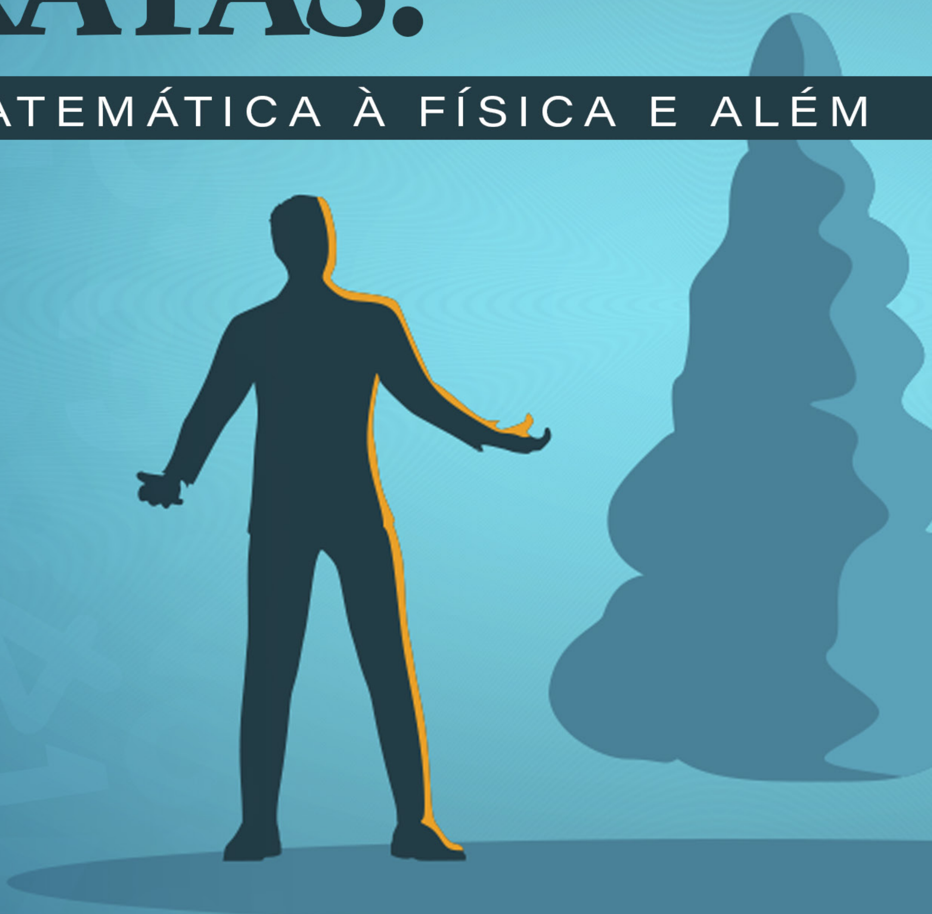
Fabrício Moraes de Almeida
(Organizador)

FUNDAMENTOS DAS CIÊNCIAS EXATAS:

DA MATEMÁTICA À FÍSICA E ALÉM



Atena Editora
Ano 2023

Fabrício Moraes de Almeida
(Organizador)

FUNDAMENTOS DAS CIÊNCIAS EXATAS:

DA MATEMÁTICA À FÍSICA E ALÉM

Atena
Editora
Ano 2023

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira
Assistente editorial
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto gráfico
Camila Alves de Cremo
Ellen Andressa Kubisty
Luiza Alves Batista
Nataly Evilin Gayde
Thamires Camili Gayde
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Luiza Alves Batista

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Fundamentos das ciências exatas: da matemática à física e além

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Andria Norman
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Fabrício Moraes de Almeida

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F981 Fundamentos das ciências exatas: da matemática à física e além / Organizador Fabrício Moraes de Almeida. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2023.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-2027-9
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.279232911

1. Matemática. 2. Física. I. Almeida, Fabrício Moraes de (Organizador). II. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

