Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática Estatística e Informática
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Cláudio Lima da Silva
Ana Kely Martins da Silva
Pedro Franco de Sá

Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria no Triângulo por Atividades Experimentais

Parauapebas – PA
2023

Cláudio Lima da Silva
Ana Kely Martins da Silva
Pedro Franco de Sá

Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria no Triângulo por Atividades Experimentais

Produto Educacional apresentado como requisito obrigatório para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM), da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva.
Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Parauapebas – PA
2023

Diagramação e Capa: Os Autores
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém – PA

Silva, Cláudio Lima da
Sequência didática para o ensino de trigonometria no triângulo por atividades experimentais / Cláudio Lima da Silva; orientadora Ana Kely Martins da Silva; coorientador Pedro Franco de Sá.- Parauapebas-PA, 2023.

ISBN: 978-65-84998-56-8

Produto educacional vinculado à dissertação “Ensino de trigonometria no triângulo por atividades experimentais” do Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. – Parauapebas-PA, 2023.

1.Trigonometria. 2.Ensino por atividades experimentais. 3.Prática de ensino. I. Silva, Ana Kely Martins da. II. Sá, Pedro Franco de. III. Título.

CDD 23 ed. 510.7

Ficha catalográfica elaborada por Regina Ribeiro CRB-739

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: **"ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS".**

Mestrando: **CLÁUDIO LIMA DA SILVA**

Data da avaliação: **31/10/2023**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

( ) Estudantes do Ensino Fundamental ( ) Estudantes do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental **(X)** Professores do Ensino Médio

( ) Outros: ____________________

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

(X) Sequência Didática ( ) Página na Internet ( ) Vídeo

( ) Texto Didático (alunos/professores) ( ) Jogo Didático ( ) Aplicativo

( ) Software ( ) Outro: ____________________

b) *Possui URL:* ( ) Sim, qual o URL: ____________________

(X) Não ( ) Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Possui sumário:*	**(X)** Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
b) *Possui orientações ao professor:*	**(X)** Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
c) *Possui orientações ao estudante:*	( ) Sim	**(X)** Não	( ) Não se aplica
d) *Possui objetivos/finalidades:*	**(X)** Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
e) *Possui referências:*	**(X)** Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
f) *Tamanho da letra acessível:*	**(X)** Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
g) *Ilustrações são adequadas:*	**(X)** Sim	( ) Não	( ) Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

(**X**) Sim, onde: **Escola Estadual de Ensino Médio, localizada no município de Parauapebas-PA**.

( ) Não, justifique: ____

( ) Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(**X**) Sim, onde: **Qualquer Escola de Ensino Médio.**

( ) Não, justifique: ____

( ) Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

(**X**) Sim, onde: **Qualificação de Mestrado**.

( ) Não, justifique: ____

( ) Não se aplica

d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

(**X**) na escola, como atividade regular de sala de aula

( ) na escola, como um curso extra

( ) outro: ____

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

( ) Alunos do Ensino Fundamental

(**X**) Alunos do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental

( ) Professores do Ensino Médio

( ) outros membros da comunidade escolar, tais como ______________________

( ) outros membros da comunidade, tais como ______________________________

O produto educacional foi considerado:

(**X**) APROVADO ( ) APROVADO COM MODIFICAÇÕES ( ) REPROVADO

MEMBROS DA BANCA Assinaturas

Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva (Presidente)
Doutora em Educação
IES de obtenção do título: PUC/RJ

Documento assinado digitalmente
ANA KELY MARTINS DA SILVA
Data: [illegible]
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá (Examinador 01)
Doutor em Educação
IES de obtenção do título: UFRN

Documento assinado digitalmente
PEDRO FRANCO DE SA
Data: [illegible]
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Narciso das neves Soares (Examinador 02)
Doutor em Educação
IES de obtenção do título: UFBA

Documento assinado digitalmente
NARCISO DAS NEVES SOARES
Data: [illegible]
Verifique em https://validar.iti.gov.br

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Prezado(a)s colegas de profissão – professores e professoras que ensinam matemática,

Enquanto professores, observamos que os alunos do ensino médio apresentam acentuadas dificuldades em diversos conteúdo matemáticos, dentre eles, na aprendizagem de trigonometria. Estas dificuldades são resultantes, principalmente, da falta de habilidade na realização dos cálculos aritméticos e na leitura e compreensão dos enunciados dos problemas matemáticos.

Diante dessa inquietação, surgiu o interesse em propor uma Sequência Didática (SD) para o Ensino de Trigonometria no Triângulo, para alunos do ensino médio. Esta SD é um Produto Educacional fruto da Dissertação de Mestrado intitulada: "Ensino de Trigonometria no Triângulo por Atividades Experimentais", apresentada por Silva (2023) ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM) – Universidade do Estado do Pará (UEPA), orientada pela Professora Dra. Ana Kely Martins da Silva e coorientada pelo Professor Dr. Pedro Franco de Sá.

A referida dissertação teve como objetivo norteador do processo investigativo: verificar como uma sequência de atividades experimentais, para o ensino de matemática, pode favorecer a construção do conhecimento de alunos do 2° ano do ensino médio no processo de ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo. Deste modo, a Sequência Didática consistiu-se em 15 (quinze) atividades, sendo: um pré-teste, uma atividade de conceituação, oito atividades de redescoberta, quatro atividades de aprofundamento e um pós-teste.

Para tanto, esta SD foi desenvolvida com base em três Tendências em Educação Matemática, sendo elas: (I) Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, sob a ótica de Sá (2019, 2020); (II) Resolução de Problemas, na perspectiva de Polya (1995), Onuchic (2012) e Sá (2021) e (III) Jogo Matemática, com base nos estudos desenvolvidos por Moreira, Fonseca e Nascimento (2016), Arruda e Freitas (2015) e Pimenta, Caneiro, Lasaretto, (2014).

Além disso, os estudos experimentais, sobre o ensino de trigonometria, desenvolvidos por Gomes (2013), Sousa (2014), Ferreira (2018), Medeiros (2018) e Lucena (2020) demonstraram que após a aplicação das Sequências Didáticas, evidenciou-se um desempenho significativo dos estudantes na aprendizagem das relações trigonométricas, constatando assim, que as metodologias de ensino utilizadas nas pesquisas surtiram efeitos, levando a melhora no desempenho dos alunos.

Deste modo, acreditamos que a Sequência Didática proposta neste Produto Educacional, nas perspectivas do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais proporcionará aos estudantes uma aprendizagem significativa quanto ao objeto matemático em questão. Além disso, oferecerá aos professores de matemática um material que foge ao rigor do ensino tradicional, e que servirá como uma ferramenta facilitadora do processo de ensino e aprendizagem do conteúdo trigonometria no triângulo.

Sugestões e críticas que visem o aperfeiçoamento deste trabalho serão sempre aceitas. Boa leitura e excelente trabalho!

Os autores

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apresentamos a seguir as Tendências em Educação Matemática abordadas na Sequência Didática que produzimos nesta pesquisa, sendo elas: (1) Ensino de Matemática por Atividades Experimentais; (2) Resolução de Problemas Matemáticos e (3) Jogo Matemático. Essas tendências têm como objetivo tornar o ensino de matemática mais atraente e eficaz, incentivar a participação dos alunos e desenvolver habilidades e competências matemática.

1.1. ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

O ensino por atividades é uma abordagem pedagógica que enfatiza a aprendizagem ativa dos alunos por meio de atividades práticas e experiências. Em vez de simplesmente transmitir informações em uma aula expositiva, o ensino por atividades incentiva os alunos a participar ativamente de sua própria aprendizagem, envolvendo-se em tarefas e atividades que os ajudam a aplicar conceitos e habilidades em situações do mundo real.

Ao usar o ensino de matemática por atividades, os professores podem criar um ambiente de aprendizagem mais envolvente e interativo, onde os alunos têm a oportunidade de explorar e experimentar ideias em um contexto prático. Isso pode incluir atividades como jogos matemáticos, simulações, estudos de caso, trabalhos em grupo e muito mais.

Segundo Sá (2019) o ensino por atividades apresenta as seguintes características:

> 1) É diretivo;
> 2) Tem compromisso com o conteúdo;
> 3) Tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo;
> 4) É estruturado;
> 5) É sequencial;
> 6) Não está necessariamente associado à resolução de problemas;
> 7) Leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes;
> 8) Os resultados são institucionalizados ao final da atividade;
> 9) Não dispensa a participação do professor;
> 10) É adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos;
> 11) É iterativo entre estudantes e professor (SÁ, 2019, p. 16-17)

Essas características do ensino de matemática por atividade a distinguem de outras tendências em Educação Matemática. Desta forma, a exemplo das demais tendências, o Ensino de Matemática por Atividades apresenta sua organização, sendo elas: (1) quanto ao objetivo e (2) quanto ao modo de desenvolvimento, conforme detalho a seguir:

- **(1) Quanto ao Objetivo:**

Segundo Sá (2019), quanto ao objetivo as atividades experimentais classificam-se em dois tipos básicos: conceituação ou redescoberta. O propósito da atividade de conceituação, segundo Sá (2019) é guiar o aluno a detectar a presença de uma certa situação/tipo de objeto matemático, e desta forma, defini-lo. Assim, as atividades de conceituação de trigonometria no triângulo, propostas nesta pesquisa auxiliarão os alunos a entender melhor os conceitos de catetos, hipotenusa, seno, cosseno e tangente e aplicá-los em situações práticas.

Na atividade de redescoberta o objetivo é guiar o aluno a encontrar uma conexão ou característica em relação a um determinado objeto ou operação matemática (SÁ, 2019). Assim, "uma atividade de redescoberta não corresponde a uma demonstração de um resultado matemático, mas sim ao momento de exploração do objeto que antecede a demonstração do resultado" (SÁ, 2019, p.17).

Deste modo, as atividades de redescoberta de trigonometria no triângulo propostas neste trabalho, foram projetadas para ajudar os alunos a redescobrir os conceitos das relações trigonométricas por conta própria, em vez de simplesmente recebê-los de um professor ou livro didático. Em uma das atividades, por exemplo, os alunos serão desafiados a explorar triângulos retângulos e descobrir por si mesmos a relação entre os ângulos e os lados, e como isso pode ser usado para calcular a altura de um objeto ou a distância entre dois pontos.

- **(2) Quanto ao modo de desenvolvimento:**

Quanto ao método de desenvolvimento, o Ensino de Matemática por Atividades pode ser por demonstração ou experimental (SÁ, 2019):

> No modo de demonstração o professor realiza as ações enquanto os estudantes registram os resultados para em seguida interagirem com os resultados e chegarem ao resultado planejado para a atividade.

> [...] No modo experimental o professor elabora o experimento que é executado pelos estudantes. As atividades experimentais também podem servir tanto para conceituação como para redescoberta (SÁ, 2019, p. 18).

Em ambos os modos (demonstração e experimental), as atividades podem servir tanto para conceituação como para redescoberta.

Para diferenciar o Ensino de Matemática por Atividades das demais Tendências em Educação Matemática, Sá (2020) a chamou de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais. Desta forma, com base nos expostos, a Sequência Didática propostas para o ensino de trigonometria no triângulo, neste trabalho, quanto aos objetivos caracterizam-se como conceituação e redescoberta. Quanto ao modo de desenvolvimento, adotaremos o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais.

As atividades experimentais podem ser uma ótima ferramenta para ensinar matemática de uma forma mais dinâmica e interessante para os alunos. Posto que, o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais é um processo didático que se desenvolve por meio da realização de tarefas que envolvem determinado material ou ideias, idealizadas pelo professor com o objetivo de expor os alunos a determinados conhecimentos de um objeto matemática específico (SÁ, 2020). Essas atividades permitem que os alunos trabalhem com conceitos matemáticos de uma forma mais prática e tangível, o que pode ajudar a tornar o assunto mais acessível.

Nesta perspectiva, segundo Sá (2020) uma aula de matemática por meio de Atividade Experimental, de conceituação ou de redescoberta, tem os seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização, conforme detalhado no quadro a seguir:

Quadro 1: Momentos da Atividade Experimental

Momento: Organização
Neste momento a turma deve ser organizada preferencialmente em equipes com até 4 participantes. A função do professor nesta etapa é dirigir e orientar as formações dos grupos, mas sem fazer imposições. Além disso, o docente precisa demonstrar segurança e planejamento das Atividades com o objetivo de evitar desperdício de tempo pelos alunos com ações não relativas à organização da turma.
Momento: Apresentação
Nesta etapa compete ao professore a distribuição do material necessário para a realização da Atividade Experimental, incluindo o roteiro da atividade. Este roteiro pode ser impresso ou disponibilizado no quadro, a depender das condições estruturais da escola em fornecer o material impresso. Para evitar desperdício de tempo e facilitar a distribuição, é preferível que o material seja organizado em kits para facilitar sua distribuição.
Momento: Execução
Este momento corresponde à etapa da experimentação, isto é, quando o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa. Para isso, é esperado que cada

grupo realize os procedimentos estabelecidos na Atividade Experimental. Ao professor cabe as equipes trabalharem livremente, supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar nas dúvidas, quando solicitado ou perceber dificuldade de execução, que possam surgir em cada equipe no ocorrer da realização do procedimento. Os alunos devem seguir as instruções previstas no roteiro da atividade; evitar conversas paralelas e evitar deixar o grupo ou ficar visitando outros grupos. Além disso, os estudantes devem ter a oportunidade de agir para obter os resultados almejados, assim como, orientações claras e precisas quando tiverem dificuldades ou dúvidas para realizar alguma ação prevista.
Momento: Registro
Esta etapa corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa científica. Neste momento espera-se que cada equipe registre as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no respectivo espaço destinado no roteiro. Para isso, é fundamental que o roteiro da Atividade Experimental contenha espaço suficiente para o registro das informações. Assim, além de facilitar o registro das informações, evitará gasto de tempo desnecessário. Ao professor cabe supervisionar o desenvolvimento das ações e auxiliar dirimindo as eventuais dúvidas que possam ocorrer durante o processo.
Momento: Análise
Neste momento espera-se que cada equipe analise os dados registrados e encontre uma relação válida entre eles. Esta etapa é decisiva para a concretização do objetivo da Atividade Experimental porque é o momento em que os alunos têm acesso pela primeira vez à informação pretendida pelo professor. Durante a análise, se algum grupo apresentar dificuldades em identificar uma relação válida a partir dos dados registrados, o professor deve ajudar a equipe formulando perguntas que ajudem seus membros a ver uma relação válida. O momento da análise corresponde a uma análise dos resultados da investigação científica. Este momento deve ser finalizado com a elaboração da conclusão do grupo.
Momento: Institucionalização
A institucionalização é o momento em que, com base nas conclusões tiradas por cada grupo em relação à análise, é elaborada uma conclusão formal pela turma. Este momento corresponde aproximadamente ao momento da preparação dos últimos aspectos do trabalho científico. A afirmação apresentada na primeira Atividade Experimental, feita por uma turma inexperiente nessa modalidade de ensino, costuma não preencher as condições de um texto conclusivo. Assim, independentemente da forma de conclusão das equipes, o professor deve solicitar a um representante de cada grupo que vá ao quadro e registre a conclusão de seu grupo. Após analisar as conclusões registradas, o professor deve perguntar aos grupos quais das conclusões apresentadas permitiriam a alguém que não estivesse envolvido na atividade entender a relação que se formou. Este momento é propício para o professor refletir com os alunos sobre as características da conclusão. Por fim, o professor pode tirar uma conclusão com a turma que permita a alguém que não esteve envolvido na atividade experimental compreender a relação estabelecida.

