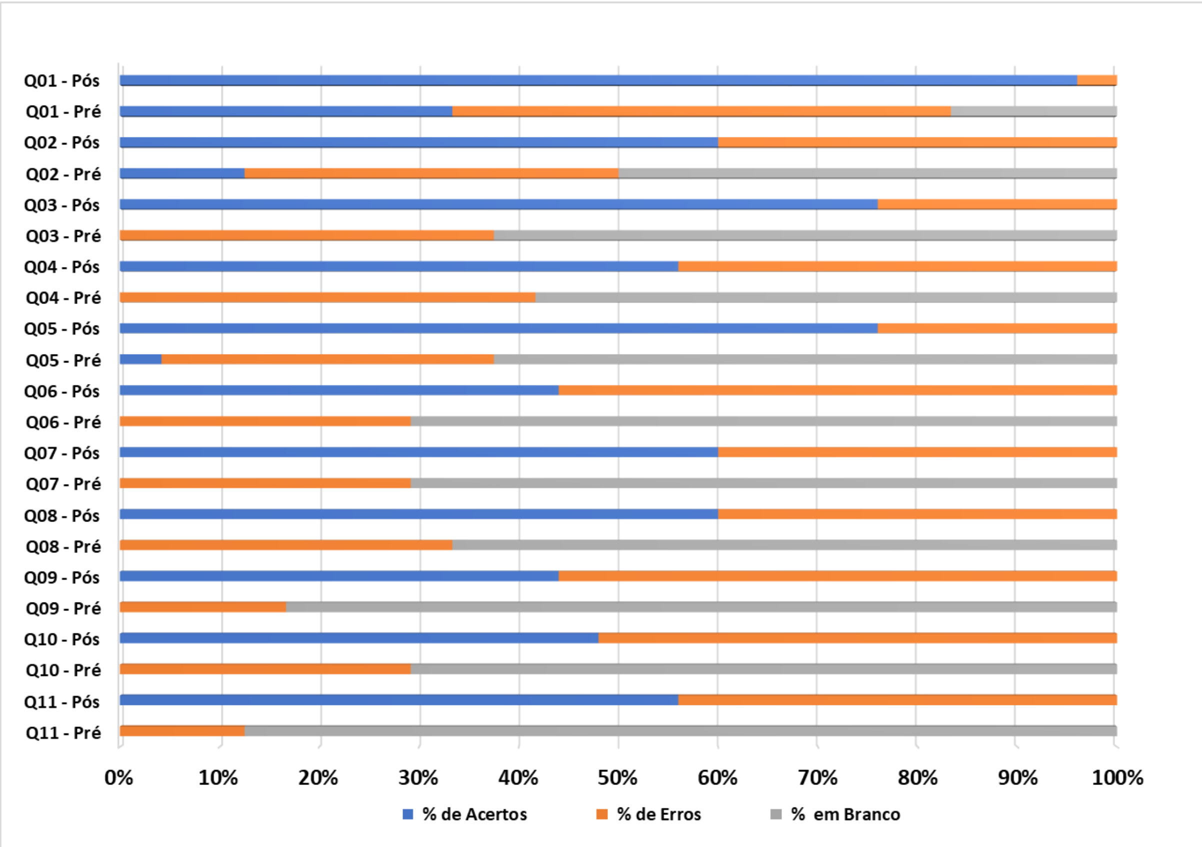
Questão	**Sentenças**	**Acertos (%)**		**Erros (%)**		**Em Branco (%)**	
		Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pôs-Teste
Q01	Um número mais vinte e um é igual a sessenta e quatro. Qual é esse número?	33%	96%	50%	4%	17%	0%
Q02	A metade de um número mais quatro é igual a seis. Qual é esse número?	13%	60%	37%	40%	50%	0%
Q03	O dobro de um número, menos sete, é igual a trinta e cinco. Que número é esse?	0%	76%	37%	24%	63%	0%
Q04	Pensei em um número, depois somei este número com cinquenta e dois e	0%	56%	42%	44%	58%	0%

	dividi o resultado por dois, e assim obtive quarenta e quatro. Qual foi o número pensado?						
Q05	Paulo trabalhou certo número de horas e mais 7 horas extras, totalizando 32 horas. Quantas horas ele trabalhou?	4%	76%	33%	24%	63%	0%
Q06	A idade de Beto há 4 anos era a metade da idade que ele terá daqui a 6 anos. Qual é a idade de Beto?	0%	44%	29%	56%	71%	0%
Q07	Em um colégio, 1/5 dos professores ensinam somente matemática. Sabendo-se que no colégio ainda tem 24 professores que ensinam outras matérias, quantos professores há ao todo nesse colégio?	0%	60%	29%	40%	71%	0%
Q08	A soma das idades de duas pessoas é 60 anos. A idade da primeira pessoa é o dobro da idade da segunda pessoa. Qual a idade da pessoa mais velha?	0%	60%	33%	40%	67%	0%
Q09	A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 90. Qual é o maior destes três números?	0%	44%	17%	56%	83%	0%
Q10	Um prêmio de R$420 foi dividido entre três amigos, Pedro, Sofia e Lucas. Pedro recebeu 4 vezes mais do que Sofia, e Lucas recebeu R$30 a menos do que Sofia. Quanto cada um dos amigos recebeu?	0%	48%	29%	52%	71%	0%

Q11	Margarida viu no quadro-negro algumas anotações da aula anterior, um pouco apagadas, conforme mostra a figura.  Qual é o número que foi apagado?	0%	56%	13%	44%	88%	0%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Gráfico 18: Desempenho por questão nos testes de resolução de problemas do 1º grau.



Fonte: Pesquisa de campo (2023)

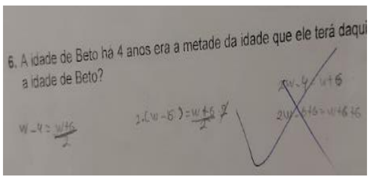
Com base nas informações apresentadas, podemos inferir que a execução da sequência didática centrada na conversão de enunciados foi eficaz. No pós-teste, verificamos que os índices de acertos superaram os de erros, além de uma diminuição no número de questões deixadas em branco.

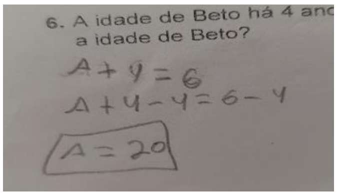
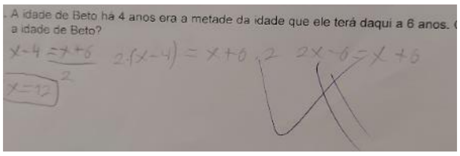
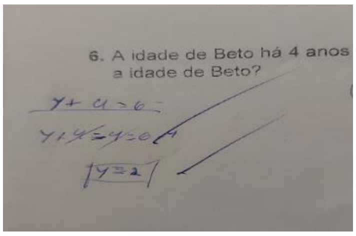
A média global de acertos registrou um aumento significativo, passando de 4,54% no pré-teste para 61,46% no pós-teste. Em contrapartida, observou-se um ligeiro aumento na quantidade de erros, com uma média de 38,55%, em comparação com os 31,73% do pré-teste. No entanto, destaca-se a expressiva redução na média de questões em branco, que diminuiu de 63,82% no pré-teste para 0% no pós-teste. Talvez essa diminuição explique o aumento no número de erros, já que os estudantes demonstraram esforço em responder a todas as questões. Na primeira questão do teste (Q01), notamos que, entre os 25 estudantes, 24 (96%) realizaram corretamente a resolução problema.

Já em relação às questões (Q06) e (Q09) do teste, foram as que registraram o menor índice de acerto, com apenas 11 estudantes (44%) realizando corretamente a resolução. Seguindo essas está a questões Q10 com o segundo pior desempenho, onde apenas 12 estudantes (48%) resolveram corretamente. Fora essas citadas, as demais apresentaram índice de acerto por parte dos estudantes ultrapassando 50%.

Para uma análise mais aprofundada da questão Q06 e para compreender os erros apresentados pelos participantes desta pesquisa, consideremos que o enunciado era o seguinte: " A idade de Beto há 4 anos era a metade da idade que ele terá daqui a 6 anos. Qual é a idade de Beto?”. Portanto, tratava-se de uma questão em que o aluno precisava converter o enunciado para a forma algébrica, que poderia ser representada pela equação x - 4 = (x + 6) / 2. O quadro a seguir mostra a resolução de alguns estudantes na questão Q06 que foram classificados como incorretos.

Quadro 75: Exemplo de erro na resolução de problema do primeiro grau.

Estudante	Questão	Resolução	Tipo de erro
E10	Q06		Erro de operação

E11	Q06		Erro de representação (conversão)
E23	Q06		Erro de operação
E13	Q06		Erro de representação (conversão)

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Os exemplos fornecidos, são os que representam a maioria dos erros presentes nessa questão. Como podemos perceber os alunos E10 e E23, conseguem fazer a conversão do enunciado, mas apresentaram deficiência ao realizar as operações. Por outro, temos os discentes E11 e E13, que já mostram deficiência na resolução do problema, a partir da conversão do enunciado. No entanto, é importante destacar o esforço dos estudantes em encontrar a solução para o problema.

A seguir, serão exibidas as porcentagens de respostas corretas, incorretas e em branco por estudante, realizando uma comparação entre os resultados dos testes.

Quadro 76: Desempenho por estudante na resolução de problema do primeiro grau.

Estudante	**Acerto (%)**		**Erro (%)**		**Em Branco (%)**	
	Pré-Teste	**Pós-Teste**	**Pré-Teste**	**Pós-Teste**	**Pré-Teste**	**Pôs-Teste**
E1	0%	55%	0%	Erros	100%	Em Branco
E2	18%	73%	27%	45%	55%	0%

E3	18%	73%	9%	27%	73%	0%
E4	18%	45%	27%	27%	55%	0%
E5	0%	33%	0%	55%	100%	0%
E6	9%	73%	27%	67%	64%	0%
E7	9%	55%	27%	27%	64%	0%
E8	9%	100%	64%	45%	27%	0%
E9	9%	73%	27%	0%	64%	0%
E10	0%	75%	73%	27%	27%	0%
E11	0%	64%	73%	25%	27%	0%
E12	0%	45%	82%	36%	18%	0%
E13	0%	27%	27%	55%	73%	0%
E14	45%	100%	9%	73%	45%	0%
E15	9%	55%	73%	0%	18%	0%
E16	9%	45%	73%	45%	18%	0%
E17	0%	27%	27%	45%	73%	9%
E18	0%	36%	18%	55%	82%	18%
E19	0%	55%	45%	45%	55%	18%
E20	0%	27%	45%	27%	55%	18%
E21	0%	67%	64%	45%	36%	27%
E22	0%	64%	0%	8%	100%	25%
E23	0%	18%	9%	36%	91%	0%
E24	0%	55%	27%	55%	73%	27%
E25	0%	55%	9%	27%	91%	18%
E26	0%	55%	18%	36%	82%	9%
E27	0%	55%	45%	27%	55%	18%
E28	9%	64%	18%	27%	73%	18%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Seguindo a análise da fase II, decidimos por analisar os dados referentes ao desempenho dos estudantes nos testes de resolução de problemas do primeiro grau, dividindo-os em faixas de acerto, visando uma melhor visualização dos resultados obtidos. Continuaremos a considerar as seguintes categorias: **abaixo do desejado**, para percentuais de acerto entre 0 e 49; **adequado** para percentuais entre 50 e 69; **acima do desejado** para percentuais entre 70 e 89; e **bem acima do desejado**, para percentuais entre 90 e 100. Após estabelecer essas faixas de acerto, elaboramos o quadro a seguir.

Quadro 77: Faixas de acerto por estudante nos testes de resolução de problema do primeiro grau.

Faixa de acerto em percentual	Categoria	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)

0 - 49	Abaixo do desejado	100%	32%
50 - 69	Adequado	0%	43%
70 - 89	Acima do desejado	0%	18%
90 -100	Bem acima do desejado	0%	7%

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

A análise nos mostra que o desempenho por estudante nas questões de resolução de problemas, referente ao intervalo que classifica como abaixo do desejado foi reduzida quase 70%. Por outro lado, observa-se um aumento significativo no percentual de estudantes com desempenho adequado, passando de 0% para 43% do total da amostra.

Também é notável o crescimento no número de estudantes com desempenho acima do desejado ou bem acima do desejado, atingindo 25% dos participantes no pós-teste. Além disso, houve uma diminuição de 100% para 32% no número de estudantes que deixaram alguma questão em branco, indicando um aumento significativo na confiança e autonomia dos estudantes na resolução das questões após a aplicação da sequência didática.

É importante ressaltar que todos os participantes registraram um aumento no número de respostas corretas no pós-teste em comparação com o pré-teste, que abordava a resolução de problemas do primeiro grau. Essas constatações conduzem à conclusão de que a sequência didática foi eficaz na resolução de problemas do primeiro grau, pois a totalidade da amostra evidenciou progresso na abordagem das questões propostas nos testes.

Nos quadros a seguir, mostraremos um resumo do desempenho dos estudantes em cada questão, comparando o pré-teste e o pós-teste de resolução de problemas do 1º grau, aplicado no início e no final da experimentação.

Vejamos o desempenho na primeira questão:

Quadro 78: Desempenho dos estudantes na questão 1 dos testes.

ENUNCIADO	NÚMERO DA QUESTÃO	ESCRITA ALGÉBRICA
	Q1	X + 21 = 64

Um número mais vinte e um é igual a sessenta e quatro. Qual é esse número?		CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.					
		PRÉ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão	Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	Resolveu e acertou a equação			E2, E3, E4, E7, E8, E9, E14, E16	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E14, E15, E16, E17, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28.		
	Resolveu e acertou parcialmente a equação						
	Resolveu e errou a equação			E5, E6, E10, E11, E12, E13, E15, E17, E19, E21, E23, E24, E25		E13,	
	Não resolveu a equação			E1, E22, E26, E27.			

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Observamos que na questão 1, quase que 100% dos estudantes resolveram a questão e apresentaram uma significativa evolução, pois no pré-teste a maioria resolveu errado ou deixou em branco. Enquanto que no pós-teste, somente um não resolveu corretamente o problema, devido ao erro de conversão, sendo que todos os outros realizaram a conversão e resolveram corretamente a equação.

Quadro 79: Desempenho dos estudantes na questão 2 dos testes.