APRESENTAÇÃO

As ciências exatas são fundamentais para o avanço da tecnologia, para o desenvolvimento cientifico sobre o mundo natural e o artificial. Aliás, os seus conceitos básicos e avançados são utilizados para desenvolver produtos, as soluções dos problemas complexos e a melhoria da qualidade de vida. As ciências exatas tem foco no estudo da natureza utilizando métodos quantitativos e experimentais. De forma geral, podem incluir a matemática, física, química, astronomia e engenharia. A matemática é a base de todas as ciências exatas, isto é, fornece os conceitos para o raciocínio lógico, a resolução de problema e a divulgação científica. A matemática é utilizada para modelar fenômenos, desde o movimento dos planetas, as conformações nanométricas até além do infinito.

Já a física estuda os fenômenos da natureza e suas estruturas, por exemplo, a matéria, a energia, o espaço, o tempo, a incerteza, *ad infinitum.*

Portanto, os fundamentos de Matemática à Física são essenciais para os avanços das ciências, das engenharias e das tecnologias que estão transformando o mundo. De fato, o livro demonstra os conceitos teórico-práticos nos resultados obtidos pelos diversos autores e coautores no desenvolvimento de cada capítulo com conhecimento técnico-científico adequado. E, por fim, Atena Editora oferece uma divulgação científica com qualidade e excelência, primordial para conquistar o destaque entre as melhores editoras do Brasil.

Fabrício Moraes de Almeida

SUMÁRIO

MODELAGEM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA ESPACIAL APLICADAS AO ESTUDO DO DESMATAMENTO E DA MALÁRIA NA REGIÃO DA AMAZÔNIA OCIDENTAL, BRASIL

Data de aceite: 24/11/2023

Carlos Alberto Paraguassú-Chaves
PhD in Health Sciences - University of Brasília - UnB, Brazil; PhD in Science - University of Havana (Cuba); Post-Doctor in Health Sciences - UnB and Degli Studi D'Aquila University - IT. Full Professor at the University Institute of Rio de Janeiro - IURJ, Brazil.

Fabrício Moraes de Almeida
PhD in Physics (UFC), with post-doctorate in Scientific Regional Development (DCR/CNPq). Specialist in Production Engineering (FUNIP). Researcher of the Doctoral and Master Program in Regional Development and Environment (PGDRA/UNIR). Leader GEITEC — Federal University of Rondônia, Brazil. Researcher CNPq DTI - Level A.

Fabio Robson Casara Cavalcante
PhD in Sciences: Socio-environmental Development. Master in Rural Administration and Rural Communication. Associate Professor III of the Federal University of Rondônia (UFRO).

David Lopes Maciel
Master of Science in Emergent Technologies in Education. MUST UNIVERSITY, MUST, EUA, Academic of the Doctoral Program in Regional Development and Environment (PGDRA/UNIR)

Paulo de Tarso Carvalho de Oliveira
Master in Electrical Engineering. Professor at the Department of Electrical Engineering. University Federal District of Rondônia (UFRO), Brazil

RESUMO – O capítulo de livro é um estudo que tem como objetivo analisar o comportamento da dispersão espacial dos casos de desmatamento e malária no Distrito de União Bandeirantes, zona rural do município de Porto Velho, Rondônia, Amazônia Ocidental. Duas ferramentas de indicadores estatísticos foram usadas. O semivariograma e a krigagem. O método do semivariograma é a modelagem matemática e a estatística espacial que permitiu estudar a dispersão natural das variáveis, e o método da krigagem foi utilizado para analisar a variabilidade espacial dos indicadores existentes na área de estudo. O método de krigagem indicativa mostrou que a ocorrência de casos de malária está relacionada ao crescimento do desmatamento. Com o avanço do desmatamento em direção ao norte da área estudada, os casos de

malária aumentaram na mesma direção. Houve aumento dos casos de malária a leste da concentração populacional, convergindo com a área de avanço do desmatamento. Pode-se concluir que os métodos utilizados são eficientes para correlacionar e monitorar o desmatamento e a produção social da malária. Sugere-se que os gestores públicos desenvolvam meios para implementar uma estratégia de controle do desmatamento integrada à endemia da malária na zona rural, e neste caso específico, no Distrito de União Bandeirantes.
PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática. Estatística Espacial, Semiovariograma e krigagem, desmatamento, malária, Amazônia Ocidental.

