



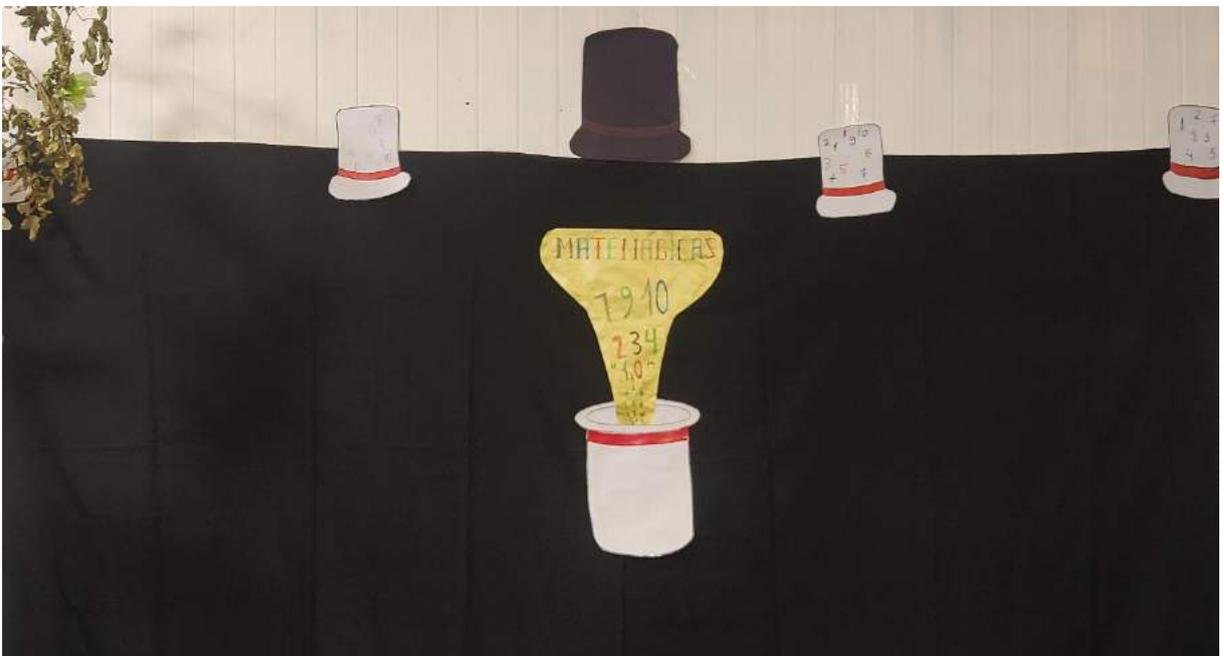
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

PRODUTO EDUCACIONAL

Sequência Didática: O show da Matemática, Matemática com os números

Daniel Pereira

Claudio Cesar Saccomori Junior



Seropédica, RJ
2024

Produto Educacional apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Aprovado em banca de defesa de mestrado no dia 05/04/2024.

AUTORES

Daniel Pereira: Licenciado em Matemática pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (2011) e Mestre pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (2023). Atualmente é professor de Matemática em uma Escola Municipal Do Rio de Janeiro.

Claudio Cesar Saccomori Junior: Possui Graduação em Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (1998), Mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2000) e Doutorado em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2014). Atualmente é professor Adjunto da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Álgebra. Atuando principalmente nos seguintes temas: Geometria Algébrica, Geometria Projetiva, e Variedades.

SUMÁRIO

CARTA AO LEITOR	5
1 MATEMÁTICA DE FORMA DIVERTIDA	6
2 MATEMÁGICA: O NÚMERO PENSADO	7
2.1 Aplicando o truque.....	8
2.2 Conceitos matemáticos por trás do truque.....	10
2.3 Revelando o segredo	10
2.4 Sugestão de aula.....	11
3 MATEMÁGICA: A SOMA MISTERIOSA	13
3.1 Aplicando o truque.....	14
3.2 Conceitos matemáticos por trás do truque	15
3.3 Revelando o segredo	16
3.4 Sugestão de aula	17
4 MATEMÁGICA: O NÚMERO RISCADO	21
4.1 Aplicando o truque	22
4.2 Conceitos matemáticos por trás do truque.....	23
4.3 Revelando o segredo	24
4.4 Sugestão de aula.....	25
5 MATEMÁGICA: A PEÇA ESCOLHIDA	29
5.1 Aplicando o truque	29
5.2 Conceitos matemáticos por trás do truque.....	30
5.3 Revelando o segredo	31
5.4 Sugestão de aula.....	32

6	HISTÓRIA DAS MATEMÁTICAS NAS MATEMÁTICAS	34
6.1	Sistema de numeração posicional.....	34
6.2	Euclides e seus elementos.....	37
6.3	Sistema Binário de numeração	38
	CONVERSA FINAL COM O LEITOR	39
	REFERÊNCIAS.....	41
	APÊNDICE A - (CARTAS DO TRUQUE O NÚMERO PENSADO)	42
	ANEXO B - FOLHA DE APROVAÇÃO	43

CARTA AO LEITOR

Esse material, apresentado como Produto Educacional, é parte integrante de nossa pesquisa de Dissertação de Mestrado intitulada matemática e jogos interativos motivacionais como princípios norteadores no processo de ensino e aprendizagem da educação básica, desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ), sob orientação do Professor Dr. Claudio Cesar Saccomori Junior.

Nosso Produto Educacional consiste em quatro sequências didáticas, envolvendo truques matemáticos (matemágicas). Esses truques trabalham conceitos matemáticos básicos de aritmética ensinados no ensino básico e médio principalmente. Caro colega de profissão, nossas matemágicas são: o número pensado, a soma misteriosa, o número riscado e a peça escolhida. No truque "o número pensado", um aluno convidado pensará em um número entre 1 e 63, o docente com a utilização de 6 cartas, contendo esses sessenta e três números, revelará o número pensado. No truque "a soma misteriosa", um aluno convidado colocará um número no quadro com k algarismos, após o aluno escrever esse número o professor anotará o resultado previamente da soma final, tendo por base apenas o primeiro número. Depois dessa anotação outro aluno será convidado a escrever logo abaixo do primeiro número, outro número com k algarismos. Para finalizar a soma que será realizada, o professor colocará um terceiro número, número chave para que a soma seja igual ao resultado previamente anotado. Um terceiro aluno pode ser convidado a realizar a soma dos três números expostos no quadro, após essa soma ser efetuada o professor abrirá o papel que conterà o número correspondente ao da soma. No truque "o número riscado", o aplicador descobrirá um algarismo riscado pelo aluno. A

matemática começará com um aluno expondo no quadro um número de k algarismo, depois escreverá outro número com k algarismo, usando os mesmos algarismos do primeiro número, mas na ordem inversa. Após isso, realizará a subtração desses números (o maior menos o menor). Tendo feito essa subtração, o aluno será orientado pelo professor a riscar qualquer um dos algarismos do resultado, não podendo ser o algarismo zero. O discente será informado a efetuar a soma dos algarismos restantes e informará o resultado dessa soma ao professor, que revelará o número riscado sem ver nenhum dos números utilizados pelo aluno. No truque "a peça escolhida", um aluno escolherá uma peça de um dominó tradicional com 28 peças. Após a realização de alguns cálculos, que serão orientados pelo professor, o aluno informará o resultado final. Imediatamente, o docente revelará a peça escolhida, tendo por base apenas o resultado final das contas realizadas pelo discente. Desta modo, caro colega, essas atividades lúdicas envolvendo matemática poderão ser aplicadas no ensino básico como um todo, já que trabalha conceitos aritméticos desses anos escolares, mas com devidas adaptações, algumas delas até em cursos de graduação em licenciatura plena em matemática. Destacamos que a aceitação por parte dos alunos foi boa, inclusive dois alunos apresentaram os quatro truques matemáticos no show de talentos e posteriormente apresentaram a todas as turmas num evento organizado no auditório da escola, cujo título do evento foi "o show da matemática".

1 MATEMÁTICA DE FORMA DIVERTIDA

A prática docente perpassa pela busca de metodologias que possam contribuir para o aprendizado dos alunos. Por isso, os docentes devem buscar práticas que possam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. A aprendizagem matemática é vista por muitos discentes como um processo

cansativo e nada atraente. Se valendo de alguns processos diferenciados como alguns autores ressaltam, o aprendizado matemático pode ficar mais divertido e atrativo. O processo de ensino e aprendizagem pautado em atividades lúdicas como matemática e jogos que sirvam de princípios norteadores para determinado conteúdo do ensino básico, em particular na área de matemática, pode tornar essa área do conhecimento mais prazerosa. Cabe ressaltar que a aprendizagem está intrinsecamente ligada a adaptações do ensino, ou seja, os docentes devem buscar mecanismos que contribuam para uma maior motivação e um melhor aprendizado dos discentes¹.

Na busca dessas atividades lúdicas como fator motivador para determinado conteúdos, as matemáticas são metodologias que podem cumprir esse papel². Além disso, o último autor citado destaca uma notícia do site IG³, onde tal reportagem ressalta que tais metodologias contribuíram como aspecto motivador e para um melhor desempenho dos alunos na disciplina de matemática na escola em que a professora Leila Graziela de Mendonça e Castro até então lecionava.

Diante disso, serão destacados alguns truques matemáticos que visam introduzir determinados conteúdos de aritmética, sendo eles: o número pensado, a soma misteriosa, o número riscado e a peça escolhida.

