



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT**



PRODUTO EDUCACIONAL

Teorema de Tales e Teorema das Bissetrizes

Joacildo Pimentel Batista¹

Claudia Candida Pansonato²

1 INFORMAÇÕES GERAIS

1.1 Objeto de conhecimento: (de acordo com a BNCC)

Retas paralelas cortadas por transversais: teorema de proporcionalidades e verificações experimentais.

Embora o Teorema das Bissetrizes não esteja explicitamente citado no objeto do conhecimento da BNCC citado acima, ele é um tópico recomendado pelos colégios militares. Além disto, o Teorema das Bissetrizes está fortemente relacionado com o objeto do conhecimento da BNCC, pois é uma consequência do Teorema de Tales e das propriedades referentes a ângulos formados por paralelas cortadas por transversais.

1.2 Competências:

Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

¹ Mestrando pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional/UFSM, Santa Maria, RS – Brasil. Orientando.

² Doutora em Matemática – UNICAMP. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Santa Maria, RS – Brasil. Orientadora.

1.2 Habilidade presente na Base Nacional Comum Curricular – BNCC:

(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

1.3 Recursos:

Computador, notebook ou celular com acesso à internet.

Software GeoGebra.

Plataforma Moodle.

Livro didático.

1.4 Duração:

8 encontros presenciais (1 hora/aula o 1º encontro e 2 horas/aula os demais encontros), totalizando 15 horas aula.

2 DESENVOLVIMENTO DAS AULAS

A sequência didática foi planejada para ocorrer em oito encontros presenciais, em um total de 10 atividades, conforme indicada no Quadro 1.

Quadro 1 – Organização das aulas.

| AULAS | TÓPICOS | NR AULAS | ATIVIDADES |
|--------|---|----------|------------|
| Aula 1 | Apresentação da proposta, organização e motivação | 1 | 1 e 2 |
| Aula 2 | Teorema de Tales | 2 | 3 e 4 |
| Aula 3 | Teorema de Tales – Exercícios | 2 | 4 e 5 |
| Aula 4 | Teorema da Bissetriz Interna | 2 | 6 e 7 |
| Aula 5 | Teorema da Bissetriz Interna – Exercícios | 2 | 7 |
| Aula 6 | Teorema da Bissetriz Externa | 2 | 8, 9 e 10 |
| Aula 7 | Teorema da Bissetriz Externa – Exercícios | 2 | 10 |
| Aula 8 | Aplicando aprendizagens – Exercícios complementares | 2 | 11 |

2.1 Síntese do desenvolvimento das aulas

As aulas foram planejadas com base na Metodologia Ativa Peer Instruction (MAZUR, 2015) aliada ao uso do GeoGebra, organizadas em três momentos, a Pré-aula, quando o estudante faz o estudo dirigido em domicílio e/ou responde à lista de exercícios da aula anterior; a aula propriamente dita, quando o professor apresenta o conteúdo a ser estudado em sala, aplicando a Metodologia Ativa Peer Instruction; e o Pós-aula, quando o aluno realiza diversos exercícios em domicílio, cuja resolução será socializada na aula seguinte, de resolução de exercícios, ou executa o Estudo Dirigido quando inicia um novo tópico na aula seguinte.

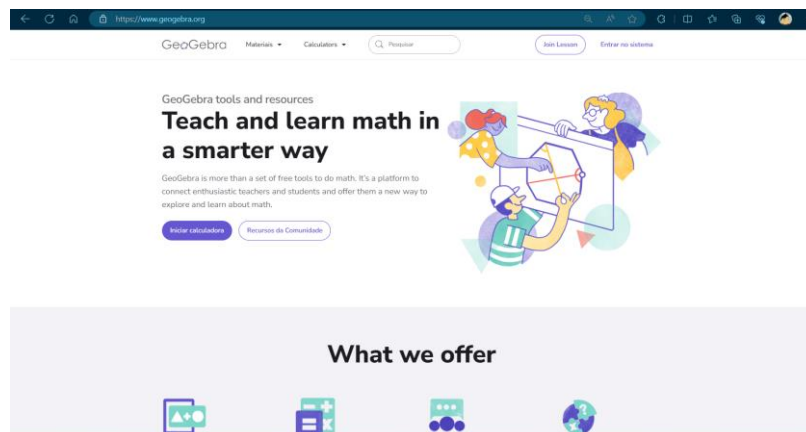
Na Aula propriamente dita, o professor apresenta o ponto principal acerca do assunto a ser estudado, previamente selecionado (o core), por meio de uma aula tradicional e utilizando o GeoGebra para as demonstrações, em seguida, apresenta à turma o teste conceitual, que pode ser

visualizado por meio de projetor de slides (datashow), sobre o t3pico a ser estudado, com m3ltiplas escolhas para a resposta. Ent3o, os alunos respondem 3 quest3o e o professor verifica o 3ndice de acerto. Havendo entre 50% a 70% dos alunos que acertaram a quest3o, o professor encoraja os alunos a discutirem em grupos, de modo que possa haver uma intera3o que permita uma troca de experi3ncias, conhecimentos e perspectivas.

Ocorrida a discuss3o, os alunos votam na resposta considerada correta. 3 importante ressaltar que neste momento, aqueles alunos que n3o entenderam o que foi estudado anteriormente, passam a compreender com o aux3lio do colega de sala. Por conseguinte, o professor proporciona uma an3lise em conjunto com a turma, excluindo conceitos err3neos, possibilitando a compreens3o mais aprofundada do conhecimento estudado, por meio da intera3o social entre pares.

2.2 Acesso ao GeoGebra online

O acesso ao portal GeoGebra pode ser feito pelo link <https://www.geogebra.org>.



Fonte: Dispon3vel em: <https://www.geogebra.org>, Acesso em: 29 abr. 2024.

Os interessados podem realizar o cadastro, construir, utilizar e publicar materiais did3ticos, ou simplesmente baixar aplicativos ou utilizar o software na vers3o on-line.

A interface do GeoGebra, onde ser3o desenvolvidas as demonstra3es 3 a apresentada a seguir.



Fonte: Dispon3vel em: [GeoGebra Classic](https://www.geogebra.org/m/GeoGebraClassic), Acesso em: 29 abr. 2024.

Observações:

- O GeoGebra pode ser instalado em celulares a partir da Play Store, Apple Store, entre outros.
- Existem inúmeras comunidades, tutoriais e artigos que ensinam utilizar o GeoGebra e construir materiais. Você pode encontrar muitas dicas de construção em [GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by over 100 million students and teachers](#) ou em [Matemática Conectada \(matematicaconectada.com\)](#)

2.3 Desenvolvimento das aulas

As aulas presenciais serão desenvolvidas conforme a Metodologia Peer Instruction, da seguinte forma:

1º passo – Introdução do conteúdo estudado previamente pelos alunos.

Para a introdução do conteúdo a ser estudado, o professor poderá iniciar a aula de forma expositiva dialogada, questionando os alunos acerca dos pontos principais (o core) e ir anotando no quadro, de tal forma que ao final forme um mapa conceitual com o conhecimento adquirido previamente pelos estudantes por meio do Estudo Dirigido realizado em domicílio. Neste momento, os alunos que mais participarem das discussões poderão ser bonificados conforme descrito na seção 3 AVALIAÇÃO, de modo a incentivar a participação de todos os estudantes.

