



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL –  
PROFMAT**



## **PRODUTO EDUCACIONAL**

### **Estudo dos Sólidos de Revolução com Ênfase nos Corpos Redondos – Concepções de uma Sequência Didática**

Ana Lúcia Vaghetti Pinheiro<sup>1</sup>  
Janice Rachelli<sup>2</sup>

## **1 INFORMAÇÕES GERAIS**

No quadro a seguir, estão descritos os objetos do conhecimento que esperamos serem assimilados pelos alunos durante o desenvolvimento da sequência didática proposta. Além disso, estão listadas a competência específica e a habilidade de Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2018).

<b>Objetos do Conhecimento</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Sólidos de Revolução e Corpos Redondos: cilindros, cones e esferas</b></li><li>• <b>Planificação de cilindro e cone</b></li><li>• <b>Área da Superfície de Corpos Redondos</b></li><li>• <b>Volumes de Corpos Redondos</b></li><li>• <b>Princípio de Cavalieri</b></li><li>• <b>Teorema de Pappus</b></li></ul>
<b>Área da Matemática e Suas Tecnologias</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Competência específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</b></li><li>• <b>EM13MAT309</b></li> <li>• <b>Competência específica 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros,</b></li></ul>

<sup>1</sup> Mestranda pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT/UFSM, Santa Maria, RS – Brasil. Orientanda

<sup>2</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Franciscana/UFN, Santa Maria, RS - Brasil. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria/UFSM, Santa Maria, RS – Brasil. Orientadora.

**mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.**

- **EM13MAT201**
- **Competência específica 5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.**
- **EM13MAT504**

## 1.1 Recursos

- Computador, notebook ou celular com acesso à internet.
- Plataforma Google Classroom.
- Sólidos geométricos em material de acrílico.
- Simulador de sólidos de revolução.
- Tripé ou suporte.
- Régua.
- Cartolina.

1.2. Duração: 8 horas/aula de 2 períodos de 50 minutos.

1.3 População alvo: 3º Ano – Ensino Médio.

## 2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

### 2.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As atividades de ensino e aprendizagem propostas nessa sequência didática são classificadas em situações didáticas e adidáticas, conforme a Teoria das Situações Didáticas proposta por Guy Brousseau. Considera-se como situação didática todo o contexto em que o aluno está inserido, incluindo-se aí o saber, o professor e o sistema educacional. De acordo com Brousseau (2008), uma interação torna-se didática, “[...] se, e somente se, um dos sujeitos demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimentos do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação, as referências culturais)” (BROUSSEAU, 2008, p. 53).

O objeto central da teoria das situações é a situação didática definida como

[...] o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor)

para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (BROUSSEAU, 1986 apud ALMOLOUD, 2007, p. 33).

Na situação adidática, como parte essencial da situação didática, o aluno trabalha de forma independente, devendo perceber as características e padrões que o ajudarão a compreender um novo saber. O professor deve agir apenas como mediador/observador, apenas efetuando a devolução do problema.

## 2.2 SITUAÇÕES DIDÁTICAS PROPOSTAS

As situações didáticas e adidáticas elaboradas para o desenvolvimento dessa sequência didática foram divididas em quatro blocos:

- BLOCO 1 – Planificação dos sólidos de revolução;
- BLOCO 2 – Cálculo das áreas das superfícies dos sólidos de revolução através de sua planificação;
- BLOCO 3 – Conhecendo os teoremas de Pappus;
- BLOCO 4 – Resolução de situações problemas envolvendo o cálculo de áreas de superfícies e volumes de sólidos de revolução em contextos diversos.

Cada bloco é composto por atividades a serem desenvolvidas pelos alunos e contempla situações didáticas e adidáticas conforme descrito por Brousseau (2008).