MATHEMATICAL MODELING AND SPATIAL STATISTICS APPLIED TO THE STUDY OF DEFORESTATION AND MALARIA IN THE WESTERN AMAZON REGION, BRAZIL

ABSTRACT – The present study aimed to analyze the behavior of the spatial dispersion of deforestation and malaria cases in the District of União Bandeirantes, rural area of the municipality of Porto Velho, Rondônia, Western Amazon. Two statistical indicator tools were used. The semivariogram and kriging. The semivariogram method is the mathematical modeling and statistic spacial that allowed to study the natural dispersion of variables, and the kriging method was used to analyze the spatial variability of the existing indicators in the study area. The indicative kriging method showed that the occurrence of malaria cases is related to the growth of deforestation. With the advance of deforestation towards the north of the studied area, malaria cases increased in the same direction. There was an increase in malaria cases east of the population concentration, converging with the area of advance of deforestation. It can be concluded that the methods used are efficient to correlate and monitor deforestation and the social production of malaria. It is suggested that public managers should develop means to implement a deforestation control strategy integrated with the malaria endemic in the rural area, and in this specific case, in the District of União Bandeirantes.
KEYWORDS: Mathematical Modeling. Spatial Statistics, Semiovariogram and kriging, deforestation, malaria, Western Amazon

1 I INTRODUCTION

In the Amazon, felling and burning are common, especially in rural areas, causing an increase in the incidence of diseases, especially malaria, putting at risk the development of the region [1]. The Amazon Region - the largest area of tropical forest in the world, containing approximately a quarter of all tropical forests on the planet, is among the regions with the highest rates of deforestation. In the last three decades, it is estimated that the Amazon has lost approximately 17% of its native forest cover due to significant changes in land use patterns, through an intense process of human occupation, accompanied by national and international economic pressures.

In view of the occurrence of deforestation and the proliferation of malaria, we sought to study the risk factors and perspectives for the control of malaria and deforestation in the current District of União Bandeirantes, a rural area belonging to the Municipality of Porto Velho, Rondônia, Western Amazon, Brazil.

Studies in different populations and geographic regions contribute to the knowledge of malaria that does not necessarily apply to populations located in other areas of the world, subjected to plasmodium species with different genetic characteristics and different transmission conditions, as is the case of the Amazon.

Malaria, for example, is an infectious, febrile and acute disease, common in the states of the Amazon region. Its transmission occurs by the bite of mosquitoes of the genus Anopheles, contaminated with the protozoan of the genus Plasmodium.

Studies show that infectious diseases are prominent in human history as they constitute major public health problems. Malaria, cholera, typhoid, leprosy, plague, among others, have had a high incidence around the world over the past centuries. The improvement of the quality of life in the countries of the Northern Hemisphere, as well as the effects of the Industrial Revolution and, in particular, the phenomena of urbanization and technological acceleration, have restricted these diseases to the “poor areas” of the world, including the tropical zones.

In Brazil, an epidemiological picture is currently characterized by the coexistence of endemic diseases and the return of old infectious diseases. Diseases such as malaria, leishmaniasis, leprosy, tuberculosis, among others, also represented major health problems, particularly in the Amazon Region [2].

The factors that favor the transmission of malaria and hinder the application of traditional control measures were associated in the Amazon Basin Region. Among the first are: a) biological factors, such as the presence of high densities of mosquito vectors, a migrant population without naturally acquired immunity against the disease and the prevalence of strains of Plasmodium resistant to antimalarials for safe use in the field; b) geographical, such as the predominance of low altitude, high temperatures, high relative humidity, high rainfall and vegetation cover of the forest type, favorable to the proliferation of vectors; c) ecological, such as deforestation, keeping animals on which mosquitoes feed as an alternative to human food; construction of hydroelectric power plants and irrigation systems, increasing the number of mosquito breeding sites and d) social, such as the presence of numerous population groups living in houses with total or partial absence of side walls and work near or within forests, providing a very intense contact with the vector mosquito. And this association happens both with environmental changes and with the transmission of malaria mainly in the populations of rural settlements, due to changes and alterations in the environment called frontier malaria [3].

