



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL –
PROFMAT**



PRODUTO EDUCACIONAL

Aprendizagem baseada no currículo em espiral: uma proposta para o estudo de conceitos no plano cartesiano

Clovis Adilson Hauenstein¹
Janice Rachelli²

1 INFORMAÇÕES GERAIS

1.1 Objetos de conhecimento:

- Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.
- Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem.
- Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano.
- Distância entre pontos no plano cartesiano.
- Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.

1.2 Competências:

- Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
- Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

¹ Mestrando pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional/UFSM, Santa Maria, RS – Brasil. Orientando.

² Doutora em Ensino de Ciências e Matemática/UFN. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Santa Maria, RS – Brasil. Orientadora

- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
- Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
- Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

1.3 Habilidades presentes na Base Nacional Comum Curricular – BNCC:

- (EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
- (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
- (EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
- (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

- (EF07MA21) “Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular este estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros”
- (EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
- (EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
- (EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
- (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
- (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

1.4 Recursos:

- Papel Milimetrado;
- Materiais escolares (lápiz, borracha, caderno e régua);
- Folha impressa com as atividades da sequência didática (uma por aluno);³
- Computador ou notebook;
- Software GrafEq.⁴

1.5 Duração:

12 períodos (55 minutos cada).

1.6 Público Alvo:

Estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental.

³ O material disponível para impressão (Sequência didática) encontra-se no Apêndice A desse arquivo.

⁴ O software está disponível para download em: <http://www.peda.com/grafeq/>

2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática que faz parte deste produto educacional é composta por 10 atividades iniciais e uma atividade final. As atividades 1 a 6 devem ser resolvidas com lápis e papel, enquanto as atividades 7 a 10, devem ser resolvidas no software *GrafEq*. As atividades resolvidas no software, foram organizadas e estruturadas de modo que o aluno conheça os principais recursos e funções, adquirindo familiaridade com o mesmo. A partir das atividades iniciais, propomos uma Atividade Final, com objetivo de analisar a aprendizagem de conceitos de Geometria e Álgebra com o plano cartesiano.

A organização das atividades segue a proposta do currículo em espiral de Jerome Bruner, alinhadas com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC. Assim, nas primeiras atividades são retomadas habilidades trabalhadas ao longo dos quatro anos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e finalizamos com a atividade que consiste em representar no software *GrafEq* a réplica de uma obra de Rubem Valentim.

No Quadro 1 apresentamos uma síntese de como as atividades foram organizadas para o desenvolvimento da sequência didática, observando que todos os tópicos estão relacionados com o estudo do plano cartesiano.

Quadro 1 – Organização da sequência didática

| Atividades | Tópico |
|------------|--|
| 1 | Representação de pontos no plano cartesiano. |
| 2 | Simetria em relação ao eixo x e ao eixo y . |
| 3 | Equação da reta dadas as coordenadas de dois pontos. |
| 4 | Coordenadas do ponto médio. |
| 5 | Equação da reta. |
| 6 | Representação de polígonos no plano cartesiano. |
| 7 a 9 | Inequações e representação no <i>GrafEq</i> . |
| 10 | Representação de polígonos no <i>GrafEq</i> . |
| 11 | Reprodução de uma obra de Rubem Valentim. |

Fonte: Elaborado pelo Autor.

2.1 Atividades com lápis e papel

Duração: 3 períodos de aula.

Desenvolvimento: As Atividades 1 ao 6 foram organizadas para serem resolvidas de modo individual pelos alunos. A sugestão é que as atividades sejam resolvidas seguindo a sequência, uma atividade de cada vez. A Atividade 1 está organizada de modo que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas ao 6º ano do Ensino Fundamental. Em seguida, a Atividade 2 aborda

habilidades de 7º Ano, seguido das Atividades 3 e 4 com abordagem de habilidades de 8º e 9º Anos do Ensino Fundamental, respectivamente.