<table>
<tr><td colspan="2">ENUNCIADO</td><td colspan="3">NÚMERO DA QUESTÃO</td><td colspan="3">ESCRITA ALGÉBRICA</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="4">A metade de um número mais quatro é igual a seis. Qual é esse número?</td><td colspan="3">Q2</td><td colspan="3">X/2 + 4 = 6</td></tr>
<tr><td colspan="6">CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.</td></tr>
<tr><td colspan="3">PRÉ-TESTE</td><td colspan="3">PÓS-TESTE</td></tr>
<tr><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td></tr>
<tr><td rowspan="4">RESOLUÇÃO DO PROBLEMA</td><td>Resolveu e acertou a equação</td><td></td><td></td><td>E2, E3, E6, E8, E10, E13, E14, E15</td><td>E6, E7, E8, E9, E10, E14, E16, E21, E22, E25, E28.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Resolveu e acertou parcialmente a equação</td><td></td><td></td><td></td><td>E2, E3, E6, E11, E13, E23, E24, E27</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Resolveu e errou a equação</td><td></td><td></td><td>E4, E5, E7, E11, E12, E16, E17, E19, E21, E23, E24, E25</td><td>E4,</td><td>E1, E5, E12, E15, E17, E18,</td><td></td></tr>
<tr><td>Não resolveu a equação</td><td></td><td></td><td>E1, E9, E22, E26, E27</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Na questão 2, o quadro 79 mostra que a maioria dos estudantes apresentaram evolução, pois no pré-teste somente 6 alunos acertaram a resposta do problema sem realizar a conversão, ou seja, resolveram por tentativa. Já no pós-teste, 12 alunos realizaram corretamente a conversão e resolveram corretamente a equação, e mais 6 alunos realização a conversão corretamente e erraram a resolução da equação. No pós-teste, seis estudantes erraram o problema, por que não realizaram a conversão adequada.

Quadro 80: Desempenho dos estudantes na questão 3 dos testes.

<table>
<tr><td colspan="2">ENUNCIADO</td><td colspan="3">NÚMERO DA QUESTÃO</td><td colspan="3">ESCRITA ALGÉBRICA</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="4">O dobro de um número, menos sete, é igual a trinta e cinco. Que número é esse?</td><td colspan="3">Q3</td><td colspan="3">2X - 7 = 35</td></tr>
<tr><td colspan="6">CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.</td></tr>
<tr><td colspan="3">PRÁ-TESTE</td><td colspan="3">PÓS-TESTE</td></tr>
<tr><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td></tr>
<tr><td rowspan="4">RESOLUÇÃO DO PROBLEMA</td><td>Resolveu e acertou a equação</td><td></td><td></td><td>E14,</td><td>E2, E3, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E14, E16, E21, E22, E23, E24, E25, E28.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Resolveu e acertou parcialmente a equação</td><td></td><td></td><td></td><td>E13, E17, E27</td><td>E12,</td><td></td></tr>
<tr><td>Resolveu e errou a equação</td><td></td><td></td><td>E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E17, E21, E23, E24</td><td>E4,</td><td>E1, E15, E18,</td><td></td></tr>
<tr><td>Não resolveu a equação</td><td></td><td></td><td>E1, E2, E3, E4, E6, E13, E19, E22, E24, E26, E27</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

No problema 3, podemos observar que a maioria dos discentes apresentaram acentuada evolução. No pré-teste 100% dos alunos erraram o deixaram em branco a questão. Enquanto que, no pós-teste, 17 de 25 participantes realizaram a conversão e resolveram corretamente o problema e mais três alunos acertaram parcialmente a questão, realizando a conversão e errando a resolução da equação. Sendo que o restante, ou seja, 5 alunos erraram devido realizarem a conversão inadequada.

Quadro 81: Desempenho dos estudantes na questão 4 dos testes.

<table>
<tr><td colspan="2">ENUNCIADO</td><td colspan="3">NÚMERO DA QUESTÃO</td><td colspan="3">ESCRITA ALGÉBRICA</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="5">Pensei em um número, depois somei este número com cinquenta e dois e dividi o resultado por dois, e assim obtive quarenta e quatro. Qual foi o número pensado?</td><td colspan="3">Q4</td><td colspan="3">(X + 52) / 2 = 44</td></tr>
<tr><td colspan="6">CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.</td></tr>
<tr><td colspan="3">PRÁ-TESTE</td><td colspan="3">PÓS-TESTE</td></tr>
<tr><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="4">RESOLUÇÃO DO PROBLEMA</td><td>Resolveu e acertou a equação</td><td></td><td></td><td>E14,</td><td>E2, E6, E7, E8, E10, E14,</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Resolveu e acertou parcialmente a equação</td><td></td><td></td><td></td><td>E9, E12, E15, E17, E18, E21, E23, E24, E25, E27, E28.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Resolveu e errou a equação</td><td></td><td></td><td>E2, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E21, E23</td><td>E1, E3, E4, E5,</td><td>E11, E16, E22,</td><td></td></tr>
<tr><td>Não resolveu a equação</td><td></td><td></td><td>E1, E3, E4, E5, E13, E17, E19, E22, E24, E25, E26, E27</td><td></td><td></td><td>E13,</td></tr>
</table>

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

No quadro 81, podemos observar que no problema 4 os estudantes também apresentaram significativa evolução, sendo que no pré-teste somente um estudante

(E14) acertou o resultado da questão, resultado encontrado sem realizar a conversão, enquanto que os outros participantes, erraram a questão ou deixaram em branco. Já no pós-teste, seis estudantes acertaram completamente o problema e 15 acertam parcialmente, ou seja, realizaram corretamente a conversão e erraram a equação.

Quadro 82: Desempenho dos estudantes na questão 5 dos testes.

<table>
<tr><td colspan="2">ENUNCIADO</td><td colspan="3">NÚMERO DA QUESTÃO</td><td colspan="3">ESCRITA ALGÉBRICA</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="4">Paulo trabalhou certo número de horas e mais 7 horas extras, totalizando 32 horas. Quantas horas ele trabalhou?</td><td colspan="3">Q5</td><td colspan="3">X + 7 = 32</td></tr>
<tr><td colspan="6">CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.</td></tr>
<tr><td colspan="3">PRÁ-TESTE</td><td colspan="3">PÓS-TESTE</td></tr>
<tr><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td></tr>
<tr><td rowspan="4">RESOLUÇÃO DO PROBLEMA</td><td>Resolveu e acertou a equação</td><td></td><td></td><td>E14,</td><td>E1, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E21, E22, E24, E25, E27, E28.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Resolveu e acertou parcialmente a equação</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Resolveu e errou a equação</td><td></td><td></td><td>E4, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E21, E23, E27</td><td>E2,</td><td>E5, E16, E23,</td><td></td></tr>
<tr><td>Não resolveu a equação</td><td></td><td></td><td>E1, E2, E3, E5, E6, E7, E17, E19,</td><td></td><td></td><td>E4,</td></tr>
</table>

				E22, E24, E25, E26			

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

No problema 5, observamos uma clara evolução de quase 100% dos estudantes em relação aos dois testes. No pré-teste, somente o estudante E14, respondeu corretamente o problema, sendo que não realizou a devida conversão do enunciado, enquanto os outros participantes erraram ou deixaram em branco o problema. No pós-teste, 21 alunos realizaram a conversão e responderam a equação corretamente, sendo que, quatro educandos não conseguiram realizar a conversão adequadamente e erraram o problema.

Quadro 83: Desempenho dos estudantes na questão 6 dos testes.

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			ESCRITA ALGÉBRICA		
A idade de Beto há 4 anos era a metade da idade que ele terá daqui a 6 anos. Qual é a idade de Beto?		Q6			X - 4 = (X + 6)/2		
		CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.					
		PRÁ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão	Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	Resolveu e acertou a equação				E8, E9, E14,		
	Resolveu e acertou parcialmente a equação				E12, E15,		
	Resolveu e errou a equação			E2, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E21, E23	E6,	E1, E5, E7, E11, E16, E22, E23, E24, E25, E28.	

	Não resolveu a equação			E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E14, E17, E19, E22, E24, E25, E26, E27		E13, E17,	E2, E3, E4, E10, E18, E21, E27

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Na questão 6, apresentada no quadro acima, podemos perceber que os alunos apresentaram certa dificuldade, no pré-teste nenhum participante chegou na resposta correta, no pós-teste cinco alunos realizaram a conversão correta, mas somente três resolveram a equação corretamente, temos 12 estudantes não conseguiram realizar a conversão adequada e o restante não resolveu a questão.

Quadro 84: Desempenho dos estudantes na questão 7 dos testes.

ENUNCIADO		NÚMERO DA QUESTÃO			ESCRITA ALGÉBRICA		
Em um colégio, 1/5 dos professores ensinam somente matemática. Sabendo-se que no colégio ainda tem 24 professores que ensinam outras matérias, quantos professores há ao todo nesse colégio?		Q7			X/5 + 24 = X		
		CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.					
		PRÁ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão	Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão
RESOLU	Resolveu e acertou a equação				E2, E6, E8, E9, E11, E14, E15, E21, E22,		

	Resolveu e acertou parcialmente a equação				E12, E18, E28.		
	Resolveu e errou a equação			E4, E10, E11, E12, E15, E16, E21, E23, E24, E27		E13, E16, E17, E24, E25, E27	
	Não resolveu a equação			E1, E2, E3, E5, E6, E7, E8, E9, E13, E14, E17, E19, E22, E25, E26			E1, E3, E4, E5, E7, E10, E23,

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

No quadro 84, podemos observar que quase 50% dos participantes conseguiram resolver adequadamente a questão 7 no pós-teste, sendo que no pré-teste 100% dos alunos erraram ou deixaram em branco a questão

Quadro 85: Desempenho dos estudantes na questão 8 dos testes.

ENUNCIADO	NÚMERO DA QUESTÃO			ESCRITA ALGÉBRICA		
A soma das idades de duas pessoas é 60 anos. A idade da primeira pessoa é o dobro da idade da segunda pessoa. Qual a idade da pessoa mais velha?	Q8			$2X + X = 60$		
	CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.					
	PRÁ-TESTE			PÓS-TESTE		
	Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão	Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	Resolveu e acertou a equação				E8, E10, E11, E14, E18, E21, E22, E23, E27		
	Resolveu e acertou parcialmente a equação				E12, E15, E16, E23, E24, E25, E28.		
	Resolveu e errou a equação			E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E21, E23	E2, E3, E4, E5, E8,	E1, E17,	
	Não resolveu a equação			E1, E5, E17, E19, E22, E24, E25, E26, E27			E6, E7, E9, E13,

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

A questão 8 mostrada no quadro 85, observamos que a maioria dos estudantes, no pré-teste, resolveu errado e o restante deixou em branco a questão. No pós-teste percebemos uma certa evolução da maioria dos participantes, pois 16 deles conseguiram realizar a conversão corretamente, sendo que 9 deles resolveu corretamente a equação.

Quadro 86: Desempenho dos estudantes na questão 9 dos testes.

<table>
<tr><td>ENUNCIADO</td><td colspan="3">NÚMERO DA QUESTÃO</td><td colspan="3">ESCRITA ALGÉBRICA</td></tr>
<tr><td rowspan="4">A soma de três números inteiros consecutivos é igual a 90. Qual é o maior destes três números?</td><td colspan="3">Q9</td><td colspan="3">X + (X+1) + (X+2) = 90</td></tr>
<tr><td colspan="6">CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.</td></tr>
<tr><td colspan="3">PRÁ-TESTE</td><td colspan="3">PÓS-TESTE</td></tr>
<tr><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td></tr>
</table>

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	Resolveu e acertou a equação				E3, E8, E9, E11, E14, E18, E22, E28.		
	Resolveu e acertou parcialmente a equação				E15,		
	Resolveu e errou a equação			E10, E11, E13, E14, E15, E16, E21, E23	E2, E6,	E16, E17, E21, E24, E25, E27	
	Não resolveu a equação			E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E12, E17, E19, E22, E24, E25, E26, E27			E1, E4, E5, E7, E9, E12, E13, E23,

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

O quadro 86 acima, mostra que a questão 9, no pré-teste os alunos não conseguiram resolver, já no pós-teste, nove participantes conseguiram fazer a conversão corretamente, sendo que 8 resolveram adequadamente o problema.

Quadro 87: Desempenho dos estudantes na questão 10 dos testes.

<table>
<tr><td>ENUNCIADO</td><td colspan="3">NÚMERO DA QUESTÃO</td><td colspan="3">ESCRITA ALGÉBRICA</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Um prêmio de R$420 foi dividido entre três amigos, Pedro, Sofia e Lucas. Pedro recebeu 4 vezes mais do que Sofia, e Lucas recebeu R$30 a menos do</td><td colspan="3">Q10</td><td colspan="3">4X + X + (X - 30) = 420</td></tr>
<tr><td colspan="6">CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.</td></tr>
<tr><td colspan="3">PRÁ-TESTE</td><td colspan="3">PÓS-TESTE</td></tr>
<tr><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td><td>Elaborou conversão adequada</td><td>Elaborou conversão inadequada</td><td>Não elaborou conversão</td></tr>
</table>

que Sofia. Quanto cada um dos amigos recebeu?							
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	Resolveu e acertou a equação				E8, E10, E14,		
	Resolveu e acertou parcialmente a equação				E15, E21, E25, E27, E28.		
	Resolveu e errou a equação			E4, E10, E11, E12, E15, E16, E21, E24	E2, E3, E6, E23,	E1, E5, E12, E13, E16, E17, E22, E24	E11,
	Não resolveu a equação			E1, E2, E3, E5, E6, E7, E8, E9, E13, E14, E17, E19, E22, E23, E25, E27			E4, E7, E9, E18,

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Como podemos observar no quadro acima, a questão 10, no pré-teste nenhum estudante conseguiu acertar o resultado, a maioria deixou a questão em branco, somente 8 pessoas tentaram resolver. Já no pós-teste, percebemos que 8 pessoas realizaram a conversão adequada, sendo que três destes resolveram a equação corretamente, outros 12 tentaram resolver e se equivocaram na conversão e somente quatro estudantes deixaram e questão em brando.

Quadro 88: Desempenho dos estudantes na questão 11 dos testes.