### 2.2.1 BLOCO 1 – Planificação dos sólidos de revolução

BLOCO	Atividades	Situação
1	Atividade 1 – Sólidos de revolução com material acrílico	adidática
	Atividade 2 – Planificação dos sólidos de revolução por meio de um simulador	adidática
	Atividade 3 – Resolvendo questões do ENEM:	didática
	Questão 1 - Torre	
	Questão 2 - Foguete	
Questão 3 - Anticlepsidra		
Questão 4 – Forma de bolo I		
Questão 5 – Porta canetas		

As atividades que configuram o BLOCO 1, visam levar o aluno a desenvolver a capacidade de associar uma figura gerada no espaço com o respectivo sólido de revolução, reconhecer o sólido quando representado por uma figura plana identificando seus elementos e vice-versa, perceber que figuras planas com a mesma forma potencializam a geração de distintos sólidos de revolução.

## AULA I

### Atividade 1 – Sólidos de revolução com material acrílico

Na Atividade 1 será utilizado material de acrílico e base de isopor composto por uma haste metálica na qual é fixado na sua parte superior uma figura plana, a saber, triângulo, retângulo e semicírculo.

Material de acrílico.



Uma vez organizada a turma em grupos, cada um destes receberá um material de acrílico e base de isopor. A seguir é lançada pelo professor a seguinte proposta:

a) Encaixe cada um dos objetos de acrílico na base de isopor e gire. Você consegue ver os sólidos determinados por esse giro?

b) Dentre os demais objetos que se encontram sobre a mesa, identifique aqueles que se assemelham com aqueles obtidos através da rotação efetuada no item anterior.

Denomine esse conjunto de R.

c) Represente através de um diagrama os sólidos geométricos que formam os elementos do conjunto R.

d) Utilize nomenclatura adequada para nomear os elementos do conjunto R.

e) A partir das propostas acima elabore suas conclusões.

## AULA II

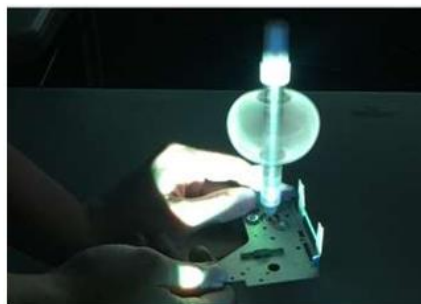
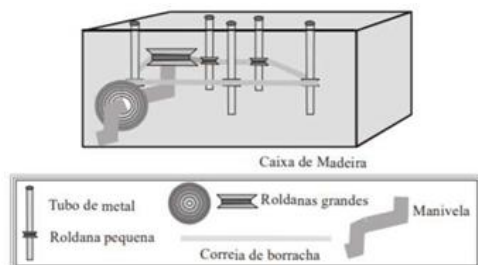
### Atividade 2 - Planificação dos sólidos de revolução por meio de um simulador

Essa atividade tem por objetivo conduzir o aluno, a perceber que as superfícies dos sólidos de revolução geradas por figuras planas de seu conhecimento, podem ser planificadas. A seguir, por meio dessa planificação, busca-se potencializar o aluno a reconhecer que, cada uma das superfícies corresponde respectivamente a uma figura plana.

Para essa atividade será utilizado um simulador de sólidos de revolução, tela para

projeção, triângulos, retângulos, quadrados, trapézios, semicírculos confeccionados com fios de arame revestidos. Dois modelos de simuladores de sólido de revolução mostraram-se representado nas Figura abaixo.

Modelo de uma caixa geradora e de um simulador de sólidos de revolução.



Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000011903.pdf>.

Inicialmente o professor apresenta a proposta de atividade a classe, sugerindo a divisão da turma em pequenos grupos.

Cada grupo deverá escolher uma das figuras planas e utilizar o simulador de sólidos de revolução e apresentar para os demais colegas, nomeando seus respectivos elementos no plano e no espaço.

As simulações realizadas visam elucidar conceitos de superfícies de revolução geradas por figuras planas e, sólidos de revolução por meio de uma visão espacial.

### **AULA III**


#### **Atividade 3 - Resolvendo questões do ENEM**

Nesta atividade são propostas, ao aluno, uma lista de cinco questões extraídas de avaliações do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que tratam de conceitos desenvolvidos nas práticas anteriores, atividades 1 e 2. Para tanto, o professor disponibilizará no Google Classroom a referida lista em momento prévio ao início da aula. As devoluções com as resoluções comentadas deverão ser efetivadas pelos alunos no Google Classroom.


