Mauro Igor Urbano
Fábio José da Costa Alves
Cinthia Cunha Maradei Pereira

2024

MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO DE BATATAS

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ - UEPA

URBANO; Mauro Igor, ALVES; Fábio José Costa da; PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei. Modelagem Matemática para otimização da produção da batata no Pará. Produto Educacional do Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional no Ensino de Matemática, (PPGEM/UEPA), 2024.

ISBN: 978-65-84998-70-4

Modelagem Matemática. Produção da batata. Pará

APRESENTAÇÃO

Prezado Professor,

É com grande entusiasmo que apresentamos este material, dedicado à proposta de uma atividade de modelagem matemática especialmente desenvolvida para o ensino básico, com foco na fascinante produção de batatas no estado do Pará. Neste trabalho, exploramos conteúdos fundamentais de geometria, funções, divisão e multiplicação, mergulhando de maneira prática e envolvente na otimização da produção de batatas.

Iniciamos nossa jornada explorando a matemática de forma prática, com uma breve introdução à modelagem matemática, destacando a relevância dessa abordagem no contexto da produção de batatas. Abordamos diversas linhas de pensamento para criar um ambiente familiar e despertar o interesse dos estudantes.

Diante disso, adotamos um referencial teórico sólido para embasar nossa abordagem. Em seguida, apresentamos as etapas necessárias para realizar os cálculos, aplicando-os com uma metodologia didática e lúdica, tornando o aprendizado mais acessível e envolvente em sala de aula.

No mais, desafiando os estudantes com situações-problema reais, partimos então para a prática, oferecendo uma proposta de atividades que incorpora situações-problema autênticas, relacionadas à realidade dos estudantes. Acompanham essas situações, questionamentos instigantes que visam despertar o interesse dos alunos, incentivando-os a aplicar as etapas da modelagem matemática.

Finalmente, apresentamos um tópico de orientações práticas para guiar tanto o professor quanto os alunos no desdobramento do processo de modelagem matemática frente às situações propostas na atividade. Destacamos a flexibilidade desse processo, permitindo ao professor adaptá-lo conforme a dinâmica de sua própria sala de aula.

Ressaltamos que este material foi elaborado com o intuito de proporcionar uma experiência educativa rica e adaptável. Estamos confiantes de que a abordagem prática e contextualizada aqui apresentada será um valioso recurso para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

Agradecemos o seu interesse e esperamos que esta proposta proporcione uma experiência única e estimulante em sala de aula.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A modelagem matemática, enquanto estratégia alternativa para o ensino da matemática, busca relacionar as vivências sociais e escolares do aluno com o conteúdo estudado em sala de aula, fazendo com que percebam a importância na sua formação acadêmica. A Matemática tem suas bases na compreensão e explicação dos fatos da realidade.

A evolução dessas ideias, originada de reflexões sobre o mundo concreto, estabelece um terreno fértil para o desenvolvimento de teorias que permeiam diversas áreas do conhecimento. A modelagem matemática desempenha um papel central nesse processo, permitindo a tradução de situações complexas para a linguagem matemática.

Essa abordagem dinâmica e interdisciplinar contribui para a solução de problemas práticos em áreas como física, engenharia, economia e biologia. A influência de diversas ciências ao longo do tempo pode ser observada na organização e evolução das ideias matemáticas, incluindo o trabalho de Macêdo et al. (2020), que oferece *insights* relevantes sobre a interconexão entre a Matemática e a realidade, enriquecendo o entendimento histórico. Para estudar o conteúdo programático pode-se utilizar, como ponto de partida, exemplos contextualizados que tenham relação com o dia a dia do aluno. No entanto sabe-se que:

> A Modelagem Matemática é vista como um processo de sentido global que tem início numa situação real problematizada, para a qual buscaremos a solução através de um modelo matemático que traduzirá, em linguagem matemática, as relações naturais do problema de origem (MENDONÇA 1993, p. 13).

Diante deste fato, sabe-se que a disciplina de matemática, muitas vezes, é considerada como difícil e bastante questionada, no entanto, atribuído a essas dificuldades procurou-se conectar a matemática com alguma atividade que tivesse relação com a realidade. Que segundo Biembengut (2009), reitera as dificuldades encontradas principalmente nas dimensões continentais brasileiras, que impõem obstáculos em proporcionar atividades (aulas, cursos e eventos) suficientes para atender todos os professores de matemática e alunos para tomar conhecimentos sobre as vertentes do modelo da matemática voltados para estudos aplicados.

Diante do exposto, escolheu-se o abordar o plantio de batata, que é uma das atividades agrícolas de baixa predominância no Estado. No mais, pesquisadores junto aos profissionais da área, buscam subsídios técnicos sobre a plantação de batatas, para propiciar um trabalho que desperte o interesse dos alunos, produtores e entre outros.

A Embrapa, Semas e Emater do Estado do Pará fornecem várias informações sobre como é realizado um plantio de batatas, independente da variedade, segue com os parâmetros que devem ser levados em consideração. Em relação a produção é definido através das dimensões de plantio, então, as distâncias que devem ser realizadas entre as covas e as linhas e deve ser plantada em “sulcos” para otimizar a quantidade de sacos de batatas a ser produzida por hectare.

O hectare é uma unidade de medida de área amplamente utilizada na agricultura e na medição de terrenos. A definição do hectare é fundamentada em uma série de estudos e convenções estabelecidas ao longo do tempo. De acordo com Smith (2005), o hectare tornou-se uma unidade padronizada no sistema métrico decimal, facilitando a mensuração de grandes extensões de terra de maneira mais prática. Em sua obra, Jones (2010) destaca a importância do hectare na avaliação de terras agrícolas e na gestão sustentável de recursos naturais.

O uso do hectare é amplamente difundido em estudos relacionados à agricultura e ao meio ambiente, como mencionado por Brown et al. (2018). Essa unidade de medida fornece uma base consistente para análises agronômicas, planejamento territorial e estudos de impacto ambiental. Portanto, o hectare desempenha um papel crucial nas ciências agrárias e ambientais, contribuindo para a compreensão e gestão eficiente da terra.

Em detrimento, a implementação da matemática e as respostas obtidas para os problemas enfrentados em outros setores dos conhecimentos ensinados na escola não podem contribuir diretamente para o ensino da Matemática, dada a natureza dessa disciplina. Se as ciências empíricas adquirem validade em função dos fatos que descrevem, as ciências formais, por outro lado, como a Matemática, não se referem à realidade embora possam ser aplicadas a ela (BRANDT; BURAK; KLÜBER, 2016).

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática surge como uma ferramenta essencial e dinâmica na abordagem de problemas do mundo real por meio de estruturas e padrões matemáticos. Segundo Andrade (2005), a modelagem matemática consiste na representação de um processo físico, químico ou biológico, mediante um conjunto de equações, muitas vezes diferenciais, capaz de descrever adequadamente tais processos.

Diante disso alguns autores como Biembengut e Hein (2005) e Almeida, Silva e Vertuan (2012) afirmam que um modelo serve para representar algo, e que ele está presente em quase todas as áreas de conhecimento, podendo variar em sua finalidade, sendo real ou imaginária.

Em conformidade, Biembengut (2022), descreve a modelagem matemática como um processo artístico que requer, além do conhecimento matemático, a intuição, a criatividade e o senso lúdico. O modelador deve ser capaz de interpretar o contexto envolvido, entender qual conteúdo matemático melhor se adapta à situação e lidar com as variáveis envolvidas de forma criativa e inovadora. A partir disso, o modelo em si, apesar de importante, não é o principal objetivo da Modelagem Matemática, e sim o processo. Mas é importante salientar o que se entende por modelo matemático. Para Granger (1969, apud BIEMBENGUT, 2005):

> [...] o modelo é uma imagem que forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções. Tanto que a noção de modelo está presente em quase todas as áreas: Arte, Engenharia, Moda, Arquitetura, História, Economia, Literatura, Matemática (p. 11).

