

Danielle Santos de Souza

Francisco Roberto Pinto Mattos

O MUNDO É TRI! TRIDIMENSIONAL: ABORDAGEM DE SÓLIDOS PLATÔNICOS UTILIZANDO O GEOGEBRA 3D



Rio de Janeiro, 2023

O MUNDO É TRI! TRIDIMENSIONAL: ABORDAGEM DE SÓLIDOS PLATÔNICOS UTILIZANDO O GEOGEBRA 3D



Danielle Santos de Souza

Prof. Dr. Francisco Roberto Pinto Mattos



**O MUNDO É TRI! TRIDIMENSIONAL: ABORDAGEM DE
SÓLIDOS PLATÔNICOS UTILIZANDO O GEOGEBRA 3D**

1ª Edição



Rio de Janeiro, 2023

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

S729 Souza, Danielle Santos de

O mundo é tri! Tridimensional : abordagem de sólidos platônicos utilizando o geoGebra 3D / Danielle Santos de Souza ; Francisco Roberto Pinto Mattos. 1. ed. - Rio de Janeiro: Imperial Editora, 2023.

62 p.

Bibliografia: p. 62.

ISBN: 978-65-5930-175-1.

1. Geometria – Estudo e ensino. 2. Geometria espacial. 3. Geometria sólida. 4. GeoGebra (Software). 5. Semiótica. 6. Visualização. I. Mattos, Francisco Roberto Pinto. II. Colégio Pedro II. III. Título.

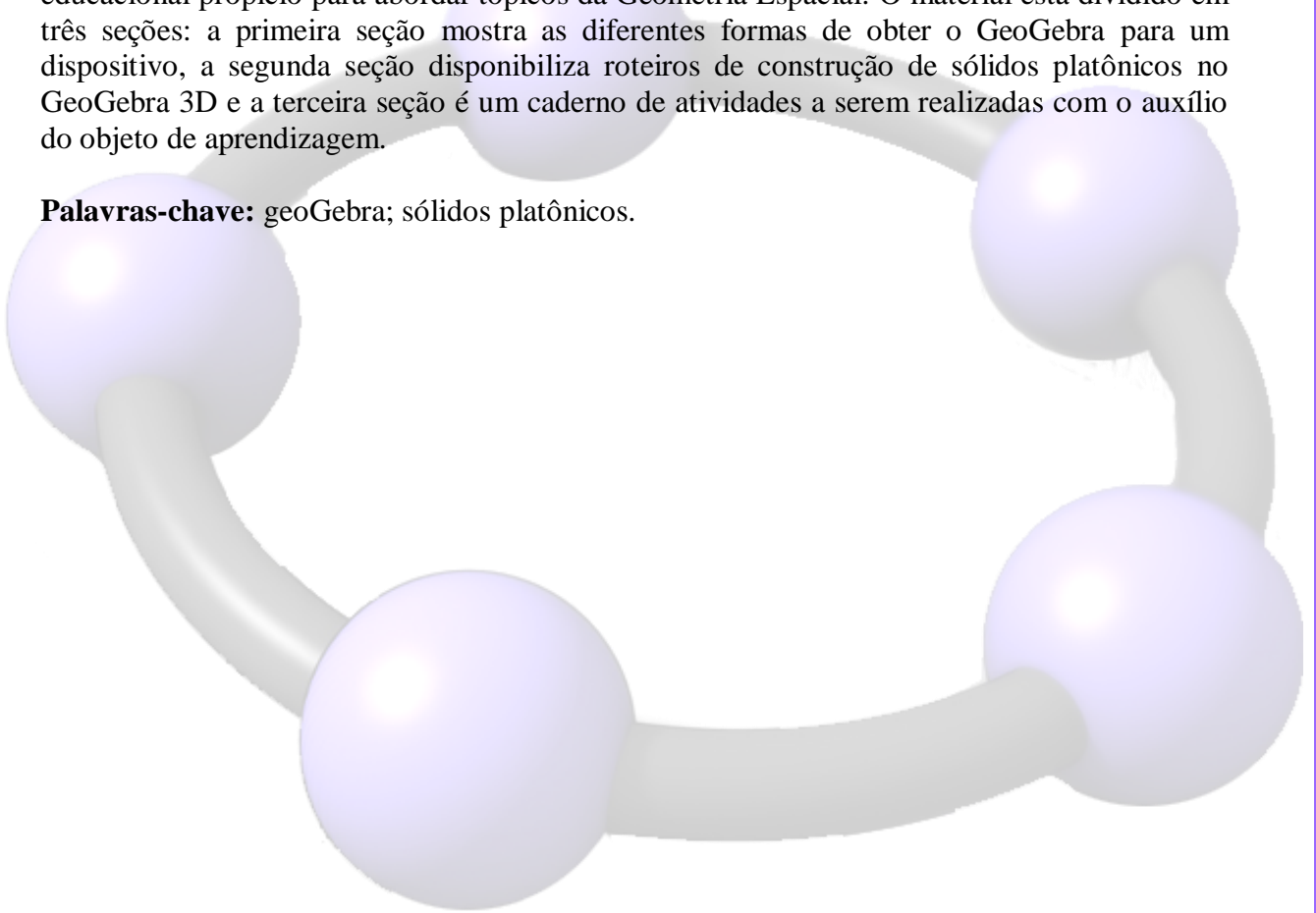
CDD 516

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

RESUMO

O presente trabalho é o produto educacional proveniente da pesquisa de mestrado cuja dissertação tem o título “Alternativas pedagógicas para o ensino de Geometria Espacial: o uso do GeoGebra para abordagem de sólidos geométricos”. A elaboração deste produto educacional foi fundamentada nos dados gerados por meio das aplicações dos instrumentos de pesquisa. O objetivo deste material é instrumentalizar professores de Matemática para utilizar um objeto de aprendizagem, o GeoGebra. Esta é uma ferramenta didática gratuita que apresenta diversas possibilidades pedagógicas para o ensino de Geometria, Álgebra, Cálculo Diferencial etc. Todas as atividades propostas apresentadas neste foram elaboradas para serem executadas com o suporte da janela tridimensional do GeoGebra Clássico 5.0, um ambiente educacional propício para abordar tópicos da Geometria Espacial. O material está dividido em três seções: a primeira seção mostra as diferentes formas de obter o GeoGebra para um dispositivo, a segunda seção disponibiliza roteiros de construção de sólidos platônicos no GeoGebra 3D e a terceira seção é um caderno de atividades a serem realizadas com o auxílio do objeto de aprendizagem.

Palavras-chave: geoGebra; sólidos platônicos.



SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	6
1 COMO OBTER O GEOGEBRA	8
1.1 Para computador (notebook ou desktop)	8
1.2 Para smartphones	11
1.3 Utilizando a plataforma GeoGebra	13
1.1.1 Interfaces do GeoGebra Clássico 5	17
2 ROTEIRO DE CONSTRUÇÕES	20
2.1 Tetraedro	20
2.1.1 Triângulo equilátero	20
2.1.2 Ícone de tetraedro	23
2.2 Hexaedro	25
2.2.1 Quadrado	25
2.2.2 Ícone	28
2.3 Octaedro	29
2.4 Dodecaedro	32
2.5 Icosaedro	35
3 ATIVIDADES PEDAGÓGICAS	38
4 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62

APRESENTAÇÃO

Aprender Geometria é um exercício de cidadania, de acordo com Guimarães (2006). Para o autor, o ensino de Geometria na Educação Básica tem como função trabalhar habilidades que são fundamentais ao longo da vida do indivíduo: lateralidade, raciocínio geométrico, visualização etc. Dentre estas habilidades, o trabalho dará ênfase na visualização, partindo do pressuposto que visualizar um objeto geométrico de forma adequada colabora para uma aprendizagem significativa da Geometria, especialmente da Geometria Espacial.

Ao longo da vida acadêmica, a autora sempre sentiu dificuldade em resolver problemas matemáticos que lhe exigiam visualização geométrica, principalmente os que apresentavam figuras tridimensionais. Depois de concluir a graduação e começar a lecionar, ela identificava a mesma dificuldade que sentiu na maioria dos(as) alunos(as). Ao ingressar no mestrado, encontrou uma oportunidade de estudar sobre o assunto e elaborar algum material cuja proposta fosse contribuir para minimizar tal problema.

Santos (2015) aponta que um dos principais entraves para que os(as) estudantes aprendam Geometria Espacial de maneira significativa, é a forma de representação dos sólidos geométricos nas aulas de Matemática: são entes tridimensionais, porém são comumente representados nas lousas, livros e apostilas em duas dimensões. Segundo o autor, visualizar um sólido geométrico tridimensional a partir das representações gráficas da lousa ou do papel é uma tarefa que exige dos estudantes uma percepção e um raciocínio lógico espacial bem avançado.

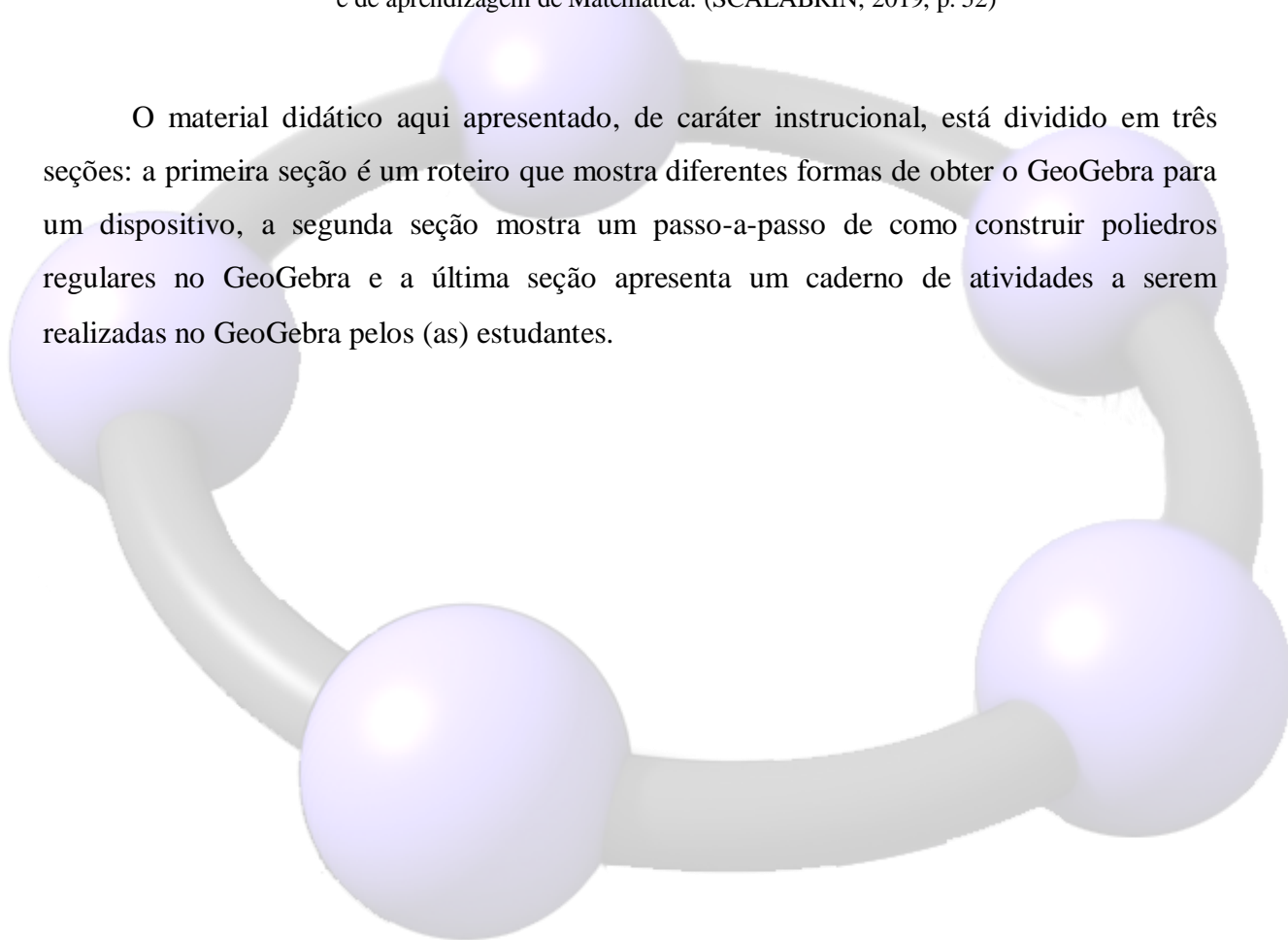
Logo, na pretensão de melhorar o processo de visualização geométrica dos(as) alunos(as), a autora utiliza como suporte pedagógico, o software GeoGebra. O GeoGebra é um objeto de aprendizagem gratuito, que apresenta atividades pedagógicas para diversas áreas da Matemática: Cálculo, Álgebra e Geometria. Pode ser usado na própria plataforma GeoGebra (www.GeoGebra.org), smartphones ou computadores por meio de downloads. Borsoi (2016) elenca os diversos benefícios do emprego do GeoGebra nas aulas.

Suas ferramentas e recursos permitem, por exemplo, criar pontos, retas, planos, prismas, pirâmides, cilindros, cones, esferas etc. Estes objetos podem ser utilizados para realizar construções dinâmicas, das mais simples às mais complexas, e, fazendo-se a manipulação de elementos dos objetos, pode-se analisá-los sob vários pontos de vista. (BORSOI, 2016, p. 14)

Pela facilidade de manuseio, o dinamismo dos objetos construídos, a possibilidade de obter diversas perspectivas do mesmo sólido, o GeoGebra foi escolhido para ser o principal recurso desta proposta de material didático. Scalabrin (2019) também incentiva a utilização do GeoGebra como um recurso didático potente para ensinar Geometria.

Destacamos que explorar os aspectos visuais do GeoGebra com atividades pedagógicas que ofereçam meios para a investigação e experimentação com tecnologias, assume a dimensão heurística, sendo apropriada aos cenários de ensino e de aprendizagem de Matemática. (SCALABRIN, 2019, p. 52)

O material didático aqui apresentado, de caráter instrucional, está dividido em três seções: a primeira seção é um roteiro que mostra diferentes formas de obter o GeoGebra para um dispositivo, a segunda seção mostra um passo-a-passo de como construir poliedros regulares no GeoGebra e a última seção apresenta um caderno de atividades a serem realizadas no GeoGebra pelos (as) estudantes.

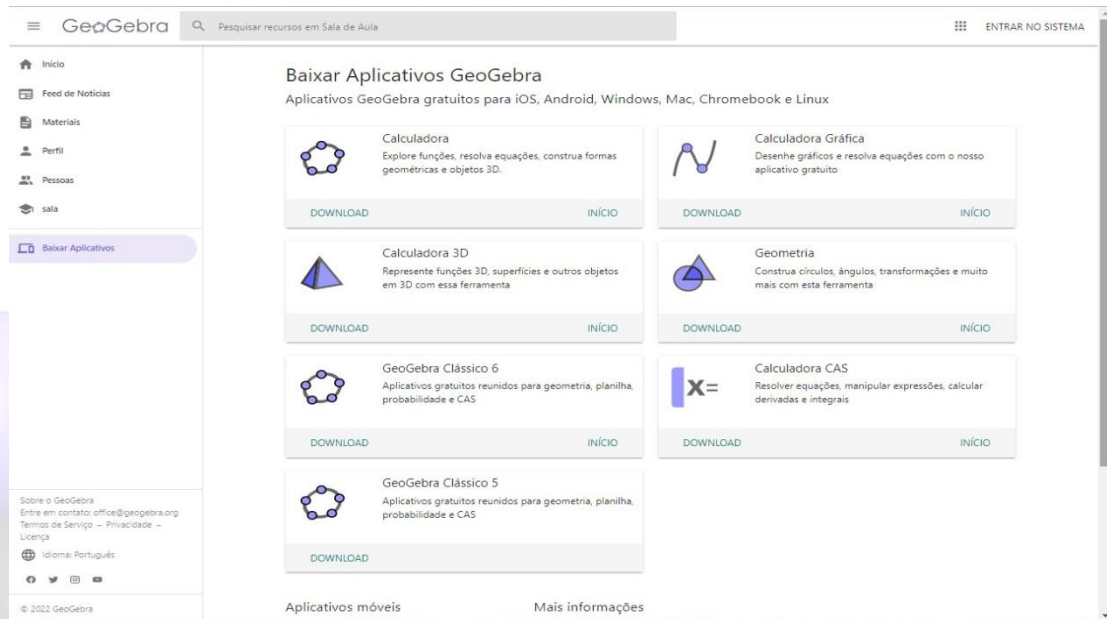


1 COMO OBTER O GEOGEBRA

1.1 Para computador (notebook ou desktop)

Ir até o site www.geogebra.org/download e clicar no download do aplicativo GeoGebra Clássico 5.

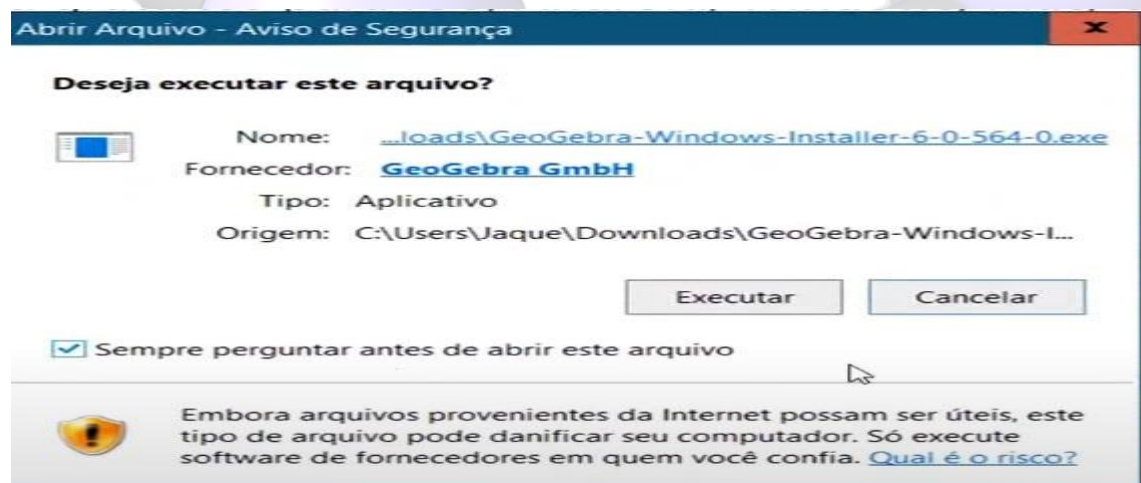
Figura 1- Aba de download da plataforma GeoGebra



Fonte: Os autores, 2022.

O aplicativo solicitará permissão para instalar o arquivo no disco rígido do computador.

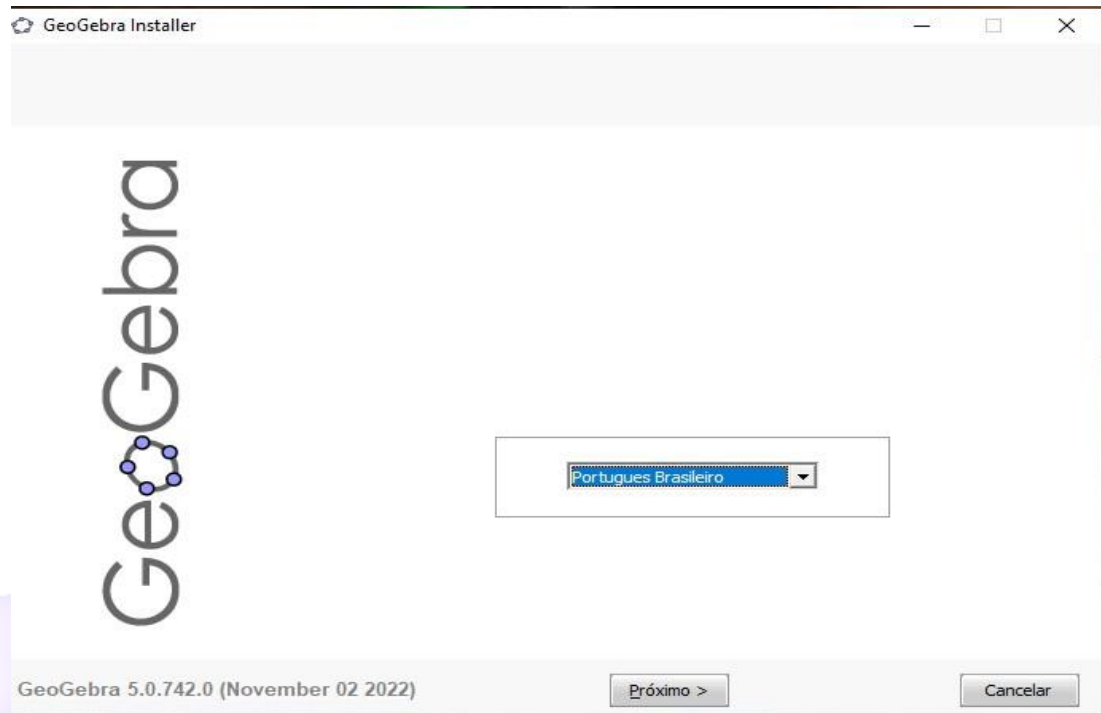
Figura 2 - Permissão para instalação do arquivo



Fonte: Os autores, 2022.

Ao abrir esta caixa de seleção, selecione a versão “Português Brasileiro”.

Figura 3 - Instalação do GeoGebra no computador



Fonte: Os autores, 2022.

A próxima etapa será a apresentação dos termos do aplicativo. Leia os termos e clique em “Eu concordo”.

Figura 4 - Acordo de licença do software



Fonte: Os autores, 2022.

Selecione o primeiro ícone de computador e em seguida, clique em “instalar”.

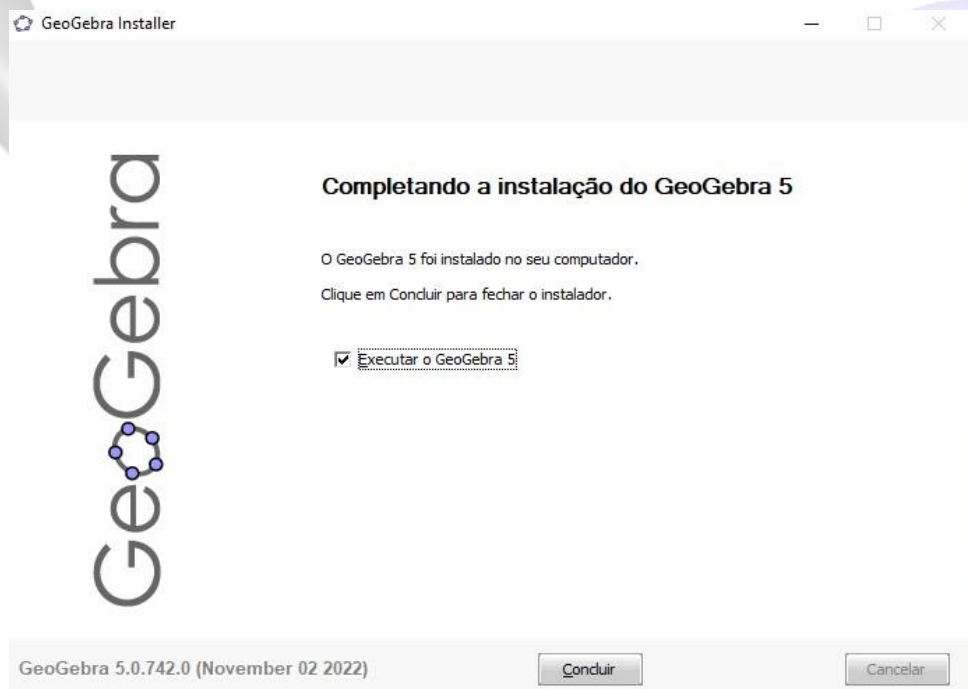
Figura 5 - Seleção de computador para instalação do software



Fonte: Os autores, 2022.

O aplicativo solicitará que você permita a instalação do aplicativo. Clique em “Executar o GeoGebra 5” e em seguida, clique em “Concluir”.

