



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS,
MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS

PRODUTO EDUCACIONAL

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO
METODOLOGIA DE ENSINO**

FERNANDO ALFLEN

JOINVILLE, SC
2024

Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Programa: ENSINO DE CIÊNCIAS, MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS

Nível: MESTRADO PROFISSIONAL

Área de Concentração: Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.

Linha de Pesquisa: Formação de Professores na área de Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.

Título: Modelagem Matemática como Metodologia de Ensino

Autor: Fernando Alflen

Orientadora: Elisa Henning

Coorientadora: Regina Helena Munhoz

Data: 30/01/2024

Produto Educacional: Caderno Pedagógico

Nível de ensino: Ensino Médio.

Área de Conhecimento: Ensino de Matemática

Tema: Modelagem Matemática, Função Polinomial do 1º Grau.

Descrição do Produto Educacional:

Esse caderno pedagógico é direcionado para professores que atuam com o ensino médio, e tem como objetivo auxiliar na compreensão das diferentes concepções da Modelagem Matemática na Educação Matemática, trazendo exemplos práticos de como a Modelagem pode ser aplicada no contexto escolar, e suas contribuições na formação docente. O caderno é dividido em quatro seções, são elas: Introdução, Concepções de Modelagem Matemática, Sequências didáticas com base em reportagens sobre Educação Ambiental e Considerações finais.

Biblioteca Universitária UDESC: <http://www.udesc.br/bibliotecauniversitaria>

Publicação Associada: [A Utilização da Modelagem Matemática como Metodologia e sua contribuição na Formação Docente]

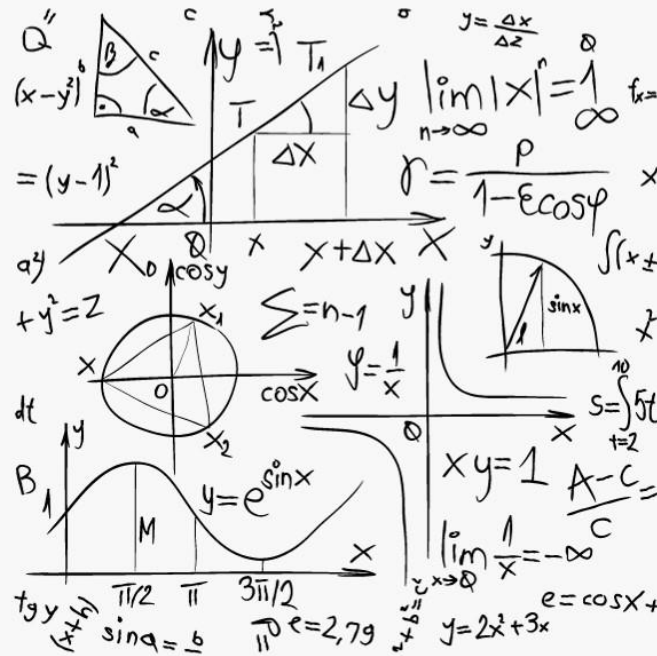
URL: <http://www.udesc.br/cct/ppgecmt>

Arquivo	*Descrição	Formato
Registrar tamanho,ex. 6.720kb	Texto completo	Adobe PDF

Este item está licenciado sob uma [Licença Creative Commons](#)

Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual CC BY-NC-SA

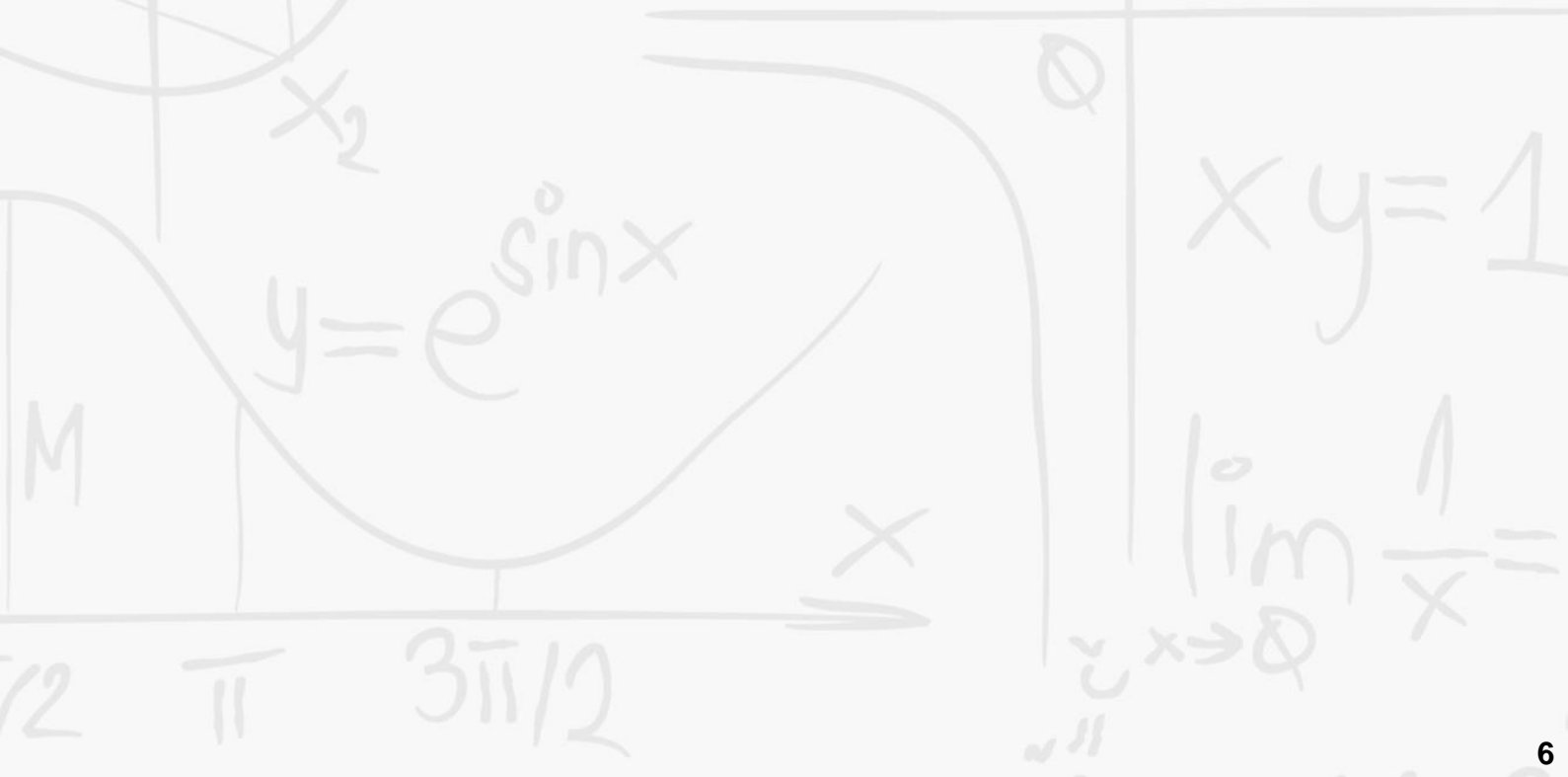
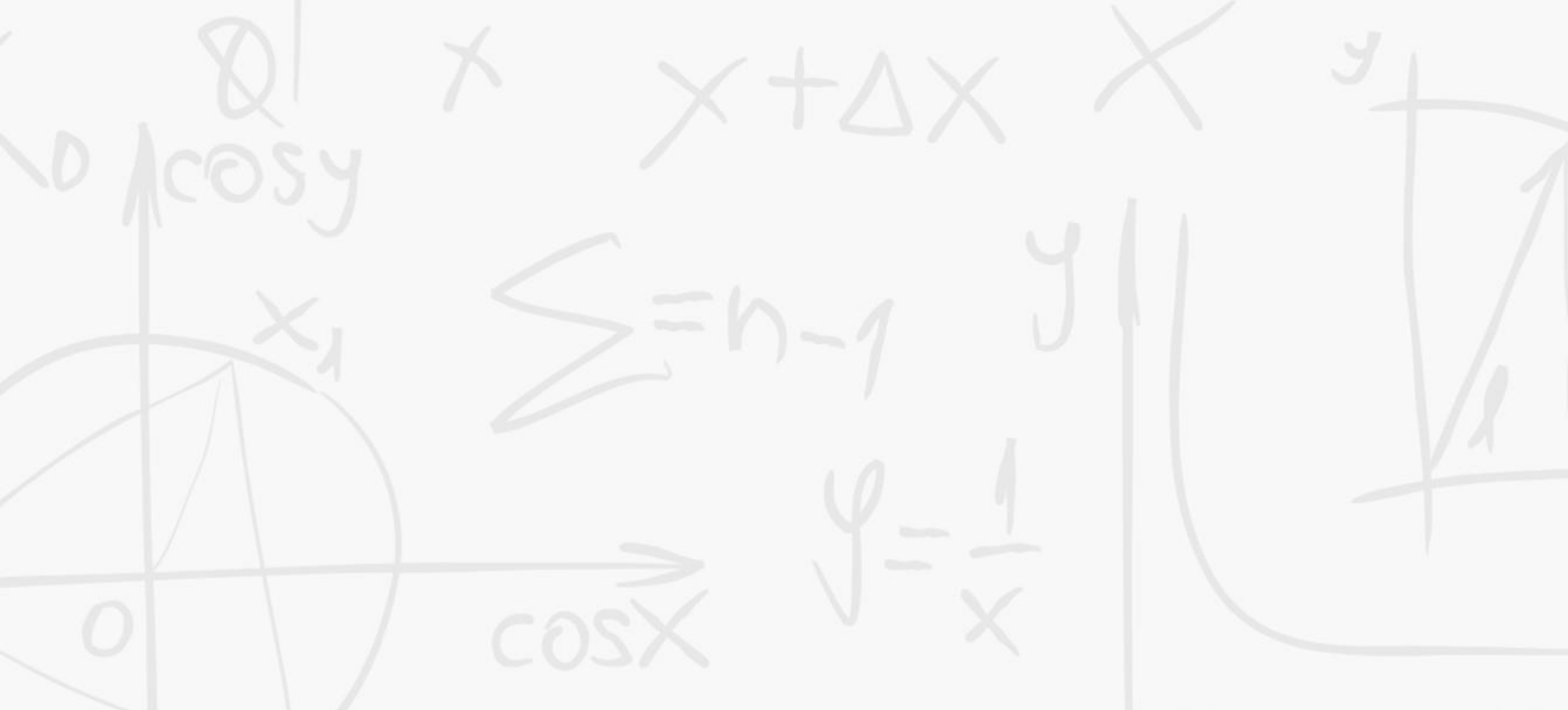
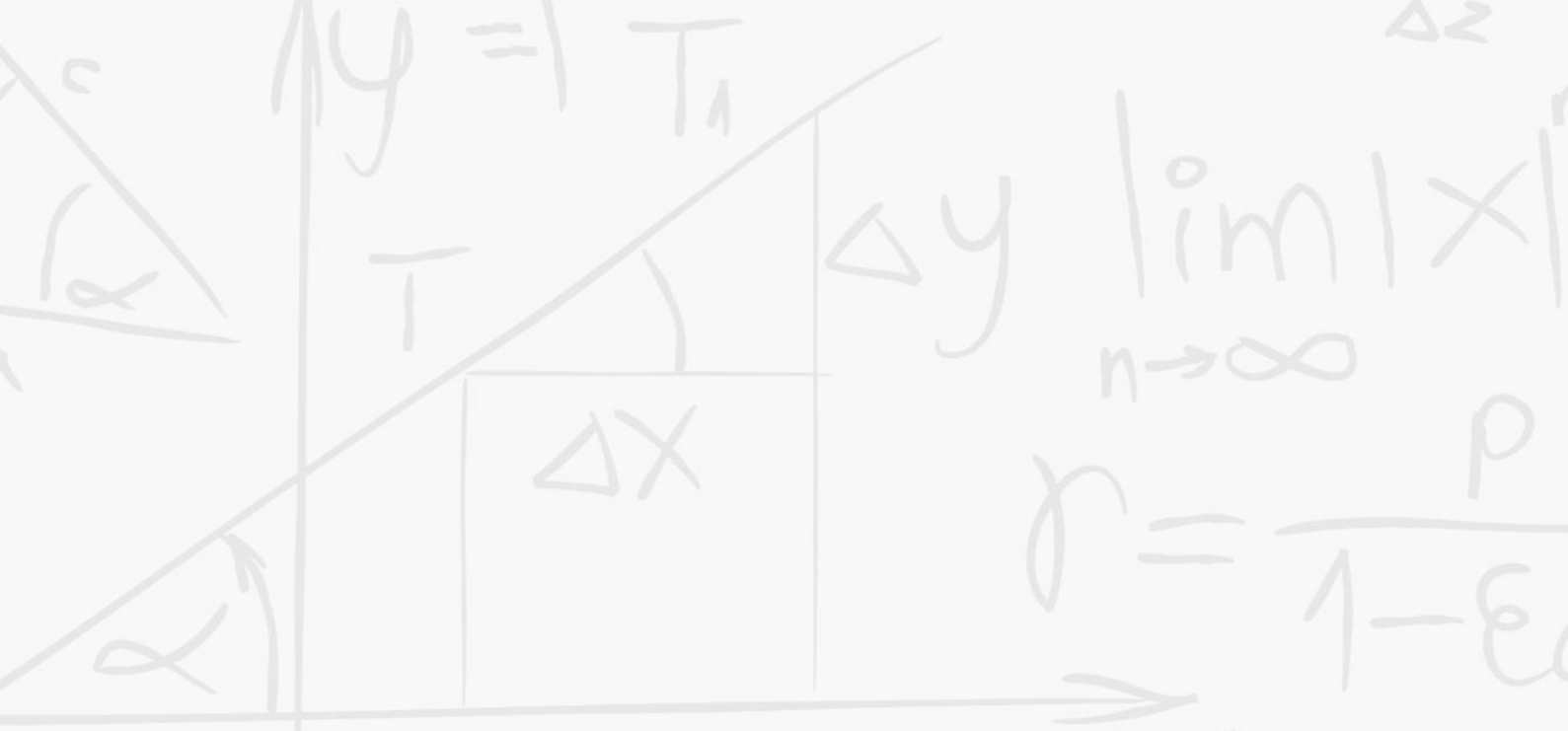
Fernando Alflen



