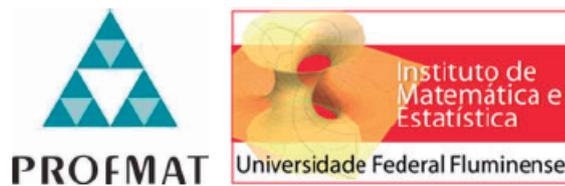


## PRODUTO EDUCACIONAL

Sequência didática para o ensino de operações matriciais no Ensino Médio



KÍSSIA FERREIRA

ORIENTADOR: MITCHAEAL ALFONSO PLAZA MARTELO

Maio  
2023

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Sequência didática</b>	<b>2</b>
2.1	1ª parte - Interpretação de tabelas . . . . .	2
2.2	2ª parte - Definição de matriz . . . . .	3
2.3	3ª parte - Matriz genérica . . . . .	5
2.4	4ª parte - Soma de matrizes . . . . .	5
2.5	5ª parte - Subtração de matrizes . . . . .	6
2.6	6ª parte - Produto de matrizes . . . . .	7

# Capítulo 1

## Introdução

Este Produto Educacional é referente à dissertação intitulada “Vetores e Matrizes no Ensino Médio com o uso do Material Concreto” e é composto de uma sequência didática com atividades referentes às seguintes operações:

- Interpretação de matrizes;
- Definição de matriz;
- Matriz genérica;
- Adição;
- Subtração;
- Produto de matrizes.

Buscando concretizar as operações matriciais, foram elaboradas seis partes de atividades segundo os tópicos acima que possuem como motivação a Copa do Mundo de 2022, realizada no Catar. A Copa do Mundo contou com a participação de 32 países que foram divididos em oito grupos com quatro seleções cada um, definida a partir de um sorteio ocorrido em 01 de abril de 2022 pela FIFA (Federação Internacional de Futebol Associado). Para este trabalho foram utilizados determinados dados conveniente a prática de cada atividade proposta. Mas, caso o professor ache interessante trabalhar com uma matriz mais ampliada, é válido utilizar todos os elementos de uma vez.

A primeira parte introduz a interpretação de uma tabela, nesta sequência utilizaremos as informações do Grupo G (grupo do Brasil). Já na segunda parte, o objetivo é localizar informações a partir das orientações referentes à linhas e colunas. Nesta parte utilizaremos todos os grupos da Copa. A terceira parte apresenta uma atividade referente à matriz genérica com auxílio do Grupo C. Adentrando nas operações, a quarta e quinta parte, respectivamente, trazem uma atividade sobre soma (grupos A e F) e subtração (grupos D e H) de matrizes. E para finalizar, a sexta parte introduz produto de matrizes a partir das cores das bandeiras. Informações das tabelas e das bandeiras podem ser encontradas em [1] e [2].

Como a proposta da sequência didática é introduzir o conceito de matriz e suas operações, é indicado que a mesma seja aplicada em turmas da 2ª série do Ensino Médio. E ao final de cada parte, deixamos como sugestão ao professor, conceituar formalmente aquele tópico que foi apresentado com auxílio do material didático.

# Capítulo 2

## Sequência didática

### 2.1 1ª parte - Interpretação de tabelas

**Objetivo:** Leitura de tabelas.

**Material necessário:** Folha de atividade com uma tabela da Copa do Mundo.

**Tipo de atividade:** Individual.

**Duração:** 1 aula de 50 minutos.

**Atividade 1:** Observe a tabela abaixo referente a um determinado grupo da Copa do Mundo, onde P = total de pontos, J = quantidade de jogos, V = quantidade de vitórias, E = quantidade de empates e D = quantidade de derrotas.

GRUPO G					
Classificação	P	J	V	E	D
Brasil	6	3	2	0	1
Suíça	6	3	2	0	1
Camarões	4	3	1	1	1
Sérvia	1	3	0	1	2

Figura 2.1: Grupo G da Copa do Mundo 2022.

Você consegue identificar a quantidade de vitórias da seleção de Camarões? E a quantidade de empates da seleção da Suíça?

**Atividade 2:** Localize na tabela os pontos obtidos ao final da última rodada de cada seleção. Há alguma seleção com 5 pontos? E com 1 ponto?

**Atividade 3:** Quais informações você consegue identificar sobre a seleção brasileira?

**Atividade 4:** Qual foi o total de derrotas obtidas nesse grupo?

## 2.2 2ª parte - Definição de matriz

**Objetivo:** Compreender a noção inicial de matriz como uma tabela  $m \times n$ , onde  $m$  é o total de linhas e  $n$  é o total de colunas. Cada linha  $i$  representa o grupo em que a seleção pertence e cada coluna  $j$  representa sua posição ao final da última rodada.

