



Produto Educativo

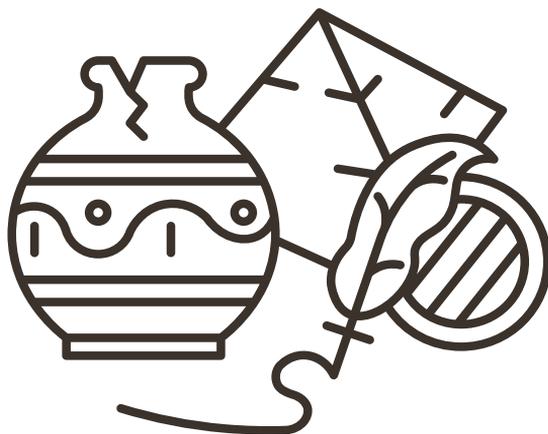
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO:

Oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci

*Lucas Coelho da Silva
Marli Duffles D. Moreira*



JANEIRO/2023



"[...] o conhecimento de história da matemática mostra aos estudantes que a matemática é um empreendimento humano importante. A Matemática não foi criada em forma polida com que aparece nos livros texto, foi antes desenvolvida muitas vezes de forma intuitiva e experimental respondendo à necessidade de resolver problemas."

(KATZ, 2010, p. XII)

Índice

1. Apresentação	3
2. Discussão teórica	5
2.1 Enculturação Matemática	
2.2 História da Matemática como recurso didático	
3. Unidades Básicas de Problematização (UBP)	7
4. Oficinas pedagógicas a partir do livro Liber Abaci	8
5. Atividades propostas	11
6. Sugestões para professores	15
Referências	17



1. APRESENTAÇÃO

Prezados/as professores/as,

Meu nome é Lucas Coelho da Silva. Sou professor de Matemática na Educação Básica há quatro anos. Atualmente leciono para turmas do Ensino Fundamental II e Ensino Médio na Rede Pública Estadual, em Viçosa, Minas Gerais.

Apresento para vocês este Produto Educacional, fruto de minha pesquisa de mestrado com alunos do 3º ano do Ensino Médio, no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Viçosa (PPGECM/UFV) sob a orientação da Profa. Marli Duffles Donato Moreira

Este produto, em formato de caderno didático para professores, apresenta uma proposta de utilização da História da Matemática como recurso didático, com objetivos de: (i) propiciar aos estudantes a apropriação dos objetos matemáticos e, (ii) a construção de uma percepção histórico-cultural da Matemática.

Inicialmente, neste caderno didático, apresentamos uma breve discussão teórica a partir dos temas da pesquisa:

- (I) Enculturação Matemática;
- (II) História da Matemática como recurso didático.



Além disso, utilizamos como recurso metodológico a Unidade Básica de Problematização (UBP).

A seguir, introduzimos Leonardo Fibonacci, autor do livro Liber Abaci e as potencialidades pedagógicas desta obra.

Com o referencial teórico estabelecido, apresentamos as oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci com as atividades propostas aos alunos.

Ao final deste caderno, propomos algumas sugestões para o trabalho nas salas de aula de Matemática.

Com a experiência adquirida em salas de aula da educação básica, tanto em escolas públicas quanto privadas, pude perceber o que o referencial teórico utilizado nesta pesquisa sustenta há muito tempo na educação matemática: o quadro de insucesso escolar na Matemática.

Motivado por esta questão, decidi-me por pesquisar alternativas pedagógicas que colaborassem com a solução deste problema. Assim teve origem o presente trabalho, guiado pela pergunta:

Que contribuições a utilização da história da matemática, a partir da fonte primária Liber Abaci de Leonardo Fibonacci, organizada em uma Unidade Básica de Problematização (UBP), pode trazer à aprendizagem dos alunos do ensino médio numa perspectiva cultural?

Há muito ainda a se pesquisar com relação às potencialidades didáticas da história da matemática na escola básica.

Espero que este caderno seja um incentivo a todos os colegas professores a experimentarem este recurso didático.

Viçosa,
08 de fevereiro de 2023.

Lucas Coelho



2. DISCUSSÃO TEÓRICA

2.1 Enculturação Matemática

Bishop (1991) faz uma crítica contundente ao ensino tradicional da matemática vivenciado na maioria das escolas em todo o mundo. Seguindo uma cartilha que apregoa um tratamento impessoal e homogêneo, nesta forma de ensino, as individualidades dos alunos não são levadas em conta e, ainda, todos os alunos devem aprender a mesma matemática, no mesmo tempo e na mesma profundidade. Desta forma, o currículo escolar é orientado para as técnicas e voltado para aqueles que seguirão carreiras da área das ciências exatas, ou seja, não alcança todos os alunos, portanto é elitista e excludente. Bishop (1991, 1999) propõe, assim, a abordagem cultural para o ensino da matemática: a Enculturação Matemática. Enculturação matemática é o processo de apropriação pelos alunos dos objetos matemáticos construídos ao longo da história humana. É um processo intencional, pessoal (cada aluno constrói seu significado do conteúdo estudado) e interpessoal, ocorre entre várias pessoas que partilham a cultura matemática.