Atribuído a esses fatores, entender a aprendizagem em Matemática como um processo que depende essencialmente da pessoa que aprende e das relações que ela estabelece entre conceitos e representações, implica, necessariamente, em mudanças do paradigma existente de um ensino voltado à repetição para um paradigma voltado à análise, reflexão e construção de conhecimentos (BIEMBENGUT; HEIN, 2005).

Defronte aos parâmetros que conduzem a modelagem matemática, Biembengut (2022, p. 13) destaca que "a matemática e a realidade são dois conjuntos distintos, e a modelagem é um meio de promoção da interação entre eles".

Portanto, ao abordar a modelagem matemática, é essencial começar com uma situação real, na qual se pretende resolver. Nesse contexto, a matemática é empregada como uma ferramenta para conduzir esse processo, permitindo a criação de um modelo genérico aplicável a situações específicas.

Que por outro lado, a matematização é a fase central da modelagem, que é crucial, pois é nela que uma situação-problema é traduzida para a linguagem matemática, requerendo habilidades como intuição, criatividade e conhecimentos prévios, entre outras características fundamentais para a eficácia desse processo. Que ao discutir situações da realidade e verificar a aplicabilidade da matemática em diferentes contextos, os alunos podem entender melhor a realidade que os cerca, procurando meios para agir sobre ela e transformá-la. (BIEMBENGUT, 2009; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Através das aplicações, a seleção do modelo a ser utilizado e parâmetros a serem avaliados, influenciam diretamente nos resultados obtidos e na precisão da avaliação da qualidade do ensino da modelagem matemática em relação aos cursos hidrícos (FLECK Et al., 2013). Storey et al. (2011 apud FLECK et a., 2013) afirmam que existe uma necessidade urgente de melhorar as estratégias de monitoramento de disponibilidade da água, uma vez que os métodos tradicionais, baseados em estações pluviométricas distintas, são muito lentos para desenvolver respostas operacionais e fornecer um nível adequado de água para abastecer a população em tempo real. Diante disso, a modelagem matemática mostra-se uma ferramenta com ótima aplicabilidade e com resultados rápidos e precisos.

Segundo Erturk et al. (2010), os modelos matemáticos possuem a vantagem de incluir os mecanismos que ocorrem naturalmente para o processo de interpolação, gerar cenários futuros, estabelecer planos de gestão, projetar os prováveis impactos ambientais das atividades antrópicas e estimar os custos das medidas a serem tomadas. Ademais, o uso de modelos matemáticos, são sistêmicos e contribuem de forma eficaz para o melhoramento, compreensão e interpretação de dados.

3. ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Considere o cenário de um produtor rural envolvido na plantação de batatas, onde o espaçamento entre as plantas desempenha um papel crucial na produtividade de cada uma delas. Diante desse contexto, como poderíamos otimizar a produção em um terreno de 1 hectare, com formato quadrado?

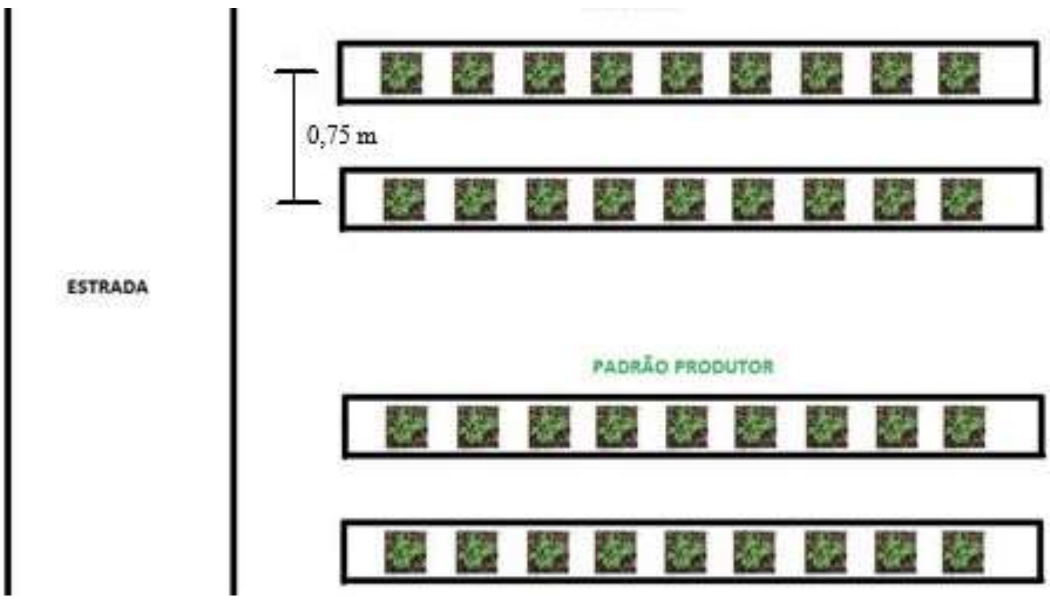
Para maximizar a produção de batatas em um terreno quadrado de 1 hectare, é essencial implementar um planejamento cuidadoso do espaçamento entre as plantas. O espaçamento adequado permite que as plantas recebam a quantidade ideal de luz solar, nutrientes e espaço para crescer de forma saudável, resultando em uma colheita mais abundante.

Uma estratégia eficaz seria calcular o espaçamento ideal entre as plantas com base em fatores como o tipo de solo, variedade de batatas, clima local e práticas de cultivo. Utilizando métodos como o espaçamento em fileiras ou o plantio em blocos, o produtor pode otimizar o uso do terreno disponível, garantindo que cada planta tenha espaço suficiente para se desenvolver plenamente.

O primeiro passo para começar a fazer algum tipo de cálculo relacionado ao plantio de batatas é obter algumas informações necessárias de como é realizado seu plantio. Os dados abaixo referem-se ao detalhamento do plantio de batatas:

a) O espaçamento entre duas "linhas de cultivo" deve ser no mínimo de 75 cm para que se posso realizar a devido manejo;

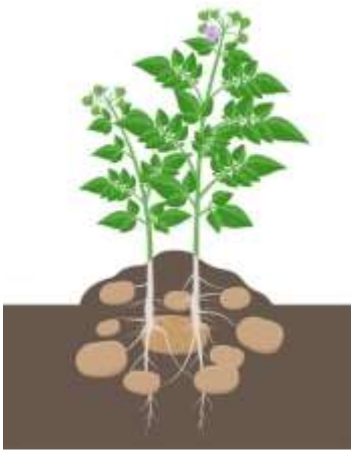
Imagem 1 - Espaçamento e área de produção



Fonte: Autores (2024)

b) Cada planta isolada produz em média 7 batatas (graúdas e miúdas);

Imagem 2: Representação da planta produtiva com tubérculos.



Fonte: DreamsTime (2024)

c) O peso médio de 7 batatas de uma mesma planta é 414 gramas;

d) A EMATER considera como produção normal, 330 sacos de 50 kg por hectare plantado. O hectare, representado pelo símbolo ha, é uma unidade de medida de área equivalente a 100 ares, sendo que cada are equivale a 100 metros quadrados. Segundo Ferreira (2022), o hectare é uma unidade de medida amplamente utilizada no setor agrícola, florestal e urbano. É uma medida prática para avaliar a extensão de terrenos, pois é equivalente a 10.000 metros quadrados;

e) Dados experimentais fornecem uma relação entre a distância das plantas da mesma linha e a quantidade de batatas em cada planta, que é demonstrada pelo quadro 1 (BASSANEZZI, 2002).