**Material necessário:** Material lúdico como representação da matriz, peças numeradas representando as pontuações, bandeirinhas de cada país participante da Copa, folha de atividade com tabelas da classificação da fase de grupos e peças de identificação das linhas e colunas.

**Tipo de atividade:** Mínimo dupla.

**Duração:** 2 aulas de 50 minutos.

**Atividade 1:** Vocês receberam um material contendo 8 espaços, posicione-o de frente para vocês de modo que apresente 4 linhas (horizontal) e 2 colunas (vertical). Utilizando as peças numéricas, preencha corretamente este material, sabendo que a primeira coluna representa a posição de cada seleção do grupo G (retorne à tabela da 1ª parte) ao final da fase de grupos, ou seja, números de 1 a 4. Agora, observando a tabela deste grupo, preencha a segunda coluna com as bandeirinhas de acordo com a posição de cada país.

**Atividade 2:** O material que vocês receberam apresenta 16 espaços contendo números que representam as pontuações de cada seleção ao final da última rodada da fase de grupos. Pegue as peças que vocês receberam e identifique cada linha (horizontal, de cima para baixo) como os quatro primeiros grupos em ordem alfabética e cada coluna (vertical, da esquerda para a direita) como a posição que um determinado país ficou em seu grupo. Analise o material que receberam e observem as tabelas, vocês conseguem identificar qual seleção possui cada uma das pontuações? Coloque as bandeirinhas nos espaços correspondentes.

GRUPO A					
Classificação	P	J	V	E	D
Holanda	7	3	2	1	0
Senegal	6	3	2	0	1
Equador	4	3	1	1	1
Catar	0	3	0	0	3

GRUPO B					
Classificação	P	J	V	E	D
Inglaterra	7	3	2	1	0
Estados Unidos	5	3	1	2	0
Irã	3	3	1	0	2
País de Gales	1	3	0	1	2

Figura 2.2: Grupos A e B da Copa do Mundo 2022.

GRUPO C						GRUPO D					
Classificação	P	J	V	E	D	Classificação	P	J	V	E	D
Argentina	6	3	2	0	1	França	6	3	2	0	1
Polônia	4	3	1	1	1	Austrália	6	3	2	0	1
México	4	3	1	1	1	Tunísia	4	3	1	1	1
Arábia Saudita	3	3	1	0	2	Dinamarca	1	3	0	1	2

Figura 2.3: Grupos C e D da Copa do Mundo 2022.

**Atividade 3:** Retire as peças que foram entregues de dentro da caixa. Agora, observando as tabelas abaixo, tente preencher a caixa com a pontuação final de cada seleção. Neste caso, cada linha representa o grupo ao qual a seleção pertence, segundo a ordem alfabética E, F, G e H, isto é, a primeira linha representa o Grupo E.

GRUPO E						GRUPO F					
Classificação	P	J	V	E	D	Classificação	P	J	V	E	D
Japão	6	3	2	0	1	Marrocos	7	3	2	1	0
Espanha	4	3	1	1	1	Croácia	5	3	1	2	0
Alemanha	4	3	1	1	1	Bélgica	4	3	1	1	1
Costa Rica	3	3	1	0	2	Canadá	0	3	0	0	3

Figura 2.4: Grupos E e F da Copa do Mundo 2022.

GRUPO G						GRUPO H					
Classificação	P	J	V	E	D	Classificação	P	J	V	E	D
Brasil	6	3	2	0	1	Portugal	6	3	2	0	1
Suiça	6	3	2	0	1	Coreia do Sul	4	3	1	1	1
Camarões	4	3	1	1	1	Uruguai	4	3	1	1	1
Sérvia	1	3	0	1	2	Gana	3	3	1	0	2

Figura 2.5: Grupos G e H da Copa do Mundo 2022.

**Atividade 4:** Nas atividades anteriores trabalhamos com matrizes de quatro linhas e quatro colunas. Na folha que vocês receberam, ainda no contexto das linhas representarem os grupos e, as colunas, as posições (apenas quatro), mantendo a ordem alfabética dos grupos vocês conseguiriam criar uma matriz com cinco linhas? E com oito?

**Atividade 5:** Com base nas atividades anteriores, onde cada linha representa um grupo e, cada coluna representa a posição de uma seleção, responda: Qual o máximo de linhas que uma matriz pode ter dentro dessa problemática da Copa do Mundo?

## 2.3 3ª parte - Matriz genérica

**Objetivo:** Fixar a noção de matriz genérica.

**Material necessário:** Folha de atividades contendo os jogos da primeira fase de um grupo, material lúdico representativo da matriz, peças numeradas.