### Questão 1

No desenho técnico, é comum representar um sólido por meio de três vistas (frontal, perfil e superior), resultado da projeção do sólido em três planos, perpendiculares dois a dois.


A figura representa as vistas de uma torre.



Vista frontal




Vista perfil





Vista superior


Disponível em: [www.uems.br](http://www.uems.br). Acesso em: 11 dez. 2012 (adaptado).


Com base nas vistas fornecidas, qual figura melhor representa essa torre?

**A** 

**B** 

**C** 

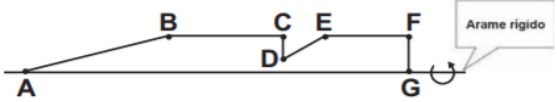
**D** 

**E** 

Fonte: Questão 139 – Caderno Cinza – ENEM 2020 PPL. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 5 mar. 2021.

### Questão 2

Numa feira de artesanato, uma pessoa constrói formas geométricas de aviões, bicicletas, carros e outros engenhos com arame inextensível. Em certo momento, ele construiu uma forma tendo como eixo de apoio outro arame retilíneo e rígido, cuja aparência é mostrada na figura seguinte:



Arame rígido

Ao girar tal forma em torno do eixo, formou-se a imagem de um foguete, que pode ser pensado como composição, por justaposição, de diversos sólidos básicos de revolução.

Sabendo que, na figura, os pontos B, C, E e F são colineares,  $AB = 4FG$ ,  $BC = 3FG$ ,  $EF = 2FG$ , e utilizando-se daquela forma de pensar o foguete, a decomposição deste, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos:

- A** pirâmide, cilindro reto, cone reto, cilindro reto.
- B** cilindro reto, tronco de cone, cilindro reto, cone equilátero.
- C** cone reto, cilindro reto, tronco de cone e cilindro equilátero.
- D** cone equilátero, cilindro reto, pirâmide, cilindro.
- E** cone, cilindro equilátero, tronco de pirâmide, cilindro.

Fonte: QUESTÃO 140 – Prova Azul – ENEM 2010 – Reaplicação PPL. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 5 mar. 2021.

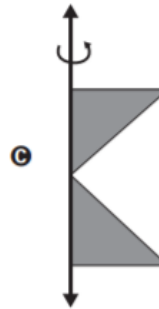
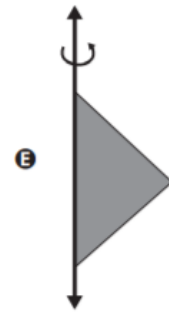
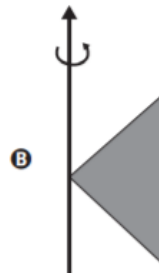
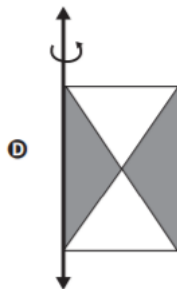
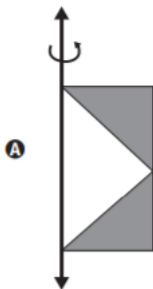
### Questão 3

A figura mostra uma anticlepsidra, que é um sólido geométrico obtido ao se retirar dois cones opostos pelos vértices de um cilindro equilátero, cujas bases coincidam com as bases desse cilindro. A anticlepsidra pode ser considerada, também, como o sólido resultante da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.



Disponível em: [www.klickeducacao.com.br](http://www.klickeducacao.com.br). Acesso em: 12 dez. 2012 (adaptado).

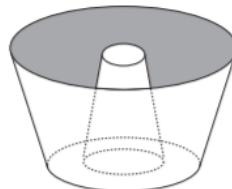
A figura plana cuja rotação em torno do eixo indicado gera uma anticlepsidra como a da figura acima é



Fonte: QUESTÃO 170 – Prova Amarela – ENEM 2018 – Reaplicação PPL. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 5 mar. 2021.

#### Questão 4

Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



Nela identifica-se a representação de duas figuras geométricas tridimensionais.


Essas figuras são

- A** um tronco de cone e um cilindro.
- B** um cone e um cilindro.
- C** um tronco de pirâmide e um cilindro.
- D** dois troncos de cone.
- E** dois cilindros.

