RECURSO EDUCACIONAL

TOA POWER E *FRACTION NATE* :

EXERCÍCIOS, REGRAS E ATIVIDADES BASEADAS NOS JOGOS DIGITAIS

GABRIEL DE CASTRO REGINALDO

WANDERLEY MOURA REZENDE

PROFMAT

Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal Fluminense

uff

ABRIL/2024

ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O presente recurso educacional surge como proposta didática a partir dos estudos e análises publicados na dissertação "*Toa Power* e *Fraction Nate*: sugestões de jogos digitais para o estudo de potências e frações no ensino fundamental". Nesse trabalho, propõe-se conhecer os jogos mencionados e refletir, diante de dados ora quantitativos, ora qualitativos, sobre a relevância do emprego de instrumentos como esses nos processos de ensino-aprendizagem atualmente estabelecidos dentro e fora das salas de aula.

Ao longo destas páginas, revelar-se-ão atividades desenvolvidas com alunos do 6º ano do ensino fundamental, algumas das quais integraram listas de exercícios e avaliações diagnósticas ou serviram como suporte para a aplicação dos jogos produzidos. Serão apresentadas, além disso, questões elaboradas com base em situações de jogo, como sugestões de verificação e aproveitamento dos conteúdos abordados.

Recomenda-se que, nas ocasiões de utilização deste recurso, em conciliação com os jogos digitais – *Toa Power*, no estudo de potências, e *Fraction Nate*, no estudo de frações –, a seguinte ordem de execução seja adotada:

1. Preliminarmente, explique-se o conteúdo, segundo metodologias próprias e adequadas ao contexto educacional no qual estão inseridos os estudantes.
2. Utilize-se a sequência inicial de atividades, no intuito de se obter informações a respeito do grau de assimilação dos alunos quanto ao tema tratado e prepará-los para a experiência lúdica que a seguirá.
3. Apresente-se o jogo, esclarecendo-se suas regras e dinâmicas. Promova-se, se possível, demonstrações práticas de suas partidas, com explícitas orientações sobre as teclas utilizadas e as aleatoriedades das quais ele dispõe.
4. Aplique-se o jogo, tendo sido determinados espaço e tempo apropriados para sua experimentação. Supervisão e mediação serão necessárias enquanto durar a atividade.
5. Por fim, disponibilize-se a sequência final de atividades, que explorará situações do jogo e desafiará os estudantes a tomarem decisões e a apresentarem

justificativas sobre as escolhas feitas. Essa lista poderá servir, ainda, como instrumento de análise, à luz dos desempenhos observados na sequência inicial, para se compreender com mais propriedade os efeitos causados pela aplicação do recurso tecnológico.

Originalmente elaboradas para alunos do 6º ano do ensino fundamental, as atividades relacionadas a seguir podem, sem qualquer prejuízo, ser reproduzidas entre estudantes de séries posteriores, uma vez observada, pelo educador, sua conveniência. Seja para refinar assimilações – como em aulas de revisão –, seja para introduzi-las – a alunos que, por motivos quaisquer, não as tenham incorporado –, o uso conciliado desses recursos e dos jogos dos quais eles provêm pode, seguramente, dispensar benefícios importantes para os alunos em etapas mais avançadas de escolaridade.

Importa ressaltar, em todo caso, a necessidade de que sejam os conteúdos devidamente desenvolvidos antes do emprego desta sugestão didática, que não tem, definitivamente, a pretensão de substituir o processo de ensino-aprendizagem. Em vez disso, quer este trabalho fornecer suporte à prática docente, apresentando-se como auxílio lúdico e interativo, tanto para a evolução do domínio das habilidades cobiçadas quanto para a quebra de resistências estabelecidas em face à Matemática.

1 SEQUÊNCIA INICIAL DE ATIVIDADES SOBRE POTÊNCIAS

1. No conjunto dos números naturais, compreende-se a multiplicação como uma soma de parcelas iguais ($4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$). Do mesmo modo, pode-se definir a potenciação com naturais, em geral, como um produto de fatores iguais. Veja:

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

Com base nisso, identifique as alternativas verdadeiras entre as listadas abaixo.

a) $3^3 = 9$

b) $1^{10} = 10$

c) $2^5 = 5^2$

d) $5^3 = 125$

e) $4^2 = 2^4$

f) $4^3 = 48$

2. Reduza as multiplicações a seguir utilizando potências, conforme os exemplos.

- Exemplos: (i) $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5$ (ii) $3 \times 8 \times 8 \times 8 \times 3 = 3^2 \times 8^3$

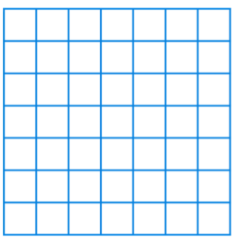
a) $7 \times 7 \times 7 \times 7$ = ____

b) $11 \times 11 \times 12 \times 11 \times 11$ = ____

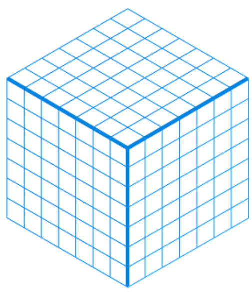
c) $82 \times 82 \times 82 \times 82 \times 82 \times 82$ = ____

d) $300 \times 6 \times 300 \times 6 \times 300 \times 6$ = ____

3. O quadrado e o cubo a seguir são duas peças de um conjunto de blocos adquiridos por um professor de Matemática, para utilização em sala de aula. Observe-os com atenção e expresse, utilizando potências, a quantidade de unidades que os compõe.[1]



cada  representa uma unidade



cada  representa uma unidade

No quadrado, há ______________ unidades; no cubo, há ______________ unidades.

---

[1] Adaptado de (GAY; SILVA, 2018, p. 81)

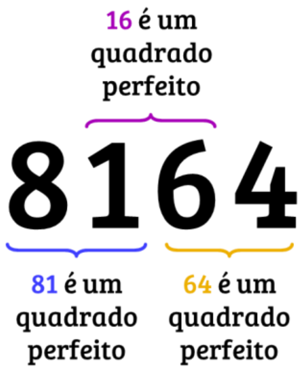
4. Determine o valor de $2^8 - 16^2$.

____

5. Adicionando 8 ao cubo de um número, obtemos 72. Que número é esse?

____

6. Veja uma característica interessante do número 8164.



Nele, todo par de algarismos vizinhos forma um quadrado perfeito.

Utilizando os algarismos 3, 4, 6 e 9, sem repeti-los, escreva o único número possível de 4 ordens que tem a mesma característica do 8164, descrita acima.

Dica: Não é possível ser o número 9643, pois 96 e 43 não são quadrados perfeitos.

____

7. A soma das idades de Beatriz, sua mãe e sua avó é 100 anos. Se a idade de cada uma delas é uma potência de dois, quantos anos tem Beatriz?

____

8. Segundo uma antiga lenda da Índia, o jogo de xadrez foi criado a pedido de um rei e, como recompensa, o criador do jogo receberia grãos de trigo de acordo com o número de casas do tabuleiro, seguindo o procedimento descrito abaixo.