MODELAGEM MATEMÁTICA

COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Orientação: Elisa Henning
Coorientação: Regina Helena Munhoz

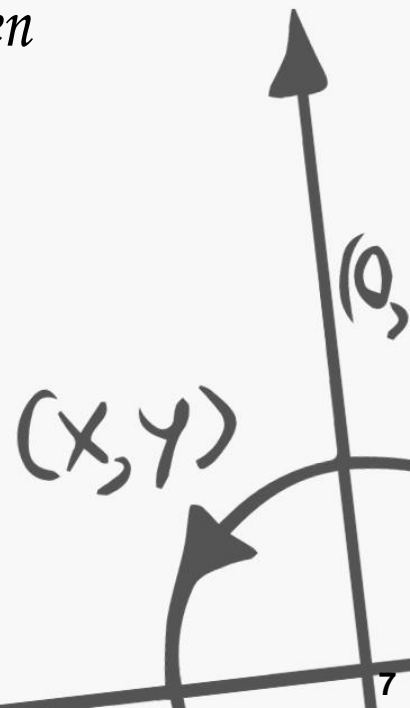


APRESENTAÇÃO

Caro (a) colega Professor (a),

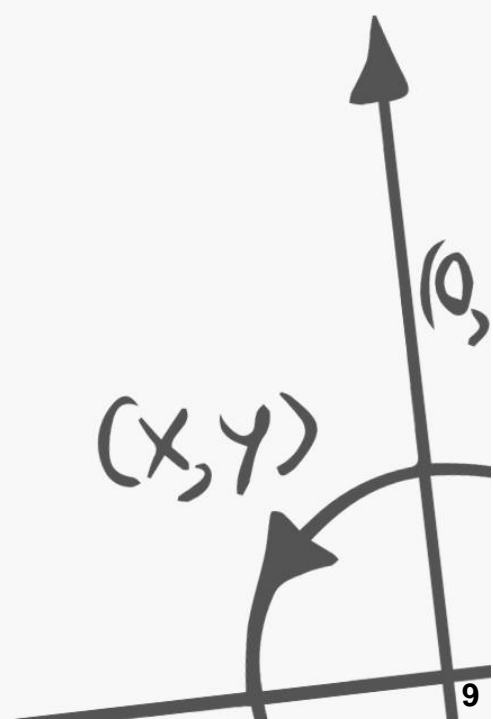
Este produto educacional intitulado “Modelagem Matemática como Metodologia de Ensino” é o resultado de uma pesquisa realizada no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), sob a orientação da Professor Dra. Elisa Henning e coorientação da Professora Dra. Regina Helena Munhoz. Este produto educacional é direcionado para professores que atuam com o ensino médio, e tem como objetivo propor um caderno pedagógico que possa auxiliar na compreensão das diferentes concepções da Modelagem Matemática na Educação Matemática, trazendo exemplos práticos por meio de sequências didáticas de como a Modelagem pode ser aplicada no contexto escolar, e quais suas contribuições na formação docente. Nesse caderno serão apresentadas três sequências didáticas que podem ser utilizadas na íntegra ou adaptadas, conforme a necessidade do professor. Cada sequência didática é construída com base em reportagens que abordam temas que envolvem Educação Ambiental e possibilitam uma Educação Matemática a partir de olhar crítico. Em relação ao Componente Curricular da Matemática, o objeto de conhecimento definido para as sequências didáticas foi a função polinomial do 1º Grau. Professor, ao explorar esse caderno, você poderá construir com os estudantes um ambiente desafiador e motivacional na busca da aprendizagem.

Fernando Afllen



SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	5
2	CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	7
3	SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS	9
3.1	SEQUÊNCIA DIDÁTICA 01	11
3.2	SEQUÊNCIA DIDÁTICA 02	21
3.3	SEQUÊNCIA DIDÁTICA 03	31
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	43
5	REFERÊNCIAS	45



1 INTRODUÇÃO

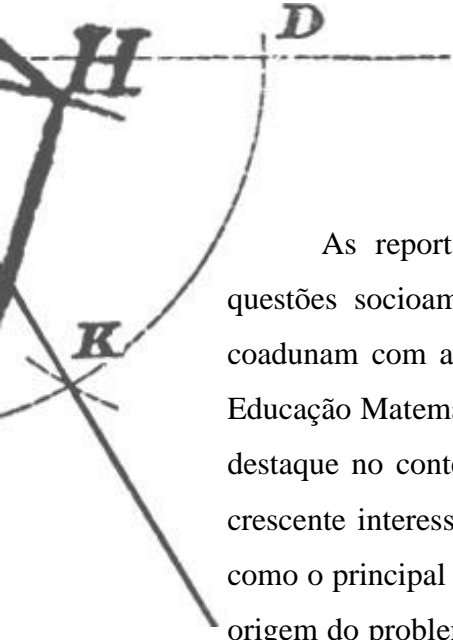
A Educação Matemática tem vivenciado uma constante busca por métodos inovadores que promovam o desenvolvimento do pensamento crítico e a construção do conhecimento de maneira significativa. Nesse contexto, a Modelagem Matemática surge como uma abordagem que se destaca pela sua capacidade de envolver alunos e professores em experiências dinâmicas, interativas e reais. A Modelagem Matemática no ambiente de ensino possui como intenção, criar um espaço baseado no questionamento, um espaço de investigação, diverso da forma como atualmente é trabalhado no ensino tradicional, diverso da forma como é trabalhado no ensino tradicional.

Conforme Barbosa (2001) os currículos do ensino superior precisam incorporar a Modelagem Matemática nos cursos de formação de professores, com o objetivo de utilizar problemas práticos no cotidiano escolar do aluno, essa integração pode possibilitar práticas pedagógicas inovadoras de acordo com a realidade sociocultural.

Considerando a importância da Modelagem Matemática na formação de professores, apresento como Produto Educacional, um Caderno Pedagógico com sequências didáticas, que utilizam a Modelagem Matemática como metodologia de ensino.

Essas sequências didáticas se baseiam nas concepções de Modelagem Matemática de autores definidos como sendo referência no uso da Modelagem Matemática na Educação Matemática, são eles: Rodney Carlos Bassanezi, Ubiratan D'Ambrosio, Maria Salett Biembengut, Ademir Donizeti Caldeira, Jonei Cerqueira Barbosa, Dale Willian Bean e Dionísio Burak. As situações problemas propostas nas sequências didáticas foram elaboradas a partir de reportagens reais publicadas em sites que são portais digitais de notícias.





As reportagens definidas para a construção das sequências didáticas abordam questões socioambientais, e como foram desenvolvidas com Modelagem Matemática, se coadunam com as ideias de Souza (2007), que enfatiza a importância de se desenvolver a Educação Matemática a partir de um olhar crítico. A temática ambiental ganha cada vez mais destaque no contexto educacional, sendo a transversalidade um elemento que legitima esse crescente interesse. A existência de uma crise ambiental reforça a importância da Educação como o principal meio para enfrentar e resolver esse problema. Segundo Guimarães (2007), a origem do problema reside no atual modelo de sociedade e seus paradigmas, destacando uma sociedade caracterizada por individualismo, centralização, egoísmo, cartesianismo e consumismo, características que contradizem os princípios que deveriam ser difundidos em um ambiente educacional, como ações coletivas que visam o bem comum, equidade, justiça social e pertencimento.

As sequências didáticas utilizadas neste Caderno Pedagógico foram apresentadas na intervenção formativa realizada com professores de Matemática da Rede Estadual de Educação de Santa Catarina que atuam no município de Jaraguá do Sul, e podem ser utilizadas na íntegra, ou adaptadas conforme a necessidade do professor, é possível também utilizar outras reportagens para aplicar a metodologia e construir novas sequências didáticas.

Esse caderno pedagógico é estruturado em quatro seções, iniciando por essa introdução, na segunda seção será apresentado as concepções de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática e na terceira seção se encontra as sequências didáticas com base em reportagens sobre problemas socioambientais, sendo os temas abordados: poluição de rios, emissão de CO_2 na atmosfera e recuperação de florestas. Destaca-se ainda que todas as sequências didáticas têm como objeto de conhecimento a função polinomial do 1º grau. A quarta seção, apresenta as considerações finais.

2 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Nessa seção do caderno pedagógico são apresentadas as concepções de Modelagem Matemática de renomados autores, professores e pesquisadores da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Para abordar distintos conceitos de Modelagem Matemática, iniciaremos com as concepções de Bassanezi e D'Ambrosio que foram pioneiros nas pesquisas sobre Modelagem Matemática no Brasil, e posteriormente as concepções de mais cinco autores, sendo eles, Biembengut, Barbosa, Bean, Burak e Caldeira, que são referência no tema, e tornaram a Modelagem Matemática uma tendência da Educação Matemática no Brasil.

Para D'Ambrosio (1986), Modelagem Matemática é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a aproximação de uma solução do problema real e não com asimples resolução formal de um problema artificial.

A Modelagem Matemática, nas palavras de Bassanezi (2002, p. 17):

Em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que cercae na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Nesse sentido,é também um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão.

Para Biembengut (2005), a Modelagem Matemática é o processo que para obtenção de um modelo, e este, sob certa maneira, pode ser considerado um processo artístico, considerando que, para elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o professor modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas, fazendo com que o estudante reflita e compreenda a realidade da problemática abordada.

De acordo com Barbosa (2001), a Modelagem Matemática se baseia em problemas atrelados à realidade, ou seja, a Modelagem Matemática pode ser compreendida em termos mais específicos, pois, trata-se de:

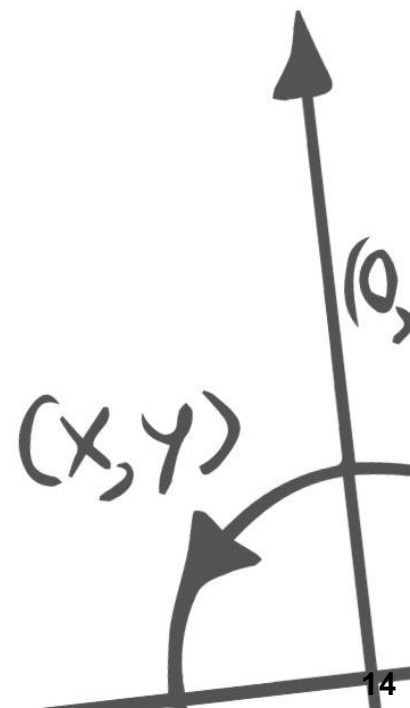
[...] uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe

à medida que os alunos desenvolvem a atividade. [...] Esta natureza aberta que sustentamos para atividades de Modelagem nos impossibilita de garantir a presença de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos. Somente a análise dos caminhos seguidos na resolução pode nos falar sobre sua ocorrência; eles podem desenvolver encaminhamentos que não passem pela construção de um modelo matemático (Barbosa, 2001, p. 5).

Segundo Bean (2009, p. 94) a Modelagem Matemática é uma -atividade humana na qual uma parte da realidade está conceitualizada, de forma criativa, com algum objetivo em mente. Consiste na conceitualização de uma situação com fundamento em premissas e pressupostos que remetem tanto à situação quanto aos objetivos do aluno, promovendo a criação de uma consciência de valores das práticas sociopolítico-culturais ao considerar as premissas e os pressupostos dos modelos.

Na concepção de Burak, Modelagem Matemática é -uma metodologia de ensino que se constitui em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões! (Bueno, 2011, p.28 *apud* Burak, 1992, p.62)

Caldeira (2004) enfatiza a Modelagem Matemática como uma concepção de Educação Matemática que proporciona aos professores e alunos um sistema de aprendizagem que explora uma abordagem renovada para compreender os desafios educacionais da Matemática. Ele destaca que na Modelagem Matemática, são necessários conhecimentos matemáticos para o indivíduo agir como sujeito de transformação social e que essa aprendizagem, a partir do contexto sociocultural do aluno, proporcione o desenvolvimento do pensamento lógico, a criatividade, o auxílio a aprender conceitos e construir novas estruturas matemáticas dentro de um determinado período histórico e de uma determinada cultura, para a compreensão da realidade social, histórica e cultural (Caldeira, 2004).



SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Nesta seção, são apresentadas sequências didáticas desenvolvidas com base em reportagens provenientes de sites vinculados a veículos de imprensa. Esses veículos, por meio de seus portais digitais de notícias, exploram a temática socioambiental. As sequências didáticas utilizam a Modelagem Matemática como metodologia de ensino.

3.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 01

A primeira sequência didática tem como base a reportagem intitulada como: **“Hydro Alunorte vai investir R\$ 250 milhões na redução de impactos socioambientais em Barcarena”**. Essa reportagem foi retirada do site G1 que é um portal digital de notícias. Como metodologia de ensino, será aplicada a Modelagem Matemática para o desenvolvimento da sequência didática e resolução da problemática. A sequência didática está organizada em informações iniciais, adaptação da reportagem, problematização, aplicação da Modelagem Matemática e suas etapas, caminho metodológico e critérios de avaliação.

Segue as informações iniciais da sequência didática e a adaptação do texto da reportagem base:

Componente(s) Curricular(es)	Matemática	Ano/série	1ª série	Número de aulas	3
Habilidade	<p>(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p>				
Objeto(s) de conhecimento	Função Polinomial do 1º Grau.				
<p><u>Hydro Alunorte vai investir R\$ 250 milhões na redução de impactos socioambientais em Barcarena</u></p> <p>Aporte financeiro foi definido em acordos assinados com o Governo do Pará e Ministérios Públicos do Pará e Federal. TAC prevê cupons para compra de alimentos e água, pagamento integral de multa de R\$ 33 milhões e aumento da capacidade de drenagem da refinaria.</p> <p>Entenda os casos de vazamento</p> <p>Nos dias 16 e 17 de fevereiro, a cidade de Barcarena, onde está localizada a refinaria de alumina, material extraído da bauxita e o principal componente do alumínio, foi atingida por chuvas extremas que se estenderam pelos dias seguintes, causando alagamentos na região. Foram comprovados vazamentos de rejeitos de bauxita nesta ocasião vindos da barragem da mineradora Hydro, empresa norueguesa instalada na região.</p> <p>Após a denúncia da população e diversas negativas da mineradora e de fiscalizações da Secretaria de Meio Ambiente do Pará, um laudo do Instituto Evandro Chagas constatou o vazamento de rejeitos e a presença de diversos metais pesados, inclusive de chumbo, em comunidades ribeirinhas.</p>					

A empresa informou que suas auditorias internas e externas confirmam que não houve vazamento ou transbordo dos depósitos de resíduo de bauxita e que não há indícios de contaminação decorrentes do evento da chuva de fevereiro.

Desde 1º de março, a Alunorte opera com uma redução de 50% na sua capacidade por determinação da Justiça, que acatou pedido da SEMAS. Conseqüentemente, a mina de bauxita de Paragominas e a Albras também reduziram suas produções em 50%.

Tanto a refinaria quanto a mineradora concederam férias coletivas para cerca de mil empregados para mitigar os impactos da redução das atividades. Em julho, a Mineração Paragominas precisou suspender temporariamente os contratos de trabalho de 80 empregados e reduzir 175 posições terceirizadas.

A Alunorte é a maior refinaria de alumina do mundo, com capacidade nominal de produção de 6,3 milhões de toneladas anuais, gerando cerca de 2.000 empregos diretos. A Hydro é proprietária de 92,1% da Alunorte.

Em nota, o Governo do Pará disse que tem monitorado e fiscalizado as medidas que vêm sendo tomadas desde os episódios ocorridos em fevereiro, visando à segurança ambiental na área do empreendimento, a garantia do atendimento em saúde da população e a continuidade das operações sustentáveis da cadeia integrada do alumínio no Estado.

Sob suspeita

Refinaria Hydro Alunorte é investigada por vazamento e despejos irregulares de rejeitos no Pará





Moradores denunciaram vazamento de rejeitos após chuvas intensas nos dias 16 e 17 de fevereiro. Cinco dias depois, laudo do Instituto Evandro Chagas confirmou a contaminação

Local onde foi encontrado um vazamento em uma tubulação que pertence à refinaria Hydro Alunorte, que despejava diretamente no rio os rejeitos. Empresa admitiu falha

Outro canal de despejo irregular foi encontrado dentro da Hydro Alunorte, em Barcarena, no dia 9 de março. MPF deu 48h para local ser vedado

Fonte: Hydro, Climatempo, Google Earth, DigitalGlobe, CNES / Airbus, TerraMetrics



Infográfico atualizado em: 12/03/2018

Referência:

Adaptado de: <https://g1.globo.com/pa/para/noticia/2018/09/05/hydro-alunorte-assina-acordos-com-governo-do-para-e-ministerio-publico-e-se-compromete-em-ajustar-sua-conduta.ghtml>. Acesso em 04 out. 2021.

Como estratégia de ensino utilizada nessa sequência didática, utilizou-se da Modelagem Matemática como metodologia. A seguir, apresenta-se a problematização da situação real e a aplicação Modelagem Matemática e suas etapas:

PROBLEMATIZAÇÃO

Sabendo que a empresa Hydro Alunorte necessita de 2000 funcionários para atingir a produção de 6,3 milhões de toneladas de alumina anuais, e após o episódio dos vazamentos mencionados na reportagem, a produção e a quantidade de funcionários foi reduzida pela metade no primeiro momento, e no segundo momento mais 80 funcionários diretos foram colocados em suspensão de contrato. Considerando o contexto da narrativa como sendo uma função do primeiro grau, que no mínimo a empresa necessita de 500 funcionários para o seu devido funcionamento e no máximo tem capacidade para 4000 funcionários, considerando ainda que a situação se manteve durante o período de um ano, e que valor médio da tonelada de alumina em 2018 foi de 1000 reais, determine:

- A lei de formação (modelo matemático) da função.
- Qual a produção em toneladas de alumina para um total de 4000 funcionários?
- Considerando o número mínimo de funcionários da empresa, e o valor da tonelada de alumina em 2018, qual seria o percentual investido pela empresa para reduzir os impactos ambientais em relação ao que a empresa arrecadaria durante o período de um ano?
- Na sua opinião, é justo o investimento da empresa de 250 milhões de reais determinados pela justiça na redução dos impactos ambientais? Justifique.

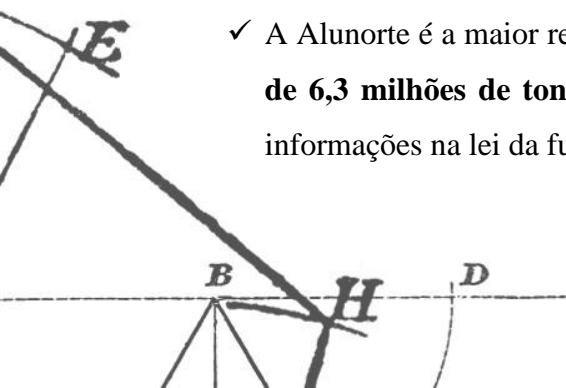
APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E SUAS ETAPAS:

INTERACÃO

- Reconhecimento da situação-problema:

Nessa etapa, o estudante precisa retirar os dados da reportagem base e reconhecer a problemática. Segue as principais informações:

- ✓ A Alunorte é a maior refinaria de alumina do mundo, com capacidade nominal de **produção de 6,3 milhões de toneladas anuais**, com cerca de **2000 colaboradores**. Substituindo as informações na lei da função, temos:



$$f(x) = a \cdot x + b$$

$$f(2000) = 6300000$$

- ✓ Desde 1º de março, a Alunorte **opera com uma redução de 50% na sua capacidade** por determinação da Justiça, que acatou pedido da SEMAS. Conseqüentemente, a mina de bauxita de Paragominas e a Albras também **reduziram suas produções em 50%**.
- ✓ Em julho, a Mineração Paragominas precisou suspender temporariamente os **contratos de trabalho de 80 empregados**.

Com essas duas informações, é possível definir o número de colaboradores considerando as regras de redução de capacidade, e também a nova produtividade da empresa.

$$(50\% \text{ de } 2000) - 80 = 920 \text{ colaboradores}$$

$$50\% \text{ de } 6300000 = 3150000 \text{ de toneladas de alumina}$$

$$f(920) = 3150000$$

Identificadas as variáveis dependentes e independentes, podemos tabelar as informações:

Variável Independente $x =$ Número de colaboradores	Variável Dependente $f(x) =$ Quantidade de toneladas de alumina produzidas
2000	6300000
920	3150000

□ MATEMATIZAÇÃO:

Nessa etapa os estudantes devem desenvolver a argumentação matemática para encontrar a solução dos problemas. Sendo:

$$x = \text{quantidade de colaboradores}$$

$$f(x) = \text{produção de alumina em toneladas}$$

Dada a Lei de formação da Função do 1º Grau sendo $f(x) = a \cdot x + b$, e o domínio da função dado por $D = \{x \in \mathbb{R} / 500 \leq x \leq 4000\}$, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 6300000 = a \cdot 2000 + b \\ 3150000 = a \cdot 920 + b \end{cases}$$

Multiplicando a segunda equação por (-1), e somando as equações, podemos encontrar o valor do coeficiente a :

$$3150000 = a \cdot 1080$$

$$a = \frac{3150000}{1080}$$

$$a = \frac{8750}{3} \text{ ou } a = 2916,66 \dots$$

Para encontrar o valor do coeficiente b , temos:

$$3150000 = a \cdot 920 + b$$

$$3150000 = \frac{8750}{3} \cdot 920 + b$$

$$b = \frac{1400000}{3} \text{ ou } b = 466666,66 \dots$$

□ MODELO MATEMÁTICO

➤ Validação do modelo:

Substituindo os valores das variáveis independentes $x = 920$ e $x = 2000$ no modelo

$f(x) = \frac{8750x + 1400000}{3}$, encontramos respectivamente $f(920) = 3150000$ e

$f(2000) = 6300000$, é importante mencionar que a validação é de uma função do 1º grau que não terá erro residual.

(x, y)

➤ Interpretação da solução:

Nessa etapa os estudantes devem responder os questionamentos propostos e interpretando as soluções obtidas.

Respondendo os questionamentos da problemática, temos:

a) A lei de formação (modelo matemático) da função:

Substituindo os coeficientes a e b na lei de formação, temos o Modelo Matemático:

$$f(x) = \frac{8750x + 1400000}{3}$$

b) A produção em toneladas de alumina para um total de 4000 colaboradores:

$$f(x) = \frac{8750x + 1400000}{3}$$

$$f(4000) = \frac{8750 \cdot (4000) + 1400000}{3}$$

$$f(4000) = 12,13 \text{ milhões de toneladas}$$

c) O percentual investido pela empresa para reduzir os impactos ambientais em relação ao que a empresa arrecadaria durante o período de um ano:

$$f(x) = \frac{8750x + 1400000}{3}$$

$$f(500) = \frac{8750 \cdot (500) + 1400000}{3}$$

$$f(500) = 1925000 \text{ de toneladas}$$

Considerando o valor de 1000 reais a tonelada de alumina em 2018, temos:

$$1925000 \cdot 1000 = R\$ 1925000000$$

Aplicando regra de três simples, temos:

$$1925000000 \text{ reais} = 100\%$$

$$250000000 \text{ reais} = x$$

$$x = \frac{250000000 \cdot 100}{1925000000}$$

$$x = 12,98\%$$

Logo o investimento de 250 milhões da empresa determinado pela justiça equivale a 12,98% do valor arrecadado para o mínimo de funcionários da empresa.

d) Na sua opinião, é justo o investimento da empresa de 250 milhões de reais determinados pela justiça na redução dos impactos ambientais? Justifique.

O Estudante deve constatar que o investimento de 250 milhões da empresa determinado pela justiça é pequeno, quando comparado com o que a empresa arrecadou anualmente (3,15 bilhões de reais), considerando o grande prejuízo causado a natureza, e principalmente aos moradores de região ribeirinha.

A seguir, são apresentadas sugestões de critérios de avaliação, e o caminho metodológico para cada aula dessa sequência didática como suporte pedagógico para o professor, lembrando que é possível realizar adaptações, conforme cada realidade pedagógica de cada ambiente escolar.

CAMINHO METODOLÓGICO

Aula 1

Em duplas realizar a leitura da reportagem disponibilizada por meio do link: <https://g1.globo.com/pa/para/noticia/2018/09/05/hydro-alunorte-assina-acordos-com-governo-do-para-e-ministerio-publico-e-se-compromete-em-ajustar-sua-conduta.ghtml>.

Pesquisar e responder:

- 1) A bauxita serve de matéria prima para a produção de qual material?
- 2) O que são metais pesados?
- 3) De acordo com a reportagem, foram verificados o vazamento de rejeitos e a presença de metais pesados e chumbo nos rios da região ribeirinha. Quais os problemas ambientais e à saúde humana esses materiais podem acarretar?

Fazer uma análise do texto, destacando pontos positivos e negativos, identificando argumentos convincentes e falhas lógicas.