Fonte: QUESTÃO 169 – Prova Amarela – ENEM 2013. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 5 mar. 2021.

#### Questão 5


Para divulgar sua marca, uma empresa produziu um porta-canetas de brinde, na forma do sólido composto por um cilindro e um tronco de cone, como na figura.




Para recobrir toda a superfície lateral do brinde, essa empresa encomendará um adesivo na forma planificada dessa superfície.

Que formato terá esse adesivo?


**A**




**B**




**C**



**D**



**E**



Fonte: Questão 140 – Caderno verde – ENEM 2017 Libras. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 5 mar. 2021.

### 2.2.2 BLOCO 2 - Cálculo das áreas das superfícies dos sólidos de revolução através de sua planificação

<b>Bloco 2</b>	Atividade 4 – Cálculo de áreas de superfícies de sólidos de revolução através de sua planificação e o Princípio de Cavalieri	didática
	Atividade 5 – Resolvendo uma questão:	didática
	Questão 6 – Projeções cartográficas	

O BLOCO 2, contempla o estabelecimento de áreas da superfície de cilindros, cones e esferas através de sua planificação, bem como, por meio do princípio de Cavalieri, a determinação do volume desses sólidos. Também, neste bloco, é proposto o reconhecimento desses sólidos como parte do universo que os cerca e para tal sugere-se a utilização de representação fotográfica.

#### AULA IV

#### Atividade 4 – Determinando o cálculo de áreas de superfícies de cilindros, cones e esferas através de sua planificação e o Princípio de Cavalieri

O objetivo da Atividade 4 é fazer com que os alunos determinem por meio das fórmulas utilizadas em Geometria Plana as áreas das superfícies de cilindros, cones e esferas e identifiquem respectivamente seus elementos. Também, é proposto que o aluno utilize o Princípio de Cavalieri para estabelecer um modelo matemático para o cálculo de



volume dos cilindros, cones e esferas, e, na Questão 6, explora uma aplicação de um destes cálculos.

Para a realização dessas atividades serão distribuídos pelo professor moldes de regiões planas que constituem as superfícies de cilindros, cones e esfera. Após é proposta aos alunos a seguinte atividade.

a) Com base nos moldes recebidos insira os dados solicitados no quadro:

	Área da superfície da base	Área da superfície lateral	Área da superfície total	Representação no plano	Representação por meio de fotos
Cilindro reto					
Cilindro equilátero					
Cone reto					
Cone equilátero					
Tronco de cone					
Esfera					

b) Revisite o Princípio de Cavalieri e com base no quadro acima determine o volume do cilindro reto, cone reto e esfera.

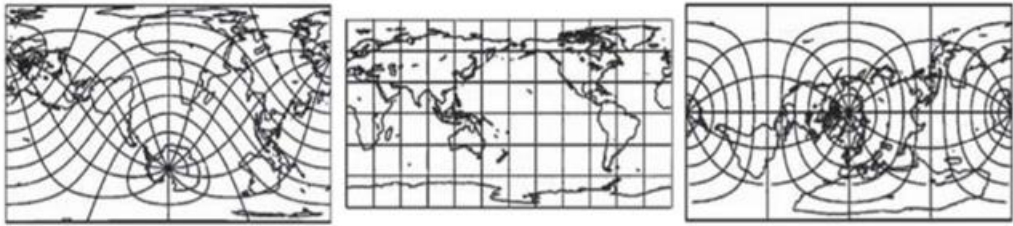
### Atividade 5 – Resolvendo uma questão

Na Atividade 5 é proposta uma questão que envolve o conhecimento sobre projeções cartográficas. Para tanto, o professor deverá efetivar a postagem no Google Classroom em momento prévio a aula. Deve ser solicitado aos alunos a respectiva devolução com a solução desenvolvida de forma comentada.

Sugestão de material de apoio: <https://atlascolar.ibge.gov.br/conceitos-gerais/historia-da-cartografia> Acesso em: 30 de set. 2021;  
<https://www.geogebra.org/m/btfr5zww> Acesso em: 30 de set. de 2021.