- O criador do jogo escolheria uma casa e receberia 2 grãos por ela.
- Pela próxima casa escolhida, ele receberia o dobro do recebido pela casa anterior.
- O processo continuaria até que todas as casas do tabuleiro tivessem sido escolhidas exatamente uma vez.

De acordo com a narrativa, responda:[2]

a) Quantos grãos o criador do xadrez receberia pela décima casa selecionada?

____

b) Quantos grãos ele teria recebido, no total, da primeira casa escolhida no tabuleiro até a décima?

____

9. Faça uma lista com os quadrados e uma lista com os cubos de 5, 10, 15 e 20.

- Quadrados:

  ____

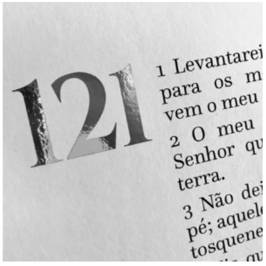
- Cubos:

  ____

[2] Adaptado de (Questão 27, ETEC, 2017)

10. Desde que aprendeu sobre potenciação, Camila imagina os números que encontra no dia a dia como potências, sempre que possível. O número 16, por exemplo, que corresponde à sua idade, ela associa a 4^2, cujo resultado é 16.

Veja a seguir alguns números que Camila observou durante a última semana.

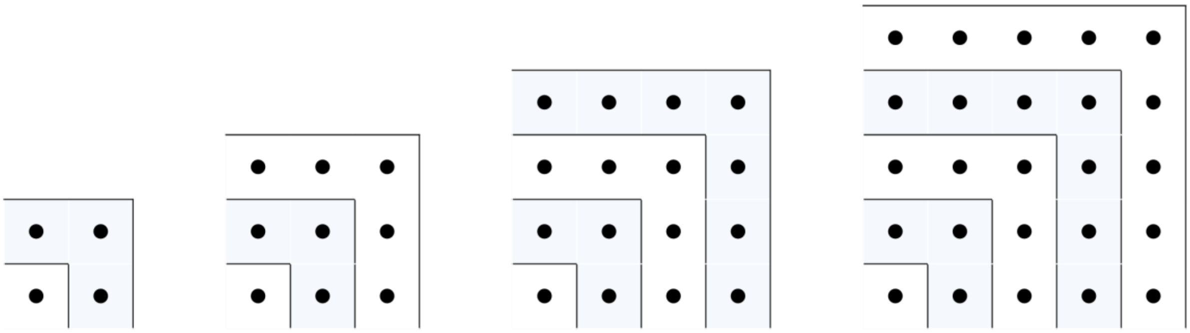


Agora, como Camila, reescreva os números em destaque em cada imagem como em uma potenciação, exibindo base e expoente. Suas respostas devem estar na mesma ordem dos quadros mostrados acima.

Atenção: todos os expoentes devem ser diferentes de 1.

11. Determine os resultados das adições abaixo e, em seguida, escreva-os na forma de potência, exibindo base e expoente.

Observe o exemplo.



$1 + 3$	$1 + 3 + 5$	$1 + 3 + 5 + 7$	$1 + 3 + 5 + 7 + 9$
=	=	=	=
4			
=	=	=	=
2^2			

Obedecendo esse padrão, faça o mesmo para cada uma das somas a seguir.[3]

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23$

=

=

b) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25$

=

=

[3] Adaptado de (CHAVANTE, 2018, p. 74)

2 REGRAS E DINÂMICAS DO JOGO *TOA POWER*

Em cada partida de *Toa Power* o jogador enfrentará uma sequência de lançamentos de mísseis, em quantidades aleatórias, movimentando-se sempre em direção a Toa, o macaquinho de mochila à jato no centro da tela. Esses lançamentos são chamados de “ondas” e podem conter, cada um deles, de 2 a 20 projéteis.

Figura 1 - Ondas com 3 e 7 mísseis, respectivamente

Fonte: Elaboração própria

Para eliminar os mísseis e avançar no jogo, será necessário determinar corretamente sua quantidade, antes que Toa seja atingido. Esse número deve ser corretamente digitado e confirmado (pressionando a tecla *Enter* ou clicando no botão central do teclado virtual do jogo). Nos casos em que for difícil definir quantos mísseis rodeiam o personagem, o jogador poderá digitar valores menores, enquanto houver tempo, tantas vezes quanto for preciso, até que o macaco esteja fora de perigo.

O diferencial do jogo, no entanto, está na possibilidade de se conseguir mais pontos ao inserir o quadrado ou o cubo do número de mísseis em uma onda. Embora o efeito seja o mesmo (a destruição dos mísseis que ameaçam Toa), a alta pontuação que se pode obter ao escolher essa alternativa dá ao jogador enorme vantagem, dada a velocidade com a qual ele verá seu *score* aumentar.

São estes os modos de se pontuar em cada onda de *Toa Power*:

a) ao desarmar os mísseis em etapas, digitando uma sucessão de números inferiores a sua quantidade original na tela, ganha-se um ponto por cada um;
b) digitando-se, de uma vez, a quantidade de mísseis lançados em uma onda, obtêm-se o dobro: dois pontos por cada míssil;
c) se, porém, o número digitado for o quadrado ou o cubo da quantidade de mísseis da onda, esse mesmo valor digitado será a pontuação adquirida.

Imagine, por exemplo, que um jogador enfrente uma onda de 8 projéteis. Nesse caso, para vencê-la, ele poderá decidir qual dentre os meios a seguir utilizar:

- digitar e confirmar, sucessivamente, uma sequência qualquer de números naturais cuja soma seja 8 (por exemplo: 4, 3 e 1), obtendo, com isso, 8 pontos;
- digitar e confirmar diretamente o número 8, obtendo, com isso, 16 pontos;
- digitar e confirmar o número 64 (quadrado de 8), obtendo, com isso, 64 pontos;
- digitar e confirmar o número 512 (cubo de 8), obtendo, com isso, 512 pontos.

Para efeito de esclarecimento, o quadro a seguir apresenta outras situações.

Quadro 1 - Pontuações obtidas em possíveis situações de jogo

Número de mísseis	Números digitados por jogador		Pontuação obtida
3	Jogador 1	1, 2	3
	Jogador 2	3	6
	Jogador 3	9	9
	Jogador 4	27	27
10	Jogador 1	5, 4, 1	10
	Jogador 2	10	20
	Jogador 3	100	100
	Jogador 4	1000	1000

Fonte: Elaboração própria

Conforme mostra o quadro acima, uma mesma situação (o surgimento de uma onda de 10 mísseis) pode conferir a um jogador 10 pontos e, a outro, 1000. Seria possível, portanto, permanecer horas em uma mesma partida sem se deixar ser tocado por um projétil sequer, apenas digitando pequenos números; porém, não seria proveitoso. Uma pontuação adquirida com tanto custo seria facilmente superada por breves minutos de uma rodada cheia de quadrados e cubos perfeitos.