Quadro 1 - Distância entre as plantas e quantidade de batatas.

Distância	Quantidade
0,25 m	4,5 batatas
0,30 m	6,5 batatas
0,35 m	7,5 batatas
0,40 m	8,0 batatas

Fonte: Autores (2024)

O QUE PODEMOS OBSERVAR?

Observamos que, à medida que aumentamos a distância entre as plantas, a quantidade de batatas também aumenta. No entanto, à medida que a distância entre as plantas aumenta, o acréscimo na produção de batatas por planta diminui, logo este aumento não é diretamente proporcional. Devemos observar também que aumentando a distância entre as plantas teremos menos plantas na mesma área.

O QUE QUEREMOS DESCOBRIR?

Queremos descobrir a melhor distância entre as plantas para obter a maior produção de batatas.

COMO PODEMOS FAZER ISSO?

Para responder esses questionamentos, vamos modelar a situação matematicamente e desenvolver seu processo de resolução. Podemos preencher os dados da tabela e observar os resultados para concluir qual a melhor distância para a maior produção de batatas.

Tabela 1 – Tabela de produção de batatas

Distância (d) entre plantas (em m)	**Quantidade (b) de batatas por planta**	**Quantidade de plantas por linha**	**Quantidade total de plantas no hectare**	**Produção por planta (em g)**	**Produção total do hectare (em kg)**
0,25	4,5				
0,30	6,5				
0,35	7,5				
0,40	8				

Fonte: Autores (2024)

Como a produção irá depender apenas da distância das plantas e da quantidade de batatas por planta, e chamarmos a distância de d e a quantidade de batatas de b podemos modelar uma fórmula simples para obter a produção total através destas duas variáveis.

Como a distância entre as batatas e a quantidade de batatas são dependentes, podemos escrever uma fórmula $b = f(d)$, onde f é uma função que representa como a produção de batatas muda conforme a distância entre as plantas se altera, e de posse desta função analisarmos os seus resultados para qualquer distância que desejarmos.

Com estes dados, vamos modelar a situação matematicamente e desenvolver o processo de resolução para assim responder as questões apresentadas sobre o tema.

4. ORIENTAÇÕES E DESENVOLVIMENTO

A modelagem matemática é uma ferramenta poderosa para otimizar processos e resolver problemas do mundo real. Neste contexto, abordamos como utilizar a modelagem matemática para otimizar a produção de batata no estado do Pará. Esta abordagem prática permitirá ao professor e ao aluno aplicarem conceitos matemáticos de forma direta e significativa.

Para que a modelagem matemática seja eficaz na educação, é importante que o professor esteja familiarizado com a ferramenta e com os conceitos matemáticos envolvidos. Além disso, é importante que o professor saiba como adaptar a modelagem matemática para atender às necessidades específicas do aluno.

a) Ambientação do Professor

São apresentadas algumas orientações para o professor que deseja utilizar a modelagem matemática para o ensino da produção de batata no Pará:

- Comece com uma introdução à modelagem matemática. Explique aos alunos o que é modelagem matemática, quais são seus objetivos e quais são os principais tipos de modelos matemáticos.
- A escolha do problema deve ser relevante para os alunos. O problema deve ser desafiador o suficiente para motivar os alunos, mas não deve ser tão complexo que seja impossível de resolver.
- Familiarize os alunos com a situação problema, discutam os dados prévios e realize questionamentos para que os alunos entendam o objetivo da atividade.
- Ajude os alunos a resolverem o modelo fornecendo aos alunos as ferramentas e o suporte necessários para resolver o modelo.
- Apresente o modelo matemático de forma clara e concisa. Explique aos alunos os principais conceitos matemáticos envolvidos no modelo.
- Discuta os resultados do modelo com os alunos e incentive-os a identificar as implicações deste modelo para a produção de batata no Pará.

b) Ambientação do Aluno

Para que os alunos possam aproveitar ao máximo a modelagem matemática, é importante que eles tenham uma base sólida em matemática. Além disso, é importante que os alunos estejam dispostos a aprender novos conceitos e a resolver problemas desafiadores.

Diante disso, são apresentadas algumas orientações para os alunos que desejam aprender sobre a produção de batata no Pará utilizando a modelagem matemática e suas aplicações:

- Estudar os conceitos matemáticos envolvidos na modelagem matemática. O aluno deve ter um bom entendimento de geometria plana, conversão de medidas, equações e funções.
- Se o aluno não entender algum conceito ou não conseguir resolver um problema, ele deve fazer perguntas ao professor.
- Trabalhe em equipe pois a resolução de problemas de modelagem matemática pode ser mais fácil em equipe.
- Não desista! A modelagem matemática pode ser desafiadora, mas é uma ferramenta poderosa que pode ajudar os alunos a aprenderem sobre a produção de batata no Pará e a desenvolver suas habilidades de pensamento crítico.

A modelagem matemática é uma ferramenta versátil que pode ser usada para uma ampla gama de aplicações. No caso da produção de batata no Pará, ela pode ser usada para otimizar a produtividade, a rentabilidade e a sustentabilidade da atividade.

c) Matematização

Na fase de Matematização, o professor incentivará ativamente os alunos a abordarem os questionamentos propostos, baseando-se nos dados adquiridos durante a compreensão prévia da situação problema e em seus conhecimentos pré-existentes. Além disso, é altamente recomendado que, nessa etapa, os estudantes empreguem calculadoras como uma ferramenta valiosa para enriquecer o processo de resolução da atividade.

A seguir, apresentamos a matematização realizada para o preenchimento da tabela presente no problema e uma posterior análise dos resultados.

PREENCHIMENTO DA TABELA

Utilizando-se dos mesmos dados presentes na situação problema apresentada anteriormente, vamos explorar a plantação de batatas através do preenchimento dos dados da tabela utilizando-se apenas de operações básicas, como multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

1. **Quantidade de Linhas por Hectare:**

Como a área é quadrada, ou seja, lado vezes lado ou lado ao quadrado, para descobrimos a medida de cada lado do terreno, basta encontramos a raiz quadrada desta área. Um hectare mede 10.000 metros, logo temos $\sqrt{10.000} = 100$ metros. Se as linhas devem ter um espaçamento de 0,75 metros entre elas para o correto plantio, podemos usar a fórmula:

$$n° \; de \; linhas = \frac{lado \; do \; hectare}{espaçamento \; entre \; linhas}$$

Substituindo os valores:

$$n° \; de \; linhas = \frac{100}{0,75} \approx 133,3$$

Portanto, temos aproximadamente 133 linhas em um hectare.

2. **Espaçamento entre as linhas e a divisa do terreno:**

Se o comprimento de uma linha é 100 metros e temos 133 linhas, podemos calcular o espaço entre as extremidades das linhas e a divisa do terreno com a fórmula:

$$espaçamento = \frac{comprimento \; total - (nº \; de \; linhas \; \times \; distância \; das \; linhas)}{2}$$

Substituindo os valores:

$$espaçamento = \frac{100 - (133 * 0,75)}{2} = 0,125 \; m$$

Portanto, o espaço entre as linhas e a divisa do terreno é aproximadamente 0,125 metros.

3. **Quantidade de plantas por linha:**

Como já calculado, o terreno possui lados de 100 m. Então para calcular o número de plantas em cada linha, a depender do espaçamento, utilizamos o seguinte cálculo:

$$n° \; de \; plantas \; por \; linha = \frac{lado \; do \; hectare}{espaçamento \; entre \; plantas}$$

Utilizando a distância de 0,25 m entre plantas, temos:

$$n° \; de \; plantas \; por \; linha = \frac{100}{0,25} = 400$$

Portanto, neste caso haverá 400 plantas por linhas.