ENUNCIADO	NÚMERO DA QUESTÃO	ESCRITA ALGÉBRICA
Margarida viu no quadro-	Q11	$\frac{2 \times 12 - x}{3} = 5$

negro algumas anotações da aula anterior, um pouco apagadas, conforme mostra a figura.  Qual é o número que foi apagado?		CONVERSÃO PARA A ESCRITA ALGÉBRICA QUE REPRESENTA O PROBLEMA E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.					
		PRÁ-TESTE			PÓS-TESTE		
		Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão	Elaborou conversão adequada	Elaborou conversão inadequada	Não elaborou conversão
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	Resolveu e acertou a equação				E8, E10, E14, E16, E21, E22,		
	Resolveu e acertou parcialmente a equação				E12, E15, E17, E24, E25, E27, E28.		
	Resolveu e errou a equação			E6, E7, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E21, E23	E1, E2, E3, E4, E9, E23	E5, E11, E18,	E13,
	Não resolveu a equação			E1, E2, E3, E4, E5, E8, E14, E16, E17, E19, E22, E24, E25, E26, E27			E6, E7,

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

E por fim, a questão 11 mostrada acima, observamos que nenhum dos participantes conseguiu resolver, sendo que a maioria deixou em branco. No pós-teste, percebemos uma acentuada evolução, pois seis participantes resolveram corretamente, mais sete realizaram a conversão corretamente, dez se equivocaram na conversão e erraram e somente dois deixaram em branco.

Considerando o resultado de cada estudante no pós-teste, e a frequência nas aulas de resolução de problemas do 1º grau, construímos um quadro relacionando esses dados com a escala de referência da matriz SAEB realizando as devidas adaptações. Vejamos o quadro de referência e em seguida o quadro de escalas por estudante.

Quadro 89: Escala de proficiência relacionando números de questões certas e percentual

Escala de proficiência	**Questões**	**%**
Insuficiente	0-1	[0 à 10]
Perto do básico	2-3	]10- 30]
Básico	4-5	]30- 50]
Proficiente	6-8	]50-80]
Avançado	9-10	]80- 100]

Fonte: adaptado matriz de proficiência SAEB

Quadro 90: Escalas por estudante relacionando frequência e acerto no pós-teste.

	Aulas de Resolução de problemas do 1º grau				**% (P)**	**Acertos (%)**		**Escala**
Estudante	**A19**	**A20**	**A21**	**A22**		Pré-Teste	Pós-Teste	
E1	P	P	P	P	100%	0%	55%	Proficiente
E2	P	P	P	P	100%	18%	73%	Proficiente
E3	P	P	P	P	91%	18%	73%	Proficiente
E4	F	F	P	F	25%	18%	45%	Básico
E5	F	P	P	F	50%	0%	33%	Básico
E6	P	P	P	F	75%	9%	73%	Proficiente
E7	P	P	P	F	75%	9%	55%	Proficiente
E8	P	P	P	P	100%	9%	100%	Avançado
E9	P	P	P	P	100%	9%	73%	Proficiente
E10	P	P	P	P	100%	0%	75%	Proficiente
E11	P	P	P	P	100%	0%	64%	Proficiente
E12	P	P	P	P	100%	0%	45%	Básico
E13	P	P	P	P	100%	0%	27%	Perto do básico
E14	P	P	P	P	100%	45%	100%	Avançado

E15	P	P	P	F	75%	9%	55%	Proficiente
E16	P	P	P	P	100%	9%	45%	Básico
E17	P	P	F	P	75%	0%	27%	Perto do básico
E18	P	F	P	P	75%	0%	36%	Básico
E19	P	F	P	F	50%	0%	55%	Proficiente
E20	P	F	F	F	25%	0%	27%	Perto do básico
E21	P	P	P	P	100%	0%	67%	Proficiente
E22	P	P	P	F	75%	0%	64%	Proficiente
E23	P	P	P	F	75%	0%	18%	Perto do básico
E24	F	P	P	P	75%	0%	55%	Proficiente
E25	P	P	P	P	100%	0%	55%	Proficiente
E26	P	P	P	P	100%	0%	55%	Proficiente
E27	F	P	P	P	75%	0%	55%	Proficiente
E28	P	P	P	P	100%	9%	64%	Proficiente

Fonte: o próprio autor

Observando o quadro 90, podemos perceber que a maioria dos estudantes participantes, conseguiu o nível proficiente ou avançado, somente quatro ficaram perto do básico.

6.3.1. Considerações da análise da parte III do experimento

A fase III, representou a consolidação das habilidades que foram desenvolvidas nas fases I e II, onde trabalhamos a resolução de problemas do primeiro grau. Acompanhando o desenvolvimento da turma, registramos um acentuado avanço em relação a nossa fase inicial. Temos que considerar que muitos fatores, acabam interferindo e dificultando um melhor desempenho, fatores como, deficiência principalmente em leitura e interpretação de texto compromete consideravelmente o processo.

Mas, no geral os pontos positivos são extremamente maiores e nos deixa mais esperançoso em relação a educação, principalmente a educação matemática.

6.3.2. Teste de hipóteses

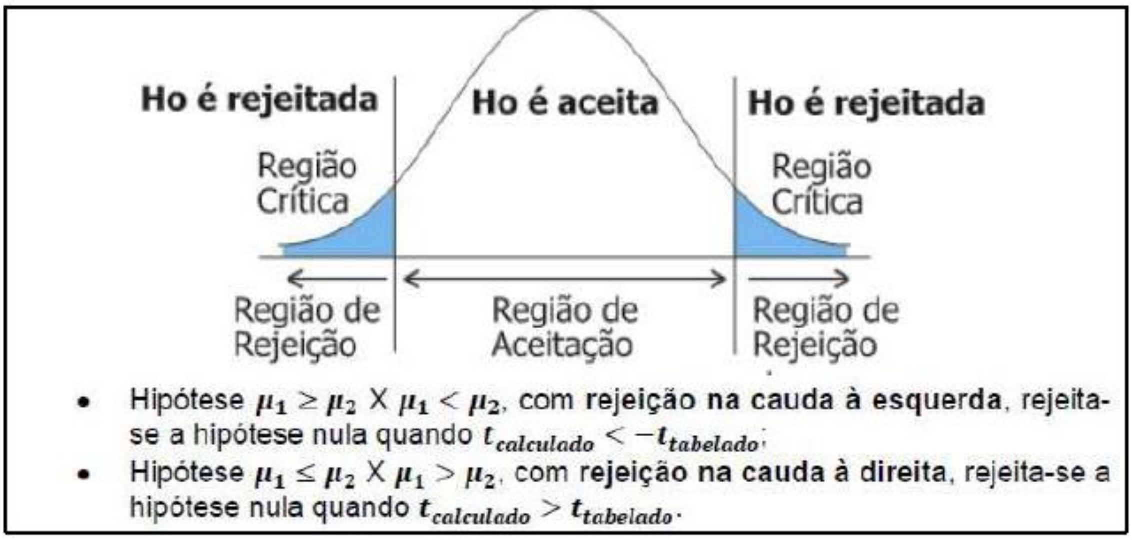
A fim de compreender e analisar as informações geradas pelos pré-testes e pós-testes de resolução de problemas do primeiro grau, é crucial questionar se as experiências dos participantes de nossa pesquisa seriam replicadas por todos os outros estudantes nas mesmas condições. Os resultados obtidos foram eventos isolados ou decorreram da implementação da sequência didática?

Dessa forma, optamos por utilizar o teste de hipótese para tomar a decisão mais adequada. Pois vejamos:

> Um teste de hipótese é um processo que usa estatísticas amostrais para tentar uma afirmação sobre o valor de um parâmetro populacional. Uma afirmação sobre um parâmetro populacional é chamada hipótese estatística. Para testar uma afirmação sobre um parâmetro populacional, você deve especificar, cuidadosamente, um par de hipóteses – uma que represente a afirmação e outra, seu complemento. Quando uma dessas hipóteses é falsa, a outra deve ser verdadeira. Qualquer uma das hipóteses – **a hipótese nula ou a hipótese alternativa** – pode representar a afirmação original (LARSON; FARBER, 2016, p. 323-324).

Conforme Levin e Fox (2004), devemos respeitar as regras de rejeição da hipótese nula no teste unilateral t explicitado na seguinte figura:

Figura 9: Regras de rejeição da hipótese nula em teste unilateral t.



Fonte: Adaptado de Levin e Fox (2004)

No quadro 91 a seguir, mostraremos as notas absolutas dos estudantes nos testes de resolução de problemas do primeiro grau, com suas respetivas diferenças.

Quadro 91: Notas absolutas dos estudantes nos testes.

Alunos	Pré-Teste	Pós-Teste	Diferença	Desv. Da Diferença	Covariância
	X	Y	D	D - DM	(D - DM)^2
A1	0	5,5	5,5	0,48	0,225625
A2	1,8	7,3	5,5	0,48	0,225625
A3	1,8	7,3	5,5	0,48	0,225625
A4	1,8	4,5	2,7	-2,33	5,405625
A5	0	3,3	3,3	-1,73	2,975625
A6	0,9	7,3	6,4	1,38	1,890625

A7	0,9	5,5	4,6	-0,43	0,180625
A8	0,9	10	9,1	4,08	16,605625
A9	0,9	7,3	6,4	1,38	1,890625
A10	0	7,5	7,5	2,48	6,125625
A11	0	6,4	6,4	1,38	1,890625
A12	0	4,5	4,5	-0,52	0,275625
A13	0	2,7	2,7	-2,33	5,405625
A14	4,5	10	5,5	0,48	0,225625
A15	0,9	5,5	4,6	-0,43	0,180625
A16	0,9	4,5	3,6	-1,43	2,030625
A17	0	2,7	2,7	-2,33	5,405625
A18	0	3,6	3,6	-1,43	2,030625
A19	0	5,5	5,5	0,48	0,225625
A20	0	2,7	2,7	-2,33	5,405625
A21	0	6,7	6,7	1,68	2,805625
A22	0	6,4	6,4	1,38	1,890625
A23	0	1,8	1,8	-3,23	10,400625
A24	0	5,5	5,5	0,48	0,225625
A25	0	5,5	5,5	0,48	0,225625
A26	0	5,5	5,5	0,48	0,225625
A27	0	5,5	5,5	0,48	0,225625
A28	0,9	6,4	5,5	0,48	0,225625
SOMA	**16,2**	**156,9**	**140,70**	**0,00**	**75,05**
MÉDIA	**0,58**	**5,60**	**5,02**		**2,78**

Fonte: Pesquisa de campo (2023)

Assim, de acordo com os dados expressos no quadro anterior, temos que as médias de acertos no pré-teste ($\bar{X}$), no pós-teste ($\bar{Y}$) e da diferença entre e pré-teste e pós-teste ($\bar{D}$) são respectivamente: 0,58; 5,60 e 5,02.

Diante disso, sendo n = 28, no passo seguinte calculamos a Variância (s^2) da diferença das notas dos testes, seguindo a seguinte expressão:

$$\boldsymbol{s^2 = \frac{\sum(d - \bar{D})^2}{n - 1} = 2,78}$$

Em seguida, calculamos o Desvia Padrão (S) da diferença das notas dos testes, dada pela expressão:

$$s_a = \sqrt{s^2} = 1,67$$

O Erro Padrão ($s_{\bar{d}}$) da diferença entre as médias é dado por:

$$s_{\bar{d}} = \frac{s_d}{\sqrt{n-1}} = 0,32$$

Diante disso, calculamos o valor de t dado por:

$$T_{Calculado} = \mathrm{t} = \frac{\bar{\mathrm{x}} - \bar{\mathrm{y}}}{\mathrm{s}_{\bar{\mathrm{d}}}} = -15,66$$

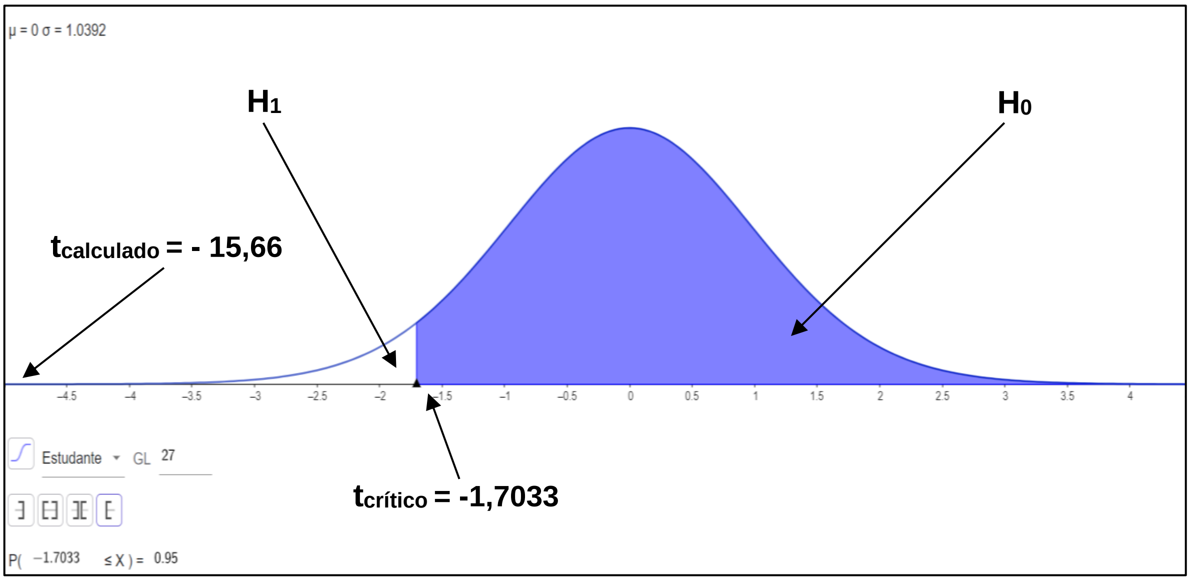
A avaliação das discrepâncias nas pontuações entre o pré-teste e o pós-teste da Sequência Didática para o Ensino de equação e problemas do primeiro grau demanda a elaboração de hipóteses nulas e alternativas, a determinação de um nível de significância, a escolha do teste científico adequado e a análise dos resultados obtidos. Assim, com base nos dados coletados, o próximo passo consiste na realização dos testes das hipóteses. Para tal, é necessário:

• Hipótese Nula (H0): $\mu 1 \geq \mu 2$, isto é, não há diferença significativa entre as notas antes e depois da Sequência Didática;

• Hipótese Alternativa (H1): $\mu 1 < \mu 2$, isto é, há diferença significativa entre as notas antes e depois da Sequência Didática.

A seguir, apresentaremos o gráfico de hipótese, uma ferramenta visual que facilita a interpretação dos resultados de um teste estatístico. Esse gráfico representa as distribuições das amostras sob a hipótese nula, permitindo a identificação de regiões críticas, o que auxilia na determinação se os resultados observados são estatisticamente significativos. Nesse contexto, empregaremos o gráfico de hipótese para examinar a discrepância nas pontuações entre o pré-teste e o pós-teste de nossa sequência didática ensino de equação e problemas do primeiro grau, com o objetivo de avaliar sua eficácia educacional.

Gráfico 19: Diagrama T de Student (Teste de Hipótese)



Fonte: Experimentação (2023).

