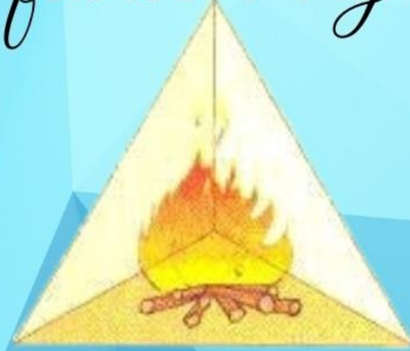
PPGECM
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Polygami: Uma proposta para o ensino da Geometria dos poliedros de Platão com o uso do Origami modular e do software Poly Pro.



Jozeane C. Moreira Flôres
Luiz Henrique F. Pereira.

Passo Fundo
2023

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

F634p Flôres, Jozeane Candido Moreira
Polygami [recurso eletrônico] : uma proposta para o ensinoda geometria dos poliedros de Platão com o uso do Origami modular e do software Poly Pro / Jozeane Candido Moreira Flôres, Luiz Henrique F. Pereira. – Passo Fundo: EDIUPF, 2023.
4.2 MB ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.
ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: http://www.upf.br/ppgecmEste material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo(UPF), sob orientação do Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

1. Matemática (Ensino médio) - Estudo e ensino. 2. Geometria espacial. 3. Poliedros. 4. Tecnologia educacional. 5. Origami. 6. Material didático. I. Pereira, Luiz HenriqueFerraz. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

Bibliotecária responsável Juliana Langaro Silveira – CRB 10/2427

Sumário

Apresentação

O produto educacional aqui apresentado é fruto de uma pesquisa de mestrado profissional, é um paradidático destinado ao professor, este propõe o uso da dobradura, o Origami modular como objeto manipulável para o ensino de geometria, com enfoque nos poliedros regulares de Platão, visando trabalhar formas e conceitos da geometria plana e espacial de forma atrativa e interativa, aliado à uma aprendizagem que faça uso das tecnologias digitais, e a sugerida aqui é o software geométrico Poly Pro na versão 1.12, ambos como instrumento metodológico com intuito de inovar, dinamizar, e, enfim, potencializar o ensino de conceitos geométricos referente aos sólidos regulares de Platão.

Este trará várias sugestões de atividades a professores que optam por práticas diferenciadas de trabalho em sala de aula, que buscam metodologias mais dinâmicas de acordo com habilidades e orientações sugeridas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em sua prática pedagógica, de modo a despertar o interesse e a curiosidade dos educandos por meio do uso do Origami e do software na construção dos polígonos e sólidos regulares, elaborados por eles mesmos, cujo objetivo é torná-los os principais agentes do processo de construção do conhecimento, assim como citado na teoria sociointeracionista de Vygotsky, que sugere uma interação com possibilidades de trocas de construção de conhecimentos, valorizando o contexto social do educando, sua relação com o outro, numa troca de experiências com a mediação do professor no intercambio e sistematização do conhecimento.

Esse produto educacional foi idealizado por mim, Jozeane Candido Moreira Flôres, numa dissertação de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Passo Fundo, RS, intitulada "Potencializando o Ensino de Geometria com o uso do Origami modular e o software Poly Pro na construção dos sólidos de Platão" sob a orientação do professor Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira.

As atividades aqui sugeridas aos professores, foram idealizadas para alunos do 2º Ano do Ensino Médio, podendo ser adaptadas para multiplicar e fornecer resultados favoráveis em relação a aprendizagem e ensino de Geometria em outros contextos presentes no cenário educacional.

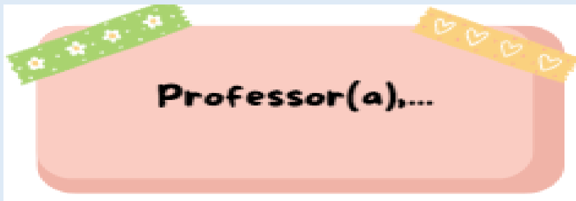
Este livro paradidático, produto dessa dissertação, será organizado em cinco unidades:

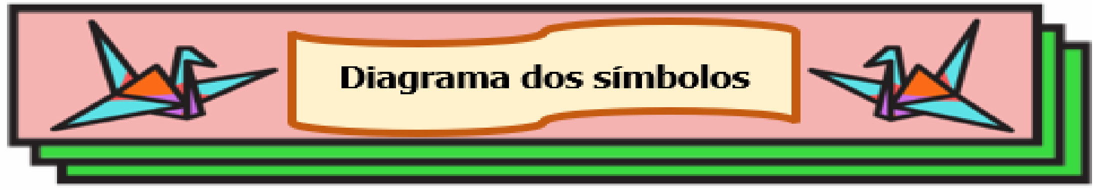
- Unidade I: Um pouco de História: Geometria, Platão e Origami;
- Unidade II: Construção e classificação de Polígonos;
- Unidade III: Curiosidades do Tangram com o Origami;
- Unidade IV: Poliedros Regulares de Platão;
- Unidade V: Sólidos geométricos e a tecnologia.

Estas unidades, apresentarão uma sequência de atividades, com o uso dos recursos do Origami modular e do software Poly Pro. Atividades pensadas e sequenciadas para promover o ensino da geometria que envolve os sólidos de Platão, por meio da dinamicidade e interatividade proporcionada com uso da tecnologia e do material manipulativo, a fim de verificar e oportunizar a aprendizagem dos alunos, ofertando ao professor um material que o auxilie nas dobraduras e que, ao mesmo tempo, lhe traga sugestões metodológicas a serem trabalhadas, que esses sejam úteis aos professores e suscitem o desejo de transformar as aulas de Matemática em encontros agradáveis.

Destaca-se aqui que este PE teve diagramação própria da autora, que anseia por sua compreensão e que ele venha ser para si plausível e agradável, algumas das personalizações apresentadas foram produzidas no Canva (plataforma de design gráfico online), não poderia deixar de registrar ainda, que este Produto Educacional está disponível de forma livre e on-line na página do PPGECM e na EduCapes, para os professores da educação básica que o considerarem relevante, para se utilizar na íntegra ou em partes, modificando e/ou adaptando-o de acordo com os objetivos educacionais.

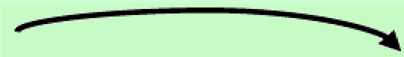
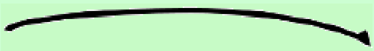
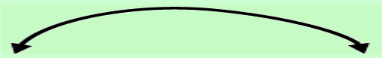
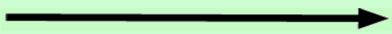
Figura 1 - Apresentação das unidades deste Produto Educacional.

Layout de apresentação Padrão das Unidades deste PE.	
Título de cada unidade Layouts semelhantes a estes, lhes apresentará cada unidade a ser apresentada neste PE.	
Dobrando conhecimentos Este balãozinho será um convite a dobradura, o qual aparecerá sempre que for lhe ensinar uma dobradura diferente.	
Hora do desafio Este lhes trará várias sugestões de Prática pedagógica para uso com os alunos.	
Professor(a),... Quando aparecer quadros iguais a esse, será dado sugestões metodológicas a você professor(a).	
Saiba mais Quando aparecer esse Balãozinho aparecerá indicações e curiosidades de pesquisas para você professor(a), no intuito de que entenda mais sobre o assunto tratado.	
Aprendendo com a tecnologia Este layout apresenta o Software Poly Pro e propostas de atividades a serem realizadas no laboratório de informática com o software.	
Material do Aluno Este layout retrata o material que será disponibilizado a você professor, para que venha ser reproduzido e utilizado na prática pedagógica ao qual for sugerido.	



Para se fazer um origami é preciso seguir um passo a passo, deixado através de imagens, que mostram a sequência de dobras que devem ser feitas. Esse passo a passo foi chamado de diagrama de símbolos demonstrados na tabela abaixo.

Figura 2 - Diagrama de símbolos para as dobraduras do Origami.

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
	Linha vale (dobra para frente)
	Linha montanha (dobra para trás)
	Dobrar para frente
	Dobrar para trás
	Dobrar e abrir novamente (vincar)
	Encaixar
	Dividir em partes iguais

ALGUMAS DICAS PARA A EXECUÇÃO DAS ATIVIDADES SUGERIDAS

- As atividades abaixo vêm como uma sugestão da ação pedagógica. A todo momento, o docente pode intervir para a melhoria no processo ensino e aprendizagem;
- Pesquisar antes da elaboração da sequência didática as concepções prévias dos alunos acerca do tema;
- A problematização deve ser um espaço para a conversação entre os alunos e o professor;
- Oportunizar situações para que o educando assuma uma postura reflexiva e se torne sujeito do processo de ensino e aprendizagem;
- Reconhecer que nem todos aprendem no mesmo tempo, mas criam-se oportunidades para que ocorra futuramente;
- Ao usarmos diferentes metodologias e modalidades didáticas, atendemos as diferenças dos nossos alunos.

Um pouco de História

1. INTRODUÇÃO

Geometria

A palavra Geometria vem do grego *geo* "terra" e *metria* "medida". Na antiguidade, acreditava-se que a Terra era plana e, por isso, o significado "medida da terra".

Estudos relatam que desde as mais antigas civilizações já faziam o uso de algumas noções geométricas, por assim dizer, em suas atividades diárias, tanto na agricultura, em construções e no movimento dos astros.

No entanto, o testemunho de conhecimento mais antigo da Geometria são as construções das pirâmides e templos pelas civilizações egípcia e Babilônica. Contudo, muitas outras civilizações antigas possuíam conhecimentos de natureza geométrica, desde a Babilônia à China, passando pela civilização Hindu.

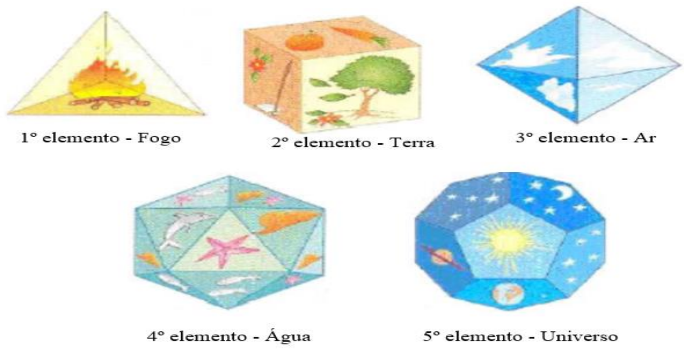
Platão

Comumente é dito que Platão, filósofo grego, teve muito entusiasmo com a Matemática em sua obra "Timaeus", na qual explana seus pensamentos sobre os sólidos em um possível encontro com o pitagórico Timeu de Locri. Neste diálogo, ele expôs suas ideias sobre os Poliedros Regulares, que ficaram conhecidos como Poliedros Platônicos.

Este montou uma Academia em Atenas, considerada a primeira Universidade no mundo que continha, em sua porta de entrada, a seguinte escritura: a frase grega ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ, cujo significado "Que nenhum ignorante de geometria entre aqui", demonstrando que apresentava relação entre o papel da geometria e a formação do espírito humano, (KATZ, 2010, p.67).

Acredita-se, também, que foi a partir daí que ele soube da existência de cinco poliedros especiais: o Tetraedro, o Hexaedro, o Octaedro, o Icosaedro e o Dodecaedro. Nessa época, esses poliedros eram associados aos quatro elementos considerados primordiais: ar, associado ao Octaedro; terra, associada ao Hexaedro; fogo, associado ao Tetraedro; e água, associada ao Icosaedro. O quinto e último poliedro foi o Dodecaedro, que Platão considerou o símbolo do universo.

Figura 3 - Representação das ideias de Platão e suas associações a elementos da natureza.



Fonte: Organizada pela autora a partir de <https://goo.gl/hMjqJb>

Origami

De origem japonesa, a palavra Origami significa dobrar papel. Prieto (2002) explica que *Ori*: dobrar – deriva do desenho de uma mão – e *Kami*: papel – provêm da representação de uma seda. Essa arte foi estabelecida por todo o mundo. No Brasil, é conhecida com dobradura, na língua espanhola como *papiroflexia*, no inglês como *paperfolding*.

Fonte: LUCAS, 2013**.**

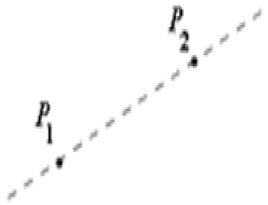
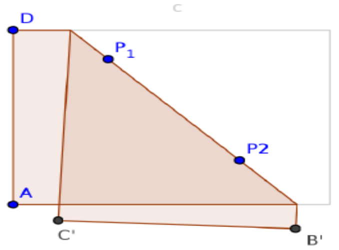
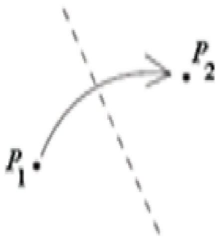
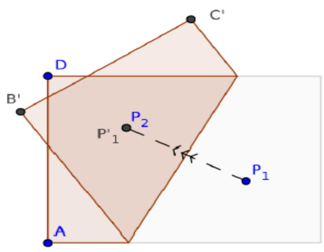
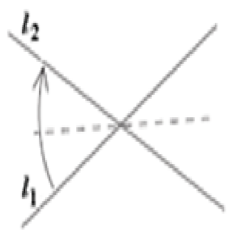
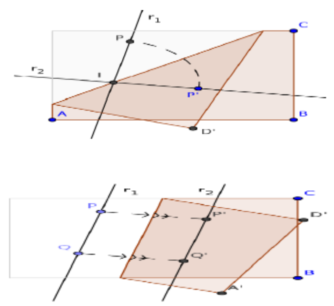
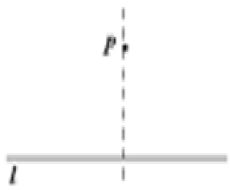
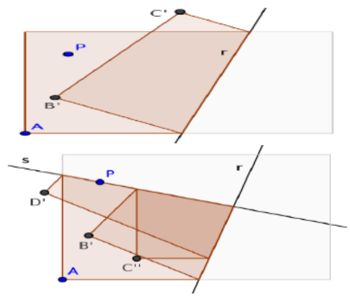
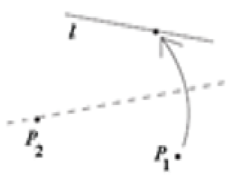
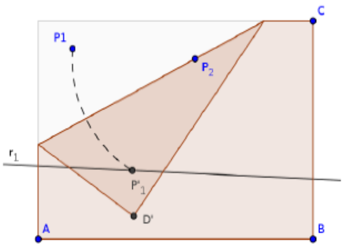
Acredita-se que essa arte seja tão antiga quanto à origem do próprio papel. O Origami pode ser simples ou modular, sendo o primeiro feito a partir de dobras em uma única folha de papel, e o segundo consiste no encaixe de diversas peças geometricamente iguais sem o uso de tesouras ou colas. Atualmente, está cada vez mais comum o uso de folhas retangulares para a construção de modelos poliédricos. O retângulo, cuja razão do lado maior para o menor é $\frac{1}{\sqrt{2}}$, é muito utilizado neste tipo de construção, uma vez que ele permite ampliações dos modelos com muita facilidade. Um exemplo bem popular desse retângulo é a folha A4, que, além de ideal, se torna acessível por ser facilmente encontrada no mercado e possuir baixo custo.

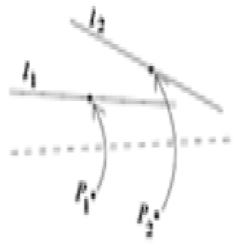
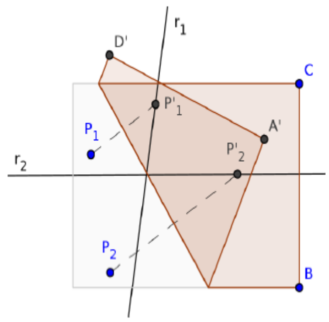
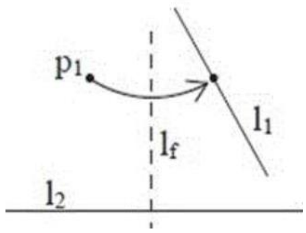
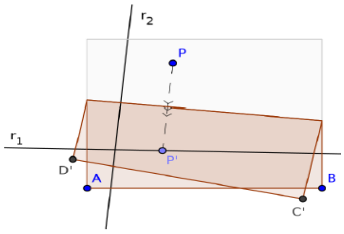
As construções geométricas tradicionais feitas por dobraduras também são regidas por um conjunto de axiomas que permite provar a existência de cada dobra possível de ser realizada. Rafael (2011) destaca o matemático ítalo-japonês Humiaki Huzita, da universidade de Pádua na Itália – nasceu no Japão, mas viveu muitos anos na Itália – que, na década de 70, criou as seis operações que ficaram conhecidas como axiomas de Huzita.

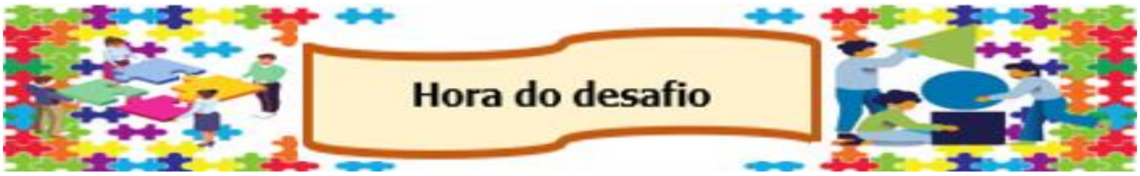
Em 2001, Koshiro Hatori mostrou uma dobragem diferente dos axiomas existentes, surgindo, então, o sétimo axioma.

Vejamos, na prática, como reproduzir os "Axiomas do Origami".

Quadro 1 - Representação dos Axiomas do Origami

Descrição dos axiomas	Diagramas	Corpo axiomático
Axioma 01 Dados dois pontos, P1 e P2, há uma única dobra que passa pelos dois pontos, descrição semelhante ao primeiro postulado do livro 1 de Euclides.		
Axioma 02 Dados dois pontos, P1 e P2, há uma única dobra que as torna coincidentes, propriedade justificada pelo quarto postulado do livro 1 de Euclides.		
Axioma 03 Dadas duas retas, I1 e I2, há uma única dobra que as torna coincidentes, justificado pelas sexta e sétima "noções comuns" do livro 1 de Euclides.		
Axioma 04 Dados um ponto P e uma reta I há uma única dobra perpendicular a I que passa por P. Pode-se com este axioma determinar a menor distância entre uma reta e um ponto fora desta reta.		
Axioma 05 Dados dois pontos, P1 e P2, e uma reta I, se a distância de P1 a P2 for igual ou superior à distância de P2 a I, então há uma única dobra que faz incidir P1 em I e que passa por P2.		

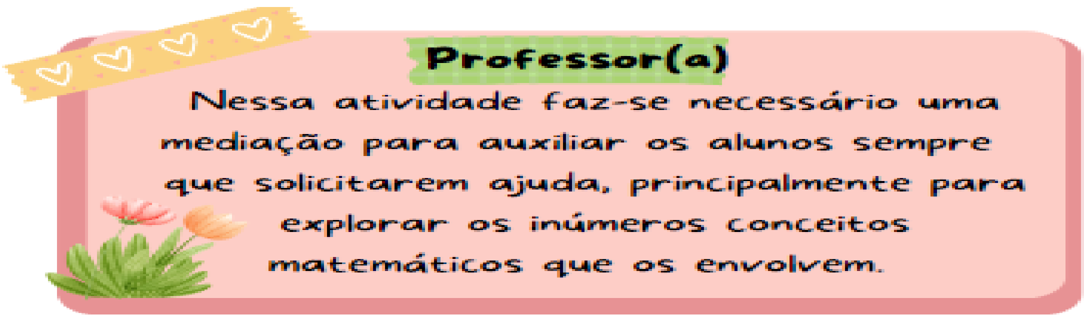
Axioma 06 Dois pontos P1 e P2, e duas retas I1 e I2, se não forem paralelas e se a distância entre as retas não for superior à distância entre os pontos, há uma única dobra que incide P1 em I1 e P2 em I2 gerando os pontos P1’ e P2’.		
Axioma 07 Dado um ponto P e duas retas I1 e I2, se as retas não forem paralelas, há uma única dobra que faz incidir P em I1 e é perpendicular a I2.		



O objetivo dessa aula é que os alunos consigam adquirir um breve conhecimento sobre o corpo axiomático da Geometria do Origami., a fim de perceberem a importância da Matemática nessa técnica e os vários conceitos elementares da Geometria Plana que podem ser relembrados, como, por exemplo, pontos e retas coincidentes, retas paralelas, concorrentes e perpendiculares.

Conhecendo e construindo os axiomas do Origami

Seria interessante levar ao seu aluno um pouco de conhecimento sobre o que é o Origami, e, demonstrar a eles a existência dos sete axiomas de Huzita-Hatori, sugere-se então, que isso seja feito com o auxílio de um projetor de imagens.