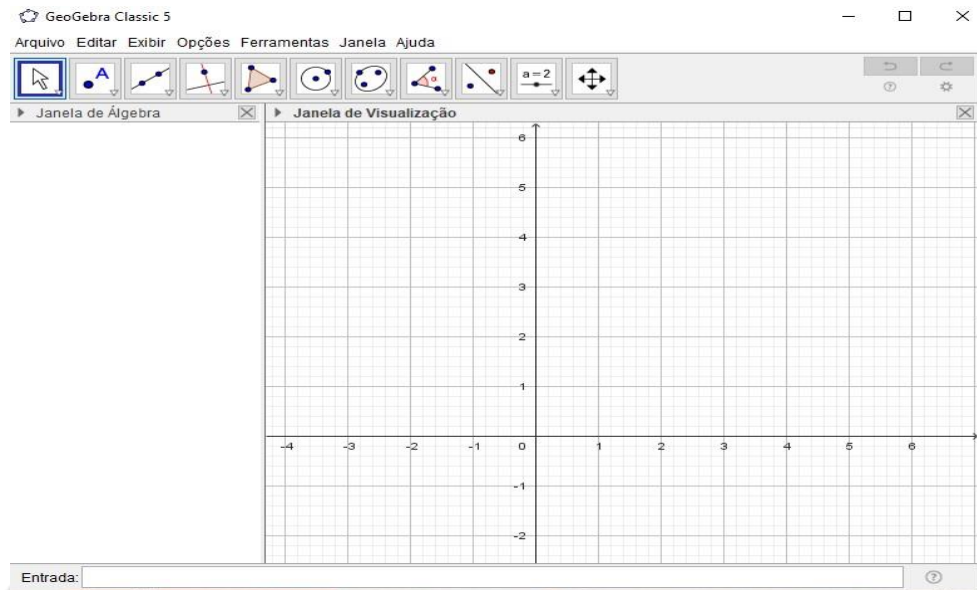
Figura 6 - Conclusão da instalação do GeoGebra 5



Fonte: Os autores, 2022.

Esta será a tela inicial do aplicativo GeoGebra 5 no seu computador.

Figura 7 - Tela inicial do GeoGebra 5 para computador



Fonte: Os autores, 2022.

1.2 Para smartphones

É importante obter o aplicativo para smartphone, pois possibilita a utilização do GeoGebra a qualquer momento, pois o aplicativo funciona offline (sem conexão de internet). A conexão de internet só é necessária para fazer o download do aplicativo. O GeoGebra Clássico 5 funciona tanto em aparelhos de sistemas operacionais Android, quanto em aparelhos de sistemas operacionais IOS. Neste trabalho, na ausência de um aparelho de sistema operacional IOS, constará apenas o passo-a-passo para o download em um aparelho de sistema operacional Android.

Acesse a loja de aplicativos do smartphone.

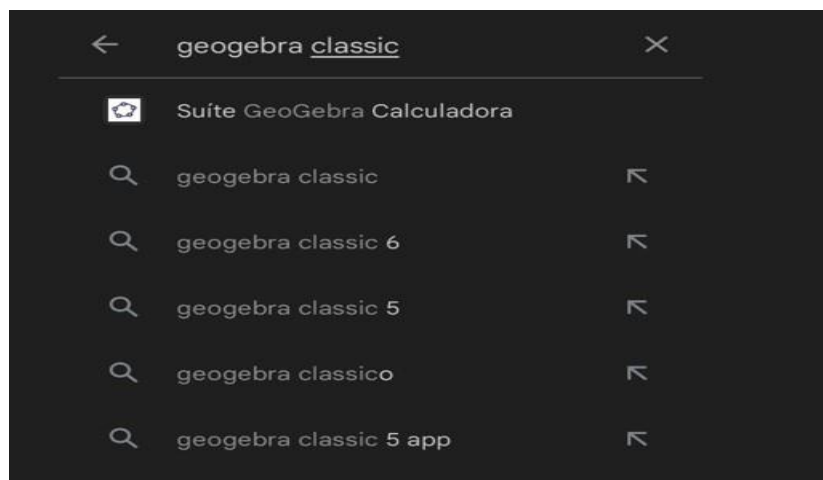
Figura 8 - Logo da loja de aplicativo



Fonte: www.google.com. Acesso em 10 de ago. 2022

Pesquise no buscador da loja de aplicativos pelo GeoGebra Classic 5.

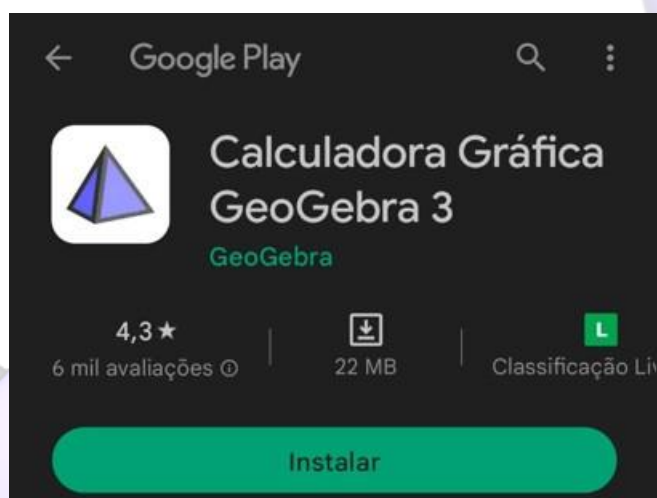
Figura 9 - Busca pelo GeoGebra Classic 5.0



Fonte: Os autores, 2022.

Ao clicar na última opção “geogebra classic 5” aparecerá a Calculadora GeoGebra 3.

Figura 10 - Calculadora Gráfica GeoGebra 3



Fonte: Os autores, 2022.

Instale a Calculadora Gráfica GeoGebra 3.

Figura 11 - Instalando a Calculadora Gráfica GeoGebra 3



Fonte: Os autores, 2022.

Quando a instalação for finalizada, clique em abrir.

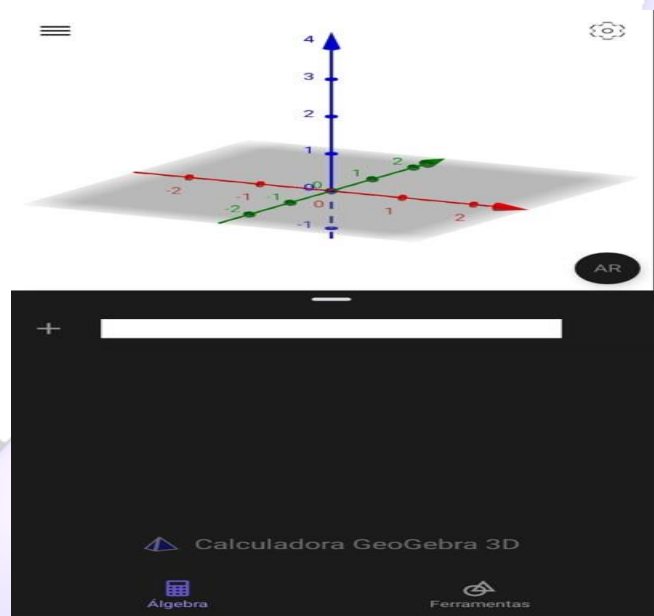
Figura 12 - Abra o aplicativo



Fonte: Os autores, 2022.

A figura abaixo representa a interface inicial da Calculadora Gráfica GeoGebra 3.

Figura 13 - Interface inicial da Calculadora Gráfica GeoGebra 3.



Fonte: Os autores, 2022.

Apesar

de a interface inicial apresentar algumas diferenças em relação a versões do aplicativo para computador e da plataforma GeoGebra.org, a Calculadora Gráfica GeoGebra 3 possui as mesmas funcionalidades que as demais versões, além de uma aba que permite a visualização do sólido geométrico construído em Realidade Aumentada (AR).

1.3 Utilizando a plataforma GeoGebra

Caso você não tenha espaço disponível na memória do seu dispositivo (smartphone, computador de mesa, notebook ou tablet), você pode utilizar o objeto de aprendizagem

GeoGebra Classic 5 através da plataforma GeoGebra. Abra no navegador de internet no seu computador, uma ferramenta de busca.

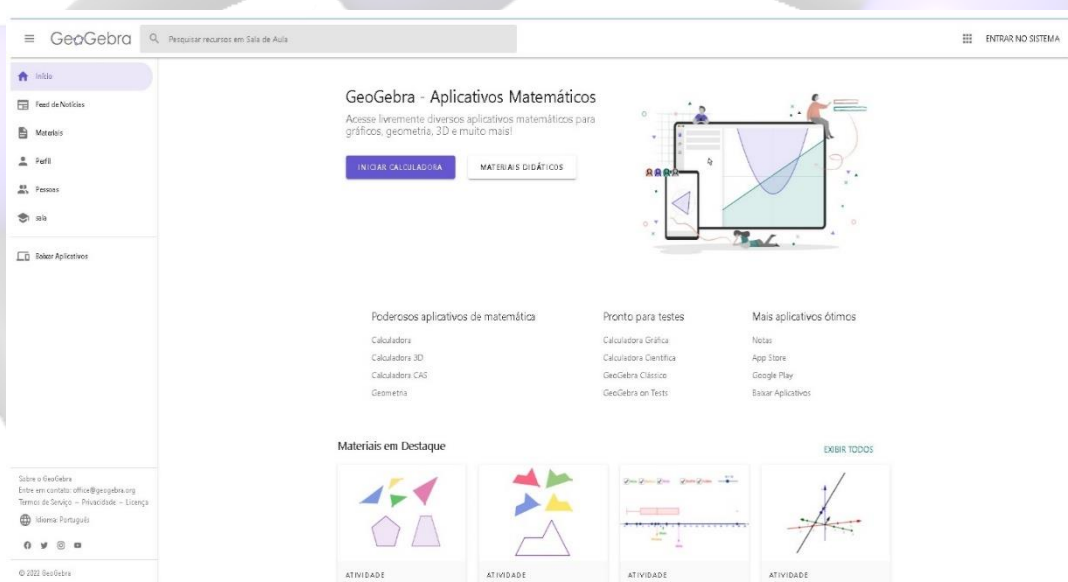
Figura 14 - Ferramentas de busca



Fonte: www.google.com. Acesso em 10 de ago. 2022

Digite o endereço www.geogebra.org

Figura 15 - Acesso a plataforma GeoGebra



Fonte: Os autores, 2022.

Crie uma conta na plataforma. Você pode vincular sua conta GeoGebra a um e-mail do Google, a sua conta no Facebook ou ainda se cadastrar com um nome de usuário e senha. Clique em “ENTRAR NO SISTEMA”.

Figura 16 - Login com e-mail

Faça login com

GOOGLE

FACEBOOK

MAIS

OU

Faça login com a conta GeoGebra

Nome do usuário

senha

Esqueceu a Senha?
Novo na GeoGebra? Criar uma Conta

CANCEL ENTRAR NO SISTEMA

Fonte: Os autores, 2022.

Ao entrar no sistema GeoGebra, vá até a seção “Prontos para testes” e clique em GeoGebra Clássico.

Figura 17 - Página inicial do GeoGebra

GeoGebra

Pesquisar recursos em Sala de Aula

Início

Feed de Notícias

Materiais

Perfil

Pessoas

sala

Baixar Aplicativos

Sobre o GeoGebra
Entre em contato: office@geogebra.org
Termos de Serviço – Privacidade – Licença
Idioma: Português

© 2022 GeoGebra

GeoGebra - Aplicativos Matemáticos

Acesse livremente diversos aplicativos matemáticos para gráficos, geometria, 3D e muito mais!

INICIAR CALCULADORA

MATERIAIS DIDÁTICOS

Poderosos aplicativos de matemática

Calculadora

Calculadora 3D

Calculadora CAS

Geometria

Pronto para testes

Calculadora Gráfica

Calculadora Científica

GeoGebra Clássico

GeoGebra on Tests

Mais aplicativos ótimos

Notas

App Store

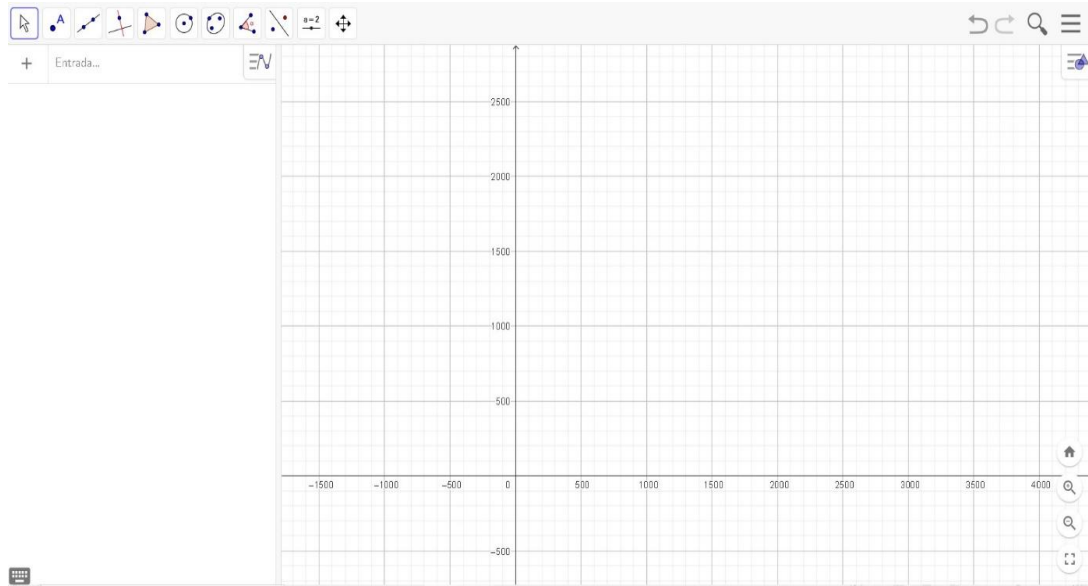
Google Play

Baixar Aplicativos

Fonte: Os autores, 2022.

Na tela inicial do GeoGebra Clássico aparecerão duas janelas: a janela de entrada e a janela 2D (figuras planas).

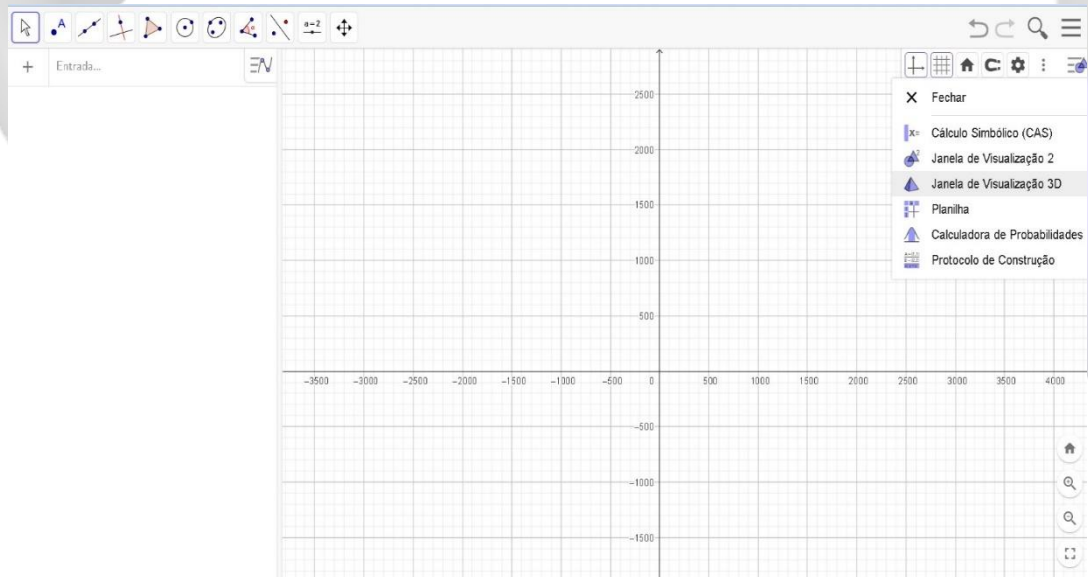
Figura 18 - Janela de entrada e janela 2D do GeoGebra



Fonte: Os autores, 2022.

Para construir os sólidos platônico, você precisará exibir a “Janela de visualização 3D” do GeoGebra Clássico.

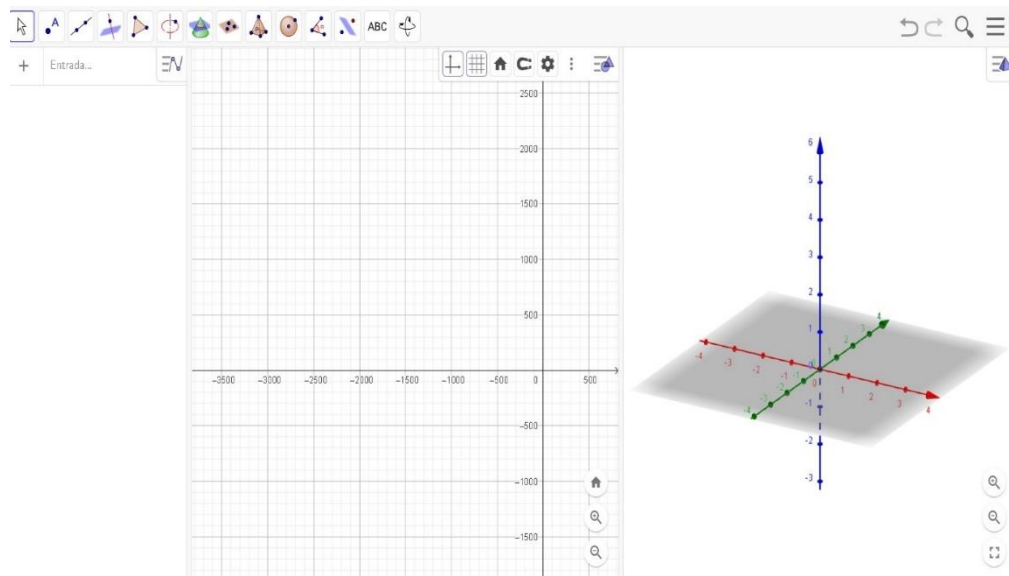
Figura 19 – Acessando a janela 3D do GeoGebra



Fonte: Os autores, 2022.

A página estará pronta para a realização das construções.

Figura 20 - Janela de entrada, janela 2D e 3D do GeoGebra



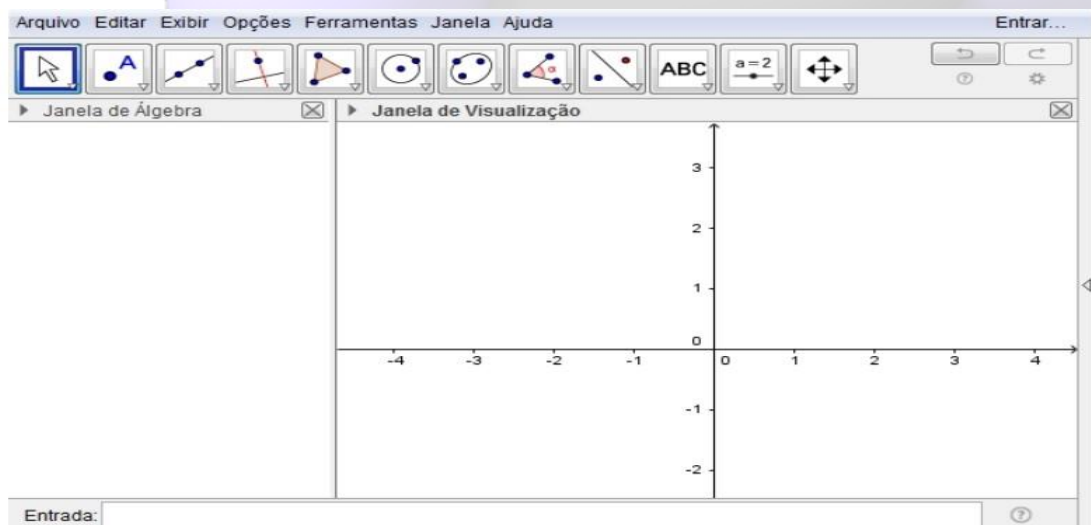
Fonte: Os autores, 2022.

Para orientar melhor em relação ao uso do objeto de aprendizagem, apresento na próxima seção algumas interfaces do GeoGebra Clássico 5 que são utilizadas neste trabalho.

1.4 Interfaces do GeoGebra Clássico 5.0

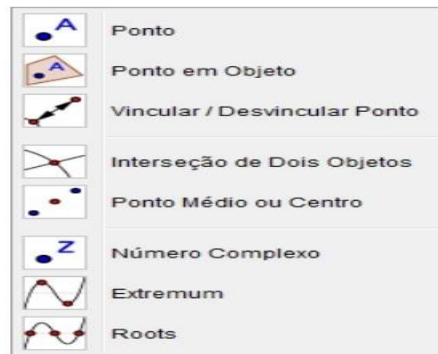
Para orientar melhor em relação ao uso do objeto de aprendizagem, apresento nesta seção algumas interfaces do GeoGebra Clássico 5 que são utilizadas neste trabalho. Para encontrar maiores detalhes a respeito de cada menu e função do GeoGebra, sugiro a leitura do manual tutorial GeoGebra, referenciado ao final deste produto educacional.

Figura 21 - Barra de menus, ferramentas, Janelas de Álgebra, visualização e entrada.



Fonte: Os autores, 2022.

Figura 22 - Barra de ferramentas/ grupo 1



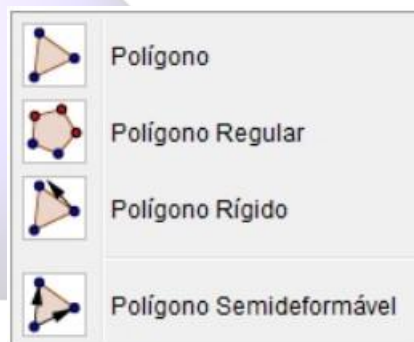
Fonte: Os autores, 2022.

Figura 23 - Barra de ferramentas/ grupo 2



Fonte: Os autores, 2022.

Figura 24 - Barra de ferramentas/ grupo 3

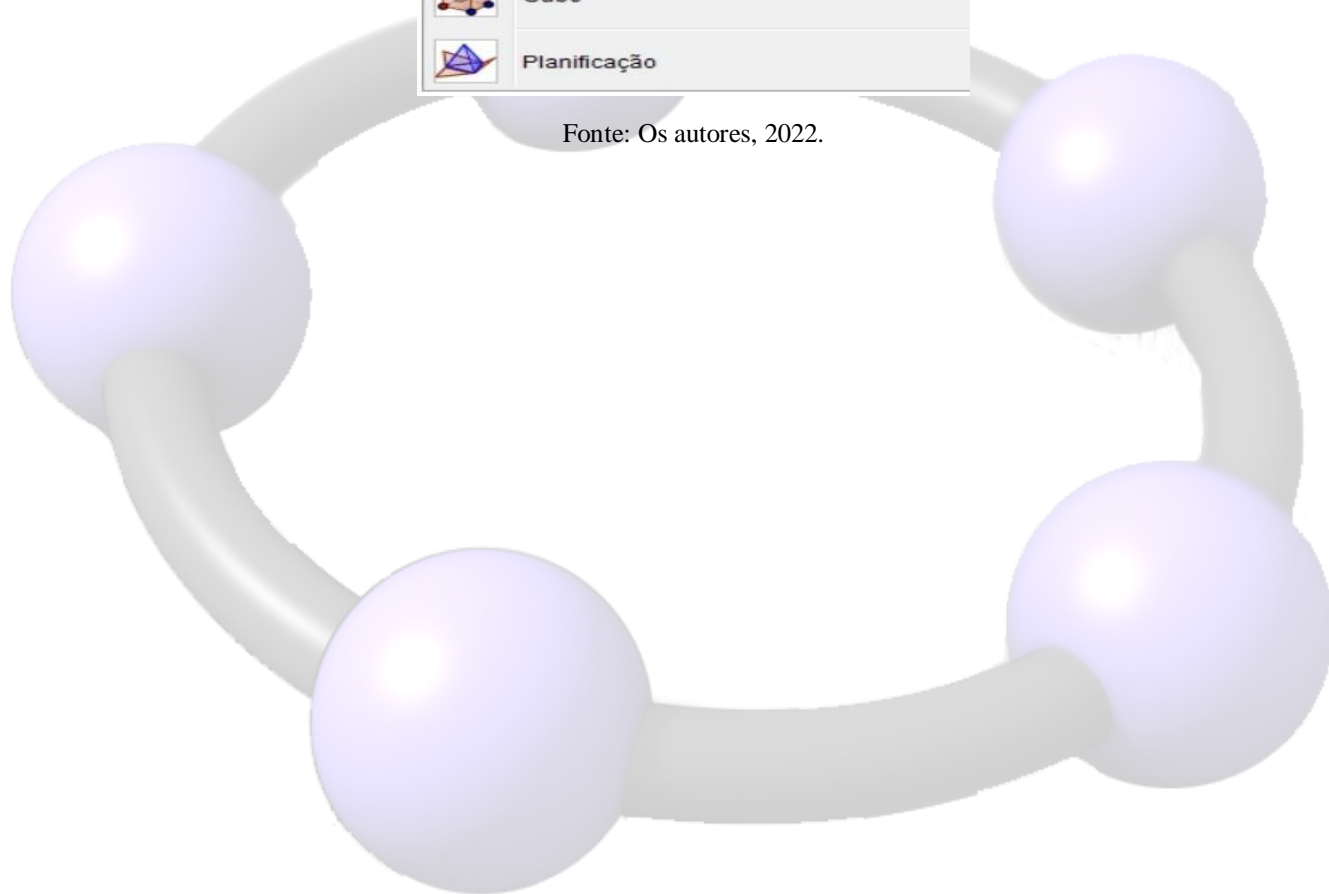


Fonte: Os autores, 2022.