Este é um teste unilateral a esquerda com um nível de significância α= 0,05 (5%). Neste caso, tem-se um valor calculado de t muito baixo, $\mathbf{t}_{\mathbf{calculado}}$ = -15,66, e um valor crítico de $\mathbf{t}_{\mathbf{crítico}}$ = -1,7033, com 27 graus de liberdade. Assim, dado que o valor calculado de t está muito além do valor crítico, significa que há evidências estatísticas para rejeitar a hipótese nula, pois o tcalculado < tcrítico, visto que – 15,66 < -1,7033. Em outras palavras, os dados estatísticos fornecem forte suporte para rejeitar a hipótese nula em favor da hipótese alternativa, indicando que há uma diferença significativa na média que está sendo testada.

Portanto, é possível afirmar de maneira clara que a utilização da Sequência Didática indica uma notável melhoria no desempenho de resolução de problemas do primeiro grau. Além disso, sugere que os alunos assimilaram efetivamente os conceitos apresentados, demonstrando maior habilidade na aplicação do conhecimento durante o pós-teste em comparação ao que sabiam antes da sequência didática.

Assim sendo, a evolução no desempenho dos alunos constitui um indicador positivo da eficácia da sequência didática e do êxito das estratégias de ensino adotadas. Isso implica que os alunos foram capazes de assimilar e internalizar o conteúdo de maneira significativa, alcançando, desse modo, o objetivo essencial de qualquer processo de ensino.

6.3.3. TESTE DE FISHER

A fim de examinar os potenciais, influências dos fatores socioeconômicos no desempenho dos alunos no pós-teste, utilizou-se, nesta pesquisa, o teste Exato de Fisher, estabelecendo um nível de significância de 5%. Segundo Giolo (2018), esse nível de significância é fundamental para determinar a probabilidade de que qualquer associação ou diferença observada entre as variáveis seja puramente devido ao acaso. Assim, ao fixarmos um limite de significância de 5%, almejamos obter evidências estatísticas robustas que esclareçam se os fatores socioeconômicos tiveram ou não um papel significativo no desempenho dos alunos no pós-teste, ao mesmo tempo em que reduzimos as possibilidades de conclusões precipitadas.

Neste contexto, o propósito deste estudo é examinar a possível influência dos dados socioeconômicos dos estudantes em seu desempenho no pós-teste. Para atingir esse objetivo, optaremos pelo teste Exato de Fisher, uma ferramenta estatística apropriada para cenários com conjuntos de dados reduzidos e valores esperados baixos, assegurando uma análise precisa e confiável. Nesse sentido, para facilitar a condução das análises, utilizaremos o software estatístico JAMOVI, reconhecido por sua abordagem acessível, gratuita e de código aberto para a realização de análises estatísticas rigorosas.

6.3.3.1. Associação entre o gosto pela matemática versus hábitos de estudos

O propósito desta análise é investigar a possível relação entre a associação entre o gosto pela matemática versus hábitos de estudos. Vamos utilizar o teste exato de Fisher para determinar se há uma associação estatisticamente significativa entre essas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o gosto pela matemática versus hábitos de estudos.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o gosto pela matemática versus hábitos de estudos.

Tabela 1: Contingência entre o gosto pela matemática versus hábitos de estudos.

GOSTO PELA MATEMÁTICA		HÁBITO DE ESTUDOS						Total
		Todo dia	Só no período de prova	Todo dia	Somente nos finais de semana	Só na véspera da prova	Não estudo fora da escola.	
Adoro	Observado	0	3	0	2	1	1	7
	Esperado	0.280	1.96	0.560	1.400	0.560	2.24	7.00
Gosto um pouco	Observado	0	2	2	3	1	1	9
	Esperado	0.360	2.52	0.720	1.800	0.720	2.88	9.00
Suporto	Observado	0	1	0	0	0	4	5
	Esperado	0.200	1.40	0.400	1.000	0.400	1.60	5.00
Não gosto	Observado	1	1	0	0	0	2	4
	Esperado	0.160	1.12	0.320	0.800	0.320	1.28	4.00
Total	Observado	1	7	2	5	2	8	25
	Esperado	1.000	7.00	2.000	5.000	2.000	8.00	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.310
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido nessa amostra no Teste de Fisher é 0. 310. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e o hábito de estudos nesta amostra de alunos.

6.3.3.2. Associação entre o gosto pela matemática versus quem auxilia nas tarefas extraclasse.

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre o gosto pela matemática e quem auxilia nas tarefas. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

- Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o gosto pela matemática versus quem auxilia nas tarefas.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o gosto pela matemática versus quem auxilia nas tarefas.

Tabela 2: Contingência entre o gosto pela matemática versus quem auxilia nas tarefas.

GOSTO PELA MATEMÁTICA		QUEM AUXÍLIA NAS TAREFAS		
		Família	Ninguém	Total
Adoro	Observado	2	5	7
	Esperado	3.64	3.36	7.00
Gosto um pouco	Observado	7	2	9
	Esperado	4.68	4.32	9.00
Suporto	Observado	2	3	5
	Esperado	2.60	2.40	5.00
Não gosto	Observado	1	2	3
	Esperado	1.56	1.44	3.00
Total	Observado	13	12	25
	Esperado	13.00	12.00	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.229
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0. 229. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e quem auxilia nas tarefas extraclasse nesta amostra de alunos.

6.3.3.3. Associação entre o gosto pela matemática versus notas

Esta análise visa investigar a relação o gosto pela matemática versus notas. Utilizaremos o valor de p obtido a partir do teste exato de Fisher para determinar se há uma associação significativa entre essas duas variáveis. Para isso, adotamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o gosto pela matemática versus notas.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o gosto pela matemática versus notas.

Tabela 3: Contingência entre o gosto pela matemática versus notas.

GOSTO PELA MATEMÁTICA		NOTAS Abaixo da média	Na média	Acima da média	Total
Adoro	Observado	1	1	5	7
	Esperado	2.24	3.08	1.680	7.00
Gosto um pouco	Observado	4	5	0	9
	Esperado	2.88	3.96	2.160	9.00
Suporto	Observado	0	5	0	5
	Esperado	1.60	2.20	1.200	5.00
Não gosto	Observado	3	0	1	4
	Esperado	1.28	1.76	0.960	4.00
Total	Observado	8	11	6	25
	Esperado	8.00	11.00	6.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		< .001
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido **é menor** que 0. 001. Em geral, um valor-p menor que 0.05 **é considerado estatisticamente significativo**. Neste caso, o valor-p é muito menor que 0.05, o que sugere que há evidência suficiente para afirmar que **existe uma associação** significativa entre o gosto pela matemática e as notas nesta amostra de alunos.

6.3.3.4. Associação entre o gosto pela matemática versus interesse

Esta análise tem como objetivo examinar a relação entre o gosto pela matemática versus interesse dos alunos. Utilizaremos o valor de p obtido a partir do teste exato de Fisher para determinar se há uma associação significativa entre essas duas variáveis. Para isso, adotamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o gosto pela matemática versus interesse.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o gosto pela matemática versus interesse.

Tabela 4: Contingência entre o gosto pela matemática versus interesse.

GOSTO PELA MATEMÁTICA		INTERESSE			Total
		Às vezes	Sim	Não	
Adoro	Observado	2	4	1	7
	Esperado	3.64	2.24	1.120	7.00
Gosto um pouco	Observado	6	2	1	9
	Esperado	4.68	2.88	1.440	9.00
Suporto	Observado	3	2	0	5
	Esperado	2.60	1.60	0.800	5.00
Não gosto	Observado	2	0	2	4
	Esperado	2.08	1.28	0.640	4.00
Total	Observado	13	8	4	25
	Esperado	13.00	8.00	4.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.327
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0. 327.Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e o interesse nesta amostra de alunos.

6.3.3.5. Associação entre o gosto pela matemática versus Distração

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre o gosto pela matemática versus distração. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o gosto pela matemática versus Distração.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o gosto pela matemática versus Distração.

Tabela 5: Contingência entre o gosto pela matemática versus distração.

GOSTO PELA MATEMÁTICA		DISTRAÇÃO Sim	Não	Às vezes	Total
Adoro	Observado	1	3	3	7
	Esperado	1.680	1.96	3.36	7.00
Gosto um pouco	Observado	1	3	5	9
	Esperado	2.160	2.52	4.32	9.00
Suporto	Observado	2	1	2	5
	Esperado	1.200	1.40	2.40	5.00
Não gosto	Observado	2	0	2	4
	Esperado	0.960	1.12	1.92	4.00
Total	Observado	6	7	12	25
	Esperado	6.000	7.00	12.00	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.686
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.686. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre o gosto pela matemática e a distração nesta amostra de alunos.

6.3.3.6. Associação entre hábitos de estudos versus quem auxilia

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre o hábito de estudo versus quem auxilia. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o hábito de estudo versus quem auxilia.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o hábito de estudo versus quem auxilia.

Tabela 6: Contingência entre o gosto pela matemática versus quem auxilia nas tarefas.

		QUEM AUXÍLIA NAS TAREFAS		
HÁBITO DE ESTUDOS		**Família**	**Ninguém**	**Total**
Todo dia	Observado	1	0	1
	Esperado	0.520	0.480	1.00
Só no período de prova	Observado	4	3	7
	Esperado	3.640	3.360	7.00
Todo dia	Observado	2	0	2
	Esperado	1.040	0.960	2.00
Somente nos finais de semana	Observado	2	3	5
	Esperado	2.600	2.400	5.00
Só na véspera da prova	Observado	1	1	2
	Esperado	1.040	0.960	2.00
Não estudo fora da escola.	Observado	3	5	8
	Esperado	4.160	3.840	8.00
Total	Observado	13	12	25
	Esperado	13.000	12.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	**p**
Teste Exato de Fisher		0.760
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.760. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre o hábito de estudo versus quem auxilia nesta amostra de alunos.

6.3.3.7. Associação entre hábitos de estudos versus notas

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre o hábito de estudo versus notas. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o hábito de estudo versus notas.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o hábito de estudo versus notas.

Tabela 7: Contingência entre hábito de estudo versus notas.

HÁBITO DE ESTUDOS		NOTAS			Total
		Abaixo da média	**Na média**	**Acima da média**	
Todo dia	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.320	0.440	0.240	1.00
Só no período de prova	Observado	3	2	2	7
	Esperado	2.240	3.080	1.680	7.00
Todo dia	Observado	1	1	0	2
	Esperado	0.640	0.880	0.480	2.00
Somente nos finais de semana	Observado	0	3	2	5
	Esperado	1.600	2.200	1.200	5.00
Só na véspera da prova	Observado	0	1	1	2
	Esperado	0.640	0.880	0.480	2.00
Não estudo fora da escola.	Observado	3	4	1	8
	Esperado	2.560	3.520	1.920	8.00
Total	Observado	8	11	6	25
	Esperado	8.000	11.000	6.000	25.00

HÁBITO DE ESTUDOS	NOTAS Abaixo da média	Na média	Acima da média	Total

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.702
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.702. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre o hábito de estudo versus notas nesta amostra de alunos.

6.3.3.8. Associação entre hábitos de estudos versus interesse

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre hábitos de estudos versus interesse. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o hábito de estudos versus interesse.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o hábito de estudos versus interesse.

Tabela 8: Contingência entre hábito de estudo versus interesse.

HÁBITO DE ESTUDOS		INTERESSE Às vezes	Sim	Não	Total
Todo dia	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.520	0.320	0.160	1.00
Só no período de prova	Observado	2	3	2	7
	Esperado	3.640	2.240	1.120	7.00
Todo dia	Observado	1	1	0	2
	Esperado	1.040	0.640	0.320	2.00

HÁBITO DE ESTUDOS		INTERESSE			Total
		Às vezes	Sim	Não	
Somente nos finais de semana	Observado	3	2	0	5
	Esperado	2.600	1.600	0.800	5.00
Só na véspera da prova	Observado	2	0	0	2
	Esperado	1.040	0.640	0.320	2.00
Não estudo fora da escola.	Observado	4	2	2	8
	Esperado	4.160	2.560	1.280	8.00
Total	Observado	13	8	4	25
	Esperado	13.000	8.000	4.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.911
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.911. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre os hábitos de estudos versus interesse nesta amostra de alunos.

6.3.3.9. Associação entre hábitos de estudos versus distração

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre hábitos de estudos versus distração. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

- Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre os hábitos de estudos versus distração.
- Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre os hábitos de estudos versus distração.

Tabela 9: Contingência entre hábito de estudo versus distração.

HÁBITO DE ESTUDOS		DISTRAÇÃO Sim	Não	Às vezes	Total
Todo dia	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.240	0.280	0.480	1.00
Só no período de prova	Observado	0	2	5	7
	Esperado	1.680	1.960	3.360	7.00
Todo dia	Observado	0	1	1	2
	Esperado	0.480	0.560	0.960	2.00
Somente nos finais de semana	Observado	0	1	4	5
	Esperado	1.200	1.400	2.400	5.00
Só na véspera da prova	Observado	1	1	0	2
	Esperado	0.480	0.560	0.960	2.00
Não estudo fora da escola.	Observado	4	2	2	8
	Esperado	1.920	2.240	3.840	8.00
Total	Observado	6	7	12	25
	Esperado	6.000	7.000	12.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	gl	p
Teste Exato de Fisher			0.117
N	25		

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.117. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre os hábitos de estudos versus distração nesta amostra de alunos.

6.3.3.9. Associação entre quem auxilia versus notas

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre auxilia versus notas. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o auxilia versus notas.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o auxilia versus notas.

Tabela 10: Contingência entre quem auxilia versus notas.

QUEM AUXILIA NAS TAREFAS		NOTAS: Abaixo da média	Na média	Acima da média	Total
Família	Observado	6	6	1	13
	Esperado	4.16	5.72	3.12	13.0
Ninguém	Observado	2	5	5	12
	Esperado	3.84	5.28	2.88	12.0
Total	Observado	8	11	6	25
	Esperado	8.00	11.00	6.00	25.0

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.121
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.121. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre o auxilia versus notas distração nesta amostra de alunos.

6.3.3.10. Associação entre auxilia versus interesse

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre auxilia versus interesse. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o auxilia versus interesse.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o auxilia versus interesse.

Tabela 11: Contingência entre quem auxilia versus interesse

QUEM AUXILIA NAS TAREFAS		INTERESSE			
		Às vezes	Sim	Não	Total
Família	Observado	5	5	3	13
	Esperado	6.76	4.16	2.08	13.0
Ninguém	Observado	8	3	1	12
	Esperado	6.24	3.84	1.92	12.0
Total	Observado	13	8	4	25
	Esperado	13.00	8.00	4.00	25.0

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.358
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.358. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre o auxilia versus interesse nesta amostra de alunos.

