UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E
PÓS GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

PRODUTO EDUCACIONAL

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES SOBRE FRAÇÕES UTILIZANDO AS FRAÇÕES CIRCULARES

Camila Gasparin Magnaguagno
Luciane Gobbi Tonet

O material aqui disponível foi desenvolvido, aplicado e analisado na dissertação intitulada “Uma abordagem para o ensino de frações utilizando material manipulativo baseada nos princípios da engenharia didática”. Ele é composto por uma sequência com oito atividades para serem realizadas com os alunos com o auxílio das frações circulares, um material manipulativo cujos moldes também estão disponíveis, ao final deste documento.

Sugere-se que as diferentes frações circulares sejam impressas em folhas de cor diferentes, para auxiliar nas discussões. Ainda, as réguas fracionárias podem ser impressas em papel vegetal, para melhor visualização.

A utilização é indicada no sexto ano do Ensino Fundamental para desenvolver, dentre outras habilidades, as seguintes:

- (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
- (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
- (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

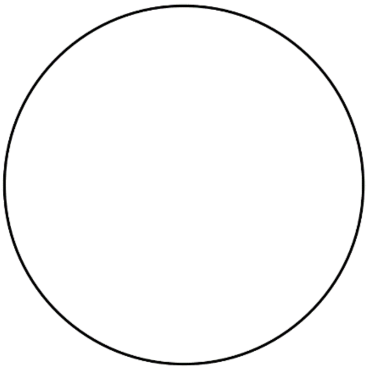
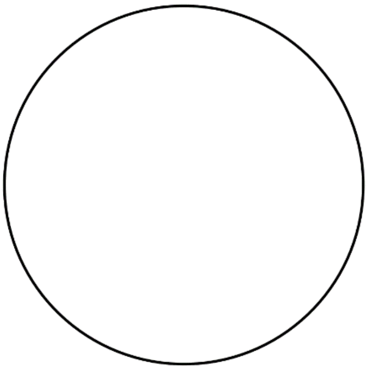
Ao trabalhar estas atividades em grupos, notou-se um desenvolvimento da autonomia dos alunos para resolverem problemas em Matemática, bem como uma compreensão do significado das operações com frações, visto que estas atividades trabalham as operações a partir das noções de equivalência de frações.

Propõe-se o seguinte cronograma de aplicação, com a complementação de exercícios de fixação:

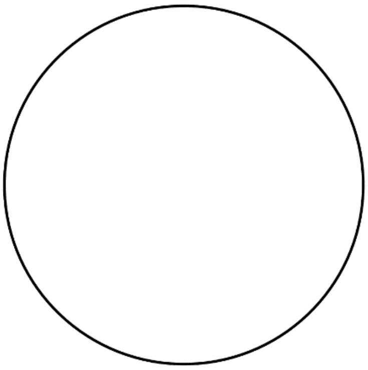
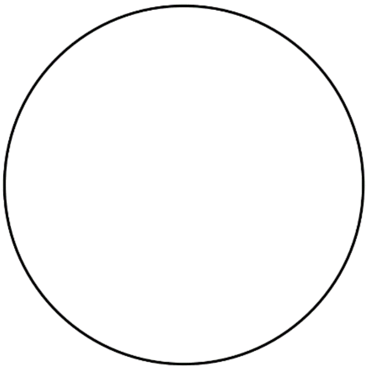
Períodos	**Ação**
2	Aplicação do questionário para análise a *priori*.
2	Elaboração do material de frações circulares
2	Introdução às frações circulares;
1	Representando a metade;
2	Comparando frações;
2	Frações equivalentes;
1	Adição de frações;
2	Subtração de frações;
1	Multiplicação de frações;
2	Divisão de frações.
2	Aplicação do questionário para análise a *posteriore*.

ATIVIDADE 1 – INTRODUÇÃO ÀS FRAÇÕES CIRCULARES

1) De que forma podemos obter um inteiro utilizando peças de uma cor só? E sem repetir cores? Registre abaixo suas conclusões.

2) De que forma podemos obter metade do inteiro utilizando peças de uma cor só? E sem repetir cores? Registre abaixo suas conclusões.

3) As formas representadas por você nas questões 1 e 2 são as únicas possíveis?

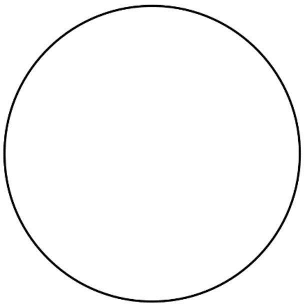
4) Podemos dizer que pegar duas peças verdes é o mesmo que pegar 2 partes de um círculo cortado em 5 partes iguais, ou seja, 2 de 5.
   a) Como você representaria essa situação na forma de fração?
   b) Como lemos esta fração?

   Agora, monte em sua mesa um círculo azul, um vermelho e um verde.

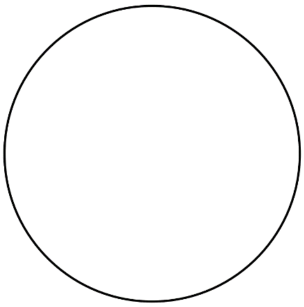
   c) Explique o que significa:
      i) pegar 1 peça azul:
      ii) pegar 3 peças vermelhas:
      iii) pegar 1 peça verde:
   d) Faça a representação fracionária do que você explicou no item anterior.

5) Selecione as peças do material e monte em sua mesa as seguintes frações. Em seguida, faça o registro:

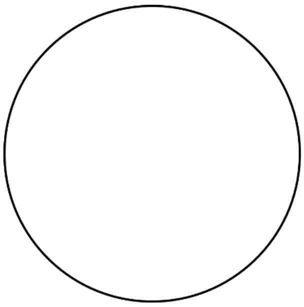
a) $\frac{6}{8}$



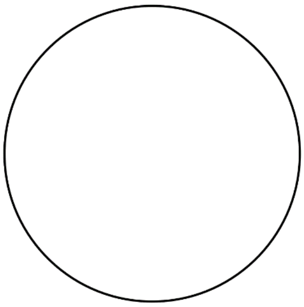
a) $\frac{4}{9}$



b) $\frac{3}{4}$



c) $\frac{7}{10}$



ATIVIDADE 2 – REPRESENTANDO A METADE

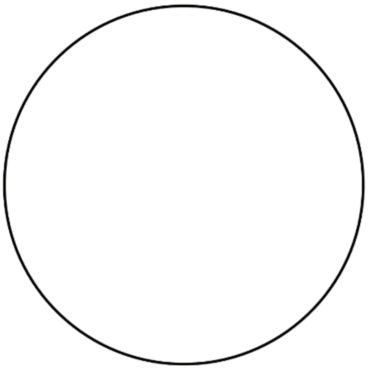
1) Utilize as frações circulares para resolver as questões a seguir:

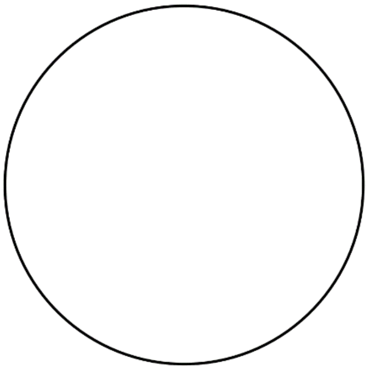
Alex, Diana e Pedro são irmãos. Sábado à noite, Pedro pediu uma pizza que já veio cortada em 8 fatias. Distraído, Pedro comeu 4 fatias e deixou o restante para seus irmãos.

a) Qual foi a fração da pizza que Pedro comeu, considerando que estava dividida em 8 fatias?

b) Ao chegar na cozinha, Diana esbravejou: "Você comeu metade da pizza, Pedro". Diana tem razão ao dizer que a fração da pizza que Pedro comeu é $\frac{1}{2}$? Por quê?

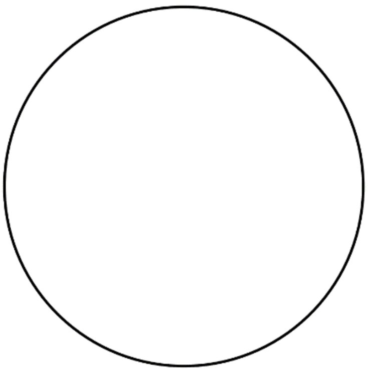
c) Utilizando seu material e considerando a pizza como um inteiro, represente de outras formas a metade da pizza. Registre abaixo:



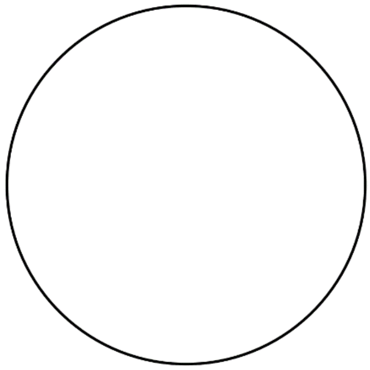


d) Se Diana comer dois dos pedaços restantes, encontre duas frações diferentes que representam a parte da pizza que Diana comeu.

e) Represente com seu material e registre no círculo abaixo as fatias comidas por Pedro e Diana. Tente descobrir quanto sobrou para Alex.



f) Como poderíamos dividir a pizza igualmente para 3 pessoas? Registre:



g) Como podemos dividir 5 pizzas para 3 pessoas?

ATIVIDADE 3 – COMPARANDO FRAÇÕES

1) Utilize as frações circulares para completar as sentenças a seguir com os sinais de $>$ (maior) ou $<$ (menor) de modo a torná-las verdadeiras.

a) $\frac{1}{3}\square\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{5}\square\frac{2}{5}$ c) $\frac{2}{10}\square\frac{9}{10}$

2) As frações do Exercício 1 possuem, todas, o mesmo denominador. O que podemos observar ao compará-las?