Fonte: Adaptado de Sá (2020).

Portando, o Ensino de Matemática por meio de Atividades Experimentais é uma metodologia de ensino que tem se mostrado bastante eficaz na aprendizagem dos alunos. É uma forma de tornar a matemática mais concreta e acessível, permitindo que os estudantes compreendam os conceitos matemáticos de maneira mais significativa. Além disso, a utilização de atividades experimentais permite que os alunos trabalhem em grupo, desenvolvendo habilidades de cooperação e comunicação, bem como a capacidade de observar e registrar resultados de forma clara e objetiva.

1.2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

A resolução de problemas como metodologia de ensino possibilita aos alunos desenvolver as habilidades matemática, e potencializa o processo de ensino e aprendizagem de matemática, bem como amplia seus conhecimentos e proporciona aos estudantes a ampliação da visão que têm dos problemas. Além disso, favorece a construção de conceitos, desenvolve a autonomia e contextualiza as diversas situações do cotidiano.

Desta forma, de acordo com os PCNs de matemática, a resolução de problemas:

> [...] possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1997, p. 40)

Mas o que venha a ser um problema? Segundo Sá (2021):

> [...] um problema é caracterizado por ser uma questão a qual ainda não foi apresentada uma solução aceita pela comunidade de matemáticos profissionais. Assim, dificilmente encontraremos enunciados de problemas genuínos nos livros didáticos da educação básica. Apesar de existirem questões que ainda são problemas matemáticos e podem ser entendidos pelos estudantes da Educação Básica. (SÁ, 2021, p. 14)

Sá (2021) enfatiza ainda que, nem toda situação matemática pode ser considerada um problema. Segundo o autor, quando o sujeito já é conhecedor do percurso que o leve ao resultado da situação, tal situação é um exercício, e não um problema. Deste modo, uma situação de contexto matemático só será um problema, para os estudantes que ainda não sabem obter o resultado.

No livro “A arte de resolver problemas”, uma obra sobre resolução de problema, Polya (1995) afirma que a resolução de problemas favorece a melhoria das habilidades para resolver o problema. Nesta obra, Polya discute como compreender, como criar estratégias e como executar um plano de ação na resolução de problemas em matemática.

Polya (1995, p. 3) destaca que:

> Ao procurarmos a solução, podemos variar continuamente o nosso ponto de vista, a nossa maneira de encarar o problema. Temos de mudar de posição de quando em quando. É provável que a nossa concepção do problema seja muito incompleta no princípio; a nossa perspectiva é outra depois de feito algum progresso; ela é ainda mais diferente quando estamos quase a chegar à solução.

Neste sentido, Polya (1995) enfatiza que para solucionar um problema é necessário seguir quatro fases. A 1ª Fase: Compreender o problema – Compreender um problema é etapa essencial para solucioná-lo, e para isso, é necessário lê-lo com muita atenção, e durante a leitura do problema deve-se buscar respostas para alguns questionamentos, tais como: O que o problema quer saber? qual a incógnita? Quais são os dados? 2ª Fase: Estabelecer um plano de resolução – Definir o caminho a ser seguido que levará o aluno a solucionar o problema. Nesta etapa, deve-se elaborar um esquema da resolução do problema. Para isso, é fundamental que o professor ponha em prática o seu conhecimento teórico e suas próprias experiências de sucessos e insucessos na resolução de problemas.

Com um plano de resolução, definido na etapa anterior, o próximo passo é realizar a execução deste plano para obter a solução do problema. 3ª Fase: Executar o plano – Nesta fase, para colocar o plano em prática é fundamental aplicar os conhecimentos matemáticos adquiridos. Além disso, é necessário verificar se cada passo da resolução está correto. E por fim, 4ª Fase: Análise da Solução – Nesta etapa deve-se verificar se a(s) solução(ões) obtida(s) satisfazem o problema, e caso não exista mais soluções deve-se elaborar a resposta final para o problema.

Essa estrutura para a resolução de problemas apresentada por Polya (1995) é corroborada por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais ao enfatizar que ao resolver um problema, pressupõe que o aluno:

> - Elabore um ou vários procedimentos de resolução (como por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, simular hipóteses).
> - Compare seus resultados com os de outros alunos.
> - Valide seus procedimentos. (BRASIL, 1997, p.44-45)

Na mesma perspectiva da estrutura apresentada por Polya (1995), Onuchic (2012) apresenta nove passos para a resolução de problemas. Além disso, enfatiza que há diferentes caminhos para o processo de ensino-aprendizagem-avaliação em matemática, dentre eles, a resolução de problemas. Para a autora, nesse processo metodológico, o ensino e aprendizagem devem ocorrer de forma concomitante durante a construção do conhecimento.

Deste modo, Onuchic (2012) apresenta um roteiro de procedimentos, contendo 9 (nove) etapas, que visa orientar os docentes na condução da resolução de problemas em sala de aula.

> 1) Preparação do problema - Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador [...];
> 2) Leitura individual - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura;
> 3) Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos. (ONUCHIC, 2012, p. 12)

Onuchic (2012) ressalta que é fundamental que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema proposto não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula. Além disso, caso o aluno apresente dificuldades na leitura do problema, o professor, como mediador do processo, pode auxiliá-lo na leitura e intepretação do problema.

> 4) Resolução do problema - De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.
> 5) Observar e incentivar – Nessa etapa o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. (ONUCHIC, 2012, p. 13)

Para a autora, nestas etapas, considerando que o professor já formalizou o conteúdo matemático, os alunos devem propor sugestões para a resolução do problema em grupo. Enquanto isso, o professor deve deixá-los livres, analisar e acompanhar o trabalho, enquanto mediador do processo, estimulando-os a pensar em uma solução para o problema.

> 6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções.
> 7) Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas.
> 8) Busca de consenso – Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor incentiva toda a classe a chegar a um consenso sobre o resultado correto.
> 9) Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” [...]. (ONUCHIC, 2012, p. 13-14)

Onuchic (2012) enfatiza que todas as resoluções, independentemente se estejam corretas ou erradas, devem ser expostas para todos os alunos, que deverão analisá-las e discuti-las. Nesta etapa, o professor é o mediador do processo, incentivando os alunos a participarem ativamente das discussões e proposições para a solução do problema.

Neste contexto, um dos conteúdos matemáticos que os alunos apresentam dificuldades, por meio da não compreensão da resolução de problemas é o estudo das relações trigonométricas no triângulo retângulo. Esta temática desempenha um importante papel no processo formativo do educando, pois por meio das relações trigonométricas, podemos calcular, além das medidas de ângulos de um triângulo, as distâncias teoricamente inacessíveis.

1.3. JOGO MATEMÁTICO

Enquanto professor de matemática na Educação Básica presenciei diversos relatos sobre o ensino da matemática, tanto de alunos, quanto de professores. Alguns estudantes acreditam que a matemática é uma disciplina desinteressante e sem aplicabilidade em sua vida. Alguns professores acreditam que os currículos escolares estão defasados, mas também há aqueles que procuram deixar o ensino mais atrativo e lúdico.

Diante destes pensamentos enraizados por professores e alunos, será que é possível aprender matemática e se divertir ao mesmo tempo? E nós, enquanto professores de matemática, o que podemos fazer para que o ensino da matemática se torne mais atraente e menos angustiantes para os nossos alunos? Para responder tais questionamentos, buscamos respaldo em estudos que destacam que o uso de jogos em sala de aula é benéfico aos estudantes e transcendem a educação matemática, contribuindo com as relações sociais, inclusão e desenvolvimento cognitivo.

A palavra jogo vem do latim *ladus* que apresentam vários significados, dentre eles diversão e brincadeira. De acordo com Moreira, Fonseca e Nascimento (2016), os jogos surgiram a partir das necessidades e estímulos do ser humano de forma intuitiva, e com o decurso do tempo foram incorporados a determinadas culturas da sociedade.

Deste modo, um processo de ensino da Matemática que reconheça o protagonismo do aluno durante a aprendizagem exige, do docente, a busca por alternativas didáticas e metodológicas que contribuam para promover uma prática de sala de aula que supere a transmissão de conhecimento. No contexto de ensino da matemática, a utilização de jogos apresenta-se como uma possibilidade para uma aprendizagem com mais sentido, na qual os alunos podem compreender e atribuir significado aos conceitos estudados.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) defendem a importância da utilização de jogos nas aulas de matemática.

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exige soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1997, p. 46).

Como é notório, os jogos não se restringem somente aos aspectos lúdicos do ensino de matemática, mas trabalha também, o caráter emocional do estudante, a criatividade, o planejamento, o raciocínio lógico, dentre outras vantagens pedagógicas, que estimulam o gosto pela matemática e desenvolve a aprendizagem de forma prazerosa.

Segundo Arruda e Freitas (2015),

> O jogo na sala de aula pode aparecer como uma ferramenta criativa para o educador explorá-la de forma que suas aulas afaste-se da monotonia de cálculos e resoluções de problemas em lousas e tornem-se mais atrativas para os alunos. (ARRUDA; FREITAS, 2015, p. 2)

Para as autoras, o jogo como estratégia de ensino em matemática, coloca os estudantes em novas situações, que exigem deles concentração, trabalho em grupo, respeito a regras, planejamento, raciocínio lógico, estratégias e desenvolvimento de problemas.

> O jogo apresenta o potencial de fazer com que o aluno desenvolva sua capacidade de refletir, analisar e compreender os conceitos abordados, levantando hipóteses, testando-as e avaliando-as, sempre de forma autônoma e cooperativa. [...] contribui para a aprendizagem de conceitos e torna atraente o ato de aprender, pois os alunos têm a oportunidade de

> elaborar estratégias para chegar à resolução do desafio lançado no jogo. (PIMENTA; CANEIRO; LASARETTO, 2014, p. 230)

Desta forma, de acordo com Almeida *et al* (2017), tanto as brincadeiras quantos os jogos podem ser vistos como estratégias e ferramentas eficazes no processo de ensino-aprendizagem da matemática. No entanto, os autores ressaltam que:

> [...] a utilização de jogos para o ensino de conteúdos matemáticos não irá garantir que a totalidade da turma compreenda determinado conceito, mas poderá tornar a aula mais agradável e interessante para a maioria dos discentes, pois quando o professor cria um ambiente propício à aprendizagem levando em conta o contexto dos alunos, o desenvolvimento cognitivo pode acontecer. (AMLMEIDA *et al,* 2017, p. 4).

Além disso, o interesse do estudante pelas atividades lúdicas com a utilização de jogos estimula sua prática prazerosa. No entanto, cabe ressaltar que é necessário que a proposta pedagógica seja compatível com os objetivos pretendidos pelo docente, ao planejar o momento lúdico propício a aprendizagem dos alunos.

> [...] o jogo para trazer resultados positivos para a aprendizagem matemática, precisa estar adequado à faixa etária do aluno e ao objetivo do professor a ser alcançado com aquela atividade. Pois, um jogo que é interessante para uma criança de quatro anos de idade, provavelmente não será para uma de doze anos, porque as necessidades culturais, sociais e cognitivas são diferentes. (AMLMEIDA *et al,* 2017, p. 3).

Neste sentido, o uso de jogos como ferramenta metodológica pode auxiliar o professor no trabalho com os estudantes com alguma dificuldade de aprendizado, promovendo assim, desafios matemáticos que eles possam enfrentá-los de forma lúdica e divertida.

No entanto, é que os jogos sejam utilizados com proposta de intervenção didático-pedagógica determinada previamente pelo professor, e não somente como uma atividade de sala de aula para preenchimento de tempo. Para isso, o jogo precisa estar de acordo com os objetivos de aprendizagem traçados pelo professor a serem alcançados com a atividade proposta. Além disso, é necessário que o jogo atenda a faixa etária e série/ano de cada turma, pois, uma atividade lúdica que serve para uma classe, não necessariamente contempla a aprendizagem de uma outra turma.

2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção, apresentamos uma proposta de Sequência Didática (SD) para o ensino de Trigonometria no Triângulo, a ser aplicada a alunos do 2º do Ensino Médio. A elaboração das atividades ocorreu de acordo com a base teórica das Tendências em Educação Matemática: Ensino por Atividades Experimentais, Resolução de Problemas e Jogo Matemático.

Inicialmente apresentamos um Teste Geral que deverá ser aplicado como a primeira e última atividade da SD, em forma de um pré-teste e pós-teste, respectivamente. O objetivo destes testes é verificar como os estudantes resolvem os exercícios sobre as relações trigonométricas antes e depois da aplicação da sequência didático sobre o objeto matemático em questão.

Em seguida, apresentamos uma atividade conceituação (atividade 1), cujo objetivo é levar o aluno a conceituar os catetos e a hipotenusa em um triângulo retângulo. Para reforçar este conteúdo, apresentamos uma atividade de aprofundamento em formato de *quiz*.

As atividades 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são compostas por um quadro, cada uma, onde os alunos deverão preencher os espaços em branco de acordo com os quadros de triângulos disponibilizados pelo professor a cada atividade. Recomendamos que o professor oriente e acompanhe os estudantes durante o preenchimento de cada quadro, pois qualquer informação preenchida incorretamente acarretará a não percepção dos padrões de regularidades que os alunos devem perceber, e assim, apresentarem conclusões equivocadas quanto ao desejado.

Para aprofundar a aprendizagem das atividades anteriores, propomos as atividades de aprofundamento 2, 3 e 4. A atividade de aprofundamento 2 é um jogo matemático intitulado “Baralho Trigonométrico”. A atividade de aprofundamento 3 é composta por situações problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo. A atividade de aprofundamento 4 é composta por problemas trigonométricos que envolvem a lei dos senos e lei dos cossenos.

A seguir, apresentamos cada atividade desta Sequência Didática.

Testes Gerais

Testes Gerais

Título: Pré-Teste e Pós-Teste

Objetivo: Verificar como os alunos resolveriam exercícios sobre Relações Trigonométricas, antes e depois da sequência de atividades sobre o assunto estudado.

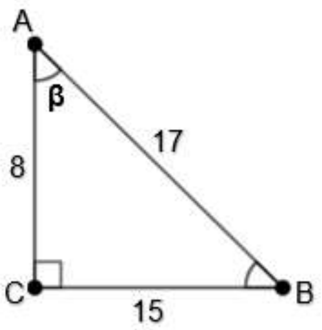
Material: Folha de teste.

Procedimentos: Entregar para cada aluno uma cópia da folha de teste e solicitar que resolva os exercícios.

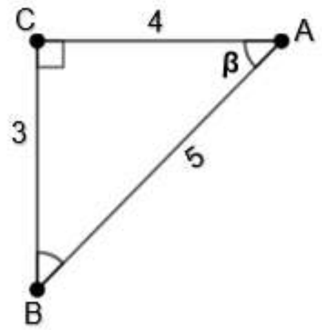
RESOLVA AS SEGUINTES QUESTÕES:

Questão 01) Determine o seno, o cosseno e a tangente do ângulo **β** dos triângulos retângulos representados a seguir.