Após o mapa conceitual, elaborado no quadro, o professor deverá fazer a apresentação formal do conteúdo utilizando o GeoGebra.

2º passo – Teste conceitual.

Concluída a apresentação formal, apresentar o teste conceitual, concedendo 5 min para a resolução do problema.

Passados os 5 minutos da resolução do problema, verificar a percentagem de acerto.

Obtendo menos de 50% de acerto, repetir a explicação do conteúdo e aplicar novamente o mesmo teste conceitual e, em seguida, avaliar a percentagem de acerto por meio de votação nas respectivas opções de resposta. Neste momento, não divulgar a resposta correta.

Obtendo entre 50% e 70% de acerto, aplicar a discussão em pares. Neste momento serão formados os grupos com alunos que acertaram a resposta e alunos que não acertaram, de dois a três alunos e motivá-los a debaterem as soluções dadas por cada aluno.

Observação: cada grupo deverá ter pelo menos 1 aluno que acertou a questão. Neste momento, não divulgar a resposta correta.

Obtendo mais de 70% de respostas corretas passar para o tópico seguinte. Neste momento, a resposta correta pode ser divulgada.

3º passo – Debate em Grupo (Peer Instruction).

É importante que durante os debates em grupo, o professor transite entre os grupos e auxilie

na compreensão de pontos obscuros, nunca dando a resposta, mas incentivando os alunos a chegarem a uma conclusão sobre o tópico em estudo. Anotar os pontos pertinentes para maiores esclarecimentos quando o professor for fazer a retificação da aprendizagem.

Terminado o debate em grupo, verificar a resposta do grupo e avaliar o percentagem de acerto.

4º passo – Retificação da aprendizagem.

Neste passo, deverá ser feita a correção do teste conceitual pelo professor, com as retificações necessárias para a compreensão do conteúdo, esclarecendo algum ponto anotado durante os debates, que não tenha sido compreendido totalmente.

Após concluir os passos descritos acima, os estudantes deverão receber o material da pós-aula, que é composto de uma lista de exercícios selecionados acerca do tópico estudado em sala.

No encontro seguinte, a pré-aula será a resolução desta lista de exercícios no quadro, se possível, por um aluno voluntário.

As aulas serão divididas em Momentos, que por sua vez, serão divididos em aulas, a saber:

Momento 1 – Apresentação da proposta e motivação.

Aula 1 – Apresentação.

O primeiro encontro destina-se a informar e motivar os alunos, por meio de uma apresentação simples da metodologia ativa Peer Instruction, mostrando as vantagens de estudar em grupo.

Apresentar o método de avaliação formativa, abordando o sistema de pontuação de cada instrumento a ser aplicado em cada uma das aulas. Apresentar o GeoGebra online mostrando algumas construções no GeoGebra online, para isso poderão ser usados os seguintes links: [Congruência e semelhança de triângulos – GeoGebra](#); [Comprimento da circunferência – GeoGebra](#); e [O pi na história da humanidade – GeoGebra](#). Apresentar o Estudo Dirigido, na plataforma Moodle ou outra plataforma similar, que deverá ser feito em domicílio com consulta ao livro didático de modo que os estudantes tenham o contato inicial com o conteúdo que será trabalhado em sala de aula e, por fim, a aplicação de uma pesquisa sobre hábitos de estudo dos estudantes. Nesta aula, também, deve ser aplicada a Atividade 1 – Pesquisa sobre Hábitos de Estudo dos Estudantes.

A Atividade 1 – Pesquisa sobre Hábitos de Estudo dos Estudantes e a Atividade 2 – Estudo Dirigido 1 encontram-se nos Apêndices A e B, respectivamente.

Momento 2 – Teorema de Tales.

Aula 2 – Teorema de Tales.

A pré-aula da Aula 2 será a ATIVIDADE 2 – Estudo Dirigido 1 na plataforma Moodle e

deverá ser realizada previamente pelos alunos, em domicílio. Caso não seja possível usar alguma plataforma, a Atividade 2 deverá ser impressa e entregue aos estudantes na Aula 1, conforme o Apêndice B.

Para a introdução do conteúdo sobre o Teorema de Tales, o professor poderá iniciar a aula de forma expositiva dialogada, questionando os alunos acerca dos pontos principais (o core) e ir anotando no quadro, de tal forma que, ao final da exposição, forme um mapa conceitual ou um resumo das ideias apresentadas pelos alunos, podendo ser complementado pelo professor.

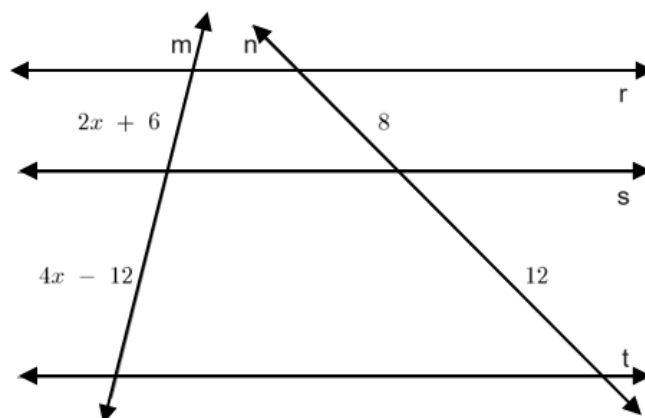
Após isso fazer a apresentação do Teorema de Tales, por meio do GeoGebra online, acessando o link [Teorema de Tales – GeoGebra](#).

Concluída a apresentação no GeoGebra, aplicar a ATIVIDADE 3 – 1º Teste Conceitual, exibindo a atividade por meio de equipamento eletrônico, tipo projetor de slides “datashow”, seguindo o descrito no 2º passo do item 2.3 Desenvolvimento das aulas.

ATIVIDADE 3 – 1º TESTE CONCEITUAL – Teorema de Tales

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

1. Considerando o enunciado do Teorema de Tales: “Se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais quaisquer, m e n , os segmentos determinados sobre m são proporcionais aos segmentos correspondentes determinados sobre n ”. Podemos afirmar que o valor de x , na figura abaixo é:



- (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 21

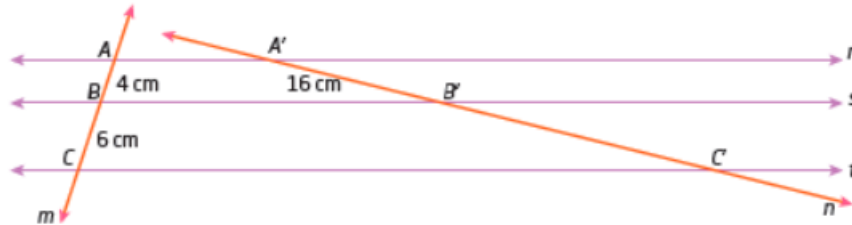
Concluídos os 5 minutos para resolução do teste conceitual, aplicar o descrito no 2º, 3º e 4º passos da subseção 2.3 Desenvolvimento das Aulas.

Ao final da Aula 2, entregar a ATIVIDADE 4 que será a pré-aula da Aula 3, devendo ser resolvido em domicílio e corrigido na Aula 3.