Discutir sobre a utilização da bauxita, os tipos de metais e socializar as dúvidas encontradas na pesquisa. No segundo momento, coletar, no grande grupo, os pontos de vista dos estudantes. A ênfase estará em explorar como os estudantes percebem:

Impacto Ambiental Causado pela Empresa:

- Quais são as percepções dos estudantes sobre o impacto ambiental causado pela refinaria Hydro Alunorte em Barcarena, Pará?
- Como eles interpretam a magnitude e as consequências desse impacto nas comunidades locais e no meio ambiente?

Acordo de Pagamento das Multas:

- Qual é a compreensão dos estudantes em relação ao acordo de pagamento das multas, especialmente considerando o caráter punitivo e educativo dessas penalidades?
- Como eles percebem a eficácia dessas multas como instrumento de responsabilização e prevenção de futuros acidentes ambientais?
- Eles acreditam que tais medidas são eficazes para desencorajar comportamentos prejudiciais ao meio ambiente por parte de grandes empresas de exploração de recursos naturais?

Prevenção de Novos Acidentes Ambientais:

- Qual é a opinião dos estudantes sobre a eficácia dos acordos e multas como mecanismos preventivos contra futuros acidentes ambientais causados por empresas do setor de exploração de recursos naturais?
- Eles têm sugestões ou ideias para fortalecer tais medidas de prevenção?

Todos os pontos de vista e dados da discussão podem ser registrados pelos estudantes num painel colaborativo.


A partir do texto proposto, é apresentada à turma a seguinte problematização. Para responder ao que foi proposto, é crucial que os estudantes recuperem o

<p>Aula 2</p>	<p>conceito de função. Durante a interação com a turma, o professor deve incentivar a identificação desse conceito, mobilizando os estudantes para refletirem sobre situações cotidianas. Uma abordagem eficaz envolve a apresentação de perguntas que estimulem a construção do conceito, como, por exemplo: "De que maneira podemos aplicar a matemática para compreender situações do cotidiano?" ou "Vocês conseguem se lembrar de situações em que uma quantidade aumenta ou diminui de maneira constante?".</p> <p>Posteriormente, sugerir aos estudantes que formem duplas ou pequenos grupos e, de maneira colaborativa, registrem suas respostas para a questão apresentada no início da aula. É crucial que o professor, ao vincular a revisão dos conceitos com o problema específico abordado no caso da empresa Hydro Alunorte, promova a discussão e a colaboração enquanto supervisiona os grupos. É interessante que a atividade seja apresentada como um desafio emocionante e que o professor destaque a relevância prática e o propósito de resolver questões do mundo real.</p>
<p>Aula 3</p>	<p>Iniciar a aula promovendo a socialização das respostas de cada grupo. Após todas as apresentações, enfatizar as soluções dos itens a, b e c. Em seguida, conduzir uma discussão com a turma sobre o item c e d, destacando a importância da reflexão crítica em relação a questão ambiental. Como conclusão da discussão do item d, é esperado que os estudantes reconheçam que o investimento de 250 milhões pela empresa é pequeno em comparação com sua receita anual (3,15 bilhões de reais), considerando os danos expressivos causados à natureza e, sobretudo, aos moradores da região ribeirinha. Isso ressalta a matemática como uma ferramenta vital para a reflexão e tomada de decisão diante de questões cotidianas.</p>
<p>Critérios de Avaliação</p>	<p>A avaliação é diagnóstica, processual, contínua e permanente. O desempenho do estudante será avaliado com base nas produções realizadas nas atividades solicitadas. A avaliação se concentrará na habilidade de construção e interpretação de um modelo matemático adaptado e apropriado que represente o problema proposto para o respectivo nível de escolarização. Será verificada a precisão dos cálculos, assim como a aplicação correta dos conceitos matemáticos envolvidos. Além disso, será avaliada a capacidade do estudante em interpretar os resultados obtidos a partir do modelo, assegurando que compreenda o significado das soluções no contexto do problema apresentado. No que diz respeito às questões socioculturais e ambientais, a avaliação se estenderá à observação da compreensão do estudante acerca da interação entre esses aspectos e sua relevância. Será analisado se o aluno demonstra sensibilidade para considerar aspectos éticos e de sustentabilidade em suas análises e decisões, reconhecendo a importância de abordagens responsáveis diante dos problemas socioculturais e ambientais. Dessa forma, a avaliação visa não apenas medir a proficiência matemática do estudante, mas também sua capacidade de aplicar esses conhecimentos de forma contextualizada e ética, promovendo uma compreensão mais ampla e responsável das questões abordadas.</p>

3.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 02

A segunda sequência didática tem como reportagem base o texto intitulado como: **“Reflorestamento pode gerar R\$ 776 bilhões para o Brasil, diz estudo”**. Essa reportagem foi retirada do site CNN Brasil que é um portal digital de notícias. Como metodologia de ensino será aplicado a Modelagem Matemática para o desenvolvimento da sequência didática e resolução da problemática. A sequência didática está organizada em informações iniciais, adaptação da reportagem, problematização, aplicação da Modelagem Matemática e suas etapas, caminho metodológico e critérios de avaliação.

Segue as informações iniciais da sequência didática e a adaptação do texto da reportagem base:

Componente(s) Curricular(es)	Matemática	Ano/série	1ª série	Número de aulas	3
Habilidade	<p>(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p>				
Objeto(s) de conhecimento	Função Polinomial do 1º Grau.				
<p align="center"><u>Reflorestamento pode gerar R\$ 776 bilhões para o Brasil, diz estudo</u></p> <p>Recuperação de 12 milhões de hectares previstos no Acordo de Paris promete gerar emprego e renda, enquanto remove 4,3 bilhões de toneladas de CO₂ da atmosfera, aponta Instituto Escolhas</p> <div align="center">  </div> <p align="center">Pelo Acordo de Paris, Brasil precisa recuperar 12 milhões de hectares de florestas até 2030</p>					

O Brasil precisaria investir R\$ 228 bilhões, em recursos públicos e privados, para cumprir a meta assumida no Acordo de Paris e recuperar 12 milhões de hectares deflorestas até 2030.

Embora seja um valor alto, esse investimento poderia gerar R\$ 776,5 bilhões em receita líquida e 2,5 milhões de postos de trabalho, segundo estudo do Instituto Escolhas. Na prática, argumenta o think tank ambiental, o efeito para a economia é fartamente positivo.

-A recuperação desses 12 milhões de hectares promete gerar índices expressivos de emprego e renda, enquanto remove 4,3 bilhões de toneladas de CO₂ da atmosfera. É uma combinação perfeita entre a agenda socioeconômica e a agenda de mitigação da crise climática, afirma o diretor-executivo do Instituto Escolhas, Sergio Leitão.

De acordo com o estudo, esse aporte em reflorestamento pode resultar em 1 bilhão de m³ de madeira para comercialização e 156 milhões de toneladas de alimentos.

Essa é a segunda vez que o Instituto Escolhas calcula o investimento necessário para o cumprimento da meta brasileira.

O primeiro estudo foi lançado meses depois da assinatura do acordo e chegou à cifra de R\$ 52 bilhões. De lá para cá, apenas 79,1 mil hectares foram recuperados.

-Isso é menos de 1% da meta original. E, agora, temos que correr atrás do passivo gerado, do custo de não termos feito nada. Não podemos perder de vista, no entanto, que os resultados compensam o investimento, ainda que ele esteja quatro vezes maior, diz Leitão.

Referência:

Adaptado de: <https://www.cnnbrasil.com.br/economia/reflorestamento-pode-gerar-r-776-bilhoes-para-o-brasil-diz-estudo/>. Acesso em 20 ago. 2023.

Como estratégia de ensino utilizada nessa sequência didática, utilizou-se da Modelagem Matemática como metodologia. A seguir, temos a problematização da situação real e a aplicação Modelagem Matemática e suas etapas:

PROBLEMATIZAÇÃO

O Brasil assinou o Acordo de Paris em 2015, sendo que uma das ações do acordo estabelece a redução de 50% de gases poluentes como o gás carbônico (CO_2) até o ano de 2030. Para isso, uma das ações é a recuperação de 12 milhões hectares de florestas (equivalente ao plantio de 8 bilhões de árvores*) até o ano de 2030, fazendo com que 4,3 bilhões de toneladas de gás carbônico seja reduzido da atmosfera. No entanto, até o ano de 2021 o Brasil recuperou aproximadamente 79100 hectares, considerando a meta de recuperar os 12 milhões de hectares, e considerando o período restante de 10 anos, onde 2021 é o ano 1, 2022 considere como ano 2 e assim sucessivamente até 2030 como o décimo ano restante para a recuperação, e que essa recuperação deve ser crescente linearmente, determine:

- A conversão dos hectares em quilômetros quadrados;
- A quantidade de árvores que ainda falta plantar até 2030;
- Crie uma lei de formação (modelo matemático) da função, e determine qual a expectativa de área recuperada até o ano de 2024;
- Na sua opinião, o investimento de 228 bilhões de reais na recuperação é uma necessidade do Brasil? Justifique.

* <https://radios.ebc.com.br/natureza-viva/edicao/2016/brasil-precisa-recuperar-12-milhoes-de-hectares-de-florestas-at%C3%A9-2030>. Acesso em 20 ago. 2023.

APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E SUAS ETAPAS:

□ INTERACÃO

- Reconhecimento da situação-problema:

Nesse primeiro momento, os dados devem ser retirados da reportagem base. Segue as principais informações:

- ✓ O Brasil **precisaria investir R\$ 228 bilhões**, em recursos públicos e privados, para cumprir a meta assumida no Acordo de Paris e **recuperar 12 milhões de hectares deflorestas até 2030**.
- ✓ A recuperação desses 12 milhões de hectares promete gerar índices expressivos de emprego e renda, enquanto **remove 4,3 bilhões de toneladas de CO₂ da atmosfera**.
- ✓ De lá para cá, apenas **79,1 mil hectares foram recuperados**.

Em relação a problemática podemos definir a periodicidade como 10 anos, onde 2021 é o ano 1, 2022 considere como ano 2 e assim sucessivamente até 2030 como o décimo ano.

Sendo 1 Km² equivalente a 100 hectares, para converter as unidades, é necessário dividir por 100, os hectares para transformar em quilômetros quadrados, logo temos:

- ✓ 12000000 hectares: 100 = 120000 Km²
- ✓ 79100 hectares: 100 = 791 Km²

Considerando a problemática uma função do 1º grau, sendo o período em ano a variável independente e a área acumulada em quilômetros quadrados a variável dependente, podemos aplicar os dados na lei da função, sendo:

$$f(x) = a \cdot x + b$$

$$f(10) = 120000$$

$$f(1) = 791$$

Identificadas as variáveis dependentes e independentes, podemos tabelar as informações:

Variável Independente x = Período de Tempo (Ano)	Variável Dependente f(x) = Área Acumulada em Km ²
1	791
10	120000

□ **MATEMATIZAÇÃO:**

Nessa etapa os estudantes devem desenvolver a argumentação matemática para encontrar a solução dos problemas. Sendo,

$$x = \text{tempo (Anos)}$$

$$f(x) = \text{área acumulada em Km}^2$$

Dada a Lei de formação da Função do 1º Grau sendo $f(x) = a \cdot x + b$, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 120000 = a \cdot 10 + b \\ 791 = a \cdot 1 + b \end{cases}$$

Multiplicando a segunda equação por (-1), e somando as equações, podemos encontrar o valor do coeficiente a :

$$119209 = a \cdot 9$$

$$a = \frac{119209}{9} \text{ ou } a = 13245,44 \dots$$

Para encontrar o valor do coeficiente b , temos:

$$791 = a \cdot 1 + b$$

$$791 = \frac{119209}{9} + b$$

$$b = -\frac{112090}{9} \text{ ou } b = -12454,44 \dots$$

□ MODELO MATEMÁTICO

➤ Validação do modelo:

Substituindo os valores das variáveis independentes, onde o ano de 2021 equivale a $x = 1$ e o ano de 2030 equivale a $x = 10$ no modelo $f(x) = \frac{119209x - 112090}{9}$, encontramos respectivamente $f(1) = 791$ e $f(10) = 120000$. Destaco que a validação é simplificada pelo fato do modelo ser uma função do 1º grau sem erro residual.

➤ Interpretação da solução:

Nessa etapa os estudantes devem responder os questionamentos propostos e interpretando as soluções obtidas.