2 MATEMÁTICA: O NÚMERO PENSADO

O número pensado é um truque matemático que trabalha alguns conceitos matemáticos do ensino básico. Essa matemática se enquadra dentro de uma metodologia que destaca que não existe um único caminho para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da matemática. Sendo fundamental que o

¹ Ferro e Paixão (2017),

² Almeida (2017).

³ <https://ultimosegundo.ig.com.br/educacao/2017-04-04/matematica-magica.html>.

docente busque caminhos diversos no ensino do conteúdo⁴.

Esse truque tem como objetivo descobrir o número pensado pelo aluno, dentre os sessenta e três disponíveis nas cartas destacadas a seguir. Inicialmente serão apresentadas as seis cartas com os números de um a sessenta e três.

Figura 1: Cartas número pensado.

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31
33	35	37	39
41	43	45	47
49	51	53	55
57	59	61	63

Carta C_1

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31
34	35	38	39
42	43	46	47
50	51	54	55
58	59	62	63

Carta C_2

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31
36	37	38	39
44	45	46	47
52	53	54	55
60	61	62	63

Carta C_3

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31
40	41	42	43
44	45	46	47
56	57	58	59
60	61	62	63

Carta C_4

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

Carta C_5

32	33	34	35
36	37	38	39
40	41	42	43
44	45	46	47
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

Carta C_6

Fonte: Elaborada pelos autores no Latex.

2.1 Aplicando o truque

- Pergunte aos alunos quem deseja participar. A partir disso, escolha um aluno, ou alguns alunos;
- Peça para que pense em um número entre 1 e 63. (Se quiserem podem

⁴ Parâmetros Curriculares Nacionais Brasil (1997).

anotar em um papel e mantê-lo escondido, para mostrar aos demais futuramente);

- Mostre uma carta após a outra (As cartas devem estar em ordem crescente das potências de 2, que se encontram na primeira posição de cada carta), pedindo para que o participante diga se o número pensado se encontra na carta;
- A cada carta que o participante disser que o número pensado se encontra some o primeiro número (a potência de 2);
- Revele o resultado: O resultado será a soma das potências de 2, que se encontram na primeira linha e primeira coluna de cada carta em que se encontra o número pensado.

Exemplo 1:

*Julieta, pense em um número. Esse número pode ser qualquer um, entre 1 e 63. Em minhas mãos estão seis cartas matemáticas. Irei mostrá-las uma a uma, e você me dirá em quais cartas se encontra o número que você pensou.
Ok?*

37

Ok, professor. Já pensei.

*Agora Julieta, me responda em qual carta está o número que você pensou:
Está nessa (1ª carta)? / Está nessa (2ª carta)?
Está nessa (3ª carta)? / Está nessa (4ª carta)?
Está nessa (5ª carta)? / Está nessa (6ª carta)?
(Em Pensamento: $1 + 4 + 32 = 37$)*

*Ok, professor!
Na 1ª, sim. / Na 2ª, Não.
Na 3ª, sim. / Na 4ª Não.
Na 5ª, Não. / Na 6ª Sim.*

Julieta, o número que você pensou é: 37.

Obs. As potências de 2, que se encontram na primeira posição das cartas indicadas com sim, são $2^0 = 1$, $2^2 = 4$ e $2^5 = 32$, justamente os números que somados dão 37 (número pensado).

2.2 Conceitos matemáticos por trás do truque

No ensino fundamental dois, os discentes devem ampliar os conceitos já trabalhados no ciclo anterior, tais como operações com números naturais e sistema posicional⁵. Além disso, é fundamental nesse ciclo que o aluno tenha confiança em si próprio diante da resolução de situações propostas. Para isso deve ser valorizado as estratégias pessoais dos alunos. Desta maneira, o truque anterior pode nortear a introdução dos assuntos abaixo descritos

Esses são alguns conceitos matemáticos por trás dessa matemática

- Sistemas de numeração posicional: base dois;
- Operações básicas: soma, multiplicação e divisão;
- Potenciação.



2.3 Revelando o segredo

Nesse ponto, é importante estimular os alunos para que busquem descobrir os truques por trás da matemática, sempre valorizando as tentativas dos alunos, ainda que erradas. Deem algumas dicas que possam auxiliar na busca por esses segredos. Não sendo descoberto o segredo revele a matemática, como a seguir.

- Destaque que os primeiros números das cartas são potências de 2;
- Explique que as cartas, mesmo estando de costas para o aplicador da

⁵ Brasil (1997).

matemática, estão em ordem crescente das potências de 2;

- Mostre através de alguns exemplos que todos os números naturais podem ser escritos como soma de potências de dois⁶ (dependendo do nível da turma, pode ser falado no sistema posicional de base 2);

Exemplos:

1. $28 = 2^2 + 2^3 + 2^4 = 4 + 8 + 16$
2. $55 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^4 + 2^5 = 1 + 2 + 4 + 16 + 32$
3. $17 = 2^0 + 2^4 = 1 + 16$

Observações:

1. Após se revelar o truque, dê aos alunos a possibilidade de realizarem os truques, sendo eles os protagonistas;
2. Numa aula seguinte a essa, proponha exercícios dos conteúdos relacionados aos conceitos matemáticos dessa matemática.

2.4 Sugestão de aula

Tema da Aula: Operações básicas

Objetivos: apresentar a definição de potenciação; propor situações problemas com potenciação; calcular potências de números naturais; descrever as principais propriedades das potências; representar diferentes números como soma de potências de base dois.

Situação Motivadora:

- I- Em um estacionamento encontram-se quatro carros iguais ao da imagem abaixo, alinhados e parados;
- II- Cada carro com quatro pneus tocando o solo;
- III- Essas quatro rodas presas por quatro parafusos.

⁶ Para demonstração desse fato consulte a dissertação de mestrado: matemática e jogos interativos motivacionais como princípios norteadores no processo de ensino e aprendizagem da educação básica.

Figura 2: Carro



Fonte: <https://www.google.com.br/search?>

Então, ao todo, quantos são os parafusos das rodas encostadas no solo, desses quatro carros idênticos?

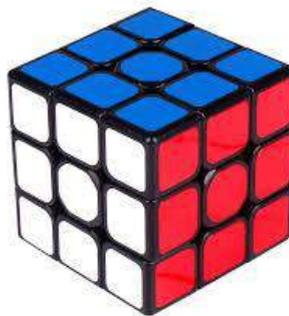
Definição de Potenciação: A potenciação é uma operação matemática, usada para representar uma multiplicação de fatores iguais.

Obs. Nesse momento apresente as propriedades das potências.

Exemplos envolvendo potências:

- 1) O cubo mágico é formado por seis faces de quadradinhos coloridos. Cada face tem uma cor.

Figura 3: Cubo mágico

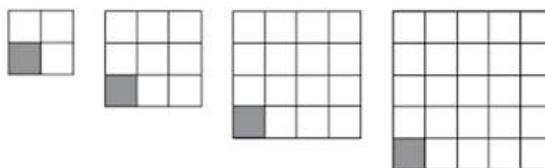


Fonte: <https://www.google.com.br/search?>

Quantos quadradinhos ao todo formam esse cubo mágico?

- 2) Diga quantos são os quadradinhos que formam os quadrados maiores da figura abaixo. Represente por potências o número de quadradinhos de cada quadrado maior.

Figura 4: Quadrados



Fonte: <https://www.google.com.br/search?>

Exercícios de fixação:

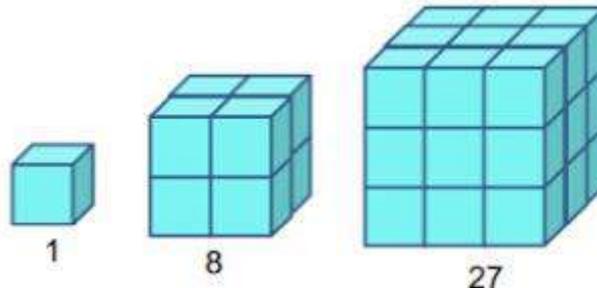
1. Sabe-se que a velocidade da luz no vácuo é de aproximadamente de 300 000 km/s ou 300 000 000 m/s. A velocidade da luz em metros por segundo na potência de base 10 é:
 - a) 3×10^6
 - b) 3×10^8
 - c) 30×10^6
 - d) 300×10^8

2. Expresse os números em cada situação abaixo por potências de base 10:
 - I. A distância aproximada entre o Sol e Marte que é de 228 000 000 km.

 - II. A medida da área do Brasil que é de aproximadamente 8 500 000 km².

3. Quantos são os cubinhos que formam os cubos maiores abaixo:

Figura 5: Cubos



Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=sequ%C3%Aancia+de+cubos+formado+por+cubinhos&tbm>

Represente por potências o número de cubinhos em cada figura acima:

3 MATEMÁTICA: A SOMA MISTERIOSA

A soma misteriosa é um truque matemático, onde o resultado de uma adição será anotado em um papel, tendo como base apenas um número de k algarismos, apresentado por um discente no quadro. Essa atividade lúdica visa facilitar a aprendizagem. Já que a aprendizagem não é responsabilidade exclusiva do discente, de sua ação sobre o meio, de sua estrutura mental, pois alguns

elementos externos podem ser facilitadores nesse processo⁷. Inicialmente será explicado que serão necessários a participação de dois a três alunos e a matemática consiste em descobrir previamente o resultado de uma soma misteriosa.