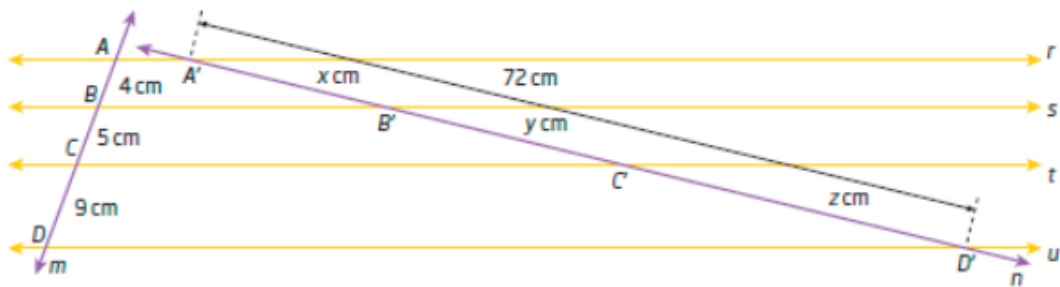
ATIVIDADE 4 – PÓS-AULA 1 – Lista de Exercícios sobre Teorema de Tales

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

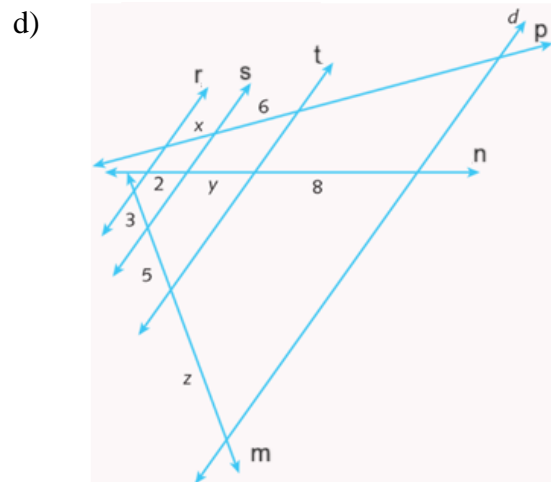
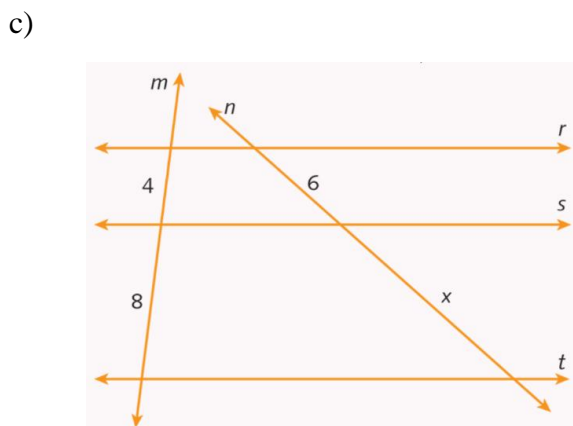
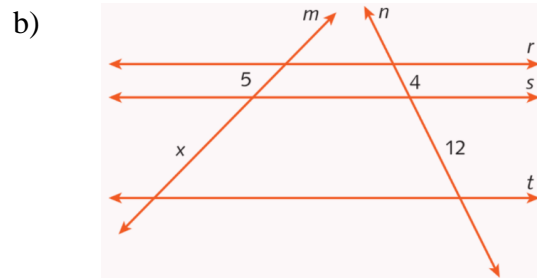
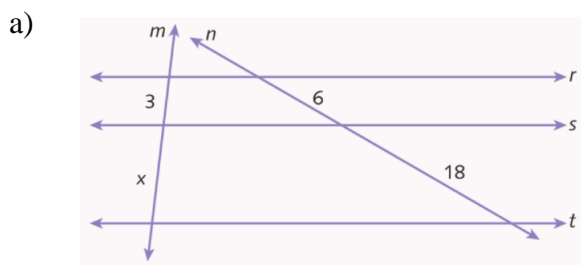
1. Um feixe de retas paralelas, r , s e t , determina sobre a transversal m , os pontos A, B e C e sobre a transversal n , os pontos A', B' e C' respectivamente. A partir dos dados apresentados, determinar a medida de $\overline{B'C'}$.



2. Um feixe de retas paralelas (r , s , t , u) determina sobre as transversais m e n , os pontos A, B, C e D, e os pontos A', B', C' e D'. Sabendo que $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm, $CD = 9$ cm e $A'D' = 72$ cm, determinar as medidas de $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ e $\overline{C'D'}$.



3. Sendo $r//s//t//d$, determine o valor de x e y , conforme cada caso abaixo.



Aula 3 – Resolução de Exercícios.

Nesta aula, será feita a correção da ATIVIDADE 4 – PÓS-AULA 1 – Lista de Exercícios sobre Teorema de Tales. Neste momento, os estudantes serão convidados a compartilhar, com os demais estudantes, como resolveram a atividade proposta. O professor deverá incentivar a participação e apoiar o estudante voluntário para que ele se sinta confortável e enaltecido de modo a encorajar os demais alunos a participarem destes momentos, alertando que esta atividade será bonificada conforme descrito no número 3 Avaliação.

Não havendo voluntários entre os estudantes, o professor realizará no quadro a resolução da atividade proposta.

Concluída a correção, apresentar a pré aula do próximo encontro que será a ATIVIDADE 5 – Estudo Dirigido 2 sobre o Teorema da Bissetriz Interna, indicando as páginas do livro didático que deverão ser consultadas para a resolução da atividade. Caso não seja possível usar a plataforma Moodle ou uma outra, o Estudo Dirigido 2 deverá ser impresso e entregue aos estudantes na Aula 3, conforme o Apêndice C.

O Estudo Dirigido 2 encontra-se no Apêndice C.

Momento 3 – Teorema das Bissetrizes.

Aula 4 – Teorema da Bissetriz Interna.

A pré-aula da Aula 4 deverá ser realizada previamente pelos alunos com a resolução da ATIVIDADE 5 – Estudo Dirigido 2 – Teorema da Bissetrizes na plataforma Moodle. Esta atividade está apresentada no Apêndice B.

Para a introdução do conteúdo sobre o Teorema da Bissetriz Interna, o professor poderá iniciar a aula de forma expositiva dialogada, questionando os alunos acerca dos pontos principais (core) e ir anotando no quadro, de tal forma que no final forme um mapa conceitual ou um resumo das ideias apresentadas pelos alunos e complementada pelo professor.

Após isso, fazer a apresentação do Teorema da Bissetriz Interna, por meio do GeoGebra online, acessando o link [Teorema da Bissetriz Interna – GeoGebra](#).

Concluída a apresentação no GeoGebra, aplicar a ATIVIDADE 6 – 2º Teste Conceitual, exibindo a atividade por meio de equipamento eletrônico, tipo projetor de slides “datashow”, seguindo o descrito no 2º passo da subseção 2.3 Desenvolvimento das aulas.