Respondendo os questionamentos da problemática, temos:

a) A conversão dos hectares em quilômetros quadrados:

$$12000000 \text{ hectares} : 100 = 120000 \text{ Km}^2$$

$$79100 \text{ hectares} : 100 = 791 \text{ Km}^2$$

b) A quantidade de árvores que ainda falta plantar até 2030:

Efetuamos a subtração entre a área acumulada de reflorestamento em 2030 pela área acumulada até o ano de 2021.

$$120000 - 791 = 119209 \text{ Km}^2$$

Aplicando regra de três simples, temos:

$$8000000000 = 120000$$

$$x = 119209$$

$$x = \frac{119209 \cdot 800000}{12}$$

$$x = 7.947.266.667 \text{ \textit{árvores}}$$

c) Crie uma lei de formação (modelo matemático) da função, e determine qual a expectativa de área recuperada para o ano de 2024:

Substituindo os coeficientes *a* e *b* na lei de formação, temos o Modelo Matemático:

$$f(x) = a \cdot x + b$$

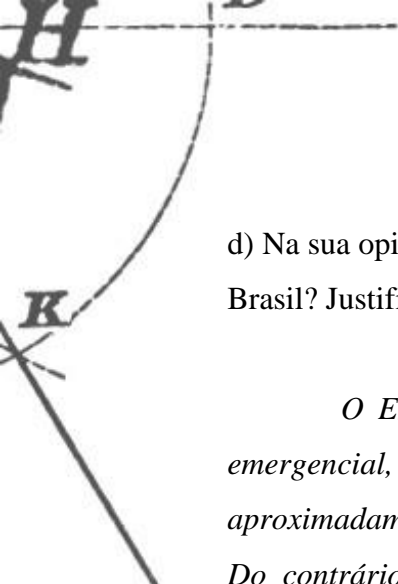
$$f(x) = \frac{119209x - 112090}{9} \text{ ou } f(x) = 13245,44 \cdot x - 12454,44$$

Para o ano de 2024, temos $x = 4$:

$$f(x) = \frac{119209x - 112090}{9}$$

$$f(4) = \frac{119209 \cdot (4) - 112090}{9}$$

$$f(4) = 40527,33 \text{ Km}^2$$



d) Na sua opinião, o investimento de 228 bilhões de reais na recuperação é uma necessidade do Brasil? Justifique.

O Estudante deve perceber que o investimento de 228 bilhões é uma necessidade emergencial, pois nas melhores expectativas, no ano de 2024 ainda estaríamos somente com aproximadamente 34% da meta estipulada alcançada, e o acordo de Paris precisa ser cumprido. Do contrário, as consequências serão drásticas para a população, teremos temperaturas elevadas, trazendo riscos a vida em nosso Planeta.

A seguir, são apresentadas sugestões de critérios de avaliação, e o caminho metodológico para cada aula dessa sequência didática como suporte pedagógico para o professor, lembrando que é possível realizar adaptações, conforme cada realidade pedagógica de cada ambiente escolar.

CAMINHO METODOLÓGICO	
Aula 1	<p>Em Duplas fazer a leitura da reportagem disponibilizada por meio do link: https://www.cnnbrasil.com.br/economia/reflorestamento-pode-gerar-r-776-bilhoes-para-o-brasil-diz-estudo/.</p> <p>Pesquisar e responder:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Qual a importância da redução de gases poluentes a atmosfera? 2) Se não acontecer a redução, quais os impactos? Você já percebe algum impacto? <p>Fazer uma análise do texto, destacando pontos positivos e negativos: Discutir sobre importância da redução de gases na atmosfera, sobre aumento da temperatura, derretimento da calota polar. Em seguida coletar os pontos de vista dos estudantes. Explore com os estudantes os questionamentos:</p> <p>Poluição atmosférica:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Quais são as percepções dos estudantes sobre os gases que poluem a atmosfera? ➤ Como eles interpretam as consequências dessa poluição em nosso cotidiano. <p>Recuperação Florestal:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Qual é a compreensão dos estudantes em relação ao acordo de Paris em relação da responsabilidade do Brasil em recuperar 12 milhões de hectares de florestas? ➤ Como eles percebem o investimento financeiro do Brasil e sua responsabilização e na redução de gases poluentes? ➤ Qual o motivo da área reflorestada até o ano de 2021 ser apenas 1% da meta estipulada no acordo de Paris? <p>Todos os pontos de vista e dados da discussão podem ser registrados pelos estudantes num painel colaborativo.</p>
Aula 2	<p>Após a leitura e discussão da reportagem, é apresentada à turma a problematização. Para responder ao que foi proposto, é importante lembrar aos estudantes o conceito de função. Durante a interação com a turma, o professor deve incentivar a identificação desse conceito, utilizando situações reais do cotidiano.</p> <p>Posteriormente, sugerir aos estudantes que formem duplas ou pequenos grupos e, de maneira colaborativa, registrem suas respostas para a questão apresentada</p>


	<p>na problematização. O professor, ao vincular a revisão dos conceitos com o problema específico abordado no caso da recuperação de 12 milhões de hectares de florestas, promova a discussão e a colaboração enquanto supervisiona os grupos na aplicação da Modelagem Matemática para resolver as atividades. A situação problema deve ser entendida como um desafio aos estudantes, e que o professor destaque a relevância prática e o propósito de resolver questões do mundo real.</p>
<p>Aula 3</p>	<p>Iniciar a aula promovendo a socialização das respostas de cada grupo. Após todas as apresentações, enfatizar as soluções dos itens a e b. Em seguida, conduzir uma discussão com a turma sobre o item c, destacando o modelo definido pelos estudantes e sua aplicação para determinar a área acumulada de recuperação florestal para o ano solicitado. Em seguida, na questão d o professor deve promover uma reflexão crítica em relação a questão financeira de investimento para sobre um tema ambiental. Como conclusão da discussão, é esperado que os estudantes reconheçam que o investimento de 228 bilhões de reais é uma necessidade emergencial, pois nas melhores expectativas, no ano de 2024 ainda estaríamos somente com aproximadamente 34% da meta estipulada no acordo de Paris. E se caso a meta não for alcançada, as consequências serão drásticas para a população, teremos temperaturas elevadas, trazendo riscos a vida em nosso Planeta.</p>
<p>Critérios de Avaliação</p>	<p>A avaliação é diagnóstica, processual, contínua e permanente. O desempenho do estudante será avaliado com base nas produções realizadas nas atividades solicitadas. A avaliação se concentrará na habilidade de construção e interpretação de um modelo matemático adaptado e apropriado que represente o problema proposto para o respectivo nível de escolarização. Será verificada a precisão dos cálculos, assim como a aplicação correta dos conceitos matemáticos envolvidos. Além disso, será avaliada a capacidade do estudante em interpretar os resultados obtidos a partir do modelo, assegurando que compreenda o significado das soluções no contexto do problema apresentado. No que diz respeito às questões socioculturais e ambientais, na avaliação será analisado se o aluno demonstra sensibilidade para considerar aspectos éticos e de sustentabilidade em suas análises e decisões, reconhecendo a importância de abordagens responsáveis diante dos problemas socioculturais e ambientais.</p>

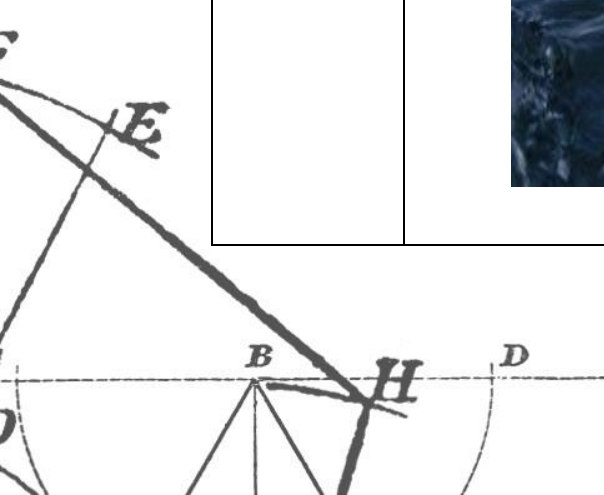
(x, y)

3.3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA 03

A terceira sequência didática tem como base a reportagem intitulada como: *“Aquecimento global: 7 gráficos que mostram em que ponto estamos”*. Essa reportagem foi retirada do site BBC News Brasil que é um portal digital de notícias. Como metodologia de ensino será aplicado a Modelagem Matemática para o desenvolvimento da sequência didática e resolução da problemática. A sequência didática está organizada em informações iniciais, adaptação da reportagem, problematização, aplicação da Modelagem Matemática e suas etapas, caminho metodológico e critérios de avaliação.

Segue as informações iniciais da Sequência Didática e a adaptação do texto da reportagem base:

Componente(s) Curricular(es)	Matemática	Ano/série	1ª série	Número de aulas	2
Habilidade	<p>(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p>				
Objeto(s) de conhecimento	Função Polinomial do 1º Grau.				
	<p><u>AOUECIMENTO GLOBAL: 7 GRÁFICOS QUE MOSTRAM EM QUE PONTO ESTAMOS</u></p> 				



2019 bateu todos os recordes

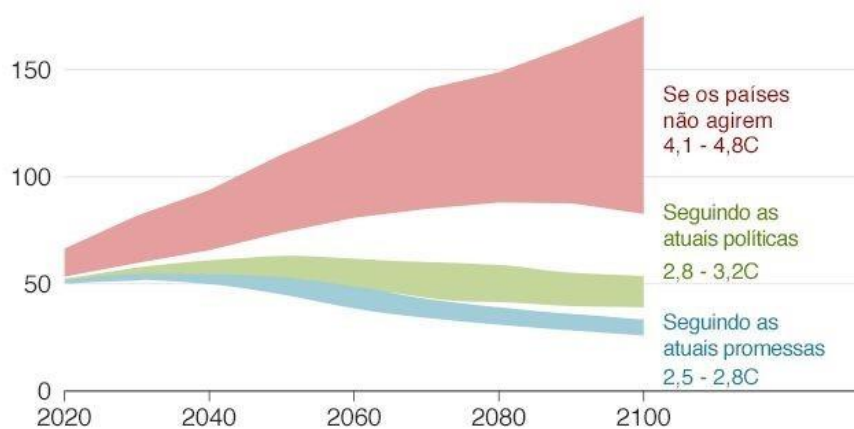
Quase 400 temperaturas recordes foram registradas no Hemisfério Norte durante o verão de 2019. Os recordes foram alcançados em 29 países entre 1º de maio e 30 de agosto. Um terço das temperaturas mais altas de todos os tempos foi registrada na Alemanha, seguida por França e Holanda. Esses recordes europeus foram registrados em meio a ondas de calor em todo o continente que provocaram um aumento nas temperaturas médias em junho e julho.

Não estamos no caminho de atingir as metas de mudança climática

Se somarmos todas as promessas para reduzir emissões de gases que provocam efeito estufa pelos países que assinaram o Acordo de Paris, o mundo ainda esquentaria em mais de 3°C até o fim deste século. Nos últimos três anos, climatologistas mudaram a definição do que acreditam ser o limite "seguro" da mudança climática. Por décadas, pesquisadores argumentaram que o aumento da temperatura global devia ser mantido abaixo de 2°C até o fim deste século para evitar consequências mais graves. Os países que assinaram o acordo de Paris se comprometeram a manter as temperaturas "bem abaixo dos 2°C em relação aos níveis pré-industriais e a buscar esforços para limitar o aumento da temperatura a 1,5°C". Mas a comunidade científica concorda agora que, na verdade, precisamos manter os aumentos de temperatura abaixo de 1,5°C.

Quanto pode piorar?

Emissões* e aquecimento esperado até 2100



*As emissões estão em gigatoneladas de CO2 equivalente

Fonte: Climate Action Tracker

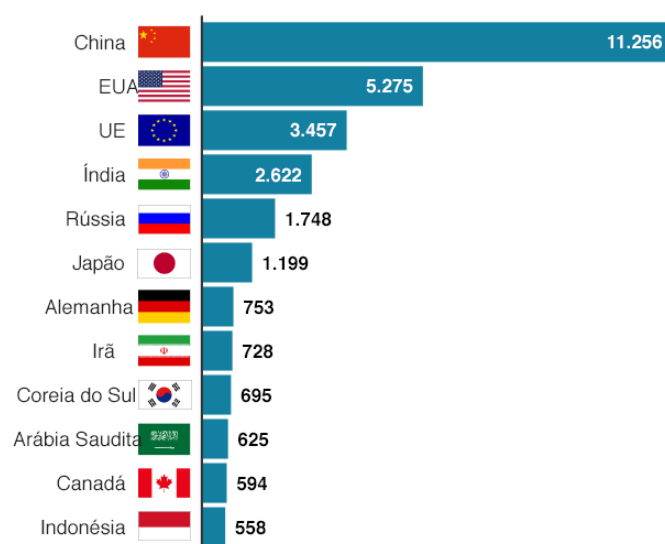
BBC

Os maiores emissores são a China e os EUA

Os países que emitem mais gases de efeito estufa são, de longe, a China e os EUA. Juntos, eles são responsáveis por mais de 40% do total global de emissões, de acordo com dados de 2018 do Centro Comum de Pesquisa da Comissão Europeia e da Agência Holandesa de Avaliação Ambiental (PBL). Os gráficos que mostram os 15 países que emitiram mais CO2 nos últimos 20 anos (e em que posição está o Brasil).

Os maiores emissores de dióxido de carbono do mundo

Megatoneladas de CO2 por ano



Nota: Uma megatonelada = 1.000.000 toneladas

Fonte: EC, Emissions Database for Global Atmospheric Research, 2018

BBC

A conduta ambiental dos EUA mudou sob o governo de Donald Trump, que adotou uma política pró-combustíveis fósseis. Depois de tomar posse, o presidente americano anunciou a retirada do país do Acordo de Paris. Na ocasião, Trump disse que queria negociar um novo acordo "justo" que não prejudicasse empresas e trabalhadores americanos.