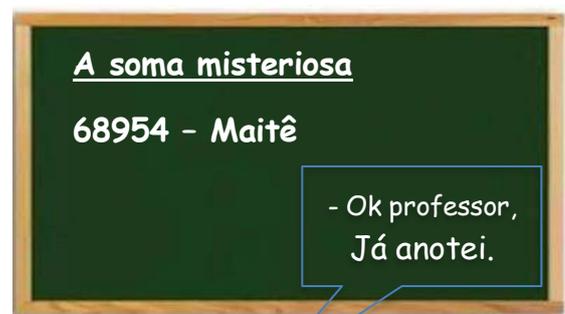
3.1 Aplicando o truque

- Peça a um aluno que coloque no quadro um número natural com k algarismos;
- Anote o resultado da soma misteriosa, acrescentando o algarismo 1 a frente do número (posição $k + 1$) e subtraia 1 da unidade. Deixe o papel em local visível, de maneira que ninguém tenha contato;
- Peça a um segundo aluno que anote um 2º número natural de k algarismos, imediatamente abaixo do 1º número, já exposto no quadro;
- O professor deve adicionar o terceiro número natural de k algarismos, número esse, chave da matemática, esse número deve ser de tal maneira que a soma dos algarismos correspondentes com o segundo número colocado no quadro dê 9, sempre⁸;
- Peça a outro aluno que efetue a soma dos três números que estão no quadro;
- Após um suspense revele o resultado do papel, resultado igual ao da soma realizada pelo terceiro aluno.

Exemplo 1:



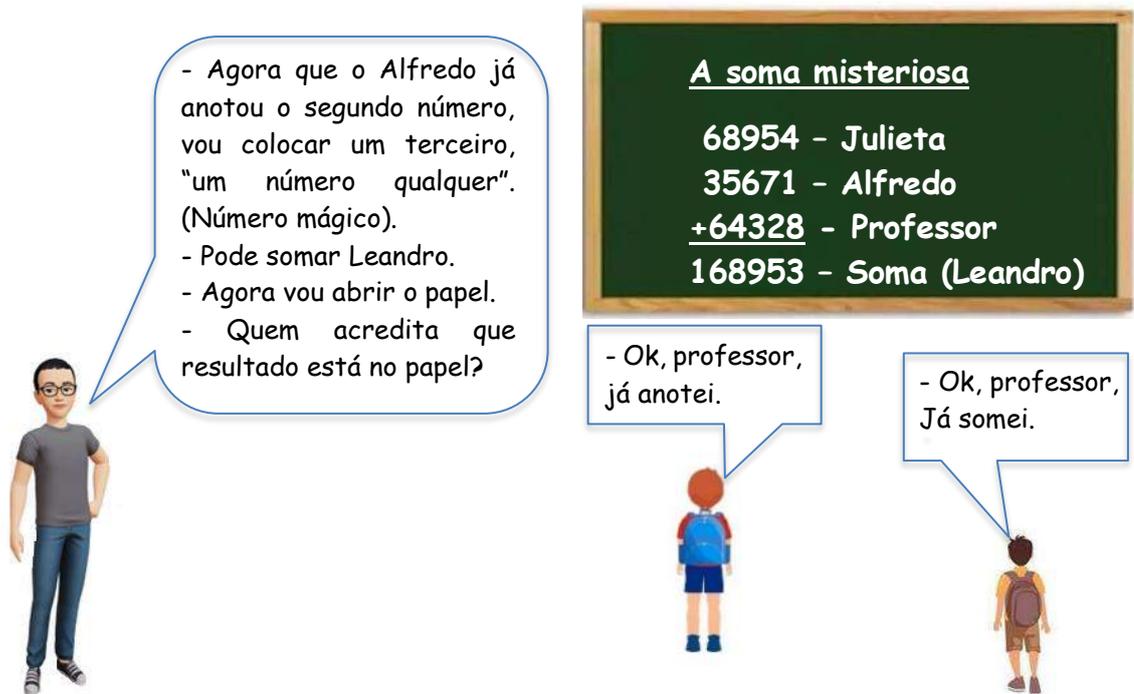
- Maitê, coloque um número de 5 algarismo, aqui no quadro.
 _ Agora que já anotou, vou anotar o resultado da soma misteriosa: (168953)



- Ok professor, Já anotei.

⁷ Ferro e Paixão (2017).

⁸ Para conferir esse fato consulte o teorema 2.6.4 da dissertação acima citada.



Note que, a soma do segundo número com o terceiro é: $35671 + 64328 = 99999$. E que $68954 + 99999 = 168953$ (Número anotado previamente pelo professor).

Exemplo 2:

1. Suponha que o primeiro número seja: 34560;
2. O resultado da soma misteriosa, anotado pelo professor será **134559**;
3. O segundo número seja: 95674;
4. O terceiro número deve ser 04325.

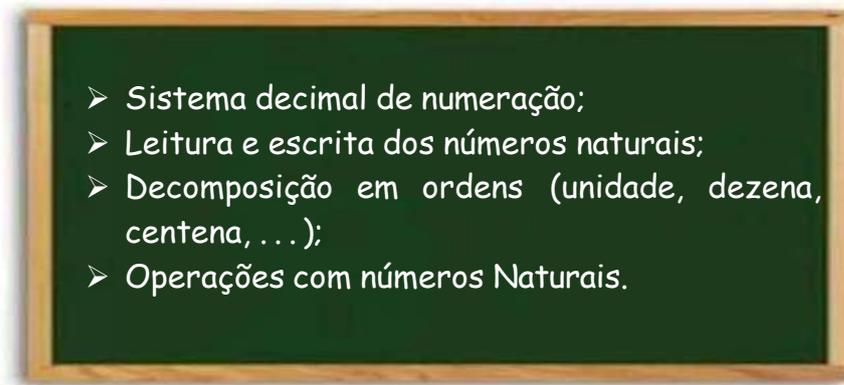
Note que, a soma do segundo número com o terceiro é: $95674 + 04325 = 99999$.
 E que $34560 + 99999 = 134559$ (Número anotado previamente pelo professor).

3.2 Conceitos matemáticos por trás do truque

A unidade de números é uma das cinco unidades fundamentais a serem desenvolvidas no ensino fundamental⁹, dentre os quais destaca-se: sistema de numeração decimal, números Naturais, leitura e escrita desses números e operações com números naturais. Nessa perspectiva, "a soma misteriosa" poderá servir de princípio norteador para introdução desses assuntos, já que

⁹ Brasil (2017).

por trás desse truque estão os conteúdos descritos a seguir.



No quadro estão alguns conceitos matemáticos por trás do truque a soma misteriosa.



3.3 Revelando o segredo

A matemática é um ciência desafiadora, pois alguns dos seus resultados necessitam de reflexão e muita investigação. Destarte, antes de se revelar o segredo é importante incentivar os alunos a tentarem descobrir o truque matemático. Para isso, dê algumas pistas, sempre valorizando as intervenções propostas por eles. Vale ressaltar que o nível de desenvolvimento potencial se destaca pela solução de problemas sob a orientação e colaboração de adultos ou pessoas mais capazes¹⁰. Não havendo resultado satisfatório revele o segredo, de acordo com os passos a seguir:

- Explique que o resultado será formado apenas tendo como base o primeiro número de k algarismos, considere $k = 5$.
- Explique que o resultado será o mesmo número subtraindo uma unidade e acrescentando o algarismo 1 na frente do número. (número com $k + 1$ algarismos, isto é, 6 algarismos);
- Comente que o 2º número colocado pelo segundo aluno é importante, mas pode ser qualquer um, bastando ter a mesma quantidade de algarismo.
- Explique que o terceiro número é a chave para o resultado ser igual ao resultado do papel, anotado previamente. E que ele somado ao segundo

¹⁰ Vygotsky (1991).

número deve ter como resultado um número da forma 99999.

Além disso, o resultado será determinado pela soma do primeiro número com o número da forma 99999. Esse fator é o que possibilita prever a soma.

Exemplo 1:

O resultado será:
157341
(Anotado no papel)



57342	Aluno 1
34561	Aluno 2
+65438	Professor
157341	Soma misteriosa (anotado previamente).

Note que, a soma do segundo número com o terceiro é: $34561 + 65438 = 99999$, e que $57342 + 99999 = 157341$ (Número anotado previamente pelo professor).

Exemplo 2:

38640	Aluno 1
54962	Aluno 2
+45037	Professor
138639	Soma misteriosa (anotado previamente).

O resultado será:
138639
(Anotado no papel)



Note que, a soma do segundo número com o terceiro é: $54962 + 45037 = 99999$, e que $38640 + 99999 = 138639$ (Número anotado previamente pelo professor).

3.4 Sugestão de aula

Tema da Aula: Sistema decimal de numeração

Objetivos: apresentar diferentes sistemas de numeração; contextualizar historicamente esses diferentes sistemas de numeração; compreender a praticidade do sistema decimal, pelo fato de ser um sistema posicional; decompor

os números no sistema decimal nas diferentes ordens; e efetuar a leitura e escrita dos números.

Situação motivadora: Em 2022, segundo o IBGE, a população do Estado do Rio de Janeiro era de 16.055.174 habitantes e a densidade demográfica era de 366,97 habitantes por quilômetro quadrado. Na comparação com outros estados, ficava nas posições 3 e 2 de 27. Já o total de veículos era em 2022 de 7.475.503 veículos o que o colocava na posição 5 entre os 27 estados.