Figura 2 - Mísseis destruídos parceladamente (4 de 5)

Fonte: Elaboração própria

Figura 3 - Mísseis destruídos de uma só vez (5 de 5)

Fonte: Elaboração própria

Figura 4 - Mísseis destruídos ao se digitar o quadrado de 7 e o cubo de 8, nessa ordem

Fonte: Elaboração própria

Para aumentar o desafio, os jogadores capazes de sobreviver a uma longa série de ondas e avançar no jogo encontram um novo elemento de dificuldade: pássaros de cores e tamanhos similares aos dos mísseis surgem no céu. Sua chegada desorienta a contagem dos projéteis, que, naquele momento da partida, já não é simples.

Figura 5 - Semelhança entre o pássaro e o míssil

Fonte: Elaboração própria

Evidentemente, os pássaros não devem ser contados entre os mísseis e não são, em qualquer situação, atingidos pelos disparos do equipamento de Toa.

Todas as vezes em que o número digitado e confirmado for superior à quantidade de mísseis de uma onda – e diferente de seu quadrado e de seu cubo –, a mochila à jato de Toa falhará, não sendo possível utilizá-la por um breve momento. Essa situação deve ser sempre evitada, pois uma pequena fração de tempo pode ser suficiente para que os mísseis o alcancem antes de uma nova reação do jogador – e, nesse caso, *game over*.

Figura 6 - Momento de pane na mochila à jato

Fonte: Elaboração própria

3 SEQUÊNCIA FINAL DE ATIVIDADES SOBRE POTÊNCIAS

1. Toa Power é um jogo desenvolvido para auxiliar na identificação ágil dos quadrados e cubos perfeitos que com maior frequência são encontrados em questões e situações nas quais a potenciação é necessária.

Nesse jogo, o número de mísseis que tentam atingir o personagem Toa deve ser contado e digitado, a fim de detoná-los antes que cheguem perto o suficiente para mandar o macaquinho pelos ares. No entanto, com o objetivo de se alcançar maiores pontuações, o número digitado pode ser o quadrado ou o cubo da quantidade de mísseis na tela.

Em cada print abaixo, informe quantos mísseis rodeiam Toa e que números poderiam ser digitados como quadrado e cubo para se obter pontuações mais importantes.

print **A** *print* **B** *print* **C**

a) print A. Número de mísseis: ____

Quadrado: ____

Cubo: ____

b) print B. Número de mísseis: ____

Quadrado: ____

Cubo: ____

c) print C. Número de mísseis: ____

Quadrado: ____

Cubo: ____

2. É permitido, em uma partida de Toa Power, que sejam digitados números menores do que a quantidade de mísseis na tela. Agindo assim, o jogador desarmará apenas a quantidade de mísseis digitada, conseguindo somente um ponto por cada detonação. Depois disso, ainda será preciso contar os mísseis restantes e destruí-los.

Nessa segunda digitação, voltam a valer todas as regras de uma onda de mísseis comum: (i) ao digitar a quantidade restante corretamente, ganhará dois pontos por cada míssil; (ii) ao utilizar números menores, desativando os mísseis por etapas, receberá um ponto por cada um deles; (iii) ao inserir o quadrado ou o cubo dessa quantidade, o número digitado será a pontuação adquirida.

Considere essas informações e a onda de mísseis na captura de tela a seguir.

a) Que número deve ser digitado para que sejam eliminados todos os mísseis de uma só vez, adquirindo-se a maior pontuação possível?

____

b) Descreva duas maneiras diferentes de eliminar os mísseis dessa tela em duas etapas – nos dois casos, use quadrados perfeitos. Informe as pontuações obtidas.

(I) ____

____

(II) ____

____

3. Três amigos jogavam Toa Power, utilizando, cada um, o seu próprio computador. Em determinado momento, todos eles completaram uma onda de mísseis com a mesma pontuação: 27 pontos. Porém, eles alcançaram esse placar de maneiras distintas e destruindo, cada um deles, uma quantidade de mísseis diferente.

Sabendo que o número máximo de mísseis em uma onda é 20 e que nenhum dos três amigos gastou mais de duas etapas para obter sua pontuação, descreva os três modos utilizados por eles em suas partidas, informando os números digitados (em uma ou em duas etapas) e a quantidade total de mísseis destruídos em cada caso.

(I) Número(s) digitado(s): ___________________________________

Total de mísseis destruídos: ___________________________________

(II) Número(s) digitado(s): ___________________________________

Total de mísseis destruídos: ___________________________________

(III) Número(s) digitado(s): ___________________________________

Total de mísseis destruídos: ___________________________________

4. Em suas duas primeiras partidas de Toa Power, Laura alcançou o mesmo placar: 152 pontos. Seus roteiros, no entanto, foram diferentes:

- em sua primeira partida, Laura digitou apenas cubos perfeitos (maiores que 1), eliminado de uma só vez cada uma das duas ondas de mísseis que enfrentou;
- em sua segunda partida, ela digitou somente quadrados perfeitos (maiores que 1), eliminando de uma vez cada uma das três ondas enfrentadas.

a) Quantos mísseis havia em cada uma das duas ondas que Laura completou em sua primeira partida?

____

b) Sabendo que Laura não utilizou valores repetidos, quantos mísseis havia em cada uma das três ondas que ela completou em sua segunda partida?

____

5. Os pássaros são um elemento de dificuldade do jogo e aparecem somente após um grande avanço na partida. Eles não devem ser contados entre os mísseis, embora sejam facilmente confundidos com eles.

Tendo jogado por alguns minutos, Rafael se deparou com uma onda de mísseis e dois pássaros. Em certo momento, tomando muito cuidado para não contar as aves, ele acabou não percebendo os mísseis que estavam atrás delas. Além disso, ele também não enxergou um míssil no canto da tela e um míssil escondido atrás de outro.

Veja como estava a tela de Rafael nesse instante (figura 1) e a representação simulada de uma tela que mostra apenas os mísseis que ele contou (figura 2).

figura **1**
Captura real da tela, com todos os mísseis

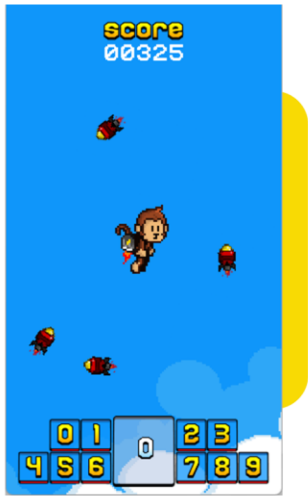


figura **2**
Representação dos mísseis que Rafael contou

O que aconteceria, nessa situação, se Rafael:

a) digitasse o número 4? Quantos pontos ele ganharia por essa jogada?

____

b) digitasse o número 16? Quantos pontos ele ganharia por essa jogada?

____

c) digitasse o número 64? Quantos pontos ele ganharia por essa jogada?