Segundo Moreira (2017, p. 21) “é um processo pessoal de re-criação dos objetos matemáticos que tem como principal objetivo o desenvolvimento de cada aluno.”

Um conceito matemático é construído pelo estudante a partir de conexões estabelecidas entre os significados pré-existentes, o conhecimento escolar e o conhecimento adquirido fora do ambiente institucional. É necessário “valorizar as experiências matemáticas que os alunos trazem para a escola e dar a eles a oportunidade de estabelecerem conexões entre o aprendizado escolar e a vida social” (MOREIRA, 2017, p. 25).

Bishop (1991) concebe a matemática como uma ciência pan-cultural presente na história das diversas civilizações. Assim, o autor defende o ensino a partir de uma perspectiva cultural, considerando a matemática como um conhecimento gerado historicamente, ou seja, com origem em diferentes culturas e épocas, segundo as diferentes necessidades dos povos.



2.2 História da Matemática como recurso didático

Nas últimas décadas, aumentaram o interesse e o desenvolvimento de pesquisas relacionadas à história da matemática, buscando a melhoria do ensino-aprendizagem da matemática (CHAQUIAM, 2017).

Miguel (1997) aponta potencialidades pedagógicas da história da matemática para o ensino. Conforme o autor, a história da matemática pode auxiliar na escolha de métodos pedagógicos mais adequados para o ensino da matemática. Igualmente, Brozelli (1991, p. 65) concebe a história da matemática “não como mero acessório didático, mas como verdadeiro definidor de estratégias pedagógicas.” Além disso, possibilita a promoção do pensamento independente e crítico (MIGUEL, 1997).

Os conteúdos matemáticos, por muitas vezes, são vistos de forma isolada e os alunos não desenvolvem uma compreensão global dos temas estudados. Tanto Brozelli (1991) como Miguel (1997) argumentam sobre o valor da história da matemática como unificador de vários campos da matemática.

Ainda, segundo Miguel (1997), os alunos podem perceber a relação entre a matemática e outros campos como religião, filosofia, biologia entre outros, e auxiliar na compreensão da matemática como criação humana e em pleno desenvolvimento.

Conforme os autores citados, a história da matemática pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem e possui várias potencialidades pedagógicas.

Segundo Brozelli (1991), a lacuna entre a matemática desenvolvida ao longo da história e a matemática atual ensinada nas escolas reforça a ideia de que a mesma é uma ciência pronta e acabada, imutável.

Porém, como as outras ciências, o conhecimento matemático está em constante evolução e com a história da matemática podemos apresentar para os estudantes, segundo Brozelli (1991, p. 1), “uma Matemática viva, em progresso, ou seja, em construção, surge aos olhos dos alunos quando se recorre à História da Matemática”.



3. Unidade básica de Problematização (UBP)

Tavares e Pereira (2016) identificam as Unidades Básicas de Problematização como parte do quadro de metodologias ativas. Conforme Mendes (2017), são denominadas ativas, porque têm como princípio fundamental tomar as ações do aluno como centro da aprendizagem e a utilização da problematização como estratégia de ensino e aprendizagem, com o objetivo de alcançar e motivar o discente, pois diante do problema, ele se detém, examina, reflete, relaciona a sua história e passa a ressignificar suas descobertas. Segundo Miguel e Mendes (2010), uma Unidade Básica de Problematização (UBP) é "um flash memorialístico discursivo que descreve uma prática situada em um determinado campo da atividade humana, e na verdade teria sido usado para esponder à parte necessária de uma comunidade de prática em algum ponto do desenvolvimento dessa atividade na história" (p. 386, tradução nossa).

A partir de um convite roteirizado de investigações em direção à problematização temática, as Unidades Básicas de Problematização direcionam desde a exploração de práticas sociais nas aulas de matemática em um sentido integrado e globalizante (MENDES, 2017).

Muitas UBPs não exigem, inicialmente, conhecimento aprofundado em matemática, porém, podem atingir graus elevados de profundidade, complexidade, sofisticação, sutileza e originalidade pelo seu caráter aberto e para além das fronteiras disciplinares.