____

____

3) Utilize as frações circulares para completar as sentenças a seguir com os sinais de $>$ (maior) ou $<$ (menor) de modo a torná-las verdadeiras.

a) $\frac{1}{2}\square\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{3}\square\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{4}\square\frac{1}{9}$

4) As frações do Exercício 3 possuem, todas, o mesmo numerador 1 e diferentes denominadores. O que podemos observar ao compará-las?

____

____

5) A partir das conclusões anteriores, complete as sentenças a seguir com os sinais de $>$ (maior) ou $<$ (menor) de modo a torná-las verdadeiras e justifique:

a) $\frac{4}{5}\square\frac{4}{6}$ ____

b) $\frac{3}{8}\square\frac{3}{7}$ ____

c) $\frac{10}{12}\square\frac{12}{20}$ ____

d) $\frac{1}{10}\square\frac{1}{20}$ ____

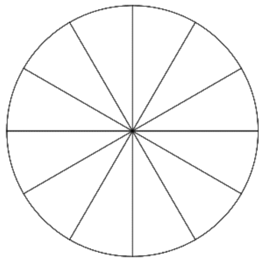
e) $\frac{1}{35}\square\frac{1}{43}$ ____

f) $\frac{1}{99}\square\frac{1}{100}$ ____

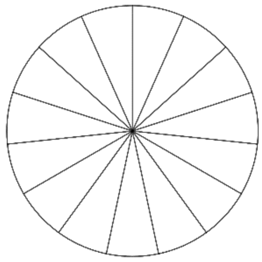
ATIVIDADE 4 – FRAÇÕES EQUIVALENTES

1) Utilize as réguas fracionárias para resolver as questões a seguir:

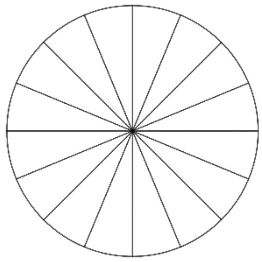
a) Como podemos obter $\frac{9}{12}$ a partir das frações coloridas?



b) Como podemos obter $\frac{3}{15}$ a partir das frações coloridas?



c) Como podemos obter $\frac{4}{16}$ a partir das frações coloridas?



2) Agora, também utilizando as réguas fracionárias, preencha os $\square$ com números de forma a tornar as igualdades verdadeiras.

a) $\frac{5}{3} = \frac{\square}{6}$

b) $\frac{2}{3} = \frac{6}{\square}$

c) $\frac{8}{12} = \frac{\square}{3}$

d) $\frac{9}{12} = \frac{3}{\square}$

e) $\frac{9}{12} = \frac{6}{\square}$

f) $\frac{6}{8} = \frac{\square}{12}$

3) Bianca, Carla e Denise são irmãos e comeram juntos uma pizza. Se Bianca comeu $\frac{3}{8}$ da pizza, Carla comeu $\frac{1}{4}$ da pizza e Denise comeu $\frac{1}{16}$ é correto afirmar que eles comeram toda a pizza? Caso tenha sobrado, qual fração da pizza sobrou?

ATIVIDADE 5 – ADIÇÃO DE FRAÇÕES

A adição e a subtração de frações podem ser realizadas utilizando as frações circulares para representar as parcelas da operação. Na adição de frações, as frações circulares correspondentes a cada parcela deverão ser colocadas <u>lado a lado</u>, de modo a formar parte de um círculo.

1. Posicione as peças lado a lado e, em seguida, utilize as réguas fracionárias para obter a soma como uma única fração. Coloque sua resposta na coluna *Resultado* na tabela a seguir. Anote em *Novo denominador* qual das réguas fracionárias foi utilizada.

   Em seguida, vamos calcular o *mmc dos denominadores* das parcelas da soma e comparar com o novo denominador.

Operação	Resultado	Novo denominador	mmc dos denominadores
$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=$			
$\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=$			
$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=$			
$\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=$			

2. O que você pode perceber ao comparar o mmc dos denominadores das parcelas da soma com o novo denominador?

3. Utilizando a ideia de frações equivalentes, reescreva as parcelas das adições utilizando o novo denominador, ilustrando por que o resultado encontrado nos testes é verdadeiro.

   a. $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=$

   b. $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=$

   c. $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=$

   d. $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=$

4. Utilizando frações equivalentes e o mmc para obter o novo denominador, realize as seguintes operações:
   a. $\frac{3}{10} + \frac{4}{5} =$

   b. $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} =$

   c. $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} =$

ATIVIDADE 6 – SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

A adição e a subtração de frações podem ser realizadas utilizando as frações circulares para representar as parcelas da operação. Na subtração, a fração circular correspondente ao segundo termo da operação (subtraendo) deve ser sobreposta ao primeiro termo (minuendo). A região que não foi sobreposta representa o resultado da subtração (diferença).

1. Posicione o subtraendo sobre o minuendo e, em seguida, utilize as réguas fracionárias para obter a diferença como uma única fração. Coloque sua resposta na coluna *Resultado* na tabela a seguir. Anote em *Novo denominador* qual das réguas fracionárias foi utilizada.

   Em seguida, vamos calcular o *mmc dos denominadores* das parcelas de cada subtração e comparar com o novo denominador.

Operação	Resultado	Novo denominador	mmc dos denominadores
$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} =$			
$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$			
$\frac{2}{3} - \frac{1}{5} =$			
$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} =$			

2. O que você pode perceber ao comparar o mmc dos denominadores das parcelas da subtração com o novo denominador?

3. Utilizando a ideia de frações equivalentes, reescreva as parcelas de cada uma das subtrações utilizando o novo denominador, ilustrando por que o resultado encontrado nos testes é verdadeiro.
   a. $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} =$
   b. $\frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$
   c. $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} =$
   d. $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} =$

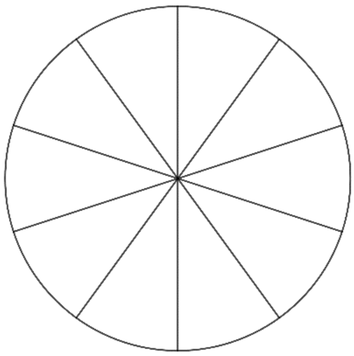
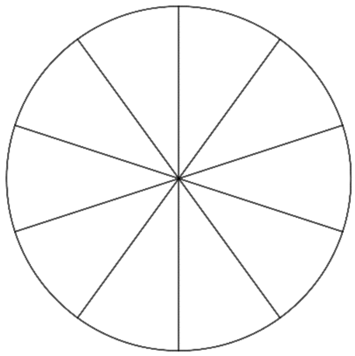
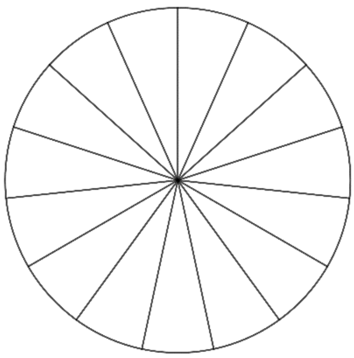
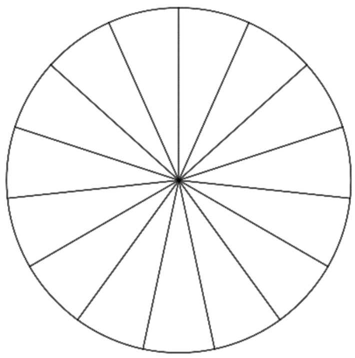
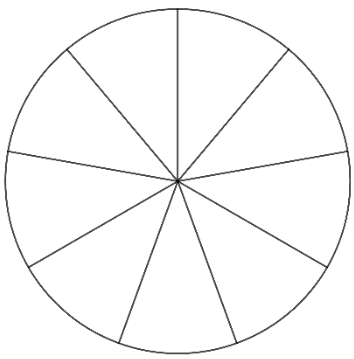
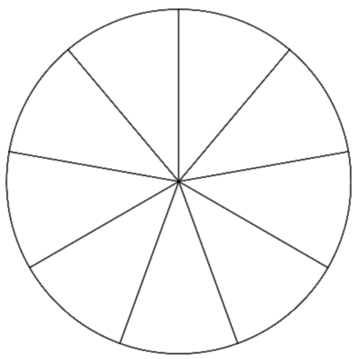
4. Utilizando frações equivalentes e o mmc para obter o novo denominador, realize as seguintes operações:
   a. $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$

   b. $\frac{1}{3} - \frac{2}{9} =$

   c. $2 - \frac{1}{2} =$

ATIVIDADE 7 – MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES

Multiplicar frações pode ser compreendido como o ato de determinar parte de uma fração. Por exemplo: calcular $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10}$ pode ser interpretado como determinar $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{10}$ ou seja, devemos dividir $\frac{4}{10}$ em duas partes e pegar uma delas.

Pinte $\frac{4}{10}$ 	Pinte $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{10}$ 
Pinte $\frac{12}{15}$ 	Pinte $\frac{1}{3}$ de $\frac{12}{15}$ 
Pinte $\frac{6}{9}$ 	Pinte $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{9}$ 

Nos casos acima, conseguimos dividir o numerador da segunda fração pelo denominador da primeira. Entretanto, nem sempre isso acontece. Por exemplo: quanto é $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$?

Neste caso, vamos utilizar as réguas de frações para dividir $\frac{2}{5}$ em 3 partes iguais. Com qual das réguas podemos dividir dessa forma? Qual o resultado obtido?