ATIVIDADE 6 – 2º TESTE CONCEITUAL – Teorema da Bissetriz Interna

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

Se os lados de um triângulo medem 10 cm, 15 cm e 20 cm, podemos afirmar que a medida do menor dos segmentos em que a bissetriz interna divide o maior lado é:

(A) 5 cm (B) 7 cm (C) 8 cm (D) 9 cm

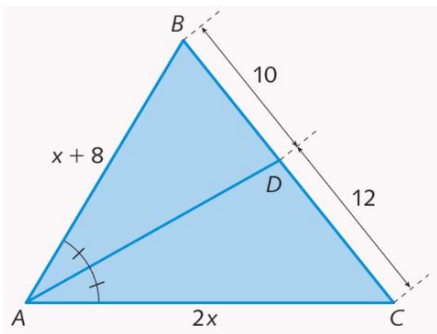
Concluídos os 5 minutos para resolução do teste conceitual, aplicar o descrito no 2º, 3º e 4º passos da subseção 2.3.

Ao final da Aula 4, entregar a ATIVIDADE 7 que será a pré-aula da Aula 5, devendo ser resolvido em domicílio e corrigido na Aula 5.

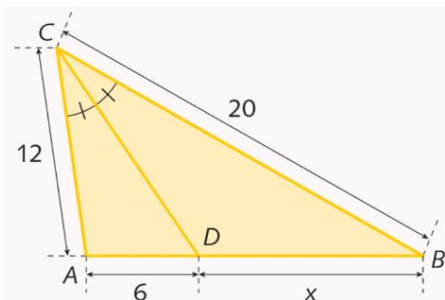
ATIVIDADE 7 – PÓS-AULA 2 – Lista de Exercícios sobre Teorema da Bissetriz Interna.

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

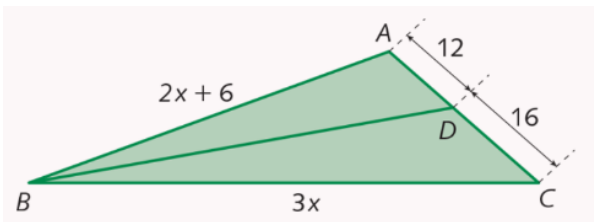
1. Seja \overline{AD} uma bissetriz interna do triângulo ABC. Sendo $AB = x + 8$, $AC = 2x$, $BD = 10$ e $CD = 12$, determine a medida de x .



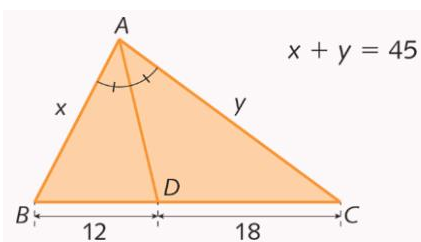
2. Na figura, \overline{CD} é bissetriz interna do ângulo \widehat{ACB} . Determine a medida de x .



3. Na figura, \overline{BD} é bissetriz interna do ângulo \widehat{ABC} . $AD = 12$ e $CD = 16$. Sendo $AB = 2x + 6$ e $BC = 3x$, determine a medida de x .



4. Na figura, \overline{AD} é bissetriz interna do ângulo \widehat{BAC} . $BD = 12$ e $CD = 18$. Determine a medida de x e y .



Aula 5 – Resolução de Exercícios.

Nesta aula, será feita a correção da ATIVIDADE 7 – PÓS – AULA 2 – Lista de Exercícios sobre Teorema da Bissetriz Interna, de acordo com o descrito na Aula 3.

Aula 6 – Teorema da Bissetriz Externa.

A pré-aula da Aula 6 já foi previamente apresentada na Aula 5, devendo ser realizada em domicílio, pelos alunos, a resolução da ATIVIDADE 8 – Estudo Dirigido 3 – Teorema das Bissetriz Externa. A Atividade 8 está apresentada no Apêndice B.

Para a introdução do conteúdo sobre o Teorema da Bissetriz Externa, o professor poderá iniciar a aula de forma expositiva dialogada, questionando os alunos acerca dos pontos principais (core) e ir anotando no quadro, de tal forma que no final forme um mapa conceitual ou um resumo das ideias apresentadas pelos alunos e complementada pelo professor com o conhecimento adquirido previamente pelos estudantes por meio do Estudo Dirigido realizado em domicílio.

Após isso, fazer a apresentação do Teorema da Bissetriz Externa, por meio do GeoGebra online, acessando o link [Teorema da Bissetriz Externa – GeoGebra](#).

Concluída a apresentação no GeoGebra, aplicar o teste conceitual, exibindo a ATIVIDADE 9 – 3º Teste Conceitual, por meio de equipamento eletrônico, tipo projetor de slides “datashow”, seguindo o descrito no 2º passo do item 2.3 Desenvolvimento das aulas.

ATIVIDADE 9 – 3º TESTE CONCEITUAL – Teorema da Bissetriz Externa

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

Os lados de um triângulo medem 16 cm, 20 cm e 24 cm. Quanto devemos prolongar o menor lado para encontrar a bissetriz externa do ângulo oposto a ele?

(A) 50 cm (B) 60 cm (C) 80 cm (D) 20 cm

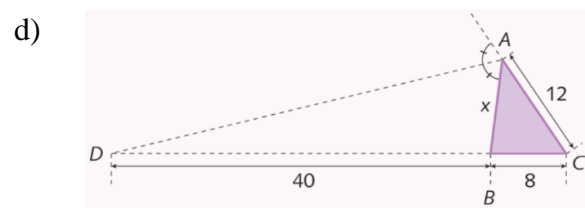
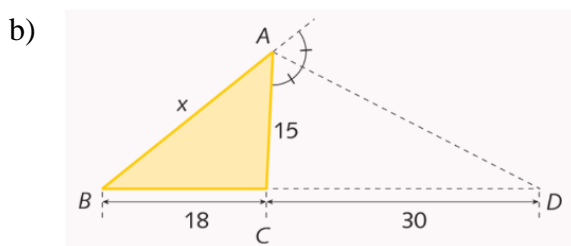
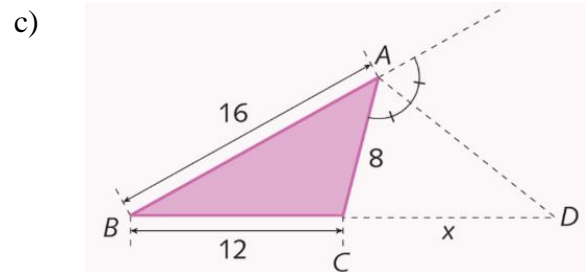
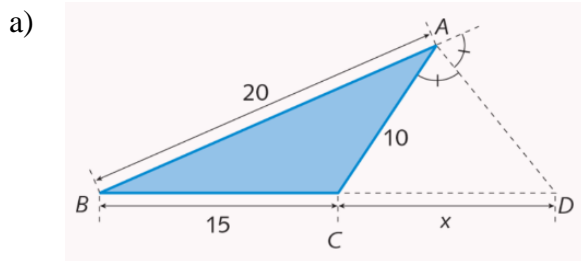
Concluídos os 5 minutos para resolução do teste conceitual, aplicar o descrito no 2º passo do número 2.3 Desenvolvimento das Aulas.

Ao final da Aula 6, entregar a Atividade 10 que será a pré-aula da Aula 7, devendo ser resolvido em domicílio e corrigido na Aula 7.