Leia o texto acima e escreva por extenso a população do Rio de Janeiro e o número de veículos.

Apresentação de diferentes sistemas: (sugestão: faça a apresentação desses sistemas no slide, usando a seção 6)

Características do sistema decimal:

- I- Composto por dez algarismos: 0, 1, 2, 3, ..., 8 e 9;
- II- Os algarismos assumem diferentes valores de acordo com a posição que ocupe;
- III- Os agrupamentos são feitos de dez em dez: 10 unidades = 1 dezena, 10 dezenas = 1 centena, ... ;
- IV- O algarismo zero representa a ausência de quantidade.

Conceito de Valor Posicional: Destaque através de exemplos os diferentes valores que os algarismos podem assumir (valor relativo), de acordo com a ordem que ocupe.

Exemplos:

- 1) 4574 - Destaque que o algarismo 4 à esquerda tem valor relativo de 4000 unidades já o algarismo à direita tem valor relativo de 4 unidades.
- 2) 700173 - Destaque que o algarismo 7 à esquerda tem valor relativo de 700000 unidades já o algarismo à direita tem valor relativo de 70 unidades.

Decomposição dos números nas diferentes ordens:

Exemplo: Decompondo o número 856471 nas diferentes ordens, tem-se:

$$856471 = 8.100000 + 5.10000 + 6.1000 + 4.100 + 7.10 + 1$$

$$= 8.10^5 + 5.10^4 + 6.10^3 + 4.10^2 + 7.10^1 + 1.10^0.$$

Separação em Classes/Leitura e escrita dos números:

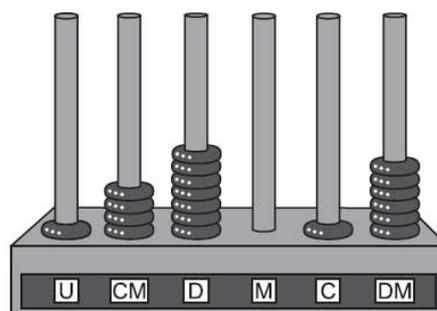
Exemplos:

- 1) A Lua, do latim *Luna*, é o único satélite natural da Terra, situando-se a uma distância de cerca de 384.405 quilômetros do nosso planeta.
Ao separar este número em classes, quantas classes ele possui?
Qual é a leitura correta do número em destaque acima?
- 2) Qual é o algarismo que ocupa a 5ª ordem no número 2.786.582?
- 3) Qual é a leitura e escrita correta do número 5.879.452.437?

Exercícios:

1. (Enem 2016 - 1ª Azul - 148) O ábaco é um antigo instrumento de cálculo que usa notação posicional de base dez para representar números naturais. Ele pode ser apresentado em vários modelos, um deles é formado por hastes apoiadas em uma base. Cada haste corresponde a uma posição no sistema decimal e nelas são colocadas argolas; a quantidade de argolas na haste representa o algarismo daquela posição. Em geral, colocam-se adesivos abaixo das hastes com os símbolos U, D, C, M, DM e CM que correspondem, respectivamente, a unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar, sempre começando com a unidade na haste da direita e as demais ordens do número no sistema decimal nas hastes subsequentes (da direita para esquerda), até a haste que se encontra mais à esquerda.

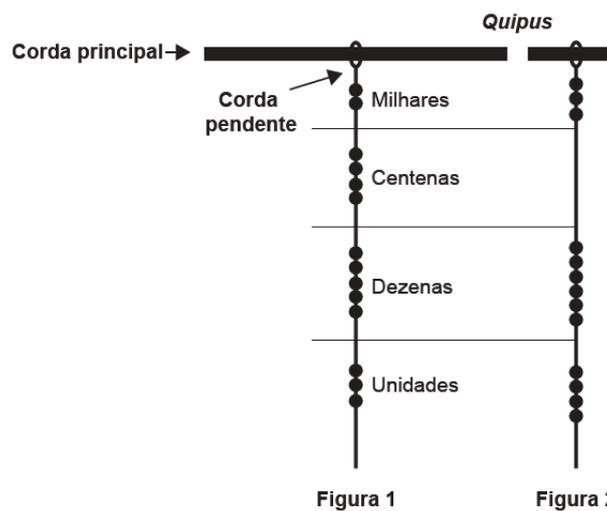
Entretanto, no ábaco da figura, os adesivos não seguiram a disposição usual.



Nessa disposição, o número que está representado na figura é

- a) 46 171.
- b) 147 016.
- c) 171 064.
- d) 460 171.
- e) 610 741.

2. (Enem 2014 - Azul - 172) Os incas desenvolveram uma maneira de registrar quantidades e representar números utilizando um sistema de numeração decimal posicional: um conjunto de cordas com nós denominado quipus. O quipus era feito de uma corda matriz, ou principal (mais grossa que as demais), na qual eram penduradas outras cordas, mais finas, de diferentes tamanhos e cores (cordas pendentes). De acordo com a sua posição, os nós significavam unidades, dezenas, centenas e milhares. Na Figura 1, o quipus representa o número decimal 2 453. Para representar o "zero" em qualquer posição, não se coloca nenhum nó.



Disponível em: www.culturaperuana.com.br. Acesso em: 13 dez. 2012.

O número da representação do *quipus* da Figura 2, em base decimal, é

- A) 364.
- B) 463.
- C) 3 064.
- D) 3 640.
- E) 4 603.

3. (OBMEP - 2018) Na conta abaixo, cada letra representa um algarismo diferente. Qual é o algarismo representado pela letra P?

$$\begin{array}{r}
 O B M E P \\
 + \quad O B M \\
 \hline
 2 0 0 0 0
 \end{array}$$

- a) 0
- b) 2
- c) 5
- d) 7
- e) 9

4 MATEMÁTICA: O NÚMERO RISCADO

O número riscado é uma matemática, onde após a realização de alguns procedimentos no quadro por parte de algum discente, o aluno riscará um algarismo do resultado final. Esses procedimentos serão orientados pelo professor. O professor permanecerá de costas durante a realização de todos os procedimentos por parte do aluno. Ao final, após ser informado pelo aluno do resultado da soma dos algarismos restantes, sem o algarismo riscado, o professor revelará o número riscado.

Essa atividade lúdica visa despertar uma maior motivação nos alunos, além de possibilitar a introdução de alguns conteúdos matemáticos que são base para realização do truque. A ação para alcançar determinado objetivo, por parte do indivíduo, está intrinsecamente ligada a motivação, já que é a motivação a força que faz o sujeito agir¹¹.

¹¹ Oliveira (2008),

4.1 Aplicando o truque

- Convide um aluno para participar na realização do truque. O aluno participante deve escrever no quadro um número de k algarismos;
- Peça para o aluno escrever um número de k algarismo, invertendo a ordem dos algarismos do número escrito anteriormente;
- Peça o aluno que subtraia o menor número do maior;
- Peça ao aluno que risque qualquer algarismo diferente de zero, no resultado da subtração realizada anteriormente;
- Peça ao aluno que informe o resultado da soma dos algarismos restantes;
- Após saber o resultado da soma anterior, o professor revela o algarismo riscado. O número riscado é o que falta no resultado informado para o próximo múltiplo de nove¹².

Exemplo 1:

- Luan, escreva um número de quatro algarismo;
- Luan, escreva outro número usando os mesmos algarismos desse primeiro, invertendo a ordem dos algarismos;
- Faça a subtração do maior pelo menor:
- Risque um dos algarismos, não podendo ser o zero;
- Some os algarismos que sobraram;
- Quanto deu a soma?
- Agora vou dizer o número que você riscou, mesmo não vendo as contas: **7** (Professor de costas para o quadro).



O número Riscado

4689 - (1º número)

9864 - (2º número, algarismos ordem inversa)

Subtraindo o maior menos o menor

$$\begin{array}{r} 9864 \\ - 4689 \\ \hline 5175 \end{array}$$

Como o número riscado foi 7, a soma dos restantes é: $5 + 1 + 5 = 11$



- Ok, professor, já anotei.
- Já inverti a ordem.
- Já fiz a subtração.
- Já risquei, e a soma deu 11.

¹² Para conferir a veracidade desse fato consulte o teorema 2.6.8 da dissertação anteriormente citada.

Note que o número 7 é o que falta para o próximo múltiplo de 9, e que a soma de todos os algarismos da subtração sempre será um número múltiplo de nove¹³.

Exemplo 2:

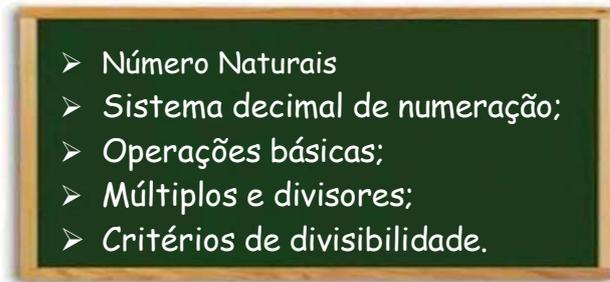
1. Seja o número inicialmente escrito no quadro pelo aluno: 9450;
2. Seja o segundo invertendo a ordem dos algarismos do número anterior:
0549;
3. Subtraindo o menor do maior: $9450 - 0549 = 8901$;
4. Considere que o aluno risque o número 9, no número 8901, logo a soma dos restantes é:
 $8 + 0 + 1 = 9$;
5. O professor dirá que o algarismo riscado é 9, pois é o que falta para o próximo múltiplo de 9.