6.3.3.12. Associação entre auxilia versus distração

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre auxilia versus distração. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre o auxilia versus distração.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre o auxilia versus distração.

Tabela 12: Contingência entre quem auxilia versus distração

QUEM AUXILIA NAS TAREFAS		DISTRAÇÃO Sim	Não	Às vezes	Total
Família	Observado	4	2	7	13
	Esperado	3.12	3.64	6.24	13.0
Ninguém	Observado	2	5	5	12
	Esperado	2.88	3.36	5.76	12.0
Total	Observado	6	7	12	25
	Esperado	6.00	7.00	12.00	25.0

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.346
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.346. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre o auxilia versus distração nesta amostra de alunos.

6.3.3.13. Associação entre notas versus interesse

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre notas versus interesse. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre notas versus interesse.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre notas versus interesse.

Tabela 13: Contingência entre notas versus interesse

NOTAS		INTERESSE			
		Às vezes	Sim	Não	Total
Abaixo da média	Observado	4	0	4	8
	Esperado	4.16	2.56	1.280	8.00
Na média	Observado	6	5	0	11
	Esperado	5.72	3.52	1.760	11.00
Acima da média	Observado	3	3	0	6
	Esperado	3.12	1.92	0.960	6.00
Total	Observado	13	8	4	25
	Esperado	13.00	8.00	4.000	25.00

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.017
N	25	

Fonte: Experimentação (2023

Igor valor-p obtido é 0.017. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é menor que 0.05, o que sugere que há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre notas versus interesse nesta amostra de alunos.

6.3.3.14. Associação entre notas versus distração

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre notas versus distração. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre notas versus distração.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre notas versus distração.

Tabela 14 :Contingência entre notas versus distração

NOTAS		DISTRAÇÃO			
		Sim	Não	Às vezes	Total
Abaixo da média	Observado	3	2	3	8
	Esperado	1.92	2.24	3.84	8.00
Na média	Observado	3	3	5	11
	Esperado	2.64	3.08	5.28	11.00
Acima da média	Observado	0	2	4	6
	Esperado	1.44	1.68	2.88	6.00
Total	Observado	6	7	12	25
	Esperado	6.00	7.00	12.00	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.667
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.667. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre notas versus distração nesta amostra de alunos.

6.3.3.15. Associação entre interesse versus distração

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre interesse versus distração. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre interesse versus distração.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre interesse versus distração.

Tabela 15: Contingência interesse versus distração

INTERESSE		DISTRAÇÃO Sim	Não	Às vezes	Total
Às vezes	Observado	3	4	6	13
	Esperado	3.120	3.64	6.24	13.00
Sim	Observado	1	3	4	8
	Esperado	1.920	2.24	3.84	8.00
Não	Observado	2	0	2	4
	Esperado	0.960	1.12	1.92	4.00
Total	Observado	6	7	12	25
	Esperado	6.000	7.00	12.00	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.655
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.655. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre interesse versus distração nesta amostra de alunos.

6.3.3.16. Gosto pela matemática versus nota no pós-teste

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre gosto pela matemática versus nota no pós-teste. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre gosto pela matemática versus nota no pós-teste.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre gosto pela matemática versus nota no pós-teste.

Tabela 16: Contingência gosto pela matemática versus nota no pós-teste

GOSTO PELA MATEMÁTICA		NOTAS NO PÓS-TESTE												
		5,5	**7,3**	**4,5**	**3,3**	**4,3**	**7,5**	**6,4**	**2,7**	**10,0**	**3,6**	**6,7**	**1,8**	**Total**
Adoro	Observado	0	0	1	0	1	0	1	2	2	0	0	0	7
	Esperado	1.680	0.840	0.840	0.280	0.280	0.280	0.560	0.840	0.560	0.280	0.280	0.280	7.00
Gosto um pouco	Observado	3	3	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	9
	Esperado	2.160	1.080	1.080	0.360	0.360	0.360	0.720	1.080	0.720	0.360	0.360	0.360	9.00
Suporto	Observado	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	0	1	5
	Esperado	1.200	0.600	0.600	0.200	0.200	0.200	0.400	0.600	0.400	0.200	0.200	0.200	5.00
Não gosto	Observado	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	4
	Esperado	0.960	0.480	0.480	0.160	0.160	0.160	0.320	0.480	0.320	0.160	0.160	0.160	4.00
Total	Observado	6	3	3	1	1	1	2	3	2	1	1	1	25
	Esperado	6.000	3.000	3.000	1.000	1.000	1.000	2.000	3.000	2.000	1.000	1.000	1.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	**p**
Teste Exato de Fisher		0.006
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.006. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é menor que 0.05, o que sugere que há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre gosto pela matemática versus nota no pós-teste nesta amostra de alunos.

6.3.3.17. Quem auxilia versus nota no pós-teste

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre auxilia versus nota no pós-teste. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre auxilia versus nota no pós-teste.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre auxilia versus nota no pós-teste.

Tabela 17: Contingência auxilia versus nota no pós-teste

		QUEM AUXÍLIA NAS TAREFAS		
NOTAS NO PÓS-TESTE		**Família**	**Ninguém**	**Total**
5,5	Observado	4	2	6
	Esperado	3.120	2.880	6.00
7,3	Observado	3	0	3
	Esperado	1.560	1.440	3.00
4,5	Observado	1	2	3
	Esperado	1.560	1.440	3.00
3,3	Observado	1	0	1
	Esperado	0.520	0.480	1.00
4,3	Observado	0	1	1
	Esperado	0.520	0.480	1.00
7,5	Observado	1	0	1
	Esperado	0.520	0.480	1.00
6,4	Observado	2	0	2
	Esperado	1.040	0.960	2.00
2,7	Observado	0	3	3
	Esperado	1.560	1.440	3.00

NOTAS NO PÓS-TESTE		QUEM AUXÍLIA NAS TAREFAS		
		Família	Ninguém	Total
10,0	Observado	1	1	2
	Esperado	1.040	0.960	2.00
3,6	Observado	0	1	1
	Esperado	0.520	0.480	1.00
6,7	Observado	0	1	1
	Esperado	0.520	0.480	1.00
1,8	Observado	0	1	1
	Esperado	0.520	0.480	1.00
Total	Observado	13	12	25
	Esperado	13.000	12.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.109
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.109. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre auxilia versus nota no pós-teste nesta amostra de alunos.

6.3.3. 18 – Quem notas no pós-teste versus interesse

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação entre notas no pós-teste versus interesse. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre auxilia notas no pós-teste versus interesse.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre notas no pós-teste versus interesse.

Tabela 18: Contingência pós-teste versus interesse

NOTAS NO PÓS-TESTE		INTERESSE			Total
		Às vezes	Sim	Não	
5,5	Observado	4	1	1	6
	Esperado	3.120	1.920	0.960	6.00
7,3	Observado	2	1	0	3
	Esperado	1.560	0.960	0.480	3.00
4,5	Observado	2	1	0	3
	Esperado	1.560	0.960	0.480	3.00
3,3	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.520	0.320	0.160	1.00
4,3	Observado	0	1	0	1
	Esperado	0.520	0.320	0.160	1.00
7,5	Observado	0	0	1	1
	Esperado	0.520	0.320	0.160	1.00
6,4	Observado	0	1	1	2
	Esperado	1.040	0.640	0.320	2.00
2,7	Observado	1	2	0	3
	Esperado	1.560	0.960	0.480	3.00
10,0	Observado	1	1	0	2
	Esperado	1.040	0.640	0.320	2.00
3,6	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.520	0.320	0.160	1.00
6,7	Observado	0	0	1	1
	Esperado	0.520	0.320	0.160	1.00
1,8	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.520	0.320	0.160	1.00
Total	Observado	13	8	4	25
	Esperado	13.000	8.000	4.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.752
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.752. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre notas no pós-teste versus interesse nesta amostra de alunos.

6.3.3.19. Associação entre notas no pós-teste hábitos de estudo

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação notas no pós-teste hábitos de estudo. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre notas no pós-teste hábitos de estudo.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre notas no pós-teste hábitos de estudo.

Tabela 19: Contingência pós-teste versus hábitos de estudo

		HÁBITO DE ESTUDOS					
NOTAS NO PÓS-TESTE		**Só no período de prova**	**Todo dia**	**Somente nos finais de semana**	**Só na véspera da prova**	**Não estudo fora da escola.**	**Total**
5,5	Observado	1	1	3	0	1	6
	Esperado	1.680	0.720	1.200	0.4800	1.920	6.00
7,3	Observado	1	1	0	1	0	3
	Esperado	0.840	0.360	0.600	0.2400	0.960	3.00
4,5	Observado	1	0	1	0	1	3
	Esperado	0.840	0.360	0.600	0.2400	0.960	3.00

Tabela 19: Contingência pós-teste versus hábitos de estudo

NOTAS NO PÓS-TESTE		HÁBITO DE ESTUDOS					
		Só no período de prova	Todo dia	Somente nos finais de semana	Só na véspera da prova	Não estudo fora da escola.	Total
3,3	Observado	0	1	0	0	0	1
	Esperado	0.280	0.120	0.200	0.0800	0.320	1.00
4,3	Observado	0	0	1	0	0	1
	Esperado	0.280	0.120	0.200	0.0800	0.320	1.00
7,5	Observado	1	0	0	0	0	1
	Esperado	0.280	0.120	0.200	0.0800	0.320	1.00
6,4	Observado	0	0	0	0	2	2
	Esperado	0.560	0.240	0.400	0.1600	0.640	2.00
2,7	Observado	2	0	0	0	1	3
	Esperado	0.840	0.360	0.600	0.2400	0.960	3.00
10,0	Observado	1	0	0	1	0	2
	Esperado	0.560	0.240	0.400	0.1600	0.640	2.00
3,6	Observado	0	0	0	0	1	1
	Esperado	0.280	0.120	0.200	0.0800	0.320	1.00
6,7	Observado	0	0	0	0	1	1
	Esperado	0.280	0.120	0.200	0.0800	0.320	1.00
1,8	Observado	0	0	0	0	1	1
	Esperado	0.280	0.120	0.200	0.0800	0.320	1.00
Total	Observado	7	3	5	2	8	25
	Esperado	7.000	3.000	5.000	2.0000	8.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.658
N	25	

Fonte: Experimentação (2023)

O valor-p obtido é 0.658. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre notas no pós-teste hábitos de estudo nesta amostra de alunos.

6.3.3.20. Associação entre notas no pós-teste versus notas

O objetivo desta análise é explorar a potencial correlação notas no pós-teste versus notas. Usaremos o Teste Exato de Fisher para verificar se existe uma ligação estatisticamente relevante entre essas duas variáveis. Para isso, levantamos as seguintes hipóteses:

• Hipótese Nula (H0): Não há diferença significativa entre notas no pós-teste versus notas.

• Hipótese Alternativa (H1): Existe uma diferença significativa entre notas no pós-teste versus notas.

Tabela 20: Contingência notas no pós-teste versus notas

		NOTAS			
NOTAS NO PÓS-TESTE		**Abaixo da média**	**Na média**	**Acima da média**	**Total**
5,5	Observado	2	3	1	6
	Esperado	1.920	2.640	1.440	6.00
7,3	Observado	1	2	0	3
	Esperado	0.960	1.320	0.720	3.00
4,5	Observado	0	2	1	3
	Esperado	0.960	1.320	0.720	3.00
3,3	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.320	0.440	0.240	1.00
4,3	Observado	0	0	1	1
	Esperado	0.320	0.440	0.240	1.00
7,5	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.320	0.440	0.240	1.00
6,4	Observado	1	1	0	2
	Esperado	0.640	0.880	0.480	2.00
2,7	Observado	1	1	1	3
	Esperado	0.960	1.320	0.720	3.00
10,0	Observado	0	0	2	2
	Esperado	0.640	0.880	0.480	2.00

NOTAS NO PÓS-TESTE		NOTAS Abaixo da média	Na média	Acima da média	Total
3,6	Observado	0	1	0	1
	Esperado	0.320	0.440	0.240	1.00
6,7	Observado	1	0	0	1
	Esperado	0.320	0.440	0.240	1.00
1,8	Observado	0	1	0	1
	Esperado	0.320	0.440	0.240	1.00
Total	Observado	8	11	6	25
	Esperado	8.000	11.000	6.000	25.00

Testes χ^2

	Valor	p
Teste Exato de Fisher		0.796
N	25	

Fonte: Experimentação (2023

O valor-p obtido é 0.796. Em geral, um valor-p menor que 0.05 é considerado estatisticamente significativo. Neste caso, o valor-p é maior que 0.05, o que sugere que não há evidência suficiente para afirmar que existe uma associação significativa entre notas no pós-teste versus notas nesta amostra de alunos.

Síntese do teste exato de Fisher

No quadro a seguir, apresentamos um resumo dos resultados do teste exato de Fisher (p) com as variáveis analisadas:

Quadro 92: Resumo do teste exato de Fisher

Variáveis	Valor-p de Fisher	Hipótese	Conclusão
Diferença de desempenho nos testes X Frequências dos alunos.	p < 0,001	H_1	Houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre o gosto pela matemática versus hábitos de estudos.	p = 0.310	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.

Diferença entre o gosto pela matemática versus quem auxilia nas tarefas.	p = 0.229	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença de entre o gosto pela matemática versus notas.	p < 0,001	H_1	Houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre o gosto pela matemática versus interesse.	p = 0.327	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre o gosto pela matemática versus distração.	p = 0.686	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre o gosto pela matemática versus quem auxilia nas tarefas.	p = 0.760	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre hábito de estudo versus notas.	p = 0.702	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre hábito de estudo versus interesse.	p = 0.911	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre hábito de estudo versus distração.	p = 0.117	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre quem auxilia versus notas.	p = 0.121	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre quem auxilia versus interesse	p = 0.358	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre quem auxilia versus distração	p = 0.346	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre notas versus interesse	p = 0.017	H_1	Houve associação entre as variáveis analisadas.
Diferença entre notas versus distração	p = 0.667	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.

Diferença entre interesse versus distração	p = 0.655	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Gosto pela matemática versus nota no pós-teste	p = 0.006	H_1	Houve associação entre as variáveis analisadas.
Auxílio nas atividades versus nota no pós-teste.	p = 0.109	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Notas no pós-teste versus interesse.	p = 0.752	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
Notas no pós-teste versus hábitos de estudo.	p = 0.658	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.
E Notas no pós-teste versus notas bimestrais.	p = 0.796	H_0	Não houve associação entre as variáveis analisadas.