Assim, ao realizar as atividades na sequência, ou seja, realizada a Atividade 1, realiza-se a correção, que possibilitará ao professor identificar se as habilidades foram compreendidas e consolidadas pelos alunos, para então avançar para próxima etapa.

As atividades 5 e 6 reforçam as habilidades abordadas nos itens anteriores.

2.2 Atividades no software

Duração: 3 períodos de aula.

Desenvolvimento: As Atividades 7 a 10 foram organizadas de modo que o aluno conheça o software *GrafEq*, adquirindo familiaridade, reconhecendo e identificando recursos disponíveis. Para essa etapa sugere-se que os alunos trabalhem em grupos de 4 a 5 componentes. O trabalho em grupo possibilita a interação dos alunos, o diálogo, a formulação de hipóteses e de estratégias, permitindo a descoberta de novas aprendizagem e desenvolvimento de habilidades.

O professor deve ficar atendo no desenvolvimento da atividade, circulando pela sala de aula e observando os registros dos alunos no software, identificando se os resultados encontrados estão corretos. Nessa etapa, a correção de cada atividade deve seguir o modelo anterior, ou seja, uma de cada vez, possibilitando a análise e identificação dos resultados encontrados.

Os alunos devem ser motivados a explicar os resultados encontrados, trocando experiências e compartilhando descobertas realizadas. Ainda, é importante proporcionar um momento de troca de informações sobre os recursos observados e disponíveis no software.

2.3 Atividade Final

Duração: 6 períodos de aula.

Desenvolvimento: Para realização dessa atividade os alunos devem permanecer nos mesmos grupos da atividade anterior. No primeiro momento os alunos pesquisam as obras do

artista Rubem Valentim⁵ e selecionam uma para reproduzir com lápis e papel no plano cartesiano. Em seguida, para representar no *GrafEq*, devem criar uma estratégia de modo a determinar as regiões a serem reproduzidas para representação da réplica da obra escolhida. Para isso, identificar as coordenadas dos pontos, determinar as equações da reta e escrever as inequações que delimitam determinadas regiões são alguns conceitos matemáticos abordados.

É importante orientar os alunos na escolha das obras a serem reproduzidas. As obras, preferencialmente, devem ser compostas por desenhos de formato linear, visto que os conceitos matemáticos trabalhados na sequência didática estão relacionados a essas habilidades. Ao escolher imagens que envolvem outras curvas, círculos por exemplo, podem ter dificuldade na representação por não terem estudado as equações dessas curvas.

Para conclusão da atividade, solicitar aos alunos a entrega da imagem da obra original, a representação dessa imagem no plano cartesiano, a réplica da obra reproduzida no software com captura de tela do passo a passo da construção e os cálculos realizados.

3 AVALIAÇÃO

A avaliação dos alunos será realizada em sala de aula, observando o desempenho, organização e a resolução das atividades propostas. A construção da réplica da obra do artista Rubem Valentim pelos grupos, será critério para avaliar se as habilidades abordadas foram desenvolvidas pelos alunos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 24 maio 2023.

BRUNER, Jerome Seymour. **Uma nova teoria da aprendizagem**. 2 ed. Rio de Janeiro, RJ: Block, 1969. GRAFEQ, Pedagogy Software Inc. Disponível em <http://www.peda.com/grafeq/>. Acesso: 11 jun. de 2023.

⁵ Rubem Valentim (1922 – 1991) foi um pintor, escultor, gravador e professor brasileiro. Natural da Bahia, é considerado uma das referências no construtivismo brasileiro. Recebeu influências das religiões de base africana, como o candomblé e a umbanda. Em suas obras faz referência ao simbólico, através de suas formas geométricas, muitas vezes presentes em signos e emblemas destas religiões, além de aliar a geometria ao uso de cores de formas criativas, intensas e diversas (MUSEU AFRO BRASIL EMANUEL ARAUJO, 2023).