4.2 Conceitos matemáticos por trás do truque

Os conceitos e resultados matemáticos são fundamentais para formação de cidadãos críticos, mas é fundamental que os alunos percebam a importância desses conteúdos e valorizem esse conhecimento para sua formação como cidadão. A relevância está intrinsecamente ligada o que cada pessoa considera valioso¹⁴. Os conteúdos de números naturais, sistema decimal, múltiplos, divisores e critérios de divisibilidade são ressaltados nos parâmetros curriculares municipais, dado o seu valor para formação dos discentes. Observando esse truque, nota-se que esses conteúdos estão presentes nessa atividade lúdica, podendo essa matemática servir de aspecto motivador para apresentação e abordagem desses conteúdos. Sendo os conteúdos presentes na matemática descritos a seguir.

¹³ Para ver esse resultado consulte o teorema 2.6.3 da dissertação anteriormente citada.

¹⁴ Oliveira (2008),



No quadro estão alguns conceitos matemáticos por trás do truque a soma misteriosa.



4.3 Revelando o segredo

A curiosidade faz parte da natureza humana, devendo ser essa explorada e aguçada pela prática docente. No momento da revelação do segredo seria importante motivar os alunos para que tentassem buscar descobrir os segredos do truque "o número riscado". Para isso é interessante dar algumas orientações a fim de facilitar a descoberta, inclusive motivando a trabalharem em grupo. Não havendo avanços, revele o truque de acordo com os passos a seguir:

- Mostre através de exemplos que a subtração de números que tem os algarismos invertidos é um número múltiplo de 9;
- Lembre o critério de divisibilidade por 9, veja a demonstração desse critério¹⁵;
- Revele o segredo afirmando que o algarismo que foi riscado é exatamente o que falta para o primeiro múltiplo de 9, já que a soma de todos os algarismos seria um múltiplo de 9;
- Ressalte que por esse motivo não se pode permitir que risque o algarismo zero, pois se pudesse não se saberia caso a soma informada fosse um múltiplo de 9 se o algarismo riscado foi o 0 ou 9.

¹⁵ Na dissertação acima citada, teorema 2.5.3.

4.4 Sugestão de aula

Tema da Aula: Múltiplos e divisores

Objetivos: apresentar as definições de múltiplos e divisores de um número natural; descrever situações que envolvam múltiplos e divisores; descrever alguns critérios de divisibilidade; usar os critérios de divisibilidade para determinar se um número é múltiplo de outro; e resolver situações envolvendo MMC e MDC.

Situação Motivadora: O nosso calendário, chamado gregoriano, tem anos com 365 dias e anos bissextos, com 366. Esse dia extra é adicionado, a cada quatro anos, ao mês de fevereiro, que passa a ter 29 dias, em vez de 28. Nem todo ano divisível por 4 (múltiplo de 4) é bissexto¹⁶.

Figura 6: Translação da terra



Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=transla>

Por isso a cada 4 anos deve ser adicionado um dia a mais no calendário. Sabendo que 2020 foi ano bissexto, quando serão os próximos anos bissextos? Esses números são múltiplos de 4? Justifique a resposta.

Obs. Nesse momento apresente os conceitos de múltiplos e divisores:

¹⁶ O ano solar não tem um número exato de dias, sendo aproximadamente 365,24 dias. Desta maneira se faz necessário a inserção de mais um dia no calendário dando origem aos anos bissextos. Além disso, os múltiplos de 100 não são anos bissextos, mesmo sendo múltiplos de 4, exceto os que forem múltiplos de 400.

Exemplos:

- 1) (Múltiplos) Fernanda foi ao médico, que receitou dois medicamentos para ela tomar:

1° remédio: de 6 em 6 horas;
2° remédio: de 8 em 8 horas.

Ela começou a tomar os dois remédios às 08:00 horas da manhã.

Qual o próximo horário que ela vai tomar os remédios juntos novamente?

- a) 8 h da manhã;
- b) 12 h da tarde;
- c) 16 h da tarde;
- d) 20 h da noite.

- 2) (Divisores) Leonardo tem vários palitos de sorvete de mesmo tamanho e deseja formar quadrados com esses palitos.

Responda as perguntas a seguir:

- a) É possível formar um quadrado usando apenas 10 palitos?
- b) Com 20 palitos, é possível que Leonardo forme um quadrado?
- c) Usando 30 palitos para formar um quadrado, é possível?
- d) Caso Leonardo use 100 palitos, ele consegue formar um quadrado?

Obs. Nesse momento pode ser apresentado a definição de números primos e compostos:

Apresente os critérios de divisibilidade por 2, 3, 5, 6, 9 e 10:

Exemplos:

- 3) Descubra o algarismo que falta em cada caso e responda.
- a) Que algarismo deve ser colocado no lugar do Δ , de modo que número abaixo seja divisível por 5 e por 3?

54 Δ 20

- b) O número que aparece a seguir é divisível por 9 e 6 (múltiplo). Qual é o algarismo que deve substituir \diamond no número abaixo?

93 \diamond 560

Obs. Nesse momento pode ser apresentado a definição de MMC e MDC, bem como algum método para encontrar.

Exemplos:

- 4) Os planetas Júpiter e Saturno completam uma volta em torno do Sol em aproximadamente 12 e 30 anos respectivamente. Veja na figura a seguir:

Figura 7: Alinhamento Jupiter e Saturno



Fonte: <https://www.google.com.br/search?q=Alinhamento+jupiter+e+saturno>

Se em certo momento esses planetas se alinham como mostra a figura, quantos anos depois eles voltarão a se alinhar novamente?

- 5) A editora do livro "Leitura Dinâmica" recebeu pedidos de duas livrarias, a primeira livraria pediu 100 livros, a segunda pediu 120 livros. A editora vai enviá-los em pacotes com o mesmo número de livros. Qual a maior quantidade de livros que deverá conter cada pacote, de maneira que não sobre livros?
- 20 livros por pacote
 - 30 livros por pacote
 - 40 livros por pacote
 - 50 livros por pacote

Exercícios:

1. (Enem 2015 - 1ª Azul - 162) Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1 080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

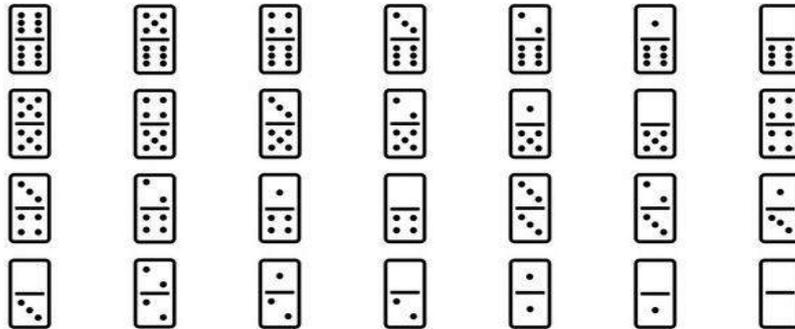
Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir:

- a) 105 peças.
 - b) 120 peças.
 - c) 210 peças.
 - d) 243 peças.
 - e) 420 peças.
2. (Cetur - 2019) Por recomendação médica, visando ao controle da obesidade e da pressão arterial, os irmãos Evandro, Anderson e Gerbo fazem caminhada numa pista de atletismo de uma Universidade Federal localizada nas proximidades de sua residência. Para dar uma volta completa na pista, que tem formato oval, Evandro gasta 240 segundos; Anderson gasta 300 segundos; e Gerbo, 360 segundos. Partindo ao mesmo tempo de um determinado ponto da pista, eles estarão juntos novamente nesse mesmo ponto em (Dica: transforme os segundos em minutos):
- a) 30 minutos.
 - b) 40 minutos.
 - c) 50 minutos.
 - d) 60 minutos.
 - e) 70 minutos

5 MATEMÁTICA: A PEÇA ESCOLHIDA

Nessa matemática um aluno deve escolher uma das peças do dominó, como da figura a seguir.

Figura 8: Peças de dominó



Fonte: https://br.freepik.com/vetores-premium/domino-em-fundo-branco-conjunto-completo-de-28-pecas-vetor-10-eps_38413592.htm

Após a escolha de uma peça, sem que o aplicador da matemática veja, o aluno escolherá um dos números que compõem a peça de dominó, para realizar alguns cálculos, após a realização desses cálculos, todas as contas orientadas pelo professor, será revelado a peça escolhida pelo discente. Esse truque visa despertar a curiosidade do discente, bem como servir de motivação para apresentação de alguns conteúdos matemáticos do ensino básico.