ATIVIDADE 10 – PÓS-AULA 3 – Lista de Exercícios sobre Teorema da Bissetriz Externa.

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

1. Nos triângulos ABC, \overline{AD} é bissetriz externa. Determine em cada caso o valor de x .



Aula 7 – Resolução de Exercícios.

Nesta aula, será feita a correção da ATIVIDADE 10 – PÓS-AULA 3 – Lista de Exercícios sobre Teorema da Bissetriz Externa, de acordo com o descrito na Aula 3.

Aula 8 – Resolução de Exercícios Complementares.

Nesta Aula será desenvolvida a ATIVIDADE 11 – Lista de Exercícios Complementares que abrangerá os Tópicos sobre Teorema de Tales e Teorema das Bissetrizes. Os estudantes receberam a lista impressa e deverão resolvê-la em grupo, contudo, cada aluno deverá entregar a sua lista, com as devidas respostas, para posterior correção pelo professor. A lista está disponível no APÊNDICE D – LISTA DE EXERCÍCIOS.

3 AVALIAÇÃO

Para a avaliação dos alunos, serão utilizados os seguintes instrumentos:

1. Estudos Dirigidos 1 e 2. Serão pontuados da seguinte forma: Estudo Dirigido 1, 2 e 3, 0,5 ponto os três instrumentos;

2. Listas de Exercícios 1, 2 e 3. Serão pontuados da seguinte forma: Lista de Exercícios 1, 0,5 ponto e Lista de Exercícios 2 e 3, 0,25 ponto cada uma, totalizando 1 ponto as três listas;

3. Lista de Exercício Complementar. Será pontuada em até 0,5 ponto;

4. Participação durante as atividades em grupo e nas apresentações das soluções das Listas de Exercícios. Este instrumento será avaliado com bonificação em até 1 ponto.

5. Avaliação formal ao final do processo a ser elaborada pelo professor. Este instrumento valerá 7 pontos.

Para avaliar os itens 1 ao 3, o professor deverá recolher as listas e fazer a devida correção, registrando os erros e acertos e, atribuir a pontuação do instrumento, registrar a nota em local adequado e devolver ao estudante.

Para avaliar o item 4, é importante manter um “diário” que pode ser um livro ata, onde possa ser registrando os atos e fatos ocorridos em cada aula, de modo que seja registrada a evolução de cada aluno e a bonificação obtida em cada participação.

Finalizando a avaliação a prova formal, desenvolvida pelo professor, conforme as normas de avaliação de cada escola.

REFERÊNCIAS

[1] BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: [BNCC EI EF 110518_versaofinal_site.pdf \(mec.gov.br\)](https://www.mec.gov.br/bncc/bncc-ei-ef-110518-versaofinal-site.pdf). Acesso em 23 de novembro de 2023.

[2] LAMAS, Rita de Cássia Pavan; MENDES, Ijosiel. **GEOGEBRA: Animações geométricas**. Curitiba: Appris, 2017.

[3] MAZUR, Eric. **Peer Instruction. A revolução da aprendizagem ativa**. Porto Alegre: CRV, 2015.

[4] SILVEIRA, Ênio; MARQUES, Cláudio. **Matemática: compreensão e prática**. 6ª ed. São Paulo: Moderna, 2019.

APÊNDICE A – PESQUISA DE OPINIÃO

ATIVIDADE 1 – PESQUISA SOBRE HÁBITOS DE ESTUDO DOS ESTUDANTES.

1. Durante as aulas em sala:

- Fico atento as explicações do professor e faço anotações no caderno.
- Sou bastante participativo, faço perguntas para esclarecer assunto não compreendido com as explicações do professor e faço anotações no caderno.
- Costumo conversar com amigos e não participo das aulas.
- Distraio-me facilmente.

2. A sua rotina de estudo extraclasse semanal pode ser resumida em:

- Não tenho rotina de estudo semanal.
- Estudo menos de 3 dias por semana.
- Estudo mais de 3 dias e menos de 7 dias.
- Estudo todos os dias.

3. Quando você tem dúvida em relação a um assunto:

- Solicito apoio de um professor particular e/ou um familiar.
- Solicito ajuda ao professor em sala.
- Solicito ajuda a outro professor do colégio.
- Sou autodidata.
- Não esclareço a dúvida pois tenho vergonha de fazer pergunta em sala.
- Peço ajuda a algum colega.

4. Ao estudar, você (pode marcar mais de uma opção)

- Responde os exercícios do livro.
- Estuda a parte teórica e depois responde os exercícios.
- Costuma fazer resumos/mapa conceitual.
- Resolve exercícios de outros livros.

APÊNDICE B – ESTUDO DIRIGIDO

ATIVIDADE 2 – ESTUDO DIRIGIDO 1 – TEOREMA DE TALES

Sobre o Teorema de Tales, leias as páginas 262 e 265, do Livro Didático Matemática: compreensão e prática [4], em seguida faça o que se pede.

1. Complete os espaços em branco.

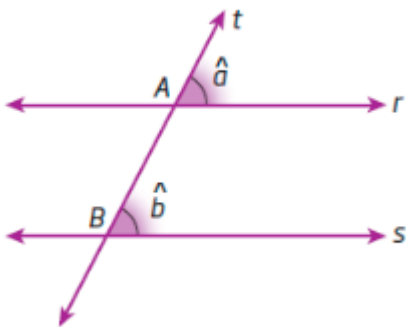
a. Um feixe de _____ é formado por duas ou mais retas, de um mesmo plano, que, consideradas duas a duas, são sempre paralelas.

b. Uma reta que intercepta duas ou mais retas de um feixe de retas paralelas recebe o nome de _____.

c. Se um _____ determinar segmentos congruentes sobre uma transversal, esse feixe determinará segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.

2. Vamos relembrar as relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

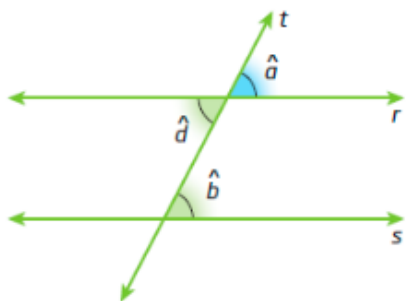
a. Observe a figura e complete os espaços em branco, indicando a relação entre os ângulos formado por elas.



Sendo $r//s$, temos:

\hat{a} e \hat{b} são congruentes pois são ângulos _____.

b. Observe a figura e complete os espaços em branco, indicando a relação entre os ângulos formado por elas.



Sendo $r//s$, temos:

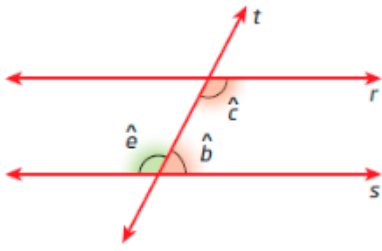
\hat{a} e \hat{b} são congruentes pois são ângulos _____;

\hat{d} e \hat{a} são congruentes pois são ângulos _____;

Logo \hat{b} e \hat{d} são congruentes (ângulos _____); e

_____)

c. Observe a figura e complete os espaços em branco, indicando a relação entre os ângulos formado por elas.