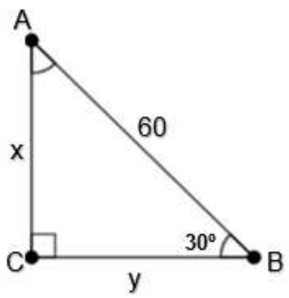
a)



b)

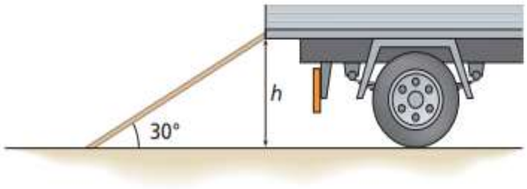


Questão 02) Determine as medidas dos catetos ***x*** e ***y*** do triângulo retângulo a seguir. **(Dados: Sen 30º = 0,50   Cos 30º = 0,86   Tg 30º = 0,57)**

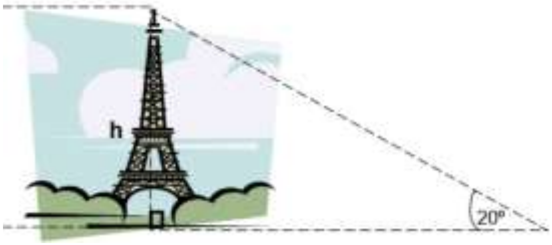


Questão 03) Uma rampa lisa, com medida de comprimento de 10 metros, faz com o plano horizontal um ângulo com medida de abertura de 30°. Uma pessoa que sobe essa rampa inteira eleva-se quantos metros verticalmente? ***(Dados: sen 30º = 0,50, cos 30º = 0,86, tg 30º = 0,57)***

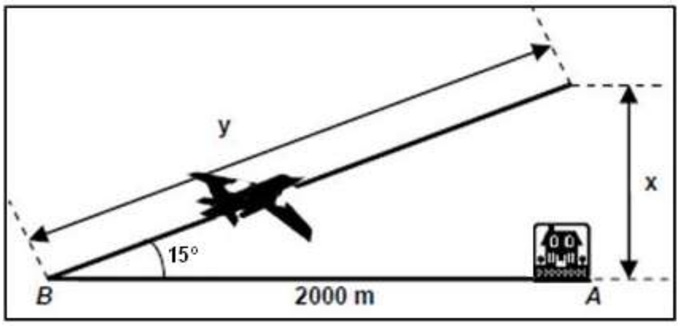
Questão 04) Um ajudante de pedreiro estava descarregando areia de um caminhão por uma rampa de madeira apoiada à caçamba. Se a rampa tem 3 m de comprimento e forma com o solo um ângulo de 30°, qual é a altura entre a caçamba e o solo, representada por *h*? ***(Dados: sen 30º = 0,50, cos 30º = 0,86, tg 30º = 0,57)***



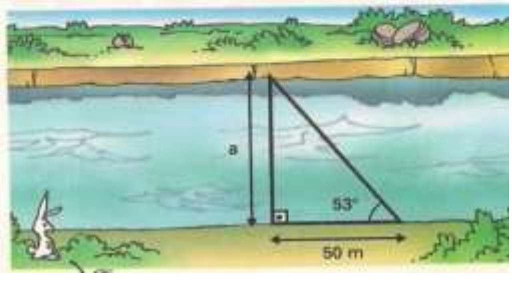
Questão 05) A uma distância de 50 m, uma torre é vista sob um ângulo de 20º, como nos mostra a figura. Determine a altura **h** da torre. **(Dados: sen 20º = 0,34, cos 20º = 0,94 e tg 20º = 0,36)**



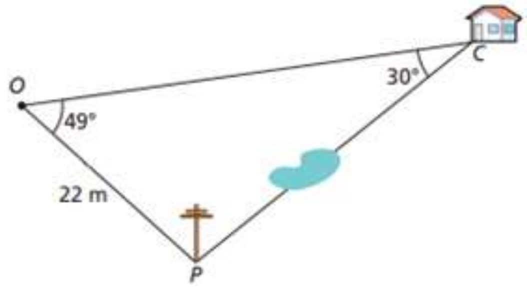
Questão 06) Um avião levanta voo em **B** e sobe fazendo um ângulo constante de 15º com a horizontal. A que altura está e qual distância percorrida, quando alcançar a vertical que passa por um prédio **A** situado a 2 km do ponto de partida?
(Dados: sen 15º = 0,26, cos 15º = 0,97 e tg 15º = 0,27)



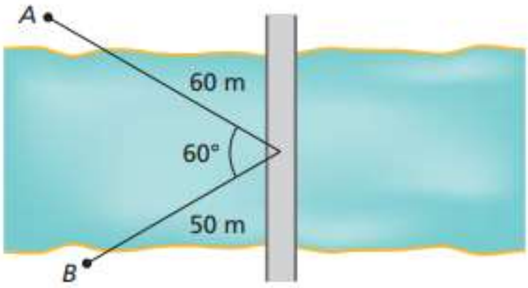
Questão 07) Qual é a largura do rio representado pela figura abaixo?
(Use: sen 53º = 0,80; cos 53º = 0,60; tg 53º = 1,32)



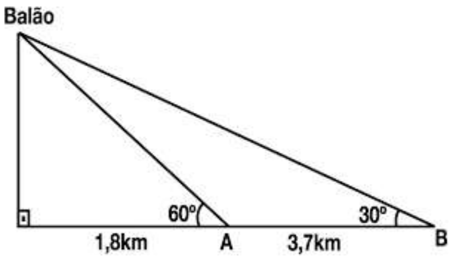
Questão 08) Um fio elétrico será instalado entre um poste P e uma casa C, separados por um lago em um terreno plano. Calcule aproximadamente o comprimento de fio necessário para unir o poste à casa.



Questão 09) De uma ponte, um engenheiro observa dois edifícios, um em cada margem de um rio. O edifício **A** está a 60 m de distância do engenheiro, e o edifício **B**, a 50 m. Considerando as medidas indicadas na figura abaixo, determine a menor distância entre os edifícios **A** e **B**.



Questão 10) Duas pessoas avistaram um balão. A "**pessoa A"** estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°; a "**pessoa B**" estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a "pessoa A", e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30°. Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?



Atividade 1

ATIVIDADE 1

Título: Os catetos e a hipotenusa

Objetivo: Conceituar catetos e hipotenusa.

Material: Quadro de triângulos retângulos 1, roteiro da atividade, papel e caneta ou lápis.

Procedimento: Responda as questões propostas a seguir.

QUESTÕES

1) No triângulo 1 do Quadro de Triângulos quais são os lados do triângulo que formam um ângulo de 90°?

2) No triângulo 2 do Quadro de Triângulos quais são os lados do triângulo que formam um ângulo de 90°?

3) No triângulo 3 do Quadro de Triângulos quais são os lados triângulo que formam um ângulo de 90°?

4) No triângulo 4 do Quadro de Triângulos quais são os lados do triângulo que formam um ângulo de 90°?

5) No triângulo 5 do Quadro de Triângulos quais são os lados do triângulo que formam um ângulo de 90°?

Informação: Os lados de um triângulo retângulo que formam um ângulo de 90° são denominados de catetos.
A palavra cateto vem de Grego *káthetos*, que significa “vertical, perpendicular”.

6) No triângulo 6 do Quadro de Triângulos quais são as medidas dos catetos do triângulo?

7) No triângulo 7 do Quadro de Triângulos quais são as medidas dos catetos do triângulo?

8) No triângulo 8 do Quadro de Triângulos quais são as medidas dos catetos do triângulo?

9) No triângulo 9 do Quadro de Triângulos quais são as medidas dos catetos do triângulo?

10) No triângulo 10 do Quadro de Triângulos quais são as medidas dos catetos do triângulo?

11) O que são os catetos de um triângulo retângulo?

12) No triângulo 1 do Quadro de Triângulos qual é o lado oposto ao ângulo de 90°?

13) No triângulo 2 do Quadro de Triângulos qual é o lado oposto ao ângulo de 90°?

14) No triângulo 3 do Quadro de Triângulos qual é o lado oposto ao ângulo de 90°?

15) No triângulo 4 do Quadro de Triângulos qual é o lado oposto ao ângulo de 90°?

16) No triângulo 5 do Quadro de Triângulos qual é o lado oposto ao ângulo de 90°?

Informação: O lado oposto ao ângulo de 90° de um triangulo retângulo é denominado de hipotenusa.
A palavra hipotenusa vem do Latim *hypotenusa* e do Grego *hypoteinousa*, que significa “o lado mais comprido de um triângulo retângulo”.

17) No triângulo 6 do Quadro de Triângulos qual é a medida da hipotenusa?

18) No triângulo 7 do Quadro de Triângulos qual é a medida da hipotenusa?

19) No triângulo 8 do Quadro de Triângulos qual é a medida da hipotenusa?

20) No triângulo 9 do Quadro de Triângulos qual é a medida da hipotenusa?

21) No triângulo 10 do Quadro de Triângulos qual é a medida da hipotenusa?

22) O que é a hipotenusa de triangulo retângulo?

Atividade de Aprofundamento 1

ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 1

Título: *Quizz sobre o Triângulo Retângulo*
Objetivo: Oportunizar reflexão sobre os lados de um triângulo retângulo.
Materiais necessário: Lista de afirmações, caneta ou lápis.
Procedimento: Analise as afirmações a seguir e as julguem, escrevendo dentro do parêntese, como VÁLIDA ou INVÁLIDA. Justifique sua resposta.

QUIZ

1) (_________________) **Triângulo Retângulo**: é formado por dois catetos e a hipotenusa. Por quê?

2) (_________________) **Catetos**: são considerados os lados menores do triângulo retângulo. Por quê?

3) (_________________) **Hipotenusa**: é o lado oposto ao ângulo reto. Justifique.

4) (_________________) **Catetos**: são os lados do triângulo que formam o ângulo reto. Por quê?

5) (_________________) **Hipotenusa**: considerado o menor lado do triângulo retângulo. Por quê?

6) (_________________) **Catetos**: são classificados em cateto adjacente e cateto oposto. Por quê?

7) (_________________) **Cateto Oposto**: é lado oposto ao ângulo de 90º. Por quê?

8) (_________________) **Cateto Adjacente**: é considerado o maior lado do triângulo. Por quê?

9) (_________________) **Hipotenusa**: é o lado que forma o ângulo de 90º. Por quê?

10) (_________________) **Cateto Oposto** é o lado em frente a um dado ângulo e o **Cateto Adjacente** é o lado colado a este mesmo ângulo. Por quê?

Atividade 2

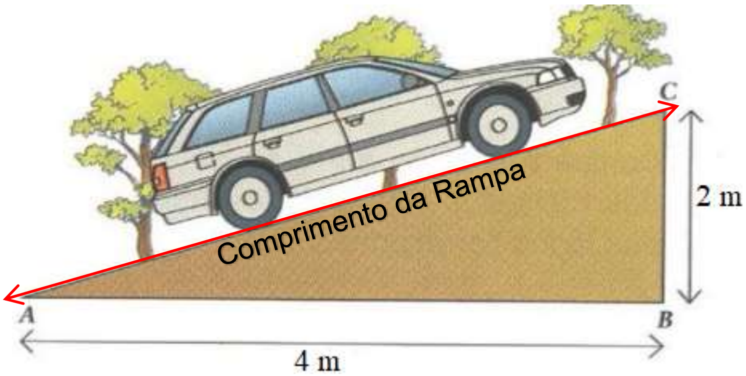
De professor para professor...

Prezado(a) colega,

Esta atividade tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação entre os lados de um triângulo retângulo. Para isso, sugerimos uma **Questão Inicial** que deverá ser solucionada em dois momentos: 1º *a priori* e 2º *a posteriori*.

No 1º Momento, espera-se que os alunos apresentem dificuldades e não consigam solucionar o problema. No entanto, no 2º momento, após a realização da atividade sobre o **"Teorema de Pitágoras"**, espera-se que os estudantes tenham compreendido e conteúdo e consigam apresentar a solução correta para o problema.

QUESTÃO INICIAL: Ao subir uma rampa um veículo eleva-se a uma altura máxima de 2 m, conforme ilustrado na figura a segui:



Neste sentido, qual a distância AC percorrida pelo veículo ao subir completamente esta rampa?

Resolução *a priori*:

Resolução *a posteriori*:

ATIVIDADE 2

Título: Teorema de Pitágoras
Objetivo: Descobrir uma relação entre os lados de um triangulo retângulo.
Materiais necessários: Quadro de triângulos 2, papel, caneta ou lápis.
Procedimentos: Para cada triângulos do Quadro de Triângulos:

- Considere como ***a*** o maior lado em cada triângulo;
- Considere como **b** e **c** os demais lados;

COM OS DADOS OBTIDOS PREENCHA O QUADRO A SEGUIR

Triângulo	a	b	c	a^2	b^2	c^2	b^2+c^2	O triangulo é retângulo?		$a^2=b^2+c^2$	
								Sim	Não	Sim	Não
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Observação:

Conclusão:

Os alunos deverão concluir que ...

Em um triângulo retângulo, o maior lado (hipotenusa) elevado ao quadrado é igual a soma dos quadrados dos dois lados menores (catetos), isto é, **$a^2 = b^2 + c^2$**.

Atividade 3

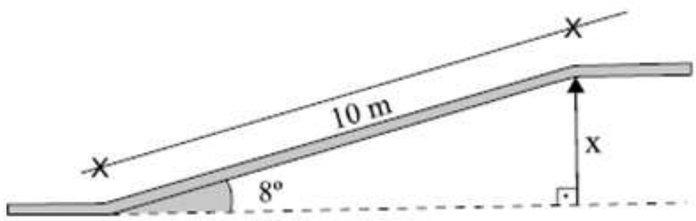
De professor para professor...

Prezado(a) colega,

Esta atividade tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação entre o cateto oposto a um ângulo e a hipotenusa em um triangulo retângulo. Para isso, sugerimos uma **Questão Inicial** que deverá ser solucionada em dois momentos: 1º *a priori* e 2º *a posteriori*.

No 1º Momento, espera-se que os alunos apresentem dificuldades e não consigam solucionar o problema. No entanto, no 2º momento, após a realização da atividade sobre o **"seno de um ângulo no triângulo retângulo"**, espera-se que os estudantes tenham compreendido e conteúdo e consigam apresentar a solução correta para o problema.

QUESTÃO INICIAL: Para ter acesso a sala de aula, um estudante cadeirante sobe uma rampa lisa com 10 m de comprimento, que faz um ângulo de 8° com o plano horizontal. Qual é a altura do topo da rampa em relação ao ponto de partida, indicada por x na figura?



Resolução *a priori*:

Resolução *a posteriori*:

ATIVIDADE 3

Título: Seno de um ângulo no triângulo retângulo

Objetivo: Descobrir uma relação entre o cateto oposto a um ângulo e a hipotenusa em um triangulo retângulo.

Materiais necessários: Quadro de triângulos 3, lápis ou caneta, papel e calculadora (opcional).

Procedimentos: Para cada triângulo do quadro de triângulos 3, faça o seguinte:

- Determine a medida do cateto oposto (C.O) ao ângulo indicado e medida da hipotenusa (h) do triângulo;
- Determine a razão (divisão) entre o (C.O) e a (h).