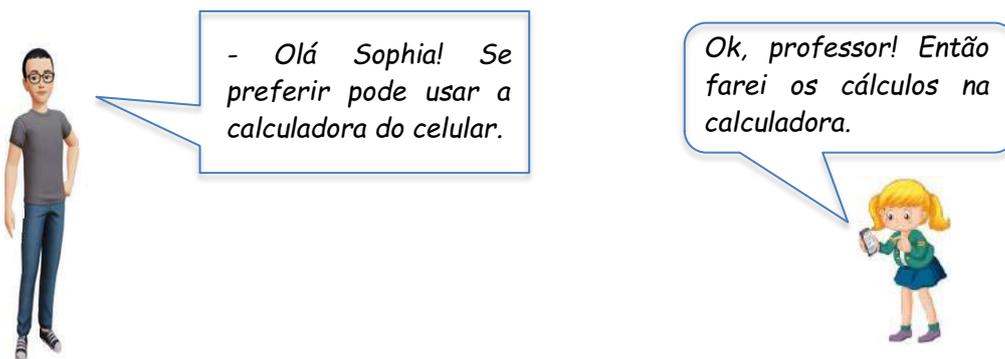
5.1 Aplicando o truque

- Apresente um jogo de dominó tradicional com 28 peças;
- Peça a um aluno que escolha uma peça, dentre as 28 disponíveis;
- Após escolher a peça, oriente o aluno a escolher um dos números da peça para começar os cálculos;
- Escolhido um dos números, peça que o aluno multiplique por 5;
- Oriente a somar o resultado anterior com 7;
- Multiplique o último resultado por 2;
- Peça que o discente some ao último resultado o outro número da peça;
- Peça que subtraia do último resultado o número 12;

- Peça ao discente que informe o resultado, desses cálculos;
- Subtraia 2 (mentalmente) do resultado informado e diga qual foi a peça escolhida pelo aluno¹⁷.

Exemplo 1:

1. Suponha que a peça escolhida seja, $x = 6$ de um lado e $y = 2$ do outro;
2. Considere que o número 2 seja o primeiro número escolhido para começar o cálculo, tem-se:



$$\begin{aligned}
 [[[(2 \times 5) + 7] \times 2 + 6] - 12] - 2 &= [[[[10 + 7] \times 2] + 6] - 12] - 2 \\
 &= [[[17 \times 2] + 6] - 12] - 2 \\
 &= [[34 + 6] - 12] - 2 \\
 &= [40 - 12] - 2 \\
 &= 28 - 2 \\
 &= 26 \\
 &= 10 \cdot 2 + 6 \\
 &= 10x + y
 \end{aligned}$$

Onde $x = 2$ e $y = 6$ são números que compõem a peça.

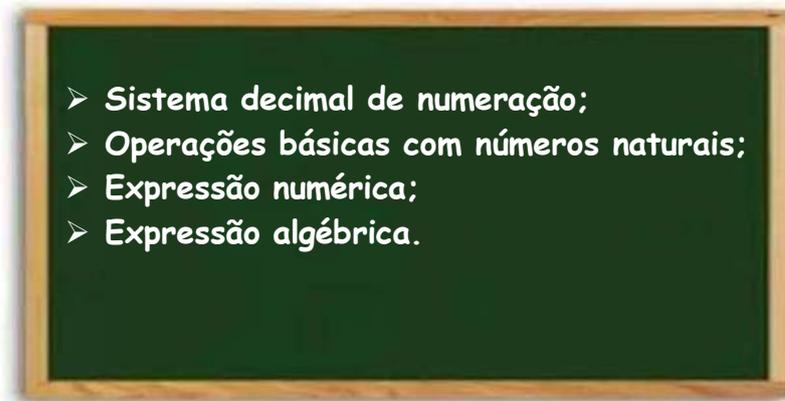
Logo, a peça tirada tem o número 2 de um lado e 6 do outro lado.

5.2 Conceitos matemáticos por trás do truque

A matemática é uma ciência com muitas aplicações práticas, podendo facilitar a representação de situações do dia, sendo importante o conceito de número natural, bem como o sistema de numeração decimal e aplicações das

¹⁷ Demonstração desse fato no teorema 2.6.11 da dissertação supracitada.

operações básicas na resolução de problemas práticos, algumas outras situações podem ser modelados por expressões aritméticas e algébricas. A seguir estão expressos os principais conteúdos por trás da matemática "a peça escolhida", podendo ser trabalhados após a aplicação dos truques.



No quadro estão alguns conceitos matemáticos por trás do truque a peça escolhida.



5.3 Revelando o segredo

Após a apresentação dos conteúdos, é importante que se mostre a matemática por trás do truque, podendo trazer maior motivação e desejo pelo aprendizado matemático. O truque revelado visa mostrar que a matemática também pode ser divertida e ainda assim, levar ao conhecimento de determinados conteúdos matemáticos. Desta forma, é importante que se incentive os alunos a procurarem os segredos por trás do truque, não obtendo êxito, revele os segredos de acordo com os passos a seguir:

- Mostre através de exemplos, que o primeiro número escolhido para efetuar o cálculo ficará multiplicado por 10, logo será uma dezena;
- Através de exemplos mostre que o número 7 somado, foi multiplicado por 2 virando 14, e esse 14 será subtraído, em duas partes primeiro será tirado 12 pelo aluno, e depois será tirado 2 pelo docente (mentalmente);
- O segundo número da peça, será a unidade, e são esses dois números que restarão como dezena e unidade¹⁸.

¹⁸ Para conferir esse resultado consulte o teorema 2.6.11 da dissertação citada anteriormente.

5.4 Sugestão de aula

Tema da Aula: Expressões numéricas/Expressões algébricas

Objetivos: propor situações problemas envolvendo expressões aritméticas e algébricas; resolver expressões aritméticas; apresentar a definição de expressões algébricas; calcular o valor numérico da expressão algébrica.

Situação motivadora 1: Léo tinha 600 reais. Gastou 350 reais com ferramentas, 145 reais com tintas e 78 reais em par de botas de segurança. Depois, ele recebeu 270 reais como pagamento de uma dívida. Resolva essa situação, registrando as operações em uma mesma expressão. Após resolver essa expressão diga com quanto Léo tem ficou?

Situação motivadora 2: Luan comprou um vídeo game de 4200 reais para presentear seu filho. Deu uma entrada de 2200 reais e parcelou o restante em 4 prestações iguais.

- I. Represente essa situação por uma expressão aritmética.
- II. Qual é o valor de cada prestação?
- III. Caso Luan pagasse o restante em 5 prestações, qual seria o valor de cada prestação?

Exemplos:

1) Resolva as expressões:

I. $45 - 3 \times 12 + 28 \times 7 - 14$

II. $\{[(5 + 15) \div 5] + (49 - 10)\} + 27 \div 3 \times 2$

III. $\times 5 + 7) \times 2] + 4\} - 12 - 2$

Situação motivadora 3: Num parque de diversões, paga-se R\$ 10,00 de entrada e mais R\$ 5,00 por cada brinquedo utilizado. Quanto deverá pagar uma pessoa que utilizou alguns brinquedos nesse parque? (sugestão use x para representar o número de brinquedos).

Caso o número de brinquedos utilizados seja oito, isto é, $x = 8$, quanto pagará no total?

Situação motivadora 4: Uma quadra poliesportiva tem a sua largura com 12 metros a menos que o comprimento.

Qual é a expressão algébrica que representa a largura, o comprimento e o perímetro dessa quadra?

Exemplos:

2) Calcule o valor numérico da expressão abaixo, para $x = 6$ e $y = 4$:

$$\{[(x \times 5 + 7) \times 2] + y\} - 12 - 2$$

3) Calcule o valor numérico das expressões a seguir:

I. $3 \times a + b$, para $a = 5$ e $b = 7$

II. $x \times x - 2 \times y$, para $x = 8$ e $y = 7$

III. $x^2 - 48$, para $x = 7$

4) O lucro de uma empresa de plástico que produz produtos ecologicamente corretos é dado pela expressão algébrica $L = 48x - 730$, em que L é o lucro e x o número de produtos vendidos. Se, num determinado mês, essa empresa vendeu 132 produtos, quanto ela obteve de lucro?

a) 3616.

b) 5606.

c) 6606.

d) 7066.

Exercícios:

1. (Faetec - 2016) Dezesesseis clubes irão disputar um campeonato de basquete. Nesse campeonato, todos os clubes jogam uma única vez com todos os demais clubes. O total de jogos a serem disputados pode ser calculado usando-se a fórmula $(x^2 - x)/2$, onde x representa o número de clubes participantes. Um torcedor que adora basquete conseguiu assistir $3/4$ do número total de jogos. Isso significa dizer que esse torcedor assistiu aos seguintes números de partidas:

- a) 60
- b) 90
- c) 120
- d) 150

2. (Enem 2019 - 1ª Azul - 168) Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R\$ 1.000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R\$ 80,00 por dia trabalhado. Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y , em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por

- a) $Y = 80X + 920$.
- b) $Y = 80X + 1\ 000$.
- c) $Y = 80X + 1\ 080$.
- d) $Y = 160X + 840$.
- e) $Y = 160X + 1\ 000$.

6 HISTÓRIA DAS MATEMÁTICAS NAS MATEMÁGICAS

Conhecer a história é fundamental para compreendermos determinados assuntos no decurso do desenvolvimento humano, na matemática não é diferente. Desta maneira as subseções a seguir descrevem parte da história das matemáticas por trás das matemáticas, anteriormente apresentadas. Essas subseções são apresentadas a fim de subsidiar os professores na apresentação dos conteúdos matemáticos.