HAUENSTEIN, Clovis Adilson. **Aprendizagem baseada no currículo em espiral: uma proposta para o estudo de conceitos no plano cartesiano.** 2024. 134 p. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2024.

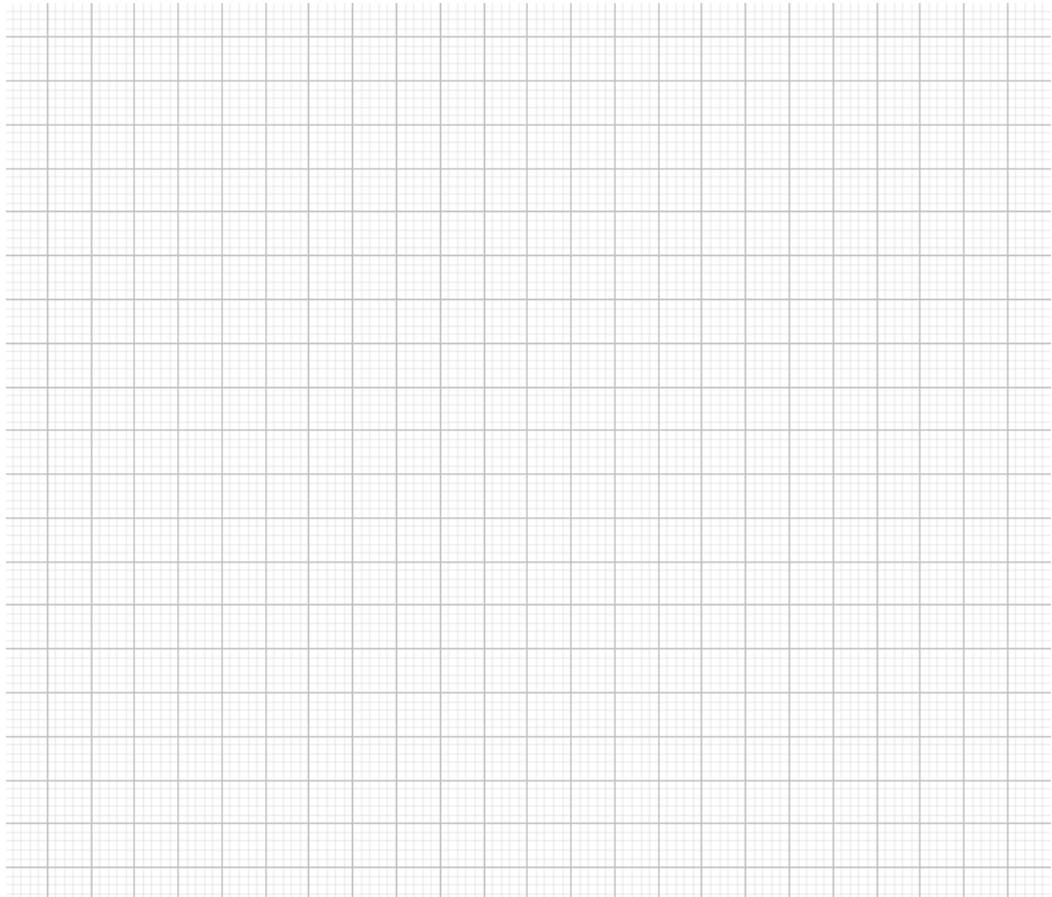
MUSEU AFRO BRASIL EMANOEL ARAUJO. **Biografia Rubem Valentim.** São Paulo. Disponível em: <http://www.museuafrobrasil.org.br/pesquisa/indice-biografico/lista-de-biografias/biografia/2016/11/01/rubem-valentim>. Acesso em: 24 jul. 2023.

APÊNDICE A - SEQUÊNCIA DIDÁTICA

ATIVIDADES EM LÁPIS E PAPEL

Atividade 1

a) Localize no plano cartesiano os pontos: $A(1, 1)$, $B(10, 1)$, $C(10, 6)$ e $D(1, 6)$.