COM OS DADOS OBTIDOS PREENCHA O QUADRO A SEGUIR

Triângulo	Ângulo	Medida do cateto oposto (C.O)	Medida da hipotenusa (h)	$\frac{(C.O)}{(h)}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

Observação:

Conclusão:

Os alunos deverão concluir que ...

A razão entre a medida do cateto oposto (C.O) a um ângulo e a medida da hipotenusa de um triângulo é sempre um valor constante $\left(sen\beta = \frac{C.O}{Hipotenusa}\right)$.

Atividade 4

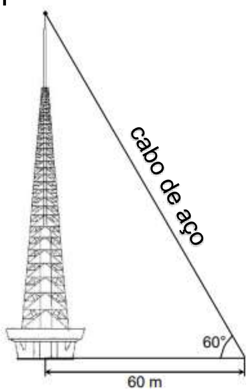
De professor para professor...

Prezado(a) colega,

Esta atividade tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação entre o cateto adjacente a um ângulo e a hipotenusa em um triangulo retângulo. Para isso, sugerimos uma **Questão Inicial** que deverá ser solucionada em dois momentos: 1º *a priori* e 2º *a posteriori*.

No 1º Momento, espera-se que os alunos apresentem dificuldades e não consigam solucionar o problema. No entanto, no 2º momento, após a realização da atividade sobre o **"cosseno de um ângulo no triângulo retângulo"**, espera-se que os estudantes tenham compreendido e conteúdo e consigam apresentar a solução correta para o problema.

QUESTÃO INICIAL: Um cabo de aço foi fixado no topo de uma torre até certo ponto do solo formando um ângulo de 60º com o plano horizontal.



Sabendo que a distância entre a torre e a extremidade do cabo no solo é de 60 m, qual é o tamanho do cabo de aço?

Resolução *a priori*:

Resolução *a posteriori*:

ATIVIDADE 4

Título: O Cosseno de um ângulo no triângulo retângulo

Objetivo: Descobrir uma relação entre o cateto adjacente a um ângulo e a hipotenusa em um triângulo retângulo.

Materiais necessários: Quadro de triângulos 3, lápis ou caneta, papel e calculadora (opcional).

Procedimentos: Para cada triângulo do quadro de triângulos 3, faça o seguinte:

- Determine a medida do cateto adjacente (C.A) ao ângulo indicado e medida da hipotenusa (h) do triângulo;
- Determine a razão (divisão) entre o (C.A) e a (h).

COM OS DADOS OBTIDOS PREENCHA O QUADRO A SEGUIR

Triângulo	Ângulo	Medida do cateto adjacente (C.A)	Medida da hipotenusa (h)	$\frac{(\text{C.A})}{(\text{h})}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

Observação:

Conclusão:

Os alunos deverão concluir que ...

A razão entre a medida do cateto adjacente (C.A) a um ângulo e a medida da hipotenusa de um triângulo é sempre um valor constante $\left(cos\beta = \frac{C.A}{Hipotenusa}\right)$.

Atividade 5

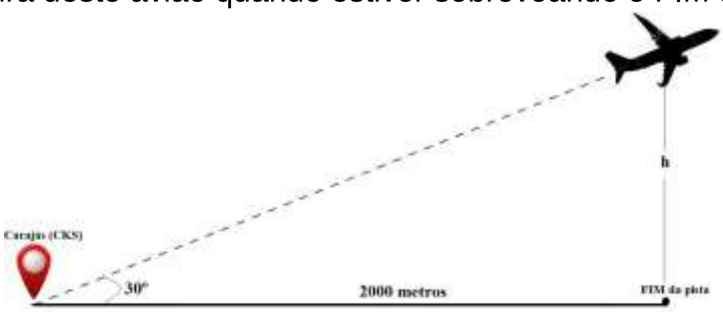
De professor para professor...

Prezado(a) colega,

Esta atividade tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação entre o cateto oposto e cateto adjacente a um ângulo e a hipotenusa em um triangulo retângulo. Para isso, sugerimos uma **Questão Inicial** que deverá ser solucionada em dois momentos: 1º *a priori* e 2º *a posteriori*.

No 1º Momento, espera-se que os alunos apresentem dificuldades e não consigam solucionar o problema. No entanto, no 2º momento, após a realização da atividade sobre a **"tangente de um ângulo no triângulo retângulo"**, espera-se que os estudantes tenham compreendido e conteúdo e consigam apresentar a solução correta para o problema.

QUESTÃO INICIAL: Ao levantar voo no aeroporto de Carajás (CKS), um avião forma um ângulo de 30° em relação à pista, que possui 2000 m de comprimento. Qual será a altura deste avião quando estiver sobrevoando o FIM da pista?



Resolução *a priori*:

Resolução *a posteriori*:

ATIVIDADE 5

Título: Tangente de um ângulo no triângulo retângulo

Objetivo: Descobrir uma relação entre o cateto oposto e cateto adjacente a um ângulo em um triângulo retângulo.

Materiais necessários: Quadro de triângulos 3, lápis ou caneta, papel e calculadora (opcional).

Procedimentos: Para cada triângulo do quadro de triângulos 3, faça o seguinte:

- Determine a medida do cateto oposto (C.O) e do cateto adjacente (C.A) ao ângulo indicado;
- Determine a razão (divisão) entre o (C.O) e o (C.A).

COM OS DADOS OBTIDOS PREENCHA O QUADRO A SEGUIR

Triângulo	Ângulo	Medida do cateto oposto (C.O)	Medida do cateto adjacente (C.A)	$\frac{(C.O)}{(C.A)}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

Observação:

Conclusão:

Os alunos deverão concluir que ...

A razão entre a medida do cateto oposto (C.O) e a medida do cateto adjacente (C.A) a um ângulo é sempre um valor constante $\left(tg\beta = \frac{C.O}{C.A}\right)$.

Atividade 6

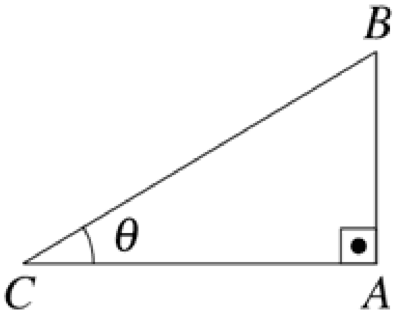
De professor para professor...

Prezado(a) colega,

Esta atividade tem como objetivo levar o estudante a descobrir a razão entre o seno e cosseno no triangulo retângulo. Para isso, sugerimos uma **Questão Inicial** que deverá ser solucionada em dois momentos: 1º *a priori* e 2º *a posteriori*.

No 1º Momento, espera-se que os alunos apresentem dificuldades e não consigam solucionar o problema. No entanto, no 2º momento, após a realização da atividade sobre a **"razão entre seno e cosseno no triângulo retângulo"**, espera-se que os estudantes tenham compreendido e conteúdo e consigam apresentar a solução correta para o problema.

QUESTÃO INICIAL: O professor de matemática solicitou a João que calculasse a tangente do ângulo **ɵ** no triângulo a seguir. No entanto, os únicos dados que o professor informou foi: **seno ɵ = 0,848** e **cosseno ɵ = 0,53**. Sabendo que a questão foi respondida corretamente, qual foi o valor encontrado por João para a tangente do ângulo **ɵ**?



Resolução *a priori*:

Resolução *a posteriori*:

ATIVIDADE 6

Título: Razão entre seno e cosseno no triângulo retângulo

Objetivo: Descobrir a razão entre seno e cosseno no triângulo retângulo.

Materiais necessários: Quadro de triângulos 3, lápis ou caneta, papel e calculadora (opcional).

Procedimentos: Para cada triângulo do quadro de triângulos 3, faça o seguinte:

- Determine o SENO, COSSENO e TANGENTE do ângulo indicado;
- Calcule a razão (divisão) entre seno e cosseno do ângulo indicado.

COM OS DADOS OBTIDOS PREENCHA O QUADRO A SEGUIR

Triângulo	Ângulo β	Seno β	Cosseno β	Tangente β	$\frac{sen\beta}{cos\beta}$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

Observação:

Conclusão:

Os alunos deverão concluir que ...

A razão entre o seno e o cosseno de um ângulo é igual a tangente desse mesmo ângulo $\left(tg\beta = \frac{sen\beta}{cos\beta}\right)$.

Atividade de Aprofundamento 2

ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 2

Título: Baralho das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Objetivo: Aprofundar a aprendizagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo.

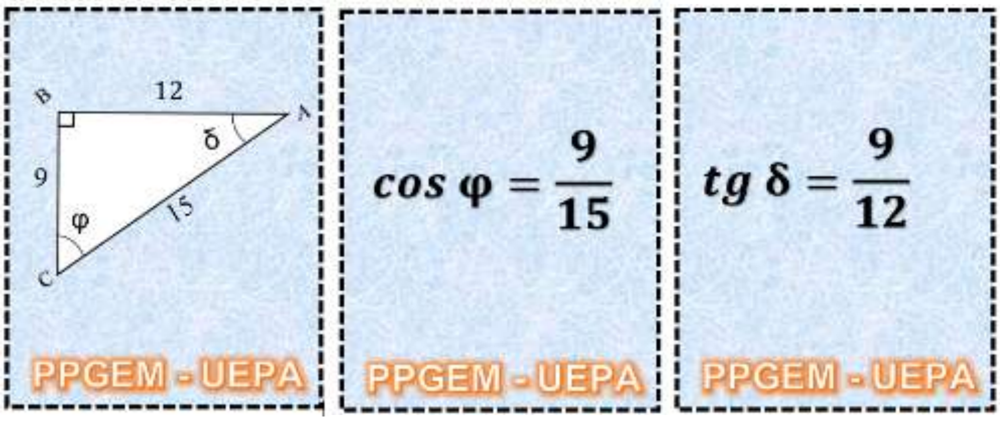
Participantes: 04 ou 05 alunos.

Material: 32 Cartas Triângulo e 48 Cartas Relações Trigonométricas.

Regra do Jogo:

1. A turma deve ser organizada em grupos e cada um desses grupos receberá um Baralho das Relações Trigonométrico;
2. As cartas dever ser embaralhadas e distribuídas em quantidade de 06 (seis) cartas para cada estudante;
3. As cartas restantes ficarão sobre a mesa com a face virada para baixo;
4. Um dos estudantes inicia a partida "comprando" uma carta do monte sobre a mesa, podendo ficar com a cada comprada ou descartá-la;
5. O objetivo é formar uma trinca composta por: 1 Carta Triângulo e 2 Cartas Relação Trigonométrica;
6. O jogo continua, com os alunos tendo duas opções de compra, ou do monte de cartas ou a última carta descartada do jogo;
7. Ganha o jogo quem conseguir forma, primeiro, 02 (duas) trincas.

Veja o exemplo de uma trinca:



Observação: A presente atividade (Baralho Trigonométrico) foi adaptada de Gomes (2013).

Atividade de Aprofundamento 3

ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 3

Título: Situações problemas envolvendo as Razões Trigonométricas no triângulo retângulo

Objetivo: Consolidar o aprendizado das Relações Trigonométricas no triângulo retângulo por meio de uma lista de exercícios contendo 10 questões.

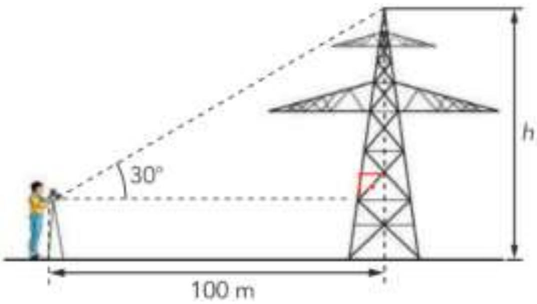
Material Necessário: Folha de exercícios.

Procedimento: Entregar a cada aluno uma cópia da folha de exercício, e solicitar que resolvam as questões.

QUESTÕES

Questão 01: Uma pipa é presa a um fio esticado que forma um ângulo de 45º com o solo. O comprimento do fio é 80m. Determine a altura da pipa em relação ao solo. (Se necessário, use: $\sqrt{2} = 1,4$)

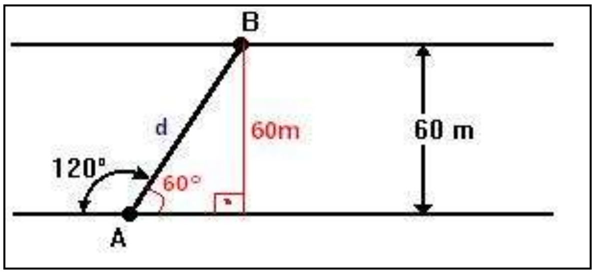
Questão 02: Para determinar a altura de uma torre, um topógrafo coloca o teodolito a 100 m da base e obtém um ângulo de medida de abertura de 30°, conforme mostra a imagem. O teodolito é um instrumento que mede a abertura de ângulos horizontais ou verticais, muito utilizado em topografia.



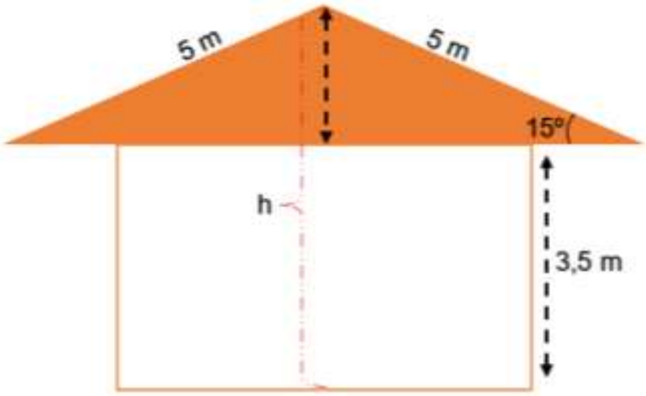
Fonte: (Dante, 2020, p. 27)

Sabendo que a luneta do teodolito está a 1,70 m do solo, qual é a medida de comprimento aproximada da altura da torre?

Questão 03: Um barco parte do ponto "**A"** para atravessar o rio. A direção de seu deslocamento forma um ângulo de 120° com a margem do rio. Sendo a largura do rio 60m, a distância, em metros, percorrida pelo barco foi de:

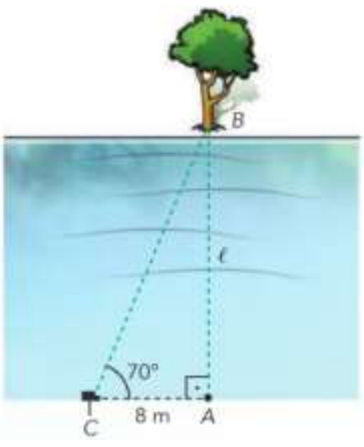


Questão 04: Um engenheiro projetou o seguinte *croqui* de uma casa.



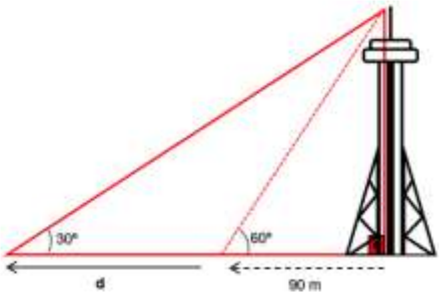
Determine a altura (h = distância entre o ponto mais alto em relação ao solo) desta casa.