**Tipo de atividade:** Mínimo dupla.

**Duração:** 2 aulas de 50 minutos.

**Atividade 1:** Vocês receberam na folha de atividades os placares das três rodadas do Grupo C. Pegue o material lúdico que receberam e preencha-o com as peças numeradas, de modo que cada espaço  $a_{ij}$  desse material represente quantos gols a seleção  $i$  fez sobre a seleção  $j$ .

**Observação:** Considere 1 = Argentina, 2 = Polônia, 3 = México, 4 = Arábia Saudita.

TER 22/11/2022 LUSAIL 07:00 ARG  1 × 2  POL VEJA COMO FOI	SÁB 26/11/2022 CIDADE DA EDUCAÇÃO 10:00 POL  2 × 0  ARG VEJA COMO FOI	QUA 30/11/2022 ESTÁDIO 974 16:00 POL  0 × 2  ARG VEJA COMO FOI
TER 22/11/2022 ESTÁDIO 974 13:00 MEX  0 × 0  POL	SÁB 26/11/2022 LUSAIL 16:00 ARG  2 × 0  MEX	QUA 30/11/2022 LUSAIL 16:00 ARS  1 × 2  MEX

Figura 2.6: Jogos do Grupo C da Copa do Mundo 2022.

**Atividade 2:** Observe que os dados informados na folha de atividades não foram suficientes para preencher todos os espaços do material. Responda na folha de atividades: Qual peça vocês colocariam em cada espaço que ficou vazio? Justifique.

## 2.4 4ª parte - Soma de matrizes

**Objetivo:** Introduzir soma de matrizes correlacionando tabelas da Copa do Mundo.

**Material necessário:** Folha de atividades contendo duas tabelas, quatro materiais lúdicos representativos da matriz, peças numeradas e bandeirinhas de cada seleção participante da Copa.

**Tipo de atividade:** Mínimo dupla.

**Duração:** 2 aulas de 50 minutos.

**Atividade 1:** Observe as tabelas dos Grupos A e F que receberam. Para cada tabela, primeiramente, construa na folha de atividade uma matriz do tipo  $4 \times 3$  onde cada linha

$i$  representa a seleção dos grupos informados, em ordem de classificação e, cada coluna  $j$ , representa na seguinte ordem: quantidade de vitórias, derrotas e empates desses grupos.

GRUPO A				GRUPO F			
Classificação	V	D	E	Classificação	V	D	E
Holanda	2	0	1	Marrocos	2	0	1
Senegal	2	1	0	Croácia	1	0	2
Equador	1	1	1	Bélgica	1	1	1
Catar	0	3	0	Canadá	0	3	0

Figura 2.7: Grupos A e F Copa do Mundo 2022.

**Atividade 2:** Queremos descobrir quantas vitórias as seleções de uma mesma posição possuem juntas. De que modo vocês podem organizar e informar essas quantidades? Desenvolva o raciocínio na folha de atividades.

**Atividade 3:** Faça o mesmo para a quantidade de derrotas e empates.

**Atividade 4:** Vocês receberam três materiais representativos para as matrizes. Pegue dois materiais e com as peças que também receberam, preencha dois materiais de acordo com as matrizes criadas na atividade citada, isto é, uma referente ao Grupo A e outro referente ao Grupo F. Compare com seus colegas e observe se todos chegaram nas mesmas representações.

**Atividade 5:** Observe os materiais que vocês preencheram e pegue o terceiro que ainda se encontra vazio. Esse último material representa a matriz resultante da soma das matrizes obtidas nas atividades 2 e 3. Preencha esse material utilizando as peças dos dois materiais que estão completos. Ou seja transfira as peças dos dois primeiros materiais para o terceiro a fim de que cada espaço correspondente contenha o resultado encontrado nas atividades 2 e 3.

**Atividade 6:** Separe as bandeirinhas das seleções dos Grupos A e F, posicione o material  $4 \times 1$  a esquerda do material representante da soma (atividade 5) e adicione estas bandeirinhas nos espaços correspondentes dessa matriz coluna.

## 2.5 5ª parte - Subtração de matrizes

**Objetivo:** Introduzir subtração de matrizes correlacionando tabelas da Copa do Mundo.

**Material necessário:** Folha de atividades contendo duas tabelas, três materiais lúdicos representativos da matriz, peças numeradas.

**Tipo de atividade:** Mínimo dupla.

**Duração:** 2 aulas de 50 minutos.

**Atividade 1:** Em sua folha de atividades é possível analisar as informações como gols pró (GP), gols contra (GC) e saldo de gols (SG), com relação aos Grupos D e H da Copa do Mundo.

Peguem dois materiais lúdicos que receberam e posicionem um ao lado do outro da forma  $4 \times 3$ . Utilizando as peças numeradas, preencha o material da esquerda com as informações do Grupo D e o da direita com as informações do Grupo H segundo os dados das tabelas.

GRUPO D				GRUPO H			
Classificação	GP	GC	SG	Classificação	GP	GC	SG
França	6	3	3	Portugal	6	4	2
Austrália	3	4	-1	Coreia do Sul	4	4	0
Tunísia	1	1	0	Uruguai	2	2	0
Dinamarca	1	3	-2	Gana	5	7	-2

Figura 2.8: Dados sobre gols dos Grupos D e H.

**Atividade 2:** Qual a diferença de gols sofridos (gols contra) entre os primeiros colocados, os segundos, os terceiros e os quartos colocados dos grupos D e H? Registrem o raciocínio em sua folha de atividades.

**Atividade 3:** Com organização similar, se calcularmos a diferença de gols sofridos, desta vez, entre H e D, o resultado é o mesmo da atividade anterior? Justifique.

**Atividade 4:** Segundo a resposta da sua dupla na atividade 3, a matriz resultante da diferença entre D e H é a mesma entre H e D? Discuta com as demais duplas.

**Atividade 5:** Agora, fazendo o devido preenchimento do último material e a partir das peças já posicionadas nos outros dois materiais, calculem a diferença entre D e H de gols pró e saldo de gols. Para esse preenchimento, utilize também a resposta da atividade 2.

## 2.6 6ª parte - Produto de matrizes

**Objetivo:** Apresentar a noção de produto de matrizes a partir da combinação das cores das bandeiras das seleções.

**Material necessário:** Folha de atividades contendo as bandeiras das seleções da Copa do Mundo. Cinco materiais lúdicos representativos da matriz, peças coloridas e numeradas.

**Tipo de atividade:** Mínimo dupla.

**Duração:** 3 aulas de 50 minutos.

**Observação:** Para estas atividades consideramos apenas as listras coloridas que as bandeiras apresentam, isto é, não utilizaremos os detalhes como brasões e demais desenhos presentes em algumas bandeiras. Vide a imagem a seguir.



Figura 2.9: Bandeiras dos países da Copa do Mundo de 2022.

**Atividade 1:** Vocês receberam três materiais lúdicos, peças coloridas e numeradas, e uma folha contendo as bandeiras das seleções participantes. Preencha o material  $2 \times 2$  da seguinte maneira:

- $a_{11} = 1$  peça vermelha;  $a_{12} = 1$  peça amarela;
- $a_{21} = 1$  peça azul;  $a_{22} = 1$  peça branca.

Do lado direito do material preenchido, posicione o material  $2 \times 1$ , e preencha-o segundo as seguintes orientações:

- $a_{11} = 1$  peça com número 2;
- $a_{21} = 1$  peça com número 1.

Observe então que colocamos lado a lado uma matriz  $2 \times 2$  seguida de uma  $2 \times 1$ , desse modo, encontraremos uma matriz  $2 \times 1$  como solução da atividade. O material restante, representa a matriz resultante do produto que irão realizar, posicione corretamente esse material ao lado do segundo.

**Atividade 2:** Ao multiplicar os elementos da primeira linha da matriz  $2 \times 2$  com os elementos da matriz coluna  $2 \times 1$ , encontraremos o elemento  $a_{11}$ , assim como multiplicando os elementos da segunda linha com a matriz coluna, descobriremos o elemento  $a_{21}$ . Seguindo os passos abaixo, preencha a matriz resultante com as combinações de cores geradas pelos produtos:

- $a_{11}$  = vermelho vezes 2 e amarelo vezes 1 (preencha o material com a quantidade correta de cada cor);
- $a_{21}$  = azul vezes 2 e branco vezes 1 (preencha o material com a quantidade correta de cada cor).

Segundo a combinação encontrada em cada espaço e a relação das bandeiras dos países participantes da Copa do Mundo que receberam, vocês conseguiriam responder qual país cada espaço representa? Coloque a bandeirinha correspondente no lugar correto.

**Atividade 3:** Após realizar as atividades 1 e 2 e esclarecer suas dúvidas com o professor, agora vocês estão recebendo dois materiais com novas matrizes já representadas, efetue o produto entre elas, na ordem em que foram distribuídas e responda:

- (a) Qual será o tamanho da matriz resultante? Por quê? (Professor, entregue o material representativo da matriz resultante somente após a discussão deste item).
- (b) Quais países cada espaço dessa matriz representa?
- (c) Coloquem as peças nos materiais conforme foram entregues e, agora troque as duas matrizes preenchidas de posição? Como vocês realizariam este produto?

# Referências Bibliográficas

- [1] GLOBO. *Globo Esporte: Copa do Mundo FIFA, 2022*. Disponível em: <https://ge.globo.com/futebol/copa-do-mundo/2022/>. Acesso em: 15 dez. 2022.
- [2] MAGALU. *Magazine Luiza*. Disponível em <http://www.magazineluiza.com.br>. Acesso em: 18 de fev. de 2023.