Figura 25 - Barra de ferramentas/ grupo 4



Fonte: Os autores, 2022.



2 ROTEIRO DE CONSTRUÇÕES

O principal objetivo desta seção do produto é apresentar propostas pedagógicas ancoradas na janela tridimensional do GeoGebra para trabalhar conceitos, relações e propriedades referentes aos poliedros regulares em sala de aula. A saber são estes os poliedros: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Abaixo, seguem os protocolos de construção de cada sólido platônico na janela 3D do GeoGebra. Este roteiro apresenta o passo-a-passo para construir apenas os poliedros regulares, porém é possível confeccionar outros sólidos geométricos: pirâmides, prismas, esferas, cones, cilindros, etc. Através da janela 3D do GeoGebra.

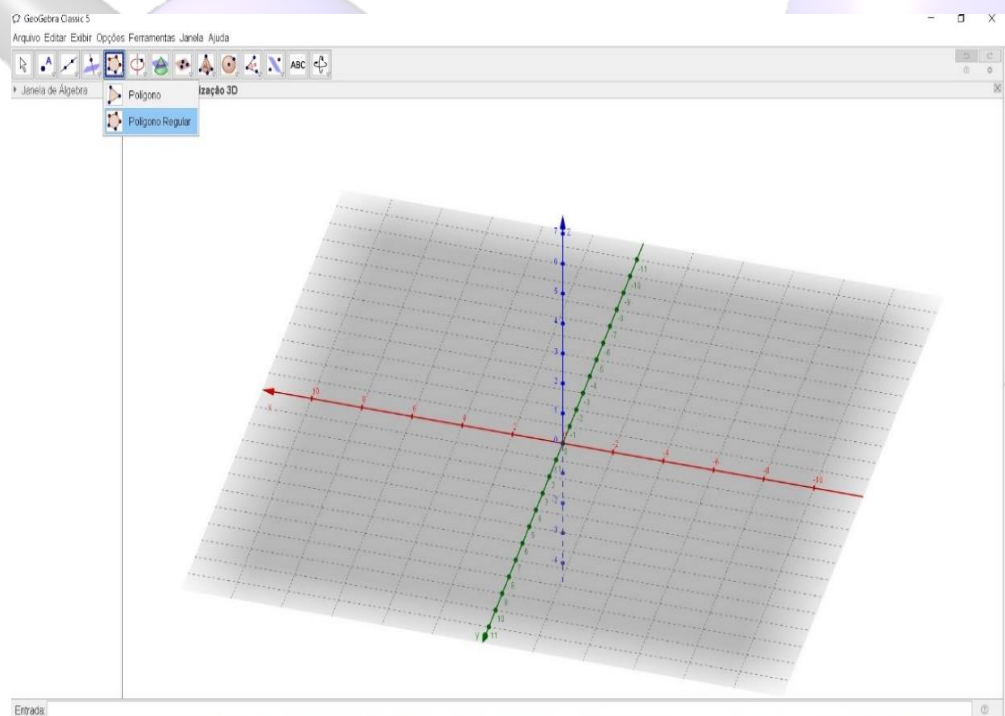
2.1 Tetraedro

Aqui estão apresentadas duas formas diferentes de construir um tetraedro regular no GeoGebra Clássico 5: através da construção de um triângulo equilátero ou utilizando o ícone de tetraedro do aplicativo.

2.1.1 Triângulo equilátero

Clicar no ícone polígono regular. Será exibida a mensagem “Selecione primeiro dois pontos e, depois entre com o número de vértices”.

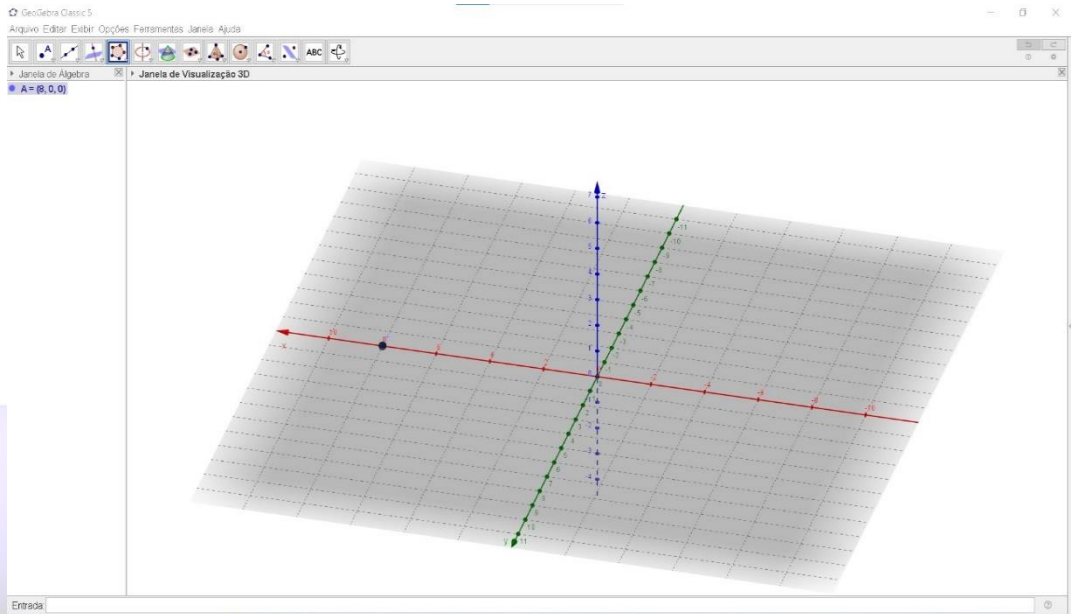
Figura 26 - Janela 3D do GeoGebra



Fonte: Os autores, 2022.

Clicar no ícone polígono regular. Será exibida a mensagem “Selecione primeiro dois pontos e, depois entre com o número de vértices”. Marcar o ponto A. Para esta construção foi escolhido o ponto $A = (-8, 0, 0)$.

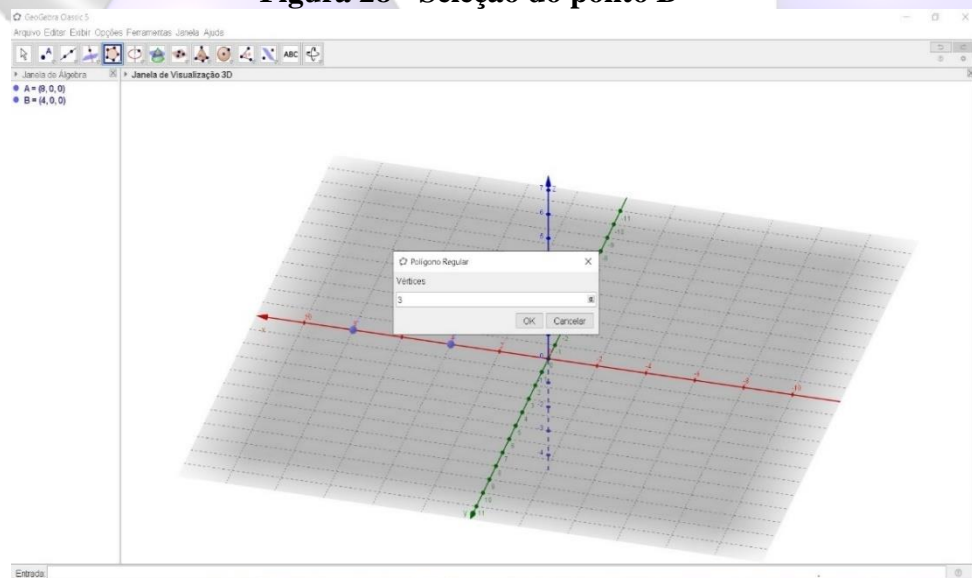
Figura 27 - Seleção do ponto A



Fonte: Os autores, 2022.

Marcar o ponto B e escolher 3 no número de vértices. Para este poliedro foi escolhido o ponto $B = (-4, 0, 0)$. O número de vértices é 3, pois o polígono da base do tetraedro é um polígono de 3 vértices, ou seja, um triângulo.

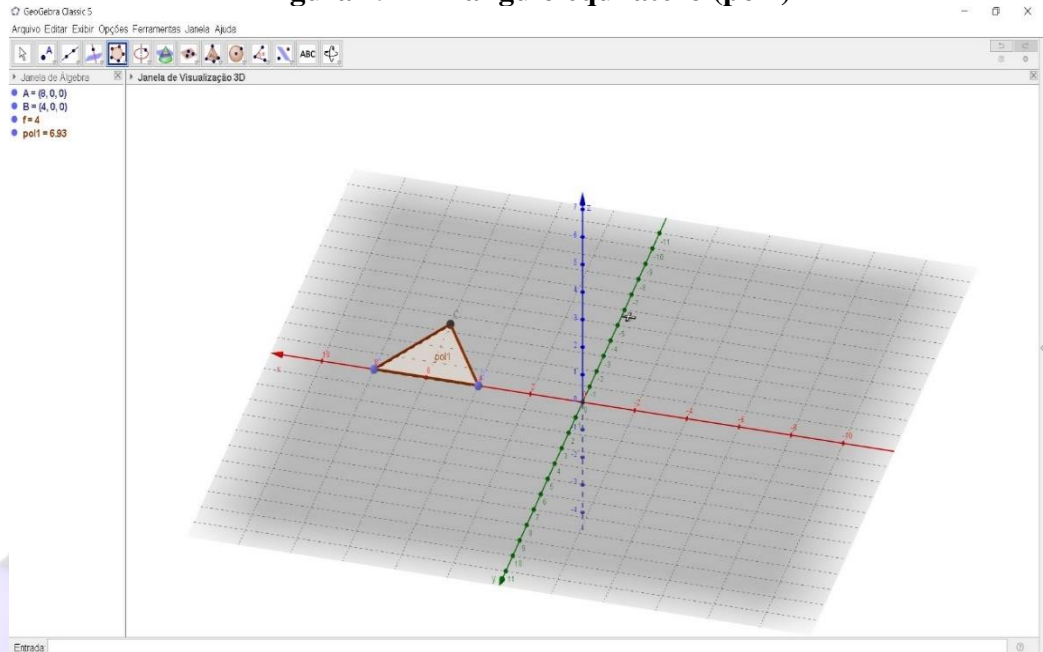
Figura 28 - Seleção do ponto B



Fonte: Os autores, 2022.

Ao clicar em ok, o triângulo equilátero (pol1) estará pronto.

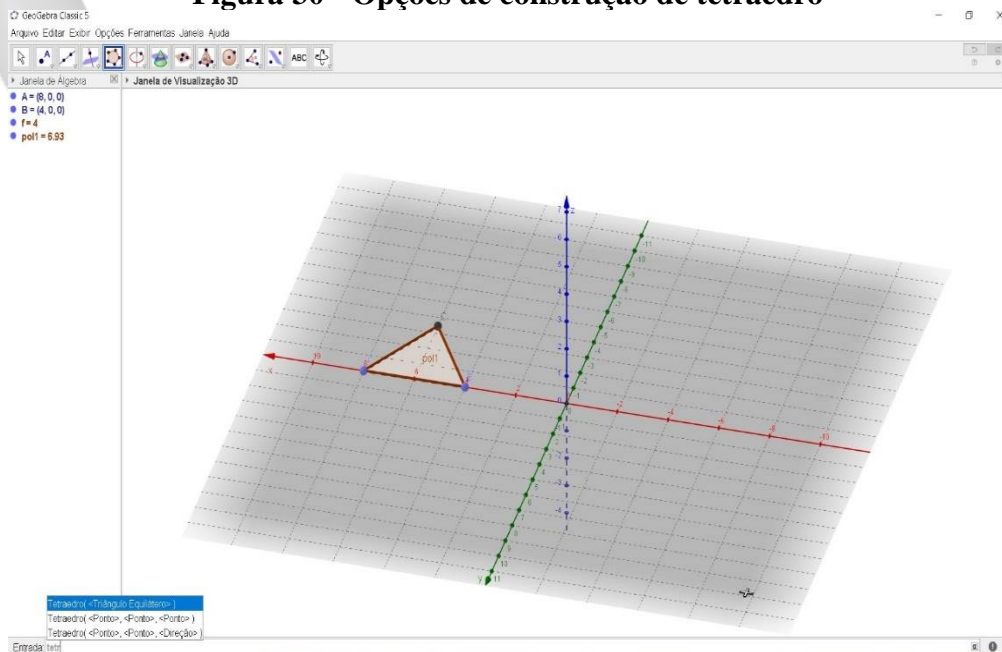
Figura 29 - Triângulo equilátero (pol1)



Fonte: Os autores, 2022.

Siga o mouse até a janela de entrada, no rodapé do aplicativo e digite Tetraedro na janela de entrada. Serão exibidas 3 opções de construção na janela de entrada.

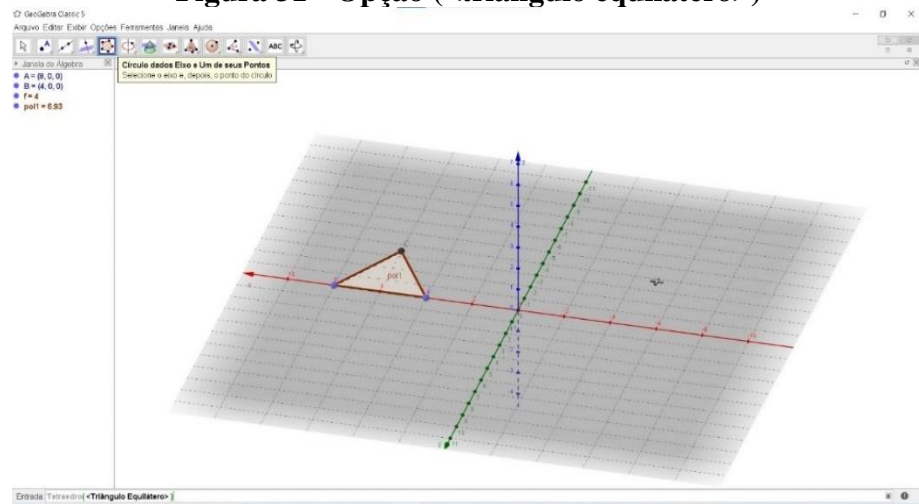
Figura 30 - Opções de construção de tetraedro



Fonte: Os autores, 2022.

Escolha a 1ª opção Tetraedro (<triângulo equilátero>).

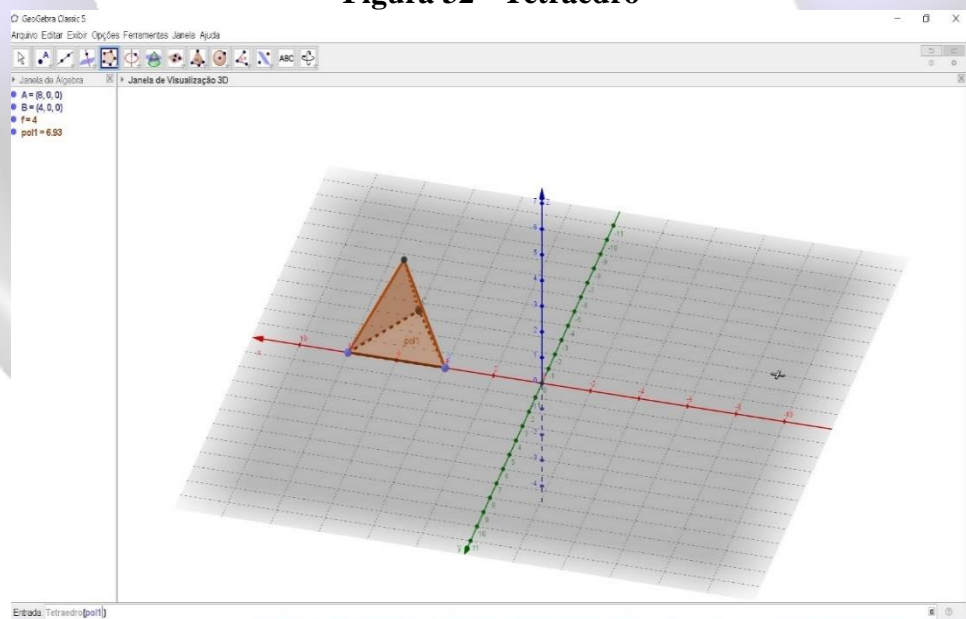
Figura 31 - Opção (<triângulo equilátero>)



Fonte: Os autores, 2022.

Na sentença escrita na janela de entrada, substituir a expressão <triângulo equilátero> por <pol1> na janela de entrada. O tetraedro estará pronto.

Figura 32 - Tetraedro

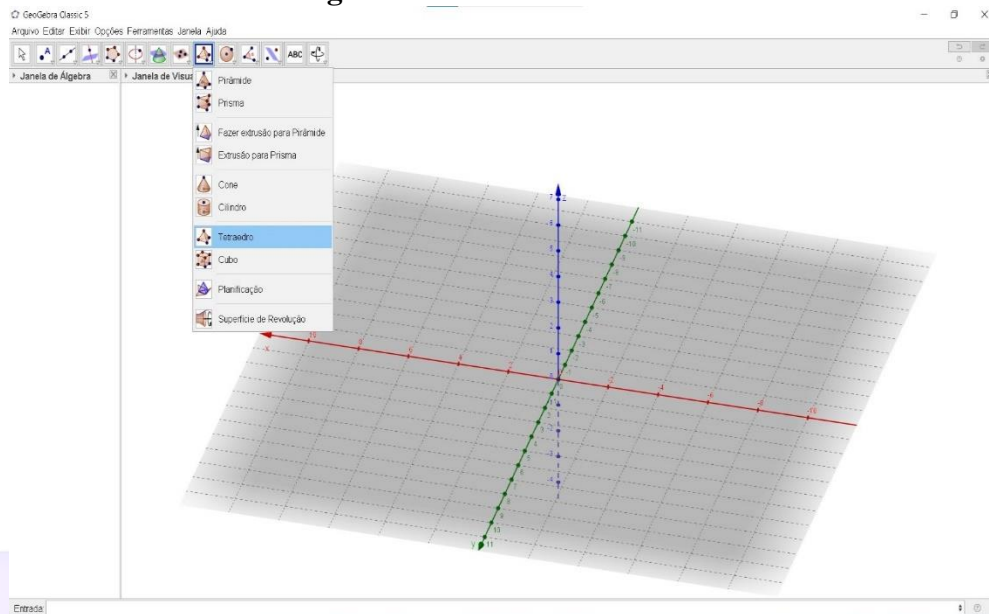


Fonte: Os autores, 2022.

2.1.2 Ícone de tetraedro

Clicar no ícone Tetraedro.

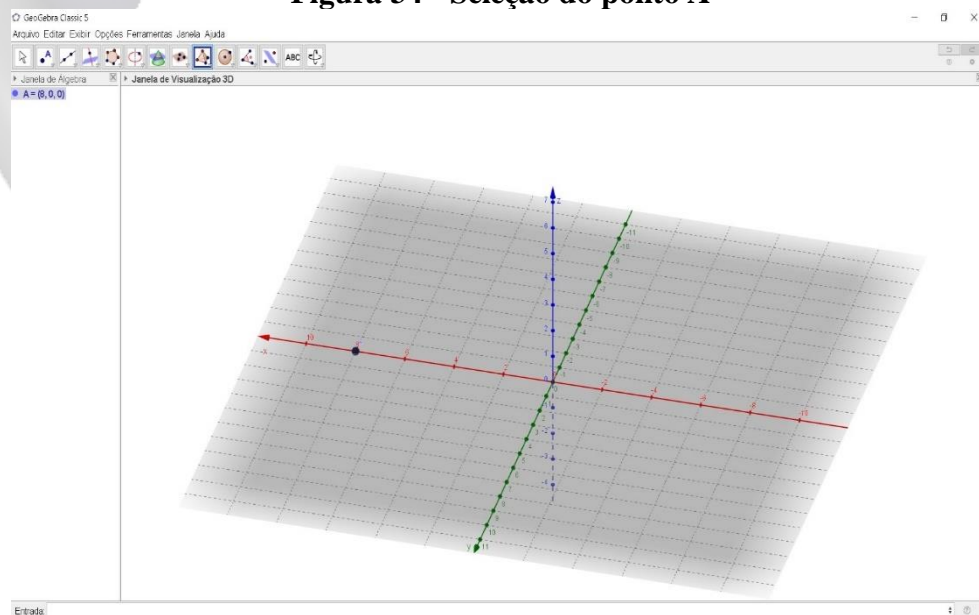
Figura 33 - Ícone de tetraedro



Fonte: Os autores, 2022.

Marcar o ponto A. Para esta construção foi escolhido o ponto A $(-8, 0, 0)$.

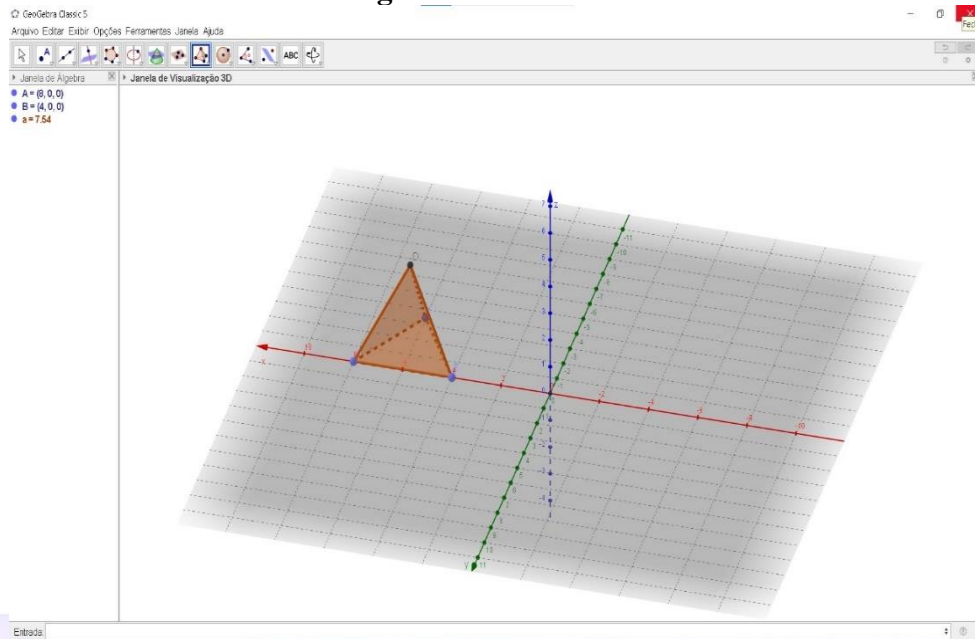
Figura 34 - Seleção do ponto A



Fonte: Os autores, 2022.

Marcar o ponto B. Para este poliedro foi escolhido o ponto $B = (-4, 0, 0)$. O tetraedro estará pronto.

Figura 35 - Tetraedro



Fonte: Os autores, 2022.