1º - O slide a ser exposto deve vir com os sete axiomas descritos, porém sem os diagramas e sem o corpo axiomático, sem desenho algum, (diagrama disponível no “Material do Aluno”. Tendo apenas a descrição, os alunos não serão induzidos a simplesmente reproduzirem o que visualizavam, e, sim, fazê-los experimentando.

2º - Entregue pedaços de papel aos alunos e proponha, que experimentem, e tentem construir os origamis, que foram apresentados no slide.

Conhecendo um pouco sobre Platão e seus sólidos regulares.

Que tal analisarmos a importância que o filósofo matemático Platão teve na construção dos sólidos regulares? Assim, leve seu aluno a assistir aos vídeos sugeridos abaixo, disponível nos sites:

1. Um pouco sobre Platão. Duração: 8 min e 8 seg.
https://www.youtube.com/watch?v=tL36cKPQzsw

2. Os sólidos de Platão. (Mão na forma) Duração: 9min e 54seg
https://www.youtube.com/watch?v=oSEwrglbqnI

Professor(a)

Nessa atividade você pode levar seus alunos ao laboratório de informática, caso sua escola não disonibilize desse ambiente, faça download dos vídeos sugeridos e exponha-os em sala de aula com o projetor de imagens.

Refletindo sobre os vídeos

01 - Para essa reflexão sugere-se, que respondam algumas perguntas, tais como:

❖ Norma afirma que os gregos descobriram “coisas” incríveis. Quais foram essas descobertas? Você também as considera incríveis? Por quê? Quais são os triângulos elementares? Por que esses triângulos são importantes?

❖Norma teve uma experiência com os Hexaedros. Depois imaginou se cortasse o Hexaedro ao meio. Apareceram dois quadrados. E se Norma ao invés de cortar ao meio cortasse uma diagonal, o que apareceria? De acordo com Norma as partes do Hexaedro montadas em formas diferentes, formam um poliedro. Qual poliedro?

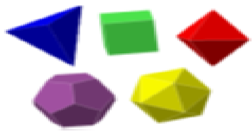
❖ Norma também pensou... Se a pirâmide tivesse todos os lados iguais, o poliedro formado seria o Tetraedro. Você concorda com Norma? Por quê?

❖ De acordo com Norma uma face do Tetraedro é igual a face da pirâmide de base quadrada. Então o Tetraedro se encaixa no Hexaedro. Concorda com Norma? Por quê?

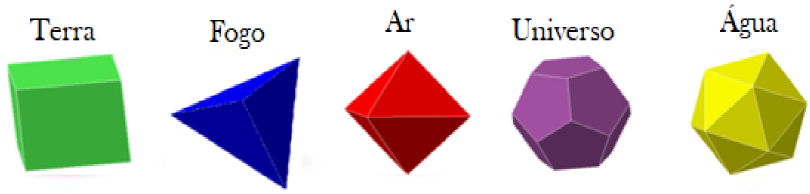
Caro(a) professor(a)

Após os alunos responderem as perguntas é possível verificar e confrontar as respostas em grupo. É possível ainda verificar quais respostas/situações surgirão a partir das atividades propostas.

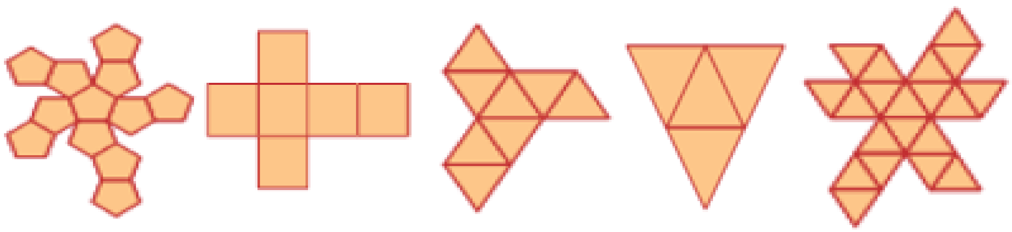
02– Platão relacionou os cinco **poliedros regulares** a cinco elementos da natureza: o Tetraedro (fogo), Hexaedro (Terra), Icosaedro (água), Octaedro (ar), dodecaedro (universo), para ele a Matemática, inclusive os sólidos cósmicos, estão presentes na natureza. Pesquise e investigue os porquês dessas relações em:(https://www.youtube.com/watch?v=B66EkzPshIY)



03 - Os sólidos a seguir são chamados de poliedros de Platão.



Segundo Platão, o seu criador, cada poliedro representava um elemento da natureza, observe agora, a planificação desses poliedros.



A sequência das planificações é:

a) Ar, Água, Fogo, Universo e Terra

b) Água, Terra, Fogo, Ar e Universo

c) Terra, Universo, Ar, Água e Fogo

d) Água, Ar Terra, Fogo e Universo

e) Universo, Fogo, Ar, Água e Terra.

Construção e classificação dos polígonos

Trabalhando figuras geométricas planas: Polígonos

O que são polígonos:

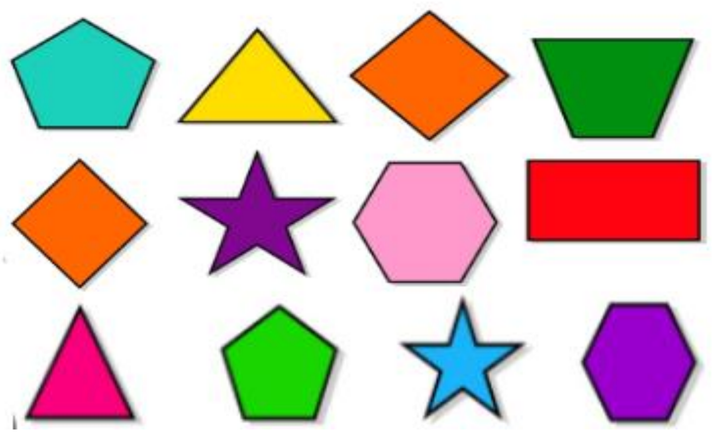
Um polígono é uma figura com formas geométricas **plana e fechada formada por segmentos de retas**, chamados de lados. De acordo com a quantidade de lados que as formam estas figuras possuem nomes e formatos diferentes.

Uma característica importante para reconhecer um polígono é saber que **seus segmentos de retas nunca se cruzam**, exceto nas extremidades, estes são estudados a fundo dentro da Geometria Plana, pois nela estudamos suas características, suas principais propriedades e o cálculo de suas áreas.

Quais são as formas geométricas?

As formas geométricas podem ser classificadas em planas ou não planas, dependendo se possuem duas ou três dimensões, respectivamente. Vejamos algumas das formas geométricas mais importantes.

Formas geométricas planas



Ainda, um polígono é um **polígono regular** quando é convexo e possui todos os lados e ângulos congruentes. Se pelo menos um lado não for congruente, o polígono é um **polígono irregular**.

Formas geométricas não planas

As formas geométricas não planas, também chamadas de **sólidos geométricos**, são objetos tridimensionais. Essas formas **possuem comprimento, largura e espessura**. São estudadas na Geometria Espacial.

TRIÂNGULOS

O triângulo é considerado uma das figuras mais importantes no estudo da Geometria. Ele é o menor polígono, em relação aos lados, que pode ser formado, sendo composto por três lados e três ângulos que são responsáveis por sua classificação. A ele são atribuídas várias relações métricas e a mais importante delas é o famoso Teorema de Pitágoras. Este revela que:

> **Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.**

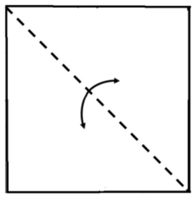
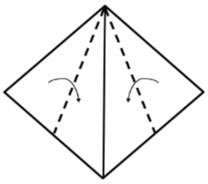
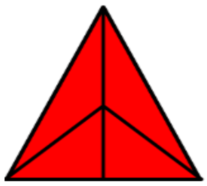
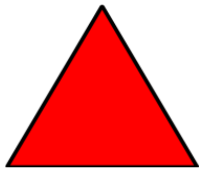
As principais propriedades de um triângulo são:

- A medida de um lado deve ser sempre menor que a soma das medidas dos outros dois lados;
- A soma das medidas dos ângulos internos é igual a 180°.
- A medida de um ângulo externo de um triângulo é a soma dos dois internos opostos a ele.

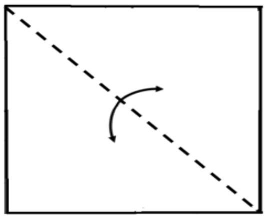
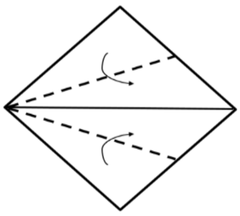
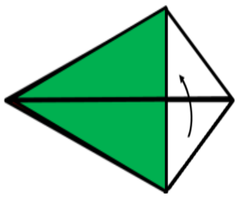
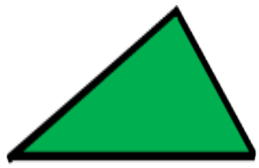
Professor(a)

Agora, é o momento de levar seu aluno a compreender melhor como classificar e conferir a aplicabilidade das propriedades dessa figura geométrica que acabamos de apresentar, vamos confeccioná-las com o Origami seguindo os passos nos diagramas abaixo.

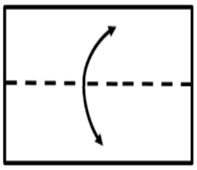
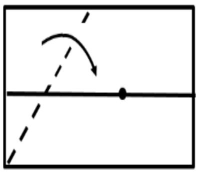
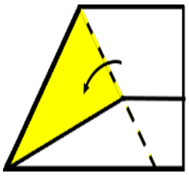
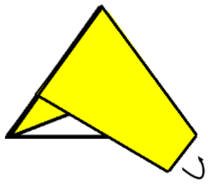
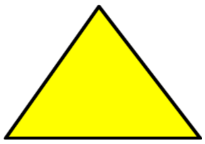
Quadro 2 - Construção do triângulo isósceles.

CONSTRUÇÃO DO TRIÂNGULO ISÓSCELES				
01- Utilize uma folha quadrada e obtenha sua diagonal.	02- Leve dois lados deste quadrado sobre a diagonal obtida.	03- Dobre para cima o vértice inferior.	04- Marque bem o vinco a fim de obter os vértices da base do triângulo (vire).	05- Está pronto seu Triângulo Isósceles (este, possui dois lados e dois ângulos congruentes).
				
Classificação: Classificando este Triângulo quanto aos ângulos, damos a ele o nome de Acutângulo, pois ele possui três ângulos agudos.				

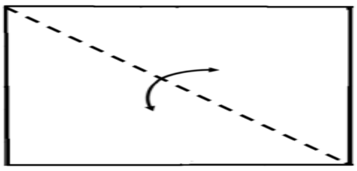
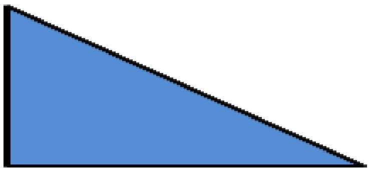
Quadro 3 - Construção do triângulo escaleno

CONSTRUÇÃO DO TRIÂNGULO ESCALENO			
01- Utilize uma folha quadrada e obtenha sua diagonal.	02- Leve dois lados deste quadrado sobre a diagonal obtida.	03- Dobre sobre a diagonal.	04- Está pronto seu Triângulo Escaleno (este, possui os três lados e ângulos com medidas distintas).
			
Classificação: este Triângulo quanto aos ângulos, damos a ele o nome de obtusângulo, pois ele possui um ângulo obtuso.			

Quadro 4 - Construção do triângulo equilátero

CONSTRUÇÃO DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO				
01- Utilize uma folha retangular e dobre-a ao meio no sentido horizontal.	02- Leve o vértice superior esquerdo até a marca central obtendo um novo vértice inferior esquerdo.	03- Sobreponha o lado superior ao lado esquerdo da figura.	04- Dobre para trás a ponta excedente e em seguida a introduza dentro do módulo (vire).	05- Está pronto seu Triângulo Equilátero (triângulo que possui os três lados e ângulos congruentes).
				
Classificação: Classificando este Triângulo quanto aos ângulos, damos a ele o nome de Acutângulo, pois ele possui três ângulos agudos.				

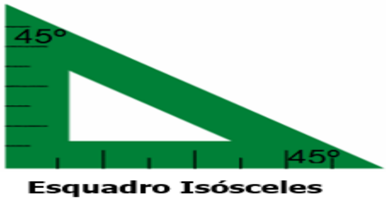
Quadro 5 - Construção do triângulo retângulo

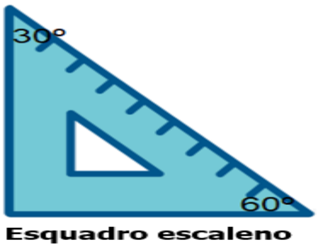
CONSTRUÇÃO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO	
01- Utilize uma folha quadrada e obtenha sua diagonal.	02- Está pronto seu Triângulo Retângulo (triângulo que possui um ângulo de 90°)
	
Classificação: Classificando este Triângulo quanto aos lados, damos a ele o nome de Isósceles, pois ele possui dois lados congruentes e quanto ao ângulo, damos a ele o nome de ângulo reto quando um dos seus ângulos internos forem de 90º.	

Professor(a)!! Veja mais sobre "Classificação de triângulos" em: **https://brasilescola.uol.com.br/matematica/classificacao-de-triangulos.htm** e, também em **https://www.youtube.com/watch?v=6CB1xgKRxX4**

Veja também: Vídeo da professora pesquisadora explicando como realizar as dobraduras dos triângulos. (Triângulo Isósceles, triângulo Escaleno, triângulo Equilátero e triângulo Retângulo). https://youtu.be/414nUqA539E

O par de esquadros é composto por duas peças geralmente triangulares: um triângulo retângulo escaleno e um triângulo retângulo isósceles.

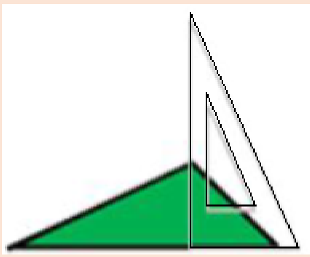
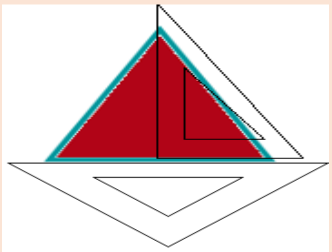
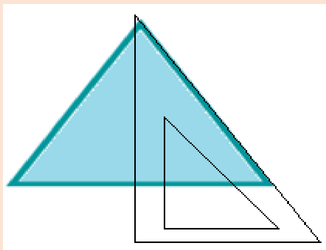




Este instrumento é chamado de esquadro, é muito utilizado em aulas de Geometria eles possuem muitas utilidades dentre as quais se destacam o traçado de linhas perpendiculares / paralelas e a demarcação de ângulos e ainda é muito usado para Desenho Geométrico. Contudo, esta ferramenta didática preferencialmente graduada, pode auxiliar o traçado de cevianas em um triângulo. Observe:

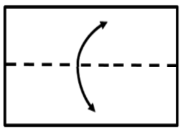
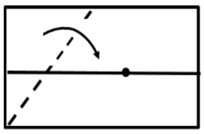
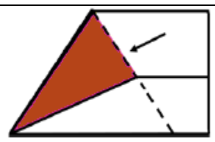
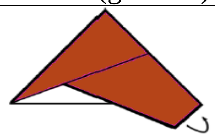
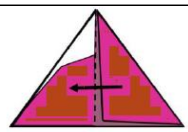
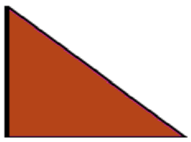
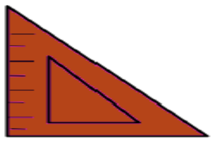
Cevianas são os segmentos que unem um vértice de um triângulo ao seu lado oposto ou ao seu prolongamento.

Quadro 6 - Segmentos notáveis de um triângulo.

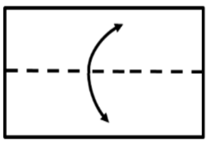
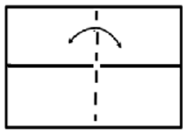
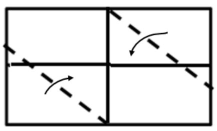
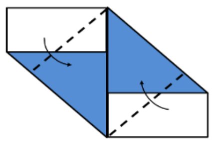
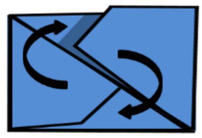
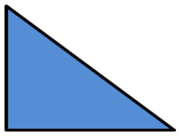
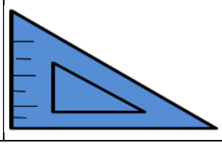
CEVIANAS ESPECIAIS - SEGMENTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO		
ALTURA	**BISSETRIZ**	**MEDIANA**
É o segmento de reta que une um de seus vértices ao seu lado oposto ou prolongamento formado com este, um ângulo de 90º 	É o segmento de reta que une um de seus vértices ao seu lado oposto dividindo o ângulo desse vértice em dois ângulos com medidas iguais. 	É o segmento de reta que une um de seus vértices ao seu lado oposto dividindo este lado em dois segmentos congruentes. 

Que tal aprender a fazer o par de Esquadros com Origami?

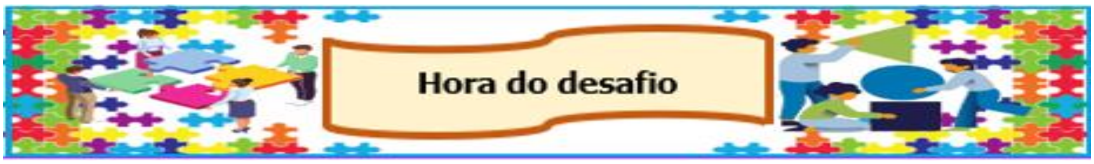
Quadro 7 - Dobradura do Esquadro Escaleno

CONSTRUINDO ESQUADRO ESCALENO				
1º -Utilize uma folha retangular A4 e dobre-a ao meio no sentido horizontal.	**2º**- Leve o vértice superior esquerdo até a marca central de modo a obter um novo vértice inferior esquerdo.	**3º -** Sobreponha o lado superior ao lado esquerdo da figura e em seguida introduza-o sob a “aba” obtida.	**4 -** Dobre para trás a ponta excedente e em seguida a introduza dentro do módulo (gire 90°).	**5º -** Encaixe a “aba” do lado direito no “bolso” do lado esquerdo da figura...
				
6º - Está pronto seu Esquadro de 30º e 60º.	**6º -** 	**7º -** Com o auxílio de uma régua faça as devidas marcações de medida.	**7º -** 	

Quadro 8 - Dobradura do Esquadro Isósceles.

CONSTRUINDO ESQUADRO ISÓSCELES				
1º - Utilize uma folha retangular A4 e dobre ao meio no sentido horizontal.	**2º -** Agora dobre-a ao meio no sentido vertical.	**3º -** Leve o vértice superior direito e inferior esquerdo até o centro da figura.	**4 -** Leve também ao centro os outros dois vértices.	**5º -** Encaixe as “abas”, como indica a figura ao lado.
				
6º - Está pronto seu Esquadro de 45º.	**6º -** 	**7º -** Com o auxílio de uma régua, faça as devidas marcações de medida.	**7º -** 	

Professor(a)!!, você pôde observar o passo a passo dessas dobraduras com diagramas, agora você acompanhará o vídeo da professora pesquisadora fazendo essa demonstração em: https://youtu.be/zglFhMfQ2iU



Ao desenvolver as dobraduras dos triângulos com seus alunos, sugere-se que faça um levantamento dos conhecimentos prévios destes em relação ao estudo de formas planas. Algumas perguntas provocativas e atividades podem ser utilizadas nessa etapa, tais como:

01- Preencha a cruzadinha utilizando os triângulos confeccionados com Origami, verificando a compreensão do seu aluno.

1 - Triângulo que possui um ângulo de 90°.

2 - O ângulo principal do triângulo retângulo.

3 - O triângulo equilátero tem ângulos...

4 - Que triângulo possui os três lados congruentes?

5 - Qual o menor polígono possível de ser formado?

6 - Qual o nome dos ângulos do triângulo acutângulo?

7 - Qual Triângulo possui um ângulo obtuso?

8 - Triângulo que possui três lados diferentes.

9 - Triângulo com dois lados congruentes.

BRINCANDO E APRENDENDO

1						**T**							
2						**R**							
3						**I**							
4						**Â**							
5						**N**							
6						**G**							
7						**U**							
8						**L**							
9						**O**							

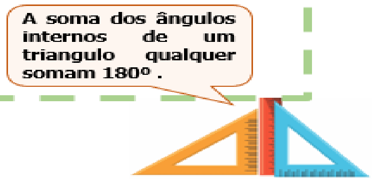
OBS: Segue modelo da cruzadinha para reprodução em anexo no "Material do aluno".

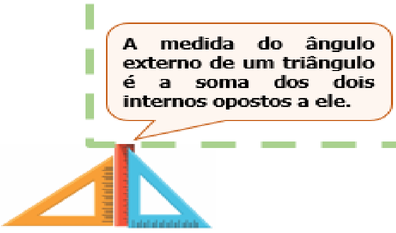
02- Analise as duas afirmativas abaixo, assinale a correta e justifique:

a) Todo triângulo isósceles também é equilátero.

b) Todo triângulo equilátero também é isósceles.