Utilizando a régua mais apropriada, determine:

a) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

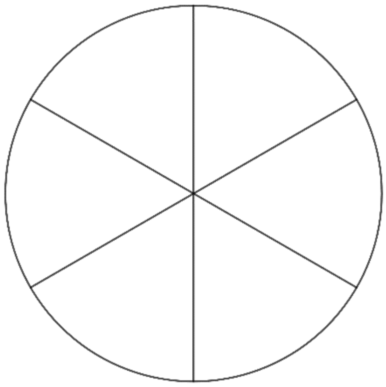
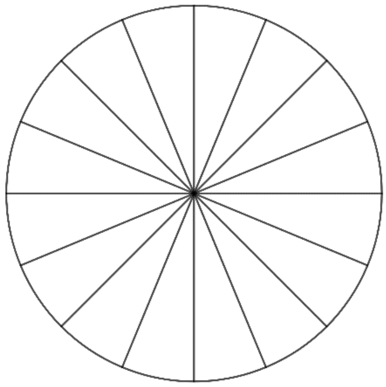
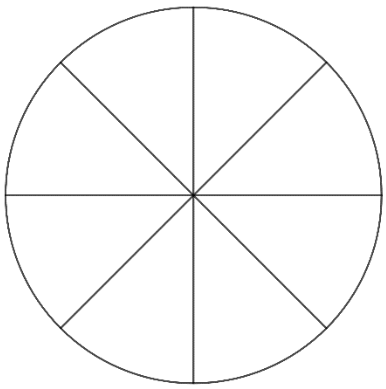
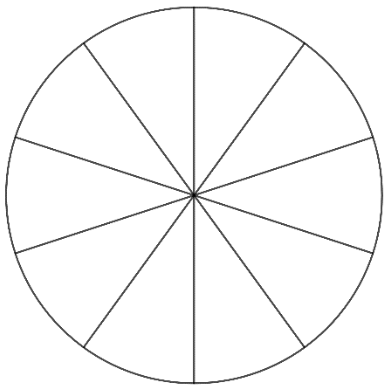
b) $\frac{3}{8} \times \frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$

ATIVIDADE 8 – DIVISÃO DE FRAÇÕES

Dividir frações pode ser compreendido como o ato de determinar quantas de uma fração são necessárias para formar a outra. Por exemplo: calcular $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6}$ significa determinar quantas vezes $\frac{1}{6}$ cabe em $\frac{1}{2}$ ou seja.

Pinte $\frac{1}{2}$ utilizando $\frac{1}{6}$  Portanto, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} =$	Pinte $\frac{1}{4}$ utilizando $\frac{1}{16}$  Portanto, $\frac{1}{4} \div \frac{1}{16} =$
Pinte $\frac{3}{4}$ utilizando $\frac{1}{8}$  Portanto, $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} =$	Pinte $\frac{2}{5}$ utilizando $\frac{1}{10}$  Portanto, $\frac{2}{5} \div \frac{1}{10} =$

Nos casos acima, o denominador da segunda fração é um múltiplo do denominador da primeira, bem como seus numeradores, de forma que será necessária uma quantidade inteira da segunda fração para formar a primeira. Note que:

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \div \frac{1}{6} = 3$$

Agora, considere a seguinte divisão: $\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$. Ou seja, quantos $\frac{2}{3}$ são necessários para formar $\frac{1}{3}$?

Vamos utilizar a frações equivalentes para calcular os casos em que não estamos trabalhando com múltiplos. Por exemplo: quanto é $\frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$?

Tente sobrepor a fração circular $\frac{1}{3}$ com duas frações circulares de $\frac{1}{5}$. O que aconteceu?

____

Tente sobrepor a fração circular $\frac{1}{3}$ com quatro frações circulares de $\frac{1}{5}$. O que aconteceu?

____

Isto quer dizer que não cabe uma quantidade inteira de $\frac{2}{5}$ em $\frac{1}{3}$. Vamos precisar determinar frações equivalentes com mesmo denominador. Que frações equivalentes a $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{3}$ têm mesmo denominador?

Portanto, $\frac{1}{3} \div \frac{2}{5} =$

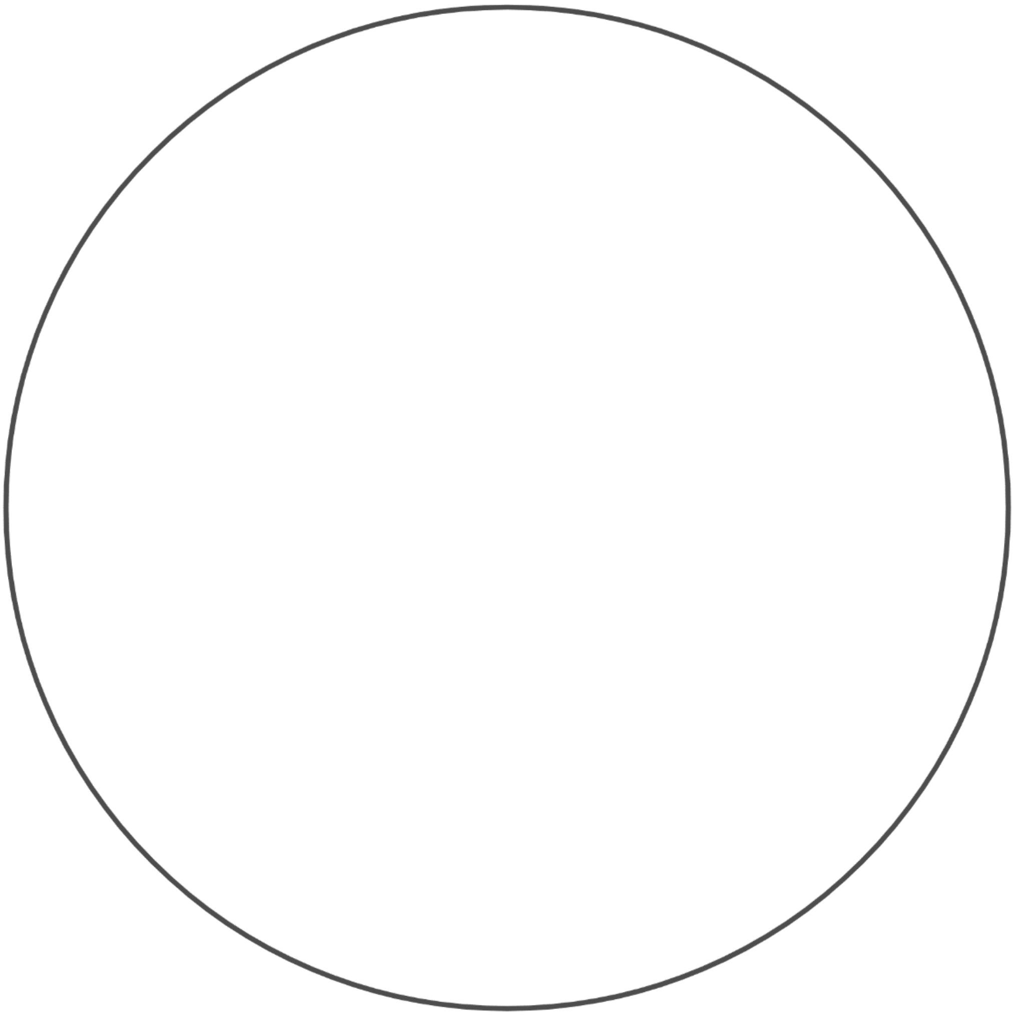
Resolva, utilizando frações equivalentes:

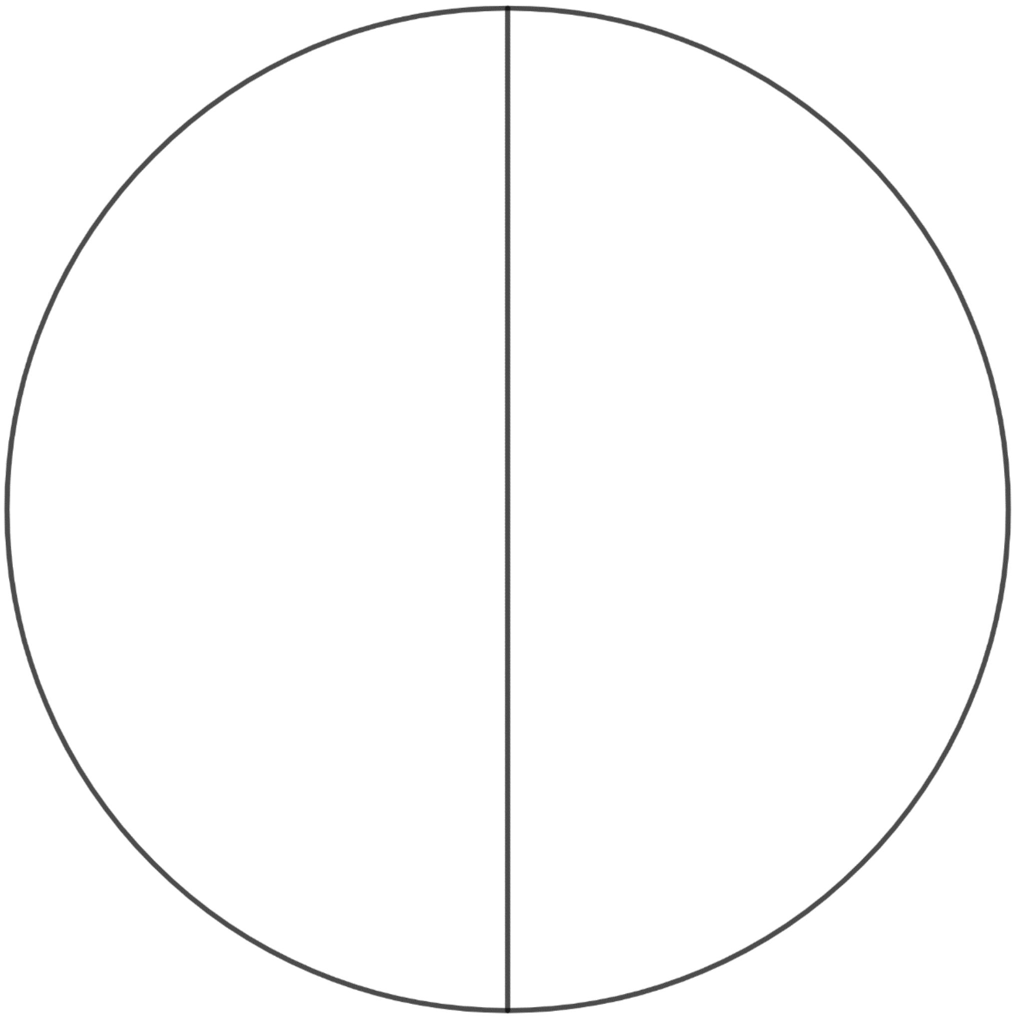
a) $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} =$