Questão 05: Considere que, em determinado rio, a medida de distância entre os pontos C e A seja de 8 metros, e que a medida obtida para a abertura do ângulo $B\hat{C}A$ tenha sido de 70°, como na imagem a seguir. Nessas condições, qual é medida de comprimento da largura desse rio?



Fonte: (Dante, 2020, p. 28)

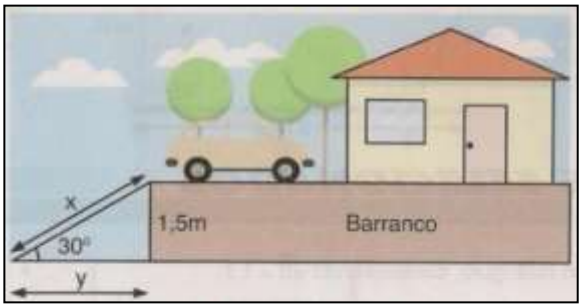
Questão 06: Uma pessoa encontra-se num ponto A, localizado na base de uma torre, conforme mostra a figura adiante. Se ela caminhar 90 metros em linha reta, chegará a um ponto B, de onde poderá ver o topo C da torre, sob um ângulo de 60°. Quantos metros ela deverá se afastar do ponto A, andando em linha reta no sentido de A para B, para que possa enxergar o topo da torre sob um ângulo de 30°?



Questão 07: Um topógrafo foi chamado para obter a altura de um poste de energia elétrica. Para fazer isto, ele colocou um teodolito (instrumento para medir ângulos) a 10,5 m do poste e mediu o ângulo de 30º, como indicado na figura a seguir:

Sabendo que a luneta do teodolito está a uma altura de 1 metro do solo, qual é a altura (h) aproximada deste poste?

Questão 08: Observe a figura e determine:



a) Qual é o comprimento da rampa?

b) Qual é a distância do início da rampa ao barranco?

Atividade 7

De professor para professor...

Prezado(a) colega,

Esta atividade tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação entre o seno e cosseno no triangulo retângulo. Para isso, sugerimos uma **Questão Inicial** que deverá ser solucionada em dois momentos: 1º *a priori* e 2º *a posteriori*.

No 1º Momento, espera-se que os alunos apresentem dificuldades e não consigam solucionar o problema. No entanto, no 2º momento, após a realização da atividade sobre a **"teorema fundamental da trigonometria"**, espera-se que os estudantes tenham compreendido e conteúdo e consigam apresentar a solução correta para o problema.

QUESTÃO INICIAL:

Determine o valor aproximado do seno de 25º, sabendo que $\cos 25º \cong 0,906$.

Resolução *a priori*:

Resolução *a posteriori*:

ATIVIDADE 7

Título: Teorema Fundamental da Trigonometria

Objetivo: Descobrir uma relação entre seno e cosseno de um ângulo no triângulo retângulo.

Materiais necessários: Quadro de triângulos 3, lápis ou caneta, papel e calculadora (opcional).

Procedimentos: Para cada triângulo do quadro de triângulos 3, faça o seguinte:

- Determine o seno do ângulo indicado;
- Determine o cosseno do ângulo indicado.

COM OS DADOS OBTIDOS PREENCHA O QUADRO A SEGUIR

Triângulo	Ângulo β	senβ	cosβ	sen²β	cos²β	sen²β + cos²β
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

Observação:

Conclusão:

Os alunos deverão concluir que ...

O seno ao quadro de um ângulo, mais o cosseno ao quadrado desse mesmo ângulo é igual a 1 (um), isto é, $sen^2\beta + cos^2\beta = 1$.

Atividade 8

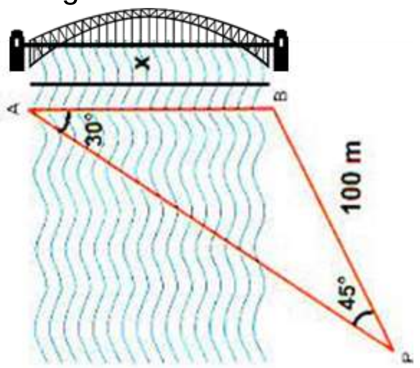
De professor para professor...

Prezado(a) colega,

Esta atividade tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação entre as razões dos lados e os valores do seno dos respectivos ângulos opostos de um triângulo qualquer. Para isso, sugerimos uma **Questão Inicial** que deverá ser solucionada em dois momentos: 1º *a priori* e 2º *a posteriori*.

No 1º Momento, espera-se que os alunos apresentem dificuldades e não consigam solucionar o problema. No entanto, no 2º momento, após a realização da atividade sobre a **"lei dos senos"**, espera-se que os estudantes tenham compreendido e conteúdo e consigam apresentar a solução correta para o problema.

QUESTÃO INICIAL: Sob o rio Parauapebas será construída uma ponte AB. De um ponto P, a 100 m de B, mediu-se o ângulo APB = 45º e do ponto A, mediu-se o ângulo PAB = 30º. Calcule o comprimento da ponte.



Resolução *a priori*:

Resolução *a posteriori*:

ATIVIDADE 8

Título: Lei dos Senos

Objetivo: Descobrir uma relação entre as razões dos lados e os valores do seno dos respectivos ângulos opostos de um triângulo qualquer.

Materiais necessários: Quadro de triângulos 4, lápis ou caneta, papel e calculadora (opcional).

Procedimentos: Para cada triângulo do quadro de triângulo 4, faça o seguinte:

- Anote as medidas (a, b, c) correspondentes a cada lado do triângulo;
- Calcule o valor do seno dos ângulos indicados em cada triângulo;
- Determine a relação entre as razões dos lados e os respectivos valores do seno do ângulo oposto a esses lados.

COM OS DADOS OBTIDOS PREENCHA O QUADRO A SEGUIR

Triângulo	Lados			Seno dos ângulos			$\frac{a}{sen\,\hat{A}}$	$\frac{b}{sen\,\hat{B}}$	$\frac{c}{sen\,\hat{C}}$
	a	B	c	$sen\,\hat{A}$	$sen\,\hat{B}$	$sen\,\hat{C}$			
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									

Observação:

Conclusão:

Os alunos deverão concluir que ...

Em um triângulo qualquer, o seno de um ângulo é sempre proporcional à medida do lado oposto a esse ângulo, ou seja,

$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{b}{sen\,\hat{B}} = \frac{c}{sen\,\hat{C}}$$

Atividade 9

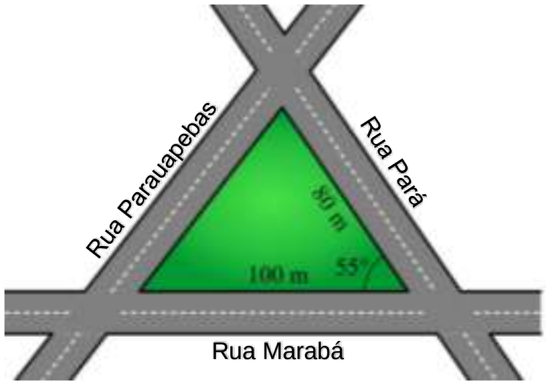
De professor para professor...

Prezado(a) colega,

Esta atividade tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação entre a medida dos lados de um triângulo qualquer e o cosseno de um dos seus ângulos. Para isso, sugerimos uma **Questão Inicial** que deverá ser solucionada em dois momentos: 1º *a priori* e 2º *a posteriori*.

No 1º Momento, espera-se que os alunos apresentem dificuldades e não consigam solucionar o problema. No entanto, no 2º momento, após a realização da atividade sobre a **"lei dos cossenos"**, espera-se que os estudantes tenham compreendido e conteúdo e consigam apresentar a solução correta para o problema.

QUESTÃO INICIAL: Uma pracinha triangular será construída entre três ruas, como mostra a figura.



Determine o comprimento do lado da pracinha referente a Rua Parauapebas.

Resolução *a priori*:

Resolução *a posteriori*:

ATIVIDADE 9

Título: Lei dos Cossenos

Objetivo: Descobrir uma relação entre a medida dos lados de um triângulo qualquer e o cosseno de um dos seus ângulos

Materiais necessários: Quadro de triângulos 4, lápis ou caneta, papel e calculadora (opcional).

Procedimentos: Para cada triângulo da Lista de Triângulo 4, faça o seguinte:

- Anote a medida do ângulo $\hat{A}$;
- Determine o valor do cosseno do ângulo $\hat{A}$;
- Anote os valores correspondentes as medidas dos alados do triângulo (a, b, c);

COM OS DADOS OBTIDOS PREENCHA O QUADRO A SEGUIR

Triângulo	Ângulo($\hat{A}$)	cos($\hat{A}$)	A	B	c	a^2	b^2	c^2	$b^2+c^2 - 2.b.c.\cos(\hat{A})$
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									

Observação:

Conclusão:

Os alunos deverão concluir que ...

O quadrado da medida de um dos lados de um triângulo é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados, menos duas vezes o produto das medidas desses lados pelo cosseno do ângulo que eles formam, ou seja, $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos(\hat{A})$.

Atividade de Aprofundamento 4

ATIVIDADE DE APROFUNDAMENTO 4

Título: Situações problemas envolvendo as Lei dos Senos e Lei dos Cossenos

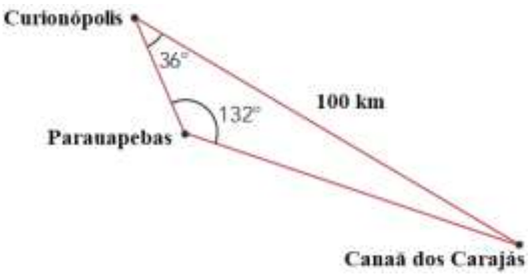
Objetivo: Consolidar o aprendizado das Relações Trigonométricas em um triângulo qualquer por meio de uma lista de exercícios contendo 08 questões.

Material Necessário: Folha de exercícios.

Procedimento: Entregar a cada aluno uma cópia da folha de exercício, e solicitar que resolvam as questões.

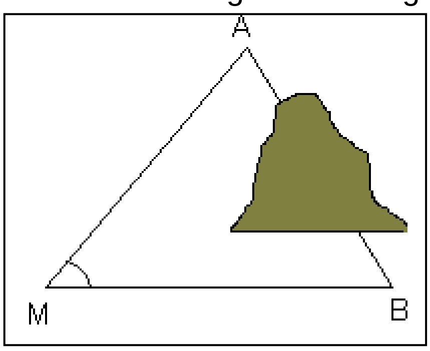
QUESTÕES

Questão 01: Curionópolis, Parauapebas e Canaã dos Carajás são cidades do sudeste paraense e a localização delas pode ser representada pelo triângulo a seguir.

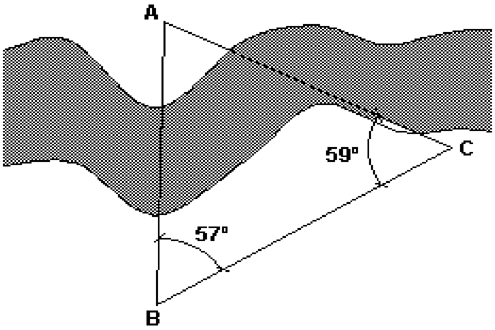


Considerando os dados indicados na figura, determine a medida de distância aproximada entre Parauapebas e Canaã dos Carajás.

Questão 02: Calcule a distância dos pontos A e B, entre os quais há uma montanha, sabendo que suas distâncias a um ponto fixo M são de 2km e 3km, respectivamente. A medida do ângulo $A\hat{M}B$ é igual a 60º.

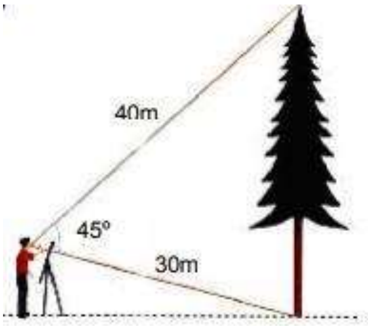


Questão 03: Uma ponte deve ser construída sobre um rio, unindo os pontos A e B, conforme ilustrado na figura a seguir.

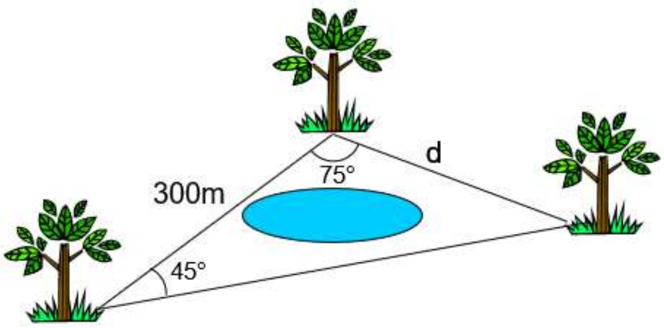


Para calcular o comprimento $\overline{AB}$, escolhe-se um ponto C, na mesma margem em que B está, e medem-se os ângulos $C\hat{B}A$ = 57° e $A\hat{C}B$ = 59°. Sabendo que $\overline{BC}$ mede 30m, indique, em metros, a distância $\overline{AB}$. (Dado: use as aproximações sen(59°) ≈ 0,87 e sen(64°) ≈ 0,90)

Questão 04: A figura mostra um topógrafo medindo uma árvore. Pode-se dizer que a altura da árvore é: (Use: $\sqrt{2} = 1{,}4$)

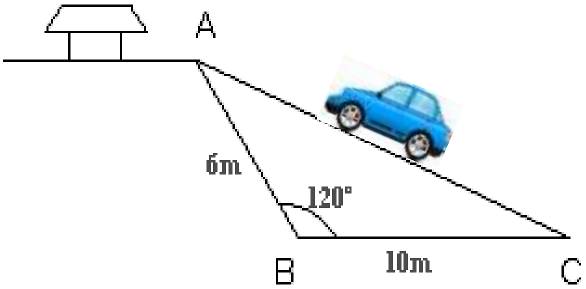


Questão 05: Um agrimensor quer medir a distância entre duas árvores. De acordo com os dados, determine a distância (d) indicada na figura.

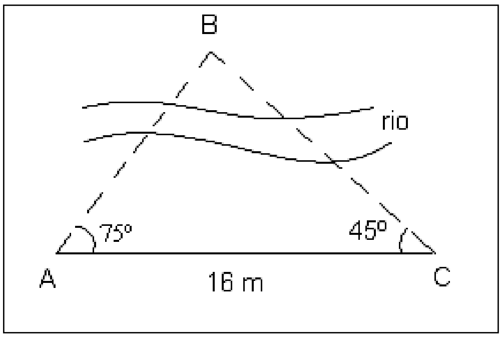


Questão 06: A figura abaixo mostra o corte lateral de um terreno onde será construída uma rampa reta, $\overline{AC}$, que servirá para o acesso de veículos à casa, que se encontra

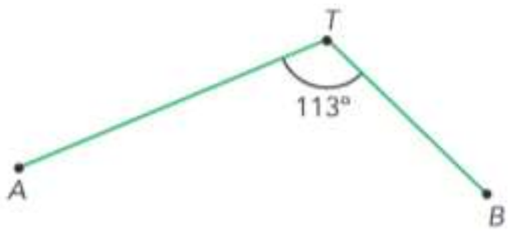
na parte mais alta do terreno. A distância de A a B é de 6 m, de B a C é de 10 m e o ângulo ABC mede 120º. Qual deve ser o valor do comprimento da rampa em metros?