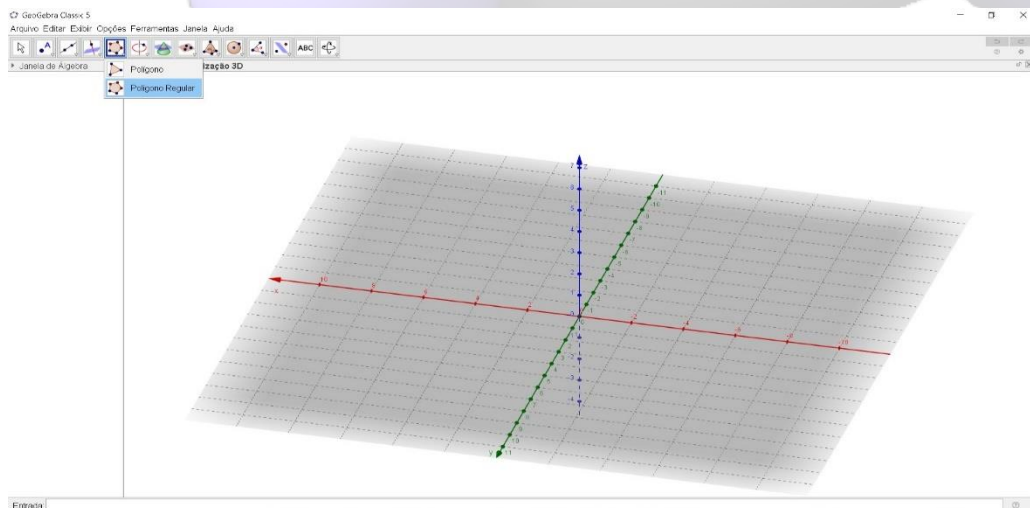
2.2 Hexaedro

São apresentados aqui dois protocolos de construção para o hexaedro regular, comumente chamado de “cubo”: Através da construção de um quadrado e pelo ícone de cubo do aplicativo.

2.2.1 Quadrado

Clicar em polígono regular. Será exibida a mensagem “Selecione primeiro dois pontos e, depois entre com o número de vértices”.

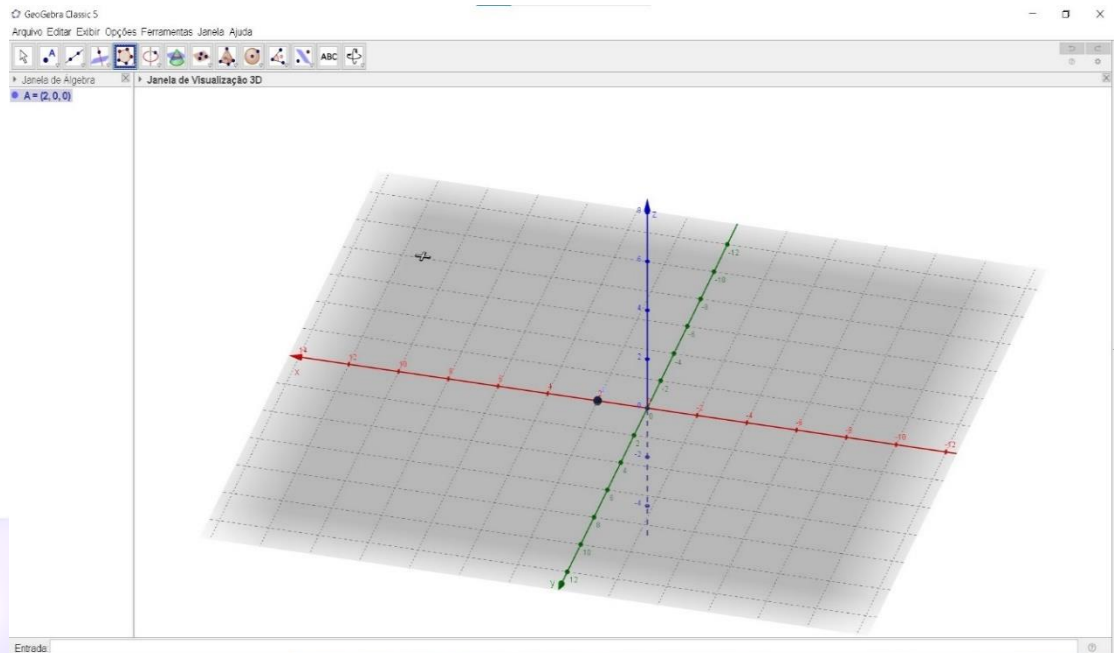
Figura 36 - Janela 3D do GeoGebra



Fonte: Os autores, 2022.

Marcar o ponto A. Para esta construção foi escolhido o ponto $A = (-2, 0, 0)$

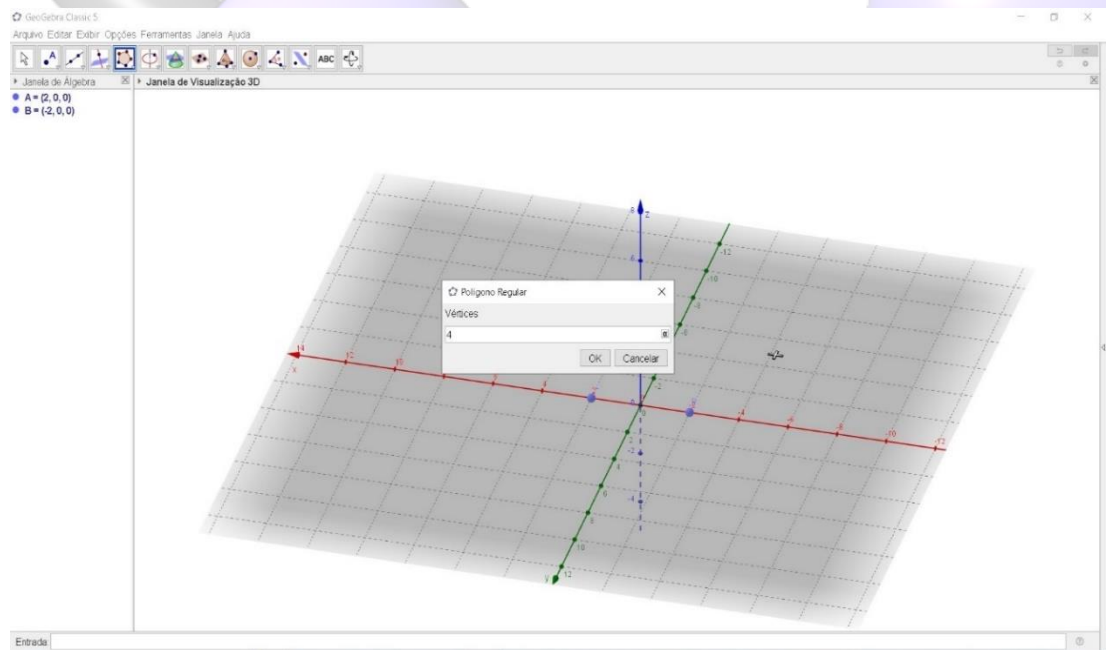
Figura 37 - Seleção do ponto A



Fonte: Os autores, 2022.

Marcar o ponto B e escolher 4 no número de vértices. Para este poliedro foi escolhido o ponto $B = (2, 0, 0)$. O número de vértices é 4, pois o polígono da base do tetraedro é um polígono de 4 vértices, ou seja, um quadrado.

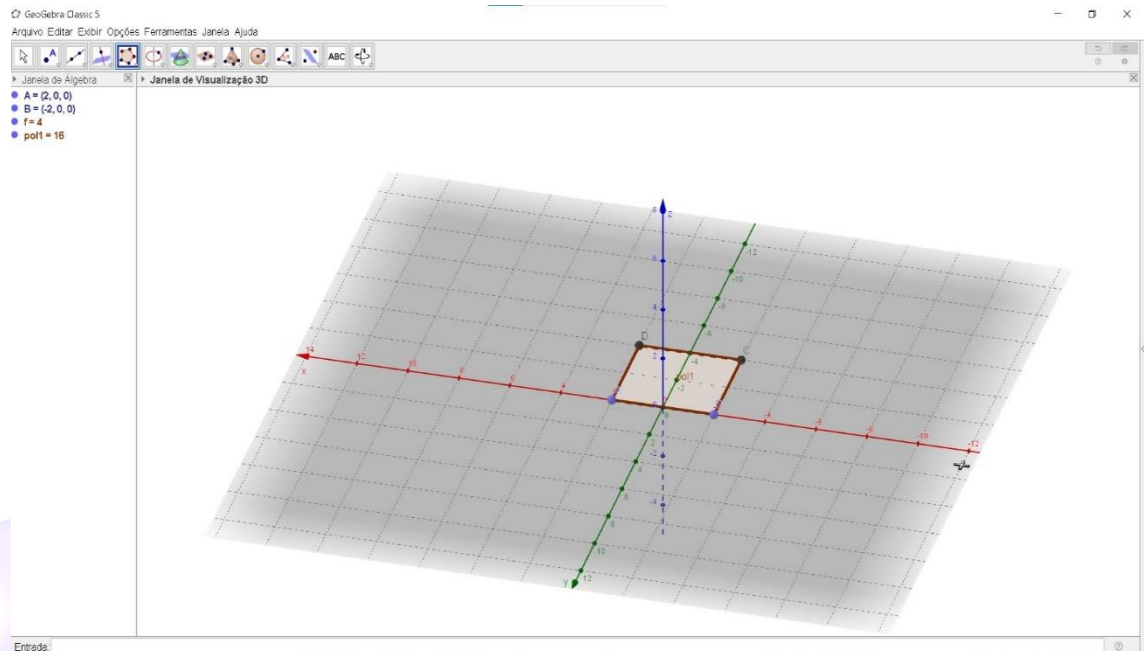
Figura 38 - Número de vértices do polígono da base



Fonte: Os autores, 2022.

O quadrado pol1 estará pronto.

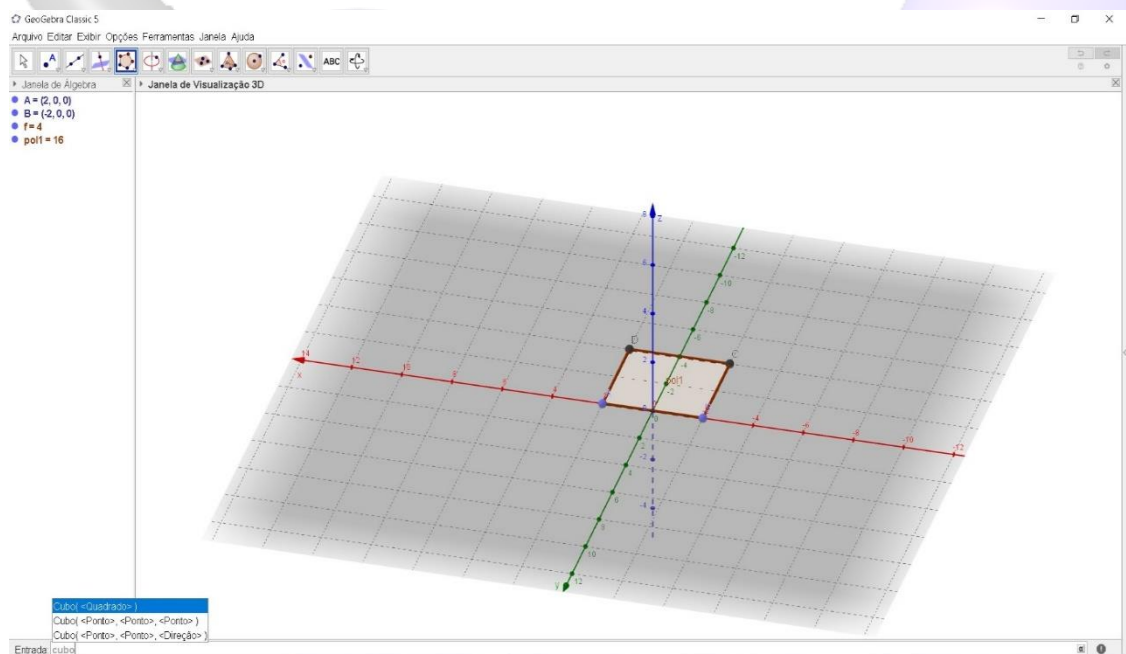
Figura 39 - Polígono da base



Fonte: Os autores, 2022.

Na sentença escrita na janela de entrada, no rodapé da página, digite Cubo e selecione a opção cubo (<quadrado>).

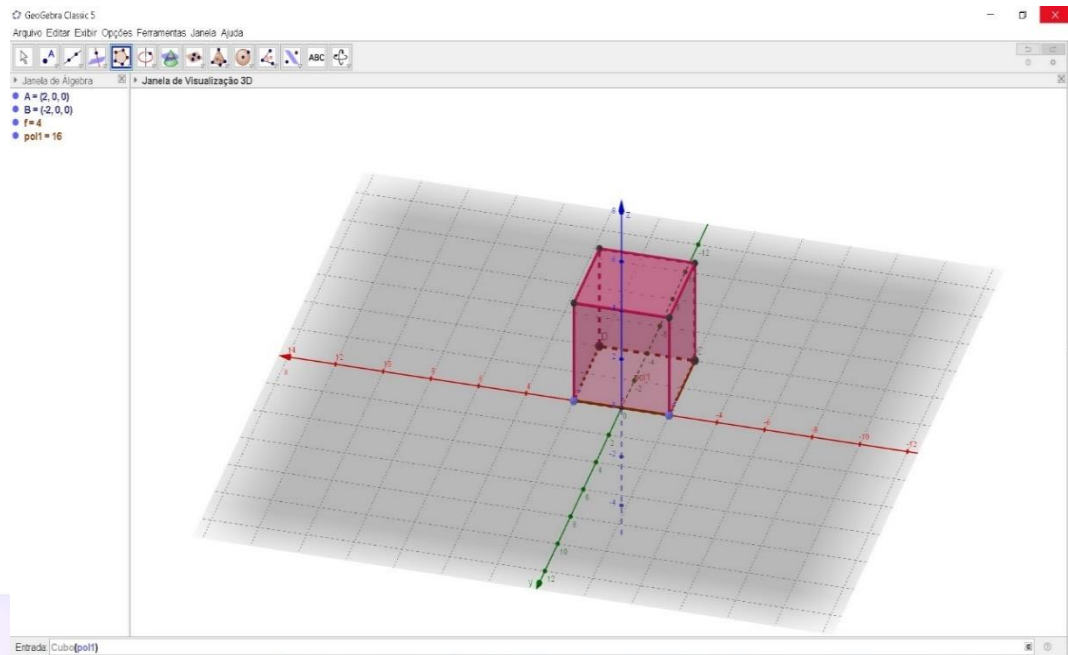
Figura 40 - Polígono da base



Fonte: Os autores, 2022.

Substitua a expressão (<quadrado>) por pol1. O hexaedro estará pronto.

Figura 41 - Hexaedro

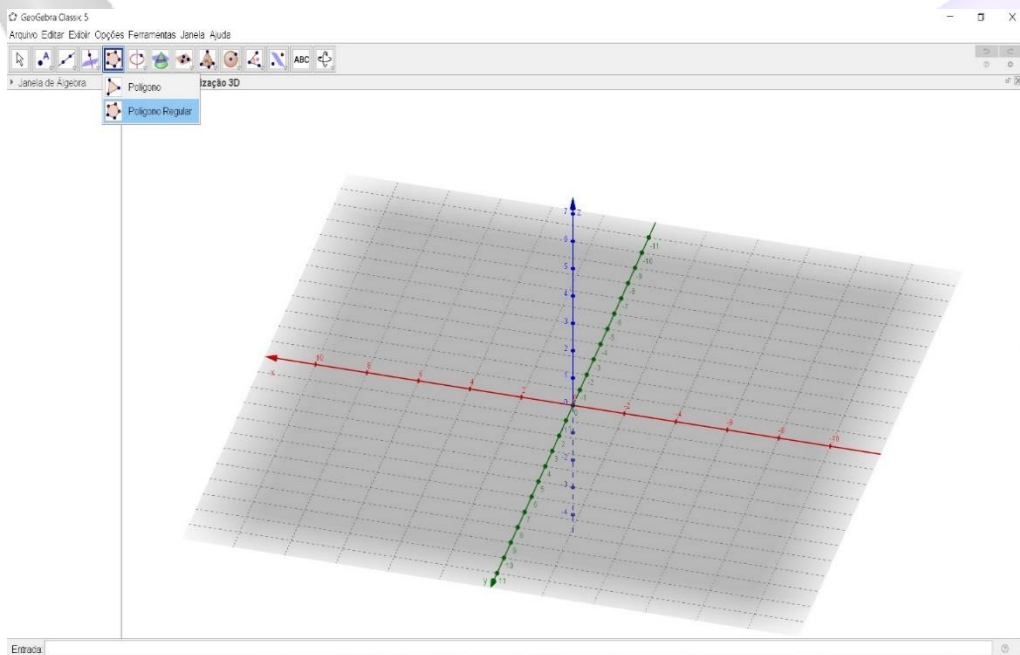


Fonte: Os autores, 2022.

2.2.2 Ícone

Clique em comando e selecione o ícone cubo.

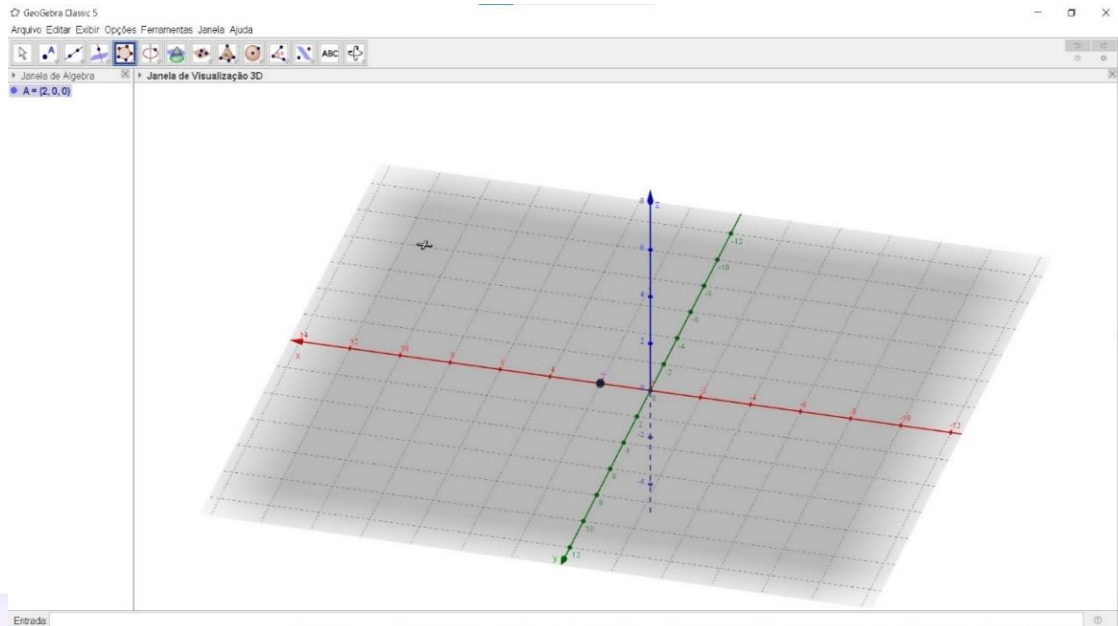
Figura 42 - Janela 3D do GeoGebra



Fonte: Os autores, 2022.

Marcar o ponto A. Para esta construção foi escolhido o ponto $A = (-2, 0, 0)$

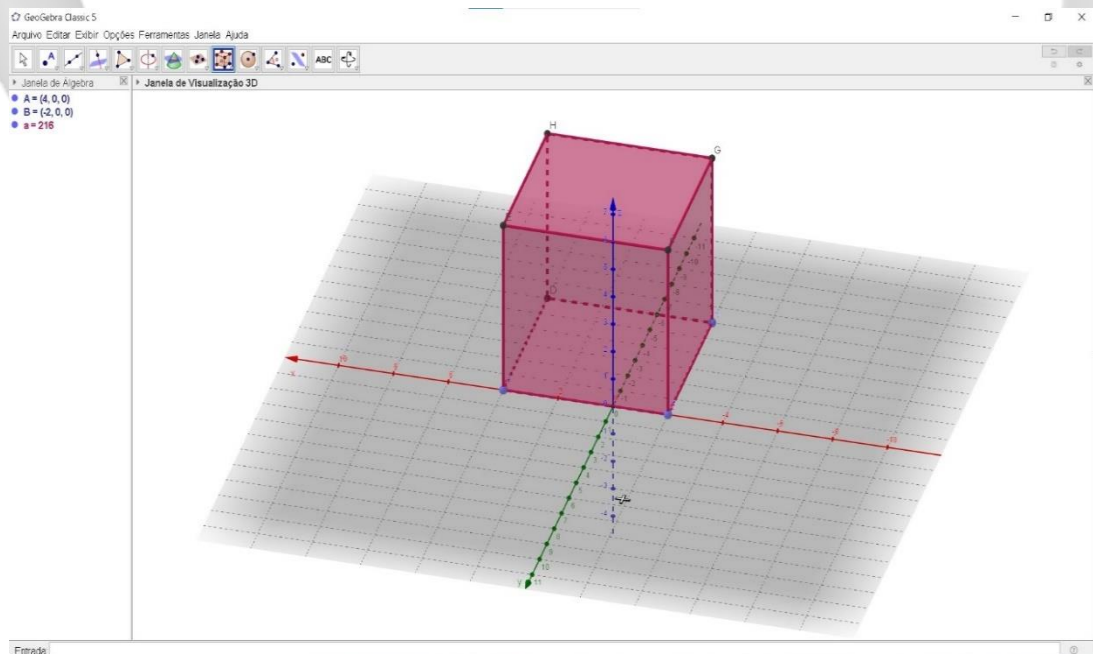
Figura 43 - Seleção do ponto A



Fonte: Os autores, 2022.

Marque o ponto B. Para este poliedro foi marcado o ponto B = (2, 0, 0). O hexaedro está pronto.

Figura 44 - Seleção do ponto B e hexaedro.

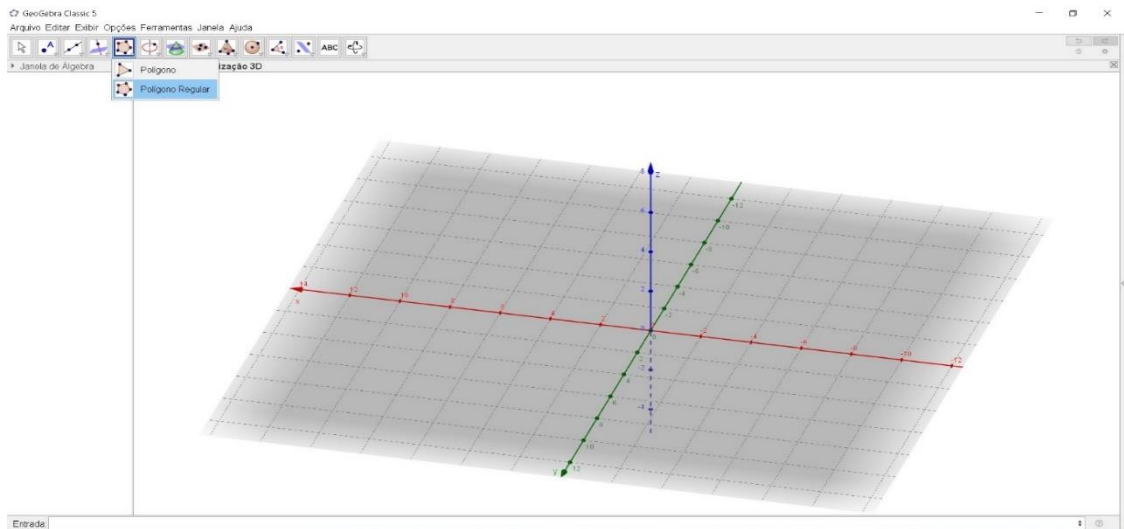


Fonte: Os autores, 2022.

2.3 Octaedro

Clique no ícone polígono regular. Será exibida a mensagem “Selecione primeiro dois pontos e, depois entre com o número de vértices”.