____

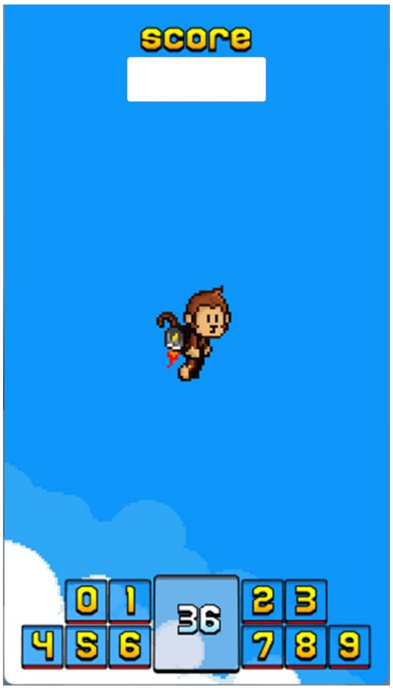
Se Rafael tivesse contado os mísseis corretamente, que número ele deveria digitar para obter a maior pontuação possível nessa rodada?

____

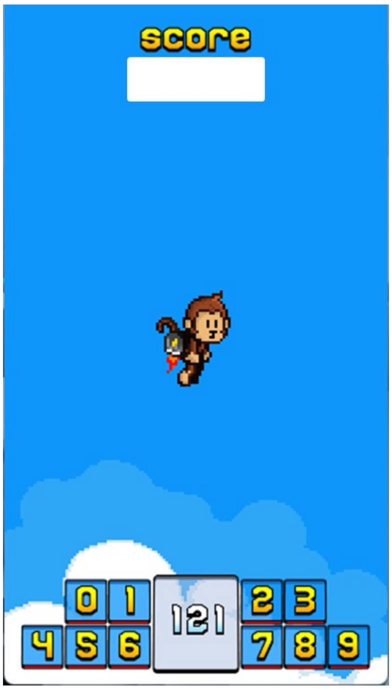
6. No visor do teclado de cada tela a seguir, há um número digitado. Para cada situação, desenhe, ao redor de Toa, a quantidade de mísseis que justifica o valor inserido. Além disso, considerando que, em todos os casos, o *score* antes da detonação era de 189 pontos, preencha os espaços em branco com o novo placar, que será exibido após o ataque de Toa.

Se quiser, desenhe também alguns pássaros, ilustrando situações desafiadoras do jogo.

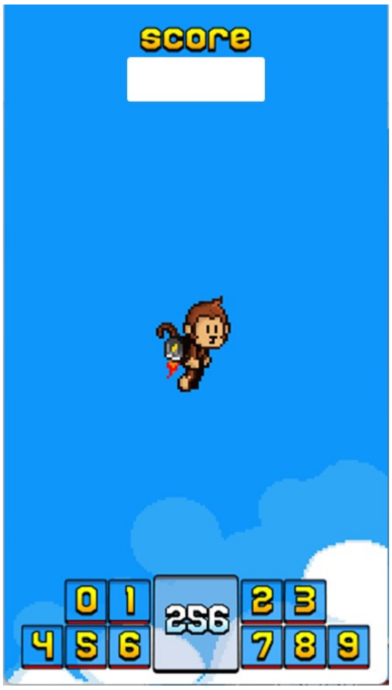
a)



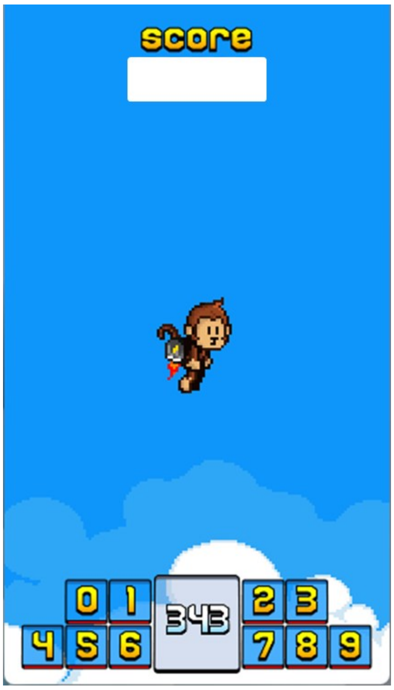
b)



c)



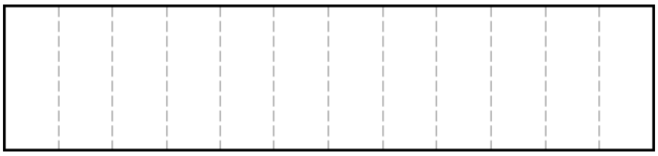
d)



4 SEQUÊNCIA INICIAL DE ATIVIDADES SOBRE FRAÇÕES

1. Com o apoio das linhas tracejadas, que dividem cada retângulo inteiro em partes iguais, preencha, com lápis ou caneta, a fração da figura correspondente a:

a) $\frac{5}{12}$



b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$

2. As frações $\frac{6}{14}$, $\frac{6}{15}$ e $\frac{6}{18}$ estão representadas a seguir, não necessariamente nessa ordem, em suas formas irredutíveis. No espaço abaixo de cada círculo, escreva a fração, dentre as listadas, correspondente à parte da imagem de cor azul.

3. Um bolo de aniversário foi dividido em vinte fatias de mesmo tamanho, sem deixar sobras. Após serem distribuídas nove fatias para as meninas e sete fatias para os meninos, que fração irredutível do bolo restou?[4]

____

[4] Adaptado de (Questão 22, FUNDATEC, 2018)

4. Para resolver a última questão de sua lista de exercícios, um trio de amigos precisava determinar a soma das frações $\frac{6}{5}$ e $\frac{1}{6}$. Veja a sugestão de cada um deles.

- Wellington notou que o número 6 aparecia no numerador da primeira fração e no denominador da segunda e, portanto, sugeriu aplicar o cancelamento, "cortando" os dois números 6. Segundo ele, o resultado seria a fração $\frac{1}{5}$;
- Na opinião de Jonathan, eles deveriam efetuar a adição dos numeradores e a adição dos denominadores, chegando à fração $\frac{7}{11}$ como resposta;
- Igor pensou que o correto seria encontrar frações equivalentes a $\frac{6}{5}$ e $\frac{1}{6}$ que tivessem o mesmo denominador e, só então, adicioná-las. Desse modo, a soma seria a fração $\frac{41}{30}$.

a) A sugestão de Wellington estava incorreta. Não é possível, na adição, utilizar o cancelamento como ele fez. Em que outra operação entre frações esse método poderia ter sido utilizado, gerando o resultado encontrado por ele?

____

b) Entre Jonathan e Igor, quem foi o único a efetuar corretamente a adição?

____

c) A adição e a subtração de frações têm processos similares. Determine $\frac{6}{5} - \frac{1}{6}$.

____

d) Para realizar a divisão de frações, utiliza-se um processo diferente. Efetue:

- $\frac{6}{5} \div \frac{1}{6}$ ____
- $\frac{1}{6} \div \frac{6}{5}$ ____

5. Samuel foi com sua família à pizzaria. Lá, eles pediram uma pizza de tamanho grande e a dividiram em oito fatias iguais. Dessas oito fatias, Samuel comeu duas.

Logo, podemos dizer que Samuel consumiu $\frac{2}{8}$ da pizza servida.

Na mesma noite, outras três crianças foram àquela pizzaria com suas famílias, que pediram a mesma pizza grande que a família de Samuel experimentou. Veja a seguir quantas fatias cada criança comeu.