Questão 07: Um topógrafo pretende medir a distância entre dois pontos (A e B) situados em margens opostas de um rio. Para isso, ele escolheu um ponto C na margem em que está, e mediu os ângulos $A\hat{C}B$ e $C\hat{A}B$, encontrando, respectivamente, 45° e 75º. Determine $\overline{AB}$, sabendo que $\overline{AC}$ mede 16 m. (Utilize $\sqrt{2} \cong 1{,}4$).



Questão 08: Dois barcos partem de um ponto T, percorrendo rotas lineares em direção aos pontos A e B, com medidas de velocidade constante de 60 km/h e 45 km/h, respectivamente. Os barcos chegam aos pontos A e B após 2 horas, e a medida de abertura do ângulo formado entre os percursos é de aproximadamente 113°. Nessa situação, qual é a medida de distância entre os barcos nesses pontos?



3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta Sequência Didática (SD) foi desenvolvida com objetivo de contribuir com o ensino e aprendizagem do conteúdo Trigonometria no Triângulo. Neste sentido, as atividades propostas foram desenvolvidas à luz das Tendências em Educação Matemática: Ensino de Matemática por Atividades Experimentais; Resolução de Problemas e Jogo Matemática.

A validação desta SD por meio de um Produto Educacional resultante de uma Dissertação de Mestrado é um passo significativo na demonstração da sua eficácia. A pesquisa conduzida por Silva (2023, intitulada: “Ensino de Trigonometria no Triângulo por Atividades Experimentais”, buscou verificar como uma sequência de atividades experimentais, para o ensino de matemática, pode favorecer a construção do conhecimento de alunos do 2° ano do ensino médio no processo de ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo. Os resultados obtidos nesse estudo oferecem uma sólida base de evidências de que abordagens práticas e envolventes têm o potencial de aprimorar significativamente a compreensão e o desempenho dos estudantes em matemática.

Deste modo, ao fornecer um recurso educacional estruturado e fundamentado nas melhores práticas de Educação Matemática, a SD busca tornar o ensino de matemática, especificamente o ensino da trigonometria, mais significativo para os estudantes. Isso significa não apenas transmitir conhecimento, mas também incentivar a participação ativa dos alunos, desafiá-los a resolver problemas reais e promover um ambiente de aprendizagem dinâmico.

Portanto, esta Sequência Didática representa uma contribuição importante para a melhoria do ensino da matemática. Espera-se que sua aplicação nas salas de aula possa ajudar os estudantes a desenvolver habilidades matemáticas sólidas e uma compreensão mais profunda da trigonometria, preparando-os para enfrentar com confiança os desafios matemáticos futuros.

4. REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

ALMEIDA, Adelaide M. J. M. de; *et al*. O uso de jogos como estratégia de ensino de matemática. **IV CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO.** – A Educação brasileira: desafios na atualidade. João Pessoa-PB: 15 a 18 de novembro de 2017.

ARRUDA, Thaline Cabral; FREITAS, Glória Maria Miranda de. Contribuições do ensino de matemática através de jogos. Congresso Internacional de Educação e Inclusão: CINTEDI – Práticas Pedagógicas, Direitos Humanos e Interculturalidades. João Pessoa-PA: UEPB, 2015.

MOREIRA, Maysa de F.; FONSECA, Tânia A. F.; NASCIMENTO, Rosalina M. L. L. do. Metodologias com o uso de jogos e suas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem em matemática. **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. – Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP: 13 a 16 de julho de 2016.

ONUCHIC, L. R. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos?** IV Jornada Nacional de Educação Matemática. Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo - UPF, 2012.

PIMENTA, Ligia Cristina; CARNEIRO, Reginaldo Fernando; LASARETTO, Lucilaine Nunes. O jogo no ensino de matemática: limites e potencialidades. **Cadernos da Pedagogia**. São Carlos: Ano 7 v.7 n.14, p. 126-144, jan-jun 2014.

POLYA, George (1987). **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades**. Belém: SINEPEM, 2019.

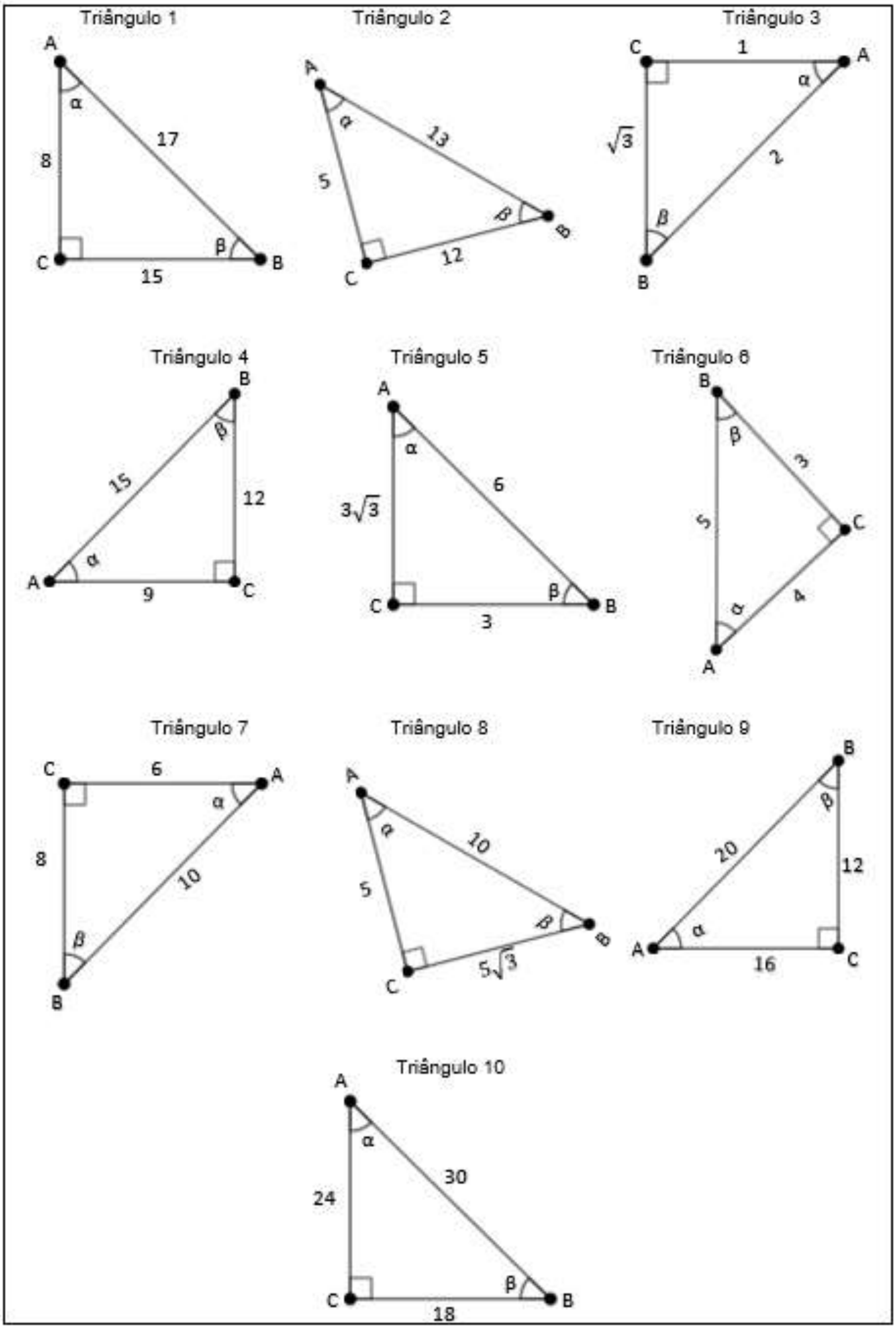
SÁ, Pedro Franco de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC** – Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Ano 15, Número 35, p.143-162, 2020.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades da resolução de problemas em aulas de matemática**. Belém: IFPA, 2021.

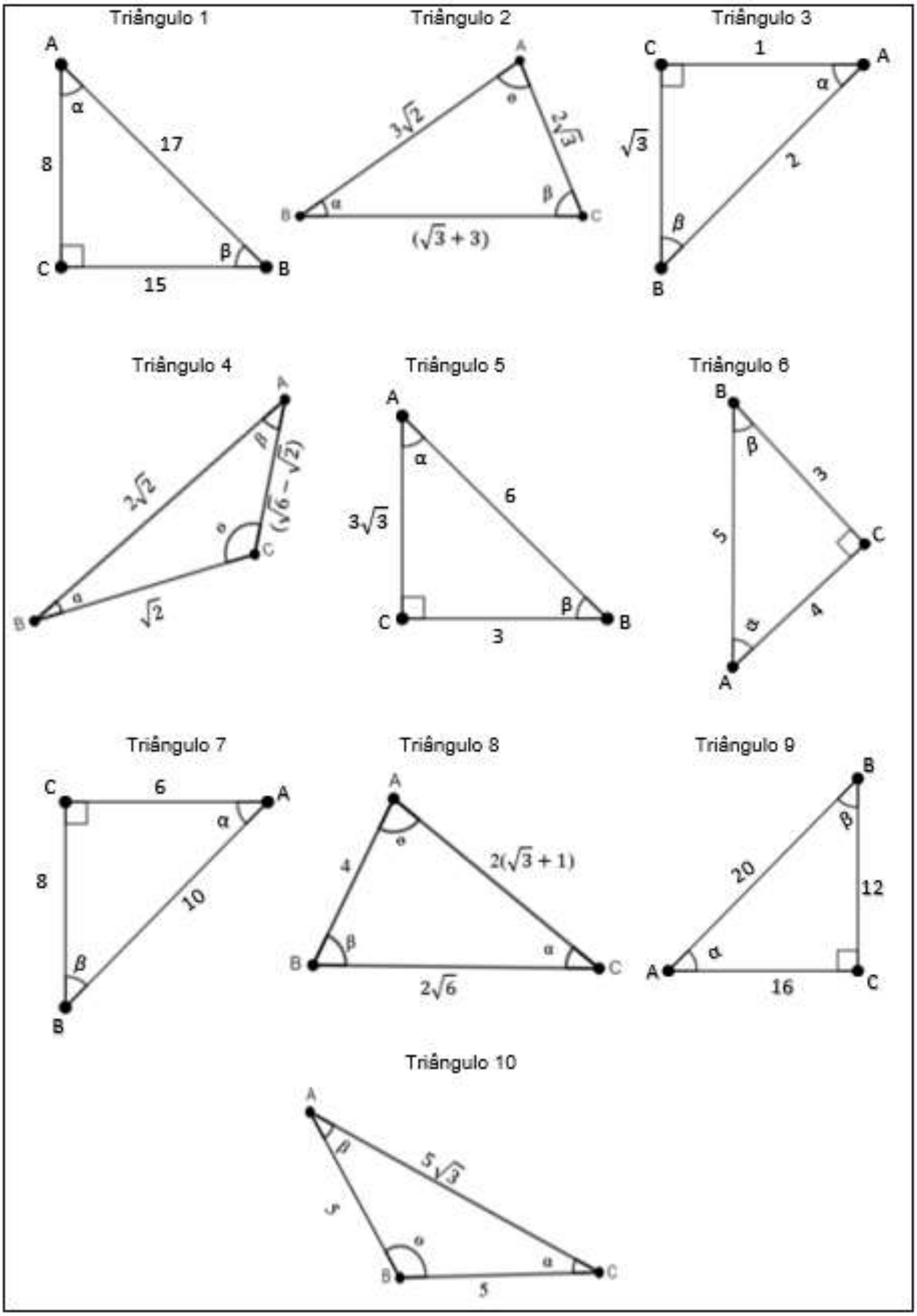
SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo Souza; FOSSA, John Andrew. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática**. Revista Cocar**. Edição Especial N.14/2022, p.1-20, Belém, 2022.