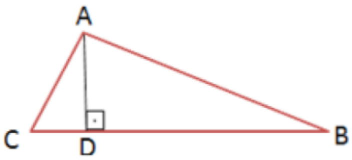
03- Utilize sua criatividade e as dobraduras que aprendeu para demonstrar as propriedades dos ângulos internos e do ângulo externo de um triângulo. Desenhe, colora ou faça uma colagem no quadro abaixo com sua solução:





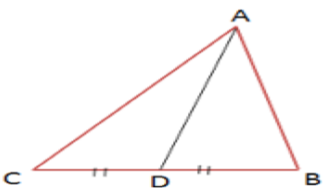
04- Analise as figuras e escreva o nome de cada ceviana traçada:

a)



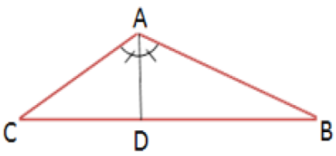
$\overline{AD}$ É ________________

b)



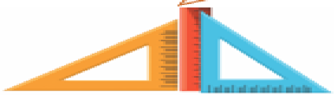
$\overline{AD}$ É ________________

c)



$\overline{AD}$ É ________________

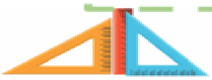
O ponto de encontro das alturas recebe o nome de Ortocentro.



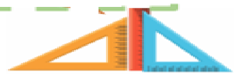
O ponto de encontro das medianas recebe o nome de Baricentro.

O ponto de encontro das bissetrizes recebe o nome de Incentro.

05- Dobre um triângulo equilátero como mostrado anteriormente e com a ajuda do esquadro que você confeccionou vinque as três alturas relativas a cada lado desse triângulo. Escreva abaixo suas conclusões a respeito das cevianas marcadas.



06- Repita o procedimento da questão anterior, porém, agora, utilize o triângulo isósceles. O que você pode concluir?

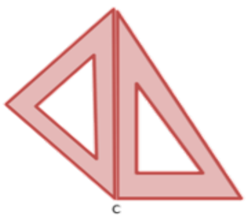


07- Utilize seu par de esquadros e diga quanto mede os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ e $\hat{D}$:

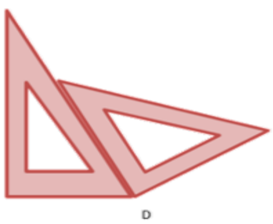
a)

b)

c)



d)



________________ ________________ ________________ ________________

Quadriláteros são polígonos formados por quatro lados, muitos deles são especiais possuindo características importantes.

Possuem três classificações básicas:

Trapézios: Possuem um par de lados paralelos;

Paralelogramos: Possuem dois pares de lados paralelos.

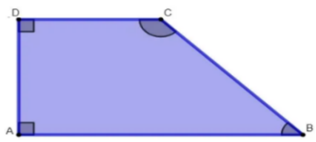
Outros: Não possuem lados paralelos;

Classificação do trapézio

Existem três possíveis classificações para um trapézio de acordo com o formato que ele possui. Sendo assim, o trapézio pode ser retângulo, isósceles ou escaleno.

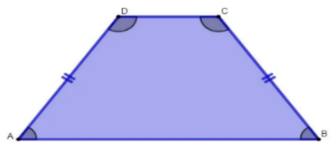
Trapézio retângulo

Possui dois ângulos retos medindo 90°.



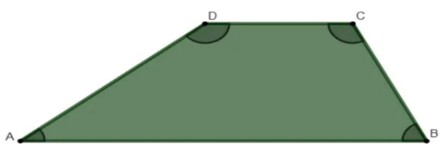
Trapézio isósceles

Possui os lados oblíquos congruentes, ou seja, os lados não paralelos possuem a mesma medida."

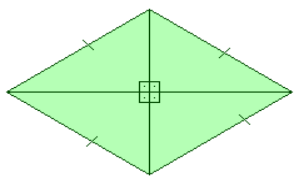


Trapézio escaleno

Possui todos os lados distintos.



Já nos paralelogramos, podemos destacar o **quadrado,** os **retângulos** e os **losangos**.



Todo quadrilátero possui duas diagonais. Essas, por sua vez, são segmentos que unem dois vértices não consecutivos. Observe suas propriedades abaixo:

1 – Os ângulos opostos de um **paralelogramo** são congruentes. Observe, na figura a seguir, que os ângulos opostos são aqueles que não compartilham lados do paralelogramo;
2 – Dois ângulos adjacentes de um **paralelogramo** são suplementares, ou seja, a soma dos dois é igual a 180 graus;
3 – As diagonais de um **paralelogramo** cruzam-se em seus pontos médios;
4 – Os lados opostos de um **paralelogramo** são congruentes (possuem a mesma medida).

Como os **retângulos** também são paralelogramos, as quatro propriedades já citadas também valem para qualquer retângulo.

Todo retângulo possui diagonais congruentes.

Os **losangos** são **paralelogramos** cujos lados são congruentes. Isso significa que seus lados possuem medidas iguais. Além disso, a propriedade que se refere unicamente aos losangos é a seguinte:

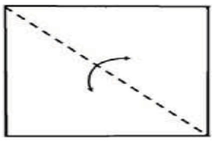
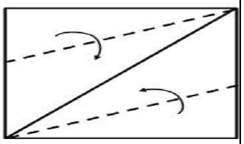
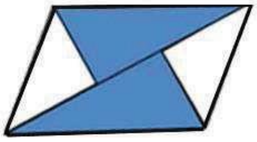
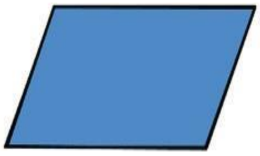
Todo losango possui diagonais perpendiculares.

Os **quadrados** são **paralelogramos** que possuem lados congruentes e ângulos de 90°. Isso significa que todo quadrado é também losango e retângulo ao mesmo tempo. Por isso, é propriedade dos quadrados:

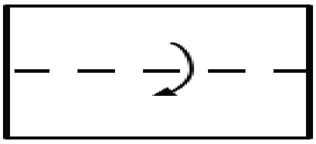
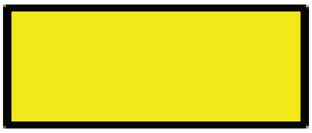
Todo quadrado possui diagonais congruentes e perpendiculares.

Depois de conhecer um pouco sobre os quadriláteros, é hora de realizar, na prática, dobras que resultarão em cada uma das figuras aqui apresentadas.

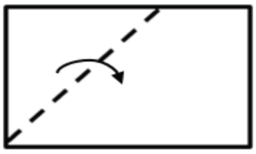
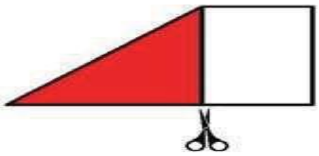
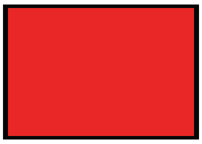
Quadro 9 - Dobradura do Paralelogramo

CONSTRUÇÃO DO PARALELOGRAMO			
01- Utilize uma folha quadrada e obtenha sua diagonal.	02- Dobre os lados superior e inferior rente à diagonal.	03- Vinque bem as laterais de modo que "abas" não se sobreponham no centro da figura (vire).	04- Está pronto seu Paralelogramo (quadrilátero que possui lados e ângulos opostos congruentes e paralelos).
			

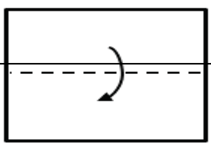
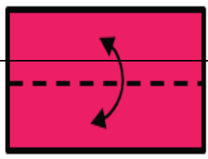
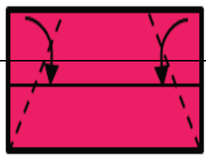
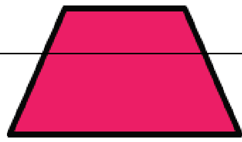
Quadro 10 - Dobradura do Retângulo.

CONSTRUÇÃO DO RETÂNGULO	
01- Utilize uma folha quadrada e dobre-a ao meio no sentido vertical.	02- Está pronto seu Retângulo (paralelogramo que possui ângulos internos iguais a 90°)
	

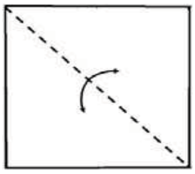
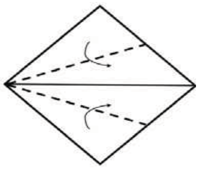
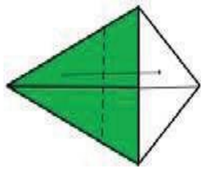
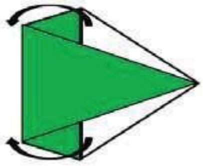
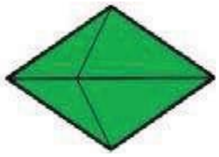
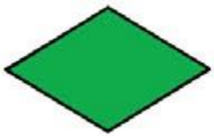
Quadro 11 - Dobradura do quadrado.

CONSTRUÇÃO DO QUADRADO		
01- Utilize uma folha retangular e dobre o vértice superior esquerdo rente ao lado inferior da folha retangular.	02- Recorte o excesso como indica a figura ao lado.	03- Está pronto seu Quadrado (paralelogramo que possui lados congruentes e ângulos internos iguais a 90°)
		

Quadro 12 - Dobradura do Trapézio.

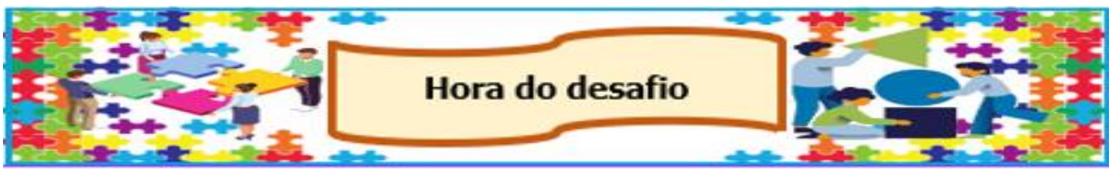
CONSTRUÇÃO DO TRAPÉZIO			
01- Utilize uma folha quadrada e dobre-a ao meio no sentido horizontal.	02- Dobre ao meio novamente no sentido horizontal.	03 - Dobre os vértices superiores até o vinco formado, obtendo as trissetrizes dos respectivos ângulos inferiores.	04 - Está pronto seu Trapézio (quadrilátero que possui apenas dois lados paralelos)
			

Quadro 13 - Dobradura do Losango.

CONSTRUÇÃO DO LOSANGO				
1º - Utilize uma folha quadrada e obtenha sua diagonal.	**2º -** Leve dois lados deste quadrado sobre a diagonal obtida.	**3º -** Leve um vértice ao outro como indica a figura.	**4 -** Retorne a dobra, trazendo consigo as aberturas nas laterais como indica a figura ao lado.	**5º -** Reforce bem os vincos (vire).
				
6º - Está pronto o seu Losango.	(paralelogramo de lados congruentes e ângulos opostos).			

Professor(a)!! Você pôde observar os diagramas para construção dos quadriláteros, agora acompanhe o vídeo da professora pesquisadora, fazendo essa demonstração.

https://youtu.be/dnN18KDMVpQ



Ao realizar as dobraduras dos quadriláteros com seus alunos, sugere-se que junto faça um apanhado de todos os conceitos geométricos envolvidos, para enfim sugerir as seguintes atividades e poder avaliar se ouve indícios de aprendizagem.

01- Utilize os quadriláteros que confeccionou através do Origami e preencha a cruzadinha abaixo:

1 - Polígono formado por quatro lados.

2 - Aberturas formadas pelos lados dos quadriláteros.

3 - Paralelogramo de lados paralelos congruentes e ângulos retos.

4 - Paralelogramo de quatro lados e quatro ângulos congruentes.

5 - Pontos de interseção de lados consecutivos de um quadrilátero.

6 - Quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.

7 - Quadrilátero que tem os lados opostos paralelos.

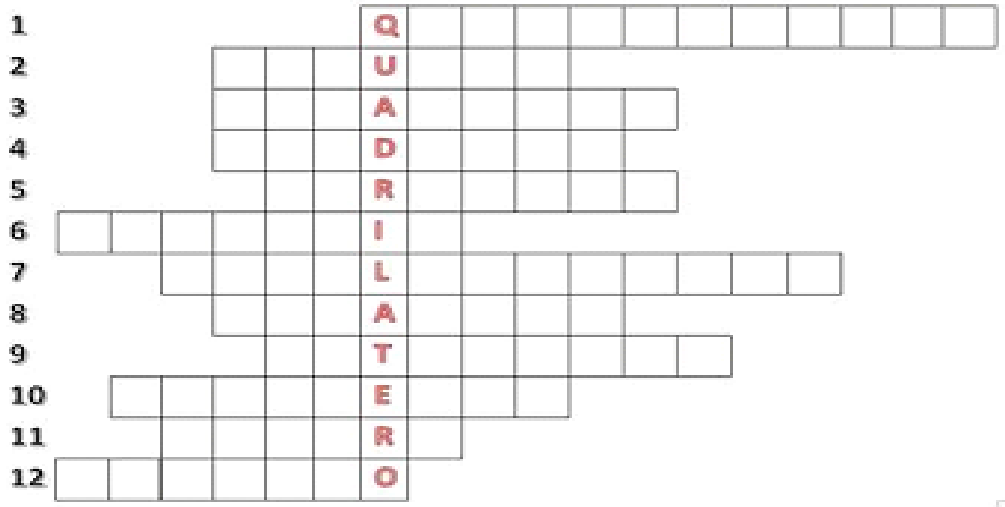
8 - Trapézio de quatro lados com medidas diferentes.

9 - Trapézio que tem dois ângulos retos.

10 - Trapézio que tem os dois lados não paralelos congruentes.

11 - Distância medida na perpendicular entre as bases do trapézio.

12 - Paralelogramo de quatro lados congruentes e ângulos opostos congruentes, sendo dois agudos e dois obtusos.



OBS: Segue modelo da cruzadinha para reprodução em anexo no "Material do aluno".

02- Classifique as afirmações em verdadeiras ou falsas.

( ) Todo trapézio também é paralelogramo.

( ) Todo quadrado também é losango.

( ) Todo losango também é quadrado.

( ) Nem todo retângulo é quadrado.

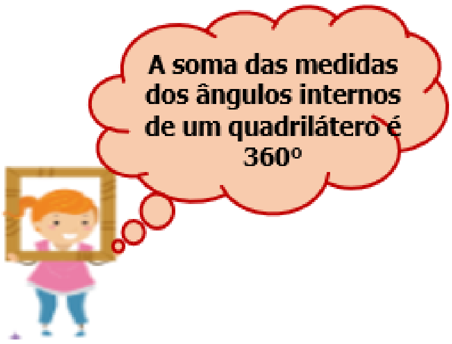
( ) Existem losangos que também são retângulos.

( ) Todo retângulo também é quadrado.

( ) Nem todo retângulo é paralelogramo.

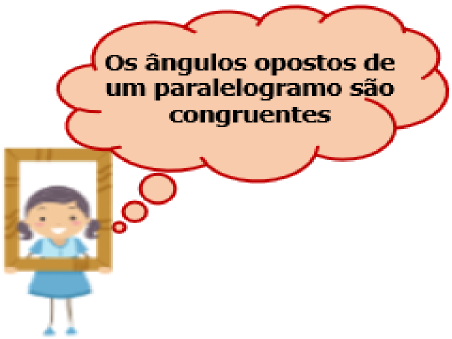
( ) Existem paralelogramos que também são trapézios.

03- Seguindo as orientações das dobraduras descubra as medidas dos ângulos internos do paralelogramo, do losango e do trapézio que você confeccionou, registre nos quadros abaixo, os procedimentos que o levou a esta conclusão.



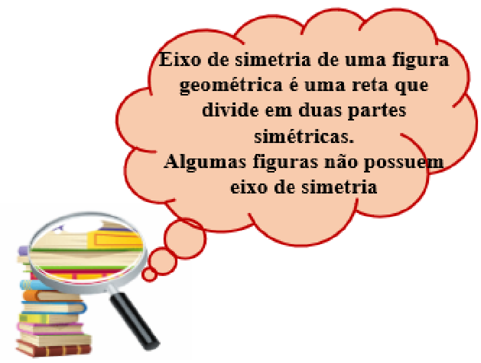
Paralelogramo

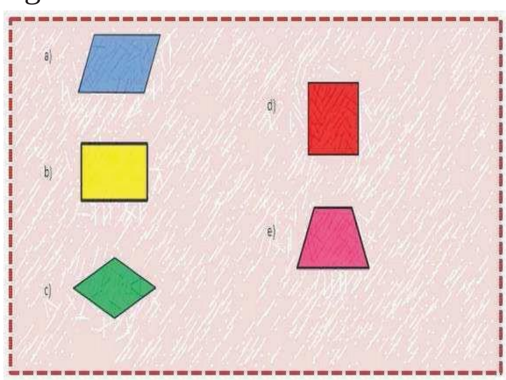
Trapézio



Losango

04- Com os quadriláteros que foram produzidos, identifique os eixos de simetria de cada um deles e marque os eixos sobre as figuras abaixo sinalizando com um X quando os mesmos se coincidirem com a diagonal.

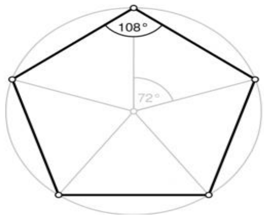




PENTÁGONOS

O que é um pentágono regular:

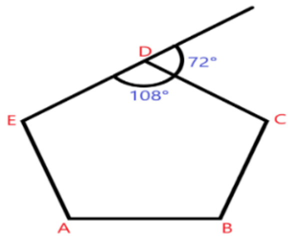
A geometria plana estuda basicamente este tipo especial de Pentágono que é uma **figura geométrica formada por cinco ângulos e lados**.



Nos estudos da geometria, os pentágonos (polígonos de cinco lados), podem ser divididos em **regulares** e **irregulares**. No caso de um pentágono regular, todos os lados e ângulos são de igual tamanho, sendo cada ângulo interno com a medida de 180º.

Ângulos do pentágono regular

Todos os ângulos internos deste pentágono medem 108° e todos os ângulos externos medem 72°.



Vejamos como são feitos os cálculos das medidas dos ângulos do heptágono:

Ângulo externo	Ângulo interno
$A_e = \dfrac{360^0}{n}$ $A_e = \dfrac{360^0}{5}$ $A_e = 72°$	$A_i = 180° - A_e$ $A_i = 180° - 72°$ $A_i = 108°$

Número de diagonais do pentágono regular

Este pentágono possui apenas 5 diagonais e o cálculo é feito da seguinte forma:

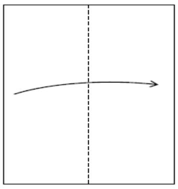
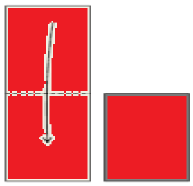
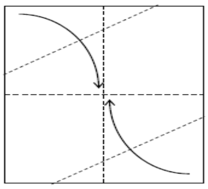
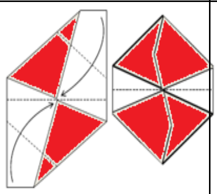
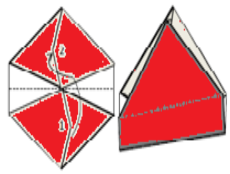
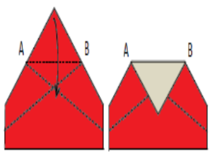
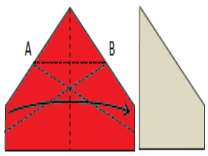
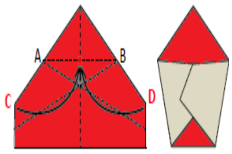
$$d = \frac{n.(n-3)}{2} \quad d = \frac{5.(5-3)}{2} \quad d = \frac{5.2}{2} \quad d = \frac{10}{2} \quad d = 5$$

Área do pentágono

Podemos calcular a área de um pentágono regular através da seguinte fórmula matemática:

$$A = \frac{a^2.\sqrt{25 + 10.\sqrt{5}}}{4}$$

Quadro 14 - Dobradura do Pentágono.

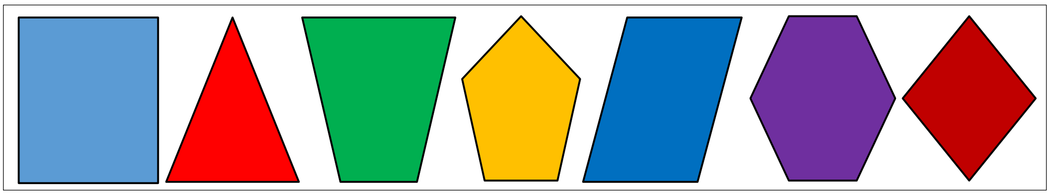
CONSTRUINDO O PENTÁGONO				
1º - A partir de uma folha retangular obtenha a mediatriz.	**2º-** Dobre -ao meio novamente. Obtém-se as duas mediatrizes.	**3º -** Dobre os vértices superiores esquerdo e inferior direito ao centro da folha.	**4-**Una, os vértices superiores esquerdo e inferior direito e marque novamente ao centro da folha.	**5º -** Dobre ao meio encaixando a parte um por baixo da parte dois.
				