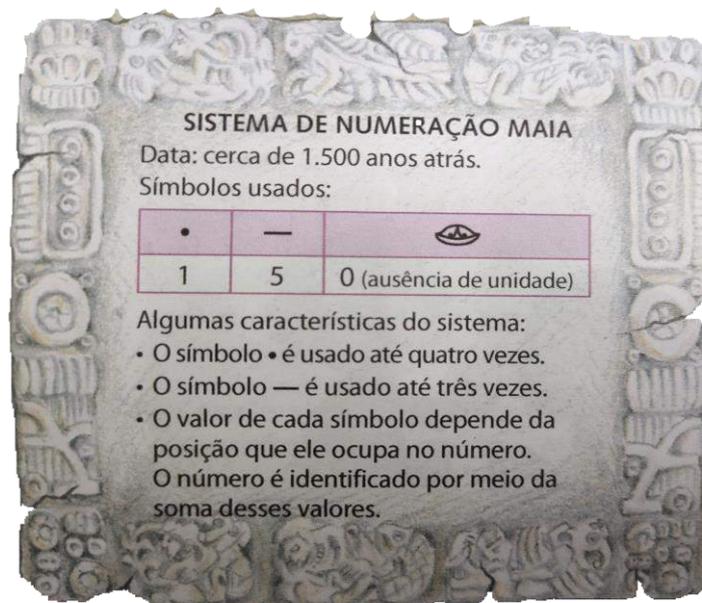
6.1 Sistema de numeração posicional

No decurso da história humana o homem sentiu a necessidade de contar, comparar, codificar, desta maneira os números se tornaram indispensáveis para

o ser humano. Mas os números nem sempre foram como os conhecemos hoje. Entretanto é possível conjecturar que o ser humano já tinha um senso numérico, mesmo em tempos remotos¹⁹.

Os antigos contavam usando métodos de registros simples, fazendo uma correspondência biunívoca, através de ranhuras no barro ou em pedras, entalhes num pedaço de madeira, ou nós numa corda. É provável que a maneira mais antiga de contar se baseasse em algum método de registro simples, empregando o princípio da correspondência biunívoca. Tempos depois, com o desenvolvimento humano e da escrita, foram surgindo diferentes símbolos e sistemas mais complexos para representar os números. Dentre os quais se destacam os sistemas de numeração egípcio, babilônico, maia, romano e indo-arábico (sistema decimal). As figuras a seguir descrevem alguns desses sistemas de numeração.

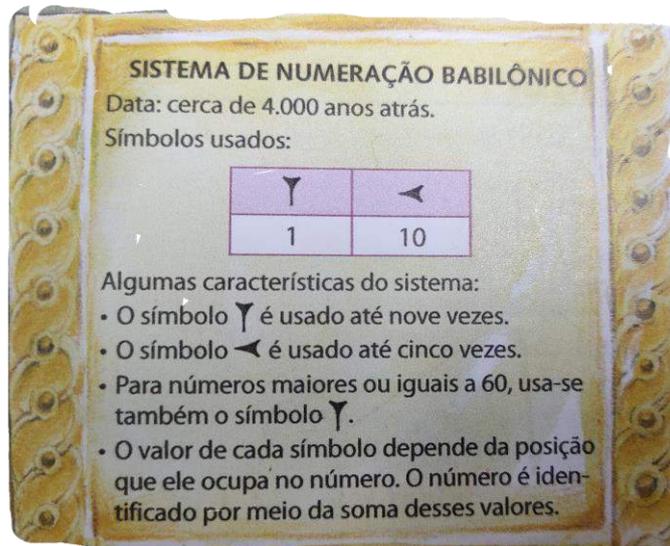
Figura 9: Sistema Maia.



Fonte: (LEONARDO et al., 2010, p.18)

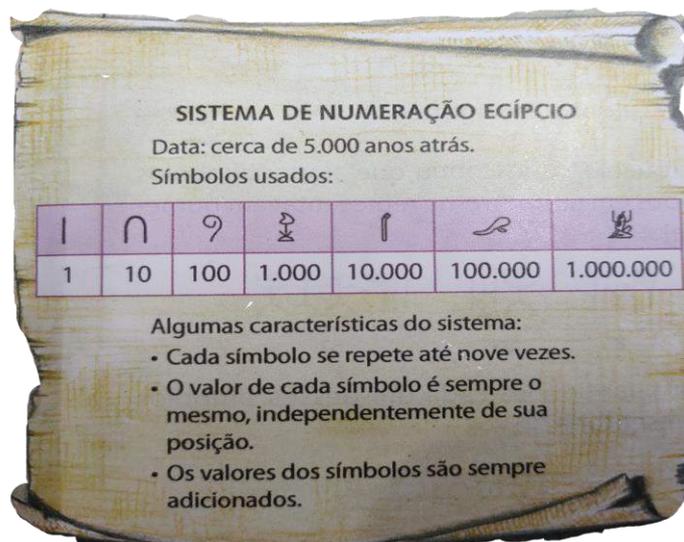
¹⁹ Mol (2013).

Figura 10: Sistema Babilônico.



Fonte: (LEONARDO et al., 2010, p.19)

Figura 11: Sistema Egípcio.



Fonte: (LEONARDO et al., 2010, p.19)

Depois do período clássico o oriente teve grande destaque na contribuição para o desenvolvimento da matemática. Podendo ser destacado as contribuições vindas da Índia e sobretudo do império Árabe. A matemática indiana teve uma contribuição marcante para matemática, como o seu sistema de numeração, sendo decimal, posicional e formado por nove algarismos e posteriormente o algarismo zero. Os hindus incorporaram em seu sistema de

numeração elementos de outros povos. Esse sistema de numeração era decimal, usava o zero para representar a ausência de unidade, além de ser posicional. Cabe destacar que o zero surgiu posteriormente por volta do século IX. Nessa época os algarismos eram bem diferentes do formato atual. Essas modificações se deram no caminho para o Ocidente, nas mãos dos árabes²⁰.

O sistema de numeração decimal também conhecido como indo-arábico tem esse nome devido aos hindus, que o criaram, e devido aos árabes, que o difundiram para a Europa ocidental. É possível verificar em algumas colunas de pedra erigidas na Índia por volta do ano 25 a.C. pelo rei Açoka, algumas modificações que os atuais algarismos sofreram ao longo dos séculos.²¹ Veja na figura a seguir exemplos desses algarismos:

Figura 12: Algarismo Indo-Árábico

Indiano 100 d.C.	Indiano 876 d.C.	Árabe (Espanha) 1200 d.C.	Atual
—	॑	١	1
==	॒	٢	2
≡	॑	٣	3
𑂔	𑂕	٤	4
𑂖	𑂗	٥	5
𑂘	𑂙	٦	6
𑂚	𑂛	٧	7
𑂜	𑂝	٨	8
𑂞	𑂟	٩	9
	𑂠	٠	0

Fonte:(LEONARDO et al., 2010, p. 21) .

6.2 Euclides e seus elementos

Os elementos de Euclides são compostos por treze livros de grande relevância na matemática. Pouco se sabe sobre a vida de Euclides, onde e quando

²⁰ Mol (2013).

²¹ Eves (2011).

nasceu, mas sabe-se que viveu por volta do ano 300 a.C, na cidade de Alexandria, no período de Ptolemeu I. Não há descobertas matemáticas atribuídas a Euclides, sendo sua grande contribuição a compilação e sistematização dos conhecimentos matemáticos de sua época. Cabe destacar que, seus trabalhos tem muita originalidade quanto a forma de exposição.²²

A divisão Euclidiana aplicada sucessivamente é utilizado quando se deseja efetuar a mudança de base. Na mudança de um número da base dez para a base dois é efetuada a divisão euclidiana sucessivas vezes até que o quociente seja zero.

6.3 Sistema Binário de numeração

Esse sistema de numeração é composto apenas pelos algarismos 0 e 1. O sistema de numeração binário tem grande aplicação na área de informática. Quanto a origem desse sistema de numeração existem divergências sobre a data exata, local e o criador. Na formulação desse sistema de numeração destaca-se Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716), considerado por muitos como o aperfeiçoador desse sistema. Inclusive Leibniz se destaca como um dos primeiros a escrever um artigo sobre o tema, intitulado de *Explication de l'Arithmétique Binaire*. Esse artigo apresenta de maneira simples as bases da Ciência da computação moderna, dos computadores digitais e telefones celulares.²³

A base binária tem grande aplicação na informática, em circuitos eletrônicos. Ressalta-se que na área de eletrônica o sistema binário tem grande utilidade, já que nessa área basicamente tudo é estado de corrente elétrica, ligado ou desligado, alta ou baixa. Logo o sistema binário tornou-se excelente para isso, interpretar todos estes estados usando o 0 para tudo que está

²² Mol (2013).

²³ Lopes (2011).

desligado/baixo e usando o 1 para tudo que está ligado/alto. Mais tarde, em 1854 George Boole, publicou artigo sobre um sistema lógico baseado no sistema binário de Leibniz. Esse sistema lógico que mais tarde se tornou imprescindível nos circuitos eletrônicos. Destaca-se a álgebra de George Boole, álgebra essa que está baseada no sistema binária. A Álgebra Booleana trabalha operações lógicas fazendo uso apenas de dois dígitos ou dois estados²⁴. Toda a eletrônica digital e computacional da atualidade, estão baseadas nos cálculos da Álgebra Booleana”.