4. **Quantidade total de plantas no hectare:**

Para encontrar a quantidade total de plantas no hectare, devemos multiplicar o número de linhas pela quantidade de plantas em cada linha, ou seja:

$$total\ de\ plantas\ no\ hectare = nº\ de\ linhas\ \times nº\ plantas\ por\ linha$$

Para a distância de 25 cm, com os dados obtidos acima, temos:

$$total\ de\ plantas\ no\ hectare = 133 \times 400 = 53.200$$

Portanto, neste caso haverá 53.200 plantas no hectare.

5. **Produção por planta:**

Se em média 7 batatas de uma planta pesam 414 gramas, então para cada batata temos

$$peso\ médio\ da\ batata = \frac{peso\ médio}{quantidade} = \frac{414\ g}{7} \approx 59\ g$$

Como na distância de 0,25 m entre plantas, há uma média de 4,5 batatas por planta, logo temos que

$$Produção\ por\ planta = nº\ de\ batatas\ por\ planta \times peso\ médio\ da\ batata$$

$$Produção\ por\ planta = 4{,}5 \times 59\ g = 265{,}5\ g\ ou\ 0{,}2655\ kg$$

Portanto, neste caso, cada planta produzirá 265,5 gramas de batata.

6. **Produção total do hectare:**

O cálculo da produção total do hectare é feito a partir da multiplicação da quantidade total de plantas no hectare pela produção por planta. A quantidade de total de plantas no hectare é de 53.200 plantas em um hectare de área cultivada com espaçamento de 0,25 m entre as plantas.

A produção por planta é um valor que representa a quantidade de produto que cada planta gera. No caso da batata, a produção por planta é de aproximadamente 265,5 g, conforme calculados anteriormente.

Assim, a produção total do hectare é calculada da seguinte forma:

$$Produção\ total =\ 53.200 \times 265{,}5\ g = 14.124.600\ g\ ou\ 14{,}124{,}6\ kg$$

Portanto, temos uma produção total de 14,124,6 kg de batata.

7. **Complete a tabela e analise os resultados:**

Agora os alunos devem completar o restante da tabela para encontrar a produção total no hectare para cada distância entre as batatas da tabela. Com a tabela completa, analise os resultados e defina em qual distância a produção será maior.

Tabela 2 – Tabela de produção de batatas preenchida

Distância (d) entre plantas (em m)	**Quantidade de batatas por planta (b)**	**Quantidade de plantas por linha**	**Quantidade total de plantas no hectare**	**Produção por planta (em g)**	**Produção total do hectare (em kg)**
0,25	4,5	400	53.200	265,5	14.124,6
0,30	6,5	333	44.289	383,5	16.984,8
0,35	7,5	285	37.905	442,5	16.772,9
0,40	8	250	33.250	472,0	15.694,0

Fonte: Autores (2024)

Com os resultados da tabela, fica claro que a maior produção ocorreu quando o distanciamento entre as plantas foi de 0,30 metros.

É importante ressaltar que esse cálculo é apenas uma estimativa. A produção real de um hectare pode variar de acordo com uma série de fatores, como condições climáticas, manejo da cultura e fertilidade do solo.

Essas operações de multiplicação e divisão permitem que os alunos calculem a produção por planta e a produção total do hectare para cada distância na tabela. Essa abordagem é uma maneira prática e didática para que os alunos do ensino fundamental desenvolvam habilidades matemáticas enquanto resolvem o problema proposto.

ANALISANDO A RELAÇÃO ENTRE A VARIÁVEIS E OS RESULTADOS

Após preenchida a tabela, instigue os alunos a identificar uma relação entre as variáveis do problema. Uma maneira de analisamos a situação proposta é calcular a quantidade de batatas produzidas por metro para cada distância entre as plantas, dividindo a quantidade de batatas por planta pela distância entre essas plantas, para cada conjunto de dados presentes no Quadro 1.

Para 0,25m, temos $\frac{4{,}5\ batatas}{0{,}25\ m} = 18\ batatas/m$

Para 0,30 m, temos $\frac{6{,}5\ batatas}{0{,}30m} \approx 21{,}67\ batatas/m$

Para 0,35 m, temos $\frac{7{,}5\ batatas}{0{,}35\ m} \approx 21{,}43\ batatas/m$

Para 0,40 m, temos $\frac{8{,}0\ batatas}{0{,}40\ m} = 20\ batatas/m$

Percebemos que a quantidade de batatas por metro é maior para a distância de 0,30 m e diminui à medida que a distância aumenta para 0,35. Portanto, para obter a maior produção por metro, a melhor distância entre as plantas é **0,30 metros**.

Essa resolução utiliza apenas operações de divisão (para calcular a quantidade de batatas por metro) e multiplicação (para realizar os cálculos) e ajuda os alunos a encontrarem uma relação entre as variáveis do problema. Isso simplifica o processo, tornando-o acessível aos alunos sem que haja grandes diferenças nos resultados.

d) Modelo matemático

Chegou o momento da formalização do modelo matemático através das resoluções desenvolvidas na etapa de matematização associando os algoritmos utilizados com algum objeto matemático, que neste caso é o de funções.

MODELAGEM DE UMA FÓRMULA SIMPLES

O preenchimento da tabela foi realizado através de diversos cálculos, mas todos dependiam de apenas dois valores: a distância entre em plantas (d) e a quantidade de batatas por planta (b). Podemos criar uma fórmula que através destes dois parâmetros, nos dê o total da produção no hectare?

Através do que já vimos é possível criar um a função $f(d)$ que nos retornará à quantidade de plantas por linha, uma função composta $g\big(f(d)\big)$ que resulta o número de plantas por hectare. Temos também uma função $h(b)$ na qual temos a produção por planta em gramas. Por fim uma função de duas variáveis P(b,d) que nos apresente o total da produção no hectare.

Vamos agora definir essas funções!

1. **Quantidade de plantas por linha:**

Definamos a função f do número de plantas por linha como a medida do lado do terreno, em metros, dividido pela distância de cada planta na linha, também em metros, logo:

$$f(d) = \frac{100}{d}$$

2. **Quantidade de plantas por hectare:**

A função g do número de plantas por hectare é resultado do número de plantas por linha obtido pela função $f(d)$ multiplicado pela quantidade de linha, que é de 133 na situação apresentada, logo

$$g(f(d)) = f(d) \cdot 133 = \left(\frac{100}{d}\right) * 133 = \frac{13300}{d}$$

Temos assim uma função composta $g \circ f(d) = \frac{13300}{d}$, que nos dá a quantidade de plantas por hectare, através da distância entre plantas, em metros.

3. **Produção por planta:**

Como visto, o peso médio da batata é de aproximadamente 59 g, logo uma função h da produção por planta é resultante da multiplicação da quantidade de batatas por planta (b) pelos 59 g de cada batata, ou seja,

$$h(b) = 59 \cdot b$$

4. **Produção total:**

Por fim, a função P que define a produção total de batatas, em kg, no hectare, será obtida pela multiplicação da quantidade de plantas por hectare (g) pela produção por planta (h). Para que o resultado seja dado em kg e não em g, devemos dividir tudo por 1.000. Assim temos,

$$P(b,d) = \frac{g \cdot h}{1000} = \frac{g(f(d) \cdot h(b)}{1000} = \frac{\frac{13300}{d} \cdot 59 \cdot b)}{1000} = 784{,}7 \cdot \frac{b}{d}$$

Modelamos assim a produção de batatas em um hectare quadrado como uma função de duas variáveis que reduz os cálculos e simplifica a análise dos resultados.