As áreas urbanas são particularmente ameaçadas

Quase todas as cidades — 95% delas — que enfrentam riscos climáticos graves estão na África ou na Ásia, segundo um relatório da Verisk Maplecroft, consultoria de estratégia e risco. E o risco é maior para cidades com crescimento mais rápido, incluindo megacidades como Lagos, na Nigéria, e Kinshasa, na República Democrática do Congo.

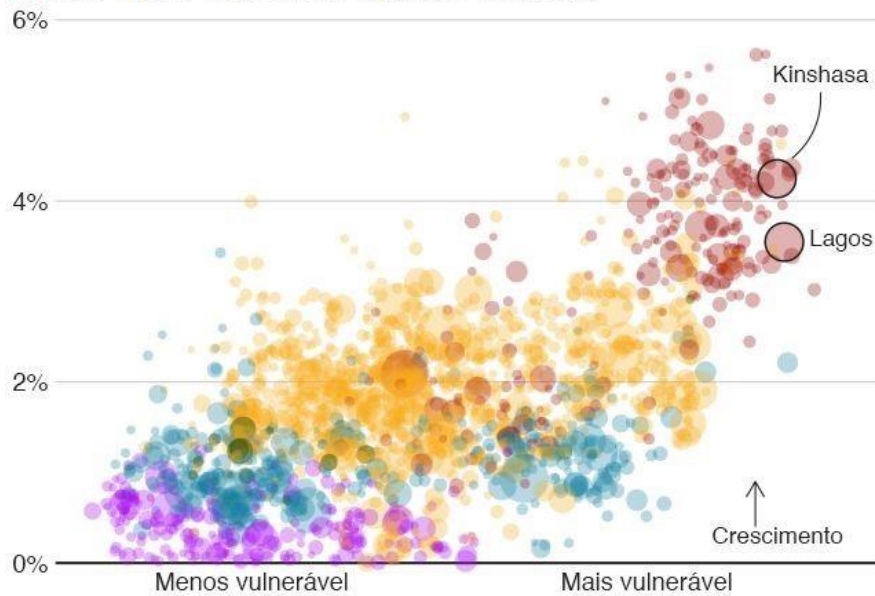
Cerca de 84 das 100 cidades que mais crescem no mundo enfrentam riscos "extremos" de

aumento das temperaturas e de fenômenos climáticos extremos.

Cidades em rápida expansão enfrentam piores riscos climáticos

Crescimento populacional 2018-2035 em relação à vulnerabilidade às mudanças climáticas

● África ● Ásia ● Américas ● Europa ● Oceania



Fonte: Verisk Maplecroft. O tamanho do círculo representa a população atual. **BBC**

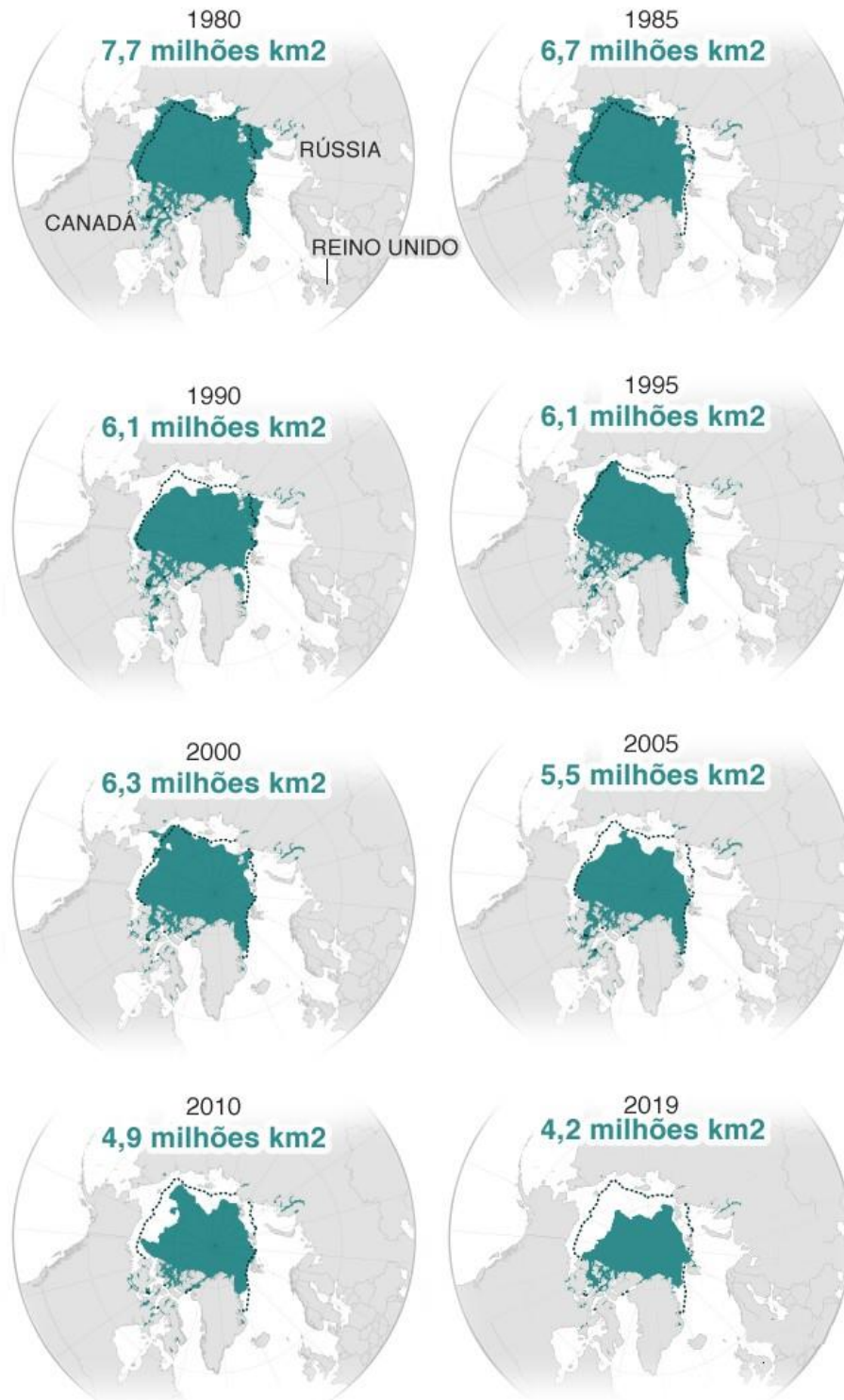
Gelo do Ártico também está ameaçado

A extensão do gelo do mar do Ártico diminuiu nos últimos anos. Em 2012, chegou ao nível mais baixo já registrado. As geleiras vêm diminuindo há décadas, com a aceleração do derretimento desde o início dos anos 2000, de acordo com o Comitê de Auditoria Ambiental do Parlamento do Reino Unido. O Oceano Ártico pode ficar sem gelo no verão antes de 2050, a menos que as emissões sejam reduzidas, acrescenta o comitê. A extensão do gelo do mar Ártico em 2019 foi a segunda menor já registrada por satélite, empatando com a de 2007 e 2016.

Extensão mínima de gelo do mar Ártico

■ Média (1981 - 2010)

----- Extensão do gelo no mar (mínimo)



Fonte: National Snow and Ice Data Center

BBC

Referência:

Adaptado de: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-46424720>. Acesso em 15 dez. 2022

Como estratégia de ensino utilizada nessa sequência didática, utilizou-se da Modelagem Matemática como metodologia, a seguir temos a problematização da situação real e a aplicação Modelagem Matemática e suas etapas:

PROBLEMATIZAÇÃO

No contexto que os países não realizaram nenhuma ação para controlar o efeito estufa em nosso Planeta, verificando que já no ano de 2019 tivemos recorde de altas temperaturas, considere o gráfico da reportagem com o título “Quanto pode piorar?”, que trata das emissões de CO₂ na atmosfera, que podem fazer a temperatura da Terra aumentar em 4,8°C acima da normalidade, supondo que as emissões máximas em de CO₂ no período de 2020 a 2100 representam pontos cartesianos caracterizam uma reta, utilize seus conhecimentos geométrico e algébricos, e determine:

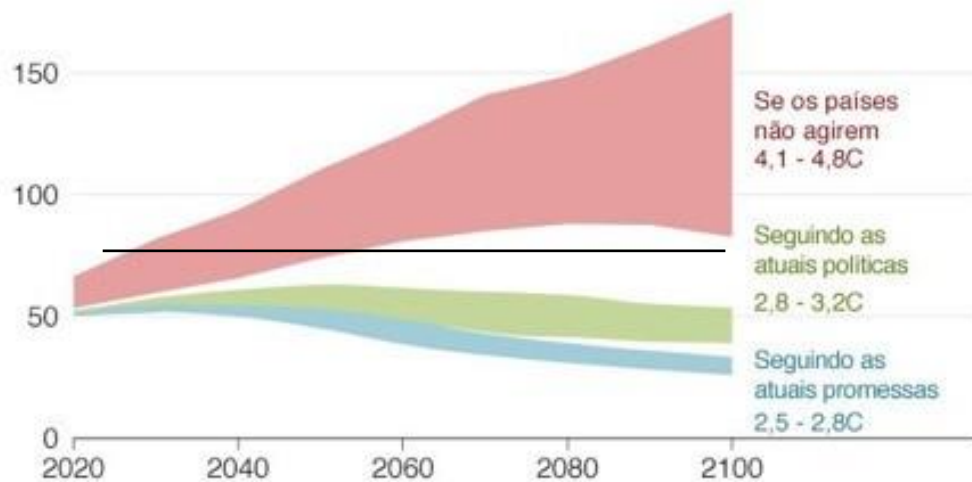
- a) A função (modelo matemático) que representa os pontos máximos de emissão de CO₂ ao longo do período;
- b) Qual será a quantidade de emissão de CO₂ no ano de 2100?
- c) Quais consequências podemos sofrer se não reduzirmos a emissão de CO₂ em nosso Planeta, e o que é necessário fazer para reverter esse quadro?

APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E SUAS ETAPAS:

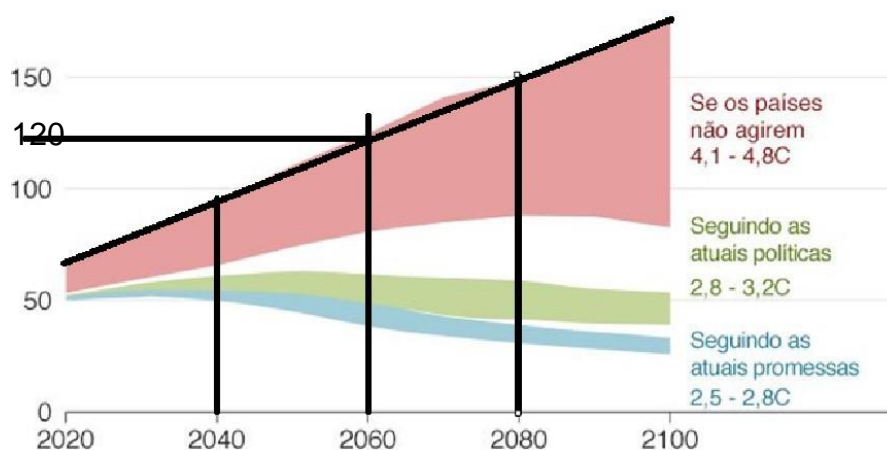
➤ INTERAÇÃO

- Reconhecimento da situação-problema:

Nesse primeiro momento, os principais dados devem ser retirados da reportagem base, sendo o gráfico o ponto de partida, a partir dele é possível traçar uma reta pelos pontos máximos de emissão de CO₂, conforme a ilustração:



Depois de desenhar a reta no gráfico, podemos traçar segmentos paralelos e perpendiculares para identificar algumas coordenadas, e com auxílio da escala da régua encontrar os valores no eixo das ordenadas.