5. APÊNDICES

APÊNDICE A: QUADRO DE TRIÂNGULOS 1

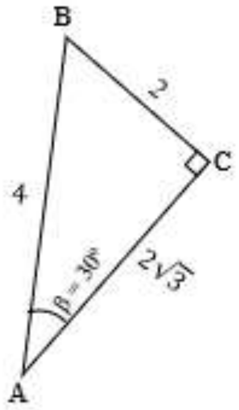


APÊNDICE B: QUADRO DE TRIÂNGULOS 2

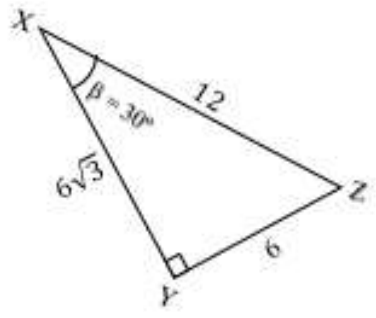


APÊNDICE C: QUADRO DE TRIÂNGULOS 3

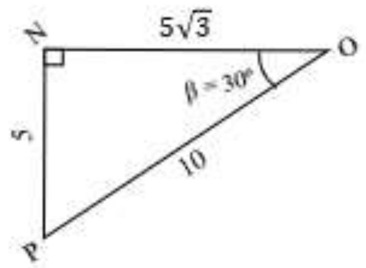
Triângulo 1



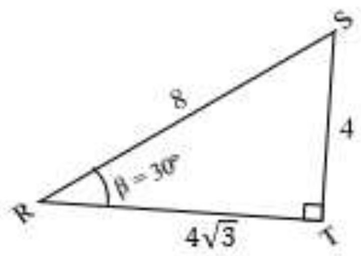
Triângulo 2



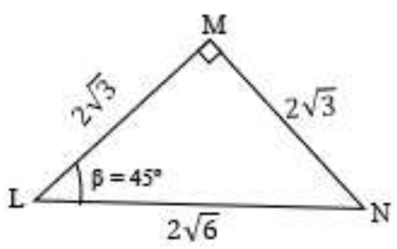
Triângulo 3



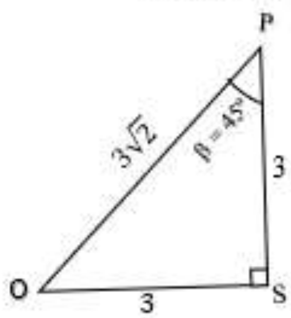
Triângulo 4



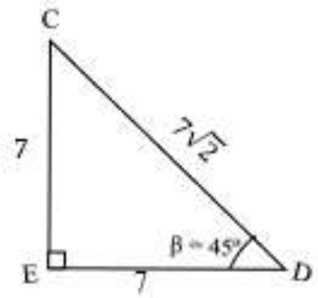
Triângulo 5



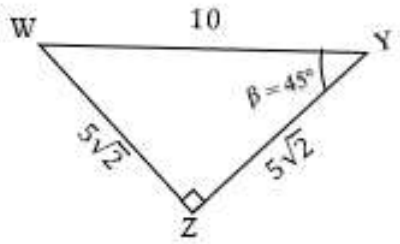
Triângulo 6



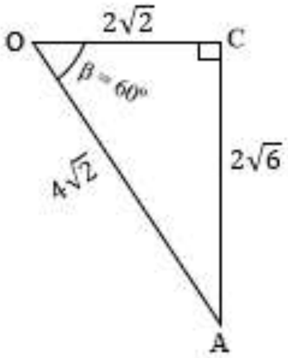
Triângulo 7



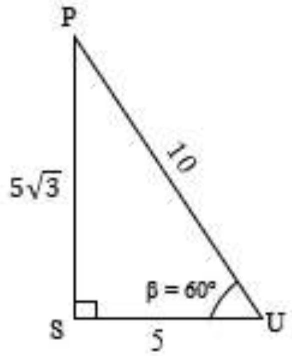
Triângulo 8



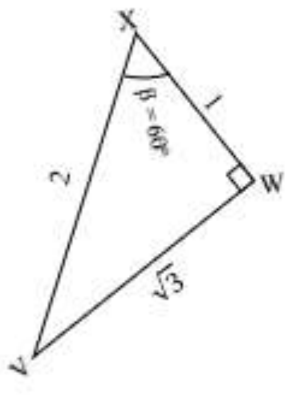
Triângulo 9



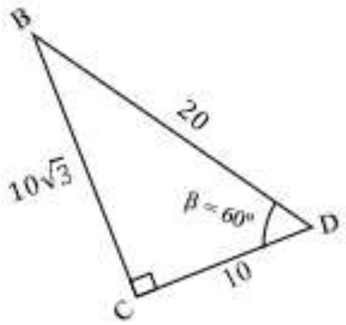
Triângulo 10



Triângulo 11

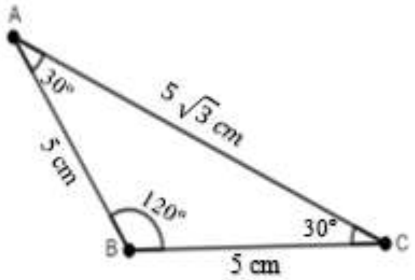


Triângulo 12

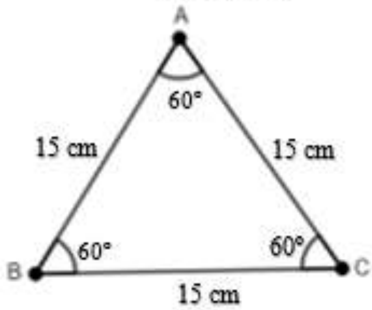


APÊNDICE D: QUADRO DE TRIÂNGULOS 4

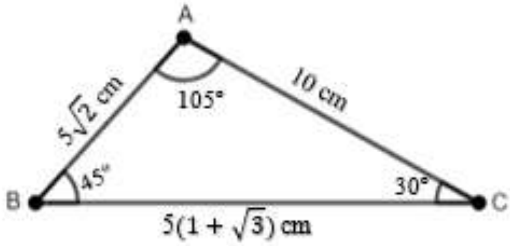
Triângulo 1



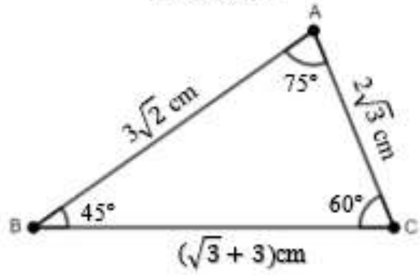
Triângulo 2



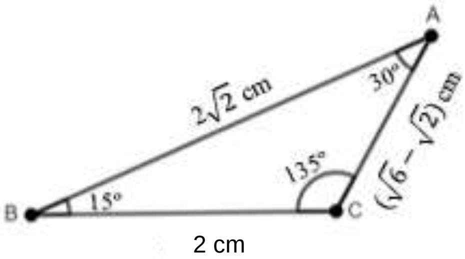
Triângulo 3



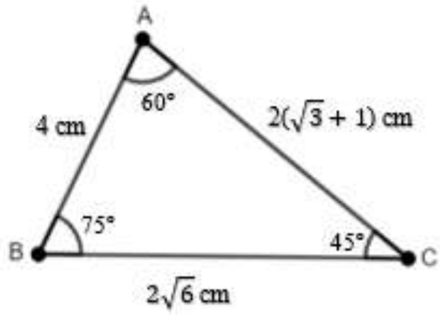
Triângulo 4



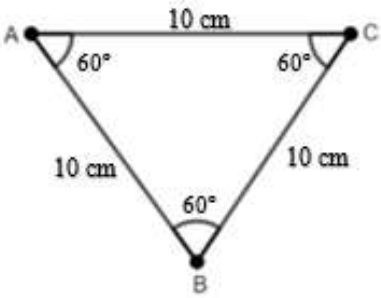
Triângulo 5



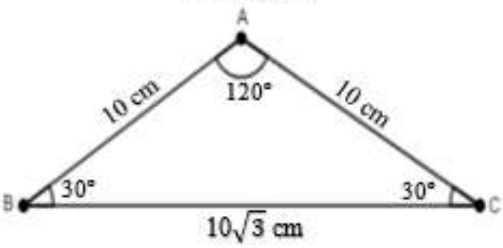
Triângulo 6



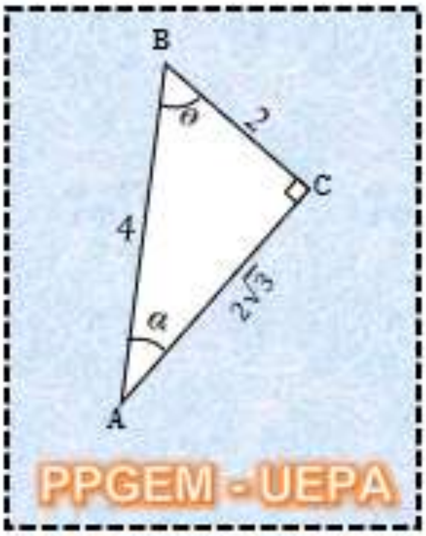
Triângulo 7

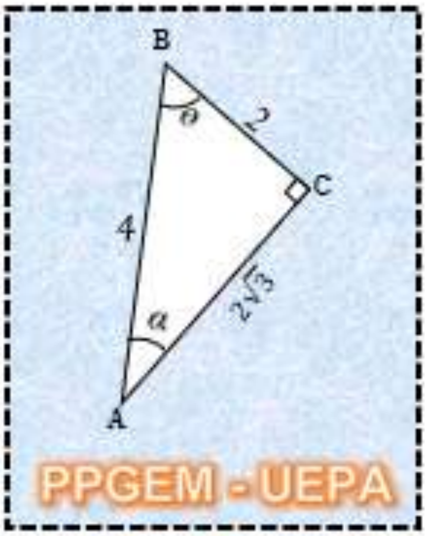


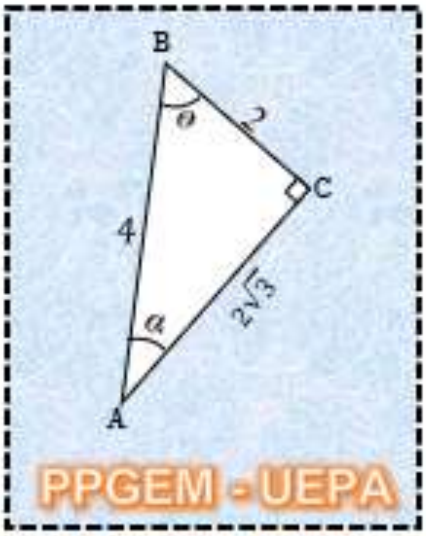
Triângulo 8

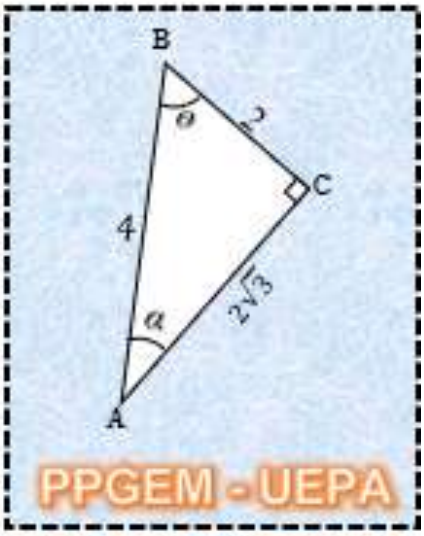


APÊNDICE E: BARALHO TRIGONOMÉTRICO









$$sen\,\alpha = \frac{2}{4}$$

PPGEM - UEPA

$$cos\,\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{4}$$

PPGEM - UEPA

$$tg\ \alpha = \frac{2}{2\sqrt{3}}$$

PPGEM - UEPA

$$sen\ \theta = \frac{2\sqrt{3}}{4}$$

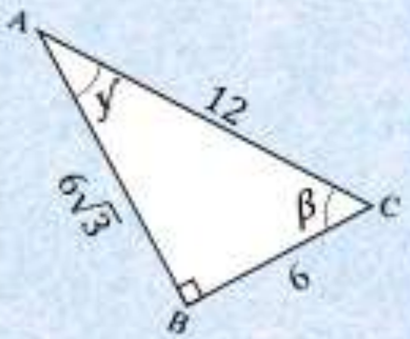
PPGEM - UEPA

$$cos\ \theta = \frac{2}{4}$$

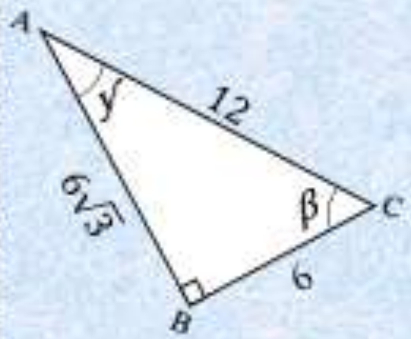
PPGEM - UEPA

$$tg\ \theta = \frac{2}{2\sqrt{3}}$$

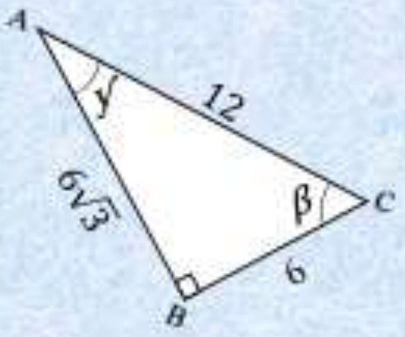
PPGEM - UEPA



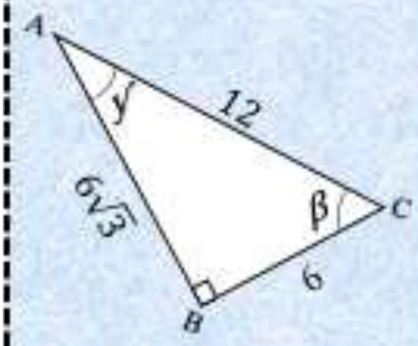
PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{sen\,\gamma = \frac{6}{12}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{cos\,\gamma = \frac{6\sqrt{3}}{12}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{tg\,\gamma = \frac{6}{6\sqrt{3}}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{sen\,\beta = \frac{6\sqrt{3}}{12}}$$

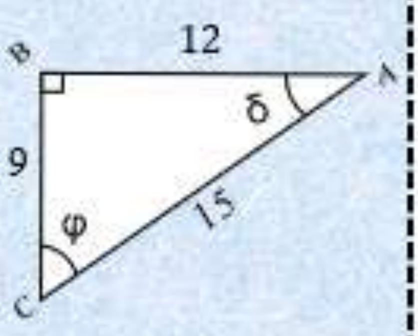
PPGEM - UEPA

$$\cos \beta = \frac{6}{12}$$

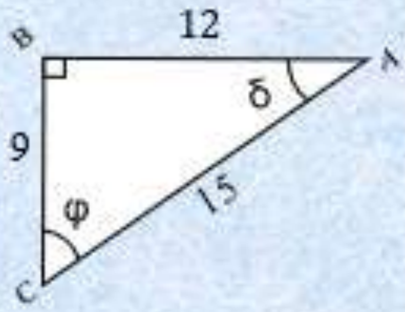
PPGEM - UEPA

$$tg\, \beta = \frac{6}{6\sqrt{3}}$$

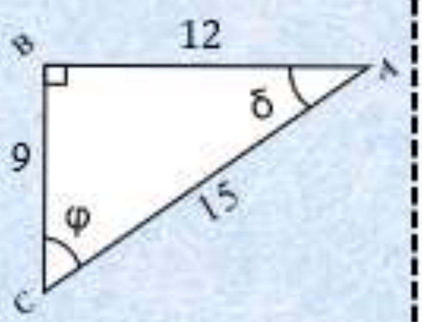
PPGEM - UEPA



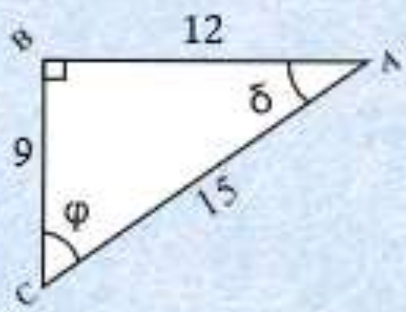
PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA

$$sen\,\varphi = \frac{12}{15}$$

PPGEM - UEPA

$$cos\,\varphi = \frac{9}{15}$$

PPGEM - UEPA

$$tg\,\varphi = \frac{12}{9}$$

PPGEM - UEPA

$$sen\,\delta = \frac{9}{15}$$

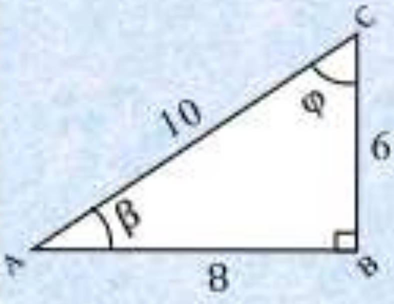
PPGEM - UEPA

$$cos\,\delta = \frac{12}{15}$$

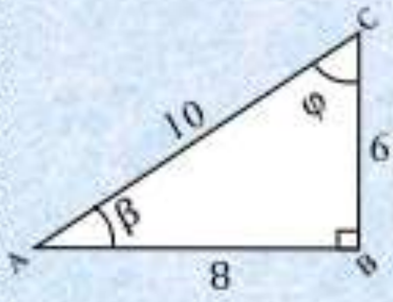
PPGEM - UEPA

$$tg\,\delta = \frac{9}{12}$$

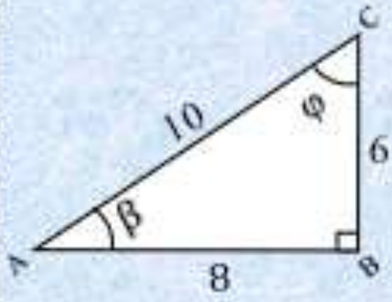
PPGEM - UEPA



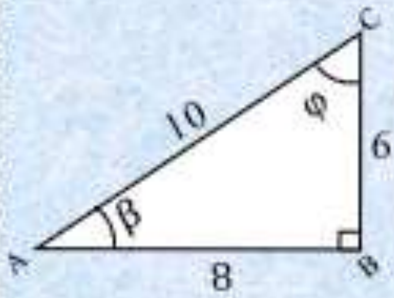
PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{sen\ \varphi = \frac{8}{10}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{cos\ \varphi = \frac{6}{10}}$$