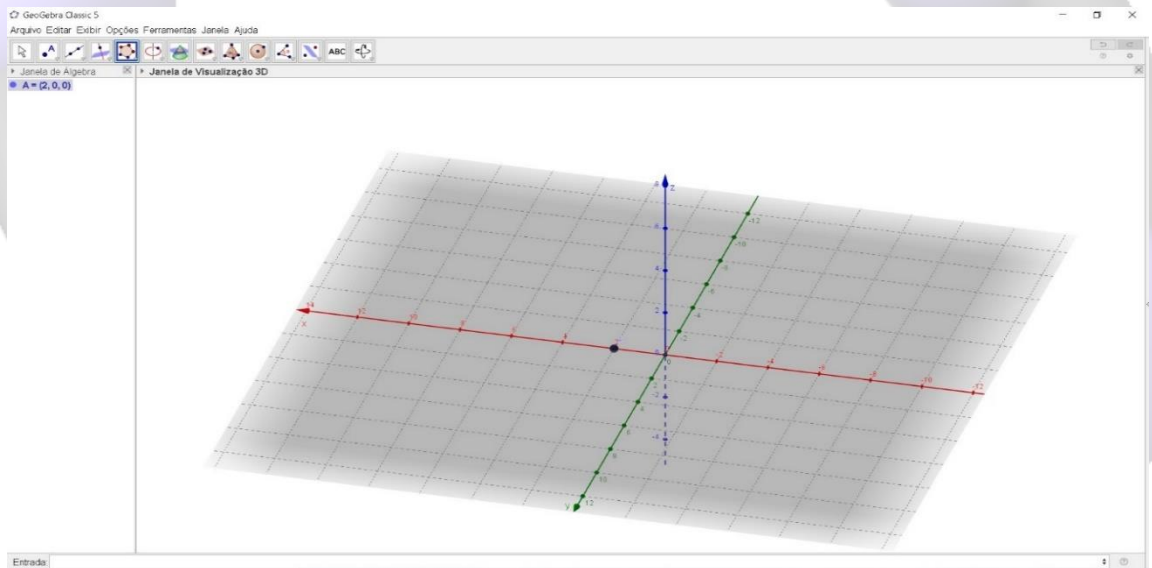
Figura 45 - Seleção de polígono regular



Fonte: Os autores, 2022.

Marque um ponto A. Para esta construção foi escolhido o ponto $A = (-2, 0, 0)$

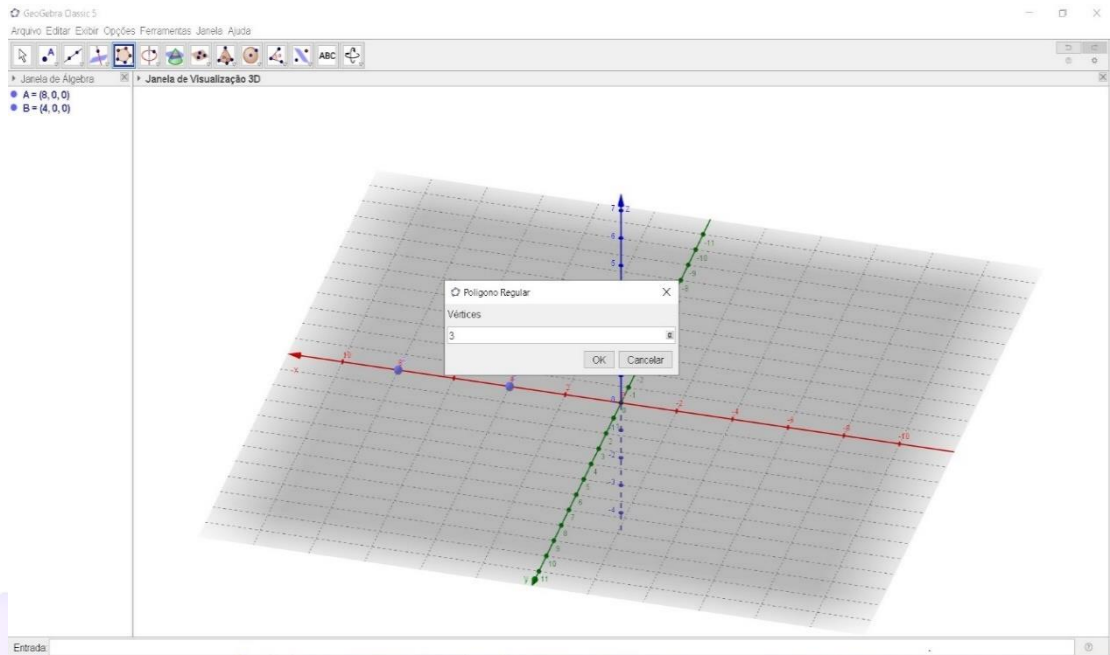
Figura 46 - Seleção do ponto A



Fonte: Os autores, 2022.

Marque um ponto B. Para este poliedro foi o ponto $B = (2, 0, 0)$. Digitar o número 3 na janela de escolha do número de vértices, pois desejamos construir um triângulo.

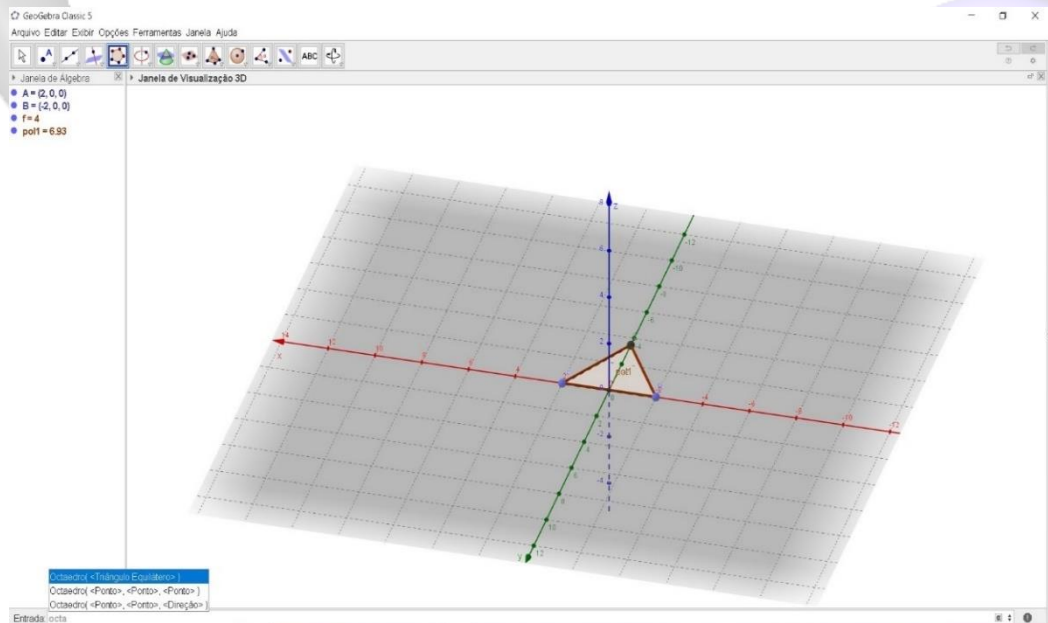
Figura 47 - Seleção do ponto B



Fonte: Os autores, 2022.

Na janela de entrada, no rodapé da página, digite octaedro. Serão exibidas 3 opções de construção do poliedro. Selecione a 1ª opção (<triângulo equilátero>).

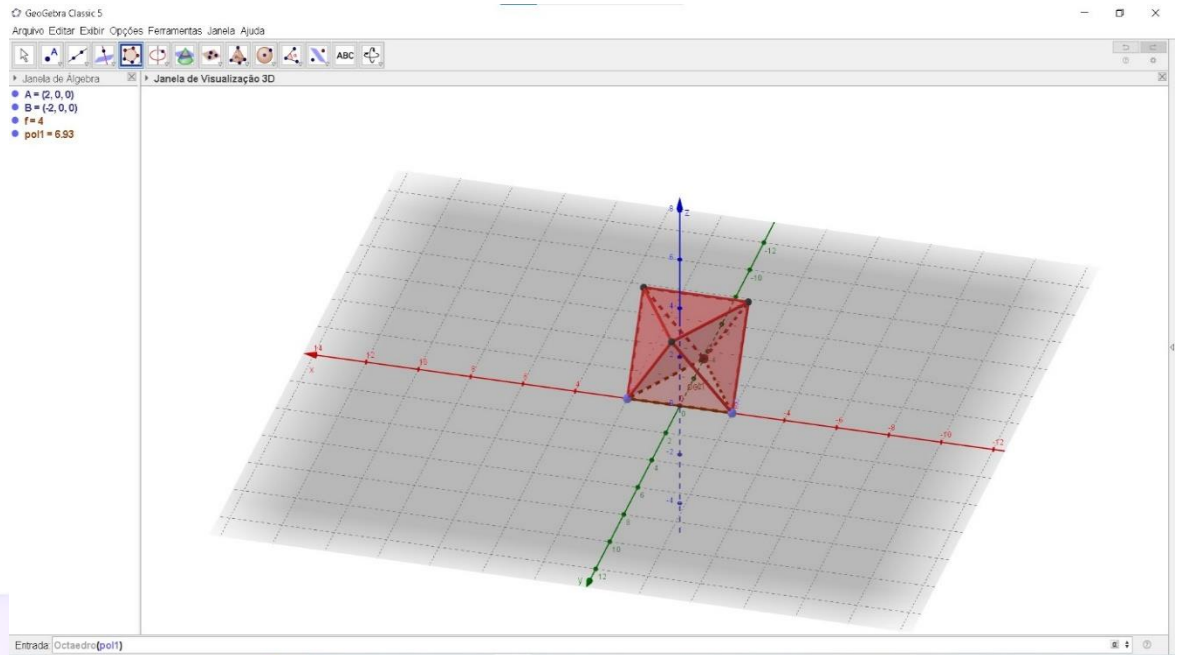
Figura 48 - Comando de construção do octaedro



Fonte: Os autores, 2022.

Substitua a expressão (<triângulo equilátero>) por pol1. O octaedro estará pronto.

Figura 49 - Octaedro

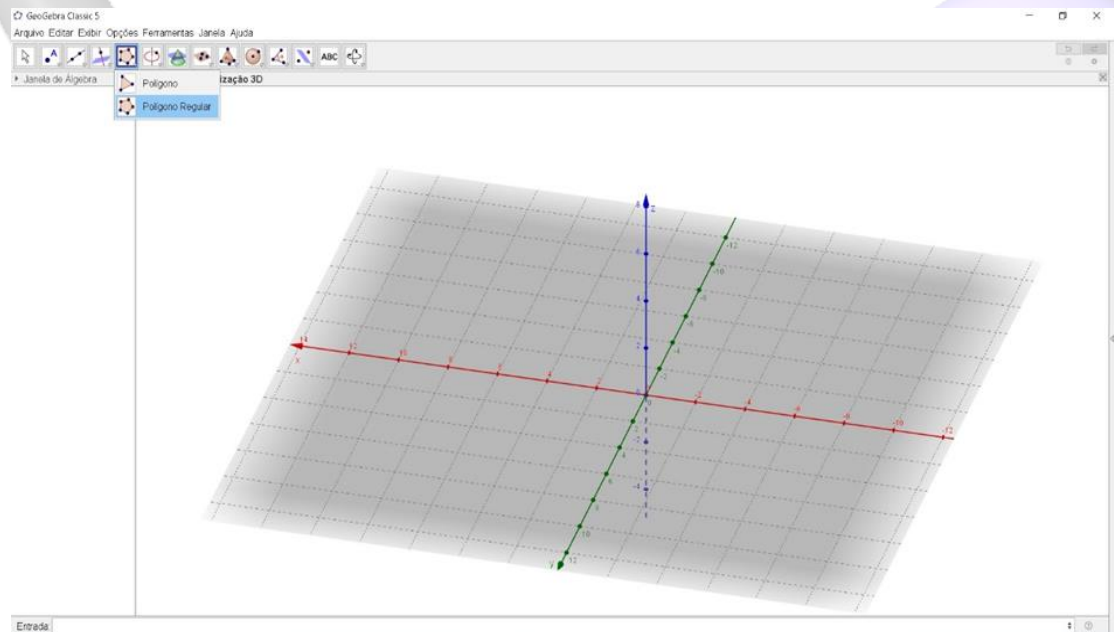


Fonte: Os autores, 2022.

2.4 Dodecaedro

Selecione polígono regular.

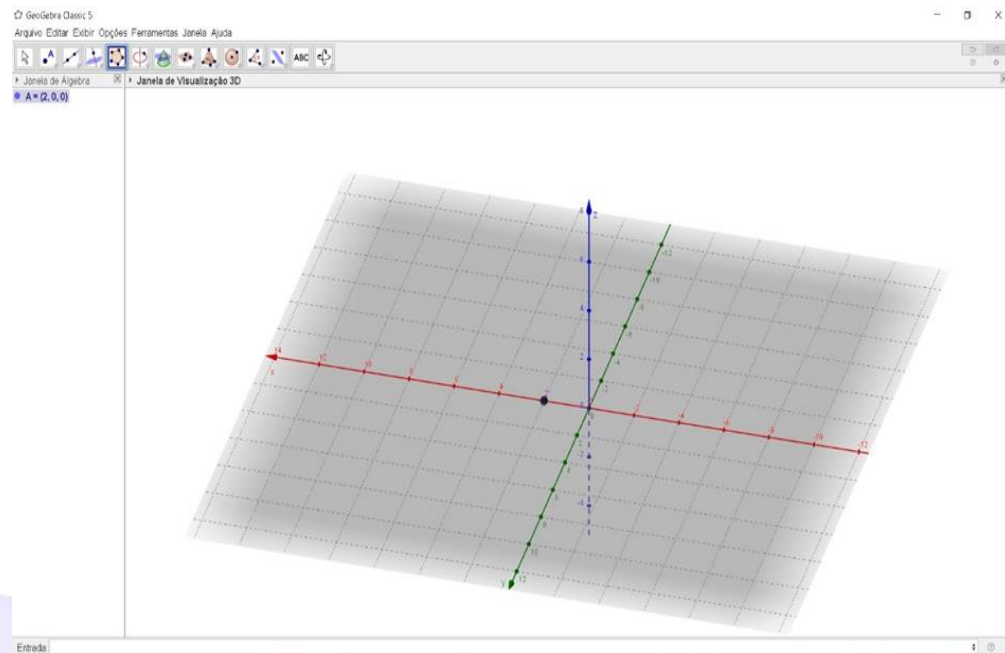
Figura 50 - Seleção do polígono



Fonte: Os autores, 2022.

Marque um ponto A.

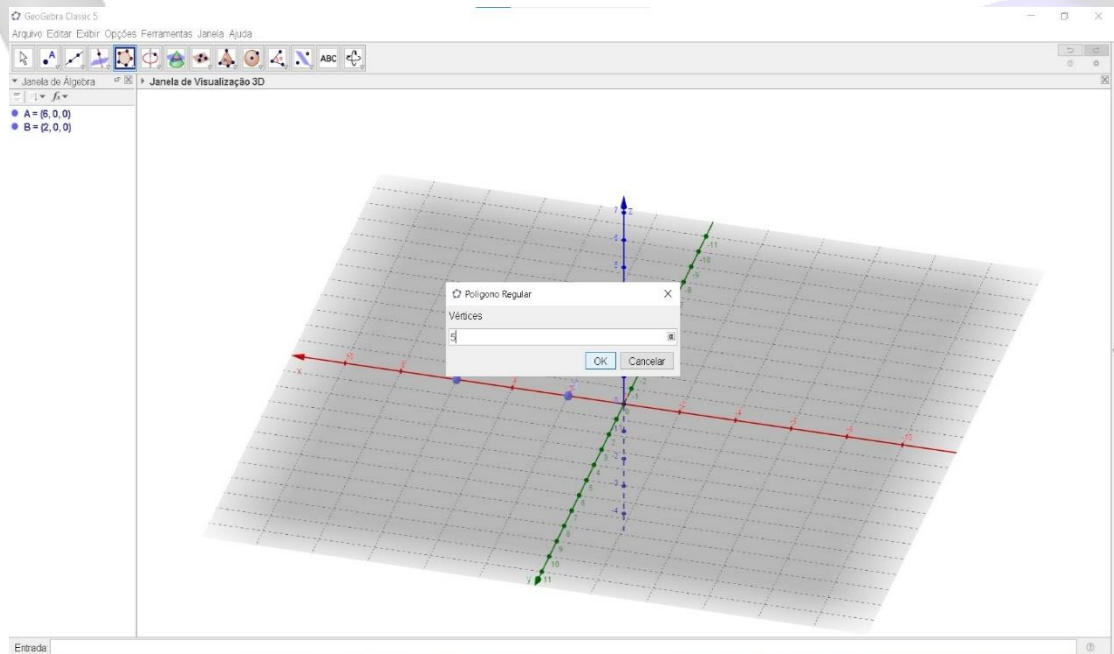
Figura 51 - Seleção do ponto A



Fonte: Os autores, 2022.

Selecione um ponto B. Digitar o número 5 na janela de escolha do número de vértices, pois desejamos construir um pentágono regular.

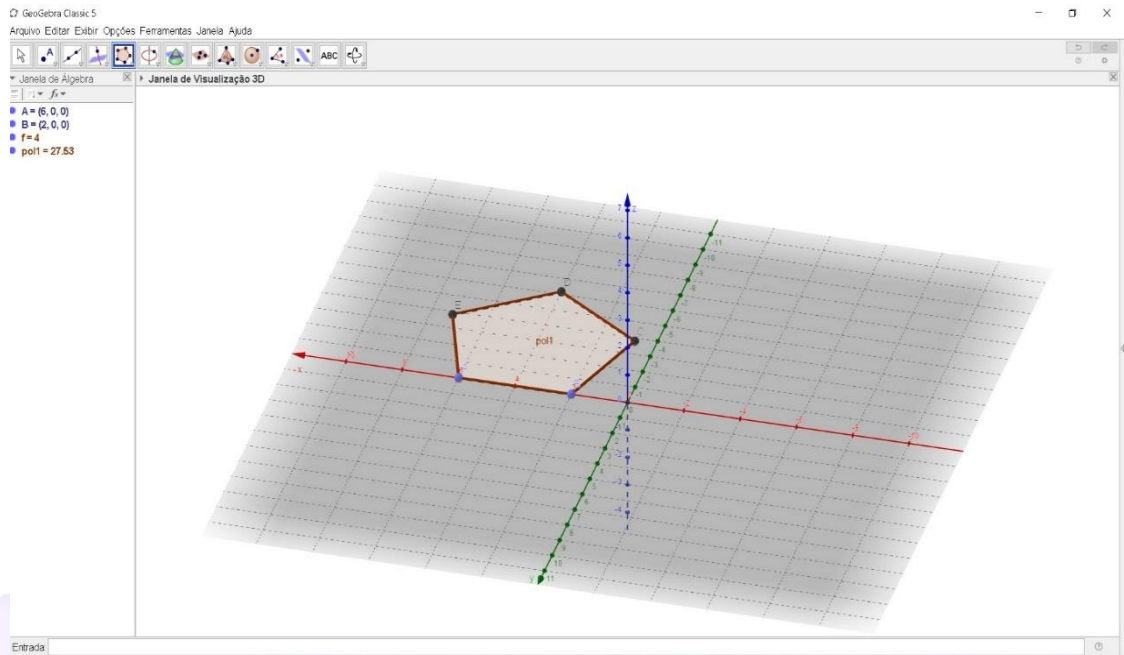
Figura 52 - Seleção do ponto B e número de vértices do polígono da base



Fonte: Os autores, 2022.

O pentágono será uma das faces do dodecaedro está pronto.

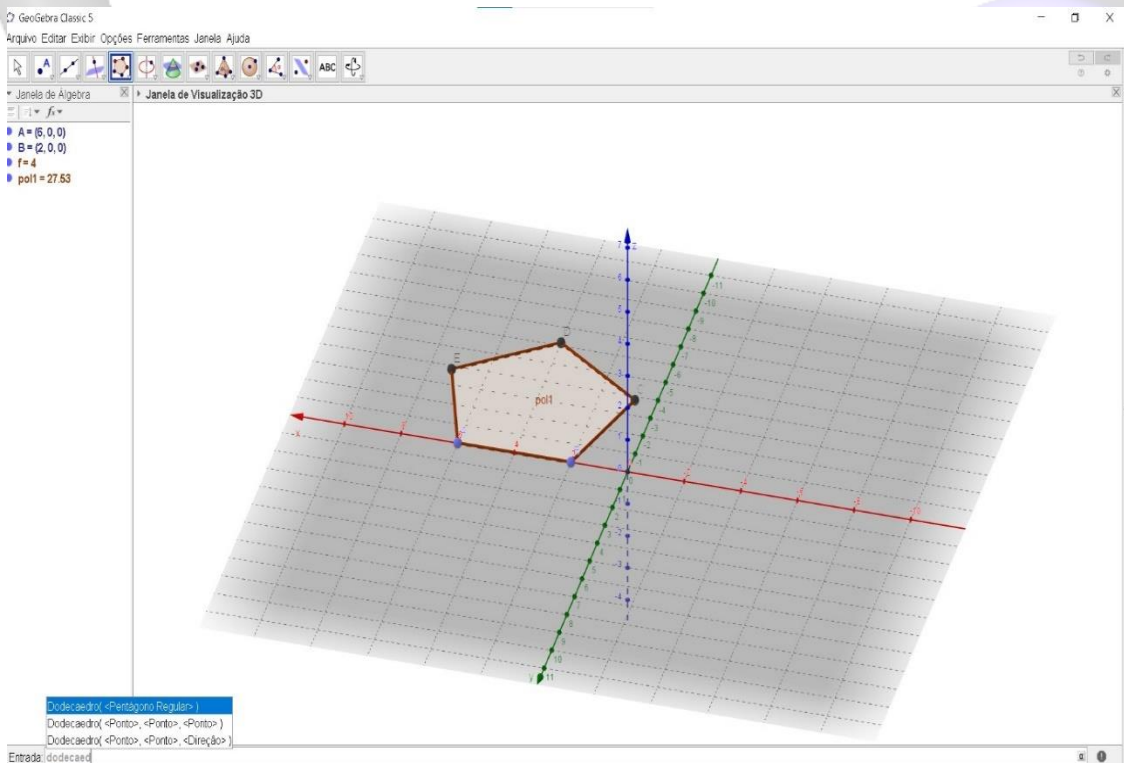
Figura 53 - Polígono da base



Fonte: Os autores, 2022.

Na janela de entrada, no rodapé da página, digite dodecaedro e selecione a opção (<Pentágono Regular>).

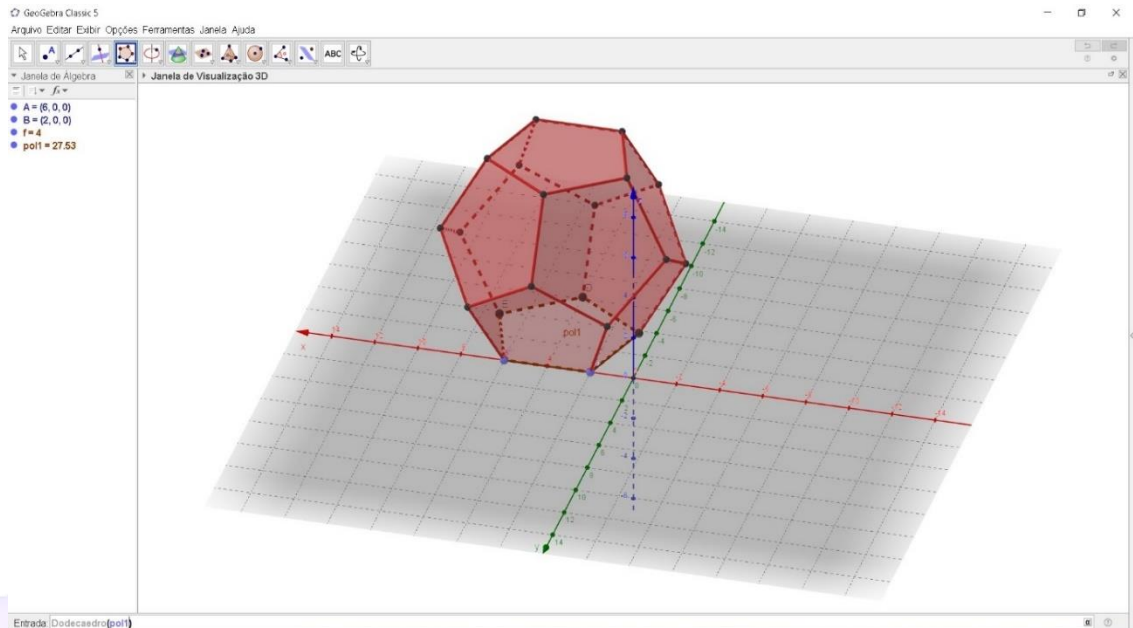
Figura 54 - Comando de construção do dodecaedro



Fonte: Os autores, 2022.

Substitua a expressão (<Pentágono Regular>) por pol1. O dodecaedro estará pronto.