6º - Faça uma dobra que passa pelos pontos A e B.	**7º -** Dobre a peça ao meio e desdobre	**8º-** Leve C e D ao ponto indicado	**9º-** Está pronto seu Pentágono**.**	
				

Professor(a)!! Você encontrará os nomes de todos os polígonos de três a vinte lados em: https://www.ufrgs.br/reamat/PreCalculo/livro/g-poligonos.html

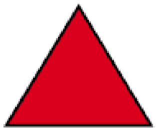
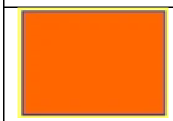
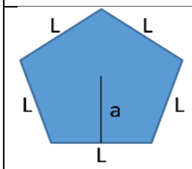
Sugestão de Leitura: FAINGUELERNT, E.K; NUNES, C.A.R.A. Fazendo Arte com a Matemática. 2ª Edição. Porto Alegre: Artmed, 2015. https://books.google.com.br/books?hl=ptBR&lr=&id=nxyvCQAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA1&dq=FAINGUELERNT,+E.K%3B+NUNES,+C.A.R.A.+Fazendo+Arte+com+a+Matem%C3%A1tica.+2%C2%AA+Edi%C3%A7%C3%A3o.+Porto+Alegre:+Artmed,+2015.&ots

Veja também: Vídeo produzido pela professora pesquisadora com o passo a passo da dobradura do Pentágono demonstrado nos diagramas acima: **https://youtu.be/ip2vuyq8UyI**

01 - Escreva o nome de cada figura, o número de faces, vértices, arestas e ângulos?



02 - A partir dos Polígonos elaborados, complete a tabela abaixo com a nomenclatura da figura poligonal, quantidade de lados, quantidade de diagonais, cálculo do perímetro e da área de cada um.

POLIEDRO	NOME DO POLÍGONO	Nº. DE LADOS	Nº. DE DIAGONAIS	PERÍMETRO	ÁREA
	Triângulo	3	0	Soma das medidas dos lados	$\frac{BASE\ X\ ALTURA}{2}$
	Quadrado	4	2	Soma das medidas dos lados	$LADO\ X\ LADO$ OU $(LADO)^2$
	Pentágono	5	5	Soma das medidas dos lados.	5 x Lado x apótema
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .

❖ Área de polígonos: https://www.todamateria.com.br/area-dos-poligonos/

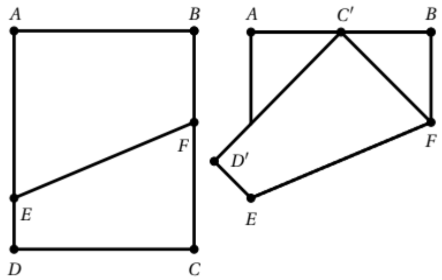
Caro(a) professor(a)

A partir dos três polígonos presentes nos Poliedros de Platão, sugere-se complementar o quadro da atividade 02, incluindo os polígonos que faltam, como hexágono, heptágono, até o icoságono.

❖ Ficará sempre a critério do professor o quanto ele pode aprofundar o assunto.

03 - Vamos dobrar papel?! O retângulo ABCD de medidas AB = 240cm e BC = 288cm representa um papel que será dobrado pelo segmento EF, onde E pertence a AD e F pertence à BC, de modo que o ponto C ficará sobre o ponto médio de AB.

a) Qual o comprimento de CC’?



EF divide o segmento CC’ ao meio e é ortogonal a ele.

Como o 4CBC’é retângulo em B, pelo Teorema de Pitágoras, temos $CC' = \sqrt{120^2 + 288^2} = 312\,\text{m}.$

b) Qual o comprimento de EF?

Tomando G ∈ BC tal que EG ⊥ BC, podemos concluir que o 4EFG é semelhante ao 4CC0B. Assim

$$\frac{EF}{EG} = \frac{CC'}{BC}$$
$$\frac{EF}{240} = \frac{312}{288}$$
$$EF = 260\,\text{m}.$$

04 – Vamos descontrair um pouco descobrindo quantos polígonos existem no caça palavra abaixo.

P	E	N	T	Á	G	O	N	O	D	B	F
O	U	N	D	E	C	Á	G	O	N	O	D
A	T	R	A	P	É	Z	I	O	T	O	O
A	M	I	T	H	E	S	H	E	R	C	D
O	Q	U	A	D	R	A	D	O	I	T	E
N	I	E	A	O	Y	R	N	N	Â	Ó	C
R	O	I	O	B	R	S	A	N	N	G	Á
E	F	T	N	N	V	I	I	L	G	O	G
C	A	A	M	O	B	M	A	S	U	N	O
O	W	R	E	T	Â	N	G	U	L	O	N
T	H	H	E	X	Á	G	O	N	O	R	O
R	H	T	L	O	S	A	N	G	O	Y	A

a) Escreva o nome dos polígonos que foram encontrados no caça palavras.

R=--

----

b) Faça o desenho dos polígonos encontrados com pelo menos três tamanhos diferentes, calcule os ângulos internos e área de cada polígono.

R= --

Curiosidade do Tangram com Origami

TANGRAM

O objetivo do jogo aqui sugerido é proporcionar ao aluno um momento mais lúdico com desafios geométricos, vindo a ser um grande aliado da Matemática, com ele, é possível reconhecer, compor e decompor figuras; explorar o cálculo de áreas e perímetros; incentivar o estudo dos ângulos; demonstrar o Teorema de Pitágoras; dentre outros, ele é composto por 7 peças geométricas: sendo 2 Triângulos Grandes, 1 Triângulo Médio, 2 Triângulos Pequenos, 1 Quadrado e 1 Paralelogramo. E a única regra do jogo é que as peças sejam unidas sem que haja sobreposição das mesmas.

O que conta a lenda?

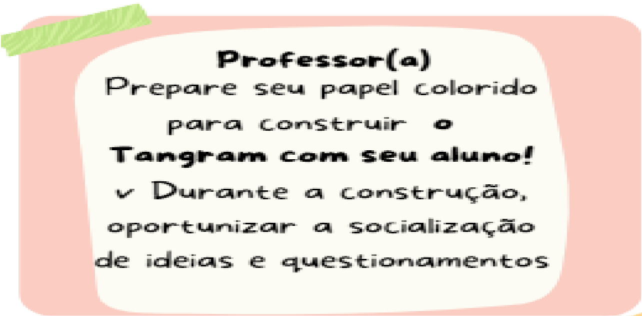
Existem várias lendas sobre a história do Tangram, em uma dessas lendas, conta-se que um imperador chinês, cansado de tanto tédio, chamou um de seus servos e ordenou que este saísse por seu império e desenhasse em uma cerâmica quadrada toda a beleza que ele encontrasse em seu caminho.

Assim o servo fez, seguiu em sua importante missão. Porém, ao tropeçar em uma pedra, antes mesmo de deixar o palácio, deixou a cerâmica cair de suas mãos quebrando - a em sete pedaços.

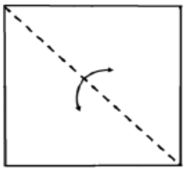
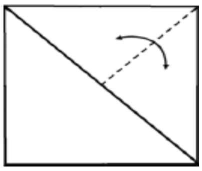
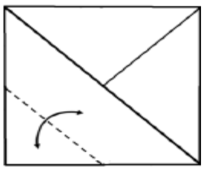
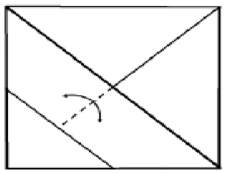
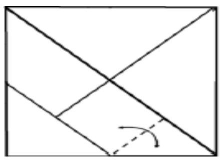
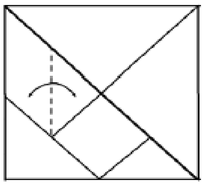
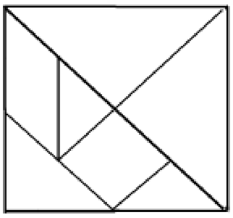
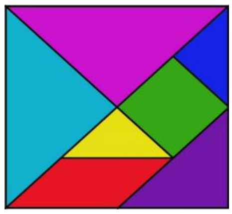
O pobre homem, temendo ser castigado pelo imperador, mais do que depressa, tentou reunir as peças e formar novamente o quadrado, porém, a cada tentativa o servo percebia que se formava ali uma figura diferente, maravilhado com tantas imagens que conseguira montar, foi de encontro ao imperador mostrar-lhe sua grande descoberta.

O imperador estranhou tamanha agilidade do servo, por voltar tão rápido e, percebeu que em suas mãos havia apenas pedaços da cerâmica que lhe fora entregue, o humilde servo mostrou ao imperador que ele não precisava percorrer toda a china para retratar- lhe as belezas daquele lugar, bastava que aquelas sete peças fossem unidas com criatividade e as mais belas figuras se formariam.

O imperador ficou encantado com tamanha descoberta e deu o nome de Tangram àquele mágico quebra-cabeças. Os sete pedaços representariam as sete virtudes chinesas, onde uma delas, com certeza, seria a paciência.



Quadro 15 - Dobradura do Tangram.

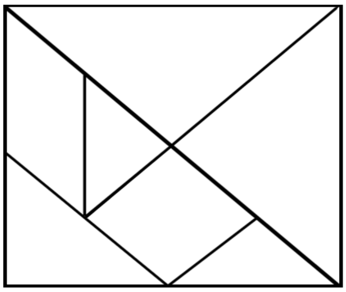
CONSTRUINDO O TANGRAM				
1º - A partir de uma folha quadrada obtenha a diagonal.	**2º-** una os vértices superior esquerdo e inferior direito, faça o vinco até o limite da diagonal obtida.	**3º -** Leve o vértice inferior esquerdo até o centro do quadrado e obtenha a dobra.	**4-**Una, os vértices superior esquerdo e inferior direito e marque o vinco até o limite da última dobra obtida.	**5º -** Leve o vértice inferior direito até o centro da figura e marque o vinco entre as duas dobras existentes.
				
6º - Encontre o lado esquerdo do quadrado com seu centro e faça um vinco entre as dobras existentes.	**6º-** 	**7º -** Está pronto seu Tangram (quebra-cabeças chinês composto por sete peças geométricas).	**7º-** 	
Sugestão: Realizar a montagem em grupo com folhas de diversas cores, ao finalizar recorte as peças e troquem entre si para que tenham um Tangram bem colorido.				

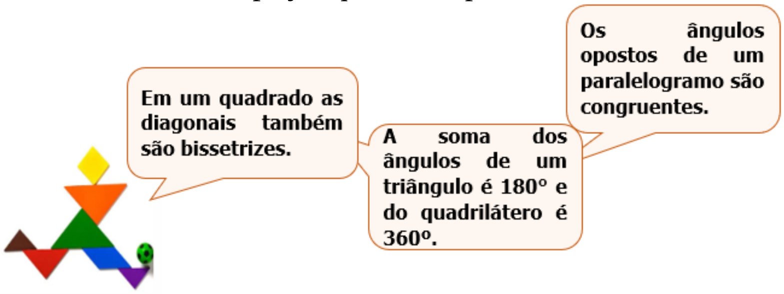
Para saber mais, assista ao vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=ae7fVotMQ3Y

❖ Você pode levar o seu aluno ao laboratório de informática aprender brincando no endereço: **https://rachacuca.com.br/raciocinio/tangram/**

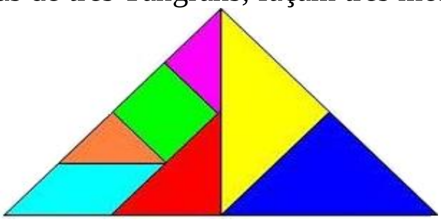
Veja também: Vídeo explicativo da professora pesquisadora com as dobraduras do Tangram, demonstrado nos diagramas acima: https://youtu.be/_xQqD6jq5-U

01 – Antes de utilizar seu quebra-cabeças geométrico para formar diversas figuras, marque os ângulos internos de cada uma das 7 peças que o compõem.





02 - Em grupo, com as peças de três Tangrans, façam três montagens iguais a essa.

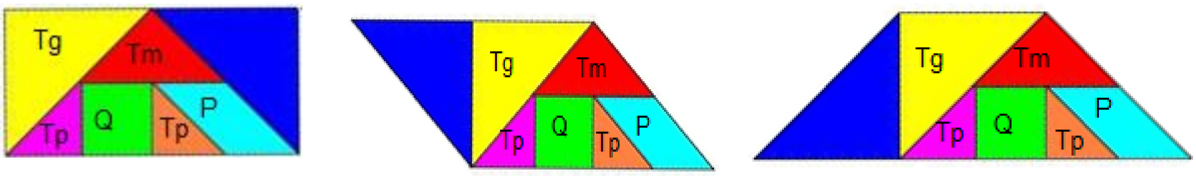


03 – Observar os triângulos confeccionados na atividade anterior: Movimentando apenas uma peça, tente transformar um triângulo em um:

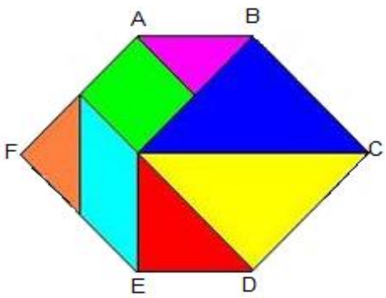
a) retângulo b) trapézio c) paralelogramo

d) escreva o que fez em cada uma das tentativas escrevendo as diferenças e semelhanças entre as três figuras.

Professor(a)!! Peçam que os alunos movimentem apenas uma peça (o triangulo grande). Oriente-os a retornarem o triângulo inicial sempre que uma hipótese for descartada.



04 – Construir um Hexágono com as 7 peças do Tangram e informar a medida dos ângulos internos desse polígono.



$\hat{A}$ ____________________

$\hat{B}$ ____________________

$\hat{C}$ ____________________

$\hat{D}$ ____________________

$\hat{E}$ ____________________

$\hat{F}$ ____________________

05 – Usar a superfície do Tangram para montar e responder:

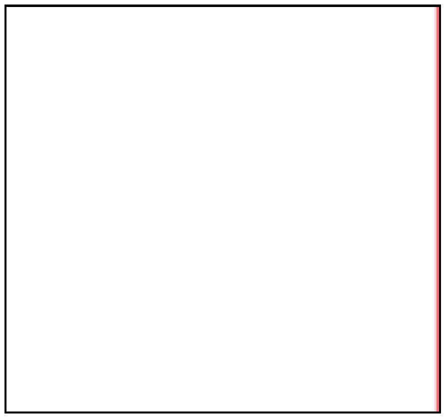
a) Quantos triângulos grandes eu preciso para cobrir a superfície do Tangram? Que fração ela representa? (4T)

b) Quantos triângulos médios eu preciso para cobrir a superfície do Tangram? Que fração ela representa? (8T)

c) Quantos triângulos pequenos eu preciso para cobrir a superfície do Tangram? Que fração ela representa? (16T)

d) Quantos quadrados eu preciso para cobrir a superfície Tangram? (8Q)

Superfície do Tangram



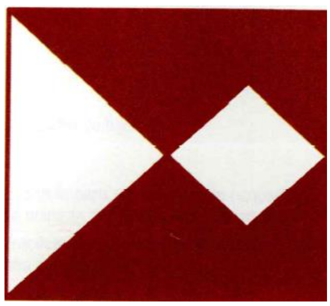
e) Quantos paralelogramos eu preciso para cobrir a superfície Tangram? (8P)

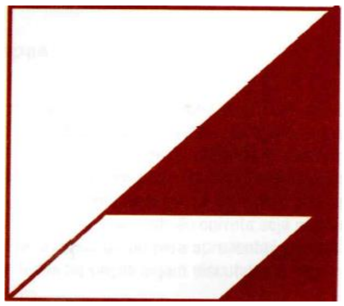
Professor(a)

Nesta atividade voce deixará seu aluno fazer por tentativas, fazendo uso das peças do Tangram que foi confeccionado por eles, quando preciso, faça intervenções de modo a auxiliá-los, você pode ainda, fazer o download do vídeo explicativo abaixo e projetar em sala para correção.

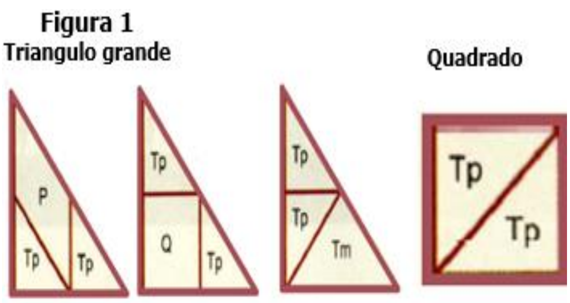
https://www.youtube.com/watch?v=ae7fVotMQ3Y

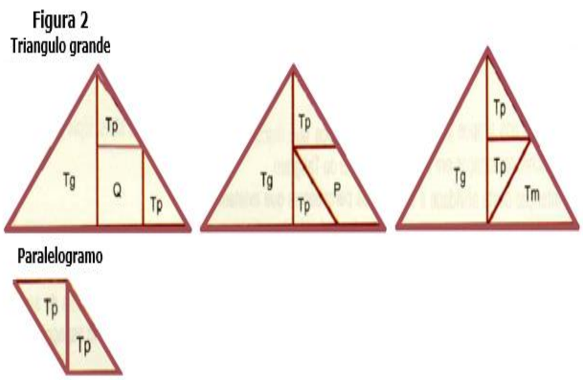
06 - Usando as peças do Tangram, descubra de quantas maneiras diferentes é possível preencher os espaços em branco da figura.



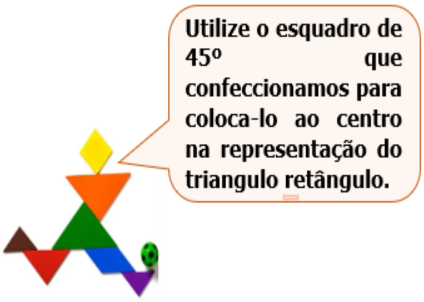


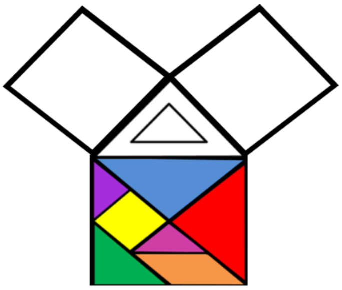
Respostas





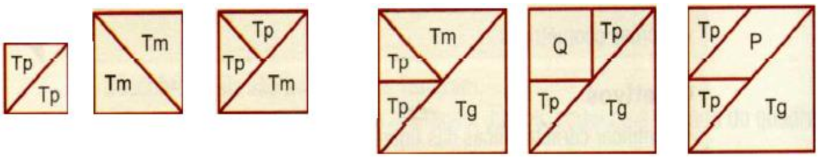
07 - Utilize seu Tangram para demonstrar o famoso Teorema de Pitágoras.



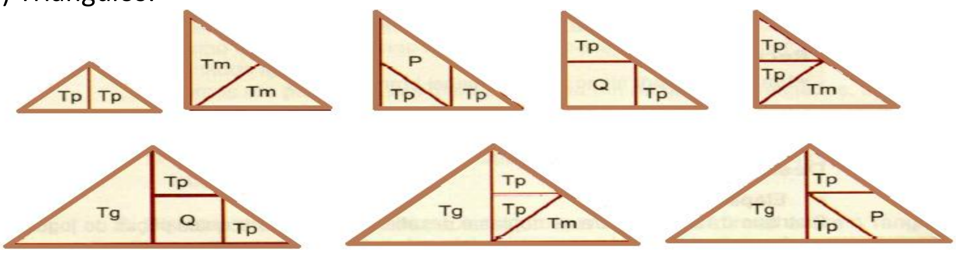


08 – Em duplas utilize o jogo que você acabou de confeccionar e investiguem as formas possíveis de serem construídas com duas, três ou quatro peças do Tangram, começando por:

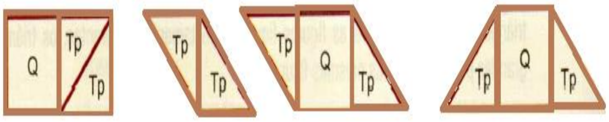
a) Quadrado:



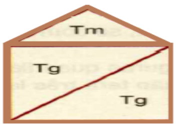
b) Triângulos:



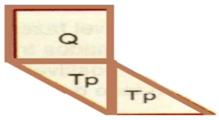
c) Outros quadriláteros:



d) Pentágono:



e) Hexágono:



Professor(a)!! Veja mais sugestões de exercícios sobre Tangram em: http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=175

Veja também: Jogos matemáticos de raciocínio

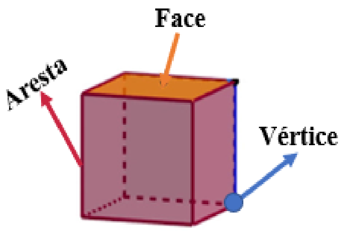
http://iffmauricio.pbworks.com/w/page/57045945/Jogos%20Matem%C3%A1ticos%20de%20Racioc%C3%ADnio

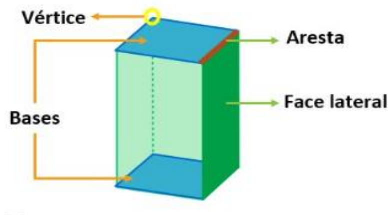
Trabalhando figuras geométricas espaciais: Poliedros

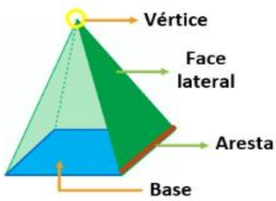
Esta unidade foi destinada à construção dos cinco Sólidos Regulares, os poliedros de Platão, a partir de dobras feitas com o Origami. No decorrer dessas construções o professor deve abordar conceitos importantes da Geometria plana aos alunos, pois, ao realizarem as dobraduras, estes se familiarizam com as formas geométricas, realizam movimentos que as transformam e exploram propriedades através das simetrias realizadas. Conceitos como retas perpendiculares e paralelas, ângulos e bissetrizes, figuras planas que trazem consigo a intenção de contribuir com o estudo da Geometria Espacial, dos quais já foram abordados anteriormente.