Some studies corroborate this picture, among them, “Malaria in Brazil: Epidemiological panorama in the last decade” by Barata [4]; “Risk of malaria transmission in the U.H.E of Porto Primavera-SP” by Bitencourt et al [5]; “Combating Malaria in Brazil: evolution, current situation and perspectives” by Marques and Cárdenas [6]; “Spatial Distribution of Deforestation in the Legal Amazon” by Alves [7]; “Anthropic land use and malaria in the North of Mato Grosso, 1992 to 1995” by Barbieri [8]; “Application of Spatial Analysis Methods in the Characterization of Health Risk Areas” by Carvalho [9].

The municipality of Porto Velho recorded 4,525 positive cases of malaria in 2021. As a reflection of the increase in cases in general, comparing the participation of special areas in the total of autochthonous cases of the State recorded in 2020 and the first half of 2021, the increase in the participation of malaria transmission in settlements, indigenous areas and mining was evidenced, despite the reduction in the participation of urban areas.

The large volume of rainfall recorded in the Amazonian winter favors the spread of tropical diseases such as malaria and dengue. In 2022, 7,199 cases of malaria were confirmed in the rural and urban areas of Porto Velho, a number that raises the alarm about the risks of contamination of the disease.

Regarding P. falciparum malaria and mixed malaria, in 2020 943 autochthonous cases were recorded and in 2021, from January to June, 233 cases, with a reduction of 42.6% in the number of autochthonous cases of this species. Of the total of 52 municipalities in the State, considering the cutoff from January 2020 to June 2021, only the municipalities of Porto Velho, Candeias do Jamari and Guajará-Mirim were responsible for 80.0% of the total of autochthonous cases of malaria in the State, being, in total, 41 municipalities (78.8%) of the State that had malaria transmission in the same period.

For P. falciparum malaria, the municipalities of Porto Velho and Candeias do Jamari were responsible for 80.0% of the burden of this parasitic species in the State. Among the municipalities with an increase in the number of cases, the capital Porto Velho represents the highest burden of the disease, reflected mainly by the territorial extension of the municipality, the structure of territorial occupation in the settlements, and the difficulty of adapting the diagnostic network for timely treatment of patients and interruption of the transmission cycle, as well as the continuity of vector control actions.

And in the current District of União Bandeirantes, since its beginning in 1999, malaria has been a health problem for the local population, due to the large area of forest degraded by deforestation, causing environmental damage and the social production of endemics.

Real estate speculation is practiced in the region and, through this activity, unscrupulous people take the opportunity to “sell landmarks” (fractions of public land), in open use in bad faith, deceiving people who, through ignorance, end up investing in the scarce economy in “invaded land”, running the risk of losing the amounts invested. In addition, these people are subject to penalties, both from agrarian legislation and the Environmental Crimes Law.

With the absence of planning, on a preventive and conservationist basis, the illegal occupations that proliferate within the Bandeirantes Union District are plundering the forest, causing a vertiginous decline of forest species and, consequently, drastically reducing, the volumetric potential of economically marketable forests and the biodiversity of local flora and fauna. In addition, there is the inappropriate use of soil resources, causing a rapid reduction of the natural resources of the area, causing major social and political conflicts, as well as enormous damage to the environment.

The main endemic diseases in the Amazon are closely linked to the destruction of Amazonian ecosystems. These diseases are called focal diseases, which are rooted in the elements of fauna and flora. The dynamics of deforestation transform the circulation of microbial agents such as viruses, bacteria and parasites. The intensity of deforestation will have an impact on the ecosystem. Due to several biological, behavioral and geographic factors, this population of União Bandeirantes is exposed to a higher or lower incidence of malaria, with greater or lesser instability of transmission.