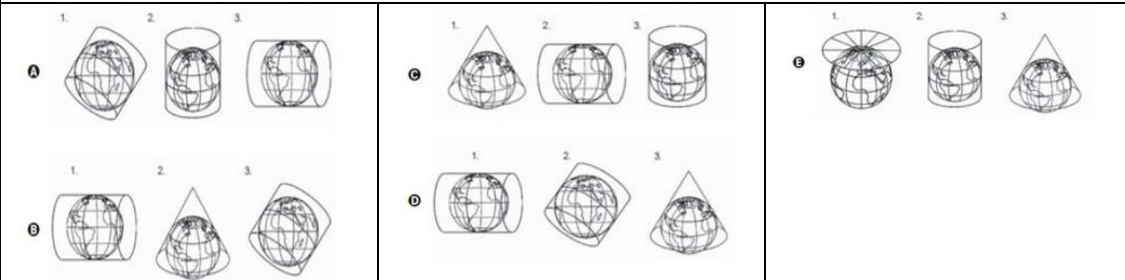
Questão 6

Projeção cartográfica é uma transformação que faz corresponder, a cada ponto da superfície terrestre, um ponto no plano.



GASPAR, J. A. Cartas e projeções cartográficas. Lisboa: Lidel, 2005.

As relações do plano de projeção à superfície projetada mostradas nas figuras são identificadas, respectivamente, em:



Fonte: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>.

### 2.2.3 BLOCO 3 - Conhecendo os teoremas de Pappus

<b>Bloco 3</b>	Atividade 6 - Determinando o centro de gravidade de figuras planas	adidática
	Atividade 7 - Cálculo da área das superfícies e volumes de sólidos de revolução com a aplicação dos teoremas de Pappus: Questão 7 – Rotação de um retângulo Questão 8 – Rotação de um triângulo Questão 9 – Rotação de um triângulo	didática

As atividades que configuram o BLOCO 3 tem por objetivo, que o aluno, utilize o teorema de Pappus, para resolver situações problemas que envolvam o cálculo de áreas e volumes de superfícies e sólidos de revolução, tais como da área de um círculo e do volume de um cilindro de modo muito trivial.

## AULA V

### Atividade 6 - Determinando centro de gravidade de figuras planas

A Atividade 6 tem como objetivo, através de uma testagem simples, fazer com que os alunos identifiquem o centro de gravidade de figuras planas, bem como relacionem com o baricentro das mesmas.

Para essa atividade foram utilizados recortes de triângulos, quadrados, retângulos, trapézios e círculos em cartolina, barbante e um suporte com tripé e pêndulo.

Um modelo de tripé para a realização da atividade é mostrado na figura abaixo.



Esta atividade contempla uma atividade experimental para a determinação do centro de gravidade de figuras planas, definição valiosa na aplicação dos teoremas de Pappus-Guldin.

Após a organização da turma em pequenos grupos, o professor deverá orientar a sistematização da atividade descrita abaixo.

As etapas para esta atividade são as seguintes:

- i) Faça diversos furos nas bordas do triângulo, em um desses furos introduza um barbante e suspenda o triângulo na base do pêndulo, trace a primeira mediana, repita o procedimento para os outros três furos traçando as respectivas medianas.
- ii) Identifique o ponto de encontro das três medianas.
- iii) Repita o processo descrito anteriormente com o retângulo e quadrado, nesses casos trace as diagonais.
- iv) Repita o processo com o trapézio e semicírculo.
- v) Represente graficamente suas conclusões.

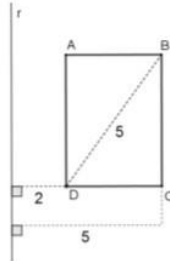
## **AULA VI**

### **Atividade 7 – Resolvendo questões**

Nesta atividade são propostas questões que contemplam o cálculo de áreas de superfícies e volumes de sólidos de revolução obtidos através da rotação de retângulos e triângulos em torno de um eixo, cuja solução pode facilmente ser encontrada com a devida aplicação do teorema de Pappus. Essa atividade será criada pelo professor no Google Classroom.

### Questão 7

Considere o sólido obtido pela revolução do retângulo  $ABCD$  em torno da reta  $r$ , conforme indicado na figura a seguir.



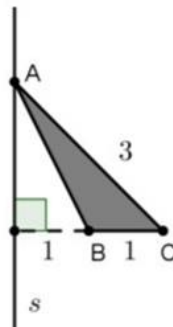
O volume do sólido obtido é

- (A)  $16\pi$ .
- (B) 84.
- (C) 100.
- (D)  $84\pi$ .
- (E)  $100\pi$ .

Fonte: Questão 17 – Vestibular UFRGS 2019. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/coperse/provas-e-servicos/baixar-provas/cv-2019-provas-comentadas>. Acesso em: 10 set. 2021.

### Questão 8

O triângulo  $ABC$  sofre uma rotação sobre o eixo  $s$  da figura. Determine o volume do sólido gerado.

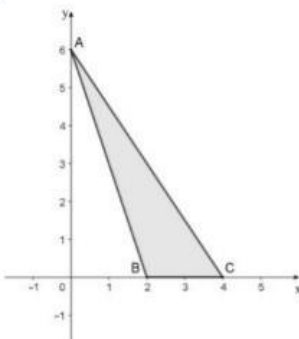


Fonte: Exercício 13 - Portal da Matemática OBMEP. Disponível em: <https://portaldabmp.impa.br/uploads/material/5phlpk0gta0w0.pdf> Acesso em: 10 set. 2021.

### Questão 9

Considere os pontos A, B e C, de coordenadas inteiras, que determinam os vértices do triângulo ABC, representado no sistema de coordenadas cartesianas abaixo.

A revolução do triângulo ABC, em torno do eixo x, gera o sólido P, e a revolução do triângulo ABC, em torno do eixo y, gera o sólido Q.



A razão entre os volumes de P e Q é

- (A)  $\frac{2}{3}$ .
- (B) 1.
- (C)  $\frac{3}{2}$ .
- (D) 18.
- (E) 36.

Fonte: Questão 9 – Vestibular UFRGS 2020. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/coperse/provas-e-servicos/baixar-provas/provas-comentadas-2020-versao-digital>. Acesso em: 10 set. 2021.

### 2.2.4 BLOCO 4 - Resolução de situações problemas envolvendo o cálculo de áreas de superfícies e volumes de sólidos de revolução em contextos diversos

<b>Bloco4</b>	Atividade 8 –Resolvendo questões Questão 10 – Poço Questão 11 – Silos Questão 12 – Bocha e bolim Questão 13– Donuts e o toro Questão 14 – Rolo de papelão Questão 15 – Peão	didática
	Atividade 9 – Construção de maquetes	adidáticas

O BLOCO 4 é constituído pelas atividades 8 e 9. Na Atividade 8 são propostas questões extraída de variadas fontes que contempla o cálculo das áreas das superfícies e volumes dos sólidos de revolução e sua aplicação em situações problemas em diversos contextos.

## AULA VII

### Atividade 8 – Resolvendo questões

As questões propostas nesta atividade contemplam a determinação de cálculos de elementos, áreas de superfícies e volumes de sólidos de revolução envolvendo diversos contextos de aplicação. Tais questões deverão ser postadas pelo professor previamente ao momento da aula no Google Classroom. Os alunos deverão efetivar as devoluções no Google Classroom com a solução comentada das atividades propostas.

#### Questão 10

Ao se perfurar um poço no chão, na forma de um cilindro circular reto, toda a terra retirada é amontoada na forma de um cone circular reto, cujo raio da base é o triplo do raio do poço e a altura é 2,4 metros. Sabe-se que o volume desse cone de terra é 20% maior do que o volume do poço cilíndrico, pois a terra fica mais fofa após ser escavada.

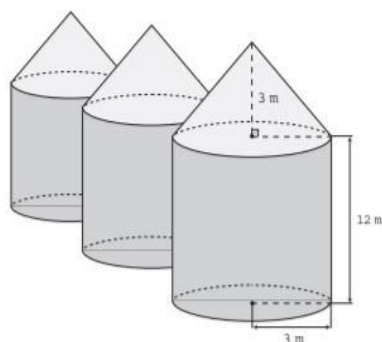
Qual é a profundidade, em metros, desse poço?