CONVERSA FINAL COM O LEITOR

Este produto educacional tem como principal objetivo tornar as aulas de matemática, mais divertidas trazendo de certa maneira mais motivação e interesse dos alunos pelo conhecimento matemático. Além disso, essas atividades lúdicas podem servir de princípios norteadores para a apresentação de alguns conteúdos de aritmética. Recomenda-se que as atividades didáticas não sejam aplicadas em intervalos muito curto, mas tenha um intervalo maior, desta maneira não se tornará uma atividade rotineira, mas terá o aspecto de novidade e poderá trazer mais motivação. A matemática escolhida para ser aplicada deve priorizar os conteúdos do bimestre, descrito no parâmetro curricular correspondente, desta forma o truque matemático estará diretamente ligado com o conteúdo do período corrente. É importante destacar que essa prática pedagógica está longe de ser a solução, no que tange ao problema de desmotivação dos alunos, mas na aplicação dessa prática, foi possível observar grande aceitação por parte dos alunos, além de despertar neles uma grande curiosidade para os segredos matemáticos por trás das matemáticas. Destaco que após a realização das matemáticas dois alunos se mostraram muito interessados em apresentar os truques no show de talentos que ocorreu a escola, imediatamente os estimei a participar, lhes passando as

²⁴ Santos (2020).

orientações necessárias. Posteriormente a essa apresentação um dos alunos pediu para que fosse organizado o show da matemática. Diante desse pedido foi apresentado a proposta ao diretor que imediatamente autorizou a realização do evento. Nesse show eles apresentariam os truques matemáticos a todas as turmas. O evento ocorreu no dia 6 de dezembro de 2023 no auditório da escola, foi arrumado o ambiente com cartolas e números saindo das cartolas. Durante as apresentações as turmas se direcionaram ao auditório com o professor e participaram do show da matemática: matemática com os números. Logo essa metodologia pode despertar nos discentes mais curiosidade e desejo pelo conhecimento matemático, além disso, pode melhorar o aspecto da relação professor-aluno, tão importante para que o processo de ensino e aprendizagem seja mais agradável e eficiente.

Agradecimento é fundamental na vida, pois nessa vida nunca caminhamos sozinhos. A nossa volta, existem pessoas fundamentais para que possamos concluir etapas e alcançarmos alguns objetivos. Em primeiro lugar agradeço a Deus pelo dom da vida, por me dar forças para chegar até aqui. Agradeço ainda a importantes pessoas que estão a minha volta, em especial a minha esposa Dâmaris Pinheiro Amorim Pereira, e minhas filhas Sophia e Maitê, essas pessoas foram importantes durante essa trajetória e no desenvolvimento desse trabalho. Meus pais também são pessoas que contribuíram de maneira preponderante para que chegasse até aqui. Além do mais, não poderia deixar de agradecer a todos os professores do Profmat que, durante esses dois anos de mestrado, compartilharam conosco parte do seu conhecimento e nos possibilitaram completar essa árdua caminhada. Destaco um agradecimento todo especial aos meus alunos, já que a motivação deles é o objetivo principal desse trabalho, além disso, tiveram papel crucial na realização dessa pesquisa, pois foram eles que de certa maneira avaliaram essa prática pedagógica.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Vagner Lopes de. **Matemática em sala de aula: uma proposta lúdica usando a resolução de problemas**. 55 f. Maceió. Tese [Mestrado Profissional em Matemática] - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.
- BRASIL, P. C. N. **matemática**. Secretaria de Educação Fundamental-Brasília: Mec/sef, 1997.
- BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum - BNCC**. [S.l.], 2017.
- EVES, H. W. **Introdução a história da matemática**. [S.l.]: Unicamp, 2011.
- FERRO, M. da G.D.; PAIXÃO, M.S.S.L. **Psicologia da aprendizagem: fundamentos teórico-metodológicos dos processos de construção do conhecimento**. Teresina: EDUFPI, 2017.
- LEONARDO, F. M. d. et al. **Projeto Araribá: Matemática**. [S.l.]: Moderna, 2010.
- LOPES, F. J. A. Leibniz e a aritmética binária. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 11, n. 22, p. 89 - 94, 2011.
- MOL, R. S. **Introdução a história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, p. 17, 2013.
- SANTOS, R. **Você sabe a história, entende como funciona o sistema Binário?** 2020. Disponível em: <<https://www.portalgsti.com.br/2020/02/voce-sabe-a-historia-entende-como-funciona-o-sistema-binario.html>>. Acesso em: 08 novembro 2023.
- OLIVEIRA, J. **A motivação ética no processo de ensino: aprendizagem na formação de professores do ensino fundamental**. 257 f. Rio de Janeiro. Tese [Doutorado em Educação] - UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.
- VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 4a edição brasileira. [S.l.]: São Paulo, Martins, 1991.
- Professora usa mágica em sala de aula e aprendizado em escola pública. **IG São Paulo**, 04 de abril de 2017. disponível em: <https://ultimosegundo.ig.com.br/educacao/2017-04-04/matematica-magica.html> acesso em 12 de dezembro de 2023.

APÊNDICE A - (CARTAS DO TRUQUE O NÚMERO PENSADO)

Para uma versão digital, baixe no link:

<https://drive.google.com/drive/folders/1YLMSEbj7Encbbku4nW6cTs-PXvZiVZw>

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31
33	35	37	39
41	43	45	47
49	51	53	55
57	59	61	63

Carta C_1

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31
34	35	38	39
42	43	46	47
50	51	54	55
58	59	62	63

Carta C_2

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31
36	37	38	39
44	45	46	47
52	53	54	55
60	61	62	63

Carta C_3

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31
40	41	42	43
44	45	46	47
56	57	58	59
60	61	62	63

Carta C_4

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

Carta C_5

32	33	34	35
36	37	38	39
40	41	42	43
44	45	46	47
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

Carta C_6

ANEXO B - FOLHA DE APROVAÇÃO

AVALIAÇÃO DO PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL PARA BANCAS DE DEFESA FINAL

<p>Título do produto: Sequência Didática: O show da Matemática, Matemágica com os números.</p> <p>Discente: Daniel Pereira</p> <p>Título da Dissertação: matemática e jogos interativos motivacionais como princípios norteadores no processo de ensino e aprendizagem da educação básica.</p> <p>Orientador: Claudio Cesar Saccomori Junior</p> <p>Data da defesa: 05/04/2024.</p>
--

ASPECTOS AVALIADOS DO PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)

<p>Complexidade - Compreende-se como uma propriedade do produto/processo educacional relacionada as etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do produto educacional. Mais de um item pode ser marcado</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> O PE é concebido a partir da observação e/ou da prática do profissional e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> A metodologia apresenta clara e objetivamente a forma de aplicação e análise do PE.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Há uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teórico e teórico-metodológico empregados na respectiva dissertação.</p> <p><input type="checkbox"/> Há apontamentos sobre os limites de utilização do PE.</p>
<p>Impacto - Forma como o produto educacional foi utilizado e/ou aplicado nos sistemas educacionais, culturais, de saúde ou CT&I. É importante destacar se a demanda foi espontânea ou contratada.</p>	<p><input type="checkbox"/> Protótipo/Piloto não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Protótipo/Piloto com aplicação no sistema Educacional no sistema relacionado à prática profissional do discente</p>
<p>Aplicabilidade - Está relacionado ao potencial de facilidade de acesso e compartilhamento que produto educacional possui, para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas.</p>	<p><input type="checkbox"/> PE tem características de aplicabilidade a partir de protótipo/piloto, mas não foi aplicado durante a pesquisa;</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> PE tem características de aplicabilidade a partir de protótipo/piloto e foi aplicado durante a pesquisa;</p> <p><input type="checkbox"/> PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem Potencial</p>
<p>Acesso – relaciona-se à forma de acesso do PE.</p>	<p><input type="checkbox"/> PE sem acesso</p> <p><input type="checkbox"/> PE com acesso via rede fechada</p> <p><input type="checkbox"/> PE com acesso público e gratuito</p> <p><input type="checkbox"/> PE com acesso público e gratuito pela página do programa</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> PE com acesso por Repositório institucional - nacional ou internacional - com acesso público e gratuito</p>
<p>Aderência - Compreende-se como a origem do produto educacional apresentar origens nas atividades oriundas das linhas e projetos de pesquisas do programa em avaliação.</p>	<p><input type="checkbox"/> Sem clara aderência às linhas de pesquisa ou projetos de pesquisa do programa de pós-graduação stricto sensu ao qual está filiado.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Com clara aderência às linhas de pesquisa ou projetos de pesquisa do programa de pós-graduação stricto sensu ao qual está filiado.</p>
<p>Inovação - PE é criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original.</p>	<p><input type="checkbox"/> PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito)</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos pré-estabelecidos)</p> <p><input type="checkbox"/> PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimento existente).</p>

<p>Breve relato sobre abrangência e/ou replicabilidade do produto ou processo</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
<p>Assinatura dos membros da banca:</p> <p>Presidente da banca: _____</p> <p>Membros internos: _____</p> <p>Membros externos: _____</p>



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
SISTEMA INTEGRADO DE PATRIMÔNIO, ADMINISTRAÇÃO E
CONTRATOS

FOLHA DE ASSINATURAS

PROPOSTA DE PRODUTO N° Produto Educacional/2024 - ICE (12.28.01.23)
(N° do Documento: 3)

(N° do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 24/04/2024 11:29)
ANDRE LUIZ MARTINS PEREIRA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
PROFMAT (12.28.01.00.00.65)
Matrícula: ###180#6

(Assinado digitalmente em 24/04/2024 10:12)
CLAUDIO CESAR SACCOMORI JUNIOR
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
DeptM (12.28.01.00.00.63)
Matrícula: ###222#4

(Assinado digitalmente em 23/04/2024 20:31)
ANDRE LUIZ CORDEIRO DOS SANTOS
ASSINANTE EXTERNO
CPF: ###.###.917-##

Visualize o documento original em <https://sipac.ufrrj.br/documentos/> informando seu número: 3, ano: 2024, tipo: **PROPOSTA DE PRODUTO**, data de emissão: 23/04/2024 e o código de verificação: **b04c18c046**