PPGEM - UEPA

$$sen\ \varphi = \frac{12}{15}$$

PPGEM - UEPA

$$cos\ \varphi = \frac{9}{15}$$

PPGEM - UEPA

$$tg\ \varphi = \frac{12}{9}$$

PPGEM - UEPA

$$sen\ \delta = \frac{9}{15}$$

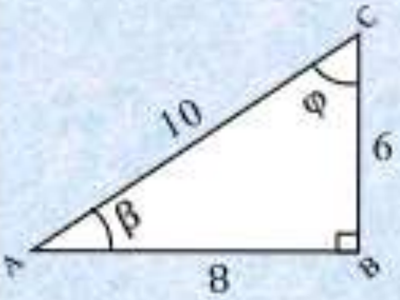
PPGEM - UEPA

$$cos\ \delta = \frac{12}{15}$$

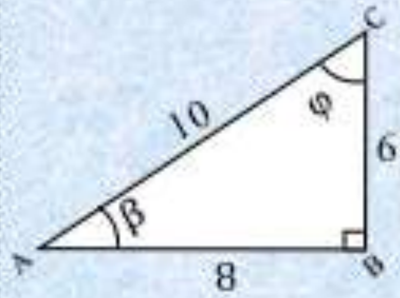
PPGEM - UEPA

$$tg\ \delta = \frac{9}{12}$$

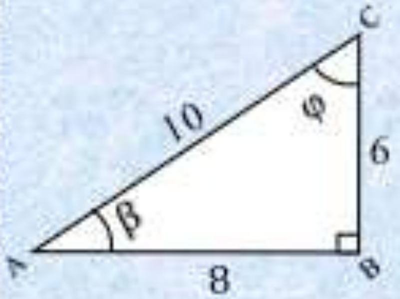
PPGEM - UEPA



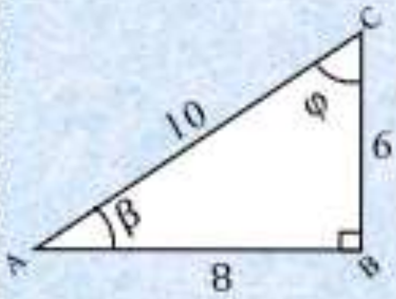
PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA

$$sen\ \varphi = \frac{8}{10}$$

PPGEM - UEPA

$$cos\ \varphi = \frac{6}{10}$$

PPGEM - UEPA

$$tg\ \varphi = \frac{8}{6}$$

PPGEM - UEPA

$$sen\ \beta = \frac{6}{10}$$

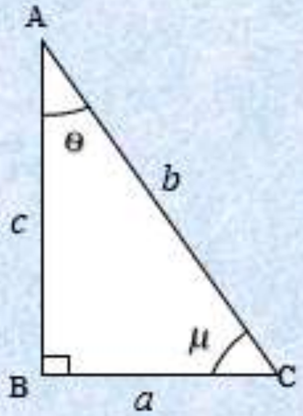
PPGEM - UEPA

$$cos\ \beta = \frac{8}{10}$$

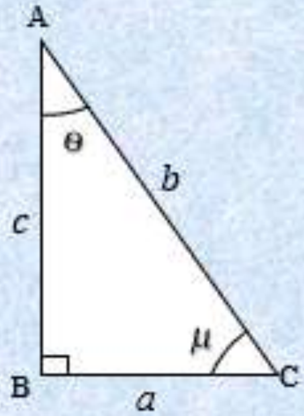
PPGEM - UEPA

$$tg\ \beta = \frac{6}{8}$$

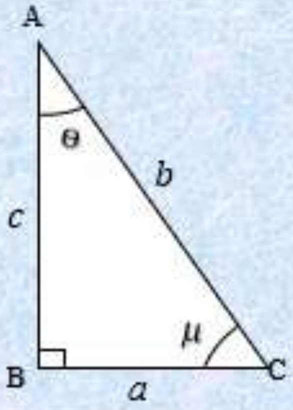
PPGEM - UEPA



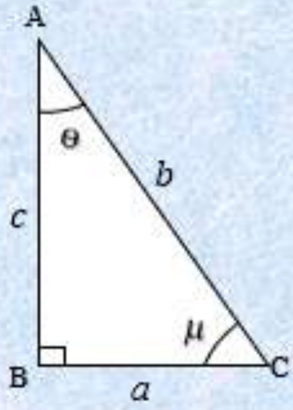
PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{sen}\ \theta = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{cos}\ \theta = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{tg}\ \theta = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{c}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{sen}\ \mu = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}}$$

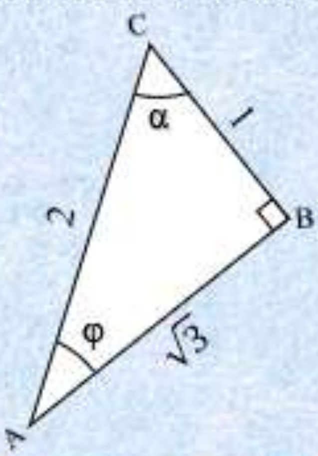
PPGEM - UEPA

$$\cos \mu = \frac{a}{b}$$

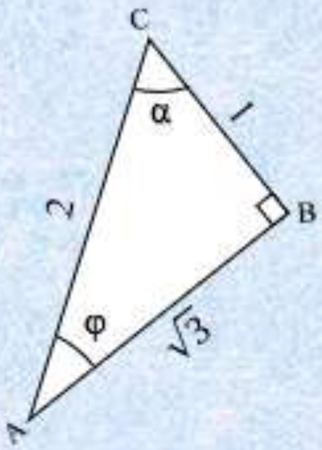
PPGEM - UEPA

$$tg\, \mu = \frac{c}{a}$$

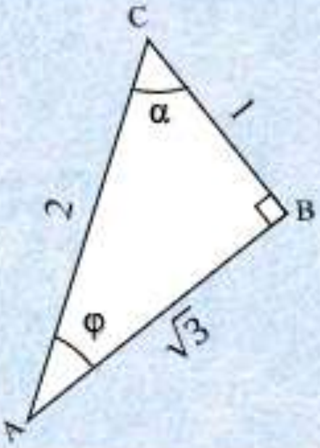
PPGEM - UEPA



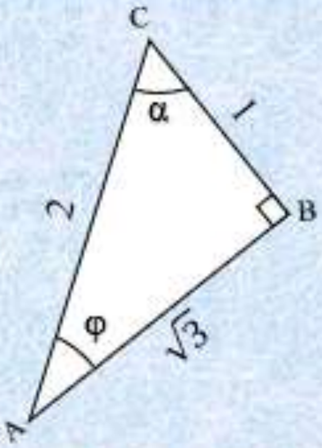
PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA

$$sen\ \varphi = \frac{1}{2}$$

PPGEM - UEPA

$$cos\ \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

PPGEM - UEPA

$$tg\ \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

PPGEM - UEPA

$$sen\ \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

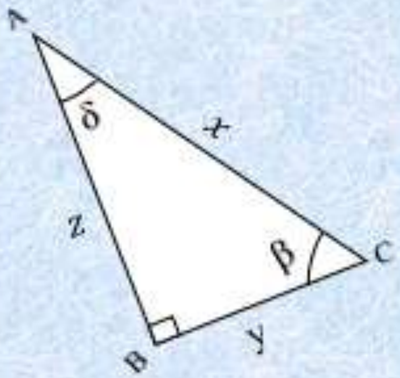
PPGEM - UEPA

$$cos\ \alpha = \frac{1}{2}$$

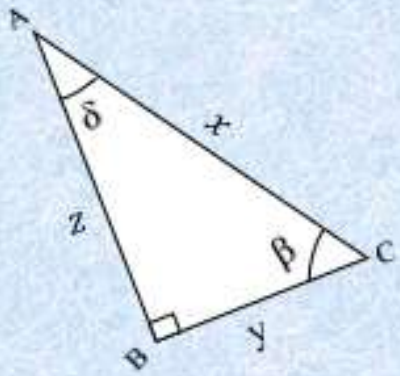
PPGEM - UEPA

$$tg\ \alpha = \sqrt{3}$$

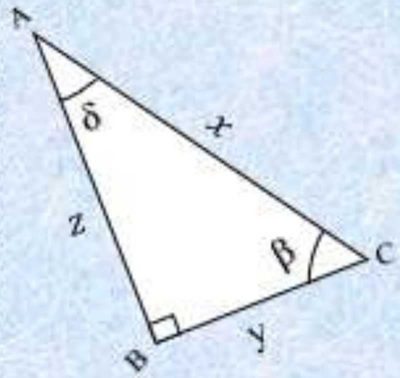
PPGEM - UEPA



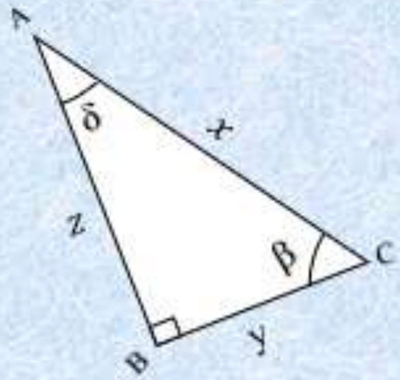
PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA

$$sen\,\beta = \frac{z}{x}$$

PPGEM - UEPA

$$cos\,\beta = \frac{y}{x}$$

PPGEM - UEPA

$$tg\ \beta = \frac{z}{y}$$

PPGEM - UEPA

$$sen\ \delta = \frac{y}{x}$$

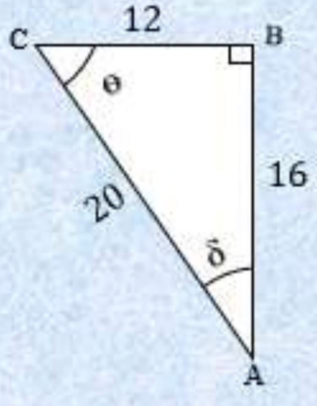
PPGEM - UEPA

$$cos\ \delta = \frac{z}{x}$$

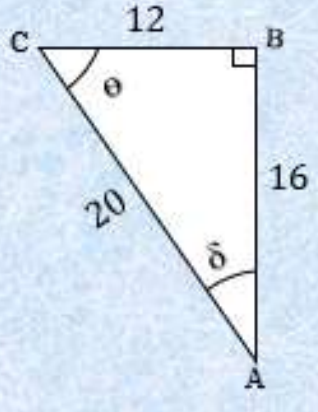
PPGEM - UEPA

$$tg\ \delta = \frac{y}{z}$$

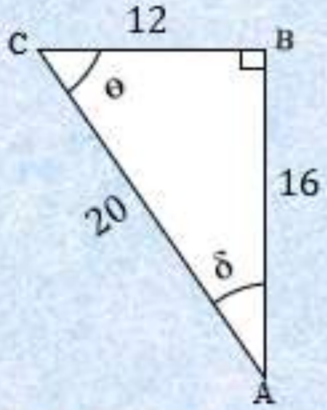
PPGEM - UEPA



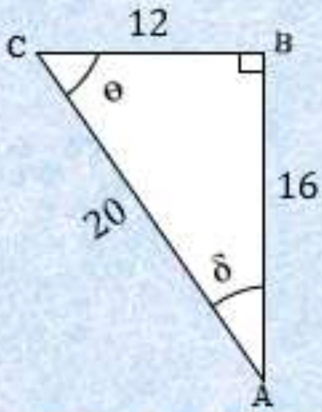
PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA



PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{sen}\ \theta = \frac{\mathbf{16}}{\mathbf{20}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{cos}\ \theta = \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{20}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{tg}\ \theta = \frac{\mathbf{16}}{\mathbf{12}}$$

PPGEM - UEPA

$$\boldsymbol{sen}\ \delta = \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{20}}$$

PPGEM - UEPA

$$\cos \delta = \frac{16}{20}$$

PPGEM - UEPA

$$tg\, \delta = \frac{12}{16}$$

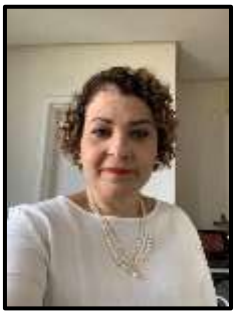
PPGEM - UEPA

AUTORES

Cláudio Lima da Silva – Possui Graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade

do Estado do Pará - UEPA (2013). Licenciatura em Letras: Português e Inglês pelas Faculdades Integrada da Terra de Brasília – FTB (2009). Pós-Graduação (*Latu Sensu*) em Gestão, Supervisão e Orientação Escolar - FTED (2014). Pós-Graduação (*Latu Sensu*) em Método de Ensino da Matemática - FADESA (2015). Especialização em Educação Especial e Inclusiva - FACIBRA (2017). Mestrado em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará - UEPA (2023). Desempenhou a função de Tutor Presencial no curso de Licenciatura em Matemática no Núcleo de Educação Continuada e a Distância - (NECAD/UEPA/UAB). Atualmente é Professor de Matemática, pertencente ao quadro EFETIVO da Rede Municipal de Ensino (SEMED) - Parauapebas/PA e Rede Estadual de Ensino (SEDUC/PA).

Ana Kely Martins da Silva – Possui Graduação em Pedagogia pela Universidade do Estado do Pará



- UEPA (1992). É especialista em Metodologia da Educação Superior pela PUC/ MG. Mestrado Em Ciências da Educação Docência Universitária - IPLAC (2000). Doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC/RJ (2010). E Pós-Doutorado em Educação com ênfase em Psicologia Cognitiva pela Universidade de Flores - Buenos Aires (2020). É professora adjunto IV da Universidade do Estado do Pará (UEPA) desde 1994. É Diretora do Desenvolvimento de Ensino da UEPA (desde outubro de 2023). Nesta IES atuou como Diretora de Pesquisa (2001 - 2006); coordenadora de Curso de especialização em Currículo e Avaliação da Aprendizagem; Chefe do Departamento de Educação Geral; Assessora Pedagógica do PROGESTÃO. Atualmente atua como docente nos cursos de Licenciatura e no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Possui experiência na área de Educação, com ênfase em Universidade e Pesquisa, atuando principalmente nos seguintes temas: projeto político- pedagógico, educação superior, gestão escolar, planejamento, avaliação da aprendizagem e currículo. Integra o grupo de pesquisa: Grupo de Estudos em Cognição e Educação Matemática.

Pedro Franco de Sá – Possui Graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade

Federal do Pará (1988), Mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1996) e Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2003). Foi o diretor, no período de junho de 2012 a maio de 2016, do Centro de Ciências Sociais e Educação da Universidade do Estado do Pará onde é professor Titular de Educação Matemática do Departamento de Matemática, Estatística e Informática, desde 2013. É docente fundador do Programa de Mestrado em Educação do CCSE- UEPA, docente fundador da REAMEC e docente fundador do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do CCSE- UEPA. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, ensino de matemática por atividades, matemática no ensino fundamental e uso de novas tecnologias em sala de aula, em particular uso didático da calculadora.

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br/pmpem