Poliedros

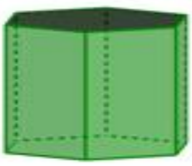
Os **poliedros** são formas tridimensionais cujas faces são polígonos. Os segmentos que delimitam as faces são chamados de arestas, e as extremidades dos segmentos são os vértices do poliedro. Exemplos comuns de poliedros são o **cubo**, o **prisma** e **pirâmide**.





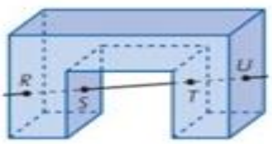


Um poliedro pode ser chamado de poliedro **convexo** se dados dois pontos quaisquer em seu interior, o segmento com extremidades nesses pontos também está no interior do poliedro. Uma propriedade importante dos poliedros convexos é que eles satisfazem a **Relação de Euler** ($V + F = A + 2$). Quando isso não ocorre, o poliedro é um **poliedro não convexo**.


convexo


convexo


Não-convexo



Não-convexo

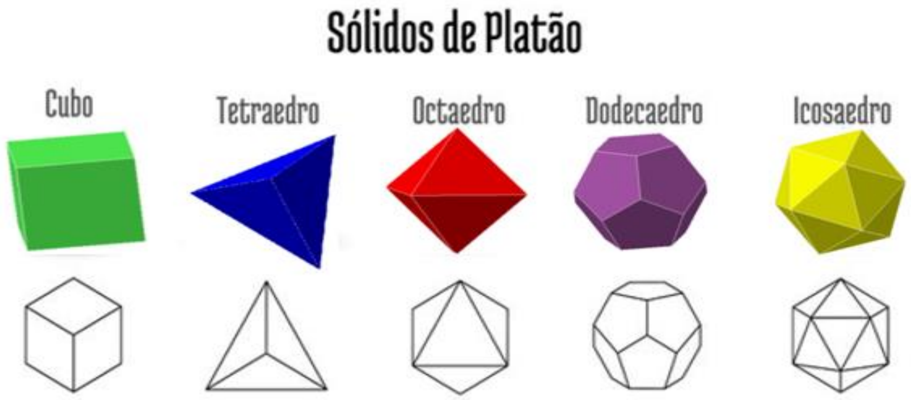
Além disso, um poliedro é um **poliedro regular** se todas as suas faces são polígonos regulares e congruentes e se os ângulos são congruentes. Existem cinco tipos de poliedros regulares: tetraedro regular, cubo (hexaedro regular), octaedro regular, dodecaedro regular e icosaedro regular. Quando o poliedro não atende a esses critérios, é um **poliedro irregular**.

Poliedros regulares ou Sólidos de Platão

Os sólidos de Platão são poliedros que satisfazem três condições:

- são poliedros convexos;
- todas as faces têm o mesmo número de arestas;
- todos os vértices são extremidades do mesmo número de arestas.

Consequentemente, existem cinco classes de sólidos de Platão: tetraedro, hexaedro (cubo), octaedro, dodecaedro e icosaedro.



Navegue e saiba: https://www.youtube.com/watch?v=oSEwrglbqnI

Vídeo sinfonia dos poliedros https://www.youtube.com/watch?v=WG0e57Dpe_g

Professor(a)

Você pode dar inicio nesta unidade com o vídeo sinfonia dos poliedros citado acima aos seus alunos, finalize com um diálogo, reforçando que os poliedros de Platão são poliedros regulares; convexos; todas as faces tem o mesmo número de arestas (faces são polígonos regulares congruentes); que em cada vértice concorre o mesmo número de arestas e que percebam que todo poliedro regular é sólido de Platão, mas nem todo sólido de Platão é poliedro regular.

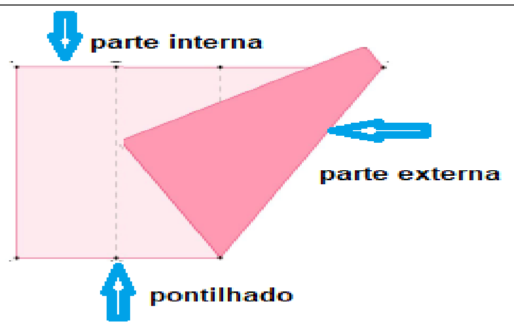
❖ Entenda as técnicas necessárias para a confecção dos módulos individuais dos origamis que servirão como faces dos poliedros regulares.

❖ É interessante que o professor tenha clareza de cada construção antes de demonstrar e fazer com os alunos, para que possa questioná-los de forma adequada e contribua ainda mais com o aprendizado dos mesmos.

Construção dos módulos

Módulos são várias peças de papel confeccionados por meio de dobraduras, chamadas Origami modular assim, os módulos produzidos neste trabalho e mostrados abaixo serão utilizados para montar os Poliedros de Platão (CAVACAMI; FURUYA).

Para a elaboração dos módulos, sugere-se utilizar um papel sulfite A4, retangular, de dimensões 290 mm por 297 mm, sendo estes branco ou colorido para que fique mais atrativo aos olhos dos alunos, ou ainda papel Color set por ter uma ótima gramatura e cores mais variadas, além de serem mais acessível.

Legenda explicativa das dobras	**Demonstração**
• Os segmentos pontilhados indicarão os vincos a serem feitos no papel. • O tom de cores mais claras indicará a parte interna do papel. • O tom de cores mais escuras indicará a parte externa do papel.	

Ao considerar os sólidos de Platão, sabemos que três deles, o tetraedro, o octaedro e icosaedro, são feitos com módulos de faces triangulares, já o Hexaedro com módulos de faces quadrangulares e, por último, temos o dodecaedro com módulos de faces pentagonais.

Daremos início as dobraduras do Origami, damos preferência a construção dos módulos do Hexaedro que possui dobragens mais simples e fáceis de encaixar.

Professor(a)

Para realização das dobraduras e montagem dos sólidos de Platão sugere-se que:

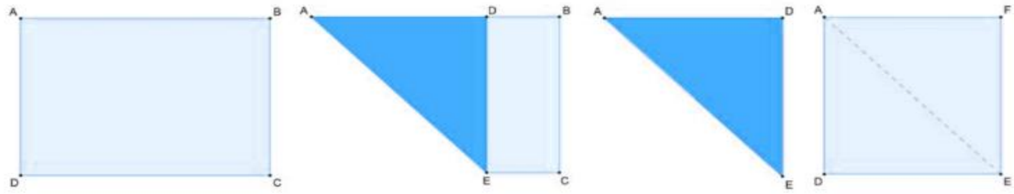
- disponhe os alunos em grupos e entregue o material necessário para cada construção.
- explore o conhecimento dos alunos a partir das propriedades e classificações dos polígonos até chegar no sólido construído
- aprendam a fazer matemática de forma lúdica e satisfatória.

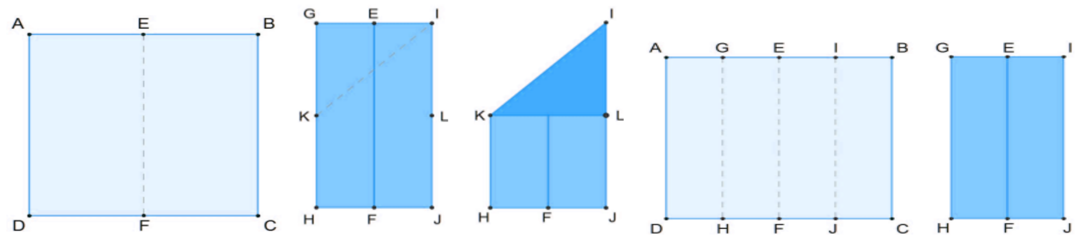
Módulo quadrangular (Hexaedro)

Para este módulo, vamos partir de uma folha sulfite retangular tamanho A4, redimensionar manualmente essa folha de forma a retirar um quadrado, explicados nos diagramas abaixo, para montagem do Hexaedro, será preciso seis módulos.

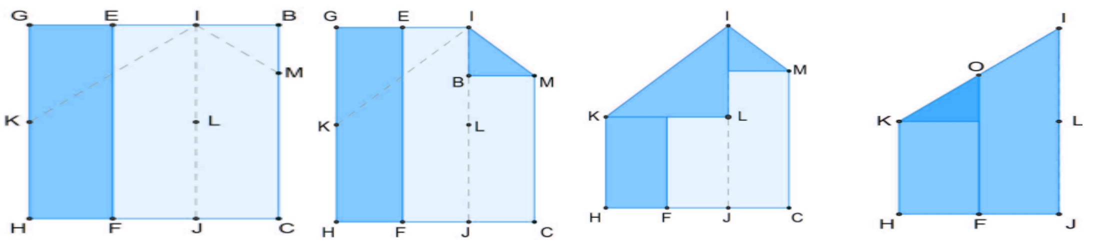
Quadro 16 – Origami de um dos módulos do hexaedro

Processo de obtenção do quadrado.

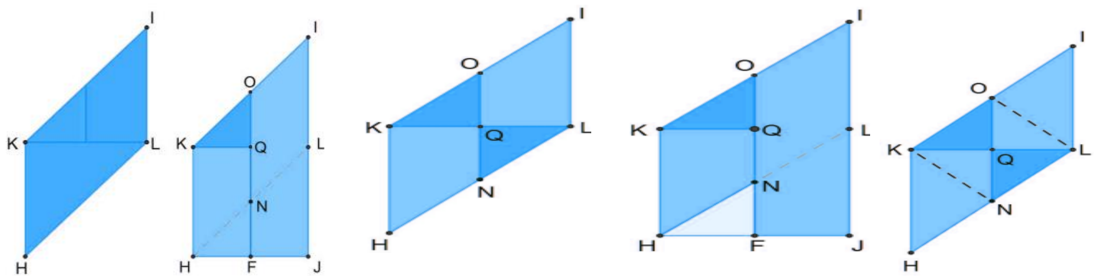




1 2 3



4 5 6 7



8 9 10 11

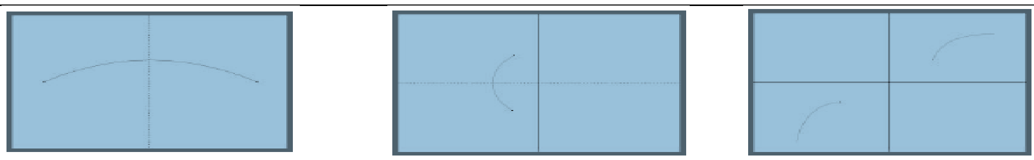
❖ **Saiba como fazer:** Vídeo explicativo da professora pesquisadora ensinando o passo a passo das dobraduras dos módulos quadrangulares e montagem do Hexaedro.
https://youtu.be/sW8EslHFnPM

Módulo pentagonal (Dodecaedro)

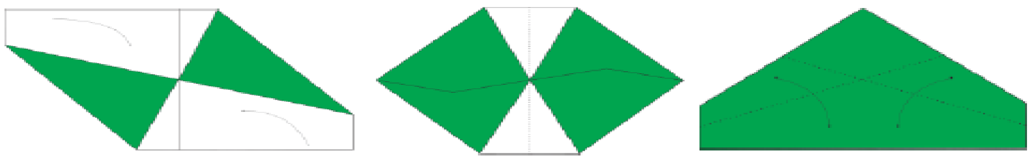
Após finalização do hexaedro, sugere-se a produção das peças do dodecaedro, que possui um grau de dificuldade superior ao hexaedro no que tange à confecção dos módulos, porém, não apresenta um alto grau de complexidade no encaixe, como mostra as figuras do quadro 17 abaixo, para a montagem do sólido será preciso 12 módulos.

Quadro 17 – Dobradura de um dos módulos do Pentágono

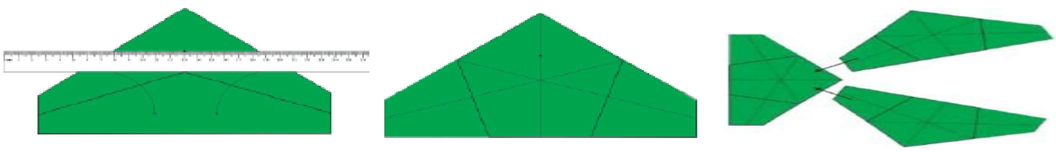
Passos para construção do modulo do Pentágono usando a folha retangular



1 **2** **3**



4 **5** **6** **7**



8 **9** **10**

❖**Veja ainda:** Vídeo explicativo da professora pesquisadora ensinando o passo a passo das dobraduras dos módulos e montagem do Dodecaedro.
https://youtu.be/opZn1ocvndo

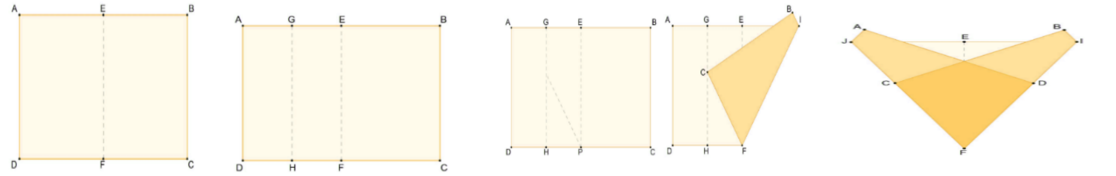
Acreditando que os participantes desenvolveram o domínio da técnica, podem ser orientados para a confecção do módulo de faces triangulares que gera a montagem dos três sólidos (tetraedro, octaedro e icosaedro). Este módulo é um pouco mais complexo, pois possui muitas dobras e um caminho extenso de marcações de vincos até chegar ao modelo final (Quadro 18).

Módulos Triangulares

Os módulos triangulares são utilizados na construção dos poliedros de Platão com faces triangulares (Tetraedro regular, Octaedro regular e Icosaedro regular), para estes módulos será construído duas figuras similares, porém simétricas, das quais será nomeada de modulo A e módulo B.

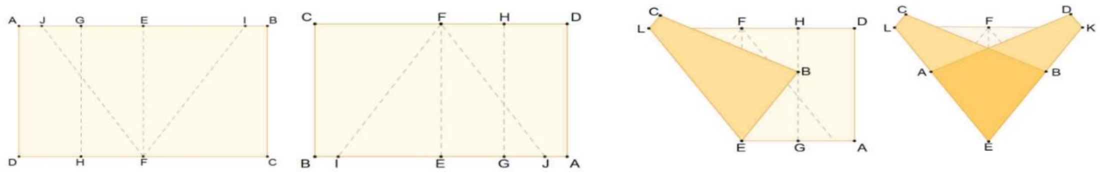
Quadro 18 – Origami de um dos módulos triangulares.

Módulo A: Para montagem deste modulo A, pega-se uma folha de papel, como a recomendada e siga os seguintes passos:

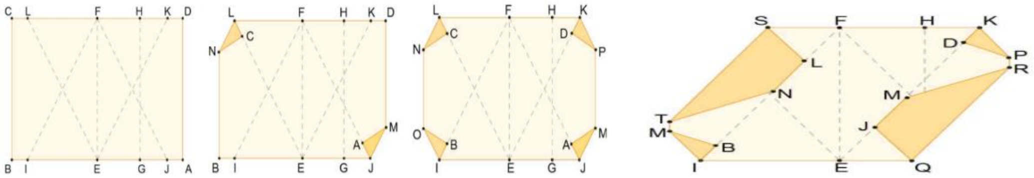


1 **2** **3** **4**

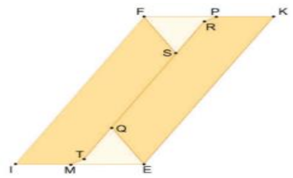
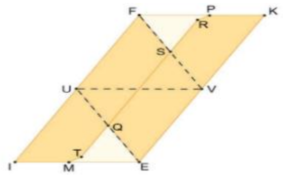
Passo 5. Abrir o papel e girá-lo 180^0



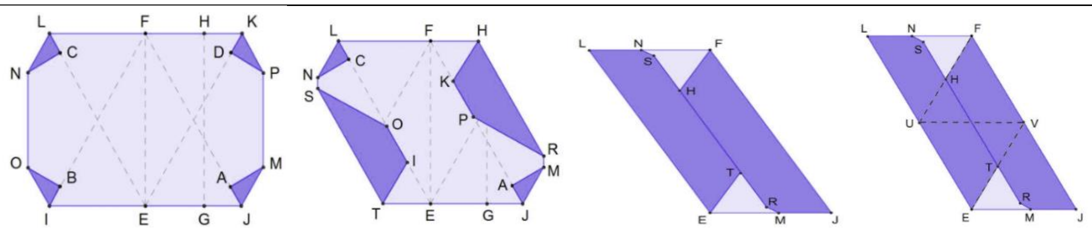
5 **6**



7 **8**

9  **10** 

Módulo B- O módulo B é simétrico de A e sua construção só difere a partir do passo 7.



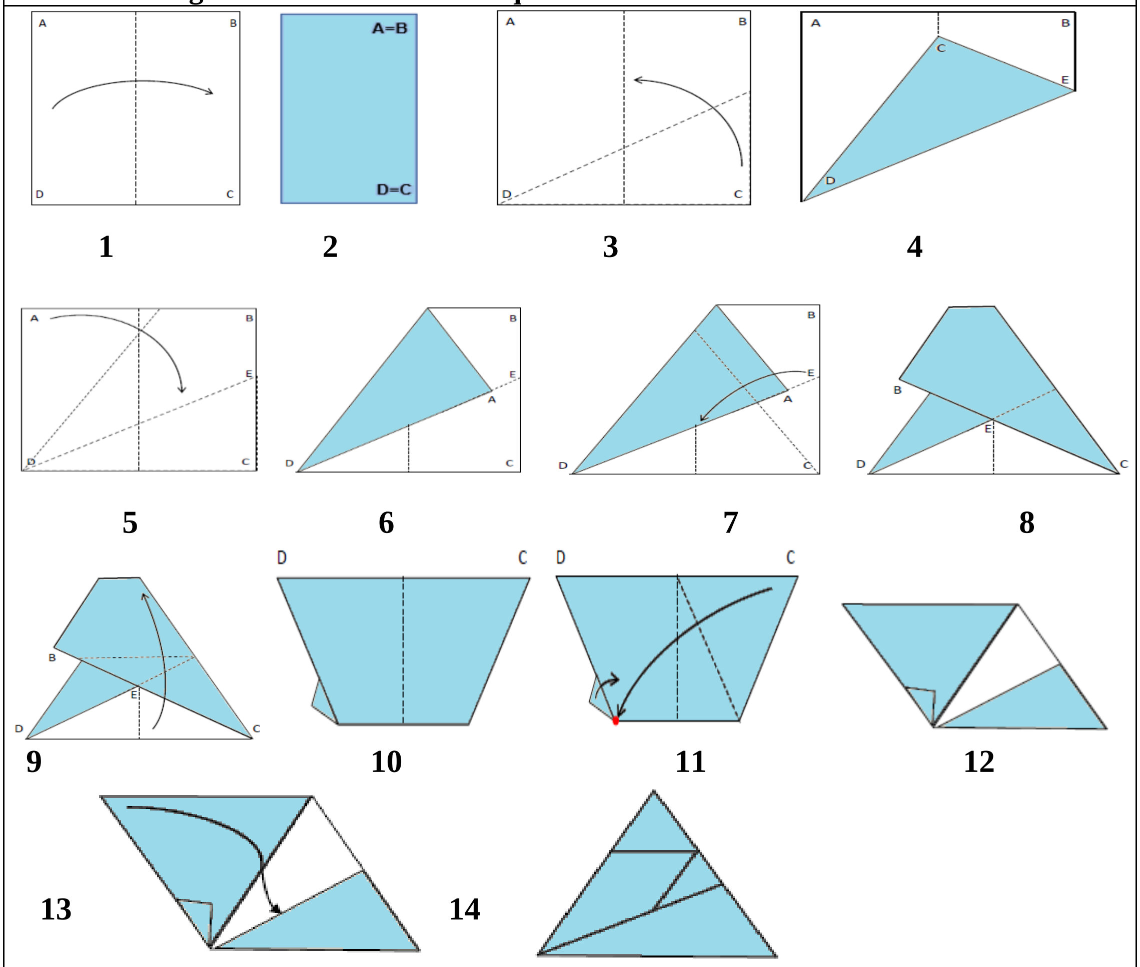
❖**Veja também:** Vídeo da professora pesquisadora explicando os passos das dobraduras dos módulos triangulares e montagem do Tetraedro, Octaedro e do Icosaedro. https://youtu.be/75B0NmWDcTc

Caro(a) professor(a).