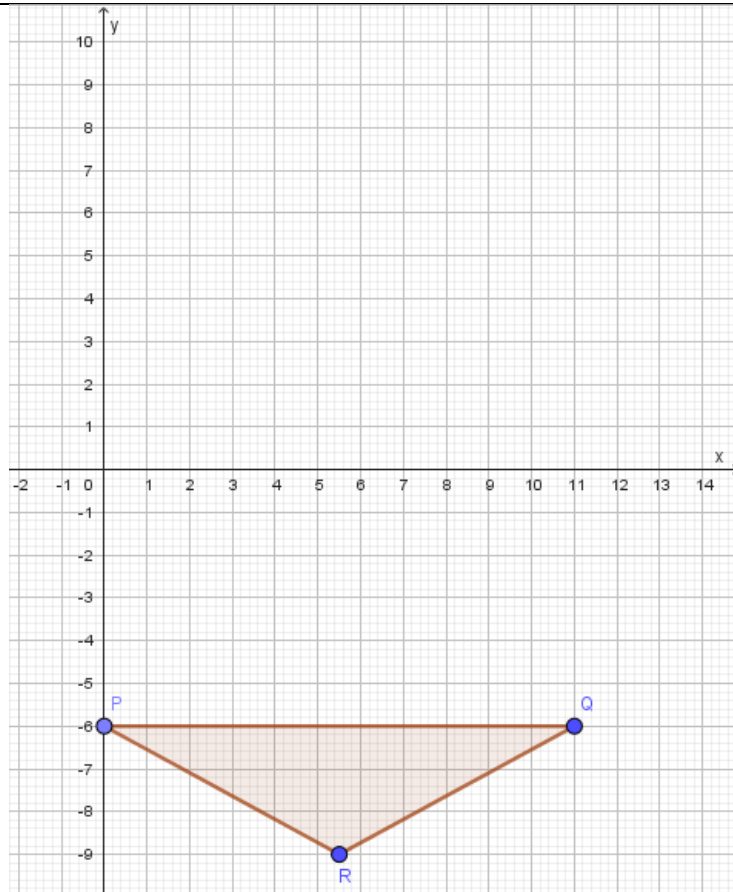
b) Identifique o quadrilátero $ABCD$ cujos vértices são as coordenadas dos pontos A , B , C e D .

Resposta: _____

Habilidade: (EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono

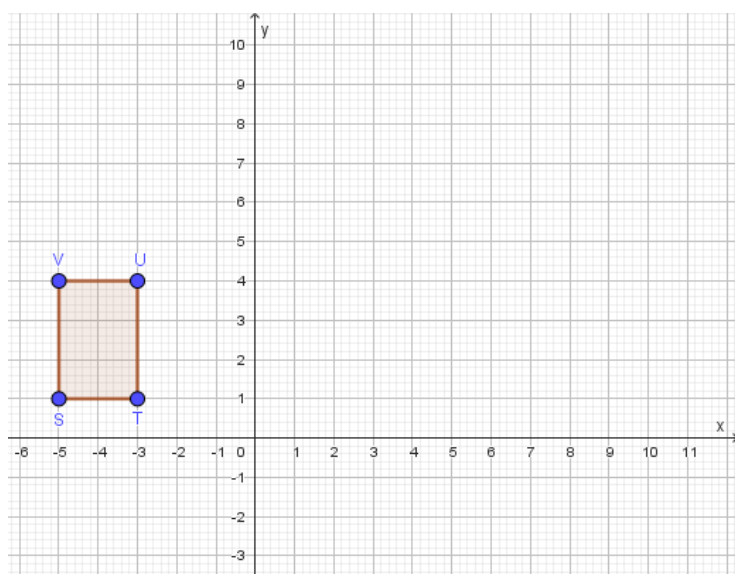
Atividade 2

a) Determine as coordenadas dos vértices do triângulo EFG , simétrico ao triângulo PQR em relação ao eixo x e represente no plano cartesiano.



b) Determine as coordenadas dos vértices do retângulo $HIJK$, simétrico ao retângulo $STUV$ em relação ao eixo y e represente no plano cartesiano.