Sendo $r \parallel s$, temos:

\hat{c} e \hat{e} são congruentes pois são ângulos _____;

\hat{e} e \hat{b} são ângulos _____; e

Logo \hat{b} e \hat{c} são suplementares (ângulos _____)

Considere o texto abaixo:

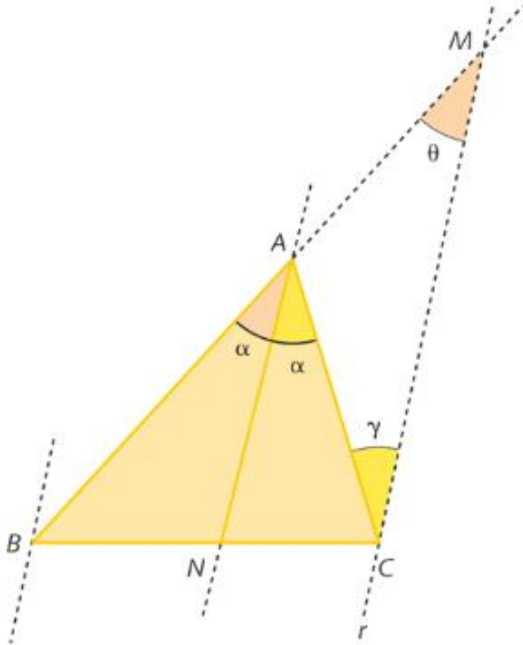
Se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais quaisquer, r e s , os segmentos determinados sobre r são proporcionais aos segmentos correspondentes determinados sobre s .

Podemos afirmar que se trata do _____.

ATIVIDADE 5 – ESTUDO DIRIGIDO 2 – TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA

Sobre o Teorema de Tales, leias as páginas 262 e 265, do Livro Didático Matemática: compreensão e prática [4], em seguida faça o que se pede.

1. Observe a figura e complete os espaços em branco.



Considere o triângulo ABC e NA bissetriz do ângulo \hat{A} . Considere, através de C, a reta paralela à NA que encontra o prolongamento de BA em M. Pelo Teorema de Tales, temos que _____.

Além disto, os ângulos

α e γ são _____ pois são ângulos alternos internos.

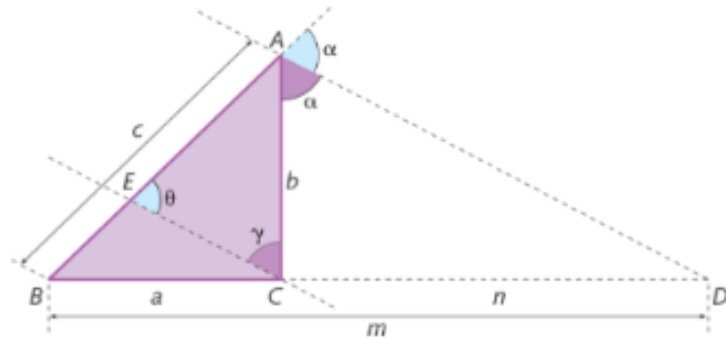
α e θ são congruentes pois são ângulos _____.

E, portanto, γ e θ são congruentes por transitividade e assim, podemos afirmar que o triângulo ACM é _____ pois os ângulos da base são congruentes.

ATIVIDADE 8 – ESTUDO DIRIGIDO 3 – TEOREMA DA BISSETRIZ EXTERNA

Sobre o Teorema de Tales, leias as páginas 262 e 265, do Livro Didático Matemática: compreensão e prática [4], em seguida faça o que se pede.

1. Observe a figura e complete os espaços em branco.



Considere o segmento AD, bissetriz externa do Ângulo \hat{A} . Por construção a reta EC é paralela à bissetriz externa AD. Perceba que as retas AB e AC, são transversais às paralelas AD e EC, logo, vale o _____ neste sistema de retas.

Do apresentado acima, podemos concluir que os ângulos

- α e γ são congruentes pois são ângulos _____;
- α e θ são congruentes pois são ângulos _____;
- Então, de a e b, podemos afirmar que γ e θ são ângulos _____; e
- Portanto, o triângulo AEC é _____.

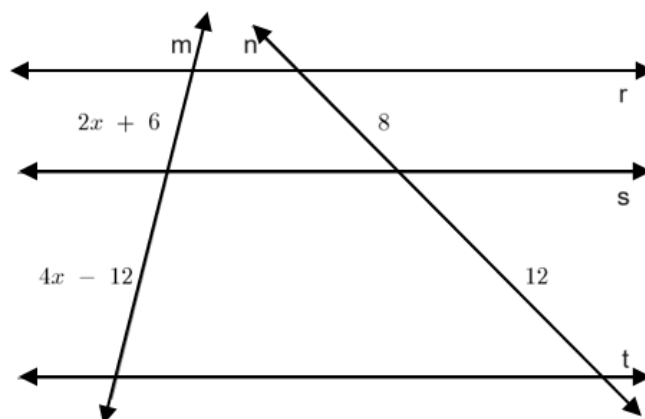
APÊNDICE C – TESTES CONCEITUAIS

ATIVIDADE 3 – TESTES CONCEITUAL TEOREMA DE TALES

ATIVIDADE 3 – 1º TESTE CONCEITUAL – Teorema de Talles

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

- A. Considerando o enunciado do Teorema de Talles: “Se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais quaisquer, m e n , os segmentos determinados sobre m são proporcionais aos segmentos correspondentes determinados sobre n ”. Podemos afirmar que o valor de x , na figura abaixo é:



- (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 21

ATIVIDADE 6 – TESTES CONCEITUAL TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA

ATIVIDADE 6 – 2º TESTE CONCEITUAL – Teorema da Bissetriz Interna

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

- Se os lados de um triângulo medem 10 cm, 15 cm e 20 cm, podemos afirmar que a medida do menor dos segmentos em que a bissetriz interna divide o maior lado é:

- (A) 5 cm (B) 7 cm (C) 8 cm (D) 9 cm

ATIVIDADE 9 – TESTES CONCEITUAL TEOREMA DA BISSETRIZ EXTERNA

ATIVIDADE 9 – 3º TESTE CONCEITUAL – Teorema da Bissetriz Externa

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

- Os lados de um triângulo medem 16 cm, 20 cm e 24 cm. Quanto devemos prolongar o menor lado para encontrar a bissetriz externa do ângulo oposto a ele?