Dessa forma, as UBPs, proporcionam ao aluno uma formação como cidadão crítico e agente ativo na sociedade (MENDES; SILVA, 2017) o que está em concordância com Gil e Smith (2020, p. 32)

"tornar-se um agente ativo do processo de construção do conhecimento, buscando por si, e com auxílio do professor (que assumiria o papel de agente facilitador do conhecimento) mecanismos para a resolução de uma determinada problemática estipulada."

As UBPs são um processo interativo e colaborativo em que todos os alunos são capazes de questionamento e de responder coletivamente, conscientes que podem abrir outros caminhos para novas discussões (MIGUEL; MENDES, 2010).

Em conformidade, os alunos terão a autonomia de discutir e resolver as atividades propostas, construindo assim o seu conhecimento e desenvolvendo o ato de pensar (TAVARES; PEREIRA, 2016).

As UBPs possuem enfoque (in)disciplinar, termo utilizado por (MIGUEL; MENDES, 2010), no sentido de transgredir os limites da disciplina. Não estão necessariamente vinculadas a alguma disciplina específica ou pessoa indisciplinada, "mas remete a uma atividade de ensino que não se encontra presa a uma disciplina em específico, sendo ela escolar ou científica" (GIL; SMITH, 2020, p. 31).

4. OFICINAS PEDAGÓGICAS A PARTIR DO LIVRO LIBER ABACI

Leonardo Pisano foi um importante matemático da Idade Média. Nasceu em 1170 em Pisa, na Itália, e viveu até o ano de 1240. Era filho de Guilielmo Bonacci, e por isso tornou-se conhecido popularmente como Fibonacci, filho de Bonacci.

Bonacci trabalhava como funcionário público para os mercadores de Pisa, principalmente em Bugia, cidade portuária no litoral da atual Argélia. O pai levava Fibonacci para as suas viagens e, dessa forma ele foi educado em diferentes lugares, como Egito, Síria, Grécia, Sicília, Provence e Bizâncio, atual Istambul.

Durante as suas viagens, em contato com a cultura e conhecimento local, tornou-se especialista em alguns procedimentos matemáticos, como por exemplo, o método lógico-dedutivo presente na matemática grega e no livro Os Elementos de Euclides, além do procedimento algébrico de Al-Khwarizmi.

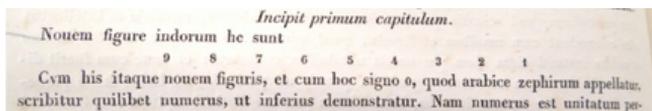


Torre inclinada de Pisa, Itália.

Além disso, Fibonacci compreendeu o método indiano e reconheceu os benefícios do sistema numeral decimal hindu, pela praticidade dos seus algoritmos de cálculo. Este sistema era muito utilizado pelos cientistas muçulmanos, e houve uma tentativa através dos árabes, por meio da Espanha, de introduzir esses algarismos na Europa na segunda metade do século X, porém ele não se popularizou.

Em 1202, Fibonacci com o propósito de apresentar e difundir os algarismos indo-arábicos e as suas operações, publica a primeira versão do seu livro Liber Abaci, e a segunda versão, após revisão, é publicada em 1228.

Fibonacci, no início do primeiro capítulo do Liber Abaci, já apresenta os algarismos indo-arábicos.



Fonte:

<https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-fibonacci-s-liber-abaci>

Em português,

“As nove figuras indianas são
9 8 7 6 5 4 3 2 1

Com esses nove algarismos, e com o sinal 0 que os árabes chamam de zephir, escreve-se qualquer número, como se demonstra a seguir.”

Além da apresentação e popularização do sistema numérico hindu e seus algoritmos, o Liber Abaci é uma obra enciclopédica que trata da matemática conhecida no século XIII sobre aritmética, álgebra e resolução de problemas.

O livro possui 15 capítulos e está dividido em três partes: os capítulos 1 a 7 são destinados à apresentação dos algarismos indo-arábicos e suas operações, os capítulos 8 a 11 são relacionados a problemas envolvendo à matemática comercial da época e os capítulos 12 a 15 são baseados em resoluções de problemas diversos.