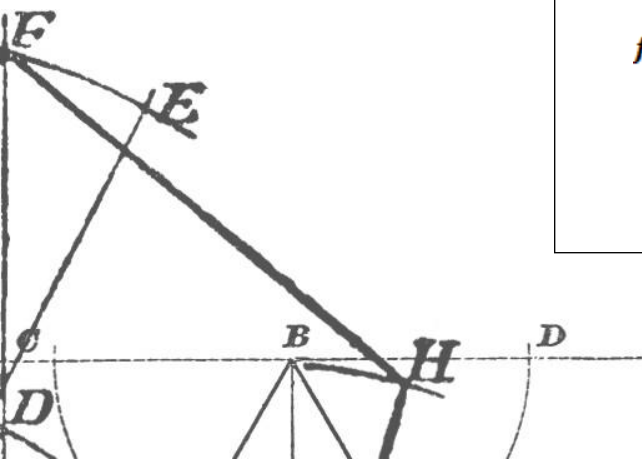


Considerando a problemática uma função do 1º grau, e que 2020 equivale a origem no eixo das abscissas com tempo $t = 0$, podemos escrever que:

$$f(x) = a \cdot x + b$$

$$f(40) = 120$$

$$f(60) = 150$$



Identificado as variáveis dependentes e independentes, podemos tabelar as informações:

Variável Independente $x =$ Período de Tempo em anos que se passou após o ano de 2020	Variável Dependente $f(x) =$ Emissão de CO ₂ em bilhões de Toneladas
40	120
60	150

□ **MATEMATIZAÇÃO:**

Nessa etapa os estudantes devem desenvolver a argumentação matemática para encontrar a solução dos problemas. Sendo,

$x =$ Período de Tempo em anos que se passou após o ano de 2020

$f(x) =$ Emissão de CO₂ em bilhões de Toneladas

Dada a Lei de formação da Função do 1º Grau sendo $f(x) = a \cdot x + b$, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 150 = a \cdot 60 + b \\ 120 = a \cdot 40 + b \end{cases}$$

Multiplicando a segunda equação por (-1), e somando as equações, podemos encontrar o valor do coeficiente a :

$$30 = a \cdot 20$$

$$a = \frac{3}{2} \text{ ou } a = 1,5$$

Considerando o valor positivo de 1,5 para o coeficiente angular, significa, que para cada 1 ano que se passa (representado por x), a emissão de gases (representada por y) aumenta em 1,5 bilhões de Toneladas de CO₂.

Para encontrar o valor do coeficiente b , temos:

$$150 = 60 \cdot 1,5 + b$$

$$150 = 90 + b$$

$$b = 60$$

Considerando o valor positivo de 60 para o intercepto, podemos interpretar como sendo a emissão média de 60 bilhões de Toneladas de CO_2 , no ano de 2020, lembrando que o ano de 2020 é equivalente ao tempo $t = 0$.

□ MODELO MATEMÁTICO

➤ Validação do modelo;

Substituindo os valores das variáveis independentes, onde o ano de 2060 equivale a $x = 40$ e o ano de 2080 equivale a $x = 60$ no modelo $f(x) = 1,5x + 60$, encontramos respectivamente $f(40) = 120$ e $f(60) = 150$. Nesse modelo, poderíamos aproveitar os pontos máximos que não fazem parte da reta, e verificar os resíduos e o coeficiente de determinação (R^2).

O coeficiente de determinação (R^2) é uma medida estatística que indica o grau de ajuste de um modelo de regressão aos dados observados (Martins, 2018). O coeficiente de determinação varia entre 0 e 1, por vezes sendo expresso em termos percentuais. Nesse caso, expressa a quantidade da variância dos dados que é explicada pelo modelo linear. Assim, quanto maior o coeficiente, mais explicativo é o modelo linear, ou seja, melhor ele se ajusta à amostra. Sendo a fórmula do coeficiente de determinação:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y - y_A)^2}{\sum_{i=1}^n (y - \bar{y})^2}$$

Onde R^2 é o coeficiente de determinação, o y é a medida observada, y_A é o valor previsto, e \bar{y} é a média dos valores previstos.

Como exemplo, vamos usar os pontos observados, A (40, 120), B (60,150) e C (50, 140). Calculando o valor de R^2 para o modelo $y = 1,5x + 60$, temos os valores previstos pelo modelo:

$$yA = 1,5 \cdot 40 + 60$$

$$yA = 120$$

$$yB = 1,5 \cdot 60 + 60$$

$$yB = 150$$

$$yC = 1,5 \cdot 50 + 60$$

$$yC = 135$$

A Média Aritmética dos resultados:

$$\bar{y} = \frac{120 + 150 + 135}{3}$$

$$\bar{y} \approx 136,67$$

Substituindo na fórmula R^2 , temos:

$$R^2 = 1 - \frac{(120 - yA)^2 + (150 - yB)^2 + (140 - yC)^2}{(120 - \bar{y})^2 + (150 - \bar{y})^2 + (140 - \bar{y})^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{(120 - 120)^2 + (150 - 150)^2 + (140 - 135)^2}{(120 - 136,67)^2 + (150 - 136,67)^2 + (140 - 136,67)^2}$$

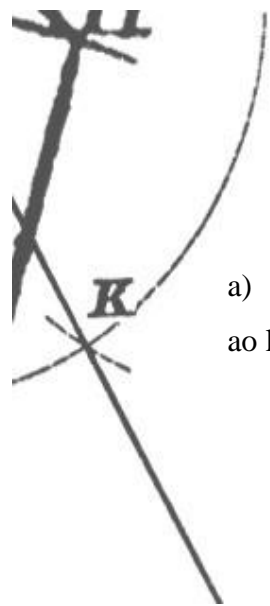
$$R^2 = 1 - \frac{25}{466,67}$$

$$R^2 \approx 0,94$$

Portanto, o coeficiente de determinação R^2 para o modelo $y = 1,5x + 60$ em relação aos pontos dados é aproximadamente 0,9464. Sugerindo que o modelo explica bem a variações dos dados e tem um bom ajuste, pois quanto mais próximo de 1, melhor é o ajuste do modelo aos dados.

➤ Interpretação da solução:

Nessa etapa os estudantes devem responder os questionamentos propostos, validando e interpretando os mesmos. Respondendo os questionamentos da problemática, temos:

- 
- a) A função (modelo matemático) que representa os pontos máximos de emissão de CO₂ ao longo do período:

Substituindo os coeficientes **a** e **b** na lei de formação, temos o Modelo Matemático:

$$f(x) = a \cdot x + b$$

$$f(x) = 1,5 \cdot x + 60$$

- b) Qual será a quantidade de emissão de CO₂ no ano de 2100?

Como o ano de 2100 é 80 anos após 2020, calculamos $f(80)$:

$$f(80) = 1,5 \cdot 80 + 60$$

$$f(80) = 180 \text{ bilhões de Toneladas de CO}_2$$

- c) Quais consequências podemos sofrer se não reduzirmos a emissão de CO₂ em nosso Planeta, e o que é necessário fazer para reverter esse quadro?

O Estudante deve comentar sobre como o aumento das emissões de dióxido de carbono (CO₂) na atmosfera contribui significativamente para as mudanças climáticas, com várias consequências negativas para o planeta. Algumas das principais consequências incluem aquecimento global, derretimento de calotas polares e gelo glacial, eventos climáticos extremos, impactos na biodiversidade, problemas na produção de alimentos e problemas na saúde pública. Para reverter esse quadro, é crucial tomar medidas para reduzir as emissões de CO₂ e mitigar os efeitos das mudanças climáticas. Algumas ações importantes incluem transição para fontes de energia renovável, eficiência energética, reflorestamento e conservação, práticas agrícolas sustentáveis e implementar políticas governamentais.

A seguir, são apresentadas sugestões de critérios de avaliação, e o caminho metodológico para cada aula dessa sequência didática como suporte pedagógico para o professor, lembrando que é possível realizar adaptações, conforme cada realidade pedagógica de cada ambiente escolar.

CAMINHO METODOLÓGICO

Aula 1	<p>Em Duplas fazer a leitura da reportagem disponibilizada por meio do link: https://www.bbc.com/portuguese/geral-46424720.</p> <p>Fazer uma análise do texto, destacando pontos positivos e negativos em relação ao aquecimento global, derretimento das geleiras, e o aumento emissão de CO₂ na atmosfera. Após a leitura e discussão da reportagem, é apresentada à turma a problematização. Para responder ao que foi proposto, é importante lembrar aos estudantes o conceito de função. Durante a interação com a turma, o professor deve incentivar a identificação desse conceito, utilizando situações reais do cotidiano.</p> <p>Os estudantes devem analisar o gráfico da reportagem com o título “Quanto pode piorar?”, que trata das emissões de CO₂ na atmosfera, que podem fazer a temperatura da Terra aumentar em 4,8°C acima da normalidade, considerando que as emissões máximas em de CO₂ no período de 2020 a 2100 representam pontos cartesianos caracterizam uma reta, utilizar seus conhecimentos geométrico e algébricos, para encontrar os pontos cartesianos do gráfico, os estudantes podem usar papel quadriculado para auxiliar no processo.</p>
Aula 2	<p>O professor, deve orientar para que os estudantes realizem os cálculos matemáticos para encontrar o modelo matemático que representa a reta. A situação problema deve ser entendida como um desafio aos estudantes, e que o professor destaque a relevância prática e o propósito de resolver questões do mundo real. Após todos encontrarem as soluções dos problemas, o professor deve socializar as respostas dos itens a e b. Em seguida, conduzir uma discussão com a turma sobre o item c, promovendo uma reflexão crítica em relação as consequências que podemos sofrer se não reduzirmos a emissão de CO₂ em nosso Planeta, e o que é necessário fazer para reverter esse quadro crítico que foi apresentado.</p>
Critérios de Avaliação	<p>A avaliação é diagnóstica, processual, contínua e permanente. O desempenho do estudante será avaliado com base nas produções realizadas nas atividades solicitadas. A avaliação se concentrará na habilidade de construção e interpretação de um modelo matemático adaptado e apropriado que represente o problema proposto para o respectivo nível de escolarização. Será verificada a precisão dos cálculos, assim como a aplicação correta dos conceitos matemáticos envolvidos. Além disso, será avaliada a capacidade do estudante em interpretar os resultados obtidos a partir do modelo, assegurando que compreenda o significado das soluções no contexto do problema apresentado. Em relação às questões ambientais, na avaliação será analisado se o aluno mostra conscientização sobre o tema, e possíveis ações que devemos ter diante dos problemas ambientais.</p>

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Caderno Pedagógico se apresenta como uma possibilidade de promover a inovação pedagógica na Educação Matemática, destacando a importância da Modelagem Matemática como metodologia. As sequências didáticas apresentadas possibilitam o acesso a problemáticas reais sobre a temática ambiental e podem contribuir não apenas para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos, mas também desenvolver os conteúdos matemáticos para solucionar esses problemas reais, proporcionando uma aprendizagem contextualizada.

Além disso, o caderno apresentado, também pode contribuir com a formação de professores, motivando-os a adotar práticas pedagógicas criativas, inovadoras e contextualizadas, permitindo que os alunos estabeleçam relações entre os conteúdos matemáticos e os componentes do currículo, proporcionando melhor entendimento e compreensão do contexto no qual está inserido.

Ao abordar a temática ambiental, o caderno destaca a importância da Educação Ambiental e da transversalidade dos temas, preparando os professores para integrar questões sociais e ambientais em suas práticas pedagógicas, promovendo uma visão interdisciplinar.

Visando instigar e dar continuidade no desenvolvimento da Modelagem Matemática como uma metodologia para o Ensino da Matemática, sugere-se como continuidade deste trabalho o desenvolvimento de sequências didáticas com temáticas relevantes para o desenvolvimento do olhar crítico e da vivência em sociedade como por exemplo, saúde, política e economia.

Também é importante destacar o olhar dos professores envolvidos na intervenção formativa, por meio do questionário aplicado com esses participantes foi possível identificar suas percepções acerca das contribuições da Modelagem Matemática na formação docente. No âmbito das contribuições internas destacadas pelos professores participantes da intervenção pedagógica, percebe-se o fortalecimento no desenvolvimento do pensamento reflexivo, criativo e crítico. A autonomia do aluno, aliada à atuação do professor como mediador, mostra como é importante repensar o método tradicional de um professor. Deste modo, estimular a busca de práticas pedagógicas mais alinhadas às demandas contemporâneas será uma realidade. Já as contribuições externas, por sua vez, evidenciam a percepção positiva dos professores no aprimoramento dos conteúdos matemáticos, tornando as aulas mais

práticas para os estudantes. Assim, a Modelagem Matemática, quando implementada de forma correta, pode ser a ferramenta certa para despertar o interesse dos estudantes.

Os professores que utilizaram as sequências didáticas desse Caderno Pedagógico durante o momento de intervenção pedagógica, apontaram algumas dificuldades ao trabalhar com Modelagem Matemática como metodologia de ensino em sala de aula, como a limitação de tempo, a falta de formação continuada específica e a resistência dos estudantes. Ressaltam a necessidade permanente de investir na formação de professores e na criação de ambientes favoráveis à inovação pedagógica e criativa. Assim, a proposta deste Caderno Pedagógico surge como uma resposta tangível a esses desafios, oferecendo sequências didáticas prontas para serem utilizadas ou adaptadas, enquanto a formação continuada surge como um componente decisivo para superar esses desafios.

Por fim, o Caderno Pedagógico apresentado não apenas oferece ferramentas práticas para o ensino de Matemática, mas também estimula reflexões fundamentadas na experiência prática dos professores, contribuindo para o avanço constante da Educação Matemática e promovendo um ambiente educacional mais inovador, crítico e alinhado às demandas contemporâneas.



5 REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem matemática**: concepções e experiências de futuros professores. Tese de doutorado. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. Editora Contexto, 2002.

BBC NEWS BRASIL. **Aquecimento Global**: 7 gráficos que mostram onde estamos. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-46424720/>. Acesso em: 15 dez. 2022.