Figura 55 - Dodecaedro

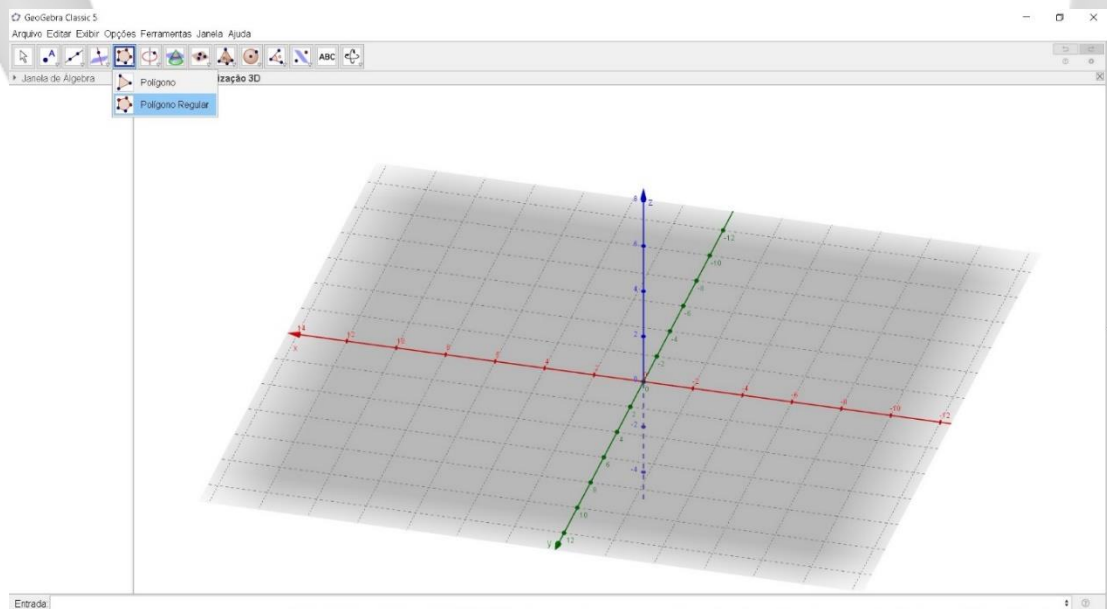


Fonte: Os autores, 2022.

2.5 Icosaedro

Selecione polígono regular.

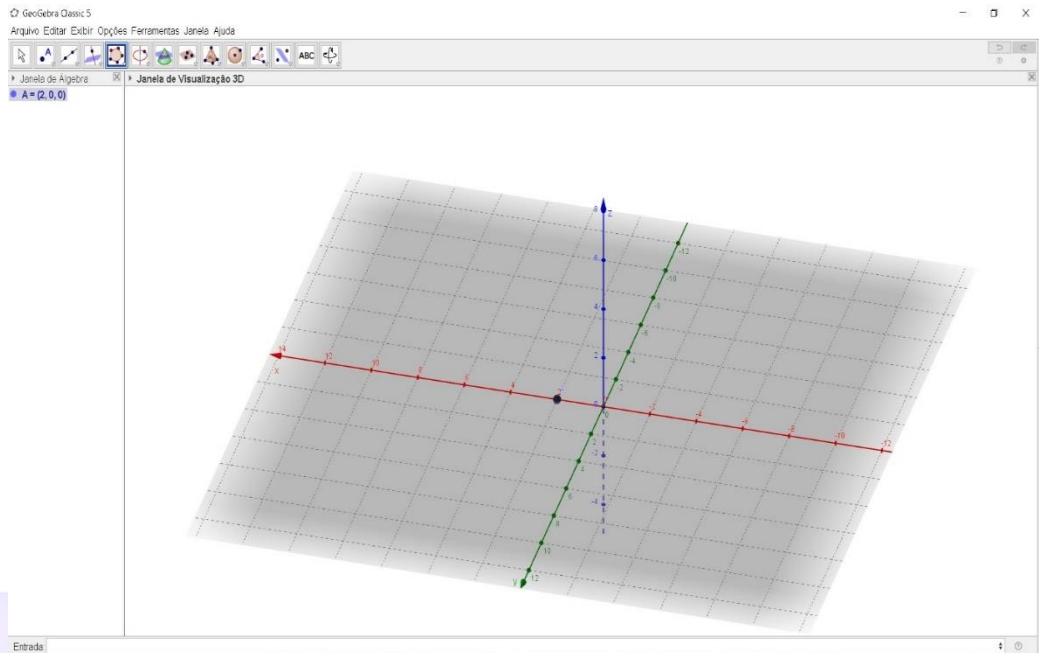
Figura 56 - Seleção do polígono regular



Fonte: Os autores, 2022.

Selecione um ponto A.

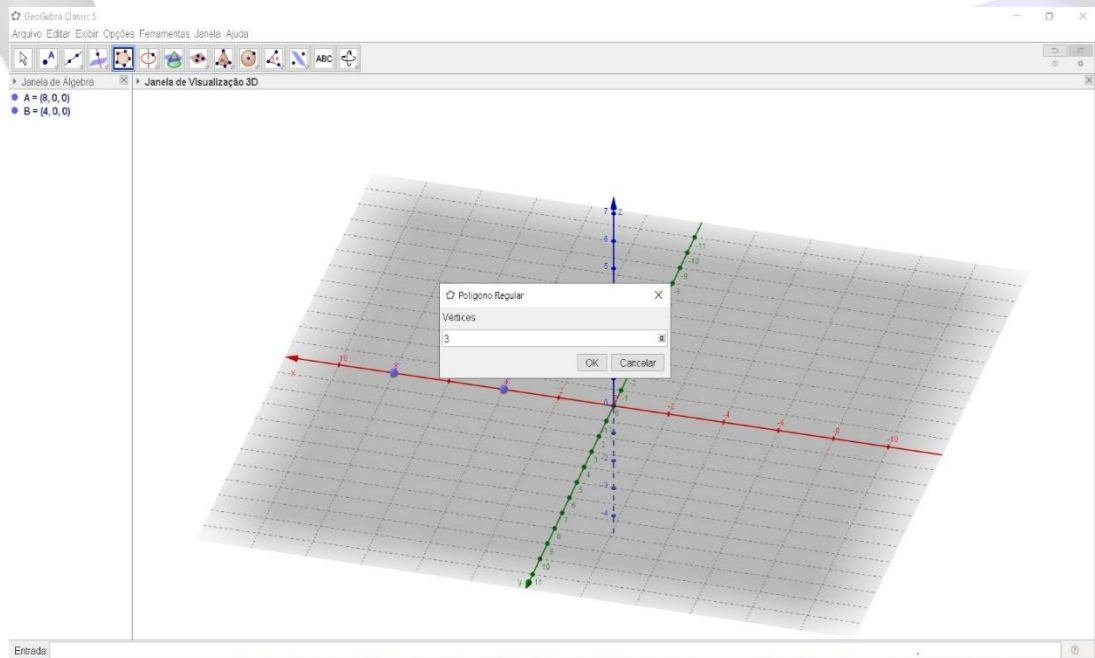
Figura 57 - Seleção do ponto A



Fonte: Os autores, 2022.

Selecione um ponto B. Digitar o número 3 na janela de escolha do número de vértices, pois desejamos construir um triângulo.

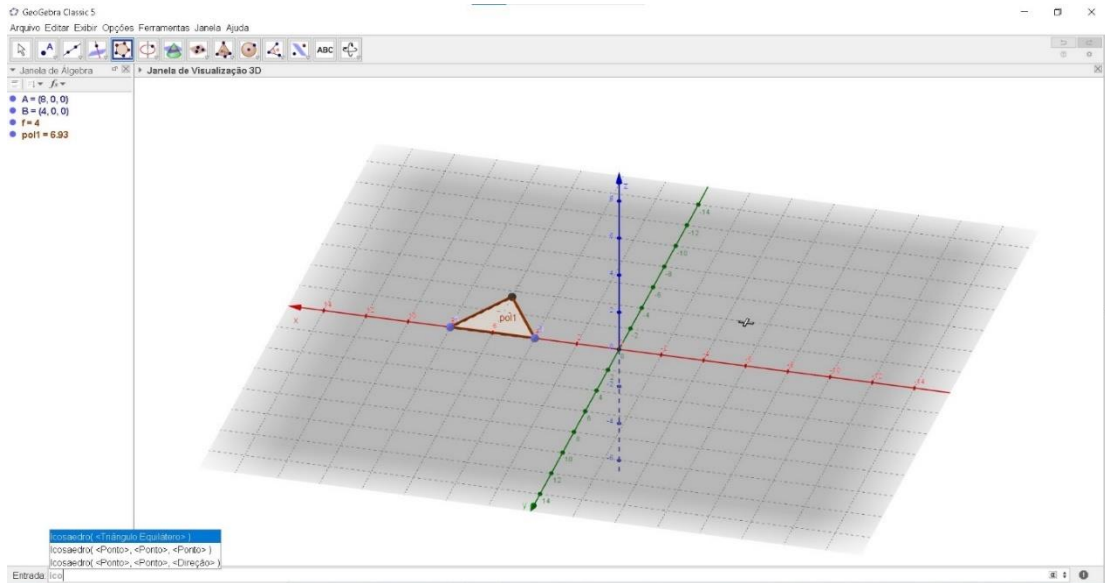
Figura 58 - Seleção do número de vértices do polígono



Fonte: Os autores, 2022.

Na janela de entrada, no rodapé da página, digite icosaedro e selecione a opção (<triângulo equilátero>).

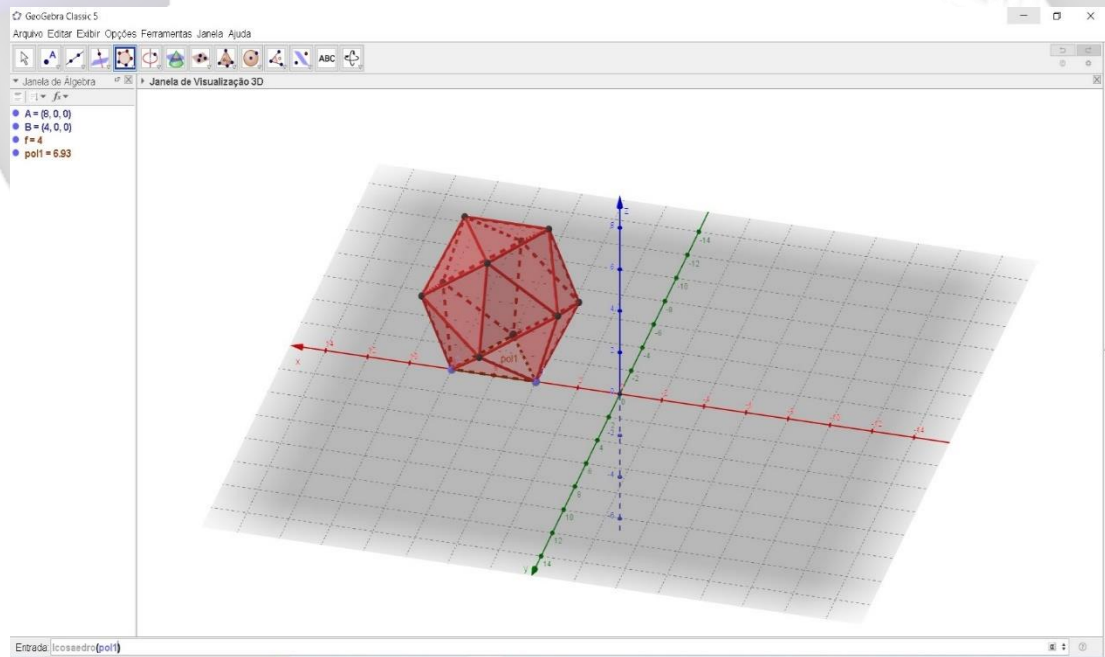
Figura 59 - Comando de construção do icosaedro



Fonte: Os autores, 2022.

Substitua a expressão (<triângulo equilátero>) por pol1. O icosaedro estará pronto.

Figura 60 - Icosaedro



Fonte: Os autores, 2022.

3 ATIVIDADES PEDAGÓGICAS

Esta seção do produto é um caderno de atividades pedagógicas. São 11 atividades sobre sólidos geométricos, poliedros platônicos e Relação de Euler. A proposta é realizar estas tarefas com o auxílio do objeto de aprendizagem GeoGebra Classic 5. Todas as atividades aqui registradas estão disponíveis no endereço eletrônico: www.GeoGebra.org.br

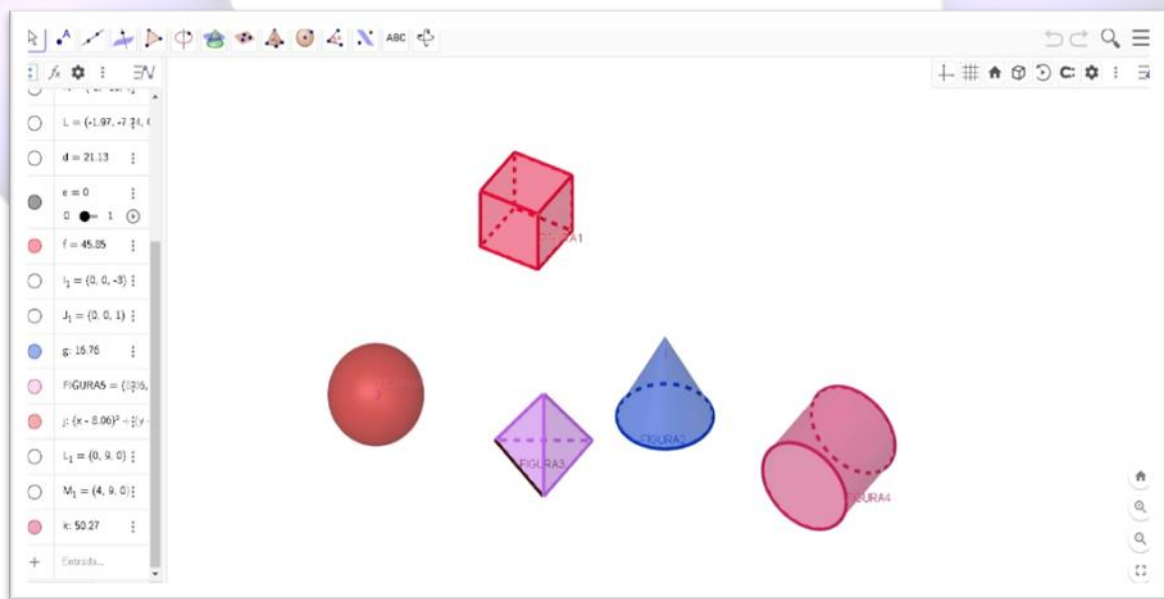
Atividade A

Objetivos:

- Reconhecer os sólidos geométricos;
- Diferenciar corpos redondos de poliedros.

Link para acessar a atividade: <https://www.geogebra.org/m/e5w92frp>

Figura 61 - Representação dos sólidos geométricos da atividade A



Fonte: Os autores, 2022.

As figuras acima representam sólidos geométricos. Os sólidos geométricos são figuras tridimensionais, ou seja, em cada sólido há 3 dimensões: largura, comprimento e altura (chamada também de profundidade). Os sólidos geométricos podem ser divididos em corpos redondos e poliedros.

1) Alguns objetos cotidianos se assemelham bastante aos sólidos geométricos. Escreva o nome de objetos que se assemelham a:

a) FIGURA 1: _____

b) FIGURA 2: _____

c) FIGURA 3: _____

d) FIGURA 4: _____

e) FIGURA 5: _____

2) Observe os sólidos geométricos e classifique-os como poliedro ou corpo redondo.

a) FIGURA 1: _____

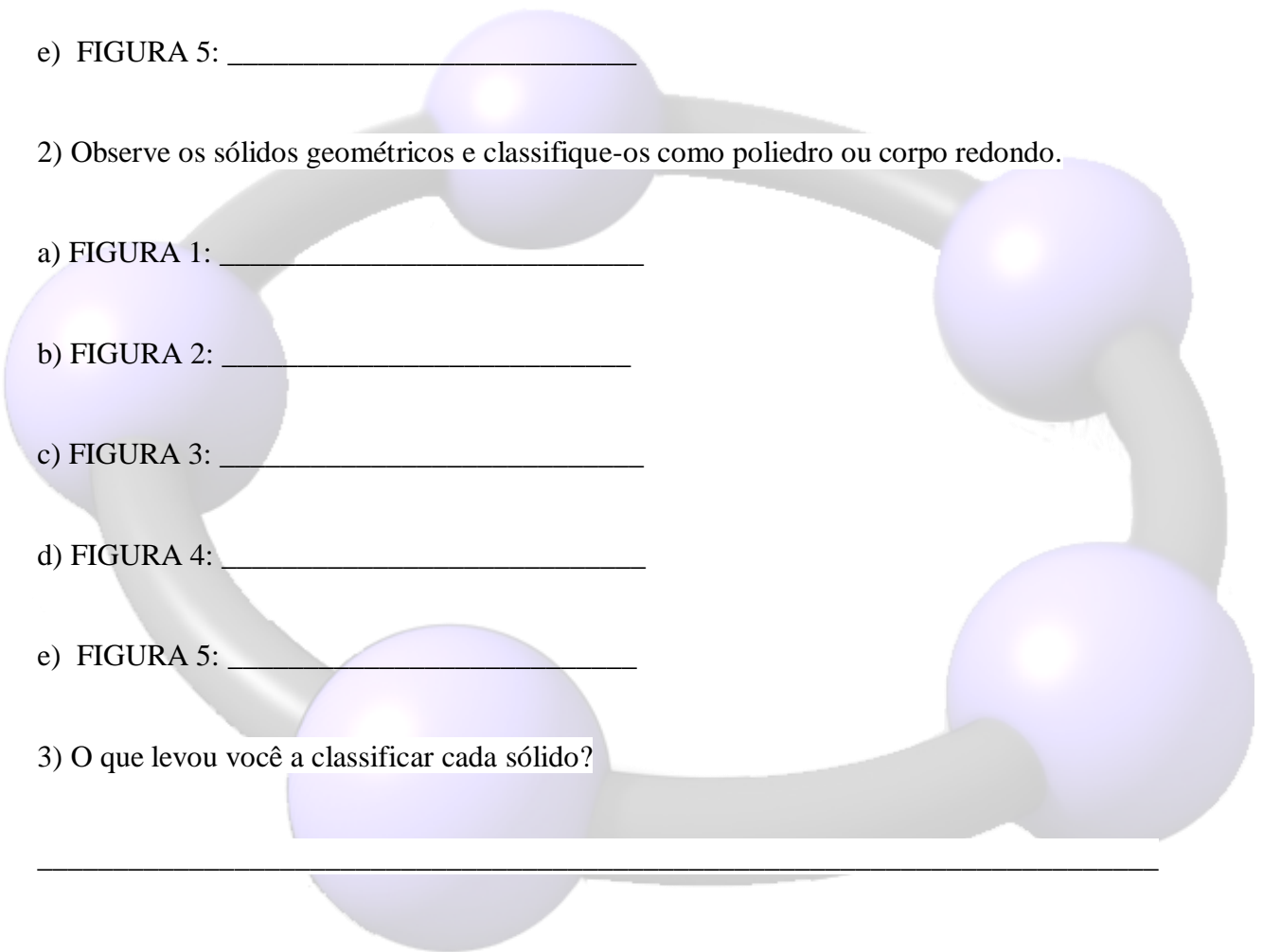
b) FIGURA 2: _____

c) FIGURA 3: _____

d) FIGURA 4: _____

e) FIGURA 5: _____

3) O que levou você a classificar cada sólido?



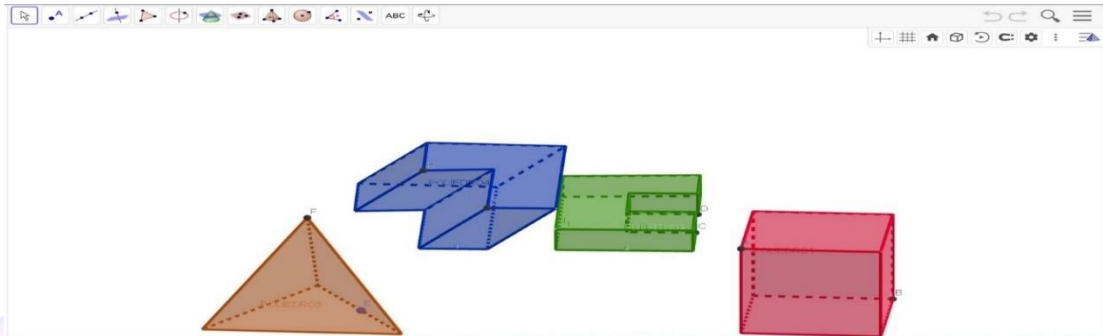
Atividade B

Objetivo:

- Classificar um poliedro como côncavo ou convexo.

Link para acessar a atividade: <https://www.geogebra.org/m/dtqe9gdn>

Figura 62 - Representação dos sólidos geométricos da atividade B



Fonte: Os autores, 2022.

1) Trace a semirreta
poliedro1?



AB. Há pontos neste segmento de reta que não pertença ao

2) Trace a semirreta
poliedro 2?



CD. Há pontos neste segmento de reta que não pertença ao

3) Trace a semirreta
poliedro 3?



EF. Há pontos neste segmento de reta que não pertença ao

- 4) Trace a semirreta



GH. Há pontos neste segmento de reta que não pertença ao

poliedro 4?

Definição

Podemos classificar os poliedros como convexos ou não convexos (côncavos). Quando qualquer segmento de reta que liga dois pontos contidos no poliedro está inserido totalmente dentro do poliedro, então este será convexo. Caso contrário, ele será côncavo, ou seja, não convexo.

- 5) De acordo com a definição acima. Quais poliedros representados na imagem acima são côncavos?
-

- 6) De acordo com a definição acima. Quais poliedros representados na imagem acima são convexos?
-

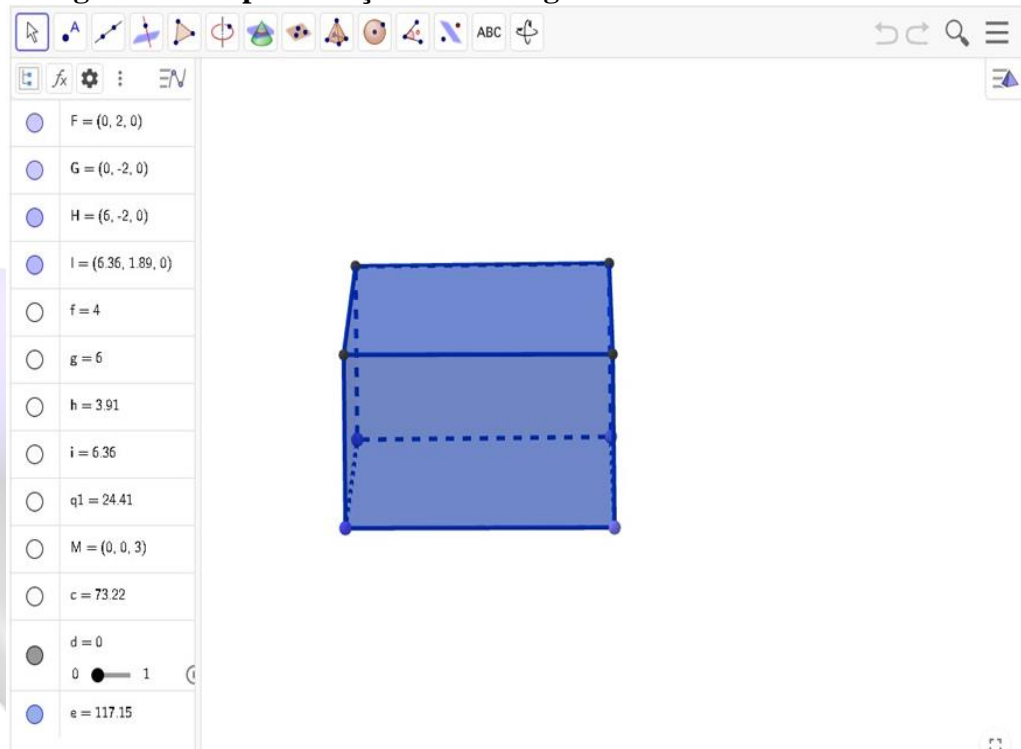
Atividade C

Objetivos:

- Reconhecer um poliedro regular;
- Identificar faces, vértices e arestas.