Um dos problemas mais conhecidos está presente no capítulo 12, problema 18 do Liber Abaci e apresenta a seguinte questão:

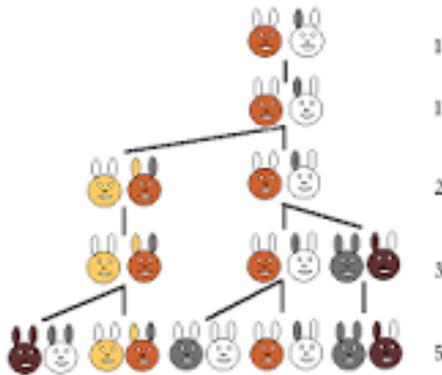
“*Quantos pares de coelhos são gerados por um par de coelhos em um ano?*”

Fibonacci apresenta o seguinte contexto para o problema:

“[...] *um certo homem possui um par de coelhos juntos em um certo ambiente fechado, e um dos seus desejos é saber quantos pares de coelhos são gerados, a partir, do primeiro par até o final do ano.*”

Vale ressaltar algumas condições para esse problema:

- Os coelhos atingiam a maturação sexual após um período de um mês, quando se acasalavam e ao final do segundo mês a fêmea tinha como cria outro casal de coelhos;
- Em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal de coelhos dava origem a um novo casal de coelhos;
- Nenhum coelho morria.



5. ATIVIDADES PROPOSTAS

Conhecendo Fibonacci



- Fibonacci se apropriou dos conceitos matemáticos presentes nas sociedades que conheceu.
- Quais foram esses lugares? Estão localizados em quais países e continentes? Identifique no mapa que você recebeu esses países (colorir).

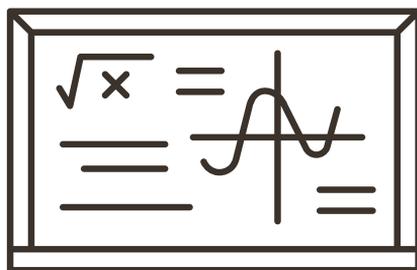
MAPA-MÚNDI PARA COLORIR



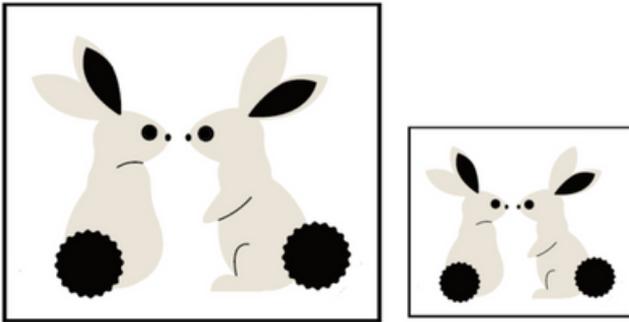
- O que você destaca como mais importante da sua leitura do texto que você recebeu?
- Como você relaciona a Matemática que você aprende na escola com o texto que você recebeu e o documentário que você assistiu? Justifique a sua resposta.

Documentário A história do número 1:
<https://www.youtube.com/watch?v=3rijdn6L9sQ&t=23s>

- Qual é a contribuição de Fibonacci para a Matemática européia?
- Qual é a importância de Fibonacci para a Matemática que aprendemos hoje na escola?



Construindo a sequência de Fibonacci

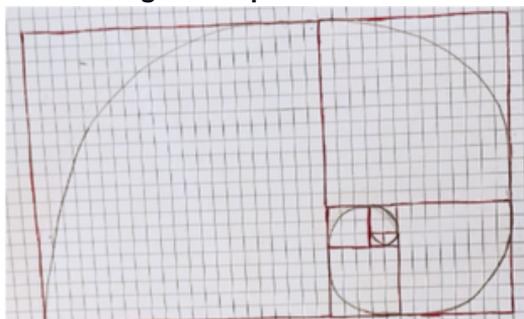


- Qual é a definição de sequência em um dicionário? O que caracteriza uma sequência? Dê exemplos numéricos e não - numéricos.
- Qual é a sequência apresentada no problema dos coelhos do livro Liber Abaci? Para auxiliá- los na construção, utilizem as figuras dos coelhos jovens e adultos.
- Qual é o padrão apresentado no problema dos coelhos do livro Liber Abaci?
- Faça uma pesquisa sobre as aplicações da sequência de Fibonacci no dia-a-dia e discorra com os seus colegas os resultados da pesquisa.

Investigando a relação entre a sequência de Fibonacci e o número de ouro

- Construa o retângulo de Fibonacci e a espiral de Fibonacci em uma malha quadriculada. Em cada passo, registre o valor do perímetro e da área do retângulo.
- Em cada passo, o que você observa entre a razão do maior lado pelo menor lado do retângulo? De que maneira isso se relaciona com a sequência de Fibonacci?
- Faça uma pesquisa sobre o número encontrado, quais são as denominações e aplicações? Qual é o seu valor aproximado?
- Utilize o retângulo de Fibonacci e/ou a espiral de Fibonacci que você desenhou para criar a sua arte.
- Quais são as ocorrências na natureza que você observa esse modelo de crescimento em espiral?

Retângulo e espiral de Fibonacci



Trabalho construído por um estudante

6. SUGESTÃO PARA PROFESSORES

Com a leitura da Unidade Básica de Problematização (UBP), cria-se uma rede de conceitos e conexões com outras áreas de conhecimento, facilitando o trabalho entre professores de diferentes disciplinas.

Ademais, as oficinas são investigativas e se baseiam em problematizações, permitindo ao aluno um processo intencional, pessoal e interpessoal de re-criação dos objetos matemáticos.

O professor pode apresentar problematizações históricas e contextualizá-las para a experiência dos alunos, que podem levar questionamentos para a sala de aula.

Por exemplo, na oficina baseada no Liber Abaci, foi trabalhado com os alunos conteúdos como sequências, sequência de Fibonacci, formas geométricas (retângulo e quadrado), perímetro e área, razão e número de ouro (veja o mapa mental abaixo).

No entanto, o professor pode adaptar os conteúdos de acordo com as necessidades dos seus estudantes, aprofundando em temas mais complexos como espirais, para alunos do ensino superior, ou concentrando-se em números irracionais como o número de ouro no Ensino Fundamental II.

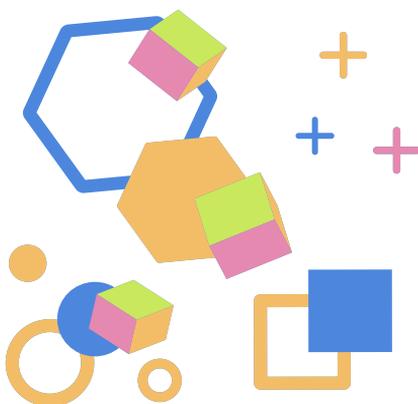


UMA PALAVRA FINAL...

As oficinas pedagógicas realizadas nesta pesquisa foram proveitosas no sentido de apropriação dos objetos matemáticos e na ampliação e solidificação da percepção cultural da matemática pelos estudantes.

Eles puderam conectar conceitos matemáticos com outras áreas do conhecimento, manifestaram retornos positivos e puderam perceber a matemática como algo em desenvolvimento a partir de uma perspectiva histórico-cultural.

Convido a todos vocês, colegas professores, a compartilharem esta experiência com seus alunos.



REFERÊNCIAS

BISHOP, A. J. **Mathematical enculturation**: A cultural perspective on mathematics education. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BROLEZZI, A. C. **A arte de contar**: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática. 1991. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.

CHAQUIAM, M. **Ensaio Temático**: história e matemática em sala de aula. 1. ed. Belém: SBEM-PA, 2017.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática e História da Matemática. In: FANTINATO, M. C. C. B. (Org). **Etnomatemática – novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora Universidade Federal Fluminense, 2009. p. 12-23.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: Elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2013.

D'AMBROSIO, U. **Por que e como ensinar história da matemática**. Rematec 8.12 (2013): 07-21.

LAUNAY, M. **A fascinante história da matemática**. Editora Bertrand Brasil, 2019. p. 11-23

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da história em questão**: argumentos reforçadores e questionadores. Revista Zetetiké, Campinas, v. 5, n. 8, jul/dez. 1997.

Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646848>. Acesso em: 27 maio. 2020

MIGUEL, A. MENDES. I. A. **Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games**. In: ZDM Mathematics Education, n. 42, p. 381-392, 2010.



MOREIRA, M. D. D. **Matemátic@XXI**: Conexões surpreendentes. Novas Edições Acadêmicas, 2017.

PEREIRA, D. E.; GIL, R.. **O USO DE UBPs EM FONTES HISTÓRICAS: APLICAÇÕES NO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 7, n. 20, p. 406-417, 2020.

TAVARES, Marina Oliveira; PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Um estudo sobre a inserção das práticas matemáticas históricas por meio de UBP no ensino de Matemática**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 3, n. 8, p. 60-71, 2016.





Lucas Coelho da Silva

Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa, professor da Escola Estadual Santa Rita de Cássia. Professor de Matemática desde 2019. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa (GEPEMUV).



Marli Duffles D. Moreira

Doutora em Ensino e Divulgação das Ciências - Especialidade em Ensino das Ciências - pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal (2016). Bacharel e Licenciada em Matemática pela Universidade Santa Úrsula (1999). Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2010). Professora Adjunta da Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Matemática e Professora/Orientadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, (PPGECM/UFV). Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa (GEPEMUV).

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO:

Oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci



Viçosa - MG
Fev/2023