BEAN, Dale Willian. **Modelagem**: uma conceituação criativa da realidade. In: Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto, 2009, Ouro Preto 4, Ouro Preto – MG. Anais... Universidade Federal de Ouro Preto – Ouro Preto, abril 2009a. p. 90-104.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BUENO, Vilma Candida. **Concepções de modelagem matemática e subsídios para a educação matemática**: quatro maneiras de compreendê-la no cenário brasileiro. 130 f. 2011.2011. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. **Modelagem matemática e a prática dos professores do Ensino Fundamental e Médio**. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2004, Londrina. Anais. Londrina: UEL, 2004.

CNN BRASIL. **Reflorestamento pode gerar R\$ 776 bilhões para o Brasil, diz estudo**. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/economia/reflorestamento-pode-gerar-r-776-bilhoes-para-o-brasil-diz-estudo/>. Acesso em: 20 ago. 2023.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade a ação**: reflexões sobre educação e matemática. 2. ed. Campinas: Unicamp; São Paulo: Summus, 1986.

G1. **Hydro Alunorte vai investir R\$ 250 milhões na redução de impactos socioambientais em Barcarena**. Disponível em: <https://g1.globo.com/pa/para/noticia/2018/09/05/hydro-alunorte-assina-acordos-com-governo-do-para-e-ministerio-publico-e-se-compromete-em-ajustar-sua-conduta.ghtml>. Acesso em: 04 out. 2021.

GUIMARÃES, Mauro. **Educação ambiental**: participação para além dos muros da escola. In: MELLO, Soraia Silva de; TRAJBER, Rachel. Vamos cuidar do Brasil: conceitos e práticas em educação ambiental na escola. Brasília: Ministério da Educação, Coordenação

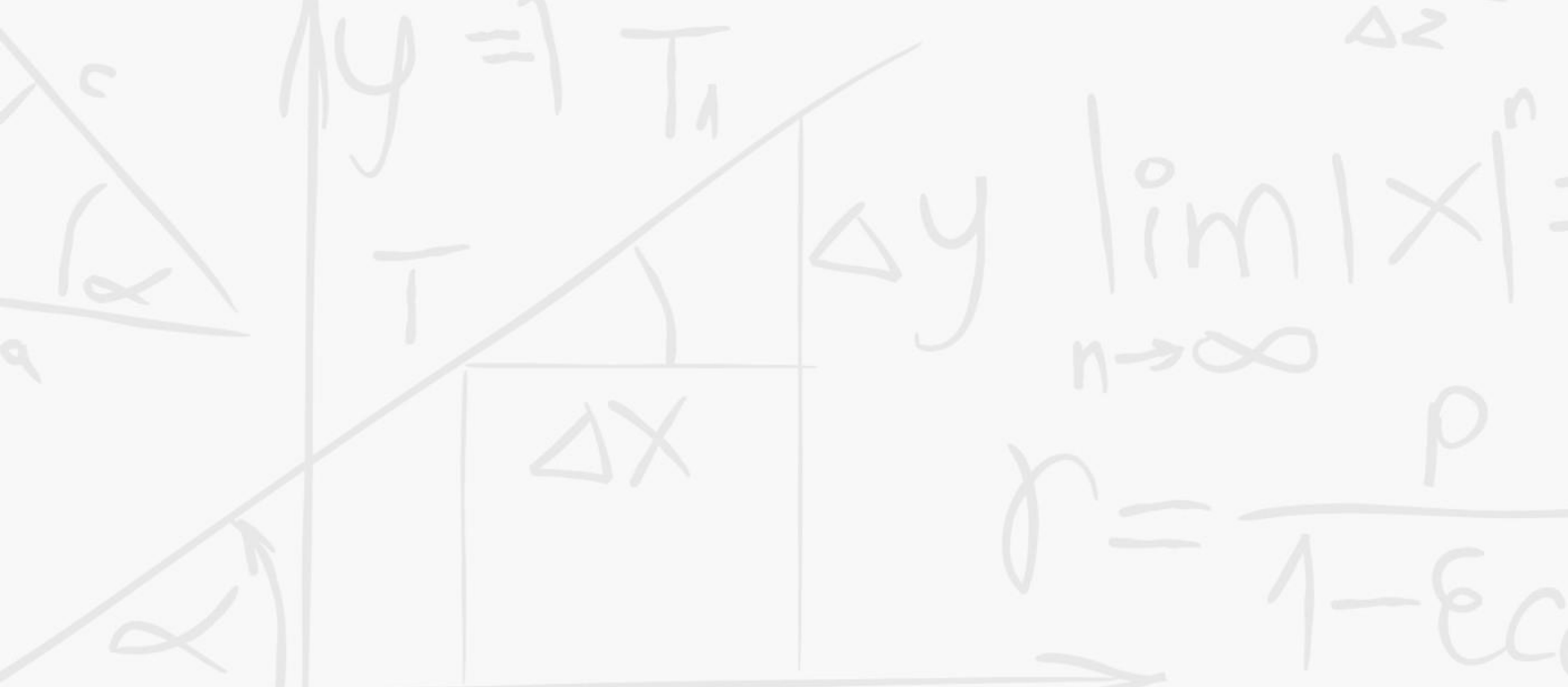
Geral de Educação Ambiental: Ministério do Meio Ambiente, Departamento de Educação Ambiental: UNESCO, 2007. p. 85 – 92

MARTINS, Maria Eugénia Graça. **Coefficiente de determinação**. **Revista Ciência Elementar**, v. 6, n. 1, p. 24, 2018.

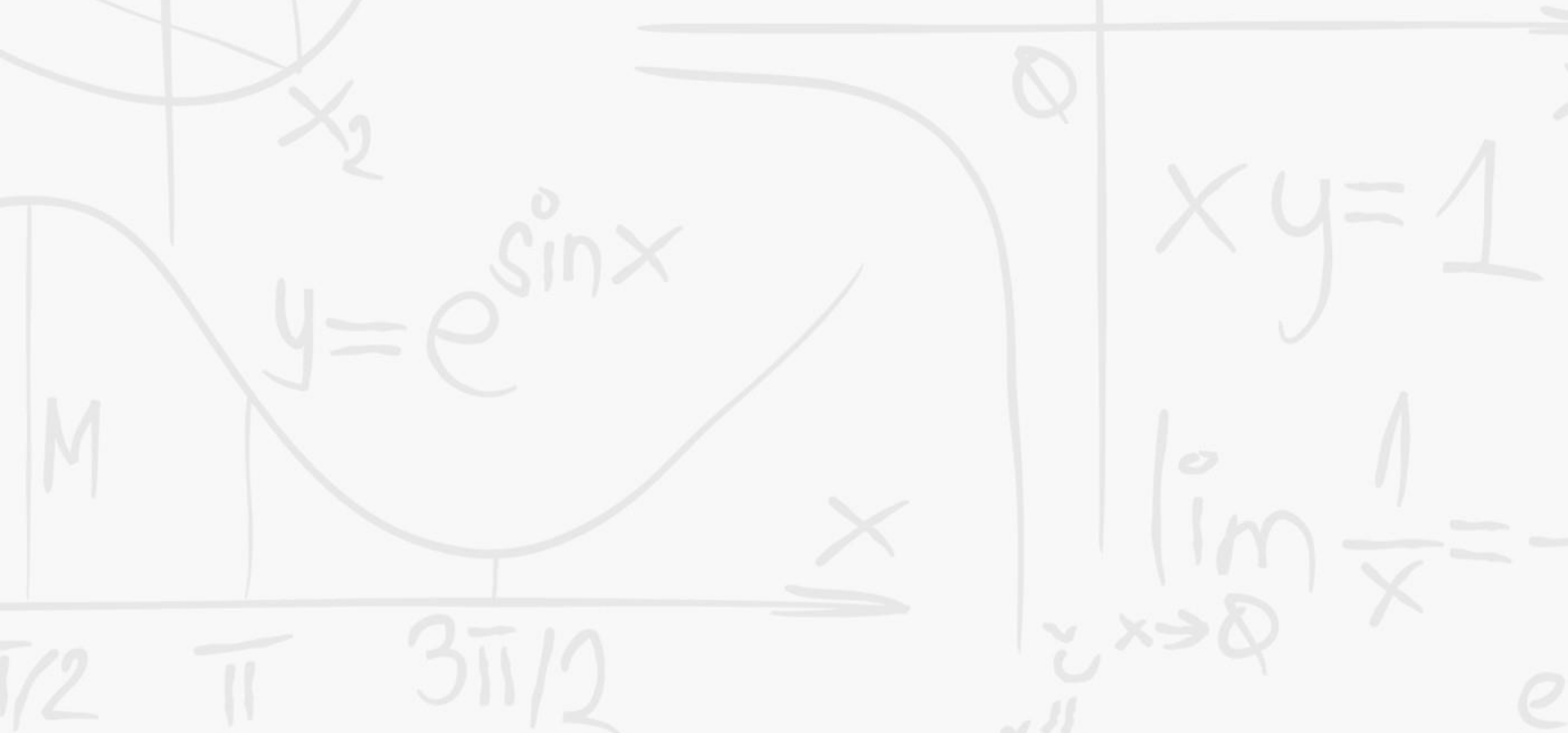
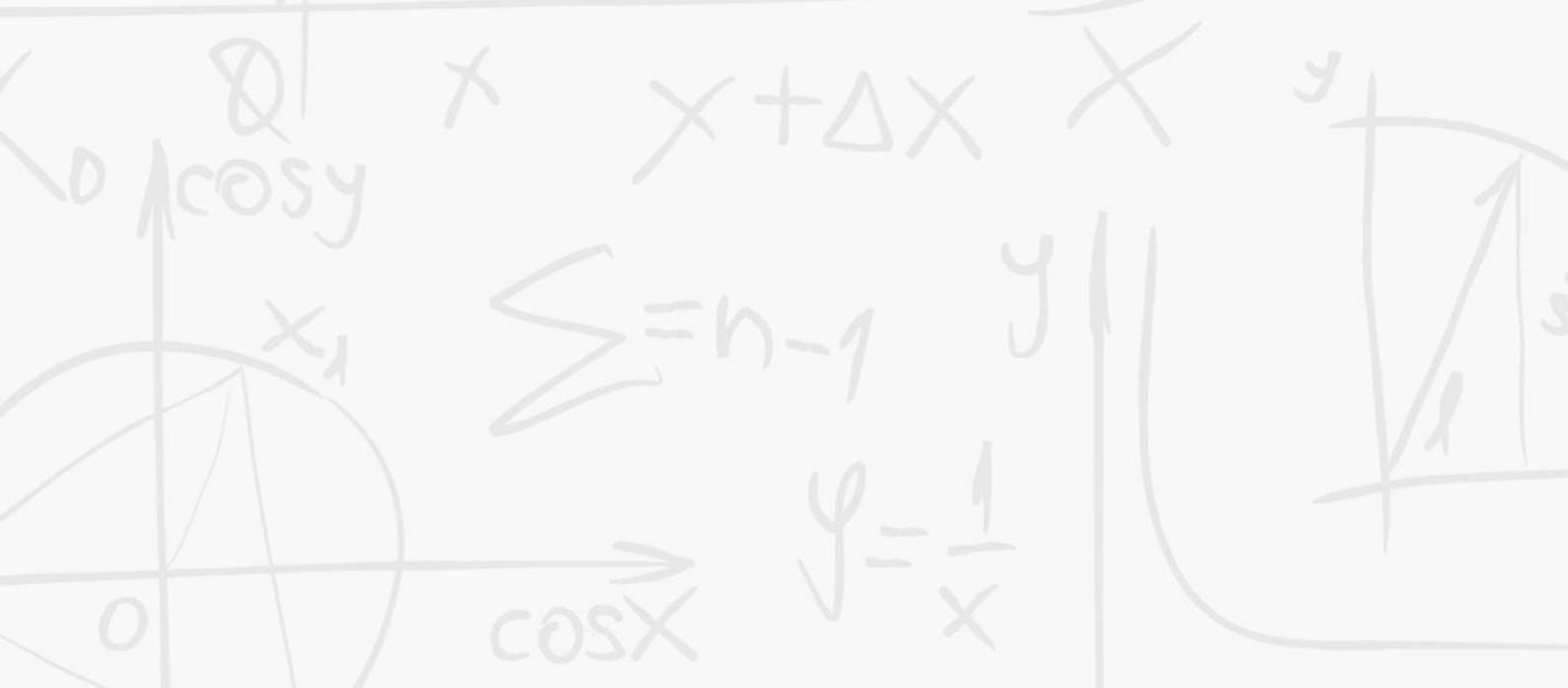
NATUREZA VIVA. **Brasil precisa recuperar 12 milhões de hectares de florestas até 2030**. Disponível em: <https://radios.ebc.com.br/natureza-viva/edicao/2016/brasil-precisa-recuperar-12-milhoes-de-hectares-de-florestas-at%C3%A9-2030>. Acesso em: 20 ago. 2023.

SOUZA, Antonio Carlos Carrera de. **Educação matemática e educação ambiental: possibilidades de uma pedagogia crítica**. In: *Presente! Revista de educação*. Centro de Estudos e Assessoria Pedagógica. Ano 15 n. 3 (set/2007). Salvador: CEAP, 2007 a. 15, n. 58.





$$\rho = \frac{\rho}{1 - \epsilon c}$$



$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

$e = 2.718$

$y = 2x^2 + 3x$



UDESC
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA