Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT

RECURSO EDUCACIONAL

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ABORDAR A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS CONCRETOS E O MODELO DE VAN HIELE PARA O ENSINO DE QUADRILÁTEROS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Mayara Brasil Carvalho Gomes
Orientador: Profª Dra Lhaylla dos Santos Crissaff

Niterói
Abril/2023

Lista de ilustrações

Lista de Quadros

Sumário

Resumo

Diversas pesquisas mencionam as dificuldades apresentadas por alunos na compreensão do conteúdo de Geometria na Educação Básica, devido à diversos fatores. Diante disso, é importante buscar formas de abordar o conteúdo que contribuam para a melhoria do ensino dessa importante área, sempre considerando o importante papel do professor. Nesse contexto, o presente trabalho apresenta uma proposta de atividades para ensino de quadriláteros construída para ser realizada com o apoio de materiais concretos e do Modelo de Visualização Geométrica de Van Hiele. Esta importante metodologia de ensino estrutura em níveis a compreensão geométrica dos alunos, assim como fornece orientações para reconhecimento e obtenção de cada um deles. A proposta de atividades é iniciada com uma atividade de revisão seguida de uma atividade para atingir o primeiro nível e uma para o segundo nível do modelo mencionado.

Palavras chaves: Geometria, Teoria de Van Hiele, Sequência Didática, Quadriláteros, Materiais Concretos.

INTRODUÇÃO

Segundo Lorenzato (1995),

> A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p. 6-7)

Por outro lado, o ensino da Geometria tem passado por diversos problemas. Em particular, na década de 90 e início dos anos 2000, muito se discutiu sobre a problemática em torno de seu processo de ensino-aprendizagem. Alguns autores destacam a importância de se desenvolver o pensamento geométrico, visto que:

> (...) sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5)

Sabendo da importância deste ensino, atualmente documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) tornam obrigatório o ensino de Geometria em todas as etapas da educação básica, abrangendo alunos da Educação Infantil até o Ensino Médio. Os conteúdos são organizados a fim de que haja uma continuidade na aprendizagem dos temas abordados.

Apesar do atual cenário citado acima enfrentamos um total abandono no ensino da Geometria nas últimas décadas. Esse abandono contribuiu para uma grande defasagem de conhecimento deste conteúdo e até mesmo dificuldade em ensiná-lo, e consequentemente nos resultados das avaliações

Foi por passar por frustrações e dificuldades como estas durante o ensino da Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental e por assistir ao baixo rendimento e não compreensão dos conteúdos por parte dos estudantes que decidimos realizar este trabalho na área de Geometria, em particular, com quadriláteros.

Para isso, iniciamos uma busca por metodologias que pudessem nos apoiar na melhoria no ensino de Geometria e que nos auxiliasse de forma significativa no trabalho com o conteúdo de quadriláteros, desenvolvido no 6º Ano do Ensino Fundamental. Escolhemos como metodologia o Modelo de Visualização Geométrica de Van Hiele (ou simplesmente Modelo de Van Hiele), que organiza a compreensão dos conteúdos geométricos dos alunos por nível e traz orientações para que os professores possam conduzi-los para atingirem tais níveis. Além disso, utilizamos materiais concretos manipuláveis para auxiliar neste trabalho.

O estudo dos quadriláteros é visto em várias etapas da educação básica, começando pelo reconhecimento do quadrado na educação infantil e indo até o estudo das classificações, inclusões e interseções de classe no Ensino Fundamental. Apesar de não ser trabalhado de forma tão direta no Ensino Médio, percebemos a necessidade desse conhecimento em diversos conteúdos como no estudo dos perímetros, áreas e volumes.

Na sequência, apresentamos um breve resumo sobre as metodologias utilizadas na construção das atividades, assim como a sequência didática construída.

1 METODOLOGIAS

Existem várias formas de conduzir o processo de ensino aprendizagem, variando de acordo com o objetivo e as relações a serem construídas pelos sujeitos envolvidos no processo. Manfredi (1993) apresenta diferentes metodologias baseadas em cinco concepções: tradicional, escolanovista, tecnicista, crítica e histórico-dialética.

No método tradicional, temos um conjunto lógico e padronizado de mecanismos que levam à transmissão do conhecimento. O problema é que somos indivíduos com necessidades distintas e a forma que uma pessoa aprende provavelmente será diferente da outra. Neste sentido, usar a mesma escrita, mesmos exemplos e mesma forma de explicar por anos não é garantia de um aprendizado real. Segundo D'Ambrósio (2007), "do ponto de vista de motivação contextualizada, a Matemática que se ensina hoje nas escolas é morta, e poderia ser tratada como um fato histórico" (p.31).

Ao ensinar Matemática, em geral, é utilizado o método tradicional de ensino, em especial nas escolas públicas que carecem de estrutura apropriada e materiais adequados. Porém, em nosso entendimento, a utilização apenas desta metodologia aliada ao livro didático, quadro e giz não serão suficientes para uma construção significativa do conhecimento matemático. De acordo com os PCN:

> Tradicionalmente, a prática mais freqüente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera a aprendizagem. Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não apreendeu o conteúdo. (Brasil, 1997, p.31).

A fim de romper com o ensino tradicional e buscar uma forma mais adequada à realidade e necessidade dos estudantes, para desenvolvimento e aplicação das atividades propostas neste trabalho foi utilizado o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele, apoiado em uso de materiais manipulativos. Acreditamos que este conjunto de metodologias podem promover uma aprendizagem mais interessante e eficaz.

1.1. Uso de materiais manipuláveis para o ensino da Matemática

De acordo com Lorenzato (2012), vários educadores conceituados como Comenius, Locke, Rousseau, Herbart, Dewey, Montessouri, Piaget, Vigotsky ressaltam a importância do recurso visual ou visual tátil no processo de aprendizagem. Sobre este fato, o autor menciona que:

> (...) Comenius escreveu que o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo. (...). Pelos idos de 1990, Dewey confirmava o pensamento de Comenius, ressaltando a importância da experiência direta como fator básico para construção do conhecimento, e Poincaré recomendava o uso de imagens vivas para clarear verdades matemáticas. (...). Montessori legou-nos inúmeros exemplos de materiais didáticos e atividades de ensino que valorizam a aprendizagem através dos sentidos, especialmente do tátil, (...) Enfim, cada educador a seu modo, reconheceu que a ação do indivíduo sobre o objeto é básica para a aprendizagem. LORENZATO, 2012, p.3-4).

Desta forma, podemos perceber que há séculos comenta-se sobre a importância do trabalho com recursos didáticos como materiais concretos e manipuláveis que, por explorarem sentidos como o visual e tátil, possibilitam uma melhor percepção, descoberta e compreensão do conteúdo a ser trabalhado.

Nota-se ainda que estes recursos tornam-se muito importantes no ensino de Matemática uma vez que esta disciplina trabalha, de modo geral, com conceitos abstratos que tendem a serem mais difíceis de serem compreendidos. Desta forma,

> Para que os estudantes absorvam um aprendizado mais efetivo, é essencial que se tenha uma teoria, mas que esta esteja aliada à prática. Assim, envolver os alunos com materiais concretos e manipulativos, com o intuito de promover uma familiarização com o universo matemático, deve ser uma método indispensável para a educação. (GERVÁZIO, 2017, p.45).

Para os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, que acabaram de sair do Ensino Fundamental - Anos Iniciais e passam para o Ensino Fundamental - Anos Finais, a aprendizagem matemática pode ser ainda mais desafiadora. Primeiramente, os estudantes passarão por um período de transição, onde a forma como serão cuidados é totalmente modificada, com mudança do número de professores e novas disciplinas que passam a fazer parte da grade curricular. Daí começam as aulas de Matemática, mais formais e menos lúdicas, o que pode ser um grande obstáculo para a aprendizagem matemática. Muitos professores que trabalham com esta etapa de ensino esquecem-se que "o MD[1] facilita a aprendizagem, qualquer que seja o assunto, curso e idade" Lorenzato, (2012, p. 30), deixando de lado este recurso.

A prática pedagógica do professor que ensina Matemática pode contribuir para os desafios enfrentados pelos estudantes, em especial neste momento do Ensino Básico. Cabe ao professor buscar estratégias que possibilitem o aprendizado e que motivem o estudante durante o processo de ensino, uma vez que:

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um 'aprender' mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um 'aprender' que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINO E MIRION, 1990, p. 5)

Neste contexto, o uso de materiais concretos pode ser uma excelente ferramenta pedagógica uma vez que possibilita ao aluno, segundo Gervásio (2017), a capacidade de se familiarizar com os conceitos matemáticos

[1] MD é uma sigla para material didático, aqui o autor refere-se ao material didático concreto.

aproximando-os da realidade, podendo torná-la significativa e clara, despertando no aluno a curiosidade e o pensar crítico. Tendo em vista que:

> A criança gosta de ver, pegar, sentir as coisas. Quanto mais nós apelamos para os seus sentidos, melhor é a aprendizagem. Usar objetos do mundo real, desenhos, massa plástica, papel e tesoura, etc., ajudam muito mais do que longas explicações ou infindas decorações. Apelar mais para o raciocínio e evidência do que para a memória, é o papel do professor. A *objetivação* da aprendizagem é de grande valor para o seu êxito. (ALBUQUERQUE, 1954, p.11)

Desta forma, ao manipular os materiais selecionados pelo professor, o aluno tem a oportunidade de participar, questionar e interagir de forma mais ativa durante o processo de ensino, criando um ritmo próprio de aprendizagem, com isto, “a utilização de MD pode inicialmente tornar o ensino mais lento, mas em seguida, graças à compreensão adquirida pelo aluno, o ritmo aumentará e o tempo gasto no início será, de longe, recompensado em quantidade e principalmente em qualidade” Lorenzato, (2012, p.31).

Além disso, por ser uma fase transitória para os alunos do 6º ano, esta liberdade criativa proporciona maior oportunidade de integração e compartilhamento de ideais rompendo muita das vezes com o bloqueio e medo que o novo pode proporcionar. Assim:

> Se for verdadeiro que "ninguém ama o que não conhece” então fica explicado porque tantos alunos não gostam de matemática, (...). No entanto, com o auxílio de MD, o professor pode se empregá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, diminuindo, assim, o risco de serem criadas ou reforçadas falsas crenças referentes à matemática, como a de ser ela uma disciplina “só para poucos privilegiados”, “pronta”, “muito difícil”, e outras semelhantes. (LORENZATO, 2012, p. 34)

No estudo de Geometria, o uso de materiais concretos possui um campo fértil de atuação, uma vez que não é difícil encontrarmos objetos adequados e acessíveis que possibilitem as associações adequadas. Esses materiais podem ser levados ao estudante pelo professor ou serem construídos em sala de aula com apoio do professor, envolvendo o estudante na construção do seu conhecimento. De acordo com Fiorentino e Mirion (1990), “(...) o material mais adequado, nem sempre, será o visualmente mais bonito e nem o já construído. Muitas vezes, durante a construção de um material o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de forma mais efetiva” (p. 5).

Além disso, caso o professor opte por construir/utilizar materiais concretos, uma possibilidade é construir o próprio Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Este laboratório pode ser formado por objetos construídos com materiais de baixo custo ou reciclados, como menciona Kallef (2003) e Lucena (2017). Segundo Lucena (2017),

> Materiais como os palitos de picolé ou de fósforos, tampinhas, garrafas, bolas de gude, sementes, entre muitos outros, são interessantes para se constituir como materiais do LEM, pois apresentam baixo custo de aquisição, aspecto lúdico e podem ser utilizados em diversos contextos de ensino-aprendizagem de matemática. (LUCENA, 2017, p.30)

Consideramos que o uso de materiais concretos manipuláveis pode ser um facilitador para o desenvolvimento matemático dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental e por isso, neste trabalho, propomos que estes sejam utilizados como aliados ao ensino de quadriláteros. No capítulo seguinte, apresentaremos uma proposta de sequência didática a ser trabalhada com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, onde materiais concretos são amplamente utilizados.

1.2. Modelo de Visualização do Desenvolvimento Geométrico de Van Hiele

Os pesquisadores holandeses Pierre Marie Van-Hiele e Dina Van-Hiele Geodolf desenvolveram uma teoria ligada ao desenvolvimento do pensamento geométrico quando cursavam Doutorado em Matemática e Ciências Naturais na Universidade Real de Utrecht, localizada na Holanda. Pierre e Dina Van Hiele eram professores da escola primária holandesa durante a década de 50 e após observarem certos padrões de dificuldades enfrentadas por seus alunos começaram a estudar uma forma de minimizar os problemas, visto que apenas mudar a forma de se expressar durante as explicações não estava solucionando.

Segundo Kaleff et al. (1994), o casal começou a publicar as conclusões sobre seus estudos no final da década de 50. Com a morte de Dina, logo após o término de sua tese, Pierre deu seguimento à pesquisa, formulou e desenvolveu o chamado *Modelo do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, ou simplesmente,* Modelo de Van Hiele.

O casal Van Hiele, através de observações e verificações, concluiu que os estudantes aprendiam seguindo níveis hierárquicos de compreensão dos conceitos de Geometria. Segundo eles, a aprendizagem se inicia pelo reconhecimento das figuras geométricas considerando apenas o visual, chegando ao estudo abstrato das mesmas dentro de diferentes geometrias.

Se nos remetermos à BNCC, veremos que as ideias desenvolvidas pelo casal Van Hiele estão de certa forma propostas neste documento. Vejamos:

> Em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. No entanto, é fundamental considerar que a leitura dessas habilidades não seja feita de maneira fragmentada. A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores. (BRASIL, 2018, p. 276)

Porém, diferente da BNCC onde as habilidades são organizadas de acordo com o ano escolar, no Modelo de Van Hiele, as habilidades são adquiridas através do desenvolvimento do pensamento, passando por níveis hierárquicos de progresso de compreensão dos conceitos. É claro que este processo de desenvolvimento hierárquico é influenciado pelo estímulo proveniente da educação de cada estudante. Por outro lado, não está ligado à idade ou maturidade dos estudantes.

Todo o trabalho e pesquisa dos Van Hiele está diretamente ligado às estruturas do pensamento geométrico. Foi analisando essas estruturas que o casal de pesquisadores também notou que a forma como os estudantes são instruídos e o estímulo recebido é determinante para atingir um nível de desenvolvimento do pensamento geométrico. Baseado nisso, foi desenvolvido o Modelo de Van Hiele a ser utilizado como guia para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria e utilizado pelos professores em suas salas de aula.

O Modelo é composto por cinco níveis hierárquicos de compreensão de conceitos no decorrer da aprendizagem geométrica, que vai do 1° ao 5°. Cada nível possui sua especificidade e é marcado por algum fator predominante que nomeia o nível. Diferentes autores usam nomenclaturas diferentes para os níveis. Neste trabalho, usaremos como referência as autoras Nasser e Santanna (1997), que identificam cada nível da seguinte forma:

- 1° Nível: Básico ou Reconhecimento
- 2° Nível: Análise
- 3° Nível: Abstração
- 4° Nível: Dedução
- 5° Nível: Rigor

No Quadro a seguir, apresentamos algumas características dos níveis de desenvolvimento do pensamento segundo o Modelo de Van Hiele, de acordo com Nasser e Santanna (1997). Inclusive, os exemplos abordados no mencionado texto nos auxiliaram no processo de construção das atividades do capítulo 4.

Nível	Características	Exemplos
1° nível: Básico	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras por sua aparência global	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios
2° Nível: Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes e uso dessas propriedades para resolver problemas	Descrição de um quadrilátero através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos
3° Nível: Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas	Descrição de um quadrilátero através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo
4° Nível: Dedução	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes	Demonstração de propriedade dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos
5° Nível: Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em geometria finita

Quadro 1 - Níveis de desenvolvimento de pensamento do Modelo de Van Hiele

De acordo com Kaleff et al. (1994), algumas características importantes deste modelo merecem destaque:

- Um estudante não pode saltar níveis. Seu progresso depende de seu desenvolvimento de pensamento;
- Para que o estudante adquira as habilidades de um determinado nível, precisa ter necessariamente passado com sucesso pelas etapas do nível anterior;
- Os objetos centrais de um nível se transformam em objetos de estudo de outro. Por exemplo, no nível 2 estudamos as propriedades dos objetos em estudo, mas a relação entre essas propriedades e a percepção de que uma pode decorrer da outra ele só ocorre no nível 3;
- Cada nível tem sua própria linguagem e relações que os ligam. Um conceito pode ser aceito como certo em um nível e no outro ter uma nova percepção. Os autores citam como exemplo a inclusão de classes, onde em um determinado nível figuras são vistas como pertencentes a um mesmo grupo, mas em um nível anterior podem ser consideradas distintas.

Assim como em qualquer processo de ensino aprendizagem, no modelo de Van Hiele o professor possui papel fundamental. Neste modelo, cabe ao docente preparar, organizar e aplicar as atividades propostas de forma que as mesmas sigam uma ordem hierárquica e alcance a compreensão daquilo que está sendo proposto.

Para auxiliar no processo metodológico de ensino, o casal Van Hiele organizou cinco fases de aprendizagem a serem utilizadas em cada um dos níveis de aprendizagem: Informação, Orientação Dirigida, Explicação, Orientação Livre e Integração. Ao final da quinta fase, espera-se que o aluno esteja preparado para avançar de nível seguindo novamente as cinco fases de aprendizagem com produção de novas atividades. Por outro lado, não é necessário passar por todas as fases de aprendizagem ao se trabalhar em um nível, podendo ser escolhidas as fases desejadas para se trabalhar o conteúdo.

Cada uma das fases de aprendizagem possui características singulares. Segundo Kaleff et al. (1994, p. 6-7), temos as seguintes fases:

- *Informação:* Através do diálogo, recolhe-se informações que serão fundamentais para o desenvolvimento de todo o trabalho, como por exemplo, a compreensão dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto em questão. Além disso, forma-se um espaço aberto para realização de observações e questionamentos onde através da introdução de uma linguagem adequada, o aluno consegue ter ciência da forma com a qual o trabalho será conduzido;
- *Orientação Direta:* As atividades que já foram ordenadamente organizadas e selecionadas começam a ser aplicadas. Por conter as primeiras atividades aplicadas, esta fase tem como objetivo trazer ao aluno familiaridade e reconhecimento da estrutura do nível em questão. Tendo de maneira geral o trabalho com questões mais simples que proporcionam a obtenção de respostas mais objetivas;
- *Explicação:* O aluno começa a expressar e emitir conclusões verbais a respeito das observações e conclusões realizadas. Sendo necessária uma intervenção mínima por parte do professor;
- *Orientação Livre:* Pretende-se que os alunos busquem soluções próprias para as atividades propostas. Além disso, as atividades precisam possuir mais de uma etapa e mais de um caminho que conduza a resposta;
- *Integração:* Há um resumo de tudo o que foi aprendido durante o processo, não havendo desta forma introdução de novos conceitos. Sendo o papel do professor de auxiliar, trazendo em pauta uma visão geral daquilo que foi estudado.

Retomando os níveis, pelo fato dos níveis precisarem seguir uma hierarquia, os alunos só conseguem alcançar determinado nível de compreensão após adquirirem certo domínio nos níveis que o antecedem. Por isso, é importante que seja realizado um pré-teste para identificar o nível da dos alunos da turma ao iniciar o trabalho com certo conteúdo e assim organizar de maneira adequada e mais assertiva as atividades a serem empregadas com os mesmos.

De acordo com Jaime e Gutiérrez (1990), os testes podem ser realizados através de uma conversa feita individualmente com cada aluno e analisando as estratégias encontradas para a resolução dos problemas/atividades propostos, ou através de uma prova escrita com atividades similares, o que traria um grau de confiança mais elevado. Porém:

> Isso não é simples de ser feito numa turma completa, e com tão poucas aulas dedicadas à Geometria. A saída então é aplicar testes desenvolvidos por pesquisadores, para avaliar o desempenho em atividades características de cada nível. Como a maioria das questões é de múltipla escolha, em alguns casos o resultado não traduz o nível real em que se encontra o aluno. (NASSER E SANTANNA, 1997, p. 9).

É importante observar que, ao aplicar um teste desse tipo, as estratégias empregadas pelos alunos e a coerência nas respostas deve ser analisada com cuidado, uma vez que o aluno pode ter acertado uma questão de nível elevado e errado a simples que o antecede. Seguindo esses cuidados, segundo Nasser e Santanna (1997), o teste pode atingir um nível de confiança de 90% e o trabalho pode ser iniciado com uma precisão maior.

Em nosso entendimento, o Modelo de Van Hiele é uma excelente ferramenta para o processo de ensino do conteúdo de quadriláteros, e por isso ele será utilizado na proposta didática apresentada no Capítulo 4. Esperamos que a mencionada metodologia possa tornar o aprendizado do conteúdo mais significativo e compreensível..

2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo, apresentaremos uma sequência didática para trabalhar o conteúdo de quadriláteros baseada nos níveis do Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele e no uso de materiais concretos. As atividades foram desenvolvidas para alcançar a habilidade EF06MA20 da BNCC, que foca na identificação, classificação e reconhecimento de classes de quadriláteros.

Destacamos que, as atividades foram desenvolvidas para se trabalhar apenas até o nível 2 do Modelo de Van Hiele. Desta forma, o reconhecimento de classes pode não ser alcançado com nosso experimento, apesar de ser mencionado em algumas delas.

Nesta sequência didática propomos que sejam realizadas as seguintes atividades: atividades de revisão, teste de Van Hiele para identificar o nível dos estudantes, atividades do nível 1 do modelo de Van Hiele, atividades do nível 2 do modelo de Van Hiele e novamente o teste de Van Hiele.

A seguir, serão apresentadas as atividades, objetivos, materiais necessários e estimativas de tempo para a realização das mesmas. Além disso, são apresentados diversos comentários que devem ser utilizados pelos professores ao realizarem as atividades. Estes comentários devem guiá-los, de acordo com nossa experiência prévia ao fazer uso das atividades em sala de aula.

2.1. Atividade de revisão: Atividade de Retomada

Esta atividade foi desenvolvida com o intuito de revisar conceitos que são pré-requisitos para o ensino de quadriláteros, assim como preparar os estudantes para uso dos instrumentos de medição, uma vez que precisarão dessa habilidade nas atividades de nível 2 que serão desenvolvidas adiante. As atividades são simples e objetivas, pois devem servir apenas como revisão de conceitos.

A seguir, vamos apresentar os detalhes da atividade.

Objetivos: revisar o conceito de lados, ângulos e vértices; reconhecer e utilizar instrumentos de medições como a régua e o transferidor.

Material Necessário: folha de papel com a atividade impressa, lápis, borracha, régua e transferidor.

Tipo de Atividade: em grupo com até 4 estudantes.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 2 aulas de 45 minutos.

Atividade 1: Com auxílio de régua e transferidor, encontre a medida do ângulo e de cada um dos lados que o formam.

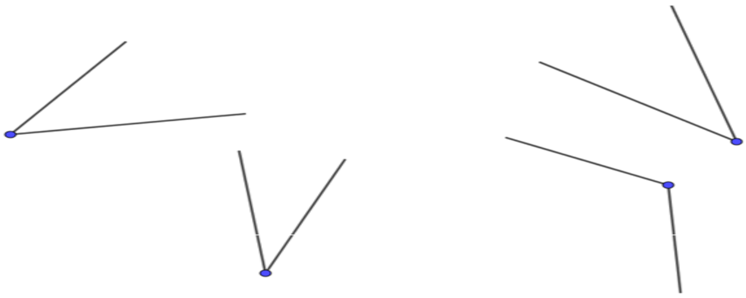


Figura 1 - Ângulos para medição- Atividade 1 - Retomada

<u>Atividade 2:</u> Agora, encontre a medida de cada lado e ângulo das figuras abaixo.

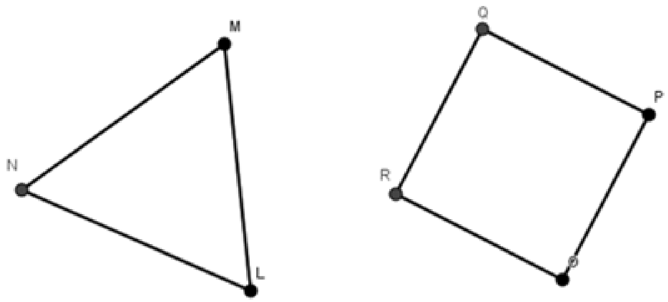


Figura 2 - Atividade 2 - Retomada
Fonte: as autoras.

<u>Atividade 3:</u> Marque os vértices de cada figura e depois encontre a medida dos seus lados e ângulos.

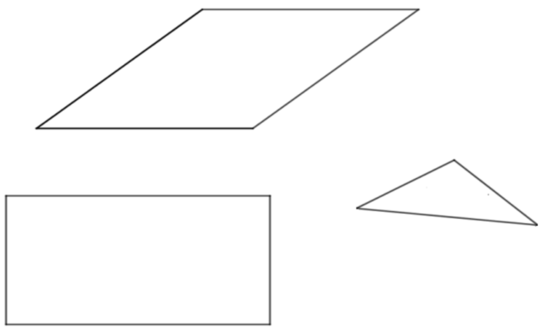


Figura 3 - Atividade 3 - Retomada
Fonte: as autoras.

. <u>Atividade 4:</u> Escreva na folha dada as respostas aos itens a seguir:

- Qual é a soma dos ângulos internos do triângulo?
- No triângulo, se os três ângulos são iguais, os três lados também serão?

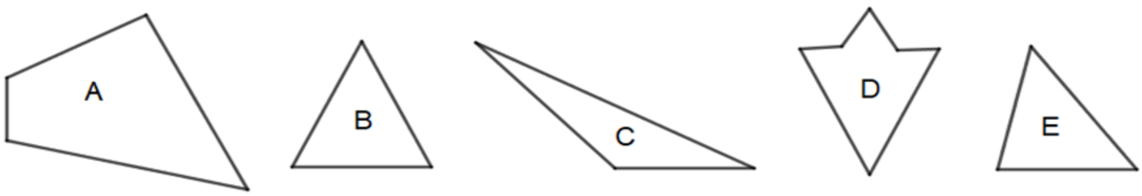
- Nas figuras que têm os quatro lados iguais, os ângulos também são?
- Existem figuras que têm os quatro ângulos iguais e lados distintos?

2.2. Teste de Van Hiele

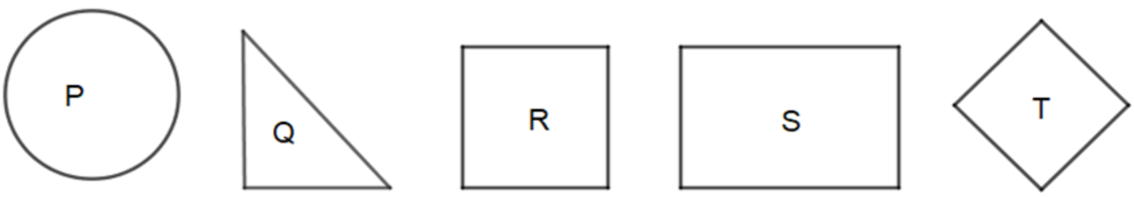
O Teste de Van Hiele que aqui será apresentado foi retirado do livro “Geometria segundo a Teoria de Van Hiele” das autoras Lilian Nasser e Neide S’antana. O mesmo foi desenvolvido pela equipe do Projeto Fundão da Universidade Federal do Rio de Janeiro tendo como foco principal identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos e assim auxiliar os professores na elaboração e organização das atividades a serem trabalhadas em sala.

Objetivos: Identificar o nível dos estudantes.
Material Necessário: folha impressa com o teste.
Tipo de Atividade: individual.
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos

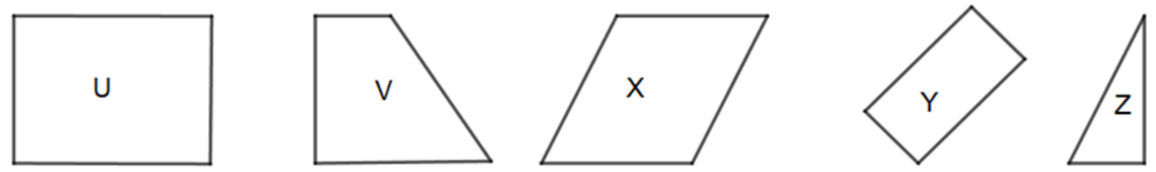
Teste de Van Hiele
1- Assinale o(s) triângulo(s):



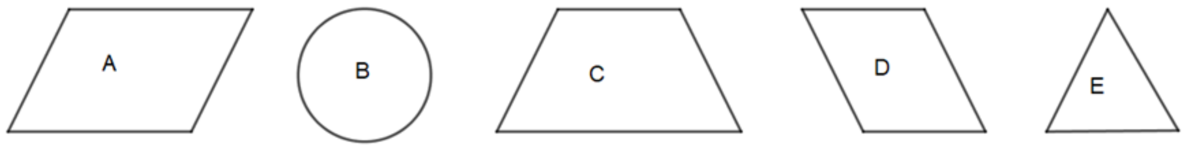
2- Assinale o(s) quadrado(s)



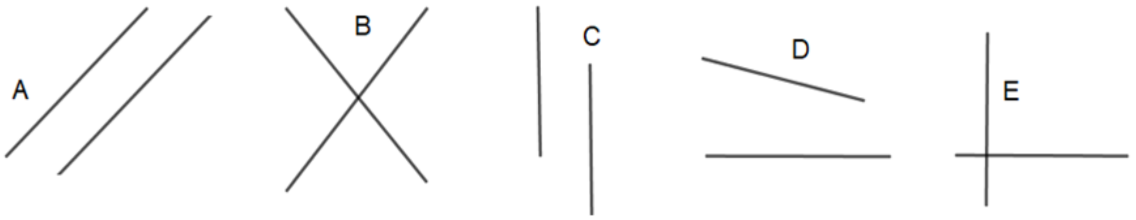
3- Assinale o(s) retângulo(s):



4- Assinale o(s) paralelogramo(s):



5- Assinale os pares de linhas paralelas:



6- O retângulo ABCD, as linhas AD e BC são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

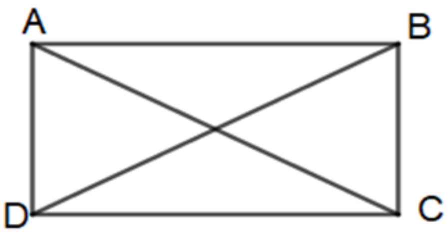
a) Tem 4 ângulos retos.

b) Tem lados opostos paralelos.

c) Tem diagonais de mesmo comprimento.

d) Tem os 4 ângulos iguais.

e) Todas são verdadeiras.



7- Dê três propriedades dos quadrados:

I- ______________________________________

II- ______________________________________

III- ______________________________________

8. Todo triângulo isósceles tem dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

a) Pelo menos um dos ângulos mede 60°

b) Um dos ângulos mede 90°.

c) Dois ângulos têm a mesma medida.

d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.

e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

09. Dê três propriedades dos paralelogramos:

I- ___________________________________

II- ___________________________________

III- ___________________________________

10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tem o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Nome:

2.3. Atividade 1

Esta atividade será utilizada para atingir o nível 1 do Modelo de Van Hiele dentro do conteúdo de quadriláteros. Ao final da atividade espera-se que os estudantes sejam capazes de identificar os tipos de quadriláteros (quadrado, retângulo, losango, paralelogramo e trapézio).

- Parte 1

As atividades desenvolvidas na Parte 1 serão trabalhadas na fase de informação, onde o professor poderá saber mais a respeito do conhecimento prévio dos estudantes, assim como situá-los e familiarizá-los com o tema. Será um momento importante para o compartilhamento de informações sobre o tema principal que será trabalhado na atividade.

Objetivos gerais: revisar a definição de triângulos e quadriláteros.
Material Necessário: folha com as imagens impressas e tesoura.
Tipo de Atividade: em grupo com até 3 estudantes.
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos
Recomendações: cada trio receberá uma folha contendo um tangram a ser trabalhado na atividade, e cada um deve recortar as suas figuras para iniciar a atividade.

<u>Atividade 1:</u> Você está recebendo uma folha com um tangram (Anexo 1). Você conhece o tangram? Já tinha ouvido falar deste quebra-cabeças? Converse com o seu grupo.

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> O professor pode introduzir a aula com a exibição de um vídeo curto ou contação da história sobre a origem do tangram. Além disso, é uma ótima forma de iniciar um diálogo com os alunos falando um pouco sobre o trabalho a ser desenvolvido.

<u>Atividade 2:</u> Recorte cada uma das figuras que compõem o tangram e compare-as. Discuta com seu grupo.

<u>Atividade 3:</u> Nomeie cada uma das figuras que compõem o tangram.

<u>Comentário sobre a atividade 2 e 3:</u> O professor pode utilizar estas atividades para revisar o conceito de polígono e suas classificações.

<u>Atividade 4:</u> Tente formar novos quadriláteros unindo algumas (ou todas) peças do tangram.

<u>Atividade 5:</u> Quais quadriláteros vocês conseguiram formar na atividade 4?

<u>Comentário sobre a atividade 4 e 5:</u> Aqui o professor pode falar um pouco mais sobre o tema que será abordado nas aulas e começar a utilizar as

nomenclaturas que serão utilizadas no decorrer do desenvolvimento do conteúdo.

Atividade 6: Vocês estão recebendo uma folha que contém figuras que podem ser formadas com o uso de tangram (Anexo 2). Escolha uma delas e reproduza-a.

Comentário sobre a atividade 6: Esta atividade oportuniza ao estudante interagir com diversos polígonos, tendo que observar sua classificação, ângulos, posições para chegar a uma determinada figura, etc. O professor deve acompanhar de perto o trabalho dos estudantes, a fim de garantir que eles estão seguindo o que foi proposto. Lembrando que material manipulável não é brinquedo e deve ser utilizado de maneira guiada nas aulas.

- Parte 2

Nesta parte, trabalharemos com duas fases do processo de aprendizagem: orientação dirigida e explicação. Sendo assim, aqui, o professor terá um papel ainda mais significativo na condução da atividade, visto que ele deverá conduzir os estudantes na construção de suas respostas e também explicar partes ainda desconhecidas dos conteúdos que podem levar a erros na solução das atividades.

As primeiras atividades serão trabalhadas com foco na orientação dirigida, com a utilização de materiais que levam os alunos a reconhecerem semelhanças e diferenças entre os quadriláteros, assim como perceberem características destes objetos geométricos através da manipulação e visualização. A fase de explicitação será trabalhada na última atividade, ao longo do diálogo entre os alunos, proporcionado pela comparação dos resultados obtidos.

Objetivos: manipular quadriláteros para reconhecimento em posições prototípicas e não prototípicas; classificar os quadriláteros.

Material Necessário: folha com a atividade e tesoura.

Tipo de Atividade: em grupo com até 4 estudantes.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 2 aulas de 45 minutos.

Recomendações: cada estudante receberá uma folha contendo os quadriláteros a serem trabalhados na atividade, e cada um deve recortar as suas figuras para trabalhar, mesmo a atividade sendo realizada em grupo.

<u>Atividade 1:</u> Você está recebendo uma folha com alguns quadriláteros (Anexo 2). Recorte cada um dos quadriláteros e compare-os. Discuta com seu grupo

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> Esta parte da atividade apesar de parecer simples é muito importante, pois o objetivo principal deste nível é trazer ao aluno o potencial de reconhecer visualmente cada um dos quadriláteros. Desta forma, o professor pode incentivar o aluno a realmente buscar semelhanças e diferenças entre as figuras.

<u>Atividade 2:</u> Com a ajuda de seu grupo, classifique cada um dos quadriláteros recortados e preencha a tabela abaixo.

Número	Classificação	Desenho em mais de uma posição
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Figura 4 - Atividade 2 - Parte 2- Nível 1
Fonte: as autoras.

Comentário sobre a atividade 2: o professor pode orientar aos alunos que organize as figuras por grupos que possuem características semelhantes. Sendo necessário, o professor deve intervir e auxiliar a nomear os tipos de quadriláteros.

Atividade 3: Compare as respostas inseridas na tabela acima com a do grupo ao lado. Verifique quais partes estão iguais e quais estão diferentes.

Comentário sobre a atividade 3: Se o professor achar conveniente pode ampliar a quantidade de grupos que irão se comunicar, pois esta troca de informações é muito importante durante toda atividade. Para finalizar esta parte o professor pode se dirigir a toda a turma e auxiliá-los nesta discussão final, em especial se perceber que os estudantes estão realizando alguma atividade de forma errada.

- Parte 3

As atividades desta parte são da fase Orientação Livre, na qual os alunos possuem uma maior liberdade na busca por respostas e soluções. Neste momento, o professor deve acompanhá-los, mas permitir que eles façam suas escolhas e resolvam suas atividades.

Objetivo: construir figuras geométricas, principalmente quadriláteras.
Material Necessário: geoplano, elásticos, barbante, folha de papel, lápis e borracha.
Tipo de Atividade: em grupo com até 4 estudantes.
Recomendações: cada grupo deve receber um geoplano para trabalhar, que pode ser confeccionado em sala com os estudantes ou ser confeccionado pelo professor com antecedência.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos.

Atividade 1: Você conhece um geoplano? Para que serve este objeto? Discuta com seu grupo.

Atividade 2: Utilizando o geoplano, com auxílio de elásticos e barbante, construa figuras que você conheça.

Comentário sobre a atividade 2: O professor precisa deixar que os estudantes trabalhem livremente e usem sua criatividade. Aqui podem surgir diversas figuras, passando por polígonos abertos e fechados. O professor deve estar preparado, pois podem surgir perguntas importantes, que precisarão de respostas. Por exemplo, se é possível construir um círculo com o geoplano, se é possível construir qualquer polígono com o geoplano, etc.

Atividade 3: É possível construir quadriláteros no geoplano? Tente construir com o seu grupo.

Comentário sobre a atividade 3: o professor pode aproveitar a oportunidade para incentivar os estudantes a produzir figuras em formatos e posições distintas, em espacial, em posição não-prototípica.

Atividade 4: Lembra daqueles quadriláteros que vocês recortaram na atividade 1 da Segunda Parte? Você consegue reproduzi-los no geoplano?

Atividade 5: Discuta com outro grupo quais quadriláteros da atividade anterior foram possíveis construir no geoplano e quais não foram possíveis.

Comentário sobre as atividades 4 e 5: O professor deve ficar atento e estimular o uso do vocabulário correto, evitando nomear as figuras pelos números em que foram apresentadas no papel. Isso fará com que os estudantes assimilem seus nomes, fator importante nesta atividade.

- Parte 4

Esta parte foca em sintetizar o que foi aprendido durante as partes 1, 2 e 3, utilizando a fase de aprendizagem de explicitação. Isso será feito através do uso de um jogo conhecido, que permitirá que os estudantes retomem o vocabulário aprendido e o memorizem com mais facilidade.

Objetivo: retomar todo o conteúdo abordado, realizando um fechamento do que foi trabalhado.

Material Necessário: folha de papel, caneta e jogo de dominó.

Tipo de Atividade: em grupo de até 4 estudantes, sendo duas duplas que jogarão entre si.

Recomendações: o professor deverá fornecer um jogo de dominó contendo 10 peças para cada dupla.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos ou menos se for necessário.

<u>Atividade 1:</u> Você já jogou dominó? Converse com seu grupo e explique as regras do jogo clássico.

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> caso algum estudante não conheça o jogo, é preciso que o professor o familiarize com as regras e o incentive a praticar com os colegas. As regras serão claramente definidas na atividade 4, mas aqui já é possível mencioná-las, mesmo que superficialmente.

<u>Atividade 2:</u> Faça um desenho no papel de uma possível sequência de 4 peças de dominó. Use sua criatividade!

<u>Comentário sobre a atividade 2:</u> esta atividade auxiliará na compreensão das regras do jogo e a confirmar que todos entenderam as mesmas.

<u>Atividade 3:</u> Vamos agora jogar dominó de quadriláteros. Para isso, organizem-se em duplas, recortem as peças mostradas no Anexo 3, leiam as regras abaixo.

Regras do Jogo de Dominó:

1. Cada dupla deverá receber 20 peças. As duas duplas deverão, em comum acordo, decidir qual dupla deverá iniciar o jogo.
2. Ao iniciar o jogo, uma dupla deverá escolher uma peça e colocá-la sobre a mesa. Essa será a peça inicial do jogo, que contém uma palavra e o desenho de um quadrilátero.
3. A dupla adversária deverá analisar a peça inicial sobre a mesa e buscar dentre suas peças uma que tenha uma figura de acordo com a palavra da peça inicial ou que tenha uma palavra de acordo com a figura da peça inicial. Após escolher a peça correspondente com a peça inicial, a

dupla adversária deverá posicioná-la sobre a mesa de forma que as duas partes correspondentes fiquem lado a lado. Lembre-se de sempre buscar uma figura para colocar lado a lado com uma palavra ou uma palavra para colocar lado a lado com uma figura.

4. Não é possível posicionar uma palavra ao lado de uma palavra, ou uma figura ao lado de uma figura! Veja o exemplo abaixo:

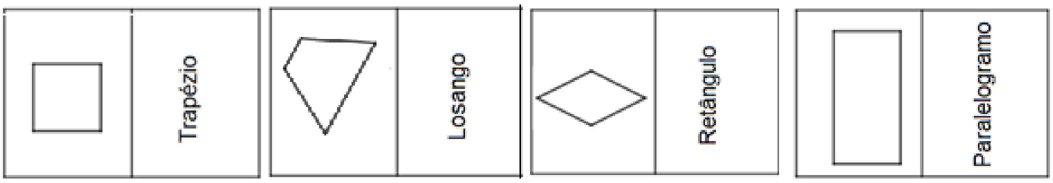


Figura 5 - Exemplo de organização das peças do dominó
Fonte: as autoras.

5. A mesma ação do item 3 deverá ser realizada de forma alternada pelas duplas, porém as extremidades da sequência formada pelas peças é que devem ser consideradas na escolha da nova peça. A cada nova peça inserida por uma dupla, a sequência de peças irá aumentar formando uma grande fila.
6. Se uma dupla não tiver uma peça para inserir na grande fila, passa a vez para a dupla adversária.
7. A dupla que conseguir usar todas as suas peças primeiro, será a dupla vencedora!

4.4. Atividade 2

As atividades desta seção têm por objetivo classificar os quadriláteros em trapézios, quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos através de suas propriedades, indo além da fase de visualização. Ao final dessas atividades, esperamos que os estudantes atinjam o nível 2 do Modelo de Van Hiele aplicado ao conteúdo de quadriláteros.

- Parte 1

As atividades elaboradas para esta primeira parte estão voltadas para as seguintes fases da aprendizagem: informação (atividade 1), orientação dirigida (atividade 2) e explicitação (atividade 3).

Objetivos: reconhecer as propriedades dos quadriláteros.
Material Necessário: papel cartão, kit com os quadriláteros, folha com a atividade impressa, lápis, transferidor, régua, lápis.
Tipo de Atividade: em grupo de até 4 estudantes.
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 4 aulas de 45 minutos.
Recomendações: o professor pode utilizar papel cartão na produção dos quadriláteros para facilitar o manuseio e todos os grupos devem ter régua e transferidor.

<u>Atividade 1:</u> Você está recebendo 5 kits contendo em cada um deles 4 quadriláteros de um mesmo tipo. Escolha um kit para começar e de acordo com o tipo do quadrilátero, procure a tabela adequada para realizar o que é pedido.

Com auxílio da régua e do transferidor, meça os lados e ângulos de cada quadrilátero e preencha a tabela com as medidas encontradas.

Tabela dos Trapézios

	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal AI	Diagonal EO
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Paralelogramos										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Losangos										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Retângulos										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Quadrados										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Figura 6 - Tabela para atividade 1 - parte 1 - Nível 2
Fonte: as autoras.

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> o professor deve mencionar que as medidas devem ser as mais precisas possíveis para garantir que serão encontradas as respostas programadas pelo mesmo.

Atividade 2: Utilizando os dados das tabelas anteriores, você deve preencher uma nova tabela (Figura 21) dada abaixo. Você deve preencher com:

- SIM quando as características mencionadas na primeira linha pertencerem a todos os quadriláteros do grupo mencionado;
- NÃO quando a característica não pertencer a todos os quadriláteros do grupo mencionado.

Quadrilátero	Quatro lados iguais	Quatro ângulos retos	Lados opostos iguais	Ângulos opostos iguais	Diagonais com mesma medida	Lados opostos sempre paralelos	**Apenas um par** de lados opostos paralelos
Trapézio							
Paralelogramo							
Losango							
Retângulo							
Quadrado							

Figura 7 - Tabela para atividade 2 - parte 1 - Nível 2
Fonte: as autoras.

<u>Comentário sobre a atividade 2:</u> esta atividade trabalha com vários aspectos importantes que o estudo da Matemática proporciona como a generalização, observação e análise crítica. O professor deve estar atento para conduzir o estudante de modo que ele entenda quando responder SIM e NÃO.

Atividade 3: Utilize a tabela da atividade 2 parte 1 para definir os quadriláteros abaixo:

- Trapézio:____
- Paralelogramo:____
- Losango:____
- Retângulo:____
- Quadrado:____

Comentário sobre a atividade 3: Esta atividade possibilita aos alunos a reflexão sobre as propriedades existentes em cada um dos quadriláteros.

- Parte 2

Nesta parte finalizamos as atividades direcionadas para o segundo nível do Modelo de Van Hiele. Serão utilizadas as seguintes fases da aprendizagem: orientação livre (atividade 1) e explicitação (atividade 2 e 3).

Objetivos: reforçar as propriedades de cada quadrilátero, reafirmando sua classificação.

Material Necessário: EVA, fita dupla face, tesoura, papel com a atividade impressa, lápis e caneta de quadro.

Tipo de Atividade: a atividade 1 deve ser realizada com toda a turma e a atividade 2 deve ser realizada em grupo de até 4 estudantes.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 2 aulas de 45 minutos.

Atividade 1: Vamos brincar de quebra-cabeça. A professora vai colar no quadro os quadriláteros estudados nas aulas anteriores confeccionados em EVA: paralelogramo, quadrado, retângulo, trapézio e losango. Também será colado no quadro figuras que representam lados e ângulos dos quadriláteros. Você terá que descobrir quais dessas figuras estão relacionadas a quais quadriláteros. Para isso, tente encaixar essas figuras sobre os lados e ângulos dos quadriláteros.

Comentário sobre a atividade 1: além de verificar o desenvolvimento dos alunos, esta atividade possibilita uma maior interação e participação dos mesmos, assim como abre espaço para uma nova percepção sobre o objeto de estudo. Esta atividade foi elaborada após a percepção de dificuldades encontradas nas atividades da primeira parte deste nível.

Atividade 2: No quadro abaixo, vocês podem observar as propriedades que estudamos nas aulas anteriores.

Quatro ângulos retos	Quatro lados iguais	Lados opostos iguais
Dois pares de lados opostos paralelos	**Apenas um par** de lados opostos paralelos	Ângulos opostos iguais

Figura 8 - Propriedade dos quadriláteros - Atividade 2 - Parte 2 - Nível 2
Fonte: as autoras.

Associe-as adequadamente a cada um dos quadriláteros abaixo e desenhe um exemplo do quadrilátero.

Quadrilátero	**Propriedade**	**Desenho**
Trapézio		
Paralelogramo		
Losango		
Retângulo		
Quadrado		

Figura 9 - Atividade 2 - Parte 2 - Nível 2
Fonte: as autoras.

<u>Comentário sobre a atividade 2:</u> é importante que o professor deixe claro que há a possibilidade de um mesmo quadrilátero possuir mais de uma propriedade, assim como uma mesma propriedade pertencer a mais de um quadrilátero.

<u>Atividade 3:</u> Jogo da descoberta

Em cima da mesa da professora há 5 envelopes. Dentro de cada envelope está guardado um quadrilátero com uma pontuação específica, que vocês deverão descobrir qual é. Se o seu grupo acertar o nome do quadrilátero, ganha a pontuação correspondente. Vence o grupo que conquistar a maior pontuação.

Para te ajudar a acertar o nome do quadrilátero, a professora descreverá algumas características de cada um deles na ordem em que os envelopes forem sendo escolhidos. Prestem muita atenção, pois essa informação é valiosa.

Envelopes	1	2	3	4	5
Nome dos quadriláteros					

Pontuação da equipe: | |
|---|

Figura 10 - Tabela - Atividade 3 - Parte 2 - Nível 2
Fonte: as autoras.

Comentário sobre a atividade 3: O professor está livre para elaborar as descrições de cada quadrilátero com a utilização das propriedades que achar mais conveniente. Além disso, pode aproveitar a dinâmica para premiar de alguma forma o grupo que conseguir acertar todas ou o maior quantitativo de as respostas, o que pode tornar a atividade ainda mais divertida. Além disso, há aqui a oportunidade de sintetizar o estudo sobre as propriedades dos quadriláteros, realizando o fechamento adequado do conteúdo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para modificarmos resultados, precisamos mudar nossas ações, foi com esse pensamento que iniciamos este percurso. Tínhamos como principal objetivo a busca por metodologias que pudessem trazer uma nova perspectiva de aprendizagem aos estudantes, assim como um olhar diferenciado para o ensino de Geometria, em particular para o ensino de quadriláteros,

Encontramos então estudos que nos direcionaram com o uso de material concreto, que nos mostravam o benefício da visualização e manipulação de objetos manipuláveis. Além disso, o estudo do casal Van Hiele nos forneceu uma base sólida para trabalharmos os conteúdos a partir do nível de compreensão dos alunos, assim como um guia para a elaboração e desenvolvimento das aulas. Essas informações não serviram apenas para aplicação das atividades aqui mencionadas, mas também mudaram completamente nossa maneira de compreender e guiar as aulas, possibilitando uma maior autonomia, diálogo e oportunidade de criação por parte dos estudantes..

Esperamos que este trabalho incentive outros profissionais a percorrerem caminhos diferentes dos tradicionais em busca de uma aprendizagem significativa da Matemática. Sabemos de todas as dificuldades inerentes deste processo, até por termos passado por elas para a realização deste trabalho. Por outro lado, finalizamos esta etapa com a certeza de que pudemos oportunizar um aprendizado diferenciado para algumas crianças na área de Geometria. Certamente, esse trabalho nos fará diferentes em nossas aulas a partir daqui!

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, I. Metodologia da Matemática. Ilustrações de Cosette de Albuquerque, 2ª ed., Rio de Janeiro: Conquista, 1954. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159572?show=full. Último acesso em: 25 de Maio de 2023.

ALCADIPANI, R.; BERTERO, C.O. GUERRA FRIA E ENSINO DO MANAGEMENT NO BRASIL: O CASO DA FGV-EAESP. 284 ©RAE n São Paulo n v. 52 n. 3 n maio/jun. 2012 n 284-299.

BRASIL, DECRETO-LEI Nº 4.244, DE 9 DE ABRIL DE 1942. Lei orgânica do ensino secundário. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/1937-1946/del4244.htm#:~:text=%C2%A7%201%C2%BA%20Gin%C3%A1sio%20ser%C3%A1%20o,dois%20cursos%20de%20segundo%20c%C3%ADclo. Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. LDB - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

COSTA A. P.; SANTOS, M. R. Um estudo sobre o pensamento geométrico de estudantes de Licenciatura em Matemática no estado de Pernambuco. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: A Educação Matemática na Contemporaneidade – desafios e possibilidades. São Paulo: SBEM, 2016, p. 1-12.

Duarte, A. R. S. Euclides Roxo e a Proposta Modernizadora do Ensino da Matemática. Com a Palavra o Professor, Vitória da Conquista (BA), v.4, n.8, p. 300-319, janeiro-abril / 2019. Disponível em: *https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/204944/Euclides%20Roxo%20e%20a%20Proposta%20Modernizadora%20do%20Ensino%20da%20Matem%c3%a1tica.pdf?sequence=1&isAllowed=y* Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

CALDATTO, M.; PAVANELLO, R. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. Quadrante, v. 24, n. 1, p. 103-128, 2015.

CARLOS, N. L. S. and Col. Research, Society and Development, v. 9, n. 10, e 6679109181, 2020 (CC BY 4.0) | ISSN 2525 - 3409 - Ano: 2020. Disponível em: *https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/9181/8057* Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

D'AMBROSIO, U. Educação matemática: Da teoria à prática. 14ª ed. São Paulo: Papirus, 2007.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso dos materiais concretos e jogos no ensino da matemática. In: Boletim SBEM-SP, 4(7): 5-10, 1990. Disponível em: http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. CQD - Revista Eletrônica Paulista de Matemática, 2017.

GORODSKI, C. Um breve panorama histórico da geometria. Revista Matemática Universitária, n. 44, p. 14-29, 2009. Disponível em: https://rmu.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/27/2018/03/n44_Artigo02.pdf. Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

JAIME, A., y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. En S.Llinares y M. V. Sánchez (Eds.), Teoría y práctica en educación matemática (pp. 295-384). Sevilla: Alfar. Disponível em: https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf_____Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

KALEFF, A. M.; HENRIQUES, A. S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L. G. Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele. Bolema, Rio Claro - SP, v. 9, n. 10, 1994.

KALEFF, A. M. Vendo e Entendendo Poliedros. 2ª ed. Niterói: EdUFF, 2003.

LORENZATO, S. O laboratório de Ensino de Matemática na formação de Professores. Coleção Formação de Professores. Campinas-SP, Autores Associados, 3º Edição, 2012.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? A educação matemática em revista. Geometria. SBEM, ano 3, n. 4, 1º semestre p.03-13, 1995.

LUCENA, R. S. Licenciatura em Matemática LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Universidade Aberta do Brasil; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará; Diretoria de Educação a Distância. Fortaleza/ Ceará, 2017.

MANFREDI, S. M. Metodologia de Ensino: diferentes concepções. Campinas/SP, 1993, 6p. Disponível em: *https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1974332/mod_resource/content/1/METODOLOGIA-DO-ENSINO-diferentes-concep%C3%A7%C3%B5es.pdf.* Último acesso em: 21 de Maio de 2023.

MENDONÇA, E. F. L. e col. Estado Nome (1937-1945): A Concepção de Desenvolvimento, o Funcionamento Estatal, as Políticas Econômicas e o Seu Legado para o Desenvolvimento do Brasil. S.d.

MENESES, R. S. Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino. 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007

NACARATO, A. M. Eu Trabalho Primeiro no Concreto. Revista de Educação Matemática. SBM Ano 9, Nos. 9-10, 2004-2005, p. 1-6. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6253402/mod_resource/content/1/Naca rato_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf. Último acesso em: 21 de Maio de 2023.

NASSER, L.; SANTANNA, N. P. Geometria segundo a teoria de van Hiele. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1997. 3º Edição revisada- 2017.

Neves, C. E. B.; Martins, C. B. Ensino superior no Brasil: uma visão abrangente. 2016. Disponível em: https://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/9061/1/Ensino%20superior%20no%20Brasil.pdf Último acesso: 13/02/2023

NOGUEIRA, V. L. Vandira Loiola Nogueira. Uso da Geometria no Cotidiano, [s.d.].

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de Geometria: causas e consequências. Revista Zetetiké, Ano 1 - nº1 - 1993. Disponível em: *https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822/13724.* Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica (1989). Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. UNICAMP.

PEDROZO, M. K. As fases do Desenvolvimento Infantil parte 4: Estágio Operatório Concreto. 2014. Disponível em: *http://psicopedagogiacuritiba.com.br/fases-desenvolvimento-infantil-parte-4-estagio-operatorio-concreto/#:~:text=Em%20outras%20palavras%2C%20o%20sujeito,importantes%20seus%20pr%C3%B3prios%20valores%20morais.* Último acesso em: 15 de abril de 2023.

PIRES, C. M. C. Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 29, p. 13-42, 2008.

SILVA, S. A. Ensino de Geometria e Movimento da Matemática Moderna: uma análise de histórias produzidas nas pesquisas acadêmicas. Revista Tangram. Volume 04, Nº 03, julho / setembro 2021, 2595-0967. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/225050/13288-48100-1-PB.pdf?sequence=1&isAllowed=y Último acesso em: 15 de abril de 2023.

Valente, W. R. A Matemática Moderna nas escolas do Brasil: um tema para estudos históricos comparativos. Revista Diálogo Educacional, vol. 6, núm. 18, 2006, pp. 19-34. Pontifícia Universidade Católica do Paraná Paraná, Brasil.

VALENTE, W. R. Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930). 2. ed. São Paulo: Editora Annablume, 1999.

VALENTE, W. R. Euclides Roxo e a História da Educação Matemática no Brasil Wagner Rodrigues Valente, p. 89-94, 2005. Disponível em: *https://core.ac.uk/download/pdf/38424175.pdf.* Último acesso em 03 de fevereiro de 2023.

VILLIER, M. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.12, n.3, pp. 400-431, 2010. Tradução de Celina A. A. P.