- (A) 50 cm (B) 60 cm (C) 80 cm (D) 20 cm

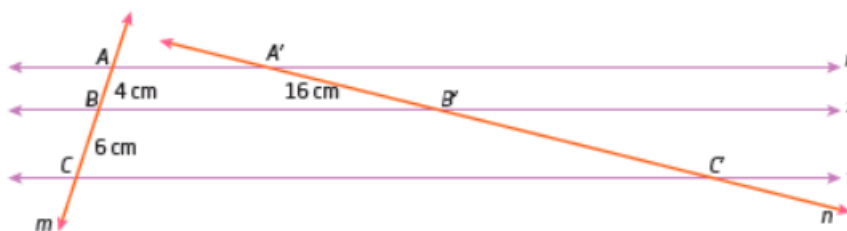
APÊNDICE D – LISTAS DE EXERCÍCIOS

ATIVIDADE 4 – LISTA DE EXERCÍCIO SOBRE TEOREMA DE TALES

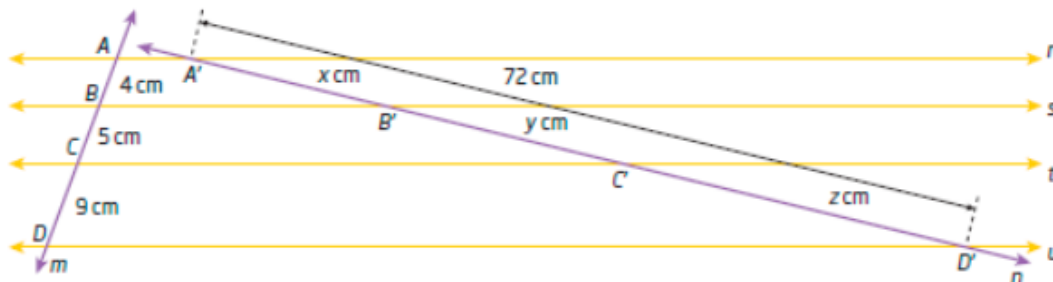
ATIVIDADE 4 – PÓS-AULA 1 – Lista de Exercícios sobre Teorema de Tales

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

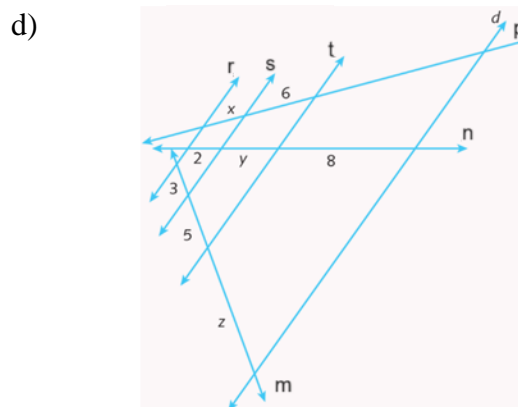
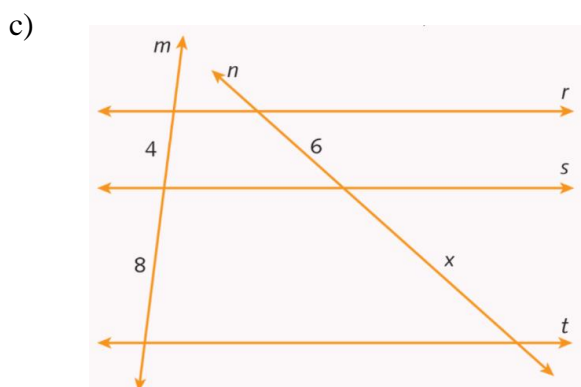
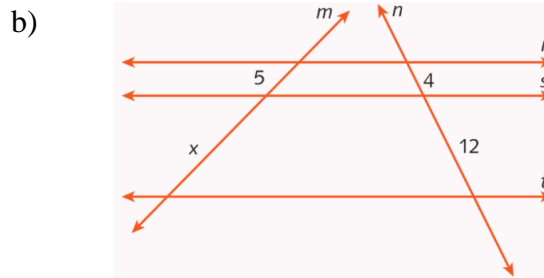
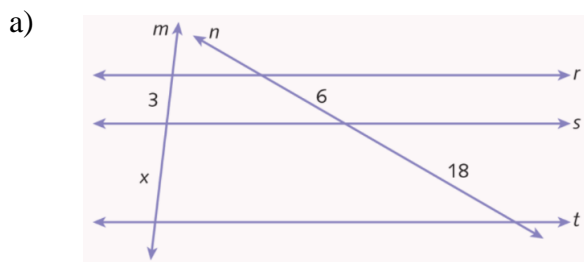
1. Um feixe de retas paralelas, r , s e t , determina sobre a transversal m , os pontos A, B e C e sobre a transversal n , os pontos A', B' e C'. A partir dos dados apresentados, determinar a medida de $\overline{B'C'}$.



2. Um feixe de retas paralelas (r , s , t , u) determina sobre as transversais m e n os pontos A, B, C e D, e os pontos A', B', C' e D'. Sabendo que $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm, $CD = 9$ cm e $A'D' = 72$ cm, determinar a medida de $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ e $\overline{C'D'}$.



3. Sendo $r//s//t$, determine o valor de x .

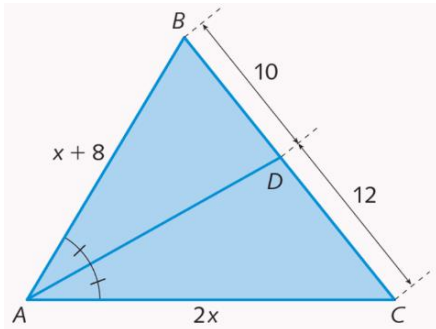


ATIVIDADE 7 – LISTA DE EXERCÍCIOS SOBRE TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA

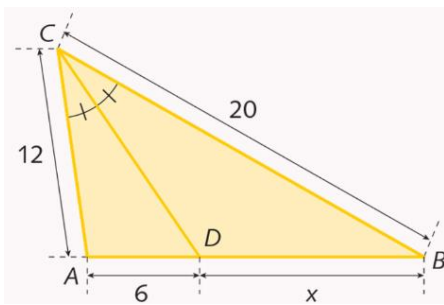
ATIVIDADE 7 – PÓS-AULA 2 – Lista de Exercícios sobre Teorema da Bissetriz Interna.

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

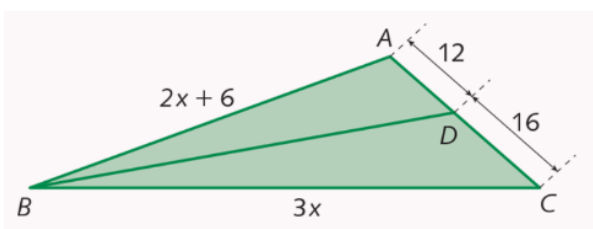
1. Seja \overline{AD} uma bissetriz interna do triângulo ABC. Sendo $AB = x + 8$, $AC = 2x$, $BD = 10$ e $CD = 12$, determine a medida de x .



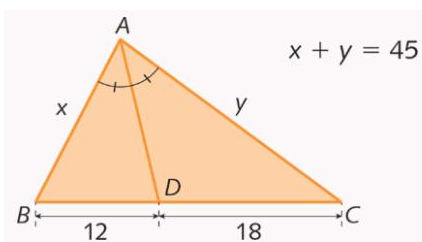
2. Na figura, \overline{CD} é bissetriz interna do ângulo \widehat{ACB} . Determine a medida de x .



3. Na figura, \overline{BD} é bissetriz interna do ângulo \widehat{ABC} . $AD = 12$ e $CD = 16$. Sendo $AB = 2x + 6$ e $BC = 3x$, determine a medida de x .



4. Na figura, \overline{AD} é bissetriz interna do ângulo \widehat{BAC} . $AD = 12$ e $CD = 16$. Sendo $AB = 2x + 6$ e $BC = 3x$, determine a medida de x .