- A 1,44
- B 6,00
- C 7,20
- D 8,64
- E 36,00

Fonte: Questão 167 – Caderno Cinza – ENEM 2015. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 10 set. 2021.

#### Questão 11

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m<sup>3</sup>. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para  $\pi$ .

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

- A 6.
- B 16.
- C 17.
- D 18.
- E 21.

Fonte: Questão 175 – Caderno Amarelo – ENEM 2016. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 10 set. 2021.

#### Questão 12

A bocha é um esporte jogado em canchas, que são terrenos planos e nivelados, limitados por tablados perimétricos de madeira. O objetivo desse esporte é lançar bochas, que são bolas feitas de um material sintético, de maneira a situá-las o mais perto possível do bolim, que é uma bola menor feita, preferencialmente, de aço, previamente lançada. A Figura 1 ilustra uma bocha e um bolim que foram jogados em uma cancha. Suponha que um jogador tenha lançado uma bocha, de raio 5 cm, que tenha ficado encostada no bolim, de raio 2 cm, conforme ilustra a Figura 2.



Figura 1

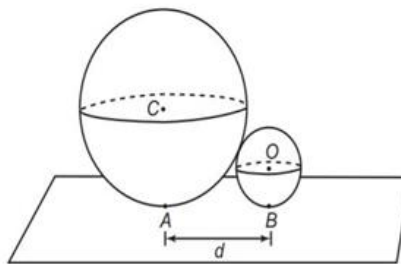


Figura 2

a)

Considere o ponto  $C$  como o centro da bocha, e o ponto  $O$  como o centro do bolim. Sabe-se que  $A$  e  $B$  são os pontos em que a bocha e o bolim, respectivamente, tocam o chão da cancha, e que a distância entre  $A$  e  $B$  é igual a  $d$ . Nessas condições, qual a razão entre  $d$  e o raio do bolim?

- A 1
- B  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$
- C  $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- D 2
- E  $\sqrt{10}$

Fonte: Questão 169 – Prova Azul- ENEM 2016. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 10 set. 2021.

b) De acordo com os dados da questão anterior, determine a razão entre o volume da bocha e o volume do bolim, respectivamente.

### Questão 13

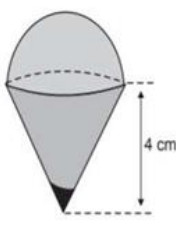
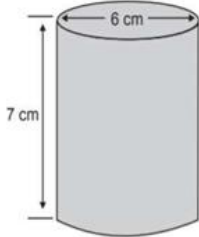
Os Donuts são pequenos bolos em forma de rosca bastante populares nos Estados Unidos, conhecidos também por ser a comida preferido de Homer Simpson, personagem da série de animação Os Simpsons. Seu termo em inglês de origem, “doughnut” significa exatamente isso: rosca frita. O que você acharia se seu colega, gentilmente lhe perguntasse: “Aceita um toro” e mostrasse um delicioso donuts, com certeza seria no mínimo muito estranho. Em matemática, um toro é o nome que usamos para descrever a forma tridimensional de um donut. Diante disso e dos seus conhecimentos em geometria espacial: Determine o volume do donuts, sabendo que o raio interno do seu orifício mede 0,5 cm e a medida do seu raio externo é 2,5cm.

Use 3 um valor aproximado para  $\pi$ .



### Questão 14

Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.



Dados:

O volume de uma esfera de raio  $r$  é  $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ ;

O volume do cilindro de altura  $h$  e área da base  $S$  é  $S \cdot h$ ;

O volume do cone de altura  $h$  e área da base  $S$  é  $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$ ;

Por simplicidade, aproxime  $\pi$  para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

A 45.

B 48.

C 72.

D 90.

E 99.

Fonte: Questão 166 – Prova cinza – ENEM 2014. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos> Acesso em: 10 set. 2021.

### Questão 15

O cilindro de papelão central de uma fita crepe tem raio externo de 3 cm. A fita tem espessura de 0,01 cm e dá 100 voltas completas. Considerando que, a cada volta, o raio externo do rolo é aumentado no valor da espessura da fita, o comprimento total da fita é de, aproximadamente,

(A) 9,4 m.