Para fazermos a prova, podemos utilizar os valores da primeira linha da tabela (b = 4,5 e d = 0,25) na função desenvolvida,

$$P(b,d) = 784{,}7 \cdot \frac{b}{d}$$

$$P(4{,}5; 0{,}25) = 784{,}7 \cdot \frac{4{,}5}{0{,}25} = 784{,}7 \cdot 18 = 14.124{,}6$$

retornando o mesmo valor de 14.124,6 kg presente na tabela.

Observe que essa função nada mais é que um constante (784,7) multiplicada pela razão entre o número de batatas por planta e a distância entre as plantas. Note que as variáveis são dependentes, ou seja, o número de batatas depende da distância das plantas. Sendo assim, podemos encontrar uma relação entre essas duas variáveis?

AMPLIANDO O MODELO

Podemos testar as diferentes relações entre b e d e ver como a produção de batatas muda, como feito anteriormente. Essa relação observada nos dados experimentais sugere que a variação na produção de batatas não é linear, mas para uma simplificação inicial, podemos modelar a situação como uma função afim crescente. Para isso, podemos usar um modelo de função afim para representar essa relação:

$$b = m \cdot d + n$$

onde:

- b é a quantidade de batatas;
- d é a distância entre as plantas;
- m é a variação da produção por aumento na distância;
- n é o intercepto (indicando a quantidade de batatas quando a distância é zero).

Vamos calcular a variação (*m*) usando os dados fornecidos no Quadro 1:

$$m = \frac{Quantidade\ de\ Batatas\ Final - Quantidade\ de\ Batatas\ Inicial}{Distância\ Final - Distância\ Inicial}$$

$$m = \frac{8{,}0 - 4{,}5}{0{,}44 - 0{,}25} = \frac{3{,}5}{0{,}15} = 23{,}33$$

Agora, podemos substituir *m* na fórmula:

$$b = 23{,}33 \cdot d + n$$

Para determinar *n*, podemos usar um dos pontos dados. Vamos escolher o ponto (0,25; 4,5):

$$4{,}5 \ = \ 23{,}33 \ \cdot \ 0{,}25 \ + \ n$$

$$4{,}5 \ = \ 5{,}83 \ \ + \ n$$

$$n = \ -1{,}33$$

Agora, a fórmula que representa a relação entre a distância (*d*) e a quantidade de batatas na linha (b) é:

$$b \ = \ 23{,}33 \ \cdot \ d \ - \ 1{,}33$$

Essa é a fórmula simplificada para que os alunos calculem a quantidade de batatas com base na distância entre as plantas. Podemos então utilizá-la na função produção total (P(b,d)) e transformá-la em uma função de apenas uma variável. Observe:

$$P(b,d) = 784{,}7 \cdot \frac{b}{d} = 784{,}7 \cdot \frac{(23{,}33 \ \cdot \ d \ - \ 1{,}33)}{d} = 784{,}7 \cdot \left(23{,}33 - \frac{1{,}33}{d}\right)$$

$$P(d) = 18.307{,}05 - \frac{1.043{,}65}{d}$$

Temos então uma nova função produção, que desta vez é dependente apenas de uma variável, que é a distância (d) entre as plantas. Para testá-la utilizamos novamente os dados da primeira linha da tabela.

$$P(d) = 18.307{,}05 - \frac{1.043{,}65}{d}$$

$$P(0{,}25) = 18.307{,}05 - \frac{1.043{,}65}{0{,}25} = 18.307{,}05 - 4.174{,}6 = 14.132{,}45$$

Observe que este valor difere do resultado encontrado na tabela, mas que essa diferença é de apenas 7,85 kg, o que podemos considerar uma margem de erro bastante razoável. Essa diferença ocorre, pois, para simplificar o cálculo, ignoramos o fato que a relação entre b e d não é linear. Seria então possível estabelecer uma melhor relação melhor entre estas duas variáveis?

APERFEIÇOANDO O MODELO

Nosso objetivo é encontrar uma relação $b = f(d)$ que forneça exatamente aos valores presentes no Quadro. Apesar de não ser tão evidente uma relação entre as duas variáveis presentes no quadro, observamos que a distância entre as plantas varia de forma linear, aumentando de 0,05 em 0,05 metros, porém a quantidade de batatas por planta diminui de forma não linear, mas é possível identificar um padrão nesta diminuição.

Observe:

$$f(0{,}30) - f(0{,}25) = 6{,}5 - 4{,}5 = 2$$

$$f(0{,}35) - f(0{,}30) = 7{,}5 - 6{,}5 = 1$$

$$f(0{,}40) - f(0{,}35) = 8 - 7{,}5 = 0{,}5$$

O número de batatas resultantes da diferença entre as produções de distâncias subsequentes é sempre dividida pela metade a cada passo. Logo temos a sequência $(2\ ;\ 1\ ;\ 0{,}5\ ; \cdots)$ que é uma progressão geométrica cuja razão é 0,5. Podemos observar também que o último termo, trata-se da soma do primeiro termo a soma das diferenças encontrada a cada incremento, ou seja,

$$f(0{,}40) = f(0{,}30) + [\,f(0{,}30) - f(0{,}25)] + [\,f(0{,}35) - f(0{,}30)] + [f(0{,}40) - f(0{,}35)]$$

$$f(0{,}40) = 4{,}5 + 2 + 1 + 0{,}5 = 8$$

sendo assim, temos que a soma dos n termos de uma P.G. é dada pela fórmula,

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

onde a_1 é o primeiro termo da sequência e q é a razão da progressão geométrica. Substituindo os valores da nossa sequência temos:

$$S_n = \frac{2 \cdot (0{,}5^n - 1)}{0{,}5 - 1}$$

$$S_n = \frac{2 \cdot (0{,}5^n - 1)}{-0{,}5}$$

$$S_n = -4 \cdot (0{,}5^n - 1)$$

$$S_n = -2^2 \cdot (2^{-1})^n + 4$$

$$S_n = 4 - 2^2 \cdot 2^{-n}$$

$$S_n = 4 - 2^{2-n}$$

Logo, a função que nos dá o valor de cada termo da nossa sequência é dada pela soma do primeiro termo com a somatória dos n termos da progressão geométrica encontrada, ou seja,

$$f(d) = 4,5 + 4 - 2^{2-n}$$

$$f(d) = 8,5 - 2^{2-n}$$

Nos resta agora encontrar a relação entre n e d. Observe o quadro abaixo

Quadro 2 – Relação entre d e n.