Fonte: Experimentação (2023)

Os resultados estatísticos obtidos através do teste exato de Fisher indicam que os fatores socioeconômicos não exercem uma influência significativa no desempenho dos estudantes nos testes. Portanto, ao analisarmos as notas dos alunos tanto no pré-teste quanto no pós-teste, podemos concluir que a aplicação da Sequência Didática para o Ensino de equação e problemas do primeiro grau, resultou em um notável aumento no desempenho dos estudantes. Este fenômeno pode ser interpretado como um indicativo de que a Sequência Didática foi eficaz na consecução de seus objetivos educacionais.

6.4. CONFRONTO ENTRE AS ANÁLISES A PRIORI E A POSTERIORI

A avaliação da validade de uma sequência didática representa um passo crucial no processo de ensino, assegurando que o conteúdo transmitido seja eficiente e esteja alinhado com os objetivos educacionais. No cenário específico do ensino de problemas do primeiro grau, essa validação ganha ainda mais importância, dado que uma compreensão apropriada desse tema é essencial para diversas áreas da matemática e das ciências. Nesse contexto, a validação ocorre por meio da comparação entre as análises prévias e posteriores das atividades, possibilitando uma avaliação minuciosa do planejamento e da eficácia das estratégias pedagógicas.

No quadro a seguir, destacamos a comparação entre a análise prévia e a análise posterior como componente essencial do processo de validação da sequência didática. Essa avaliação, que contrasta nossas expectativas com os resultados efetivos obtidos após a execução das atividades, possibilita a constante melhoria da abordagem de ensino. O objetivo é assegurar que os objetivos educacionais sejam consistentemente atingidos.

Quadro 93: Validação da Sequência Didática

Atividade	Análise a priori	Análise a posteriori	Validação
1	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes apresentem certa dificuldade, pelo fato de ser para eles a primeira experiência relacionada com ensino por atividades. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as substituições das letras pelos números nos primeiros itens, e o preenchimento do quadro, observem que ao adicionar o mesmo valor em ambos os lados da igualdade a igualdade permanece verdadeira. E assim possamos institucionalizar o princípio da adição na igualdade.	Após a realização da atividade proposta, observamos que os alunos conseguiram compreender que uma igualdade permanecer verdadeira temos que somar o mesmo valor em ambos os membros. Todos os grupos perceberam que a igualdade se tornava verdadeira se utilizassem o mesmo número e falsa se utilizassem números diferentes. Mas somente um grupo apresentou uma conclusão desejada	Positiva
2	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentem dificuldade para desenvolver, pelo fato de já terem realizado a de adição que foi a anterior. Assim, esperamos que os discentes, após as substituições das letras pelos números nos primeiros itens, e o preenchimento do quadro, observem que ao subtrair o mesmo valor em ambos os lados da igualdade a igualdade permanece verdadeira. E assim possamos institucionalizar o princípio da subtração na igualdade.	A maioria dos grupos chegou a uma conclusão válida. No entanto, enfrentaram dificuldades ao expressá-la de maneira que se aproximasse mais da institucionalização. Portanto, a atividade foi eficaz em auxiliar os alunos a compreenderem e aplicarem o princípio aditivo da igualdade. Essa compreensão é valiosa, pois permite que os alunos utilizem essa ferramenta matemática em diversos contextos para resolver problemas.	Positiva

3	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes a princípio apresentem certa dificuldade, pelo fato de ser para eles a primeira experiência relacionada com ensino por atividades envolvendo a resolução de equação. Ainda assim, esperamos que os discentes, ao utilizarem o princípio da adição e da subtração na igualdade, consigam resolver as equações e consigam encontrar os valores desconhecidos.	Com base nos exemplos resolvidos no quadro, os alunos conseguiram estabelecer de maneira clara a relação entre o princípio aditivo da igualdade, abordado nas atividades 1 e 2, e a resolução das sentenças propostas. Vale ressaltar como ponto positivo das resoluções apresentados pelas duplas no decorrer da atividade, foi que todas, mesmo as que não chegaram no resultado correto das sentenças, usaram o princípio aditivo da igualdade em suas resoluções, ou seja, os erros ocorreram por outros fatores.	Positiva
4	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentem dificuldade para desenvolver, pelo fato de já terem realizado a de adição e subtração. Assim, esperamos que os discentes, após as substituições das letras pelos números nos primeiros itens, e o preenchimento do quadro, observem que ao multiplicar o mesmo valor em ambos os lados da igualdade a igualdade permanece verdadeira. E assim possamos institucionalizar o princípio da multiplicação na igualdade.	Ao reconhecerem a familiaridade com a atividade, os alunos demonstraram motivação e buscaram menos orientação do professor para preenchê-la. No entanto, ainda foi possível observar obstáculos na execução da operação, onde alguns, em vez de multiplicar, optavam por somar. Apesar disso, o procedimento para realizar a atividade foi conduzido corretamente. Através das conclusões apresentados por eles, podemos perceber que todas as equipes conseguiram perceber que uma igualdade permanece verdadeira se multiplicarmos em ambos os membros o mesmo valor.	Positiva
5	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentem dificuldade para desenvolver, pelo fato	Como na atividade 4, os alunos ao reconhecerem a familiaridade com a atividade,	Positiva

	de já terem realizado a de adição, subtração e multiplicação anteriormente. Assim, esperamos que os discentes, após as substituições das letras pelos números nos primeiros itens, e o preenchimento do quadro, observem que ao dividir o mesmo valor em ambos os lados da igualdade a igualdade permanece verdadeira. E assim possamos institucionalizar o princípio da divisão na igualdade.	os alunos demonstraram motivação e buscaram menos orientação do professor para preenchê-la. No entanto, ainda foi possível observar obstáculos na execução da operação, onde alguns, em vez de dividir, optavam por somar. Apesar disso, com a orientação do professor o procedimento para realizar a atividade foi conduzido corretamente. Um total de 85,71% dos discentes conseguiram compreender que uma igualdade se mantém verdadeira ao dividirmos pelo mesmo valor em ambos os membros.	
6	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes já não apresentem muita dificuldade, pelo fato de já terem resolvida outras parecida envolvendo adição, subtração e multiplicação. Ainda assim, esperamos que os discentes, ao utilizarem o princípio da divisão na igualdade, consigam resolver as equações e consigam encontrar os valores desconhecidos.	Comparando com o desempenho na atividade 3, as duplas tiveram um avanço significativo. Se observamos, não tivemos nenhuma sentença com mais de 50% de erro. Ressaltando que em todas as resoluções apresentadas pelas duplas no decorrer da atividade, foi aplicando o princípio multiplicativo da igualdade.	Positiva
7	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes a princípio apresentem dificuldade, pelo fato de ser equações envolvendo tanto o princípio aditivo e o multiplicativo da igualdade. Ainda assim, esperamos que os discentes, ao utilizarem o princípio da igualdade corretamente, consigam resolver as	Comparando com o desempenho nas atividades 3 e 4, as duplas tiveram um avanço significativo. Se observamos, não tivemos nenhuma sentença com mais de 50% de erro. Ressaltando que em todas as resoluções apresentadas pelas duplas	Positiva

	equações e consigam encontrar os valores desconhecidos.	no decorrer da atividade, foi aplicando o princípio multiplicativo da igualdade.	
8	Acreditamos que nesta atividade, a princípio os discentes terão certa dificuldade em realizar as conversões, por ser a primeira vez que realizarão atividade desse tipo. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica do tipo: ax + b = c	Apesar de ser a primeira atividade desta natureza, com os alunos seguindo o passo a passo proposto, todas as duplas conseguiram realizar as conversões de maneira adequada.	Positiva
9	Acreditamos que nesta atividade, a princípio os discentes terão certa dificuldade em criar os enunciados e realizar as conversões, por ser a primeira vez que realizarão atividade desse tipo. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam criar e converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica do tipo: ax + b = c	A maioria das equipes compreendeu as instruções e, com nossa assistência, conseguiu criar e converter os cinco enunciados solicitados na atividade. Duas equipes, no entanto, conseguiram elaborar apenas três enunciados. Destaca-se a concentração e dedicação dos estudantes durante a execução da atividade.	Positiva
10	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes apresentem certa dificuldade, pelo fato de ser para eles a primeira experiência com esse tipo de atividades. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações da multiplicação por dois, e o preenchimento do quadro, observem que todo número par pode ser escrito como um produto por dois. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de um número par.	Conforme ilustrado no quadro de conclusões, 67% dos alunos conseguiram compreender que um número é par quando pode ser representado como um produto de 2, ou seja, pode ser dividido por dois, resultando em um resto igual a zero.	Positiva

11	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão certa dificuldade, pelo fato de já terem a experiência da atividade anterior sobre números pares. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações da multiplicação por dois, e o preenchimento do quadro, observem que todo número ímpar não pode ser escrito como um produto por dois. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de um número ímpar.	Com base nos dados do quadro de conclusões e nas nossas impressões durante a execução da atividade, a maioria dos alunos conseguiu entender que um número é ímpar quando é resultado da multiplicação por 2, acompanhada da soma ou subtração de uma unidade. Contudo, em relação à formalização das conclusões, ainda enfrentaram desafios.	Positiva
12	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão dificuldade, pelo fato de já terem a experiência das atividades anteriores sobre números pares e ímpares. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações das subtrações, e o preenchimento do quadro, observem que os números consecutivos, são números que se sucedem e vem logo depois do outro. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de números consecutivos.	Considerando os dados do quadro de conclusões e nossas observações durante a realização da atividade, notamos que 67% dos alunos conseguiram compreender que números consecutivos são aqueles que vêm imediatamente depois de outros da mesma característica.	Positiva
13	Acreditamos que nesta atividade, os discentes não terão dificuldade em realizar as conversões, pelo motivo de já terem realizado esse tipo de atividade. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica do tipo: $ax + b = c$	A atividade foi realizada com aproveitamento de 100% pela maioria dos estudantes.	Positiva
14	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão dificuldade, pelo fato de já terem a	Considerando os dados do quadro de conclusões e o acompanhamento da realização	Positiva

	experiência da atividade anterior sobre números consecutivos simples. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações das subtrações, e o preenchimento do quadro, observem que os números pares consecutivos, são números que seguem em ordem, ou seja, aumentam em duas unidades e são divisíveis por 2. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de números pares consecutivos.	da atividade, notamos que 83% dos alunos conseguiram compreender que números consecutivos pares, são aqueles que se seguem em ordem, ou seja, aumentam em duas unidades e são divisíveis por 2, como 2, 4, 6, 8, etc.	
15	Acreditamos que nesta atividade, os discentes não terão dificuldade em realizar as conversões, pelo motivo de já terem realizado esse tipo de atividade. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica.	A atividade foi realizada com aproveitamento de 100% pela maioria dos estudantes.	Positiva
16	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão dificuldade, pelo fato de já terem a experiência da atividade anterior sobre números consecutivos simples e pares consecutivos. Ainda assim, esperamos que os discentes, após as verificações das subtrações, observem que os números ímpares consecutivos, são números que seguem em ordem, ou seja, aumentam em duas unidades e não são divisíveis por 2. E assim possamos institucionalizar a forma algébrica de números pares consecutivos.	Conforme os dados do quadro de conclusões, 100% dos alunos compreenderam que números consecutivos ímpares são aqueles que seguem em ordem e mantêm uma diferença constante de 2, não sendo divisíveis exatamente por dois, como 1, 3, 5, 7, etc. Entretanto, em relação à formalização das conclusões, eles ainda enfrentaram desafios.	Positiva

17	Acreditamos que nesta atividade, os alunos não terão dificuldade em realizar as conversões, pelo motivo de já terem realizado esse tipo de atividade. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica.	No entanto, ao seguirem os procedimentos solicitados na atividade e realizarem os cálculos propostos, os estudantes começaram a compreender a relação dessa atividade com a atividade anterior e realizar as conversões adequadamente.	Positiva
18	Acreditamos que nesta atividade, os discentes não terão dificuldade em realizar as conversões, pelo motivo de já terem realizado esse tipo de atividade. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam converter os enunciados alfabéticos em linguagem algébrica.	Nessa atividade percebeu-se a continuidade do trabalho realizado na atividade anterior e um maior desenvolvimento da habilidade de interpretação e conversão de enunciados desenvolvida pelos sujeitos desta pesquisa.	Positiva
19	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes a princípio apresentem dificuldade, para converter, tratar e resolver o problema, pelo fato de ser para eles a primeira experiência relacionada com esse tipo de atividades. Ainda assim, esperamos que alguns discentes, consigam resolver os problemas.	A execução da Atividade 19 apresentou um desempenho positivo, considerando que era a primeira atividade de resolução de problemas do primeiro grau. Esta tarefa demandava a aplicação das habilidades desenvolvidas nas atividades anteriores. Conforme evidenciado pelo quadro de resultados por questão, conforme discutido durante as análises, a maioria dos alunos, ao utilizar os exemplos apresentados no quadro, conseguiu realizar as conversões e resolver a equação para chegar à solução do problema.	Positiva
20	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes a princípio apresentarão uma certa dificuldade, para converter, tratar e resolver o problema, mas já será mais fácil devido a experiência da atividade anterior. Ainda assim, esperamos que a maioria dos discentes, consigam resolver os problemas.	Seguido o mesmo estilo de atividade da 19, na atividade 20 foi garantido aos discentes a oportunidade de exercitar a resolução de problemas e o resultado foi bastante positivo, pois os alunos já se mostravam mais confiantes. Vale ressaltar que os que já tinham maior compreensão se interessavam em ajudar os que estavam com dificuldade.	Positiva

21	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão dificuldade, para converter, tratar e resolver o problema, pelo fato de já terem a experiência das duas atividades anteriores. Ainda assim, esperamos que os discentes, consigam resolver os problemas.	A Atividade 20 foi altamente produtiva, com os alunos demonstrando uma notável concentração e dedicação na busca das soluções. Embora a atividade fosse destinada a ser realizada em dupla, cada aluno se concentrou em realizar a sua parte individualmente.	Positiva
22	Acreditamos que nesta atividade, os estudantes não apresentarão dificuldade, para converter e tratar os problemas, pelo fato de já terem a experiência das atividades desenvolvidas durante a sequência didática.	A atividade 22, foi realizada individualmente e trazia 10 questões objetivas estilo prova SAEB. A maioria da turma acertou mais que 50%, somente dois alunos, acertaram 30%, sendo que 3 alunos acertaram 100%.	Positiva

Fonte: Experimentação (2023).

A comparação entre as análises a priori e a posteriori revela uma conclusão favorável sobre a validação da Sequência Didática (SD) proposta para o ensino de equação e problemas do primeiro grau. Os resultados após a implementação e experimentação da SD com os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental indicam um avanço significativo em termos de aprendizado e desempenho.