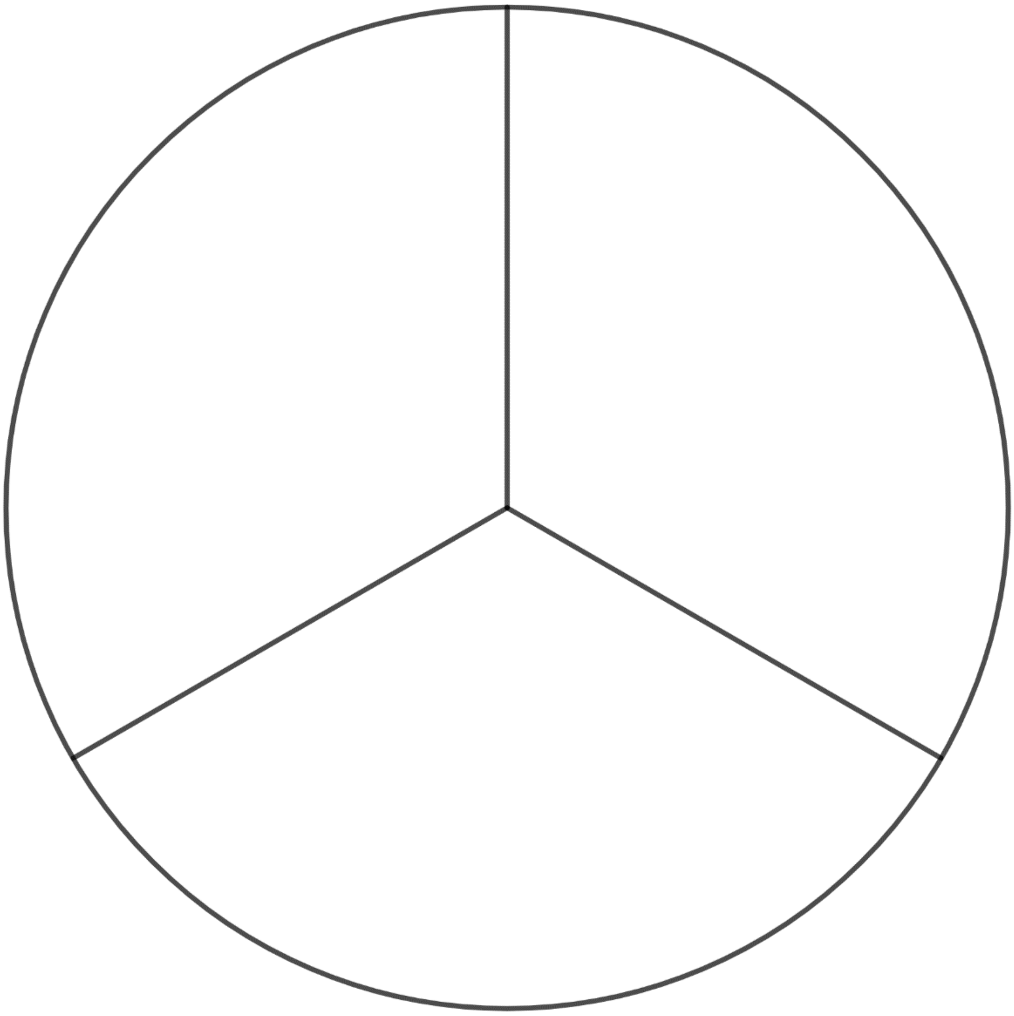
b) $\frac{3}{8} \div \frac{1}{2} =$

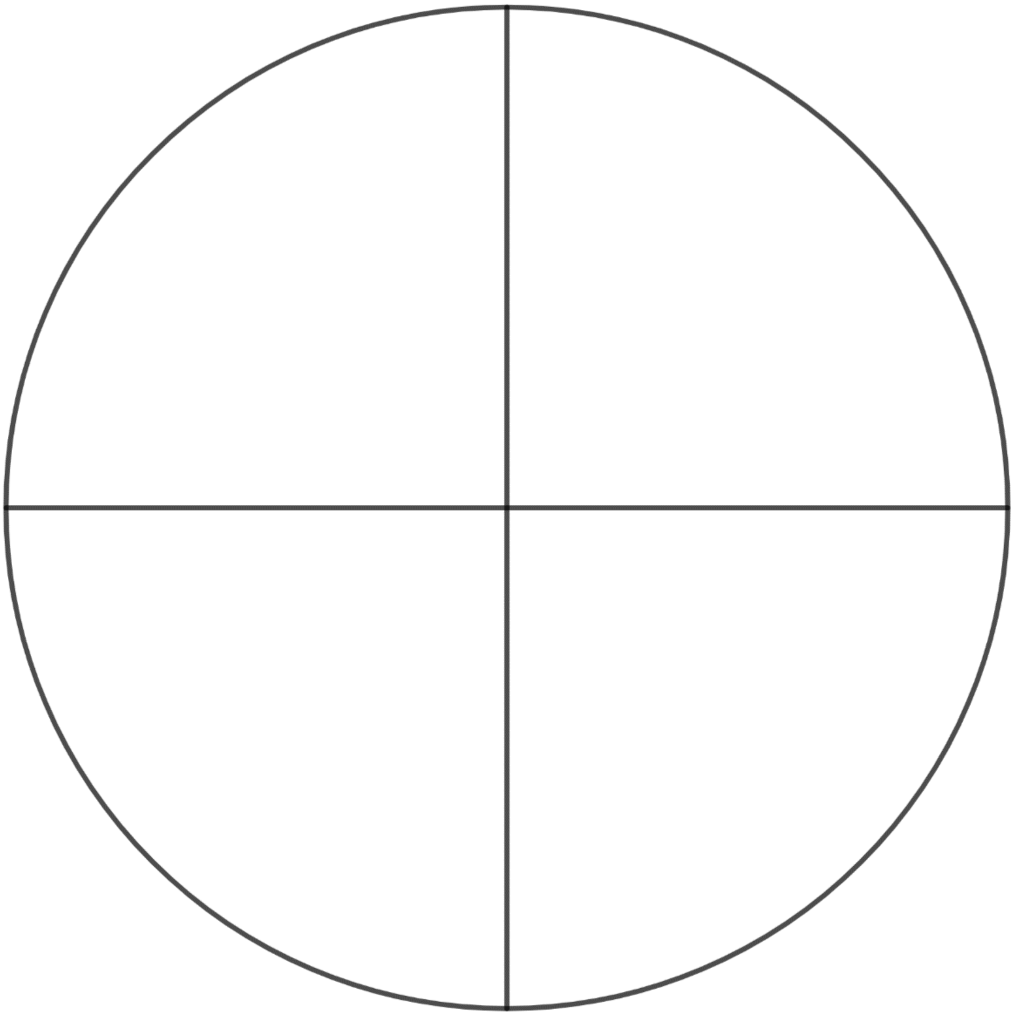
c) $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$

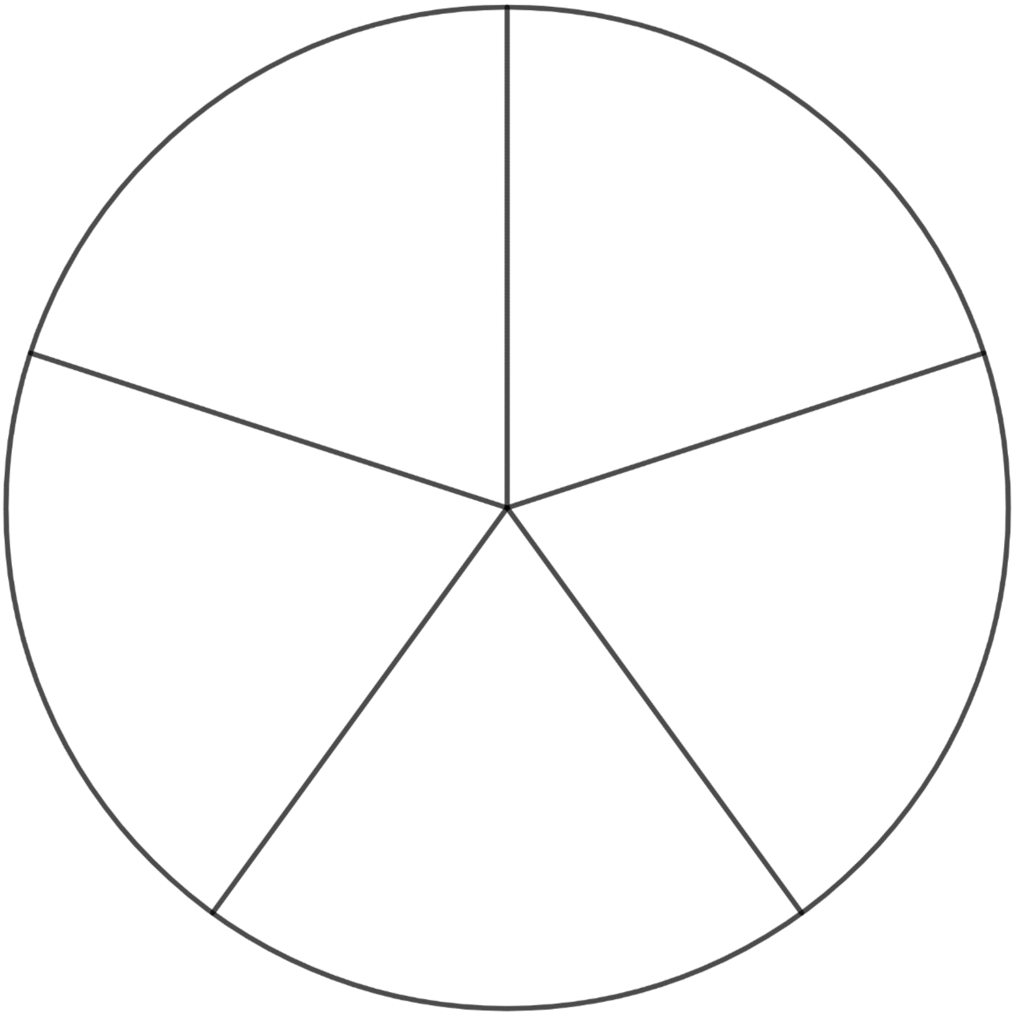
d) $\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$