A família de Laiza dividiu sua pizza em cinco fatias iguais. Laiza comeu duas.

A família de Renan dividiu sua pizza em quatro fatias iguais. Renan comeu uma.

A família de Bruno dividiu sua pizza em seis fatias iguais. Bruno comeu três.

a) Que fração de sua pizza cada criança comeu naquela noite?

- Laiza: ____
- Renan: ____
- Bruno: ____

b) Uma dessas três crianças comeu a mesma quantidade de pizza que Samuel. Quem?

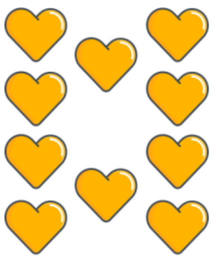
____

c) Se todas as pizzas tinham o mesmo tamanho, que criança consumiu a maior quantidade?

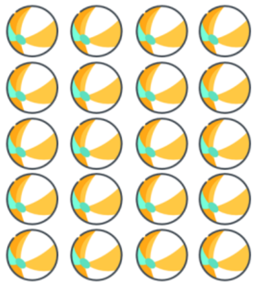
____

6. Conte atentamente quantos elementos há em cada conjunto de imagens a seguir e desenhe, no interior de cada retângulo, os objetos daquele conjunto na quantidade indicada.

Por exemplo, se houvesse um conjunto de 15 moedas e a questão pedisse para representar $\frac{2}{5}$ delas, então faríamos $\frac{2}{5}$ de 15 = 6 e desenharíamos seis moedas no espaço reservado.



$\frac{1}{2}$ dos corações



$\frac{3}{10}$ das bolas

$\frac{1}{5}$ dos lápis

$\frac{20}{100}$ dos balões

7. Para cada conjunto abaixo, identifique a fração que representa a quantidade de elementos com a cor amarela em relação à quantidade total. Em sua resposta, porém, escreva uma fração com denominador 30 equivalente à fração identificada.

Observe o exemplo.

Chapéus

$\frac{10}{30}$

Cupcakes

$\frac{\quad}{\quad}$

Livros

$\frac{\quad}{\quad}$

Biscoitos

$\frac{\quad}{\quad}$

8. Frações inversas são pares de frações que possuem uma relação especial entre si. O inverso de uma fração $\frac{a}{b}$, em que a e b são números naturais não nulos, é a fração $\frac{b}{a}$. Nesse caso, dizemos que $\frac{b}{a}$ é a fração inversa de $\frac{a}{b}$. Veja um exemplo de frações inversas:

$$\frac{5}{2} \quad e \quad \frac{2}{5}$$

Para encontrar a fração inversa de uma fração dada, basta trocar as posições de seu numerador e de seu denominador.

Vamos, agora, representar pela letra C a fração $\frac{3}{10}$ e pela letra D a sua fração inversa.

Assim, faça o que se pede.

a) Determine a fração representada pela letra D.

____

b) Desenvolva a operação C × D e verifique que seu resultado é 1.

____

O que se observou no item (b) com as frações C e D ocorre também com todos os outros pares de frações inversas. Na verdade, isso é o que as define. Duas frações são inversas se – e somente se – o produto entre elas é 1.

Sabendo disso, responda: por que fração devemos multiplicar $\frac{8}{21}$ para obter como resultado o número 1?

____

9. Das questões de sua prova de Matemática, Juliano acertou $\frac{7}{10}$ e Maitê, $\frac{4}{5}$.

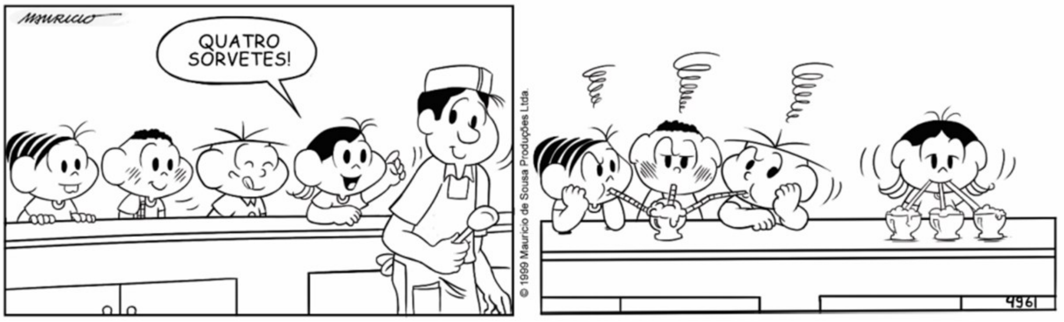
a) Qual deles acertou mais questões?

____

b) Se a prova continha 30 questões, quantas questões Juliano acertou?

____

10. Leia o quadrinho a seguir, retirado de um dos gibis da Turma da Mônica.



Considere que as quatro taças de sorvete, juntas, sejam o “pedido inteiro” e que contenham, cada uma delas, a mesma quantidade de sobremesa das demais.

Imagine também que Mônica, Cascão e Cebolinha (as crianças que dividiram a mesma taça) tenham tomado quantidades iguais de sorvete.

a) Que fração do pedido inteiro Magali (a menina que fez o pedido) consumiu?

____

b) Que fração do pedido inteiro cada uma das outras três crianças consumiu?

____

c) Determine a soma das frações do pedido consumidas pelas quatro crianças.

____

11. Um torneio local de xadrez distribuirá R$48.000,00 (quarenta e oito mil reais) para os três enxadristas mais bem colocados, respeitando a seguinte regra:

- $\frac{1}{2}$ do prêmio será dado ao 1º colocado;
- $\frac{1}{3}$ do prêmio será dado ao 2º colocado;
- O valor restante será dado ao 3º colocado.

Ao fim do torneio, que valor, em reais, o 3º colocado receberá?

____

5 REGRAS E DINÂMICAS DO JOGO *FRACTION NATE*

Fraction Nate acompanha a jornada de trabalho de Nate, o lenhador. Em cada partida, ele deve extrair partes de troncos de árvores de acordo com informações trazidas por seu ajudante, Etan. Cada vez que Etan aparece informando uma fração (ou uma operação com frações), inicia-se um "serviço", que será bem executado se uma correspondente parcela do tronco for retirada e entregue.

Figura 7 - Dois serviços distintos de Nate

Fonte: Elaboração própria

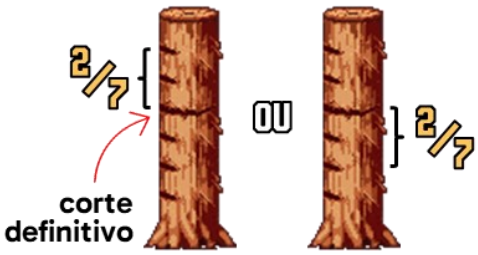
Essa é, resumidamente, a dinâmica do jogo:

a) em frente a um alto tronco de árvore, Nate recebe um serviço, anunciado por Etan como uma fração ou uma operação entre frações – a fração, ou o resultado da operação informada, representa a porção do tronco a ser extraída;
b) Nate define a quantidade de partes iguais em que o tronco precisa ser dividido – o jogador deve digitar esse número no teclado como sua primeira ação;
c) ao confirmar, Nate dá um grande salto e marca, com seu machado, os pontos que dividem o tronco igualmente na quantidade de partes determinada;
d) Nate decide qual dos cortes deve golpear novamente para remover do tronco a fração esperada – para essa decisão, o jogador utilizará as setas do teclado até alcançar a marcação correta;
e) se a parte do tronco selecionada corresponde à fração pedida, Etan a recolhe e Nate avança para o próximo serviço.