According to Moraes [10], the environment is not homogenized in a single target of actions, but merges as an inherent facet of every act of producing space. In this approach, nature and space do not only exchange in an appeal of complicity. In this approach, nature and space do not only exchange in an appeal of complicity. Natural space doesn't just exist to be explored, it's much more than that.

Man and nature coexist as synonyms. However, phenomena such as hunger, thirst and epidemics are injunctions aimed at what inhabits its core, which are the relationships maintained between man and the natural environment. Theme treated by Santos [11] in "For a New Geography", Santos [12] "Space and Method", Santos [13] "The Return of the Territory", Santos [14] "Health and environment in the process of development" and, Santos [15] "The Nature of Space: technique, reason and emotion".

It is perceived that this unplanned human-environment interaction generates a conflictual situation, especially about deforestation and endemic diseases. This is what Santos [14] called a hostile nature, due to its catastrophic effects, with damage to the physical and mental health of populations, when nature ceases to be a friend of man.

2 | METHOD

The theoretical basis of spatial statistics or geostatistics is centered on the theory of regionalized variables. One of the precursors of this method was Georges Matheron, who began with the work of Daniel Krige, who aimed to solve problems of estimating mineral reserves. According to Grip [16] because it is a probabilistic method, it uses a position of observations to understand the behavior of the variability of the observed values.

Thus, the concern of spatial statistics analysis is with natural phenomena. From the estimates of the regionalized variables, using some spatial characteristics of the sampling points of the discrete data set, evaluating the estimation errors, which establishes the degree of security in the predictions and the optimal sampling patterns, so that the maximum errors of the estimates are not exceeded.

Applied spatial statistics deals with problems related to regionalized variables. The variables present an apparent spatial continuity, with the characteristic of presenting values very close to two neighbors, which makes the different measures increasingly distant, in addition to presenting their own location, anisotropy and transition. In the behavior of regionalized variables there are two fundamental tools of statistical methods: semivariogram and kriging [17].

2.1 Semivariogram

The semivariogram is the mathematical modeling that allows to study the natural dispersion of the regionalized variable [18], which, according to Landim [19], this modeling demonstrates the degree of dependence between the samples. The regionalized variable has spatial continuity evidenced at the moment of inertia designated by the variogram.

The variogram is a basic tool to support kriging techniques, which allows quantitatively to represent the variation of a regionalized phenomenon in space [20]. This phenomenon is due to the distance and direction between pairs of observations, as shown in equation (1).

$$[z(x_i), z(x_i + h)] \tag{1}$$

The variogram is translated as follows, equation (2).

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \cdot \Sigma_{i=1}^{n(h)} \cdot [z(x_i + h) - z(x_i)]^2 \tag{2}$$

Where:

γ (h) is the semi-variance;

n(h) is the number of pairs of values of the variable considered in a given direction;

z(xi), z(xi+h) are values of the variable at two distinct points, separated by a predetermined and constant distance in one direction;

h is the preset distance interval;

½ is half the mean of the squared differences and represents the perpendicular distance of the two points from line 45 of the spatial dispersion diagram.

The semivariogram is usually called a variogram, and the format of this graph describes the degree of autocorrelation present in Figure 1.

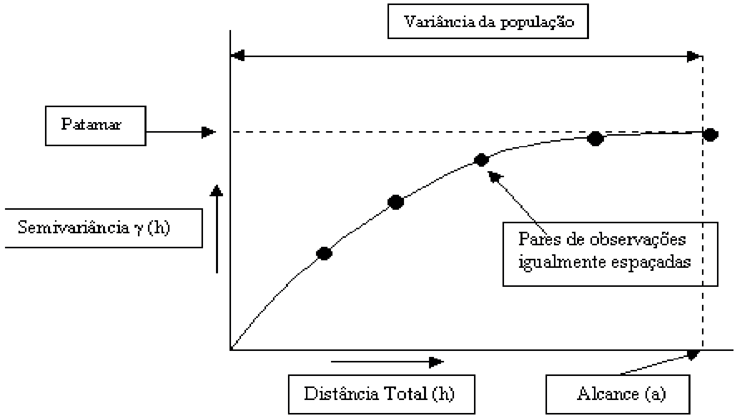


Figure 1 - Semi-variogram model

Source: author, 2023.

Where:

h: distance;

$\gamma(h)$: semi-variance;

Range (a): indicates the distance where the samples no longer have spatial correlation, becoming random variation;

Level (C + C0): it is the value of the semivariogram corresponding to its range (a). Meaning that there is no longer any spatial dependence between the samples, hence null covariance.

C: is the contribution of the level.

C0: called the “nugget effect” reveals the discontinuities of the semivariogram for distances smaller than the shortest distance between samples. According to Isaaks and Srivastava [21], this discontinuity may be due to measurement errors. Making it impossible to assess whether the greatest contribution comes from measurement errors or from small-scale variability not captured by sampling.

In practice, variographic models are not known and must be adjusted by a theoretical model that represents the different regionalizations that occur in nature, which can be classified into two categories: non-platform model and

b) platform model.

According to Isaaks and Srivastava [21], these models are called isotropic. Models of the first type are referred to in geostatistics as transitive models. Since some of the transitives reach the level (C) asymptomatically. For these models, range (a) is arbitrarily defined as the distance corresponding to 95% threshold. The second type, on the other hand, does not reach the platform and continues to increase as the distance increases [22]. These models are used for modeling phenomena that have infinite dispersion capability.

According to Landim [19], in models with a platform, there are basically four theoretical functions that fit the empirical semivariogram models: linear, spherical, exponential and Gaussian. For Camargo et. al [22],

The semivariogram may or may not present structures of spatial variability in the study area, this can be seen by comparing the estimated semivariograms for the 0º, 45º, 90º and 135º directions. Therefore, this spatially dependent structure can occur in the same and in all directions, that is, in this case, h is considered as scalar, the phenomenon is called isotropic, otherwise, his considered as a vector and the phenomenon is called anisotropic.

Some natural phenomena are more likely to occur in anisotropic modeling, which can be geometric and zonal. The geometric anisotropy is adjusted in the same model, but there is variation in the range according to directions, with the maximum and minimum ranges being in orthogonal directions. In zonal anisotropy, there is more than one semivariogram model for the area [22].

The parameters found in the classic variogram models are related to scale, extension and continuity, where there is stability characterizing its form of spatial dependence, providing information necessary for the execution of kriging, allowing to find the optimal weights, related to the samples, still allowed estimate the unknown points [23].

2.2 Kriging

To obtain a more effective diagnosis of deforestation and malaria, the Kriging method was used to analyze the spatial variability of existing indicators in the area. According to Fuks [24] and Fuks et al [25], kriging is a stochastic spatial inference procedure, whose variographic analysis model provides a spatial covariance structure. It is an elaborate statistical technique that estimates a spatial covariance matrix that determines weights assigned to different samples.

A spatial dependence model is obtained, with the intention of predicting values at non-sampled points as well. This interpolator weights the neighbors of the point to be estimated, obeying the criteria of non-bias and minimum variance. There are several types of kriging: simple, ordinary, universal, indicative, among others.

Indicative Kriging basically consists of determining an average value in a non-sampled location. Other values can also be used as a basis for estimating values below or above a certain cut-off level [23]. This technique has the main advantage of being non-parametric, not requiring prior knowledge of the distribution for the random variable (VA).

Indication kriging allows estimating the VA distribution function, allowing the determination of uncertainties and the inference of attribute values in unsampled spatial locations. Unlike linear kriging, the indication kriging procedure models attributes with high spatial variability, without the need to ignore sampled data whose values are very far from a trend [26]; [27].