D	**n**
0,25 m	0
0,30 m	1
0,35 m	2
0,40 m	3

Fonte: Autores (2024)

Através destes dados, podemos modelar a situação como uma função afim crescente, conforme fizemos anteriormente. Logo temos,

$$n = a \cdot d + b$$

sendo a variação a dada por,

$$a = \frac{1-0}{0,30-0,25} = \frac{1}{0,05} = 20$$

então temos,

$$n = 20 \cdot d + b.$$

Para encontrar o valor de b, utilizamos o ponto (0,25 ; 0) na expressão acima

$$0 = 20 \cdot 0,25 + b$$

$$0 = 5 + b$$

$$b = -5$$

Portanto temos que a relação entre d e n é $n = 20 \cdot d - 5$. Substituindo este valor em $f(d)$ temos,

$$f(d) = 8,5 - 2^{2-n}$$

$$f(d) = 8{,}5 - 2^{2-(20 \cdot d - 5)}$$

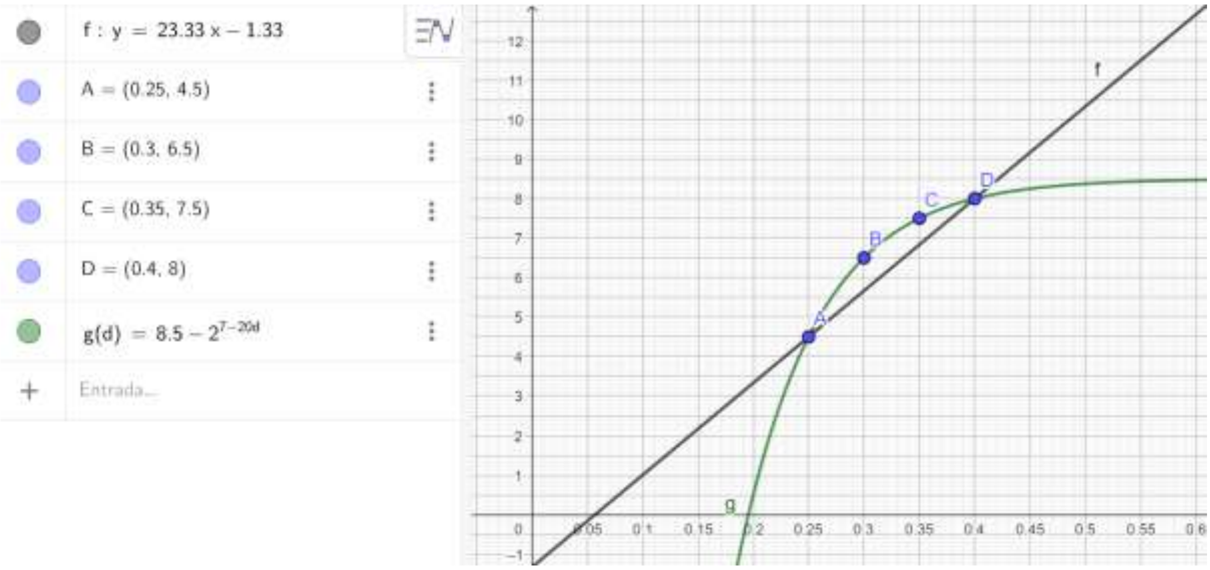
$$f(d) = 8{,}5 - 2^{2-20 \cdot d + 5}$$

$$f(d) = 8{,}5 - 2^{7-20 \cdot d}$$

Encontramos assim uma função $f(d)$ que transforma qualquer distância desejada entre as plantas na quantidade de batatas produzidas por planta. Note que esta função se trata de uma função exponencial.

Utilizando um software de geometria dinâmica, podemos representar graficamente as duas funções anteriormente modeladas no plano cartesiano, como ilustrado na imagem a seguir.

Imagem 3: Representação das funções no plano.



Fonte: Autores (2024)

Neste contexto, é evidente que a primeira função, que considerou a relação entre b e d como linear, não contempla todos os pontos da tabela de dados apresentada no Quadro 1. Notavelmente, os pontos B e C não se encontram na interseção da reta f. Por outro lado, a função exponencial g intercepta todos os pontos do quadro, demonstrando-se, portanto, um modelo significativamente mais preciso.

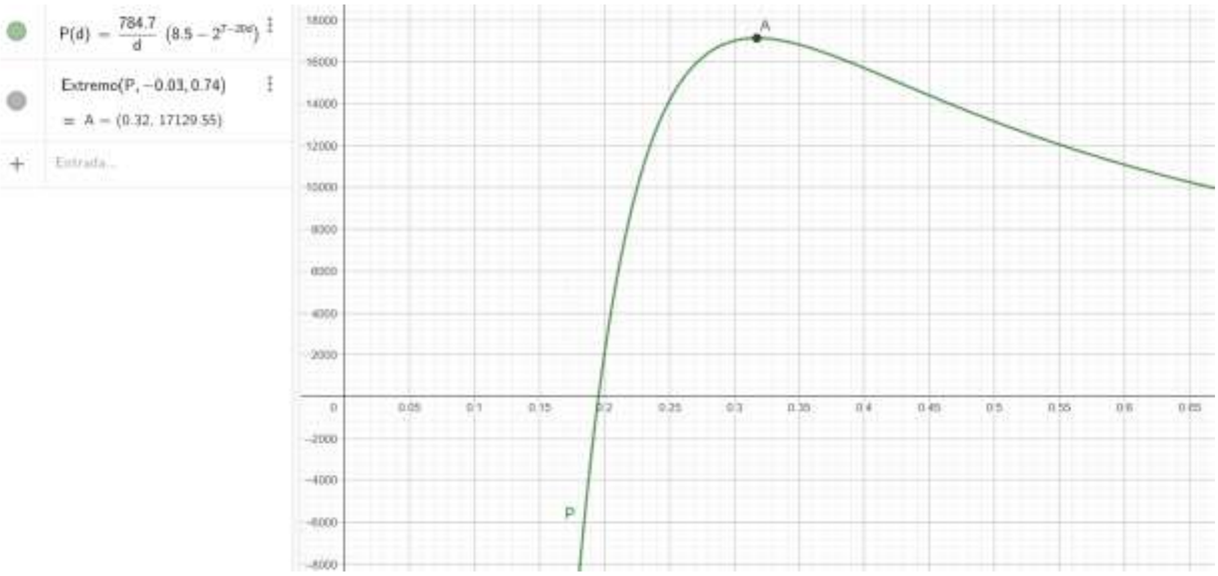
Com posse dessa nova função podemos alterar a função Produção total para que fique mais adequada aos nossos resultados. Temos agora $b = f(d) = 8{,}5 - 2^{7-20 \cdot d}$, então

$$P(b,d) = 784{,}7 \cdot \frac{b}{d} = 784{,}7 \cdot \frac{8{,}5 - 2^{7-20 \cdot d}}{d}$$

$$P(d) = \frac{784,7}{d} \cdot (8,5 - 2^{7-20 \cdot d})$$

Com a função $P(d) = \frac{784,7}{d} \cdot (8,5 - 2^{7-20 \cdot d})$ é possível analisar os resultados para cada distância que se desejar, não apenas os presentes no quadro. Observe que esta função é bem mais complexa que as anteriores, porém podemos utilizar novamente um software de geometria dinâmica para analisá-la e obter a melhor distância para que a produção seja máxima.

Imagem 4: Representação da função produção total.



Fonte: Autores (2024)

Ao analisar o gráfico, observamos que a função é crescente até alcançar um determinado ponto, a partir do qual começa a decrescer. Esse ponto corresponde à produção máxima, localizado em (0,32 ; 17.129,55), indicando que a maior produtividade é alcançada quando a distância entre as plantas é de aproximadamente 0,32 metros.

Essa descoberta conclui nossa modelagem do problema e nos fornece a resposta para a questão central: a distância ótima entre as plantas para obter a maior produção de batatas em um hectare quadrado é de 0,32 metros. Essa configuração resulta em uma produção total de aproximadamente 17.129,55 quilogramas. Este resultado não apenas responde à pergunta inicial, mas também fornece uma orientação prática valiosa para os produtores rurais interessados em maximizar sua produção em terrenos similares.

5. COMENTÁRIOS SOBRE A ATIVIDADE

Essa é apenas uma sugestão de questão que pode ser utilizada para o ensino da modelagem matemática para a produção de batata no Pará. As questões podem ser adaptadas para atender às necessidades específicas do professor e dos alunos. A introdução de atividades envolvendo modelagem matemática para otimização da produção de batata no Pará oferece uma oportunidade de promoção do aprendizado interdisciplinar e prático para alunos do ensino fundamental e médio. Ao integrar conceitos matemáticos com desafios do mundo real, os estudantes não apenas fortalecem suas habilidades numéricas, mas também desenvolvem uma compreensão mais profunda do papel crucial que a matemática desempenha na solução de problemas do cotidiano.