É possível que, entre os cortes que Nate faz na madeira, um se destaque. Sem planejar, ele atinge com maior força uma parte do tronco, fazendo ali um corte maior e definitivo, como se pode observar a seguir. Quando isso ocorre, o jogador deve medir a fração determinada a partir daquela marcação, para cima ou para baixo.

A figura abaixo ilustra uma situação em que um corte definitivo foi gerado, assim como as duas possibilidades de extração da fração 2/7 a partir dali.

Figura 8 - Possíveis extrações de 2/7 de um tronco a partir de um corte definitivo



Fonte: Elaboração própria

Se, por outro lado, nenhum corte definitivo surgir durante o serviço, a fração desejada deverá ser extraída do topo do tronco. Nesse caso, haverá somente uma alternativa para sua remoção.

Figura 9 - Extração de 2/7 de um tronco sem corte definitivo

Fonte: Elaboração própria

A dinâmica apresentada até aqui se repetirá ao longo de toda a partida, até que uma das barras – de habilidade (*skill*) ou de tempo – se esvazie, causando a demissão do lenhador e, portanto, o fim do jogo.

Sempre que um erro é cometido e o nível de habilidade diminui, Nate adverte o jogador, alertando-o para o risco de perder a partida. Durante esse movimento, que dura alguns instantes, não é possível inserir novos valores nem usar o teclado para mover ou confirmar a marcação no tronco. Esse pode ser um momento crítico no jogo, pois, além de reduzir o comprimento da barra de *skill*, o tempo continua se encurtando.

Figura 10 - Nate adverte o jogador

Fonte: Elaboração própria

Assim como escolhas erradas reduzem o nível de habilidade do lenhador, decisões corretas recuperam, de modo mais lento, o progresso perdido.

A barra de tempo, identificada pela cor verde, também requer atenção. Para cada serviço há um prazo definido e respeitar essa tolerância é mais uma condição para manter Nate empregado.

Figura 11 - Barras de habilidade (skill) e tempo, respectivamente

Fonte: Elaboração própria

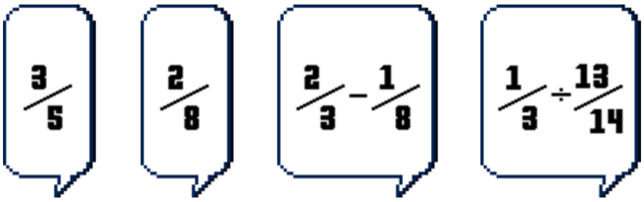
Há, por fim, quatro níveis de dificuldade em Fraction Nate. Ao longo de toda a partida, o jogador tem a liberdade de transitar entre eles, de acordo com seus próprios critérios (ou conforme orientações de um professor/mediador). Para isso, basta que se pressione a tecla T (de *task*) durante o intervalo em que Nate está andando, deslocando-se de um serviço para outro.

Assim podem ser descritos os desafios de cada nível:

a) as frações do nível 1 são todas irredutíveis; o jogador apenas identificará seus denominadores e contará as partes a extrair de acordo com seus numeradores;
b) no nível 2, são anunciadas frações redutíveis; o jogador deverá simplificá-las até sua irredutibilidade e, somente então, proceder como no nível 1;
c) será necessário efetuar adições e subtrações no nível 3; as frações a serem removidas dos troncos serão seus resultados, em suas formas irredutíveis;
d) o último nível apresenta, além de adições e subtrações, multiplicações e divisões; assim como no nível 3, seus resultados deverão ser encontrados e simplificados, se for possível, à irredutibilidade.

É importante destacar que os denominadores digitados e os numeradores utilizados para a contagem das partes devem, em todos os serviços – em qualquer nível do jogo –, ser obrigatoriamente tomados de frações irredutíveis. Do nível 2 ao nível 4, o jogador deverá estar atento a essa condição.

Figura 12 - Exemplos de informação do serviço nos níveis 1, 2, 3 e 4, respectivamente



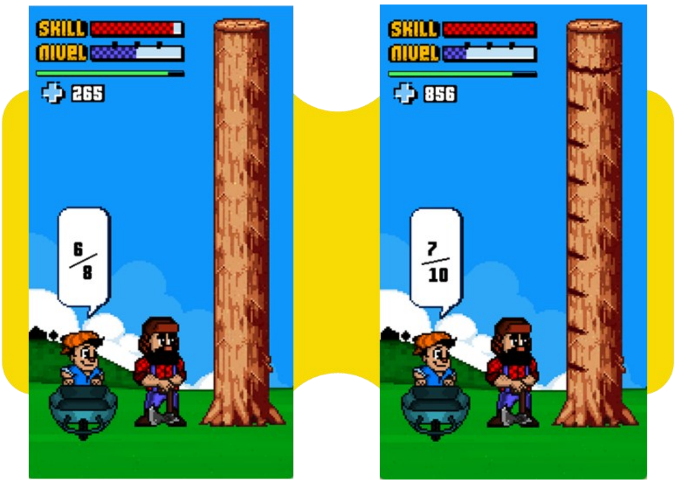
Fonte: Elaboração própria

6 SEQUÊNCIA FINAL DE ATIVIDADES SOBRE FRAÇÕES

1. No jogo *Fraction Nate*, Nate é um lenhador que precisa extrair frações de troncos de árvore, de acordo com os pedidos trazidos pelo menino Etan. Nos dois níveis iniciais, o jogador deve primeiro digitar o denominador da fração informada, em sua forma irredutível, e, em seguida, decidir com as setas do teclado em que altura o corte deve ser feito para se obter a parte desejada.

Observe abaixo duas situações distintas de uma partida do jogo.

situação **A:** fração $\frac{6}{8}$



situação **B:** fração $\frac{7}{10}$

a) Na situação A, que número o jogador digitará para dividir o tronco corretamente?

____

b) Na situação B, o tronco já foi dividido. O jogador deverá, então, contar sete cortes para baixo a partir do corte maior próximo ao topo do tronco. Ao extrair a fração pedida, uma parte do tronco voará para longe, uma parte cairá no carrinho de Etan e outra parte continuará no solo, fixada pela raiz. Que fração do tronco permanecerá no solo?

____

c) Qual das frações do tronco é maior: $\frac{6}{8}$ ou $\frac{7}{10}$?

____

2. Está representada abaixo uma sequência de capturas de tela de um serviço malsucedido. Nessa partida, o jogador não foi capaz de identificar seu erro e, sem ter descoberto a tempo o denominador correto para inserir, falhou.

Observe com atenção.