Link para acessar a atividade: <https://www.geogebra.org/m/dkzv8sgy>

Figura 63 - Representação do sólido geométrico da atividade C



Fonte: Os autores, 2022.

$$a = 2$$

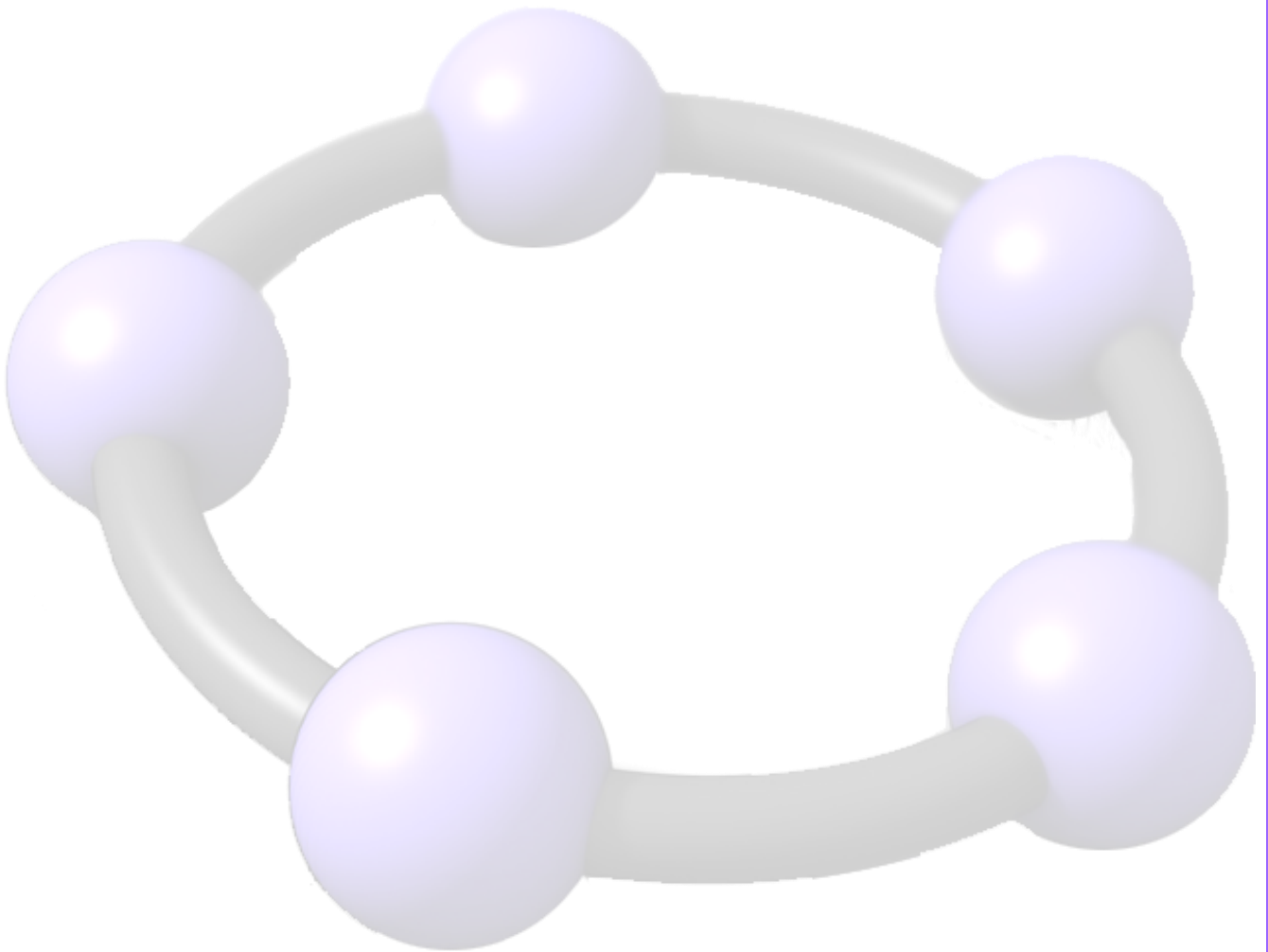
- 1) Mova o controle deslizante  até. O que aconteceu com o poliedro?

- 2) O número de faces do poliedro acima é?

- 3) O número de vértices do poliedro acima é?

4) Quantas arestas o poliedro tem?

5) Qual o tipo de polígono que aparece na face do poliedro acima? (Dica: tem 4 lados e 4 ângulos retos)



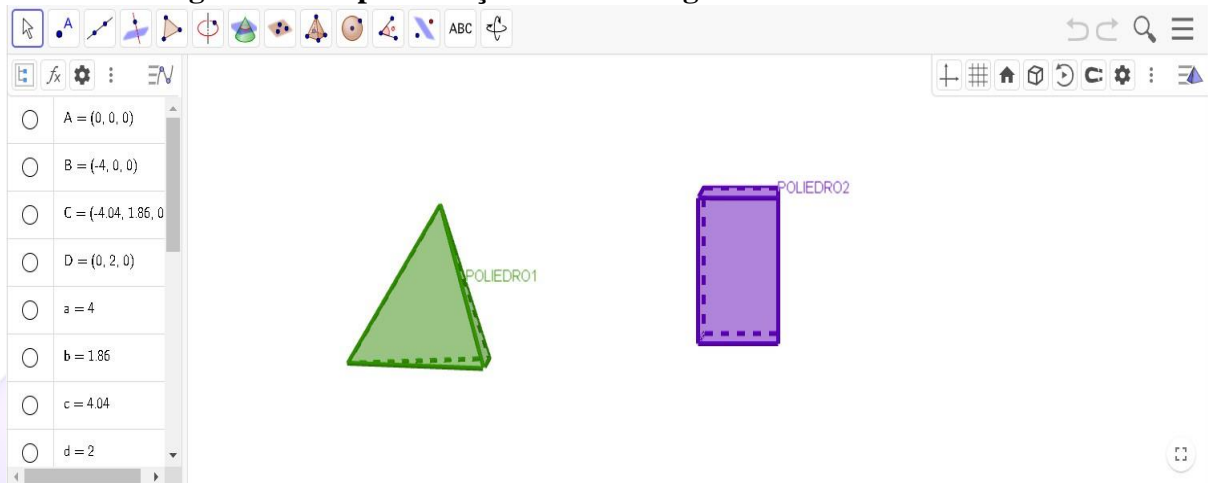
Atividade D

Objetivo:

- Reconhecer um poliedro regular.

Link para acessar a atividade: <https://www.geogebra.org/m/bmuw6w2x>

Figura 64 - Representação dos sólidos geométricos da atividade D



Fonte: Os autores, 2022.

$$a = 2$$

Mova o controle deslizante $a = 2$ até 1 e responda as questões.

- 1) O que aconteceu com o poliedro 1?

- 2) Quais polígonos aparecem na face do poliedro 1?

- 3) Observe a planificação e responda: todas as faces da planificação do poliedro 1 são iguais? Por quê?

$$a = 2$$

Mova o controle deslizante $a = 2$ até 1 e responda as questões:

4) O que aconteceu com o poliedro 2?

5) Quais polígonos aparecem na face do poliedro 2?

6) Observe a planificação e responda: todas as faces da planificação do poliedro 2 são?

Definição

"Os poliedros convexos são regulares quando suas faces são compostas por polígonos regulares e congruentes entre si."

7) De acordo com a definição acima, o poliedro 1 é regular ou irregular? Por quê?

8) De acordo com a definição acima, o poliedro 2 é regular ou irregular? Por quê?

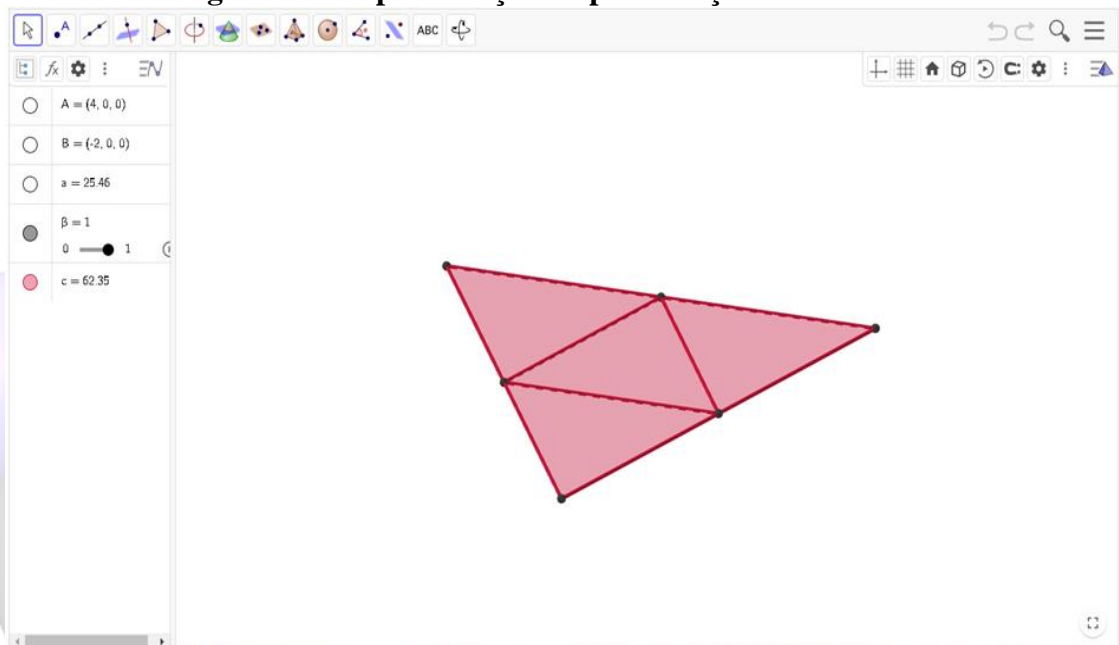
Atividade E

Objetivo:

- Distinguir arestas, faces e vértices.
- Identificar os polígonos das faces de cada polígono regular.

Link para acessar a atividade: <https://www.geogebra.org/m/v84agvyh>

Figura 65 - Representação da planificação da atividade E



Fonte: Os autores, 2022.

$a=2$

$a=2$

- 1) Mova o controle deslizante até 0.5. Depois mova o controle deslizante até 0. Descreva o que ocorreu com a planificação.

- 2) Qual polígono aparece nas faces do poliedro?

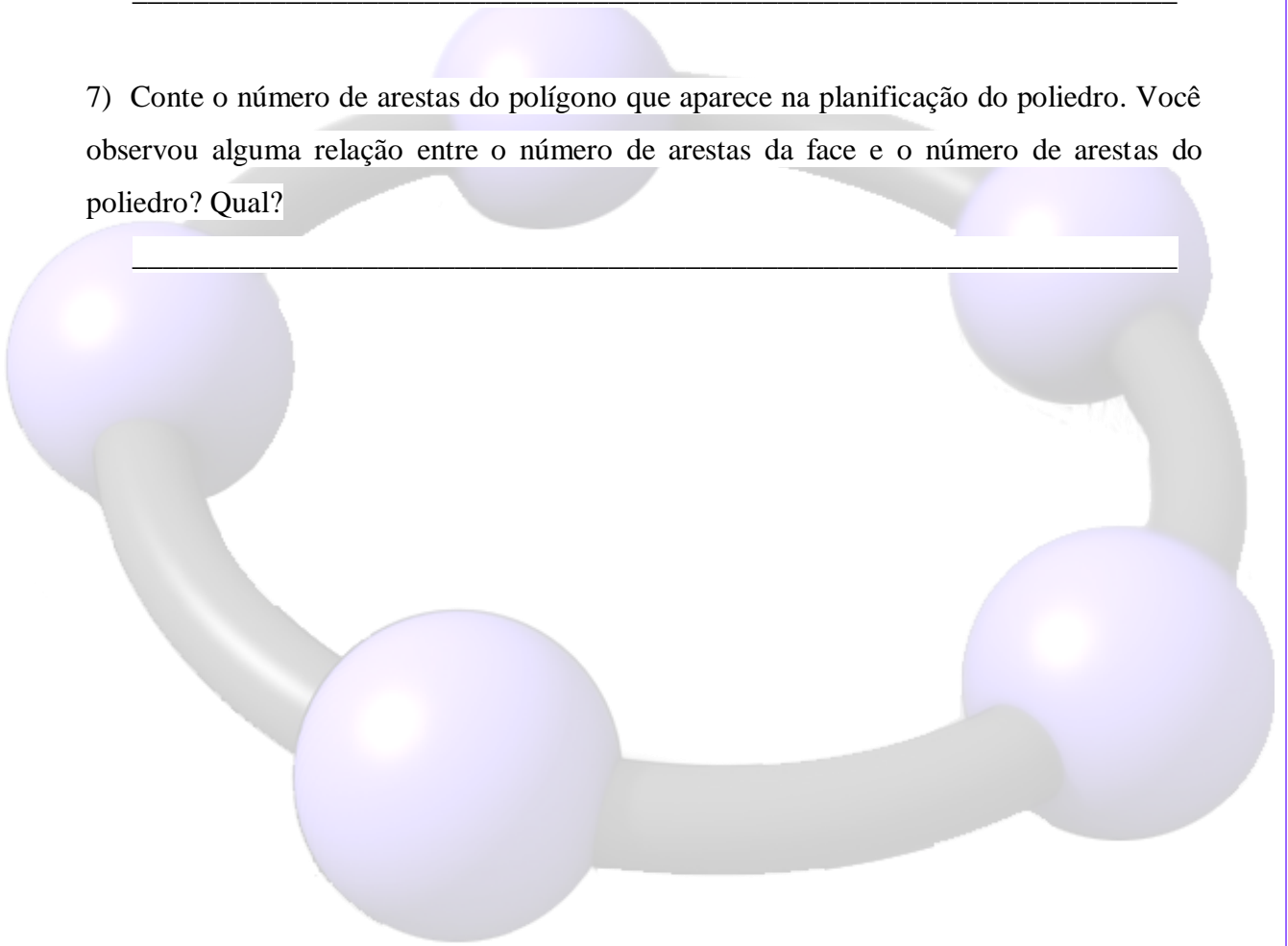
- 3) Quantas faces tem o poliedro representado?

- 4) Quantos vértices tem o poliedro representado?

5) Quantas arestas tem o poliedro representado?

6) Conte o número de vértices do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de vértices da face e o número de vértices do poliedro? Qual?

7) Conte o número de arestas do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de arestas da face e o número de arestas do poliedro? Qual?



Atividade F

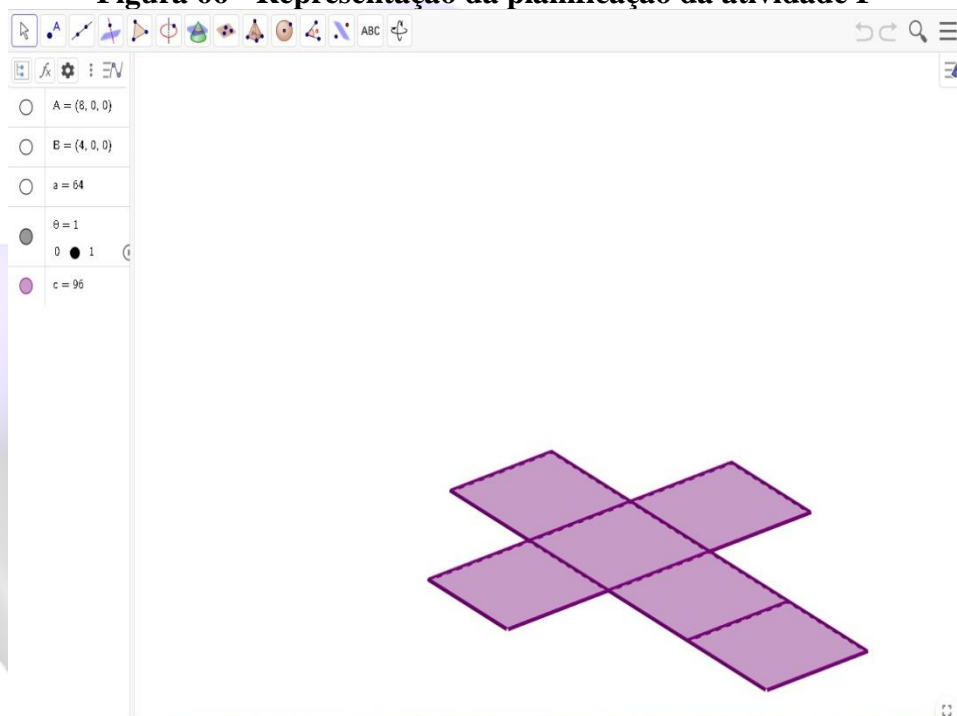
Objetivos:

*Distinguir arestas, faces e vértices.

*Identificar os polígonos das faces de cada polígono regular.

Link de acesso da atividade: <https://www.geogebra.org/m/vypuhkh7>

Figura 66 - Representação da planificação da atividade F



Fonte: Os autores, 2022.

$a = 2$

$a = 2$

- 1) Mova o $a = 2$ controle deslizante até 0.5. Depois mova o $a = 2$ controle deslizante até 0. Descreva o que ocorreu com a planificação.

- 2) Qual polígono aparece nas faces do poliedro?

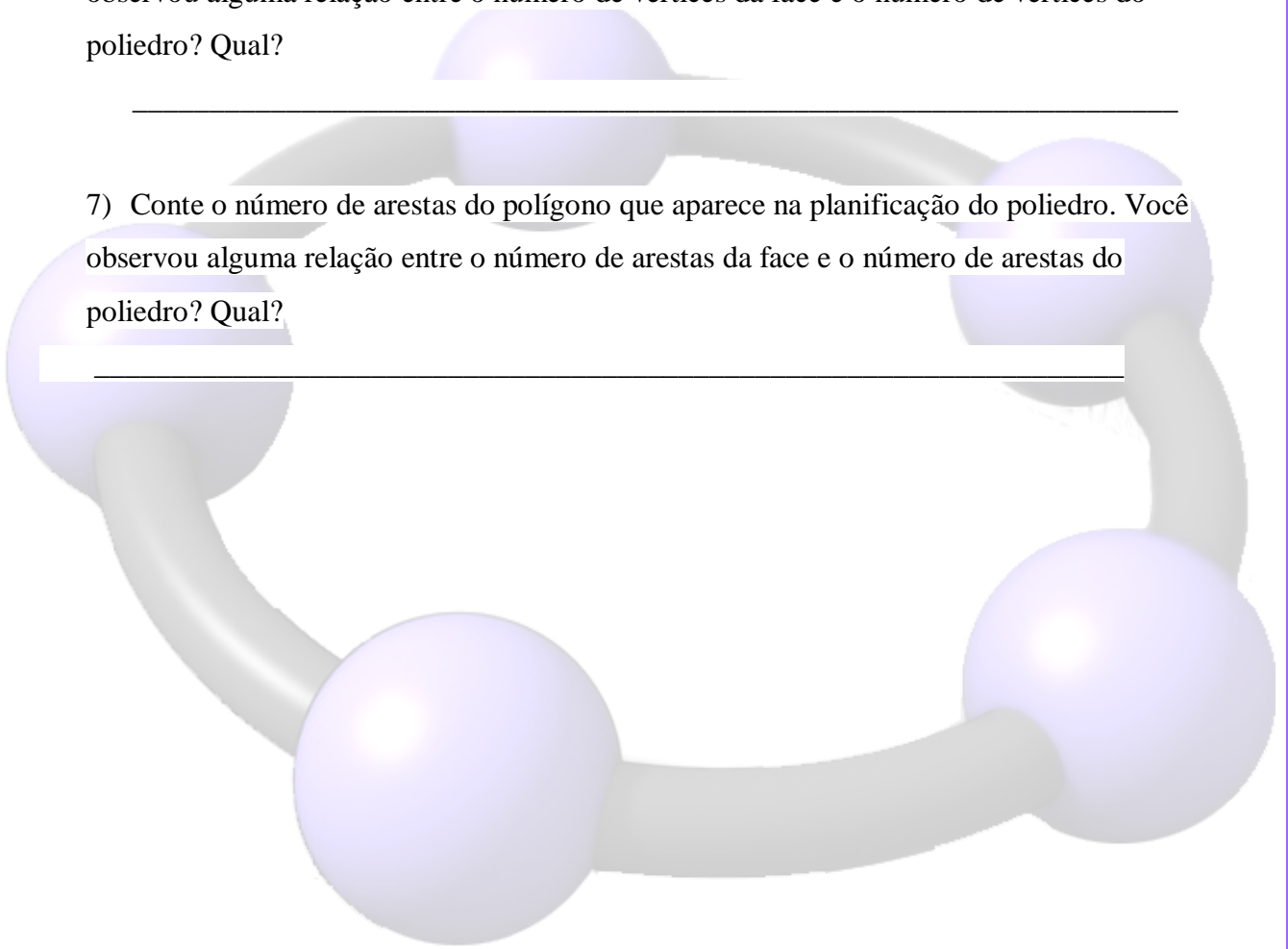
- 3) Quantas faces tem o poliedro representado?

4) Quantos vértices tem o poliedro representado?

5) Quantas arestas tem o poliedro representado?

6) Conte o número de vértices do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de vértices da face e o número de vértices do poliedro? Qual?

7) Conte o número de arestas do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de arestas da face e o número de arestas do poliedro? Qual?



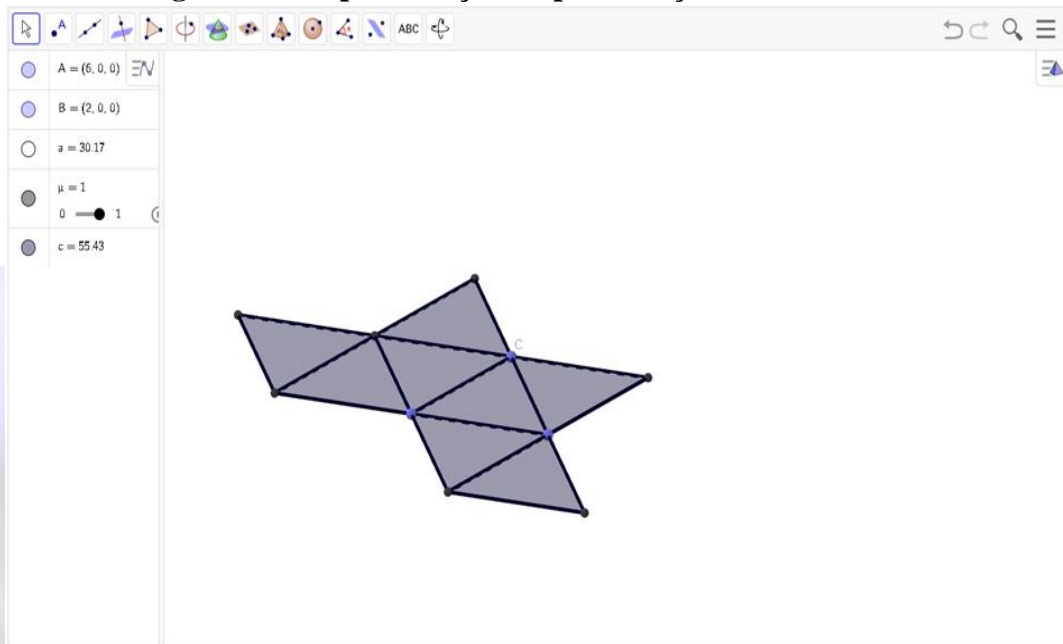
Atividade G

Objetivo:

- Distinguir arestas, faces e vértices.
- Identificar os polígonos das faces de cada polígono regular.

Link de acesso para atividade: <https://www.geogebra.org/m/d7tuhsaa>

Figura 66 - Representação da planificação da atividade G





Fonte: Os autores, 2022.

$a = 2$



$a = 2$



- 1) Mova o  controle deslizante até 0.5. Depois mova o  controle deslizante até 0. Descreva o que ocorreu com a planificação.

- 2) Qual polígono aparece nas faces do poliedro?

- 3) Quantas faces tem o poliedro representado?

- 4) Quantos vértices tem o poliedro representado?

5) Quantas arestas tem o poliedro representado?

6) Conte o número de vértices do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de vértices da face e o número de vértices do poliedro? Qual?

7) Conte o número de arestas do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de arestas da face e o número de arestas do poliedro? Qual?