Nesse contexto, as atividades propostas têm como operações de base fundamentais, tais como multiplicação e divisão, além do conceito de função, que são essenciais para a análise e otimização da produção de batata.

A multiplicação entra no jogo ao calcular a produção total de batatas por aluno, considerando a densidade de plantas e a área disponível para o cultivo. Essa etapa permite aos alunos explorarem a relação entre essas variáveis e entender como a quantidade de batatas produzidas é influenciada por fatores como espaço e densidade de plantio.

A divisão, por sua vez, é empregada para distribuir a área disponível entre os alunos, determinando a quantidade específica de espaço que cada estudante terá para cultivar as batatas. Isso não apenas reforça a compreensão das operações matemáticas, mas também conecta os conceitos teóricos com a aplicação prática na agricultura, despertando o interesse dos alunos para a importância da matemática em situações do mundo real.

As funções utilizadas para simplificar e reduzir o algoritmo da produção de batatas, nos ajudam a analisar precisamente os resultados para as diversas formas de plantio encontradas no problema e não somente ela, pois é possível encontrar resultados para infinitos valores que se desejar. Desta forma prática os alunos podem compreender a importância do estudo de funções através das suas características principais, classificações e da análise dos seu gráfico, para situações da vida real, como na produção de batatas.

A atividade pode ser alterada para outros tipos de plantio, outros formatos de área que não sejam quadrados, outras medidas de distância e massa etc. Criando assim inúmeras possibilidades para a adequação do conteúdo aos objetivos de cada turma.

Além disso, ao abordar a produção de batata no Pará, os alunos têm a oportunidade única de explorar as características climáticas e geográficas específicas da região, incorporando conhecimentos de geografia e ciências. Essa abordagem multidisciplinar enriquece a experiência educacional, estimulando o pensamento crítico e a resolução de problemas de maneira integrada.

Segue abaixo algumas sugestões de questões que podem ser abordadas sobre o mesmo tema:

QUESTÃO 1

Um produtor de batata tem uma área de 10 hectares para plantar. Ele deseja maximizar a produção de batata, mas tem um orçamento limitado para comprar sementes e insumos. Qual é a quantidade de sementes e insumos que o produtor deve comprar para maximizar a produção de batata?

Para responder a essa questão, podemos modelar o problema como um problema de programação linear. Seja x a quantidade de sementes que o produtor deve comprar e y a quantidade de insumos que ele deve comprar.

A produção de batata é dada pela função: $f(x, y) = 100x + 50y$

O orçamento do produtor é limitado a R$ 10.000,00. Portanto, temos a restrição: $x + y <= 10000$

A quantidade de sementes e insumos deve ser positiva.

Portanto, temos as restrições:

$x >= 0$

$y >= 0$

Podemos resolver o problema e encontrar o valor ótimo de x e y.

QUESTÃO 2

Um produtor de batata deseja avaliar o impacto da mudança climática na sua produção. Ele tem dados históricos sobre a produção de batata em sua região.

Como o produtor pode usar esses dados para prever a produção de batata no futuro?

Para responder a essa questão, podemos usar a regressão linear para modelar a relação entre a produção de batata e as variáveis climáticas.

Por exemplo, podemos modelar a relação como a seguinte equação: $y = ax + b$

Onde y representa a produção de batata e x representa uma variável climática, como a temperatura ou a precipitação.

Usando os dados históricos, podemos estimar os valores de a e b. Após estimar os valores de a e b, podemos usar a equação para prever a produção de batata no futuro.

QUESTÃO 3

Adaptando à Realidade da Sala de Aula

Cada aluno tem uma área de 22 metros quadrados para plantar batatas em pequenos vasos. Se cada planta produz 44 batatas, como calcular a produção total de batatas para cada aluno?

Use a fórmula: Produção Total por Aluno = Produção por Planta ×N° de Plantas por m² × Área do Aluno.

QUESTÃO 4

Desafio Final da Produção em Escala

Suponha que um agricultor no Pará tem um terreno de 300 metros por 200 metros. Se ele quer plantar batatas com 80 centímetros entre cada linha e 30 centímetros entre cada planta na linha, como calcular a produção total? Use as fórmulas aprendidas para resolver esse desafio em escala real!

Em resumo, a inclusão de atividades de modelagem matemática para otimização da produção de batata no Pará fornece uma abordagem prática e envolvente para o ensino de matemática no ensino fundamental. Ao contextualizar os conceitos matemáticos em situações do mundo real, os alunos são incentivados a aplicar seu aprendizado de forma significativa, preparando-os não apenas para desafios acadêmicos, mas também para uma compreensão mais profunda do impacto da matemática em suas vidas diárias.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das abordagens delineadas neste material, busca-se fomentar uma reflexão por parte dos professores de matemática acerca de novas estratégias metodológicas a serem empregadas no ambiente de sala de aula, com destaque especial para a eficácia da Metodologia da Modelagem Matemática apresentada aqui.

Os conhecimentos compartilhados, que percorrem desde a abordagem histórica até as linhas de pensamento, o referencial teórico e as distintas etapas da Modelagem Matemática, têm o propósito de enriquecer a formação do docente. Estes saberes fornecem insights valiosos sobre como o professor pode incorporar essa metodologia de ensino no contexto escolar para abordar uma ampla gama de conteúdos matemáticos.

Acredita-se que ao internalizar os fundamentos históricos, compreender as diversas perspectivas teóricas e assimilar as etapas do processo de Modelagem Matemática, o professor estará mais capacitado não apenas a transmitir conceitos matemáticos de maneira eficaz, mas também a estimular a participação ativa dos alunos, promovendo uma aprendizagem mais significativa e contextualizada. Dessa forma, a adoção da Modelagem Matemática como uma ferramenta pedagógica pode não apenas enriquecer o repertório do docente, mas também transformar a experiência de aprendizado dos estudantes.

A partir disso, este problema, à primeira vista despretensioso, emergiu como um catalisador do interesse em explorar o conhecimento do cálculo não apenas como um conteúdo acadêmico, mas como uma ferramenta eficaz para solucionar o desafio apresentado.

A temática inicialmente centrada na plantação de batatas revela-se como uma porta de entrada para uma série de enfoques adicionais, a exemplo da análise da adubação e dos insumos aplicados nas plantas, ou mesmo a relação entre a precipitação de chuva e a produtividade.

A expansão dessas perspectivas evidencia a importância de apresentar uma variedade de abordagens, possibilitando que, em diferentes cenários, atividades sejam planejadas de forma a permitir que a essência da modelagem matemática se concretize de maneira tangível, tanto para o modelador quanto para os alunos em processo de aprendizagem. A complexidade do cultivo de batatas, por exemplo, ilustra a interdependência entre variáveis, fatores ambientais e produção, destacando não apenas a versatilidade da modelagem matemática, mas também sua aplicabilidade como uma ferramenta dinâmica para explorar e entender nuances do mundo real.

Nesse sentido, ao enfrentar desafios aparentemente simples, como o cultivo de batatas, a modelagem matemática emerge como um recurso poderoso não apenas para resolver questões específicas, mas também para instigar a curiosidade, fomentar a análise crítica e aprimorar as habilidades analíticas dos alunos. Por meio dessa abordagem, os estudantes são preparados para lidar com situações complexas do mundo real, adotando uma perspectiva fundamentada em princípios matemáticos sólidos.