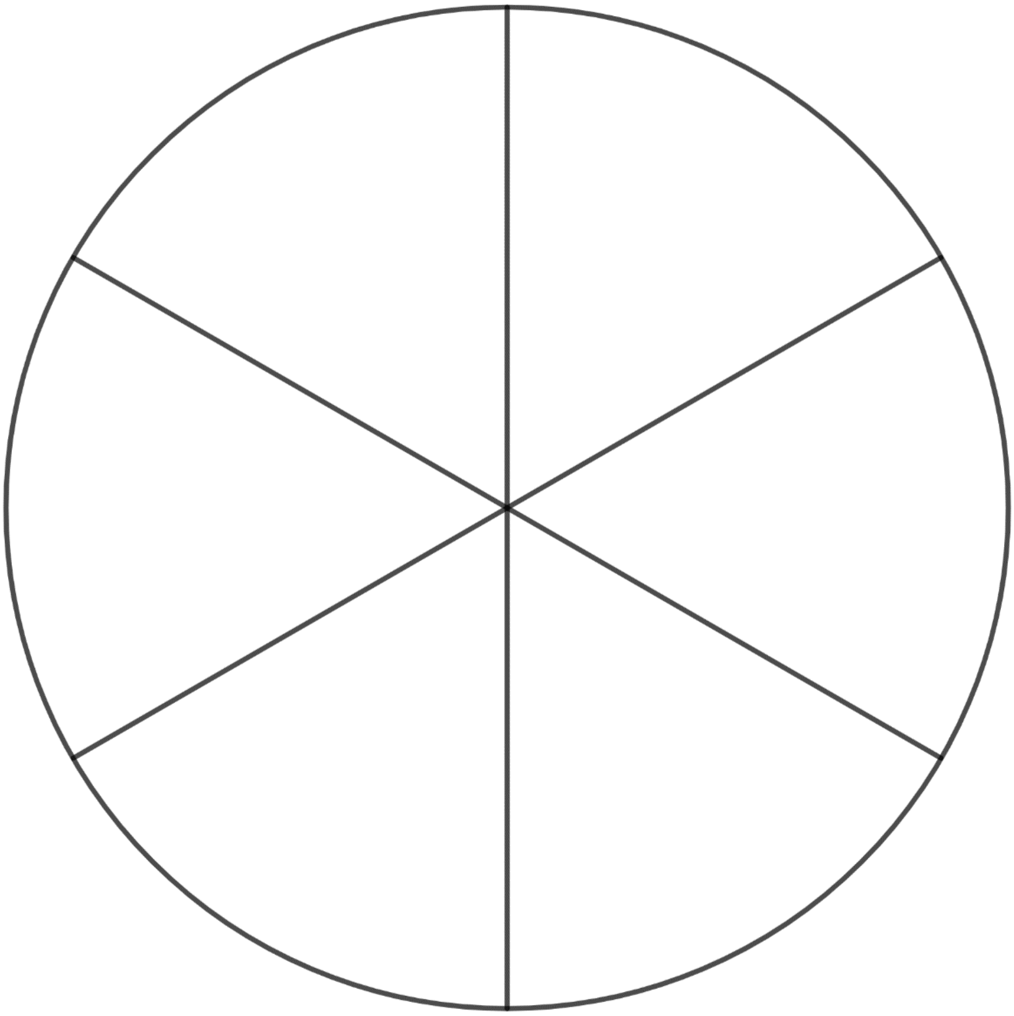


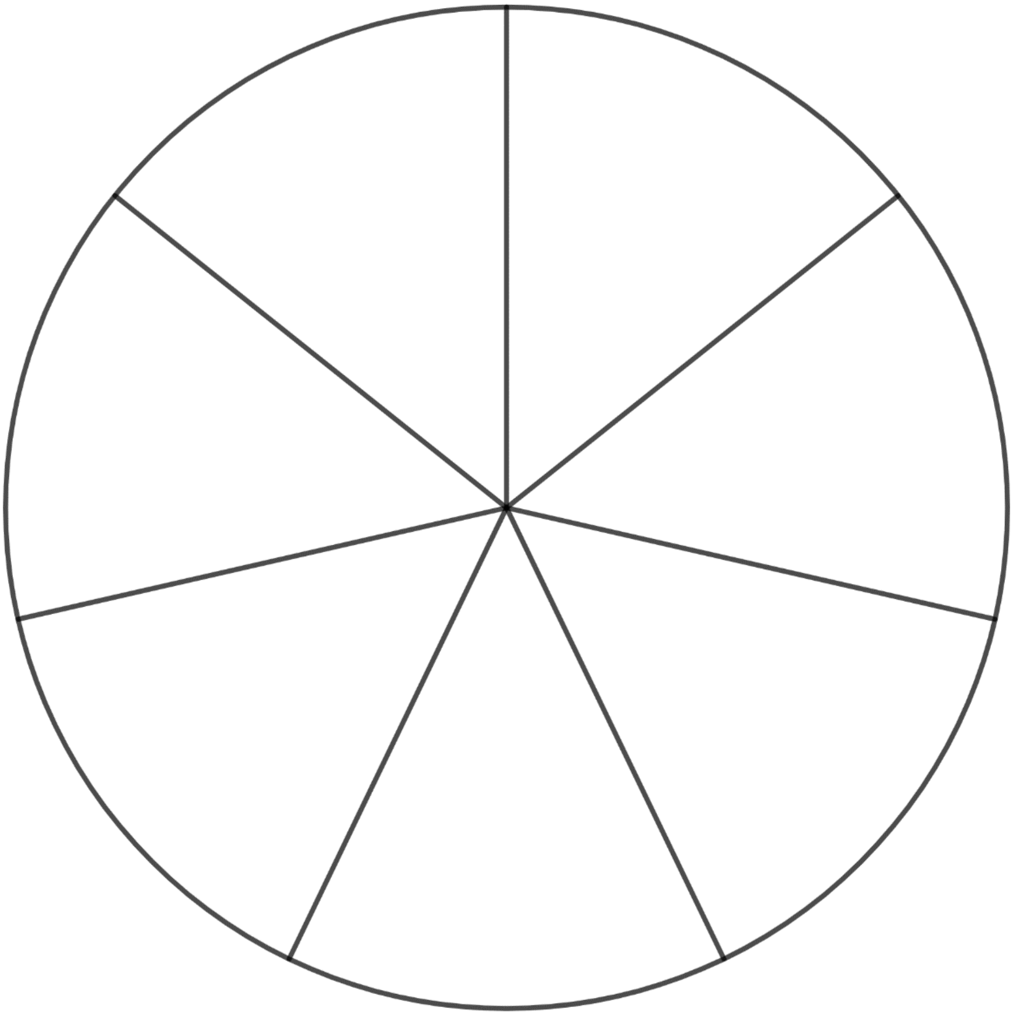


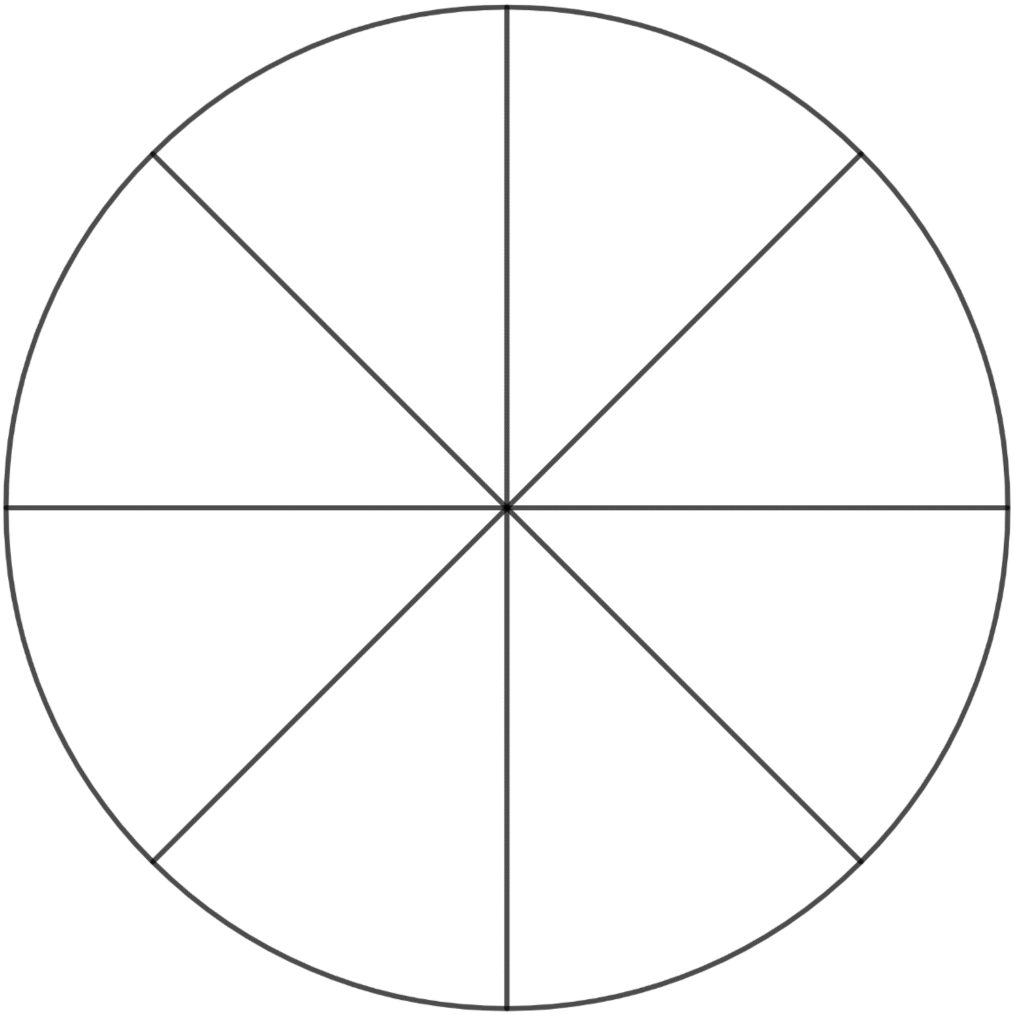


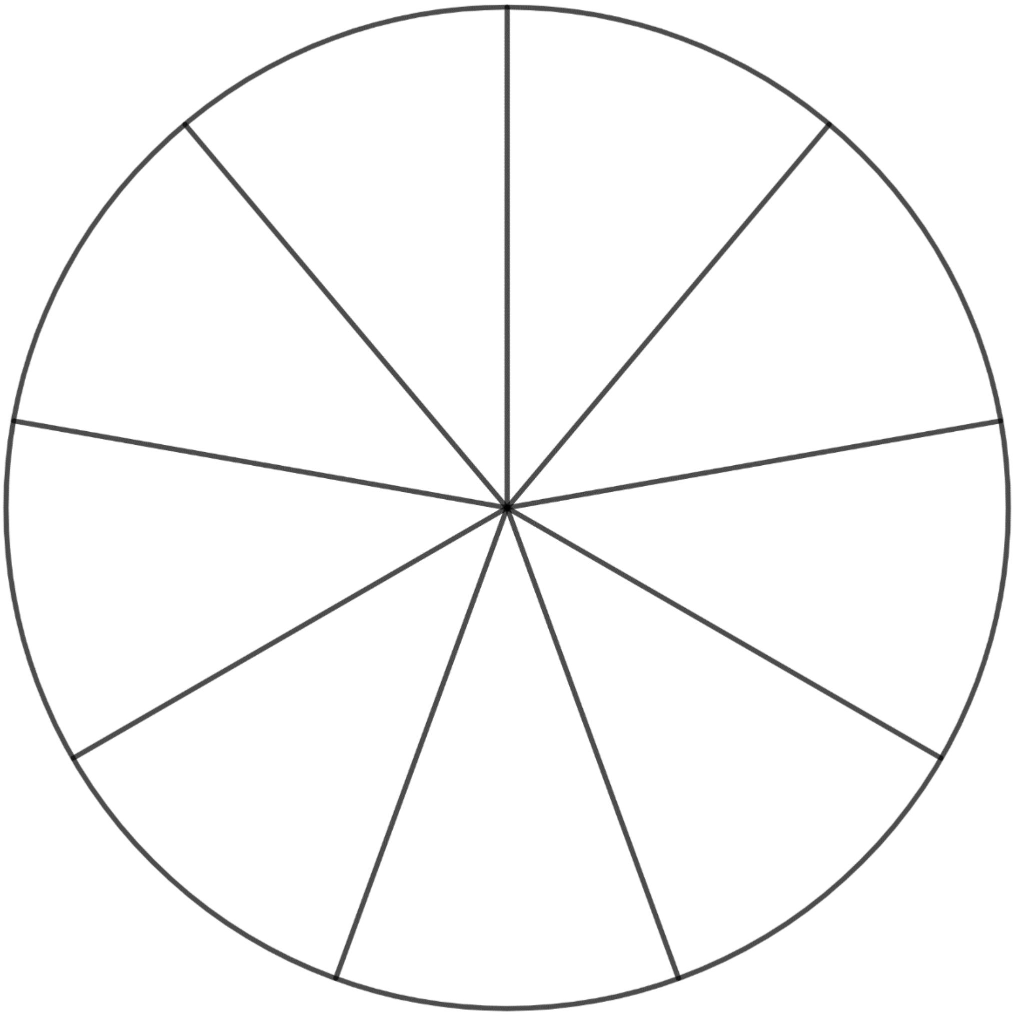


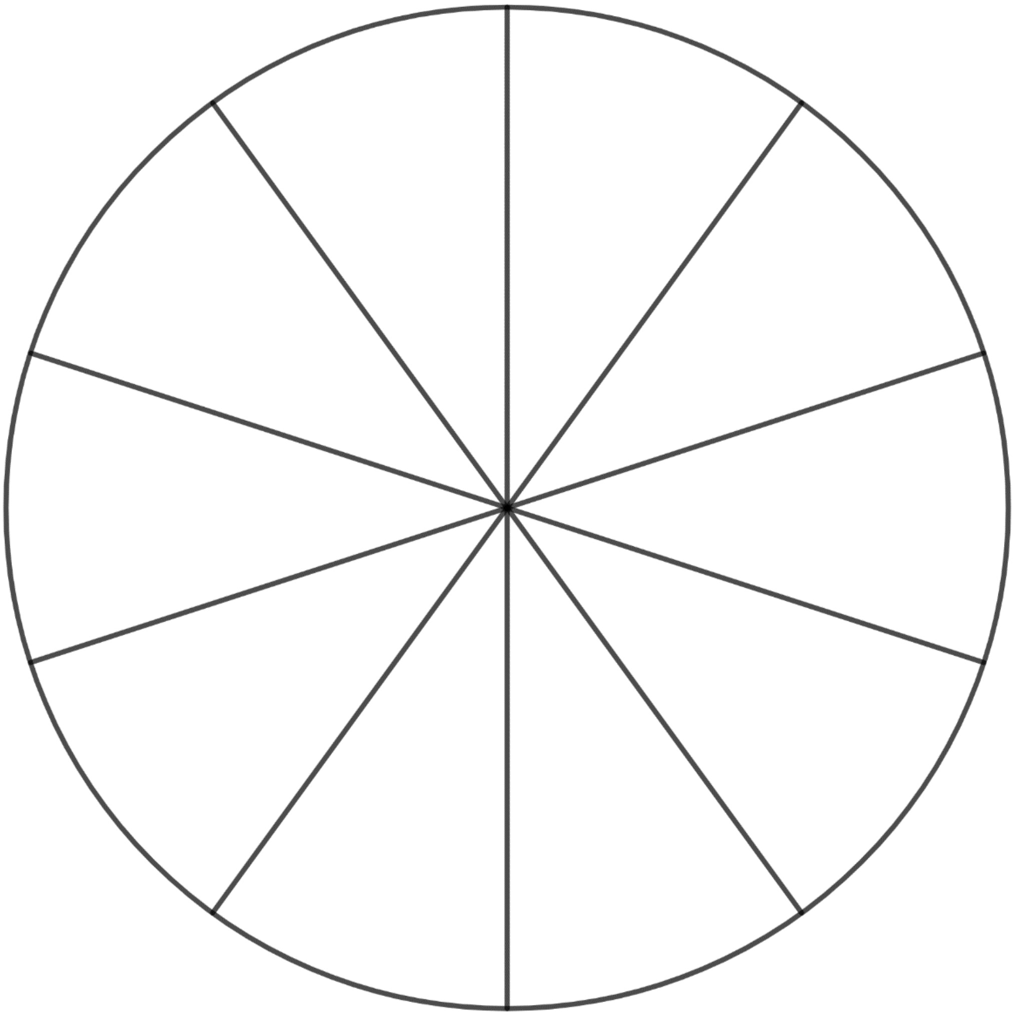