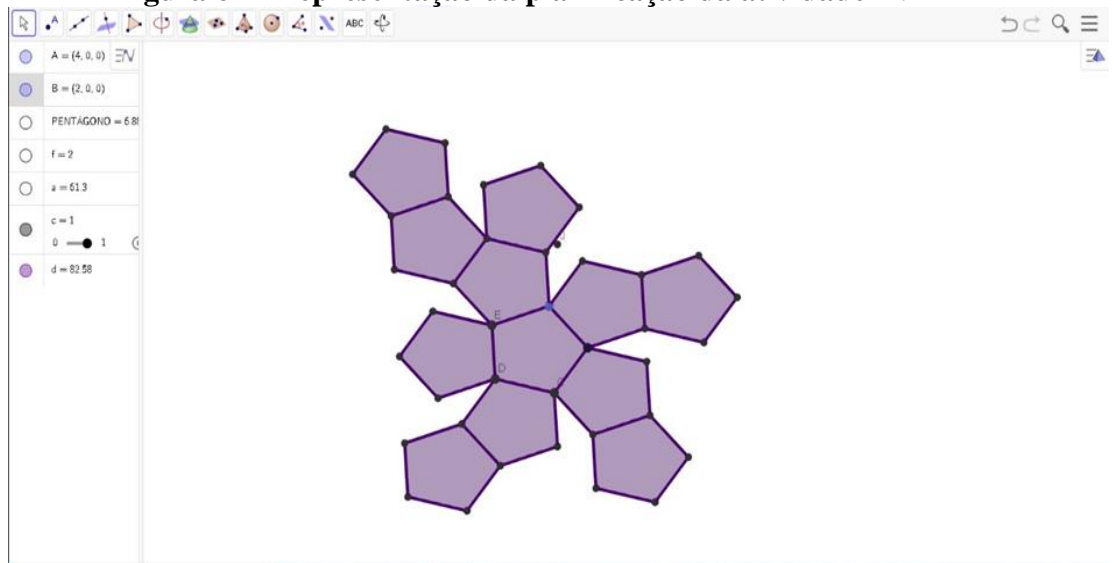
Atividade H

Objetivos:

- Distinguir arestas, faces e vértices.
- Identificar os polígonos das faces de cada polígono regular.

Link de acesso da atividade: <https://www.geogebra.org/m/qzkmrkuc>

Figura 67 - Representação da planificação da atividade H.



Fonte: Os autores, 2022.

$a = 2$

$a = 2$

- 1) Mova o $a = 2$ controle deslizante até 0.5. Depois mova o $a = 2$ controle deslizante até 0. Descreva o que ocorreu com a planificação.

- 2) Qual polígono aparece nas faces do poliedro?

- 3) Quantas faces tem o poliedro representado?

- 4) Quantos vértices tem o poliedro representado?

5) Quantas arestas tem o poliedro representado?

6) Conte o número de vértices do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de vértices da face e o número de vértices do poliedro? Qual?

7) Conte o número de arestas do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de arestas da face e o número de arestas do poliedro? Qual?

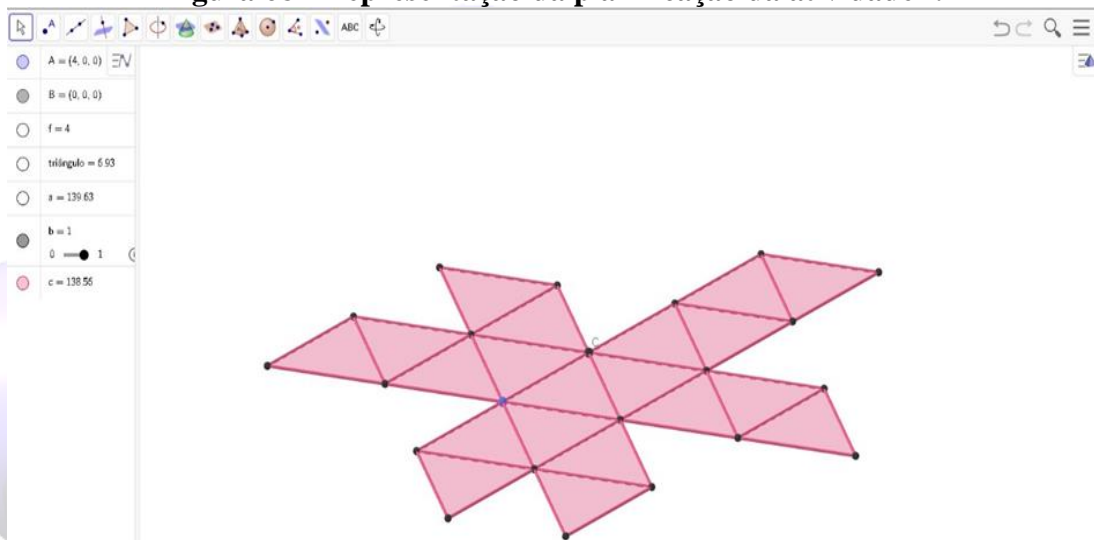
Atividade I

Objetivos:

- Distinguir arestas, faces e vértices.
- Identificar os polígonos das faces de cada polígono regular.

Link de acesso da atividade: <https://www.geogebra.org/m/wxmydnfw>

Figura 68 - Representação da planificação da atividade I.



Fonte: Os autores, 2022.

$a = 2$

$a = 2$

- 1) Mova o $a = 2$ controle deslizante até 0.5. Depois mova o $a = 2$ controle deslizante até 0. Descreva o que ocorreu com a planificação.

- 2) Qual polígono aparece nas faces do poliedro?

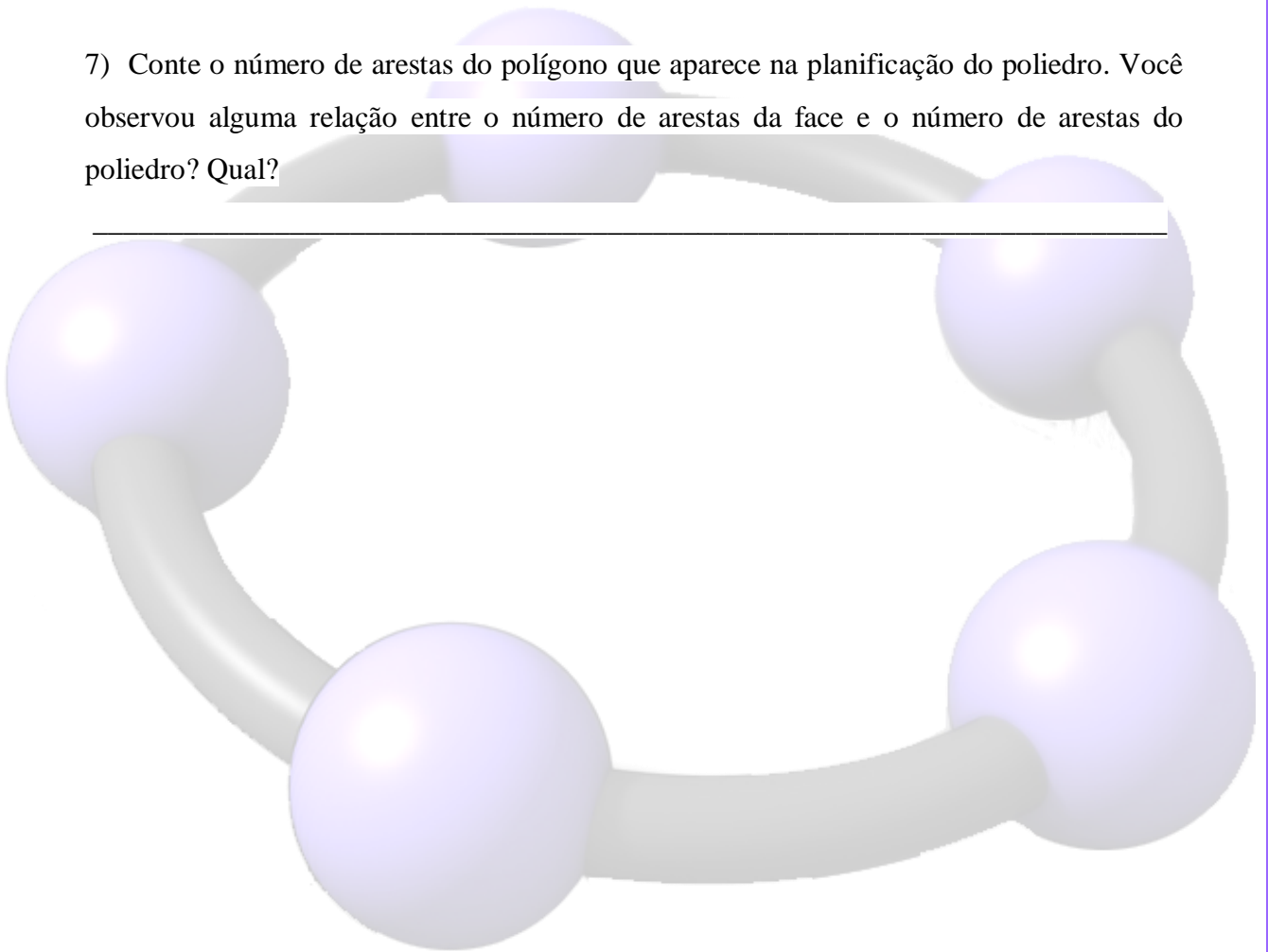
- 3) Quantas faces tem o poliedro representado?

- 4) Quantos vértices tem o poliedro representado?

5) Quantas arestas tem o poliedro representado?

6) Conte o número de vértices do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de vértices da face e o número de vértices do poliedro? Qual?

7) Conte o número de arestas do polígono que aparece na planificação do poliedro. Você observou alguma relação entre o número de arestas da face e o número de arestas do poliedro? Qual?



Atividade J

Objetivos:

- Compreender a origem dos nomes dos poliedros regulares.
- Nomear cada um dos poliedros de acordo com o número de faces.

Link de acesso para atividade: <https://www.geogebra.org/m/ymy6rtvu>

Definição

A palavra “Poliedro” é de origem grega. O prefixo “Poly” quer dizer muito (a) ou muitos (as). Temos como exemplo as palavras: poliglota = quem fala muitas línguas, polissílaba = palavra de muitas sílabas, polígonos = muitos ângulos. Já o sufixo Edro, vem de “Hedra” cujo significado é face, lado. Por consequência, poliedro significa um sólido de muitos lados. De forma semelhante são compostos os nomes dos poliedros regulares: um prefixo que denota o número de faces + o sufixo “EDRO”. Com as informações disponíveis e consultando a tabela de prefixos gregos para numerais complete a tabela e descubra a origem do nome de cada um dos cinco poliedros regulares.

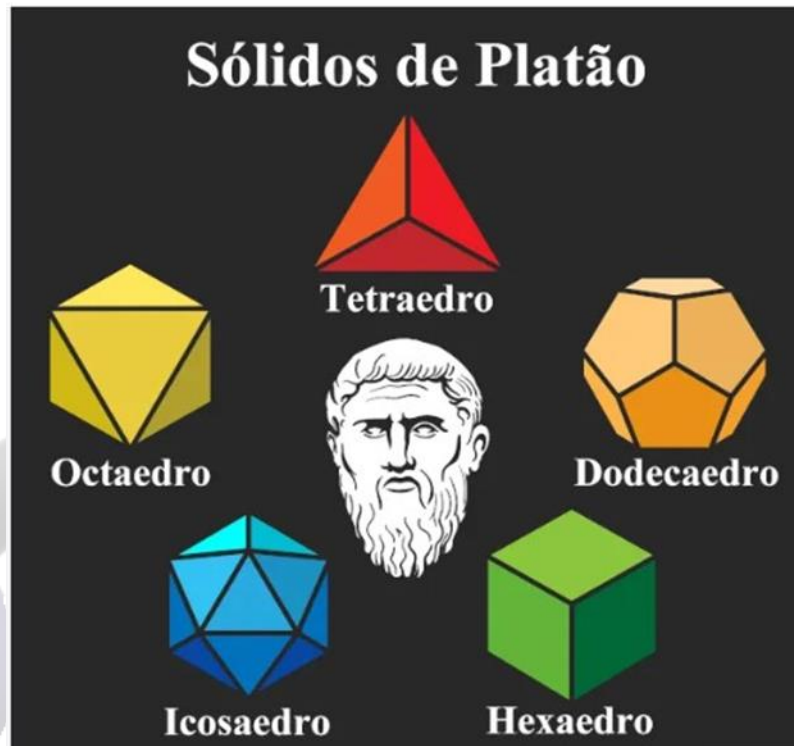
Tabela 1 - Atividade J

Poliedro	Número de faces	Radical grego +	Sufixo	Nome do poliedro
Atividade E			EDRO	
Atividade F			EDRO	
Atividade G			EDRO	
Atividade H			EDRO	
Atividade I			EDRO	

Fonte: Os autores, 2022.

Os sólidos de Platão

Figura 69 - Platão e os denominados “Sólidos Platônicos”

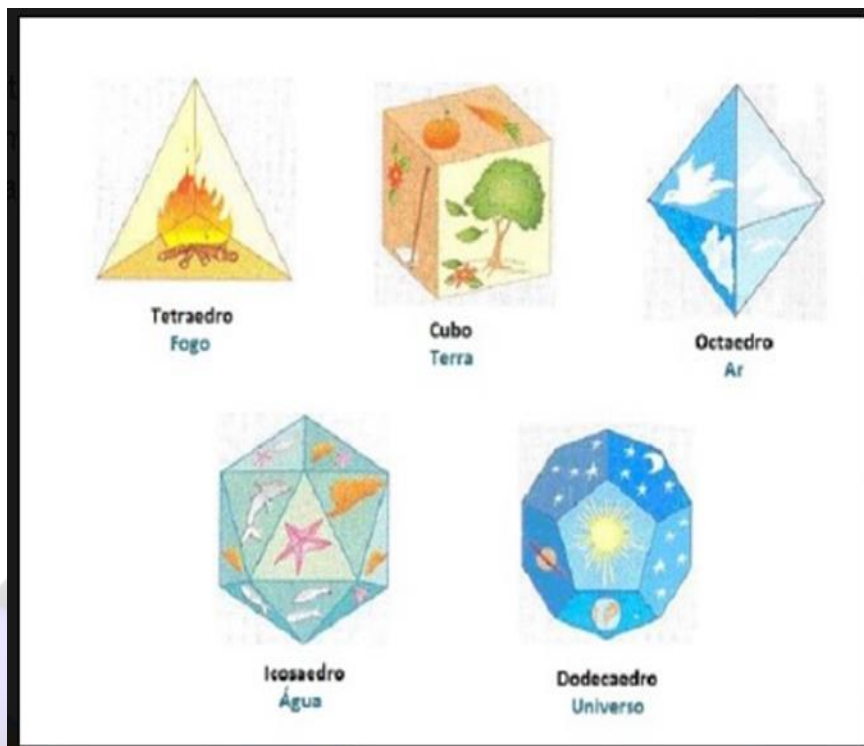


Fonte: www.brasilecola.uol.com.br Acesso em 30 dez. 2022

Matemático e filósofo, Platão defendia que a compreensão do mundo era fragmentada entre as coisas visíveis e as sensíveis. Atribuía ao conceito de coisas visíveis, os seres vivos e a matéria. Enquanto as coisas sensíveis representavam as ideias e a inteligência. A partir desta teoria, o filósofo associou cada poliedro regular a um elemento da natureza com o propósito de desvelar a origem do mundo.

O tetraedro, Platão relacionou ao fogo, por ter o menor número de faces e maior estabilidade, sendo que o seu átomo teria a forma de um poliedro com quatro lados. O cubo, ou hexaedro, Platão associou à terra, por apresentar faces quadradas, podendo ser colocados lado a lado perfeitamente e garantir estabilidade. O octaedro era relacionado ao ar, pois, para Platão, o átomo do ar era um poliedro de oito faces e possuía maior mobilidade crescente e intermediária entre a terra e o fogo. O icosaedro representava a água e, da mesma forma que o octaedro, possuía maior mobilidade crescente e intermediária entre a terra e o fogo. E, finalmente, Platão relacionou o dodecaedro ao universo, que representa o Cosmos, o que, para ele, seria a “alma do mundo” (FAGUNDES ET. AL, 2017, p. 4)

Figura 70 - Associação entre os sólidos Platônicos e os elementos da natureza



Fonte: www.matematicacinco.blogspot.com. Acesso em 30 dez. 2022

ATIVIDADE K

Objetivos:

- Relacionar o tipo de face do poliedro ao número de vértices e arestas do poliedro.
- Estabelecer uma relação entre o número de vértices, faces e arestas de um poliedro.
- Conjecturar a Relação de Euler.

Link de acesso da atividade: <https://www.geogebra.org/m/tnunvmjv>

Preencha a tabela abaixo baseado nas informações que você obteve sobre cada um dos poliedros Platônicos ao manipular as respectivas planificações.

Tabela 2 - Atividade K

Nome do poliedro	Tipo de face	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Número de faces + Número de vértices
TETRAEDRO					
HEXAEDRO					
OCTAEDRO					
DODECAEDRO					
ICOSAEDRO					

Fonte: Adaptado de Scalabrin, 2019, p. 104.

Agora, depois de toda tabela preenchida, responda os itens a seguir:

1) Você percebeu alguma relação entre o resultado da soma da quantidade de faces + quantidade de vértices e a quantidade de arestas?

2) Caso positivo, explique com as suas próprias palavras que relação seria essa?

Nascido na Basileia, capital da Suíça, em 1707, Leonhard Paul Euler é considerado por estudiosos como o “Matemático mais prolífico da história”. Publicado até 50 anos depois do seu falecimento, ocorrido em 1783 em São Petersburgo na atual Rússia, Leonhard produziu em vários campos do conhecimento. Mais de um século depois que a Academia Suíça de Ciências iniciou a coletânea de suas obras, com 85 volumes já publicados, a tarefa ainda não terminou. Além de estudos sobre Filosofia, Física, Astronomia, Lógica e Música, os trabalhos do autor contribuíram para diversas áreas da Matemática: Teoria dos números, Probabilidade e Geometria. Aqui a ênfase será na contribuição dele para a Geometria Espacial, a chamada “Relação de Euler”.

Figura 71- a Relação de Euler

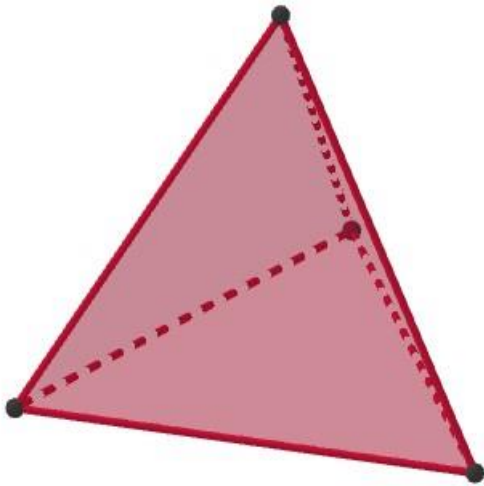


Fonte: <https://slideplayer.com.br/slide/1854713/>. Acesso em 30 dez. 2022

Definição

Em 1758, Euler observou que os números F de faces, A de arestas e V de vértices de um poliedro (sólido geométrico) convexo sempre satisfazem à igualdade $F + V = A + 2$.

Exemplo: O tetraedro regular abaixo tem 4 faces e 4 vértices, como calcular o número de arestas? Ao utilizar a Relação de Euler, tem-se: o



$$F = 4$$

$$V = 4$$

$$A = ?$$

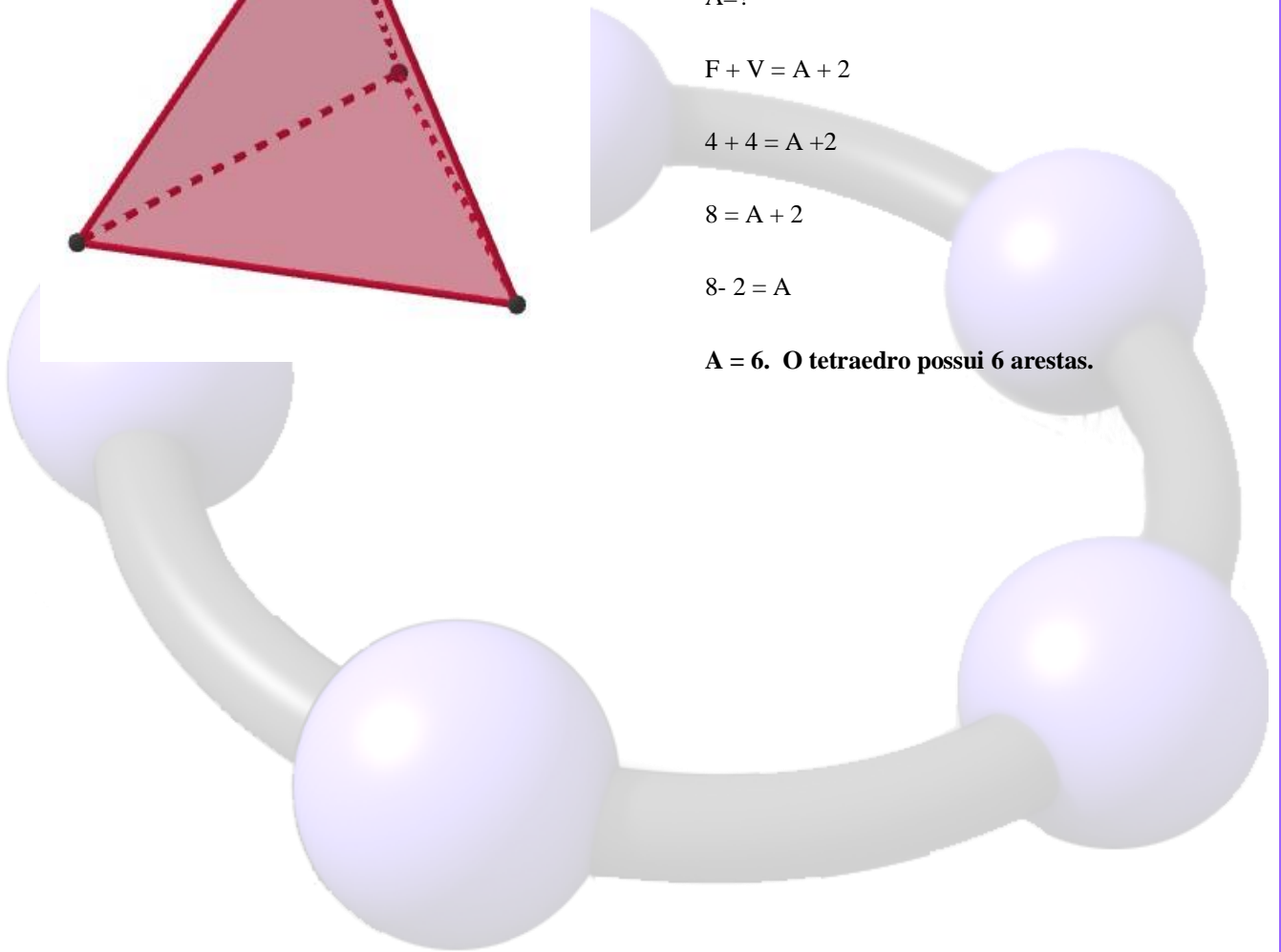
$$F + V = A + 2$$

$$4 + 4 = A + 2$$

$$8 = A + 2$$

$$8 - 2 = A$$

$A = 6$. O tetraedro possui 6 arestas.



4 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORSOI, Caroline. **GeoGebra 3D no ensino médio: uma possibilidade para a aprendizagem da Geometria Espacial**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2016.

FAGUNDES, Daiane da S. et al. Entendendo e construindo os sólidos de Platão. In: **Anais do 9º Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão- SIEPE**. Rio Grande do Sul, 2017. Disponível em www.guri.unipampa.edu.br/uploads/evt/arq_trabalhos/12789. Acesso em 30 de dez. 2022.

SANTOS, Frédson C. **Realidade Aumentada aplicada ao ensino de Geometria Espacial: um desafio para a Educação Matemática**. 2015. 74 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Pará, 2015.

SCALABRIN, ANA M. M. O. **Geometria espacial com o software GeoGebra 3D: análise dos processos de ensinar e de aprender no ensino médio**. 2019. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências, Universidade Estadual de Roraima, Roraima, 2019.

VIANA, Marcelo. **A bela fórmula de Euler**. Folha de São Paulo [online], São Paulo, mar. de 2021. Colunas. Disponível em www1.folha.uol.com.br. Acesso em 12 de jan. 2023.

VIANA, Marcelo. **Euler, o matemático mais prolífico da história**. Folha de São Paulo [online], São Paulo, fev. de 2021. Colunas. Disponível em www1.folha.uol.com.br. Acesso em 12 de jan. 2023.