Etan informou a soma $\frac{4}{12}+\frac{1}{2}$	O jogador digitou o número 12	Nate sinalizou que há um erro	O jogador não acertou a tempo

a) Sabendo que o jogador deve sempre digitar denominadores de frações irredutíveis, explique por que o número 12, que é o menor múltiplo comum de 2 e 12, não serviu como denominador na situação exibida. Responda também: que número deveria ser digitado pelo jogador para que Nate realizasse esse serviço?

____

____

____

b) Se o jogador tivesse informado o denominador esperado e cumprido corretamente esse serviço, que fração do tronco teria sido coletada? E que fração do tronco teria sido descartada?

____

____

3. Imagine que em três serviços seguidos, de níveis 1, 2 e 3, um jogador tenha decidido dividir o tronco em 5 partes iguais. Respeitando as características de cada nível, preencha os balões de diálogo de Etan com possíveis frações (ou operações com frações) que justifiquem o denominador indicado por Nate.

Nível 1 *Nível* 2 *Nível* 3

4. Como na questão anterior, complete os balões de diálogo de Etan com possíveis informações que justifiquem, dessa vez, a escolha do número 12 como denominador, agora para os níveis 2, 3 e 4. Utilize operações diferentes nas telas dos últimos níveis.

Nível 2 *Nível* 3 *Nível* 4

5. Observe as marcações feitas no tronco a seguir. De acordo com as regras do jogo, somente um denominador poderia ter sido digitado e confirmado para ser possível obter uma divisão como essa.

a) Determine esse único número possível.

____

b) Dê exemplo de uma fração que poderia gerar essa partição do tronco,

- no nível 1.

  ____

- no nível 2.

  ____

c) Dê exemplo de uma operação com frações que poderia gerar essa partição do tronco,

- no nível 3.

  ____

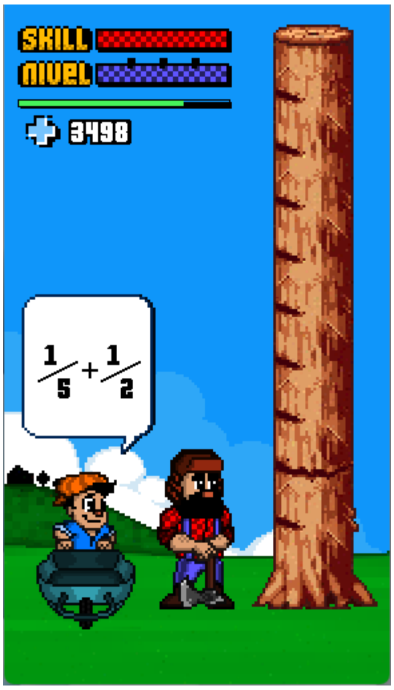
- no nível 4 (a operação deve ser diferente da utilizada no exemplo do nível 3).

  ____

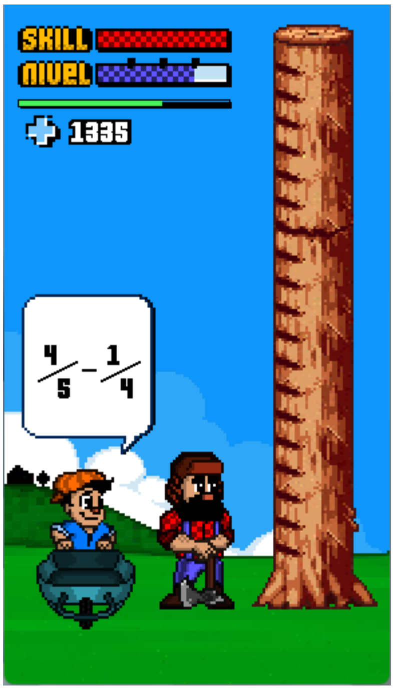
6. Efetue as operações exibidas em cada tela a seguir e circule, com base no resultado encontrado, o corte que Nate deve selecionar para concluir corretamente o serviço informado por Etan.

Note que há, em algumas dessas situações, cortes definitivos a se considerar.

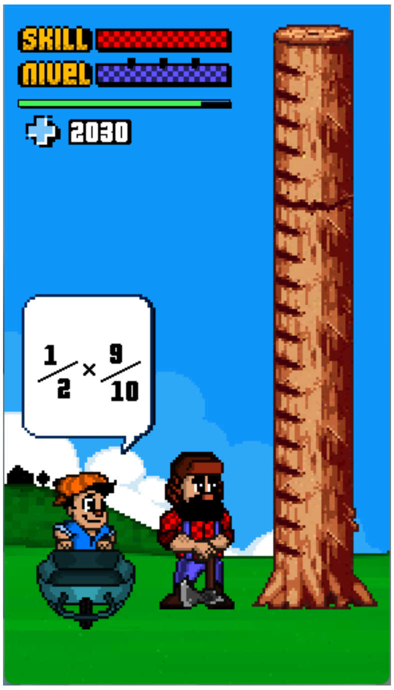
a)



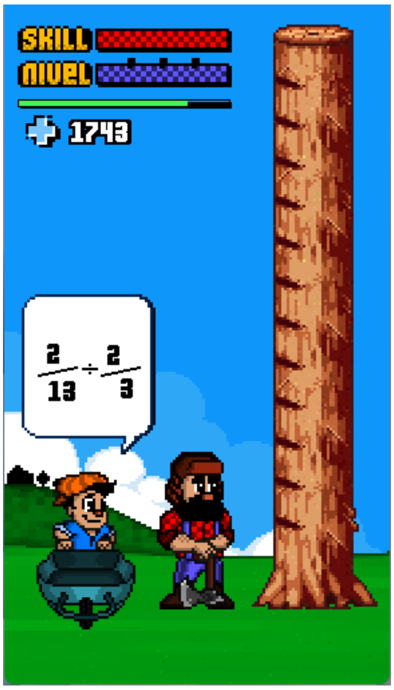
b)



c)



d)



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. Convergências Matemáticas: 6º Ano. 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2018.

ETEC. Vestibulinho ETEC, 2º semestre, 2017. Disponível em: https://fatweb.s3.amazonaws.com/vestibulinhoetec/gabarito/201727490/Prova_1modulo.pdf. Acesso em: 22 mar. 2024.

FUNDATEC. Concurso Público nº 01, 2018. Disponível em: https://arquivos.qconcursos.com/prova/arquivo_prova/59634/fundatec-2018-prefeitura-de-imbe-rs-guarda-municipal-prova.pdf?_ga=2.6672310.506072493.1711134811-638846974.1706917677. Acesso em 22 mar. 2024.

GAY, Mara Regina Garcia; SILVA, Willian Raphael. Araribá Plus: Matemática 6º Ano. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

REGINALDO, Gabriel de Castro. Toa Power e Fraction Nate: Sugestões de Jogos Digitais para o Estudo de Potências e Frações no Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado). PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal Fluminense. Niterói. 2024.