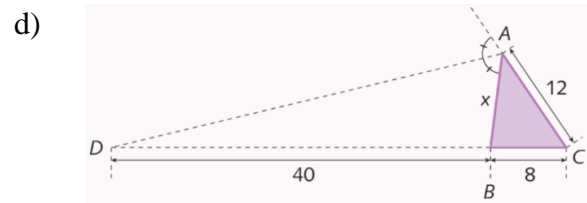
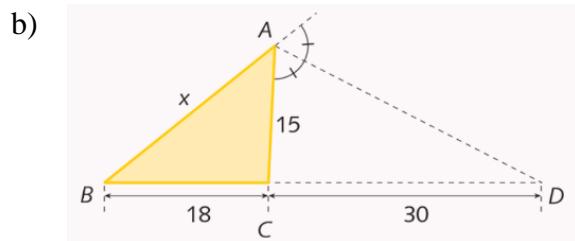
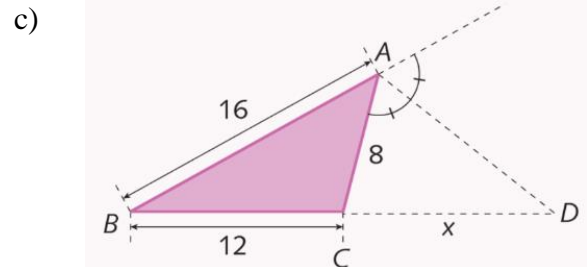
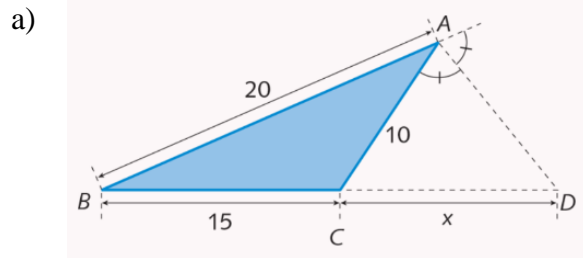


ATIVIDADE 10 – LISTA DE EXERCÍCIOS SOBRE TEOREMA DA BISSETRIZ EXTERNA

ATIVIDADE 10 – PÓS-AULA 3 – Lista de Exercícios sobre Teorema da Bissetriz Externa.

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

1. No triângulo ABC, \overline{AD} é bissetriz externa. Determine em cada caso o valor de x .

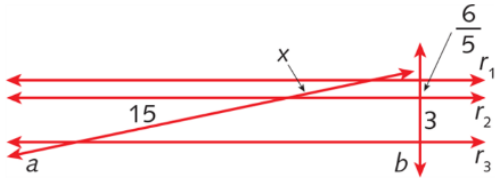


ATIVIDADE 11 – LISTA DE EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

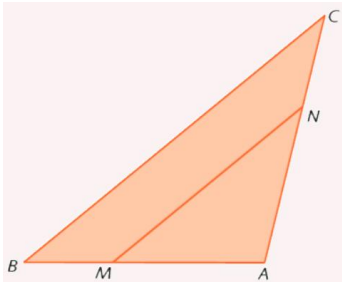
ATIVIDADE 11 – AULA 8 – Lista de Exercícios Complementares

Aluno Nr: _____ Nome: _____ Turma: _____

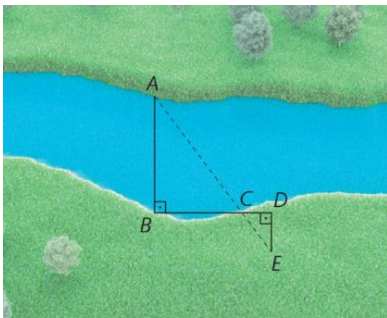
1. As retas r_1 , r_2 e r_3 são paralelas, e as medidas dos segmentos das transversais são indicadas na figura. Determine o valor de x .



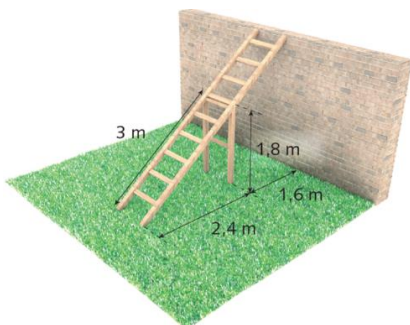
2. Sabendo que na figura abaixo $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$, prove que: $\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC}$



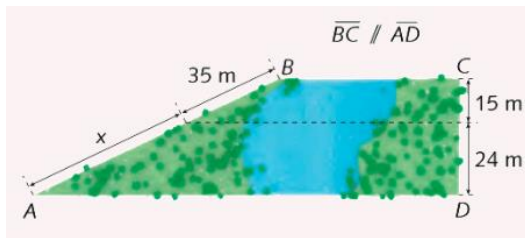
3. Determine a medida da largura do rio, sabendo que $BC = 36\text{m}$, $CD = 12\text{m}$ e $DE = 16\text{m}$.



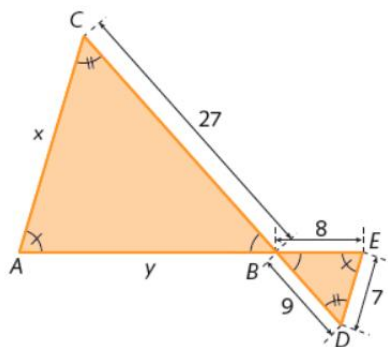
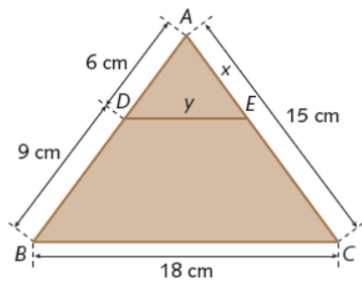
4. Calcule a medida do comprimento da escada na figura.



5. Júlia precisa saber a medida x dos fundos do lote onde mora, mas não pode obtê-la no próprio local por causa de um alagamento. Como Júlia pode determinar essa medida? Qual a medida de x ?



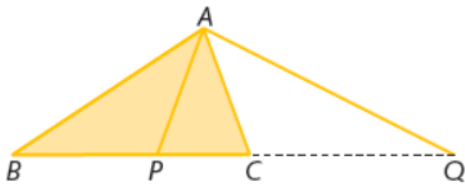
6. Calcule os valores de x e y nos triângulos.



7. Em um triângulo ABC , a bissetriz do ângulo \hat{C} determina, sobre o lado oposto \overline{AB} , os segmentos \overline{BM} e \overline{MA} , de medidas respectivamente iguais a 5 cm e 4 cm . Determine a medida dos lados BC e CA , adjacentes ao ângulo \hat{C} , sabendo que a soma dessas medidas é igual a 27 .

8. Os lados de um triângulo medem 10 m, 15 m e 20 m. Calcule a medida do menor dos segmentos em que a bissetriz interna divide o maior lado.

9. Na figura, AP é bissetriz interna, e AQ é bissetriz externa. Determine CQ , sendo $BP = 16$ cm e $CP = 12$ cm.



10. O perímetro de um triângulo ABC é igual a 45 cm. A bissetriz interna do ângulo \hat{A} divide o lado oposto em dois segmentos de medidas iguais a 10 cm e 8 cm. Calcule a medida dos lados desse triângulo.