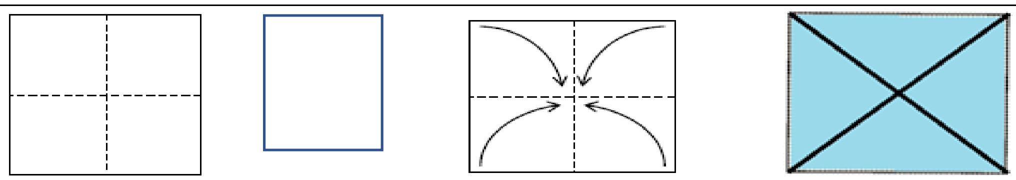
Segue abaixo outro modelo de dobradura de triangulo, que pode ser usado para a montagem do Tetraedro, Octaedro e Icosaedro, sugere-se esse outro, por acreditar que a montagem dos sólidos se torna mais fácil, pois, estes seguem o modelo de planificação, ficando, a critério de você professor(a) adotar o que lhe convier.

Quadro 19 – Origami de um de módulo triangular equilátero

Módulo triangular II - Parte-se de um quadrado



Módulos de encaixe – Usa-se o mesmo quadrado anterior e o divida em 4 partes iguais.



Assista também: Vídeo explicativo dos módulos demonstrados nos diagramas acima e montagem do Tetraedro, Octaedro e o Icosaedro pela professora pesquisadora. https://youtu.be/DcQbAJwqqTs

❖ Para a montagem dos poliedros de Platão usando esses módulos sugere-se imprimir suas planificações e dar de modelo ao aluno. (Modelo **disponível no "Material do aluno"**)

Professor(a),

Com a elaboração dos poliedros você pode explorar todas as características que os envolve, como a nomenclatura, número de arestas, faces e vértices, fazendo uso da relação de Euler, planificação, ângulos poliédricos, existência de apenas cinco sólidos, cálculo de áreas superficiais e volumes.

Peça que os alunos observem as construções realizadas e faça perguntas acerca de cada poliedro. Por exemplo: qual o polígono que representa as faces do Tetraedro? Esse polígono é regular? Se sim, por quê? Quais são as propriedades e como se classificam os polígonos que compõem as faces dos poliedros? Qual é a diferença entre um poliedro e um polígono. Direcione as questões de maneira que o aluno possa manusear o sólido e, contudo, possa visualizar e compreender as propriedades de cada um, sempre buscando que o aluno construa o saber matemático por meio do material manipulativo.

Relação de Euler

Euler (1707–1783) desenvolveu uma relação matemática, aplicada aos poliedros. A relação de Euler é uma **fórmula que relaciona o número de vértices, faces e arestas em poliedros convexos**. Euler percebeu que a quantidade de elementos que um poliedro tem se relaciona pela fórmula:

$$\boxed{V + F = A + 2}$$

Navegue e saiba: Como é feita a planificação de sólidos geométricos?
Só existem cinco sólidos regulares? https://www.youtube.com/watch?v=B66EkzPshIY

Saiba um pouco mais sobre: Elementos e classificação de poliedros.
https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/elementos-um-poliedro.htm

https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/classificacao-poliedros.htm

Sugestão de Leitura: CHAVES, Juliana de Oliveira. Geometria espacial no ensino fundamental: uma reflexão sobre as propostas metodológicas. 2013. **Geometria espacial no ensino fundamental: uma reflexão sobre as propostas**

Estas atividades sugerem que os alunos expressem e troquem conhecimentos, a partir da experiência vivenciada. Após responderem às perguntas é possível confrontar e verificar as respostas em grupo. É possível ainda, verificar quais respostas/situações surgirão a partir da atividade proposta.

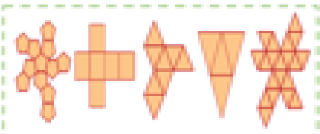
01 - Qual é o número de faces de um poliedro que possui 20 vértices e 30 arestas? Qual é esse poliedro? **Resolução:** Temos que V = 20 e A = 30.

Substituindo, na fórmula de Euler: V + F = A + 2

20 + F = 30 + 2 F = 32 – 20 F = 12 dodecaedro.

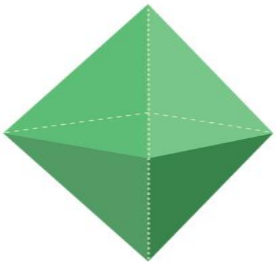
Professor(a)!! Sugere-se aqui que façam o mesmo com os demais sólidos regulares.

02 – Elaborar três planificações diferentes para cada poliedro, recorte e teste essa planificação para verificar se ela realmente culminará no poliedro planificado.



Caso necessite professor(a), faça mediação dando algumas dicas para que consigam.

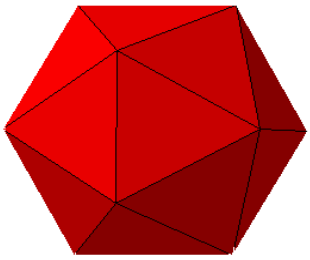
03 - Um garimpeiro encontrou uma pedra preciosa que possui o formato igual ao do poliedro a seguir:



Analisando o poliedro a seguir, podemos afirmar que a soma do número de faces, vértices e arestas é igual a:

a) ( ) 26. b) ( ) 25. c) ( ) 24. d) ( ) 23. e) ( )22.

04 - Acerca do poliedro ao lado, são feitas as seguintes afirmações:



(01) É um poliedro de Platão, mas não é regular. (F)

(02) É um poliedro euleriano. (V)

(04) Suas faces são polígonos regulares e congruentes. (V)

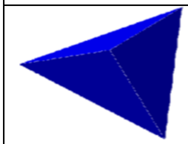
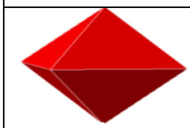
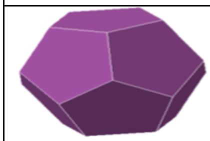
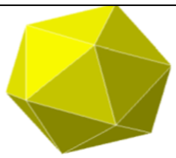
(08) É chamado de dodecaedro regular. (F)

Seja C o valor da soma das alternativas corretas. Então, é correto afirmar que C é:

(a) Um número cubo perfeito (b) Um número perfeito (d) Um número ímpar

(c) Um número quadrado perfeito (e) Um número primo.

05 – De acordo com o estudo, responda o quadro.

POLIEDRO	FACE DO POLÍGONO	Nº. DE FACES	Nº. DE ARESTAS	Nº. DE VÉRTICES.	NOME DO POLIEDRO
	Triângulo	4	6	4	Tetraedro
	Quadrado	6	12	8	Hexaedro (Cubo)
	Triângulo	8	12	6	Octaedro
	Pentágono	12	30	20	Dodecaedro
	Triângulo	20	30	12	Icosaedro

06- Classifique em verdadeira ou falsa cada afirmação.

( ) O cubo é um poliedro de Platão.

( ) As faces de um icosaedro são triângulos equiláteros.

( ) As faces de um dodecaedro são hexágonos regulares.

( ) A Relação de Euler é válida somente para poliedros convexos.

( ) Se as faces de um poliedro convexo são polígonos regulares congruentes entre si, então o poliedro também será regular.

( ) O hexaedro possui 12 vértices.

07 - Preencha a cruzadinha de acordo com os conhecimentos adquiridos sobre os poliedros regulares.

1. Filósofo que associou os sólidos regulares aos elementos da natureza.

2. Poliedro regular com faces pentagonais.

3. Sólido geométrico cujas superfícies são compostas por um número finito de faces.

4. Polígono que compõe as faces do tetraedro, octaedro e icosaedro.

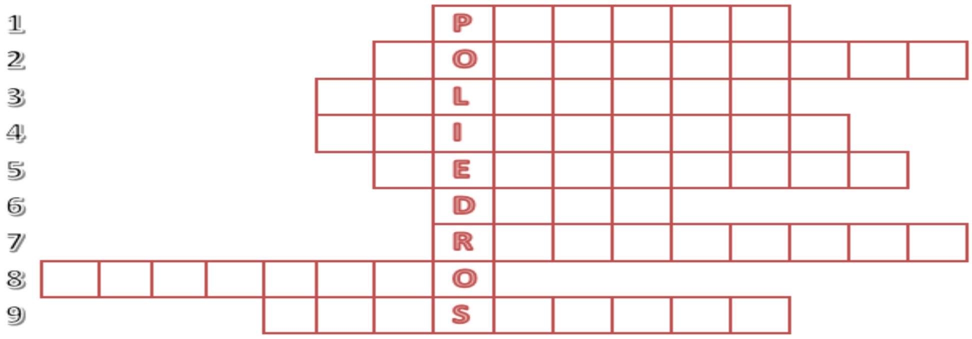
5. Poliedro com mesmo número de vértices e faces.

6. Número de arestas do octaedro.

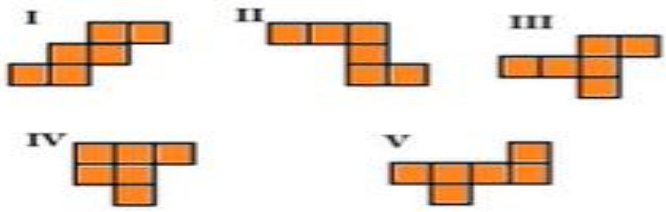
7. Poliedro com todas as faces regulares iguais e que contém o mesmo número de aresta em todos os vértices.

8. Poliedro regular também conhecido como cubo.

9. Poliedro regular composto por 12 vértices e 30 arestas.



08 - Considere as seguintes proposições de modelos de planificação de um cubo.



Entre essas proposições de modelos de planificações quais podem resultar em um cubo:

a) I, II e V b) II, III e IV c) I, III e V d) III, IV e V

Professor(a)

Depois de responder a atividade 08, peça aos alunos que recortem as planificações para descobrir se acertaram.

09 – Observe a figura e responda:

Este poliedro é um ...., ele possui......vértices......arestas ....faces.

Professor(a)!!

Aproveite o exemplo acima e desafie seu aluno um pouco mais.
sugira que façam o mesmo com os demais sólidos geométricos estudados.

10 – Descubra o Poliedro, faça a planificação e o desenho do referido sólido.

1) Sou um poliedro. 2) Tenho doze arestas. 3) Minhas faces são triângulos. 4) Tenho oito faces. 5) Tenho seis vértices. 6) Minhas faces são todas iguais 7) **Quem eu sou?**		

1) Sou um poliedro. 2) Tenho trinta arestas. 3) Minhas faces são pentágonos. 4) Tenho doze faces. 5) Tenho vinte vértices. 6) Minhas faces são todas iguais **7) Quem eu sou?**		

1) Sou um poliedro. 2) Tenho trinta arestas. 3) Minhas faces são triângulos. 4) Tenho vinte faces. 5) Tenho doze vértices. 6) Minhas faces são todas iguais **7) Quem eu sou?**		

Professor(a).

Nesta atividade permita que os alunos em duplas, tente resolver com conhecimento assimilado na produção dos sólidos e para correção sugira fazer uso dos poliedros confeccionados por eles.

Que tal você professor(a) construir seu próprio caça palavras e suas palavras cruzadas!

Caça palavras produzido em: https://www.geniol.com.br/palavras/caca-palavras/criador/

Palavras cruzadas produzido: https://www.educolorir.com/crosswordgenerator.php

❖ O aprofundamento em qualquer um desses assuntos dependerá da série a ser Aplicada.

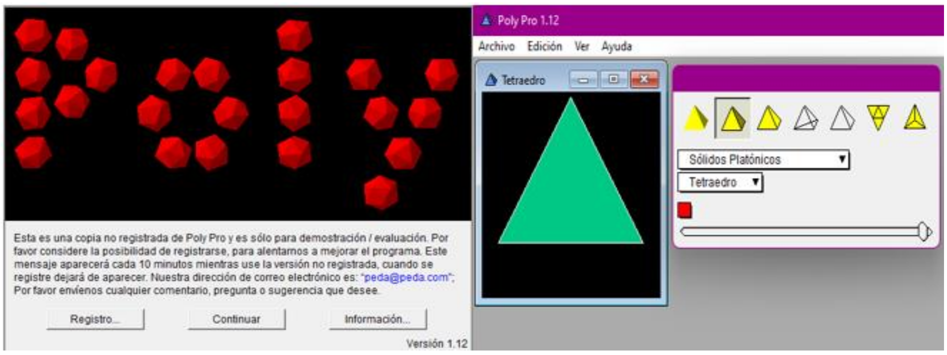
Sólidos geométricos e tecnologia

Que tal conhecermos o software Poly Pro 1.12?

As atividades propostas nesta unidade têm como objetivo utilizar o software Poly Pro 1.12, este trata-se de um software livre de Matemática, com aplicativos gratuitos, o qual nos disponibiliza várias funções para geometria espacial, podendo observar a regularidade dos poliedros de Platão, notar que tais poliedros são formados apenas por polígonos convexos, regulares e iguais/congruentes.

Tem- se ainda o objetivo de retomar conceitos aprendidos nas unidades anteriores, e, a partir da utilização do *software* Poly Pro 1.12, apresentar aos alunos conhecimentos básicos das ferramentas dispostas na janela de visualização 2D e 3D, para que estes venham observar que em cada vértice concorre/incide o mesmo número de arestas. Ainda, observar/concluir, (considerando a soma dos ângulos dos polígonos em cada vértice) que existem apenas cinco poliedros regulares (referidos como sólidos de Platão): Tetraedro, Cubo, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro.

Figura 4 - Interface e janela principal do Software Poly Pro 1.12



Professor!! Saiba explorar o *software* Poly Pro 1.12, conheça suas ferramentas para o sucesso de sua utilização nas aulas e ainda ampliar seus conhecimentos, acesse os materiais disponíveis nos endereços 1, 2 e 3 abaixo:

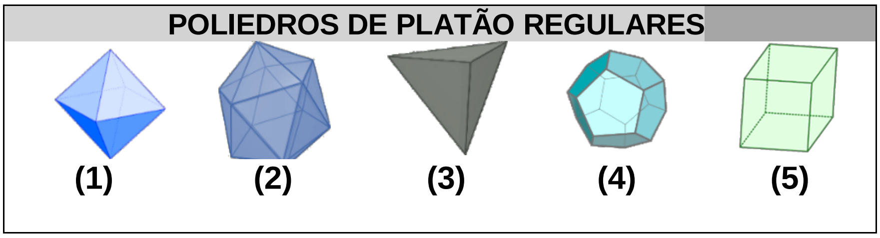
1) http://www.peda.com/download/ - endereço para download do *software* Poly Pro 1.12.
2) http://www.peda.com/polypro/ - Interface do Poly Pro 1.12 e Construções iniciais.
3) https://www.youtube.com/watch?v=boMHWPPhMv4 - Tutorial no Poly Pro 1.12.

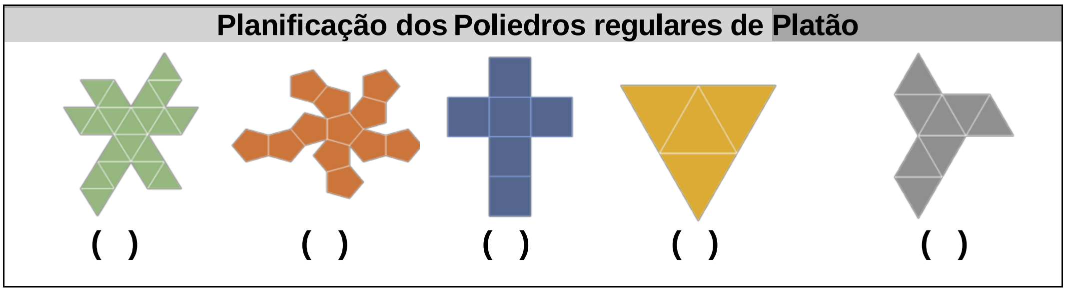
Vamos explorarmos os Poliedros de Platão no Poly Pro!!

Para realização das atividades aqui apresentadas sugere que você professor(a) apresente o software Poly Pro 1.12, aos alunos como uma ferramenta auxiliar para o ensino dos poliedros, tantos Platônicos como outros também. Após a socialização com o software, mostre aos alunos os elementos que o compõe.

- ❖ Peça para eles manusearem de forma que o poliedro possa girar, com o giro os educandos podem visualizar e, contudo, perceber que os poliedros são tridimensionais.
- ❖ Peça também que clique na ferramenta de planificação do sólido, para que os alunos observem sua planificação e sobretudo notem suas arestas, faces e vértices, faça perguntas relacionadas ao poliedro, por exemplo, qual figura bidimensional compõe a face do denominado sólido.
- ❖ Qual é a diferença de uma figura bidimensional para uma tridimensional? Se conseguem contar arestas, faces e vértices.
- ❖ Peça ainda que observem os poliedros construídos por meio das dobraduras, e os poliedros visualizados por meio do software e pergunte se existe diferença entre os dois?
- ❖ Observe se os alunos conseguem verificar que ambos possuem o mesmo número de arestas, vértices e faces, insira o uso da fórmula de Euler para essas conferências.

Atividade 01: Observe os poliedros regulares de Platão e indique o número correspondente a sua planificação e seu respectivo nome abaixo.





Atividade 02: - Utilizando a visualização do Poly, complete o quadro, identificando qual o tipo de polígono que forma/compõe as faces do poliedro considerado, e o número de arestas concorrentes em cada vértice:

Nome do Poliedro	Polígono que forma o poliedro	Número de arestas concorrentes em cada vértice
Tetraedro	Triângulo	3
Cubo	Quadrado	4
Octaedro	Triângulo	4
Dodecaedro	Pentágono	3
Icosaedro	Triângulo	5

Colega professor(a), os quadros das atividades se encontram no "Material do Aluno", caso você se interesse e possa fazer a impressão para seus alunos.

Atividade 03: Complete o quadro e verifique que tais poliedros satisfazem o Teorema de Euler.

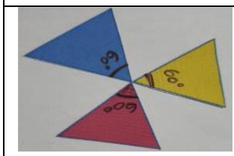
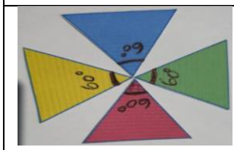
POLIEDRO	**NOME DO POLIEDRO**	**FACES F**	**ARESTAS A**	**VÉRTICES V**	Teorema de Euler $V - A + F = 2$
	Tetraedro	4	6	4	$4 - 6 + 4 = 2$
	Hexaedro (Cubo)	4	8	6	$4 - 8 + 6 = 2$
	Octaedro	6	12	8	$6 - 12 + 8 = 2$
	Dodecaedro	20	30	12	$20 - 30 + 12 = 2$
	Icosaedro	12	30	20	$12 - 30 + 20 = 2$

Professor(a)

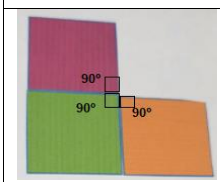
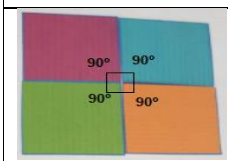
Nestas atividades você pode fazer uso do Poly ou até mesmo dos módulos feitos em Origami, sugerindo aos alunos que montem ângulos poliédricos com diferentes números de polígonos regulares iguais (triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos, heptágonos e octógonos), registrando em sua tabela os resultados obtidos, e expressando conclusões a respeito das possibilidades de polígonos regulares justapostos formarem ângulos menores do que 360°.