Além disso, ao explorar problemas reais por meio da modelagem matemática, os alunos são incentivados a desenvolverem habilidades de resolução de problemas, pensamento crítico e aplicação prática do conhecimento matemático. Essa abordagem não apenas os capacita a enfrentar desafios do mundo real de forma mais eficaz, mas também os prepara para contribuir ativamente para a resolução de problemas complexos em diversas áreas.

Portanto, a modelagem matemática não se restringe apenas a cálculos e fórmulas, mas se torna uma ferramenta dinâmica e interdisciplinar para compreender e resolver problemas do mundo real. Ao integrar diferentes disciplinas e promover uma visão holística, ela capacita os alunos a desenvolverem uma compreensão mais profunda dos sistemas complexos que os cercam, preparando-os para enfrentar os desafios do século XXI de maneira informada e criativa.

REFERÊNCIAS

ALBÉ, M. Q.; GROENWALD, C. L. O. **Proposta de Trabalho em Modelagem e Simulação Matemática.** Ano 8, n. 11,p. 41-49, dez. São Paulo: SBEM, 2001. Diponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/... Acesso em: 16 de Dez 2023.

ALMEIDA, L. M. W. SILVA, K. P. VERTUAN, R. E.; **Modelagem Matemática na educação básica.** São Paulo. Contexto, 2012. Disponível em: https://www.uel.br/grupo-pesquisa/grupemat/docs/mesa_epmem2010.pdf. Acesso em: 13 de dez 2023.

ANDRADE, E. M.; PALÁCIO, H. A. Q.; CRISÓSTOMO, L. A.; SOUZA, I. H.; TEIXEIRA, A. S. Índice de qualidade de água, uma proposta para o vale do rio Trussu, Ceará. Revista Ciência Agronômica, Ceará, v.36, n.2, p.135-142, 2005. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/277844248_Indice_de_qualidade_de_agua_uma_proposta_para_o_vale_do_rio_Trussu_Ceara. Acesso em: 13 de Dez 2023.

ANTON, H. Cálculo, um novo horizonte, Porto Alegre: **Bookman**, 2000. Disponível em: https://www.containercultura.com.br/matematica/calculo-um-novo-horizonte-vol-1/. Acesso em: 14 de Dez 2023.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_aprendizagem_com_Modelagem_matematica. Acesso em: 16 de Dez 2023.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2005. Disponível em: https://editoracontexto.cdn.plataformaneo.com.br/produto/multifotos/hd/img_9788572441360_DZ.webp. Acesso em: 12 de dez 2023.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2009.** Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37939. Acesso em: 12 de nov 2023.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática no Ensino.** Editora Contexto, 5. Ed., 5ª reimpressão. São Paulo, 2022. Disponível em: https://www.editoracontexto.com.br/categoria/autores/m2/maria-salett-biembengut. Acesso em: 16 de Dez 2023.

BOEMO, Marinela da Silveira; FIOREZE, Leandra Anversa. AN APPLICATION OF THE MATHEMATICAL MODELING IN AGRICULTURE. Disc. Scientia. Série: **Ciências Naturais e Tecnológicas**, S. Maria, v. 9, n. 1, p. 33-43, 2008. Diponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumNT/article/view/1234/1170. Acesso em: 16 de Dez 2023.

BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., orgs. **Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações** [online]. 2nd ed. rev. and enl. Ponta

Grossa: Editora UEPG, 2016, 226 p. ISBN 978-85-7798-232-5. Available from: doi: 10.7476/9788577982325. Also available in ePUB from: http://books.scielo.org/id/b4zpq/epub/brandt-9788577982325.epub. Acesso em: 13 de Dez 2023.

BROWN, R., et al. **O Papel do Hectare na Análise Ambiental**. Revista de Estudos Ambientais, (2018). 25(4), 321-335. Disponível em: http://www.csr.ufmg.br/geoprocessamento/publicacoes/DanielMartins.pdf. Acesso em: 16 de Dez 2023.

ERTURK, A.; GUREL, M.; EKDAL, A.; TAVSAN, C.; UGURLUOGLU, A.; SEKER, D. Z.; TANIK, A.; OZTURK, I. Water quality assessment and meta model development in Melen watershed – Turkey. **Journal of Environmental Management**, v.91, n.7, p.1526- 1545, 2010. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0301479710000496. Acesso em: 14 de Dez 2023.

FERREIRA, M. A. O hectare como unidade de medida. **Revista Brasileira de Geografia**, v. 84, n. 1, p. 135-145, 2022. Disponível em: https://bibliotecadigital.seade.gov.br/view/linkPdf.php?pdf=10018719-1.pdf. Acesso em: 16 de Dez 2023.

FLECK, L.; TAVARES, M. H. F.; EYNG, E. **Conceitos e importância da modelagem matemática de qualidade da água para gestão dos recursos hídricos.** Ambiência Guarapuava (PR). Ambiência - Revista do Setor de Ciências Agrárias e Ambientais v.9 n.3 p. 487 - 503 Set./Dez. 2013 ISSN 1808 – 0251. DOI: 10.5935/ambiencia.2013.03.03. Disponível em: https://revistas.unicentro.br/index.php/ambiencia/article/viewFile/2086/61. Acesso em: 14 de dez 2023.

JONES, A. (2010). Avaliação de Terras Agrícolas: **Métodos e Aplicações**. Editora Técnica, 15(2), 102-115. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/12/12139/tde-26062012-164252/publico/PaulaSaraivaGusmao.pdf. Acesso em: 25 de Dez 2023.

MACÊDO, Josué Antunes de; SANTOS MADUREIRA, Romário; MARTINS DA SILVA CASTRO, Adriana. Modelagem matemática aplicada a evapotranspiração de referência para a cidade de Januária (MG). **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, *[S. l.]*, v. 5, n. 2, p. 380–397, 2020. DOI: 10.34179/revisem.v5i2.13420. Disponível em: https://periodicos.ufs.br/ReviSe/article/view/13420. Acesso em: 14 dez. 2023.

MENDONÇA, M. C. D. Problematização: Um caminho a ser percorrido em Educação Matemática. Tese (Doutorado) - UNICAMP, 1993. Disponível em: https://hdl.handle.net/20.500.12733/1581041. Acesso em; 13 de dez 2023.

SMITH, J. (2005). A Evolução do Sistema Métrico Decimal. **Editora Científica**, 20(3), 45-58. Disponível em: https://canalmetrologia.com.br/sistema-metrico/. Acesso em: 14 de Dez 2023.j

INFORMAÇÃO DOS AUTORES

Mauro Igor Urbano

Especialista em Matemática do Ensino Superior pela Universidade Federal do Pará (UFPA), possui licenciatura em Matemática pela Faculdade de Administração e Artes de Limeira (FAAL) e graduação em Engenharia da Computação pela Universidade de Sorocaba (UNISO). Atualmente é aluno de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Fábio José da Costa Alves

Possui Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa (1990), Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa (1989), graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará (1994), Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (1999), Doutorado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará (2003) e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2017). Atualmente é Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática/UEPA de 2019 a 2023. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias e Vice-líder do Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da UEPA. Está atuando no desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática. Têm experiência em Educação Matemática e matemática aplicada. Tem experiência na área do ensino a distância.

Cinthia Cunha Maradei Pereira

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA) e em Tecnologia em Processamento de Dados pela Universidade da Amazônia (UNAMA), especialização em Informática Médica, mestrado em Ciências da Computação pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e Doutorado em Genética e Biologia Molecular (Bioinformática) pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Atualmente é Professor Adjunto I da Universidade do Estado do Pará e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGEM – UEPA). Participa do desenvolvimento de tecnologias aplicadas ao ensino de Matemática.