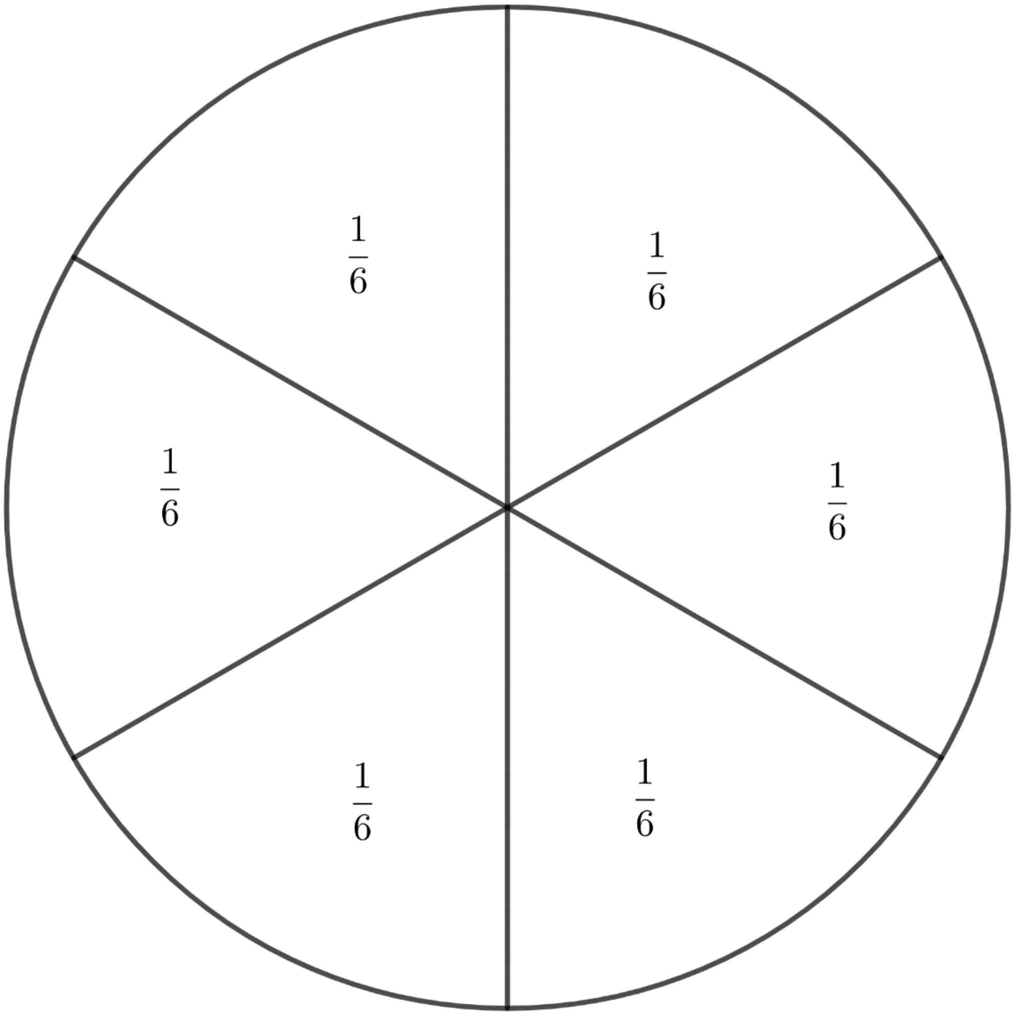




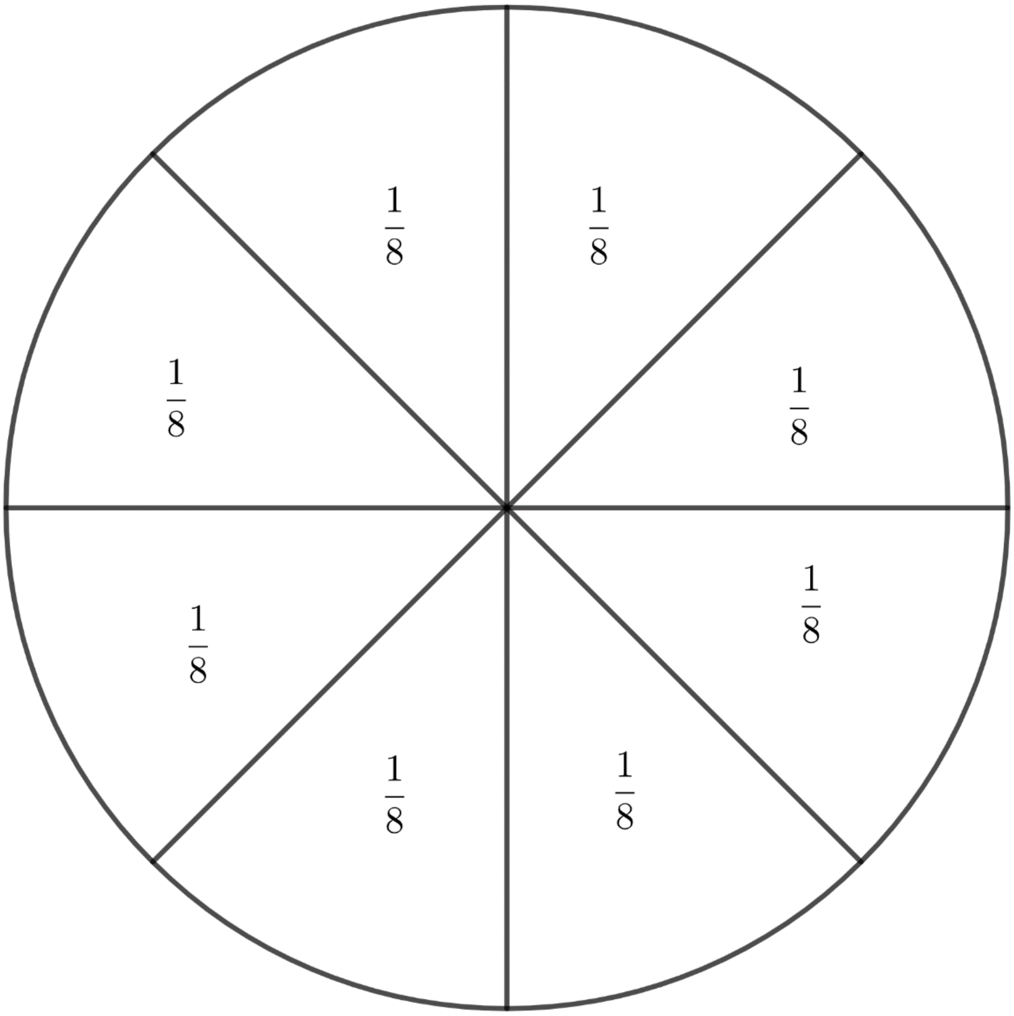


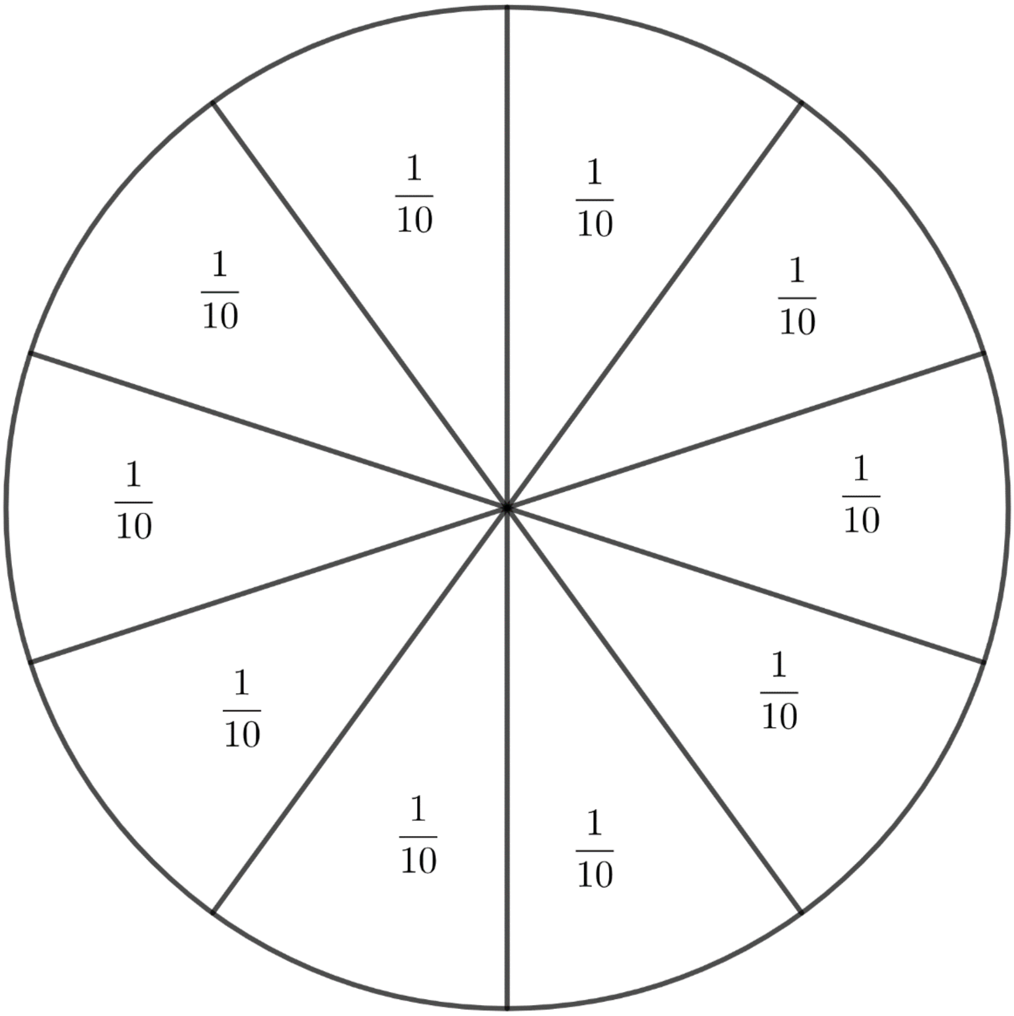




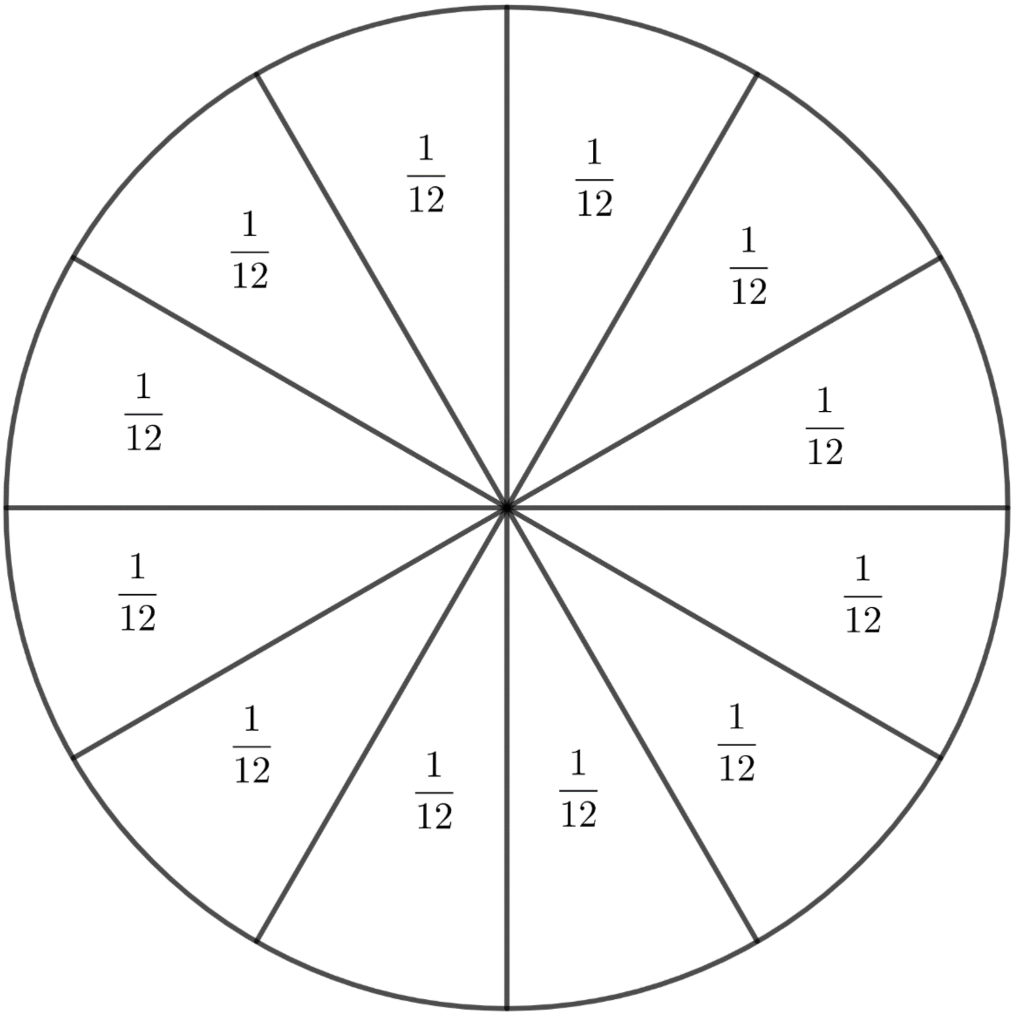