Atividade 04: Considerando que cada ângulo (interno) de triângulo equilátero vale 60º, que cada ângulo de um quadrado vale 90º e que cada ângulo de um pentágono regular vale 108º, ainda, que a soma dos ângulos dos polígonos em volta de cada vértice de um poliedro é sempre menor do que 360º, complete os quadros abaixo:

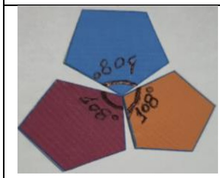
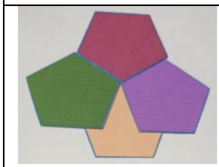
Figuras triangulares

Representação poliédrica	Número de faces triangulares concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos no vértice considerado	Poliedro formado (ou não)
	3	3 x 60º =180º	Tetraedro
	4	4 x 60º = 240º	octaedro
	5	5 x 60º = 300º	icosaedro
	Maior ou igual a 6	≥ 6 x 60º = 360º	não forma poliedro

Figuras quadradas

Representação poliédrica	Nº de faces quadradas concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos no vértice considerado	Poliedro formado (ou não)
	3	3 x 90º = 270º	cubo
	Maior ou igual a 4	≥ 4 x 90º = 360º	não forma poliedro

Figuras pentagonais

Representação poliédrica	Nº. de faces pentagonais concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos no vértice considerado	Poliedro formado (ou não)
	3	3 x 108º = 324º	dodecaedro
	Maior ou igual a 4	$\geq$ 4 x 108º = 432º	não forma poliedro

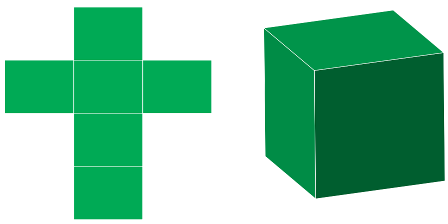
❖ Considerando polígonos formados com faces regulares de seis ou mais lados, que a soma dos ângulos em torno de cada vértice é maior ou igual a 360º, de modo que não há nenhum poliedro de Platão que possui faces formadas por polígonos com seis lados ou mais.

Sugestão de Leitura: FERREIRA, Fabricio Eduardo. Ensino e aprendizagem de poliedros regulares via a teoria de Van Hiele com origami. 2013. https://scholar.google.com.br/citations?user=SsH1Wo4AAAAJ&hl=pt-BR&oi=sra

Professor(a)!!

O Poly mostra exatamente os 5 poliedros regulares existentes. Podemos complementar essa atividade justificando, brevemente, que existem apenas esses cinco poliedros regulares/platônicos, observando os ângulos dos polígonos que compõem cada poliedro.

Atividade 05: Com o uso do Software Poly Pro, determine o número de vértices V, arestas A e faces F do cubo e em seguida, verifique se o Teorema de Euler é satisfeito. Ainda, supondo que a medida da aresta do cubo seja de 3 cm, determine: a área de uma face, a área total e o volume do cubo.



Solução esperada: V = 8; A = 12 e F = 6

V - A + F = 8 - 12 + 6 = 2.

Considerando que a medida da aresta do cubo seja a = 3cm, tem-se que a área de uma face é **A f = a^2 = 3^2 = 9cm^2** - área total é **A t = 6.a^2 = 54cm^2** - volume Vol = $a^3 = 3^3$ = **27cm^3.**

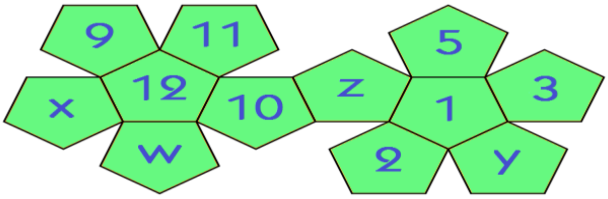
Professor(a)

Podemos desafiar nosso aluno um pouco mais.
✓ Seguindo o exemplo dado, sugira aos alunos que façam o mesmo com os demais sólidos geométricos estudados.

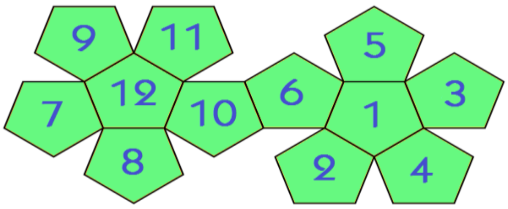
Atividade 06: Dados com formatos de poliedros, como os mostrados abaixo, são utilizados nos mais diversos tipos de jogos de tabuleiro.
a) Determine o número de faces, vértices e arestas de cada poliedro representado ao lado.

		Arestas	Faces	Vértices
Poliedro Amarelo	Octaedro	12	8	6
Poliedro Vermelho	Icosaedro	30	20	12
Poliedro Azul	Dodecaedro	30	12	20
Poliedro Laranja	Tetraedro	6	4	4
Poliedro Verde	Trapezoedro	20	10	12

b) Tem-se abaixo a planificação de um dado dodecaédrico com os números de 1 a 12 em suas respectivas faces. Por um defeito na fabricação do mesmo, algumas faces ficaram sem seus números, representados abaixo pelas letras x, y, z e w. Sabendo que a soma dos números de faces opostas é sempre igual, determine os valores de x, y, z e w.



Solução: Analisando a planificação vemos que 4, 6, 7 e 8 são os números que faltam. Como a soma das faces opostas são sempre iguais, devemos ter de acordo com a planificação que $9 + y = 12 + 1 = x + z = 11 + 2 = 5 + w = 3 + 10$. Daí, segue que $y = 4$, $w = 8$, $x = 7$ e $z = 6$. A planificação com todos os números fica assim:

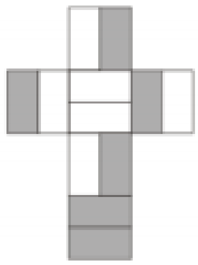


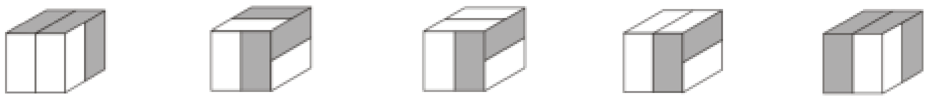
c) Supondo que tenhamos um dado tetraédrico com os números de 1 a 4 em cada face, um dado normal com números de 1 a 6, um dado octaédrico com números de 1 a 8, um dado dodecaédrico com números de 1 a 12 e um dado icosaédrico com números de 1 a

20, se sortearmos um número de cada dado, nessa ordem, qual a probabilidade de eles formarem uma progressão aritmética? **Exemplos de algumas soluções:**

Número sorteado				
Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
1	1	1	1	1
1	2	3	4	5
1	3	5	7	11
1	4	7	10	13
2	2	2	2	2
2	3	4	5	6
2	4	6	8	10
2	5	8	11	14
3	3	3	3	3
3	4	5	6	7
3	5	7	9	11
4	4	4	4	4
4	5	6	7	8
4	6	8	10	12

Atividade 07: Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme? (c)





(a) (b) (c) (d) (e)

Professor(a)

- Faça uma exposição dos sólidos em uma feira de ciências.
- Sugira aos alunos que elaborem alguns cartazes com as características dos Poliedros de Platão.
- Proponha aos alunos que façam dois kits para cada poliedro e deixem que os visitantes tentem formar o poliedro a partir dos módulos.
- Cada kit pode ser composto por um poliedro pronto e módulos suficientes para a montagem de mais dois.

Considerações Finais

Acreditamos que com o uso do paradidático aqui elaborado e apresentado, o/a professor(a) poderá promover aulas interativas, produtivas, prazerosas e sobretudo, satisfatórias, observará que os educandos ficarão mais interessados e/ou motivados nos conteúdos matemáticos, pois acreditamos que ao propor aulas diferentes do habitual, trabalhando com material concreto, os alunos compreendam melhor a geometria e percebam que a matemática vai além dos números, desenvolvendo o pensamento crítico, científico e criativo, itens indispensáveis à formação integral de um cidadão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais (ensino médio)**. Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília. 2000.

BRASIL, Ministério da Educação (2019). *Base nacional comum curricular- BNCC.*. Brasília, DF, Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 28 jul. 2023.

CAVACAMI, E.; FURUYA, Y. K. S. **Explorando Geometria com Origami** – Apostila OBMEP, 2010.

CHAVES, Juliana de Oliveira. Geometria espacial no ensino fundamental: uma reflexão sobre as propostas metodológicas. 2013.

FAINGUELERNT, E.K; NUNES, C.A.R.A. Fazendo Arte com a Matemática. 2ª Edição. Porto Alegre: Artmed, 2015.

FERREIRA, Fabricio Eduardo. Ensino e aprendizagem de poliedros regulares via a teoria de Van Hiele com origami. 2013.

HAYASAKA, E. Y.; NISHIDA, M. **Pequena História do Origami**. Disponível em: https://www2.ibb.unesp.br/Museu_Escola/Ensino_Fundamental/Origami/Documentos/indice_origami.htm. acesso em 26/08/2023.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e Entendendo Poliedros:** do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros matérias concretos. 2. ed. Niterói: UFF, 2003.

KANEGAE, M. **Breve Histórico do Origami no Brasil**, disponível em: http://www.kamiarte.com.br/breve_historico2.htm, acesso em 26/08/2023.

KATZ, V.J. **História da Matemática**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. 2010.

KAWAMURA, M. **Polyhedron Origami**: for beginners. Tokyo: Nihon Vogue CO., LTD, 2001.

LEONARDO, F.M. **Conexões com a matemática**. Editora Moderna; — 3. ed. — São Paulo: Moderna, 2016.

LUCAS, E. S. C. **Uma Abordagem Didática para a Construção dos Poliedros Regulares e Prismas Utilizando Origami**. 20013.

OLIVEIRA, M. K. de. **Vygotsky Aprendizado e desenvolvimento:** um processo Sócio histórico. São Paulo: Ed. Scipione, 1995.

PIMENTA, A. L, GAZIRE, E. S. **Construindo poliedros platônicos com origami**: uma perspectiva axiomática. Beau Bassin: Novas Edições Acadêmicas, 2018.

PRIETO, J. I. R. Matemáticas y Papiroflexia. **Revista Sigma**, n.21, p. 175-192, 2002.

RAFAEL, I. Origami. **Educação Matemática**, Lisboa, n.111, p.16-22, set/out. 2011.

RÊGO, R. G. do; RÊGO, R. M. do; JÚNIOR, S. G. **A geometria do origami: atividades de ensino através de dobraduras**. Universitária UFPB, 2003. ISBN 9788523703837.

SOUZA, J. R. **Novo Olhar Matemática,** São Paulo: FTD, 2010. v. 3.

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES

Jozeane C. Moreira Flôres

Mestranda em Ciências e Matemática pela Universidade de Passo Fundo – RS. Possui Licenciatura plena em Matemática pela Universidade Federal de Rondônia – UNIR (2006), com especialidade em Matemática para professores, Tutoria em Educação a distância e Ciências dos anos Finais. Professora atuante na Rede Estadual e Municipal de Ensino na Cidade de Rio Crespo no Estado de Rondônia.

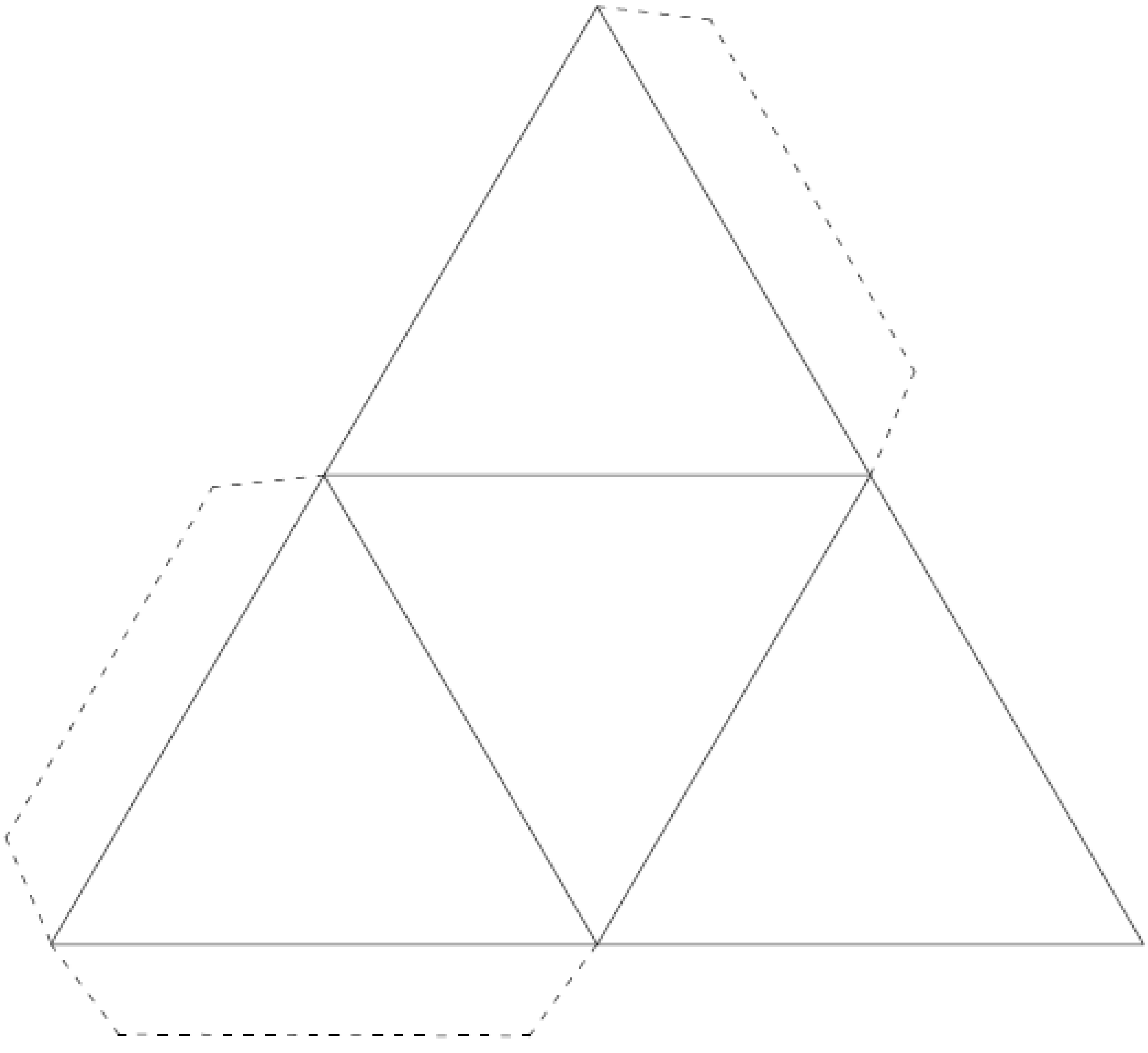
Currículo lattes: http://lattes.cnpq.br/8976969408367378

Luiz Henrique F. Pereira

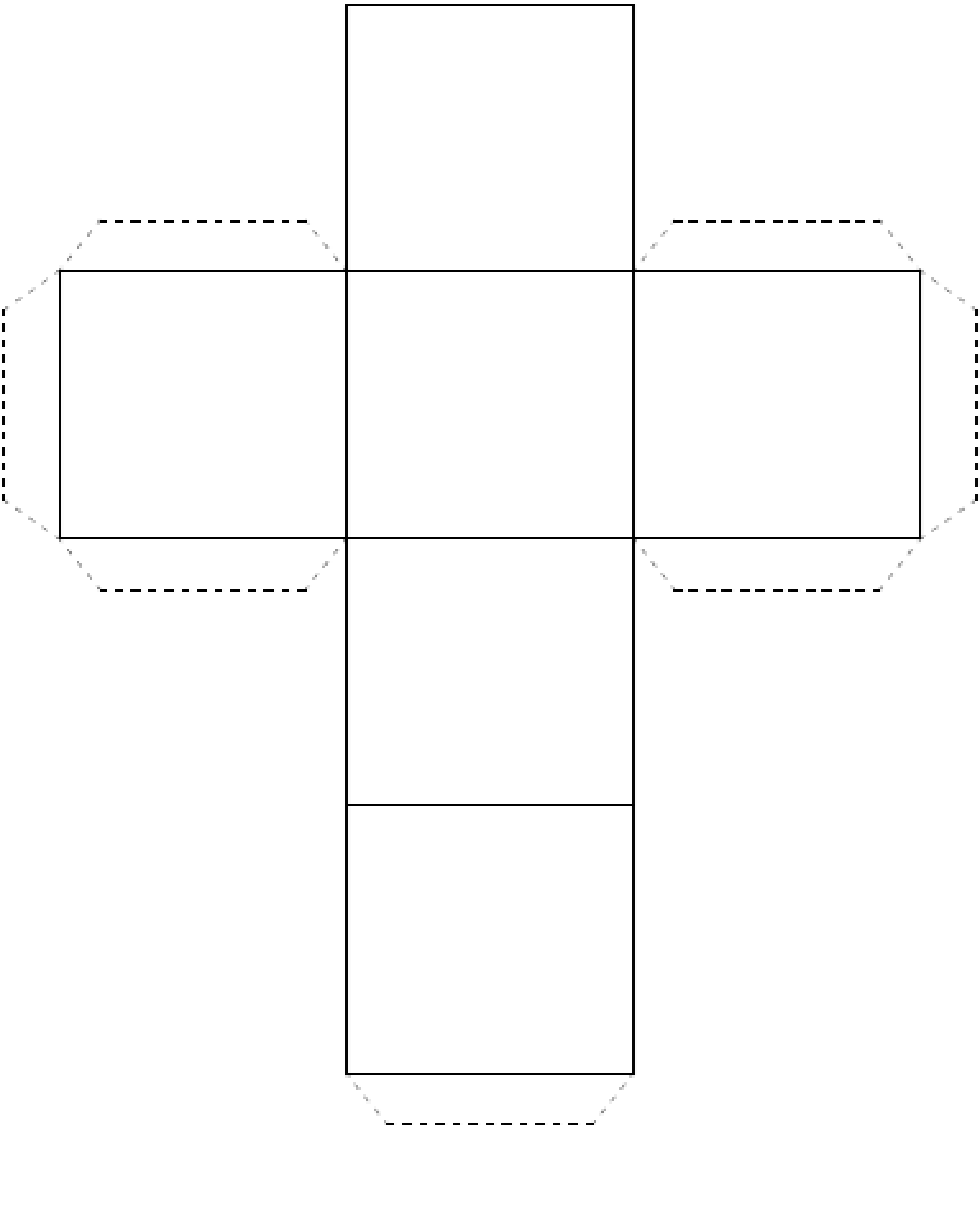
Possui graduação em Matemática pela Universidade de Passo Fundo (1987) e mestrado em Educação pela Universidade de Passo Fundo (2001). É doutor em educação pela PUCRS (2010). Atualmente é professor titular da Universidade de Passo Fundo. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: história da matemática, matemática moderna, matemática, história da educação matemática, recurso didático-pedagógico e jogos.

1 - Planificações dos Poliedros de Platão.