Nas fases iniciais das análises anteriores, detectamos desafios consideráveis enfrentados pelos alunos em relação à resolução de equações do 1º grau, conversão de enunciados e resolução de problemas do primeiro grau. Entretanto, ao implementar a Sequência Didática (SD) e conduzir a análise subsequente, notamos uma melhoria expressiva no desempenho dos estudantes. O aumento médio nas pontuações dos alunos, que evoluiu de 0,6% no pré-teste para 55% no pós-teste, representa um indicativo robusto do impacto positivo da abordagem adotada.

Nesse contexto, a comparação entre as análises a priori e a posteriori fortalece a validade da Sequência Didática no ensino de equações e problemas de primeiro grau. Os resultados indicam a eficácia dessa abordagem pedagógica, que se fundamenta em atividades experimentais e resolução de problemas, na promoção do aprendizado dos alunos. Dessa forma, a SD surge como uma alternativa valiosa à tradicional rotina de sala de aula, proporcionando aos educadores uma ferramenta pedagógica sólida para aprimorar o ensino e a compreensão da resolução de equações e problemas de primeiro grau pelos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa investigação foi desenvolvida como objetivo geral de, analisar os impactos do desenvolvimento de atividades experimentais à aprendizagem de problemas e equações do 1º grau com uma incógnita com estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Parauapebas/PA. Para tal propósito, buscou-se responder a seguinte problemática:' Quais são os impactos do desenvolvimento de uma sequência didática composta por atividades experimentais, na aprendizagem de resolução de equação e problemas do 1º grau com uma incógnita para estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental em uma escola pública na cidade de Parauapebas/PA?

Assim, para responder a problemática suscitada e validar os resultados da pesquisa, adotamos como Metodologia de Pesquisa os aspectos da Engenharia Didática, que perpassa por quatro fases, sendo elas: análises prévias, análise a priori, experimentação e análise a posteriori.

Dessa forma, as análises preliminares revelaram uma realidade educacional complexa e desafiadora no que diz respeito ao ensino de equações e problemas do primeiro grau. Ao examinar estudos diagnósticos, experimentais e teóricos, tornou-se evidente que os alunos enfrentam obstáculos significativos na compreensão de conceitos matemáticos, incluindo equações do primeiro grau. Essa dificuldade não se limita apenas à compreensão, estendendo-se também à realização de cálculos aritméticos e à resolução de problemas.

Nesse contexto, as ramificações desse cenário educacional são significativas. O ensino da matemática não deve ser concebido apenas como uma transmissão de conhecimento, mas sim como um influenciador que molda as perspectivas futuras dos estudantes. A dificuldade de acesso a esse conhecimento, aliada ao fraco desempenho em avaliações em larga escala, perpetua uma dinâmica de exclusão e seleção na sociedade, na qual alguns estudantes podem ser privados de oportunidades com base em suas habilidades matemáticas.

A elaboração desta pesquisa estabeleceu uma base sólida ao integrar os fundamentos históricos e matemáticos da equação do 1º grau com as atuais Tendências em Educação Matemática. Ao introduzir os princípios do Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de problemas, o estudo não apenas enriqueceu a proposta educacional, mas também a fundamentou em uma estrutura alinhada às necessidades e dinâmicas da aprendizagem contemporânea.

O suporte obtido por meio das análises preliminares desempenhou um papel crucial na concepção e elaboração do Produto Educacional, materializado como uma Sequência Didática abrangente e eficaz para o ensino de equação e problemas do primeiro grau. Esse Produto Educacional não apenas condensa a abordagem pedagógica em um formato acessível e didático, mas também proporciona um guia prático para educadores que desejam adotar essa abordagem em suas próprias salas de aula.

A Sequência Didática desenvolvida abrange um conjunto de 22 atividades cuidadosamente planejadas, caracterizando-se essencialmente em três fases: 1) resolução de equações, abordando os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade, 2) conversão de enunciados da linguagem alfabética para a linguagem algébrica e 3) resolução de problemas do primeiro grau. O propósito final é promover uma compreensão abrangente e aplicável da resolução de equação e problemas do primeiro grau, capacitando os alunos a enfrentar desafios matemáticos com confiança.

As etapas subsequentes da investigação foram caracterizadas pela aplicação prática das atividades em sala de aula, visando avaliar a eficácia da Sequência Didática. A realização de experimentos no contexto real de ensino permitiu a observação direta das respostas dos alunos, a compreensão de suas interações com as atividades e a confirmação das análises realizadas na fase inicial de avaliação.

A última fase deste estudo se destacou pela análise posterior e confirmação dos resultados obtidos. O pré-teste conduzido revelou um cenário desafiador, com um desempenho médio dos alunos de 0,06%, indicando a presença de diversas dificuldades na compreensão do objeto de estudo. Esse quadro inicial reforçou a relevância da intervenção pedagógica proposta. No pós-teste, os alunos foram novamente confrontados com o mesmo conjunto de perguntas. Houve um aumento significativo no desempenho médio, atingindo 55%, indicando uma notável melhoria na compreensão dos estudantes após a participação na sequência didática. Essa progressão representa uma clara evidência do impacto positivo da abordagem implementada.

O teste exato de Fisher oferece uma conclusão inequívoca de que a sequência didática não apenas teve um impacto positivo no desempenho dos alunos, mas também reduziu a influência dos fatores socioeconômicos. Adicionalmente, o Teste de Hipótese revelou uma diferença significativa nas pontuações antes e depois da implementação da sequência didática. Esses resultados validam a importância e o efeito positivo da abordagem adotada, fornecendo evidências sólidas de que a Sequência Didática efetivamente contribuiu para a melhoria do desempenho dos estudantes na resolução de equação e problemas do primeiro grau.

Portanto, no contexto dinâmico de aprendizado em constante evolução, este estudo revelou os impactos positivos do ensino por meio de atividades à aprendizagem de problemas e equações do 1º grau com uma incógnita com estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Parauapebas/PA. Entretanto, este representa apenas um ponto de partida, abrindo portas para pesquisas futuras que possam aprofundar e ampliar nossa compreensão dos benefícios do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais. Assim, o estudo está longe de explorar todas as possibilidades, incentivando uma investigação constante e dinâmica das diversas dimensões que compõem o complexo campo da Educação Matemática.

8. REFERÊNCIA

ALVES, Beatriz Aparecida Silva. **A álgebra na perspectiva histórico-cultural: uma proposta de ensino para o trabalho com equações de 1° grau.** 2016. 160 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016. DOI http://doi.org/10.14393/ufu.di.2016.510

Alves, F.R.V. (2017). Engenharia Didática com o tema integrais de funções na variável complexa: Análises preliminares, a priori e modelização de situações. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**, 7(1), 25-48. Recuperado em 25 agosto, 2018, de http://srvapp2s.urisan.tche.br/seer/index.php/encitec/article/view/2013/pdf-2013

ALMEIDA, J,R .; SANTOS, M. C. dos. Análise dos Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática. **Boletim GEPEM**, *[S. l.]*, n. 64, p. 3–17, 2014. DOI: 10.4322/gepem.2015.001. Disponível em: https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/8. Acesso em: 10 jun. 2023.

AL-JWARISMI, Mohammed ibn-Musa. **El libro del Álgebra**, Espanha: Nivola libros y ediciones, 2009. 198p.

ALMOULOUD, A. S., COUTINHO, C. Q. S. **Engenharia Didática**: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. In: REVEMAT, Florianópolis-UFSC, v.3, n.6, p. 62-77, 2008.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. 3. ed. Curitiba: UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S. Ag; SILVA, M. J. F. da. Engenharia didática: evoluçao e diversidade. ***REVEMAT****: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.

ANTONIASSI, Kleber Rodrigo. **O ensino de Sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental através de situações-problemas.** Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade Federal de São Carlos - Programa de Mestrado Profissional, São Carlos, SP, 2013. 66f.

ARAÚJO, N. S. S. **Equação do 1º grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais.** Dissertação de mestrado apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2020.

ARAÚJO, Carlos Alberto Souza. **Ensino de equação polinomial do primeiro grau por meio do uso da balança de dois pratos.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, 2022. 61f

ARTIGUE, M.; PERRIN GLORIAN, M. J. (1991). Didactic engineering, research and development tool: some theoretical problems linked to this duality. For the Learning of Mathematics, 1(11), 13-18.

ARTIGUE, Michèle (1995). Ingeniería Didáctica. In: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L. Ingeniería Didáctica em Educación Matemática: un esquema para la investigación y innovación en la ensenãza y el aprendizaje de las matemáticas. Grupo editorial Iberoamerica, Bogotá.

ARTIGUE, M. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das matemáticas.** Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: **La Pensée Sauvage-Éditions**, v. 9. n. 3, p. 281-308, 1988.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. Tradução Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. 252p.

BRANCO, N. C. V. O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico. 2008, 251 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a base. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 28 jun. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Matrizes de referência de Matemática do Saeb – BNCC. Brasília, 2022. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/matriz-de-referencia-de-matematica_2001.pdf. Acesso: 16 jun. 2023.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Escalas de proficiência do SAEB. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/escalas_de_proficiencia_do_saeb.pdf. Acesso: 5 jul. 2023.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. 148p. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BOCCATO, Vera Regina Casari. Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação. **Rev. Odontol**. São Paulo, v. 18, n. 3, p. 265-274, 2006. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/rdbci/article/view/1896. Acesso em: 06 jun. 2023.

BURTON. **The History of Mathematics: An Introduction**, 6th Editi Burton, 2006. Disponível em: http://www.beverlyteacher.com/The%20History%20of%20Mathematics%20An%20Introduction%206th%20Ed%20-%20Burton.pdf. Acesso em: 10 set. 2022.

CAMPOS, Wagna Mendes Vieira. **O desenvolvimento do pensamento algébrico, através da resolução de problemas, e suas contribuições para aprendizagem de equações do primeiro grau.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, GO, 2019. 205f.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Gradiva: Lisboa, 1998.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 6. ed. Lisboa: Gradiva, 2005.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **ZETETIKÉ,** Campinas, SP, v.13, n. 23, p. 87–120. jan./jun. 2005. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646981/13882. Acesso em: 10 mai. 2022.

CARVALHO, T. J. G. Um novo olhar para o ensino da matemática. **Revista de divulgação interdisciplinar do núcleo das licenciaturas,** Itajaí. 11, p. 23-33. mai. 2017. Disponível em: https://periodicos.univali.br/index.php/redivi/article/view/11586/6620. Acesso em out. de 3023

CASTOLDI, Luciana. **Equação de 1º grau: uma proposta de ensino e de aprendizagem utilizando jogos**. 2016. 174 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2016.

CASTILLO, Ricardo Moreno. Introdução El libro del Álgebra in: AL-JWARISMI, Mohammed ibn-Musa. **El libro del Álgebra**, Espanha: Nivola libros y ediciones, 2009.105p

CASTRO, Sandro Benício Goulart. **O Ensino de Divisibilidade de Números Naturais por Atividades**. 2019. 350f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

COLOMBO, F.M. **O CONCEITO TEÓRICO DE EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU: PERSPECTIVA DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**. 2021. 201f. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2021.

DAMASCENO, Vanessa Da Silva; COSTA, Acylena Coelho; FREITAS, Thais Lorena Melo. EQUAÇÃO DO 1º GRAU: UMA REVISÃO TEÓRICA ACERCA DE SEUS SIGNIFICADOS. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, São Paulo -SP, jul. 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7109_4024_ID.pdf. Acesso em: 02 out. 2022.

D' AMBROSIO, Ubiratã. **Educação Matemática**. Campinas: Papirus, 1996.Disponível em http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12992. Acesso em out. 2023.

Daniel, José Anisio. **Um estudo de equações algébricas de 1° grau com o auxílio do software Aplusix.** 2007. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

DANTE, Luiz Roberto**. Teláris Matemática, 7º ano –** Ensino Fundamental, anos finais 3 ed. São Paulo: Ática, 2018.

DANTE, Luiz Roberto**. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** 1 ed. São Paulo: Ática, 2009, 192 p.

DAVIDOV, V. V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de ensenanza en el futuro próximo. In: SHUARE, M. (Org.). **La Psicologia evolutiva y pedagógica em la URSS**: antologia. Moscou: Progreso, 1987.

DAVYDOV, V.V. **Tipos de generalización en la ensenanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

DAVYDOV, V. V. **Problemas do ensino desenvolvimental: A Experiência da Pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia**, Revista Soviet Education, August/VOL XXX, n. 8,1988. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas.

DENARDI, Vânia Bolzan. Teoria dos Registros de Representação Semiótica: contribuições para a formação de professores de Matemática. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 21., 2017, Pelotas-RS. Anais[...]. Pelotas-RS: UFPel, 2017. Disponível em https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/files/2018/10/gd04_vania_denardi.pdf. Acesso em 10 nov. 2022.

DUVAL, R. Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berna: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. Signe et objet (I): trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et objet. Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Strasbourg, v. 6, p. 139-163, 1998.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: **Aprendizagem em Matemática**. MACHADO, S. D. A. (org.). 2. Ed. Campinas: Papirus, 2003. Cap.1, p.11-33.

DUVAL, R. S**emiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas. (2013b). In: Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, v.2, nº3, jul-dez 2013. Entrevista concedida a José Luiz Magalhães de Freitas e Veridiana Rezende.

ESTRADA, M.; Sá, C.; Queiró, J.; Céu M.; Costa M. *História da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta, 2000. E-book (611 p.). ISBN 978-972-674-504-4. Disponível em: https://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/10668. Acesso em: 30 de out. 2022.

EVES, Howard. **Introdução à História da matemática**. Campinas (SP): Editora da Unicamp, 2011. 849p.

FERREIRA, W.S. **O ENSINO DE PROBLEMAS DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS VARIÁVEIS POR MEIO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS**. 2020. 366f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar**. **Pró-posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

FOSSA, J. A. Sobre o Ensino da Matemática através de Atividades Estruturadas. Prefácio. In: SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

FRANÇA, Rosiméri Corrêa. **ISOLAR O X, ISOLAR O Y....E AGORA?** Recursos tecnológicos digitais como mediadores na resolução de equações do 1º grau. 2019.132 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, Rio de Janeiro, 2019.

GASPAR, José. Matemática na China. Matemática no planeta Terra – Projeto Educacional II, 2013. Disponível em: http://www.mat.uc.pt/~mat0703/PEZ/China2.htm. Acesso em: 01, nov. 2022.

GARBI, Gilberto G. **O Romance das Equações Algébricas**. São Paulo: Makron Books, 1997.