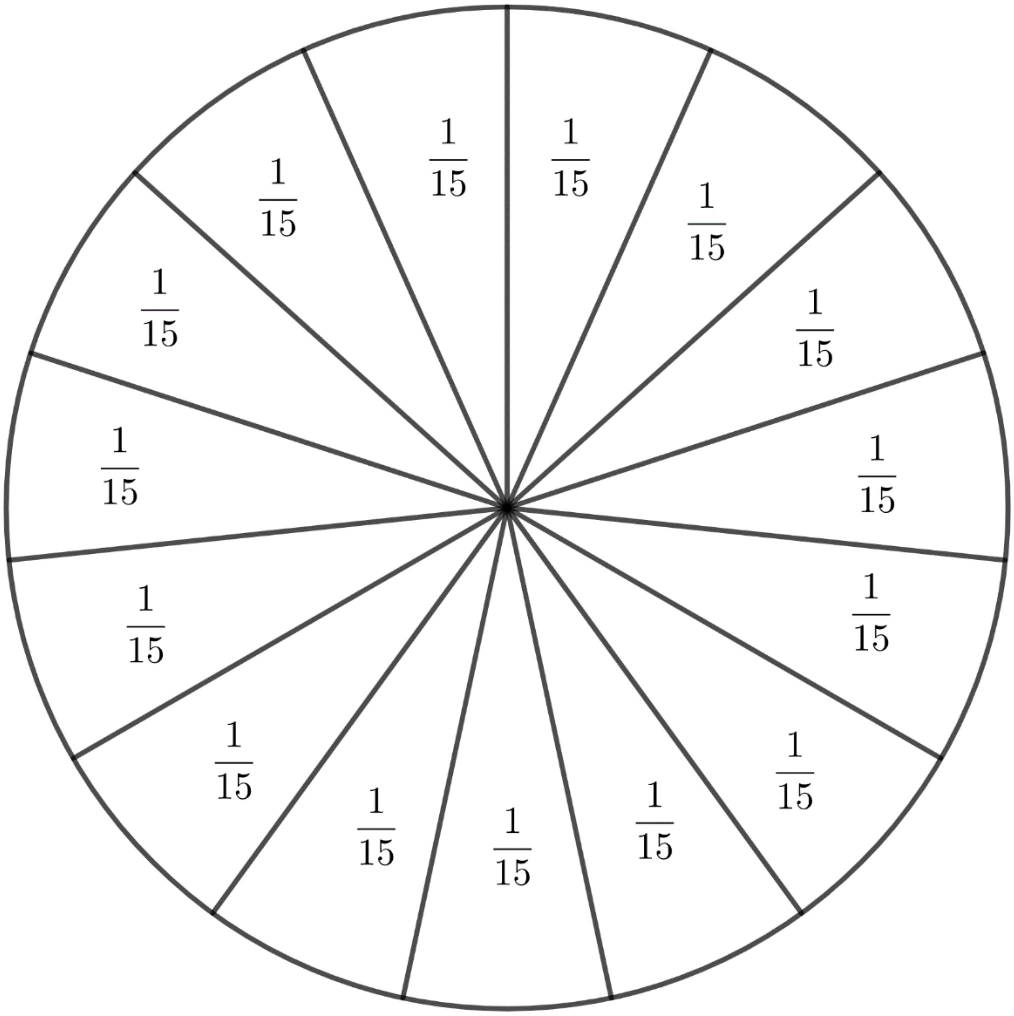
1/6
1/6
1/6
1/6
1/6
1/6


$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{8}$

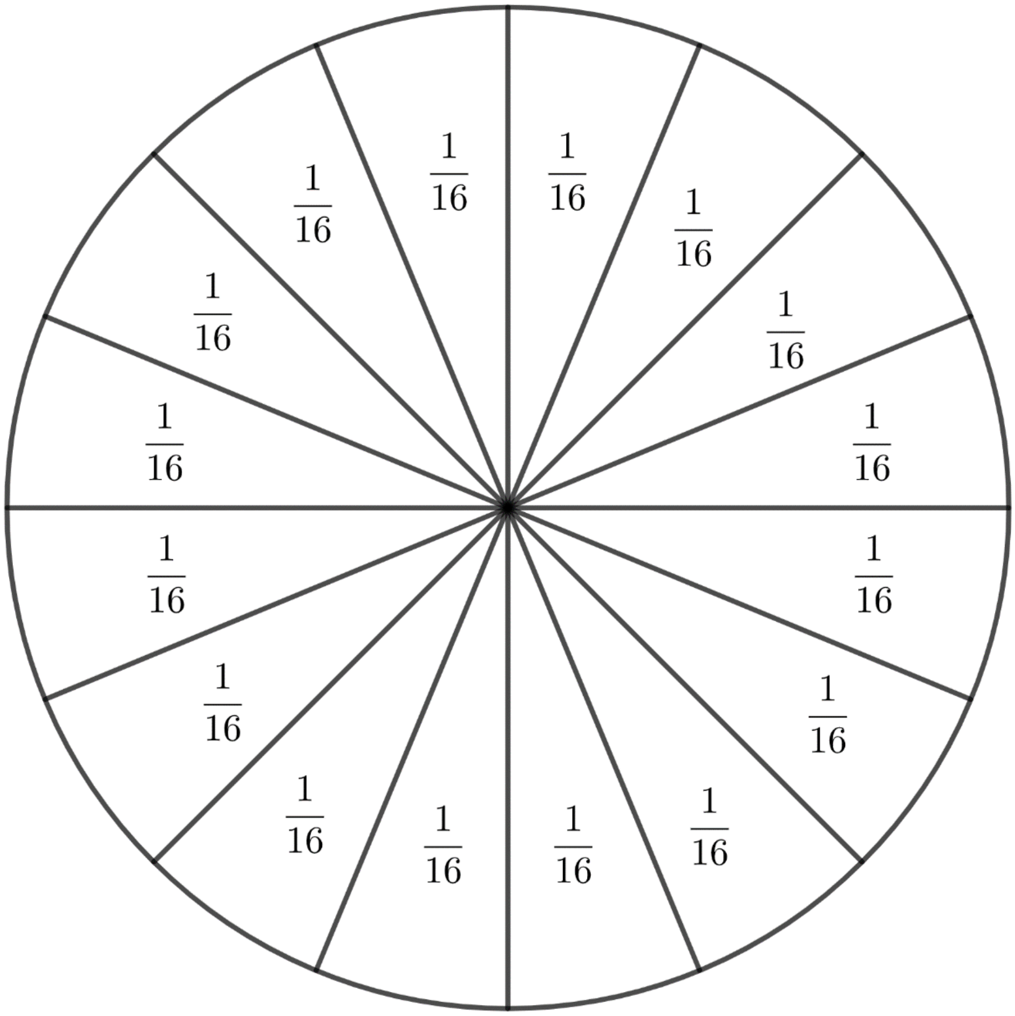


$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$


$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{12}$



$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{15}$


$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{16}$