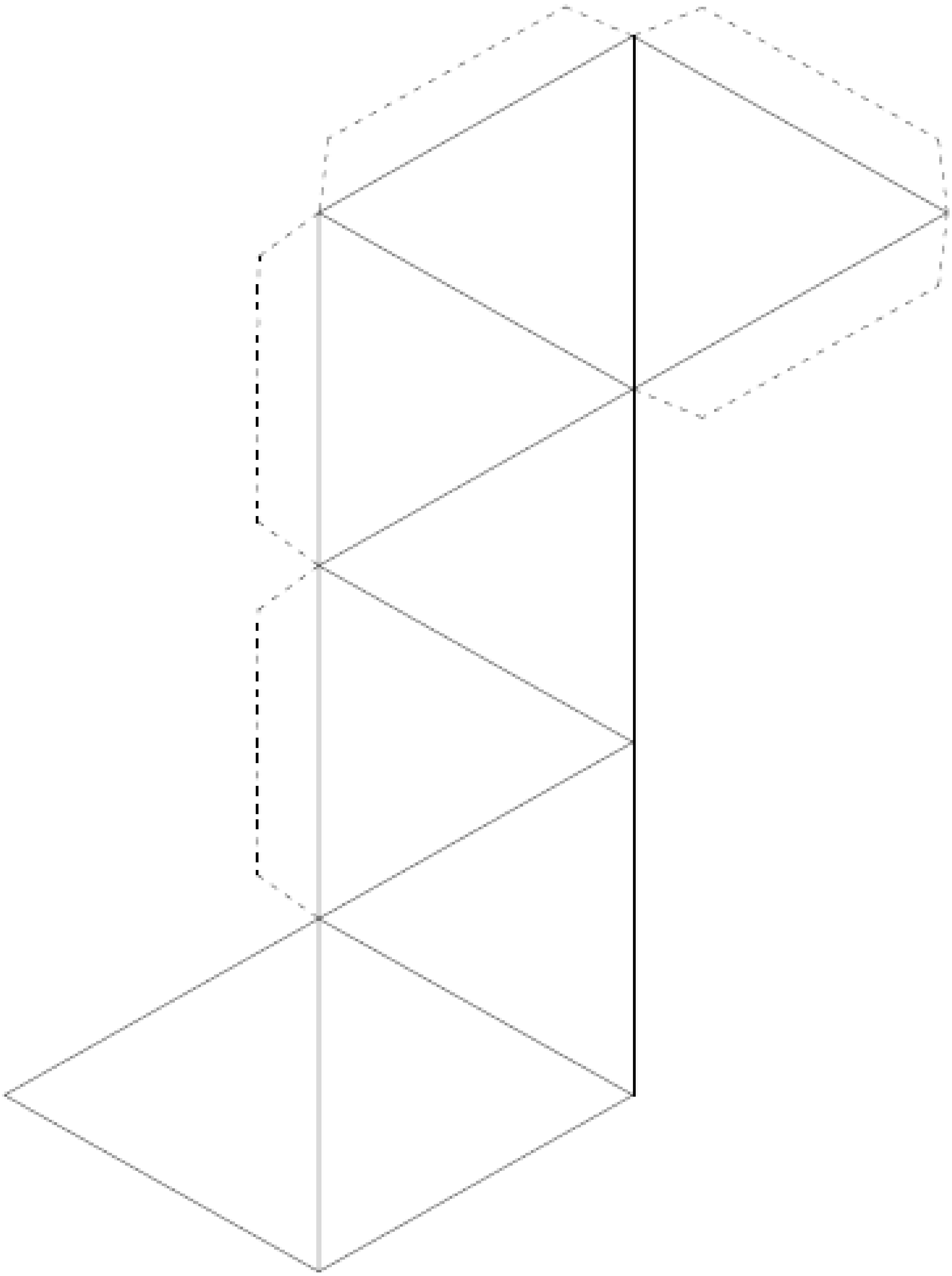
Tetraedro Regular



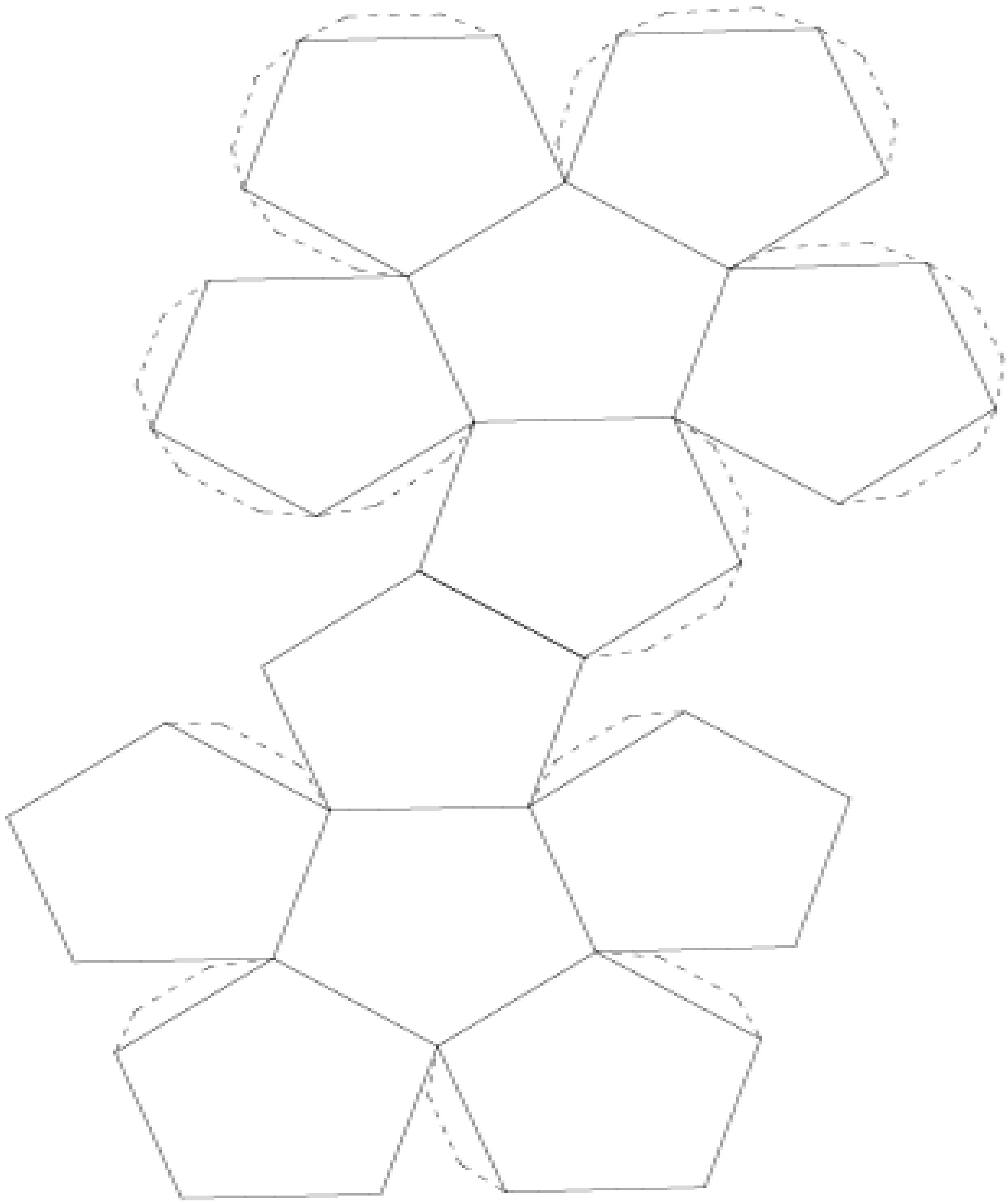
Hexaedro Regular



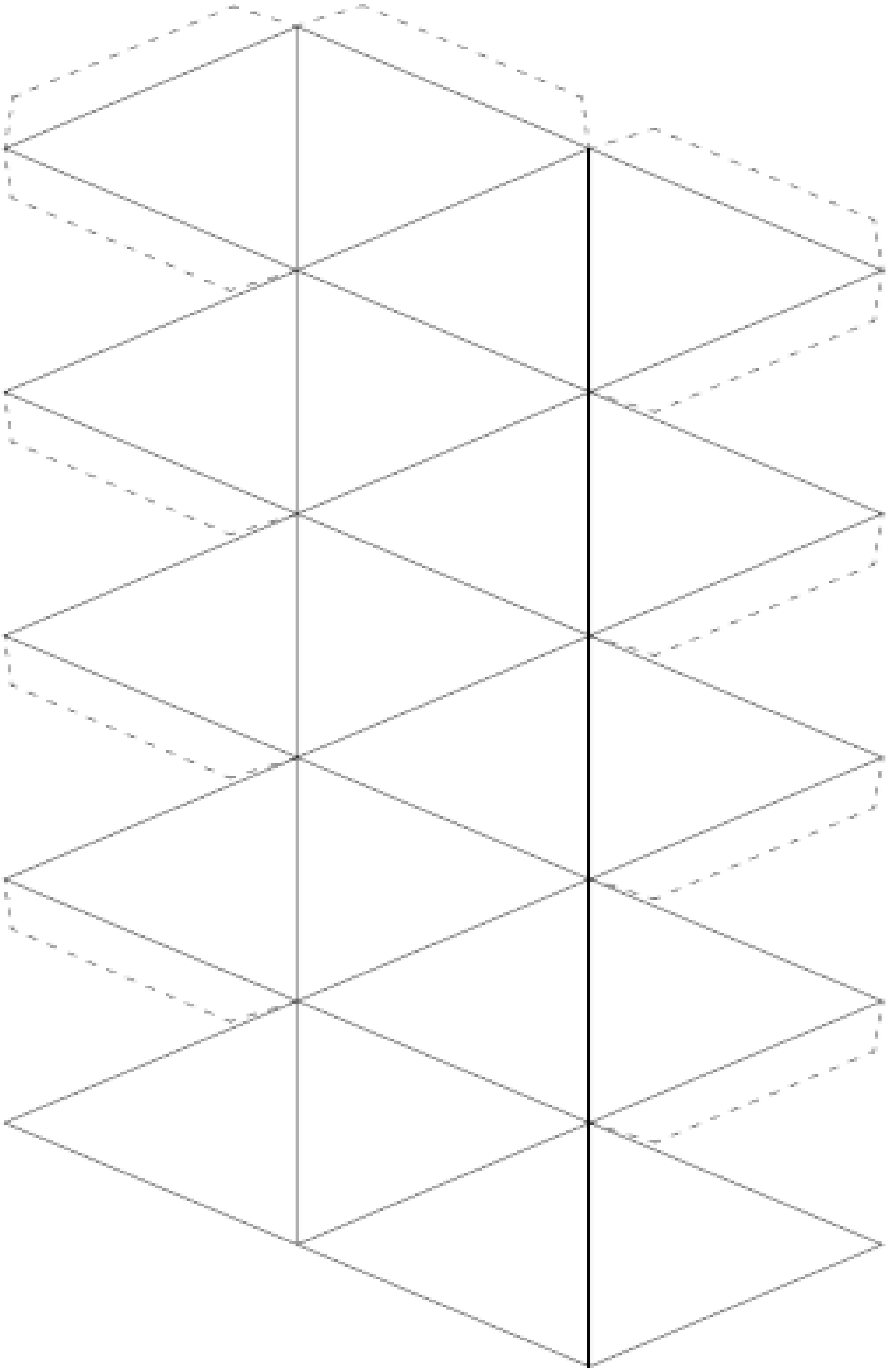
Octaedro Regular



Dodecaedro Regular

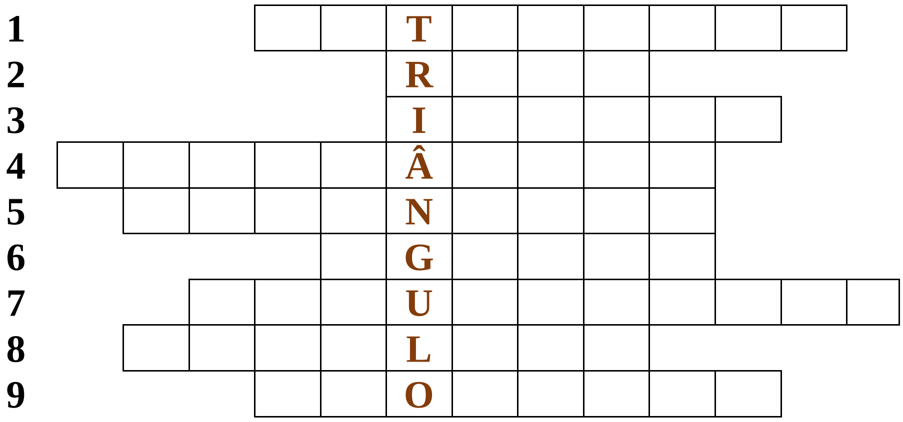


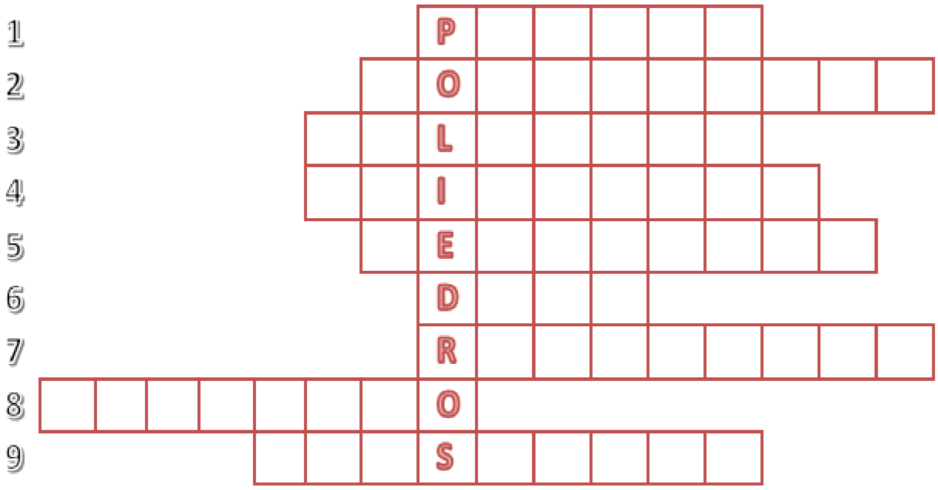
Icosaedro Regular

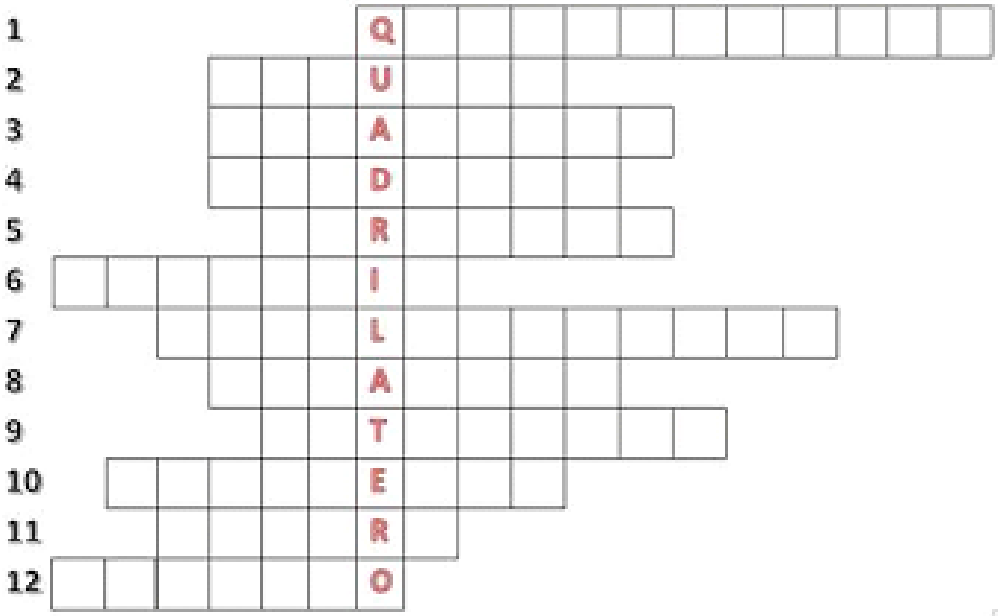


2 – Cruzadinhas

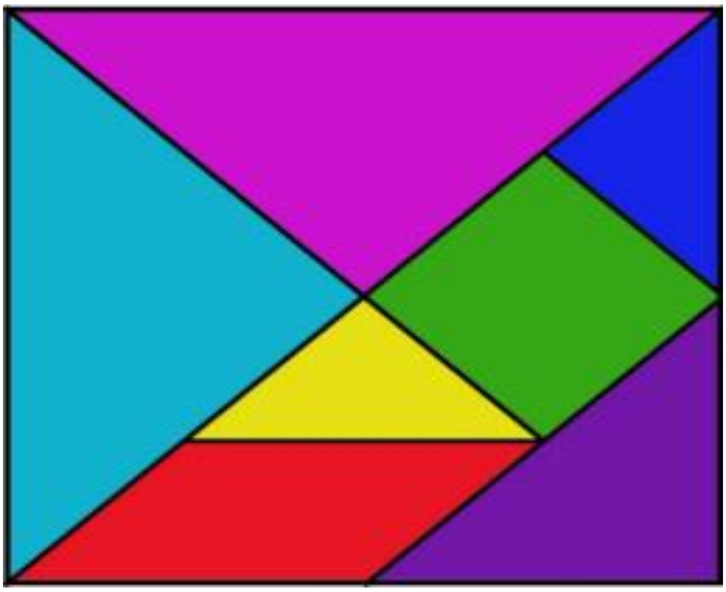
BRINCANDO E APRENDENDO

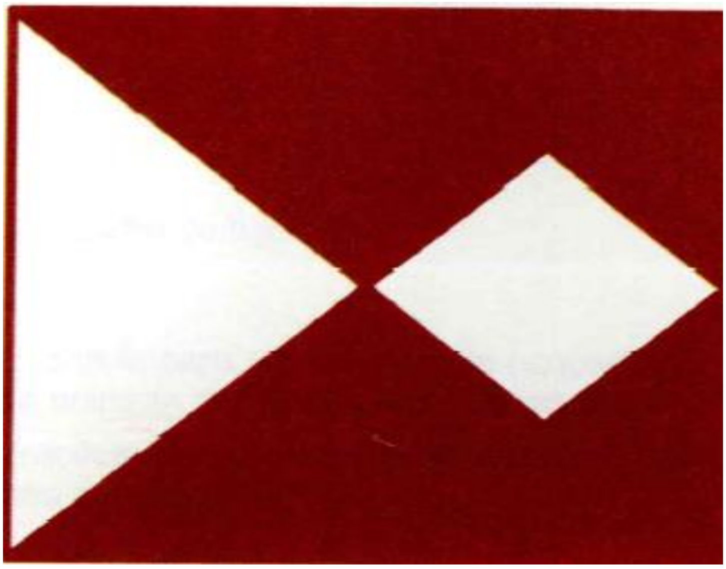






3 – Tangram





4 - Cruzadinha sobre polígonos

P	E	N	T	Á	G	O	N	O	D	B	F
O	U	N	D	E	C	Á	G	O	N	O	D
A	T	R	A	P	É	Z	I	O	T	O	O
A	M	I	T	H	E	S	H	E	R	C	D
O	Q	U	A	D	R	A	D	O	I	T	E
N	I	E	A	O	Y	R	N	N	Â	Ó	C
R	O	I	O	B	R	S	A	N	N	G	Á
E	F	T	N	N	V	I	I	L	G	O	G
C	A	A	M	O	B	M	A	S	U	N	O
O	W	R	E	T	Â	N	G	U	L	O	N
T	H	H	E	X	Á	G	O	N	O	R	O
R	H	T	L	O	S	A	N	G	O	Y	A

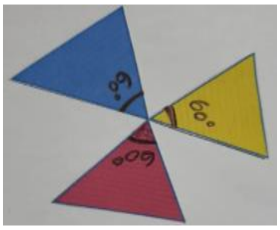
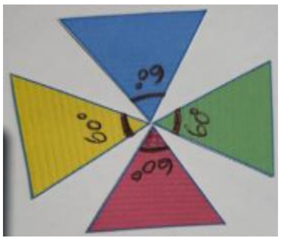
5 – Quadros para estudos dos Poliedros de Platão.

POLIEDRO	FACE DO POLÍGONO	Nº. DE FACES	Nº. DE ARESTAS	Nº. DE VÉRTICES.	NOME DO POLIEDRO
					
					
					
					
					

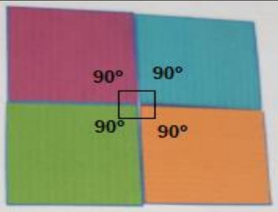
6 -Trabalhando com a fórmula de Euler

POLIEDRO	NOME DO POLIEDRO	FACES F	ARESTAS A	VÉRTICES V	Teorema de Euler $V - A + F = 2$
					
					
					
					
					

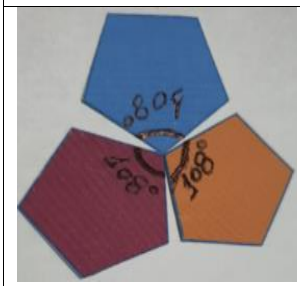
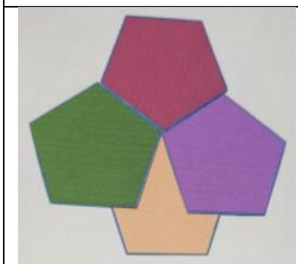
7 - Quadros sobre os ângulos poliédricos com módulos triangulares.

Representação poliédrica	Número de faces triangulares concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos no vértice considerado	Poliedro formado (ou não)
			
			
			
			

8 - Quadros sobre os ângulos poliédricos com módulos quadrangulares.

Representação poliédrica	Nº de faces quadradas concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos no vértice considerado	Poliedro formado (ou não)
			
			

9 - Quadros sobre os ângulos poliédricos com módulos pentagonais.

Representação poliédrica	Nº. de faces pentagonais concorrentes em cada vértice	Soma dos ângulos no vértice considerado	Poliedro formado (ou não)
			
			

10 – Quadro com a descrição dos axiomas do Origami Modular.

Descrição dos axiomas
Axioma 01
Dados dois pontos, P1 e P2, há uma única dobra que passa pelos dois pontos, descrição semelhante ao primeiro postulado do livro 1 de Euclides.
Axioma 02
Dados dois pontos, P1 e P2, há uma única dobra que as torna coincidentes, propriedade justificada pelo quarto postulado do livro 1 de Euclides.
Axioma 03
Dadas duas retas, I1 e I2, há uma única dobra que as torna coincidentes, justificado pelas sexta e sétima "noções comuns" do livro 1 de Euclides.
Axioma 04
Dados um ponto P e uma reta I há uma única dobra perpendicular a I que passa por P. Pode-se com este axioma determinar a menor distância entre uma reta e um ponto fora desta reta.
Axioma 05
Dados dois pontos, P1 e P2, e uma reta I, se a distância de P1 a P2 for igual ou superior à distância de P2 a I, então há uma única dobra que faz incidir P1 em I e que passa por P2.
Axioma 06
Dois pontos P1 e P2, e duas retas I1 e I2, se não forem paralelas e se a distância entre as retas não for superior à distância entre os pontos, há uma única dobra que incide P1 em I1 e P2 em I2 gerando os pontos P1' e P2'.
Axioma 07
Dado um ponto P e duas retas I1 e I2, se as retas não forem paralelas, há uma única dobra que faz incidir P em I1 e é perpendicular a I2.