GIOVANNI Jr.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**. 7º ano. Ed. Renovada. São Paulo: FTD, 2009.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática. **Práxis Educacional**, v. 8, n. 13, p. 253-280, 2012.

GIOLO, Suely Ruiz. **Introdução à análise de dados categóricos com aplicações**. São Paulo: Blucher, 2018.

GOMES, Gislaine Tricheis Nazario. **Aprendizagem do conceito teórico de equação do primeiro grau por estudantes do sétimo ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado) - Universidade do Sul de Santa Catarina. Tubarão, 2022. 140f.

GRAÇA, V. V. da. **O ensino de problemas do 1° grau por atividades.** 27/08/2011. 230f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará - Programa de pós-graduação em educação, Belém, PA, 2011.

HENRIQUES, Afonso.; ALMOULOUD, Saddo Ag. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do *software* Maple**. Ciência educ.,** Bauru, SP, v. 22, n. 2, p. 465-487. Abr./jun. 2016. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1516-731320160020012. Acesso em: 15. jun. 2022.

HOYLE, Lívia da Silva. **SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS ENVOLVENDO CONCEITOS DE FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU A PARTIR DAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES NACIONAIS: PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA.** Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade Federal do Acre - Programa de pós-graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Rio Branco, AC, 2017. 170f.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. ISBN 978-85-357-1681-8.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 6: Complexos, polinômios e equações. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013. ISBN 978-85-357-1752-5.

KATZ, Victor J. **História da Matemática**. Tradução de Antonio Manuel Baptista, Natália Bebiano, Ana Sampaio e Felipe Duarte. Revisão de Jorge Nuno Silva. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010, 1117p.

KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra. In Grows, D. A. (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 390-419). New York, NY: MacMillan, 1992.

KIERAN, C. Research on the learning and teaching of algebra. GUTIÉRREZ, A.; BOERO, P. (Org.). In: Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future. Sense Publishers, 2006.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica.** São Paulo: Atlas, 1985.

LARSON, Ron; FARBER, Betsy. **Estatística aplicada**. 6. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015. Disponível em: <https://www.academia.edu/36761844/Estat_stica_Aplicada_6_Edi_o_Faber_e_Larson>. Acesso em: 14 nov. 2023.

LEMOS, Andrielly Viana.; KAIBER, Carmen Teresa. Recuperação Individualizada de Conteúdos: caminhos percorridos por um estudante no estudo das equações de 1º grau. **Acta Scientiae,** Canoas v.17 n.2 p. 410-431 maio / ago. 2015. Disponível em http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/issue/view/119. Acesso em: 10 jul. 2023.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Editora Moraes Ltda, 1978.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, consciência, personalidad**. 2. ed. Habana: Pueblo y Educación, 1983.

LEVIN, Jack; FOX, James Alan. **Estatística para Ciências Humanas.** 9ªed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004. 497p.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. 2 Ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LINS, R. C., & GIMENEZ, J. **Perpectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Papirus Editora. 1997.

LOURENÇO, Édrei Henrique; OLIVEIRA, Paulo César. Congruência semântica e equivalência referencial em problemas envolvendo equações de 1º grau. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.20, n.1, pp. 84-109, 2018.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem na escola:** estudos e proposições. 17. Ed. São Paulo: Cortez, 2005

MACHADO, Viviane Menezes de Souza. **Atividades investigativas na resolução de equações do 1º grau por alunos do sétimo ano.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Acre, Rio Branco. 2019. 79f.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação Matemática:** Uma introdução. 2 ed. São Paulo: Educ, 2002. p. 197-208.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação Matemática:** Uma introdução. São Paulo: Educ, 2002. p. 49-75.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia do Trabalho Científico.** São Paulo: Atlas, 2001.

MATSUDA, Franciely Fabrícia de Souza. **Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas**. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Maringá - Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Maringá, PR, 2017. 131f.

MEINERZ, F. M. **RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA POR MEIO DO USO DO MATERIAL ALGEBRA TILES.** Dissertação **(**Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2020.159f.

MELLO, G. N. **Currículo da Educação Básica no Brasil: concepções e políticas**. São Paulo: CEESP, 2014. Disponível em: Acesso em: 12 jun. 2023.

MENDONÇA, Maria do Carmo. Resolução de problemas pede (re)formulação. In: ABRANTES, Paulo; PONTE, João Pedro; FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina. (Orgs.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo. Lisboa**: APM, 1999. 226p.

MOURA, M. O. A objetivação do currículo na atividade pedagógica. **Obutchénie: R. de Didat. e Psic. Pedag.**, Uberlândia, MG, v.1, n.1, p. 99-128, jan./jun. 2017.

OLER, Juliano Gonçalves. **Matemática Elementar**. Universidade Federal de Uberlândia - Licenciatura Plena em Matemática – PARFOR. 2012. Disponível em: https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/25316/1/Matem%C3%A1tica%20Elementar.pdf. Acesso 20 out. 2022.

OLIVEIRA, I. A.; TEIXEIRA, E. (Org.). **Abordagens Teóricas e Construções Metodológicas na Pesquisa em Educação**. 1. ed. Belém: EDUEPA, 2011, p. 151-166.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

PANTOJA, L. F. L.; SILVA, F. H. S. Engenharia didática: articulando um referencial metodológico para o ensino de matemática na EJA. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais do IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte: MG, 2007.

PARÁ. Secretaria de Estado de Educação. SisPAE – 2022 / Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. V. 3 (2022), Juiz de Fora – Anual. Revista do Sistema, Rede estadual. Disponível em: https://avaliacaoemonitoramentopara.caeddigital.net/resources/arquivos/colecoes/1%20PA_SisPAE_2022%20Formativa_RS_web.pdf. Acesso: 15 jun. 2023.

PARENTE, Ulisses Lima. Teórico – Módulo Notação Algébrica e Introdução às Equações. Portal Obmep. 2022. Disponível em: https://cdnportaldaobmep.impa.br/portaldaobmep/uploads/material_teorico/1gmqoeo336ekn.pdf. Acesso em 21. nov. 2022.

PEIRCE, Charles S. **Semiótica.** 3.ed. São Paulo: Perspectiva, 2005

PEREIRA, José Carlos de Souza Pereira.; NUNES, Messildo Viana.; MATOS, Fernando Cardoso de.; ALMOULOUD, Saddo Ag. Transição do aritmético para o algébrico à luz de ideias de Yves Chevallard. **Educação Matemática Pesquisa - EMP**. São Paulo, v. 25, n. 1, p. 430-454, 2023.

PEREIRA, Arminda Manuela Queimado. **Equações Algébricas:** alguns episódios históricos. 2017. 93f. Dissertação (Mestrado em Matemática para Professores) - Faculdade de Ciências Matemática, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2017. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/30373/1/ulfc121576_tm_Arminda_Pereira.pdf. Acesso em: 29 de out. 2022.

PINA, R.S. **O V postulado de Euclides**, 2000, cercomp.ufg.br, disponível em: https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/1170/o/VPostuladodeEuclides.pdf. Acesso em: 15 out. 2022.

PINHEIRO, Anderson Diniz.; SÁ, Pedro Franco de.; SILVA, Ana Kely Martins da, Diagnóstico do ensino de problema do primeiro grau de acordo com a percepção de professores. In: SEMINÁRIO DE COGNIÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SCEM, XII, 2022, Belém. Anais [...] Belém: 2022.

POLYA, George. A arte de resolver problemas. G. Polya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo]. – Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

RABELO, Edmar Henrique. **Avaliação: Novos Tempos e Novas Práticas.** RJ: Vozes, 1998.

RICO, L. **Currículo de Matemática para a Educação Básica.** In: Fórum Nacional Da Sociedade Brasileira De Educação Matemática Sobre Currículo De Matemática Para A Educação Básica No Brasil, 1, São Paulo, 2004.

ROCHA, Hélio Roberto da. **Uso de Jogos e Materiais Concretos no Ensino de Expressões Algébricas e Equações do 1º e 2º grau no Ensino Fundamental.** 2020. 133p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017.

SÁ, Pedro Franco de.; ALVES, F. J. C. A Engenharia Didática: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: MARCONDES, M. I.; OLIVEIRA, I. A.; TEIXEIRA, E. (Org.). **Abordagens Teóricas e Construções Metodológicas na Pesquisa em Educação**. 1. ed. Belém: EDUEPA, 2011, p. 151-166.

SÁ, Pedro Franco de. **RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS:** Da antiguidade a Galois. 1993. Monografia (Especialização em Matemática Pura), Universidade Federal do Pará, Belém, 1993. 31p.

SÁ, P. Franco de. **Atividades para o Ensino de Matemática no Nível Fundamental.** Belém: EDUEPA, 2009b.

SÁ. P.F. **Possibilidades do ensino de Matemática por Atividades**. Belém: SINEPEM, 2019 Disponível em http://sinepem.sbempara.com.br/file/V7.pdf

SÁ, P. F. de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC**, *[S. l.]*, v. 15, n. 35, p. 143–162, 2020. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n.15.p143-162.id290. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/99. Acesso em: 12 mai. 2023.

SÁ, P. Franco de; MAFRA, J. R. Souza.; FOSSA, J. Andew. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática: The teaching of mathematics through experimental activities in mathematics education. **Revista Cocar**, *[S. l.]*, n. 14, 2022. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5498. Acesso em: 10 mai. 2023.

SAVIANI, D. EDUCAÇÃO ESCOLAR, CURRÍCULO E SOCIEDADE: o problema da Base Nacional Comum Curricular. **Movimento-revista de educação**, n. 4, 9 ago. 2016. Disponível em: https://doi.org/10.22409/mov.v0i4.296. Acesso em: 17 set. 2022.

SANTOS, Renan André Barbosa dos; ANDRADE, Camila Souza de; JUCÁ, João Marcos Breia; BARRETO, Cristiano da Conceição. A utilização de jogos como ferramenta auxiliar no ensino da Matemática. Revista Educação Pública, v. 21, nº 42, 23 de novembro de 2021. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/42/a-utilizacao-de-jogos-como-ferramenta-auxiliar-no-ensino-da-matematica. Acesso em: 15 set. 2022.

SANTOS, Jussara Gabriel. **História da Avaliação:** do exame a avaliação diagnóstica. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2008. MIRANDA, Cláudia; RODRIGUES, Vera Lúcia. Língua Portuguesa. Ática. São Paulo, 2008.

SANTOS, Jamison Luiz Barros. **Uma sequência didática para a aprendizagem das noções de trigonometria fundada na teoria das inteligências múltiplas.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). – São Cristóvão/SE: UFS, 2017.

SANTOS, Robério Valente. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais.** 2017. 393f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

SANTOS, F.B. **EQUAÇÃO POLINOMIAL DE PRIMEIRO GRAU: UMA ANÁLISE DA ABORDAGEM NA LITERATURA E EM LIVROS DIDÁTICOS**. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Oeste da Bahia – PROFMAT. Barreiras, BA, 2020. 139f.

SANTOS, Robério Valente e SÁ, Pedro Franco. **Uma sequência didática para o ensino de problemas de estruturas aditivas.** Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2020.

SANTOS, F. B.; FERREIRA, J. L. ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DE PRIMEIRO GRAU: UMA ANÁLISE DA LITERATURA. **REVISTA PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, *[S. l.]*, v. 10, n. 22, p. 308–335, 2021. DOI: 10.33871/22385800.2021.10.22.308-335. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6308. Acesso em: 15 jun. 2022.

SILVA, A. de A.; Costa, G. M. P. da. **Equações do Primeiro Grau: Uma proposta de aula baseada na análise de livros**. Dissertação (Mestrado em Matemática - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada – PROFMAT. Rio de janeiro, p. 56. 2014.

SILVA**,** Isabelle Coelho da.; NASCIMENTO**,** Josenildo Silva do**.;** PEREIRA, Ana Carolina Costa**.** ESTUDANDO EQUAÇÃO DO 1º GRAU POR MEIO DO USO DE FONTES HISTÓRICAS: O PAPIRO DE RHIND. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, n. 06, p. 37 – 48, 2015.

SILVA, J. R. **Sistema de Equações Lineares: Possibilidades de Ensino por Meio de Uma Sequência Didática.** 2018. 184 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

SILVA, Ewerton Ricardo Laurentino Gomes da. **A engenharia didático-informática como suporte para discutir potencialidades e limites do geogebra para o estudo de sistemas lineares**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SILVESTRE, Carolina Bueno. Tarefas de análise da produção escrita para o ensino de equações do 1º grau com uma incógnita. 2022. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2022

SOUSA, M. C. O **ENSINO DE ÁLGEBRA NUMA PERSPECTIVA LÓGICO- -HISTORICA: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação. UNICAMP, Campinas, 2004.

SOUZA, Carla Alves de. Influências da Engenharia Didática Francesa na Educação Matemática no Brasil: a circulação e a apropriação de ideias. **Anais** [...] VII CIBEM - Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática, Montevideo, Uruguai, 2013.

TRICHES, Francieli.; LIMA, Helder Geovane Gomes de. **Pré-cálculo -** Um Livro Colaborativo**.** UFSC, REAMAT. 2022. Disponível em: https://github.com/reamat/PreCalculo

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações de variáveis**. In: As ideias da álgebra. Organizadores: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. 3.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 4.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Trad. Ernani F. da Rosa–Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução Ernani F. dá F. Rosa Porto Alegre: Artimed, 1998. Reimpressão 2010. https://documento.vunesp.com.br/documento/stream/NDIwOTA1Mg%3d%3d

APÊNDICE

APÊNDICE I: TCLT

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIENCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Senhor(a) responsável você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu/sua filho(a), para participar da pesquisa intitulada: Um diagnóstico do **Ensino de Equações e Problemas do 1º grau**, sob a responsabilidade dos professores pesquisadores **Anderson Diniz Pinheiro e Pedro Franco de Sá**, vinculados a Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Com esse trabalho estamos buscando diagnosticar o ensino de Trigonometria no Triângulo a partir da opinião dos estudantes. A colaboração do(a) aluno(a) será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa e essa atividade ocorrerá nas dependências da escola sob a supervisão de um professor.

Em nenhum momento o(a) aluno(a) será identificado(a). Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada.

Você e o aluno não terão gastos ou ganhos financeiros por participar da pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o ensino de matemática no conteúdo de Equação do 1º grau. Você é livre para decidir se seu/sua filho(a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com **Anderson Diniz Pinheiro e Pedro Franco de Sá** por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n, Telégrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542

Parauapebas-Pará, ______ de ______________ de 2023.

____

Assinatura do Pesquisador

Eu, ____ autorizo que meu/minha filho(a) ____a participar, voluntariamente, da pesquisa citada acima, após ter sido devidamente esclarecido.

____

Assinatura do Responsável