APÊNDICE A – GABARITO DAS ATIVIDADES

SEQUÊNCIA INICIAL DE ATIVIDADES SOBRE POTÊNCIAS

1. Verdadeiras: (d) e (e).

2.

a) 7^4

b) $11^4 \times 12^1$

c) 82^6

d) $6^4 \times 301^3$

3. No quadrado, há 7^2 unidades; no cubo, há 7^3 unidades.

4. O resultado é 0.

5. O número é 4.

6. O único número possível é 3649.

7. Beatriz tem 4 anos.

8.

a) Ele receberia 1024 grãos.

b) Ele receberia, no total, 2046 grãos.

9. Quadrados: 25, 100, 225 e 400

Cubos: 125, 1000, 3375 e 8000

10.

10^2	2^2	11^2	5^2
3^3	2^3	6^3	4^3 ou 8^2

11. $1 + 3 + 5 = \boxed{9} = \boxed{3^2}$

$1 + 3 + 5 + 7 = \boxed{16} = \boxed{4^2}$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \boxed{25} = \boxed{5^2}$

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 = \boxed{144} = \boxed{12^2}$

b) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 = \boxed{169} = \boxed{13^2}$

SEQUÊNCIA FINAL DE ATIVIDADES SOBRE POTÊNCIAS

1.

a) Número de mísseis: 3
Quadrado: 9
Cubo: 27

b) Número de mísseis: 5
Quadrado: 25
Cubo: 125

c) Número de mísseis: 9
Quadrado: 81
Cubo: 729

2.

a) O número 216.

b) Possibilidades:

(I) Digitar 1 e, depois, 25.
Pontuação: 26.

(II) Digitar 2 e, depois, 16.
Pontuação: 18.

(III) Digitar 3 e, depois, 9.
Pontuação: 12.

(IV) Digitar 4 e, depois, 4.
Pontuação: 8.

(V) Digitar 5 e, depois, 1.
Pontuação: 6.

3.

(I) Número digitado: 27

Total de mísseis destruídos: 3

(II) Números digitados: 11 e, depois, 16

Total de mísseis destruídos: 15

(III) Números digitados: 2 e, depois, 25

Total de mísseis destruídos: 7

4.

a) Em uma das ondas havia 3 mísseis e, na outra, 5.

b) Em uma das ondas havia 4 mísseis, em outra havia 6 e, na outra, 10.

5.

a) 4 mísseis seriam detonados e 4 permaneceriam na tela. Ele ganharia 4 pontos.

b) O equipamento de Toa entraria em pane. Ele não ganharia pontos por essa jogada.

c) Todos os 8 mísseis na tela seriam destruídos. Ele ganharia 64 pontos.

Para obter a maior pontuação possível nessa rodada, ele deveria digitar o número 512 (8 ao cubo).

6.

a) 6 mísseis devem ser desenhados.
O novo placar será: 225.

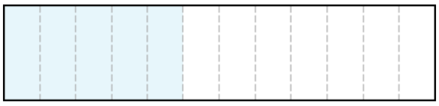
b) 11 mísseis devem ser desenhados.
O novo placar será: 310.

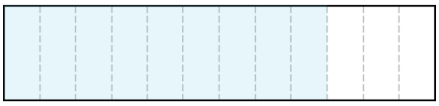
c) 16 mísseis devem ser desenhados.
O novo placar será: 445.

d) 7 mísseis devem ser desenhados.
O novo placar será: 532.

SEQUÊNCIA INICIAL DE ATIVIDADES SOBRE FRAÇÕES

1.

a) 

b) 

c) 

2.

$\frac{6}{15}$ $\frac{6}{14}$ $\frac{6}{18}$

3. Restou $\frac{1}{5}$ do bolo.

4.

a) Na multiplicação.

b) Igor.

c) $\frac{6}{5} - \frac{1}{6} = \frac{31}{30}$.

d) $\frac{6}{5} \div \frac{1}{6} = \frac{36}{5}$.

$\frac{1}{6} \div \frac{6}{5} = \frac{5}{36}$.

5.

a) Laiza: $\frac{2}{5}$

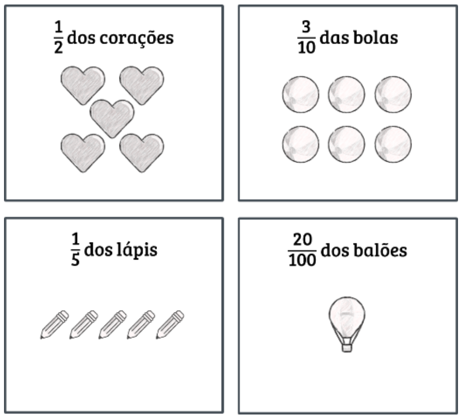
Renan: $\frac{1}{4}$

Bruno: $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$

b) Renan.

c) Bruno.

6.



7.

$\frac{24}{30}$ $\frac{12}{30}$ $\frac{20}{30}$

8.

a) A fração é $\frac{10}{3}$.

b) $C \times D = \frac{3}{10} \times \frac{10}{3} = \frac{30}{30} = 1$.

Devemos multiplicá-la pela fração $\frac{21}{8}$.

9.

a) Maitê acertou mais questões.

b) Juliano acertou 21 questões.

10.

a) Magali consumiu $\frac{3}{4}$ do pedido inteiro.

b) Cada uma das outras três crianças consumiu $\frac{1}{12}$ do pedido.

c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{12}{12} = 1$.

11. O 3º colocado receberá R$8.000,00.

SEQUÊNCIA FINAL DE ATIVIDADES SOBRE FRAÇÕES

1.

a) Ele digitará o número 4.

b) $\frac{2}{10}$ $\left(\text{ou } \frac{1}{5}\right)$ do tronco.

c) A fração $\frac{6}{8}$ é maior.

2.

a) A adição $\frac{4}{12} + \frac{1}{2}$ resulta em $\frac{10}{12}$. Porém, ao inserir o denominador, deve-se considerar a fração irredutível equivalente àquela encontrada. Como $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ e $\frac{5}{6}$ é irredutível, então o número que o jogador deveria digitar nesse serviço é 6.

b) A fração do tronco coletada seria $\frac{5}{6}$ e a fração descartada, $\frac{1}{6}$.

3. Possibilidades:

$\frac{2}{5}$ (nível 1);

$\frac{9}{15}$ (nível 2);

$\frac{6}{10} + \frac{1}{5}$ (nível 3).

4. Possibilidades:

$\frac{15}{36}$ (nível 2);

$\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$ (nível 3);

$\frac{11}{7} \times \frac{7}{12}$ (nível 4).

5.

a) 6.

b) Possibilidades:

No nível 1: $\frac{1}{6}$

No nível 2: $\frac{4}{24}$

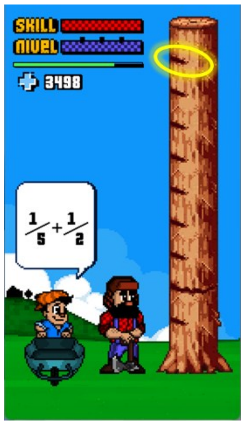
c) Possibilidades:

No nível 3: $\frac{5}{4} - \frac{13}{12}$

No nível 4: $\frac{1}{3} \div \frac{10}{5}$

6.

a)



b)

c)

d)