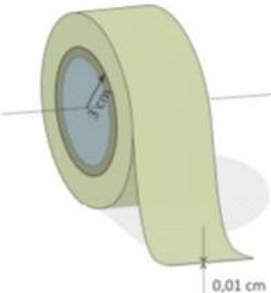
(B) 11,0 m.

(C) 18,8 m.

(D) 22,0 m.

(E) 25,1 m.

Note e adote:  
 $\pi \cong 3,14$ .




Fonte: Questão 15 – Vestibular FUVEST 2020. Disponível em: [https://acervo.fuvest.br/fuvest/2020/fuvest\\_2020\\_primeira\\_fase\\_prova\\_V.pdf](https://acervo.fuvest.br/fuvest/2020/fuvest_2020_primeira_fase_prova_V.pdf) Acesso em: 10 set. 2021.

## AULA VIII

### Atividade 9 – Maquetes

A Atividade 9 - Aspectos Arquitetônicos dos Silos e seus Corpos Redondos, articula uma situação adidática, com a habilidade EM13MAT201 da BNCC, ao propor aos alunos que realizem uma ação envolvendo medições e cálculo de áreas e de volume, de acordo com as demandas da sua comunidade.



<b>Título: Aspectos Arquitetônicos dos Silos e seus Corpos Redondos</b>	
<p>Proposta de Atividade:</p> <p>Caro aluno!</p> <p>Escolha um silo localizado em seu município ou entornos, preferencialmente que faça parte dos seus itinerários e reproduza através de uma maquete:</p> <p>Na construção da maquete utilize uma escala conveniente de acordo com as dimensões reais do silo a ser representado;</p> <p>Não esqueça dos dados de identificação, inclua também uma foto do local. Preferencialmente utilize material reciclável e... bastante criatividade!</p> <p>Caso preferir, a maquete pode ser virtual, desde que fidedigna com o silo escolhido.</p> <p>Após elabore uma situação-problema que envolva o cálculo de áreas e volumes relacionado com este tipo de construção.</p>	

A sistematização da Atividade 9, ocorrerá diante da apresentação pelos grupos dos trabalhos realizados e exposição das maquetes.

### 3 AVALIAÇÃO

Para analisar o processo de aprendizagem, a teoria das situações didáticas observa e decompõe esse processo em quatro fases distintas: situação de ação, situação de formulação, situação de validação e situação de institucionalização, dessa forma em todos os momentos citados que precedem a institucionalização do saber, os alunos serão avaliados. Por fim, a situação de institucionalização ocorre quando o professor retoma o papel principal no contexto da sala de aula e desenvolve a discussão dos resultados dos trabalhos realizados pelos alunos, articulando os conhecimentos elaborados com o saber universal.

Uma análise da sequência didática desenvolvida pode ser encontrada em Pinheiro (2022).

### 4 REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - BNCC**. Brasília, DF, 2018.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. (Org.). **Didática das matemáticas**. Tradução de M. J. Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, p. 35-113, 1996.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

NETO, A. P. **Material Teórico** - Módulo: Geometria Espacial 3 - Volumes e Áreas de Cilindros, Cones e Esferas. Cilindro. Rio de Janeiro: Portal da OBMEP, 2020. Disponível em: <https://portaldabmeop.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=45&tipo=7> Acesso em: 15 mar. 2020.

NETO, A. P. **Material Teórico** - Módulo: Geometria Espacial 3 - Volumes e Áreas de Cilindros, Cones e Esferas. Cone. Rio de Janeiro: Portal da OBMEP, 2020b. Disponível em: <https://portaldabmeop.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=45&tipo=7> Acesso em: 15 mar. 2020.

NETO, A. P. **Material Teórico** - Módulo: Geometria Espacial 3 - Volumes e Áreas de Cilindros, Cones e Esferas. Esfera. Rio de Janeiro: Portal da OBMEP, 2020c. Disponível em: <https://portaldabmeop.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=45&tipo=7> Acesso em: 15 mar. 2020.

PINHEIRO, A. L. V. **Estudo dos Sólidos de Revolução com Ênfase nos Corpos Redondos: Concepções e Práxis de uma Sequência Didática à Luz da Teoria de Guy Brousseau**. 2022. 139 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2022.