Considere H simétrico a T, I simétrico a S, J simétrico a V e K simétrico a U.



Habilidade: (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem

Atividade 3

Determine a equação da reta que passa pelos pontos:

- a) $E(0, 6)$ e $G(5, 5, 9)$.
- b) $F(11, 6)$ e $G(5, 5, 9)$.

Habilidade: (EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

Atividade 4

- a) Dados os pontos $L(6, 3)$ e $M(9, 3)$, determine as coordenadas do ponto médio do segmento LM .
- b) Seja $N(x, y)$ o vértice do triângulo LMN , isósceles, de base LM , tal que $y = 5$. Quais são as coordenadas do vértice N ?

Habilidade: (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

Atividade 5

Determine a equação da reta, com L , M e N dados pela atividade anterior.

- a) LN .
- b) NM .

Atividade 6

Represente no mesmo plano cartesiano os quadriláteros $ABCD$ e $HIJK$ e os triângulos EFG e LMN . Qual figura você identifica?

Resposta: _____

ATIVIDADES COM O SOFTWARE *GrafEq*

Atividade 7

a) No software *GrafEq*: abra um arquivo em branco, na janela aberta (relação 1), escolha a cor azul, digite $x \geq 2$, seguido de enter. Na tela surgirá a opção de escolha do tipo de gráfico e uma caixa numérica para selecionar o intervalo de variação dos eixos x e y , escolha respectivamente a opção “cartesiano” e $x \in [-1, 12]$ e $y \in [-1, 12]$. Selecione a opção: criar.

Que figura formou? _____

b) Voltar a relação 1, e coloque o cursor do mouse após $x \geq 2$, tecle tab (essa função abre uma restrição), digite $y \geq 1$, enter.

Que figura formou? _____

Atividade 8

No menu Gráfico, selecione nova relação. Na relação aberta escolha cor amarelo, digite: $5 \leq x \leq 8$ em seguida tecle tab. Na restrição aberta digite $2 \leq y \leq 5$, em seguida tecle enter.

a) Qual figura formou? _____

b) Qual a diferença você observou em relação a figura da Atividade 7, considerando as condições impostas para x e y ?

Atividade 9

Use os resultados obtidos nas atividades 1 a 6 e estabeleça relações por meio de inequações entre x e y para cada caso:

a) No retângulo $ABCD$ quais são as inequações que delimitam a figura no plano cartesiano?

b) No retângulo $HIJK$ quais são as inequações que delimitam a figura no plano cartesiano?

c) No triângulo EFG quais são as inequações que delimitam a figura no plano cartesiano?

d) No triângulo LMN quais são as inequações que delimitam a figura no plano cartesiano?

Atividade 10

Abra um arquivo novo no software *GrafEq*.

Represente a figura obtida na Atividade 6 utilizando as inequações obtidas na Atividade 9, desenhando:

- a) o quadrilátero $ABCD$. Escolha a cor Azul para colorir a figura.
- b) o quadrilátero $HIJK$. Escolha a cor Amarela para colorir a figura.
- c) o triângulo EFG . Escolha a cor Vermelha para colorir a figura.
- d) o triângulo LMN . Escolha a cor Amarela para colorir a figura.
- e) Você encontrou alguma dificuldade para representar as figuras? Qual?

Atividade Final

Forme grupos de 4 alunos e realize a seguinte atividade:

- a) Pesquise sobre a biografia e as obras do pintor, escultor, gravador e professor Rubem Valentim.
- b) Escolha uma de suas obras (preferencialmente optar por obras que contenham traços lineares, evitando o uso de circunferências), desenhe a réplica desta obra no plano cartesiano e represente a obra no software *GrafEq*. Apresente os cálculos e descreva o passo a passo da construção.