For Landim [17], the experimental semivariograms are achieve these goals, the first step in Indicative Kriging is to transform the original data into indicators, that is, transform the values that are above a certain cut-off level into zero (0) and those below into one (1):

$$I(v_c) = \begin{cases} 1, \cdots se \cdot \cdots v_j \leq v_c \\ 0, \cdots se \cdot \cdots v_j \leq v_c \end{cases} \tag{3}$$

And, therefore, the expected value of the VA per referral,

$$\mathrm{E}\{\, I\,(v_c)\;/(\mathrm{n})\} \tag{4}$$

provides an F* estimate of the fdc of at cutoff value and conditioned to the n sample data of the attribute v_ji

$$\mathrm{E}\{\, I\,(v_c)\;/(\mathrm{n})\} \tag{4}$$

$$1.\quad Prob\{I(v_c = 1/(\mathrm{n})\} + 0.Prob\{I(v_c) = 0/(\mathrm{n}) =$$

$$1.\quad Prob\{I(v_c = 1/(\mathrm{n})\} = \mathrm{F}^*\;(v_c\;/(\mathrm{n}))$$

According to Deutsch (1998), this technique allows the elaboration of the estimate by a kriging on the set of values per indication for the fdca of v_j at cutoff value v_c. calculated for certain cut-off levels and then the Indicative Kriging is applied, which provides maps of probability of occurrence. This aims to provide maps of occurrence of values, below and above the cut-off levels, providing the anomalies of the geoenvironmental research areas.

2.3 Study area.

The area chosen to carry out the study and assess deforestation, as well as the number of cases of malaria, is located in the region of the municipality of Porto Velho, on the Gleba Jorge Teixeira known as União Bandeirantes.

This is a colonization area monitored by the National Institute of Agrarian Reform (INCRA) in the vicinity of Highway BR-364, Km 9.5. It is an area of terra firme forest, which has a history of anthropogenic occupation. It is located 160 km from the city of Porto Velho.

The side roads (paths and small unpaved roads) of malaria incidence in the study area were, Line (road) 1, Line (road) November 15, Line (road) 2, Line (road) 4 – place, Line (road) 1º de Maio, Line (road) of Barraco Azul – place, Line (road) F, Line (road) P.O, Line (road) Triangle, Linhão- Rural camping, Line (road) Rio Contra-Povo, Travessão (road) 10- Rural camping, Travessão (road) 101 – place, Travessão (road) 4 - Rural camping, Travessão (road) 5 - Rural camping, Travessão (road) 6 - Rural camping, Travessão (road) 7 - Rural camping, Travessão (road) 8 - Rural camping, Travessão (road) 9 - Rural camping, Line (road) União Bandeirantes-Vila, Line (road) do Tucano, Line (road) do Pavão, Line (road) do Ferrugem, Line (road) Abacaxi.

In this study, 25 local samples were considered (rural roads, being the camps, agglomerations and places and the headquarters of the District) with an estimated population of 20,000 inhabitants and 1,400 cases of malaria.

2.4 Database

For the construction of the database of malaria incidence in Gleba União Bandeirante, in the period of 2 (two) years, data collected by the Epidemiological Surveillance and Information System - SIVEP were used, which were compiled into tables for analysis and identification of current patterns. The images of deforestation were compiled from the satellite image bank of the Secretariat of Environmental Development of Rondônia.

2.5 Variables

The cadastral data used in the study consist of the following variables: Number of inhabitants, places (lines or a kind of vicinal roads), total positive malaria, annual parasite index – IPA, annual falciparum index – API, falciparum malaria index, vivax malaria index, malaria index and malaria.

2.6 Statistical treatment

In the statistical treatment of the data, the geostatistical method of kriging was used as a tool for data analysis and geostatistical modeling to describe the spatial behavior of deforestation in Gleba União Bandeirantes, current District of União Bandeirantes – Municipality of Porto Velho, State of Rondônia, Western Amazon.

Descriptive statistics is often used in order to describe the data and synthesize the data series of the same nature, thus allowing a global view of the variation of this set, that is, descriptive measures help in the analysis of Dice's behavior.

The statistical measure used as a parameter of behavior in this study was the median. This represented the best behavior as a measure that evaluated the incidence of deforestation and its possible correspondence with the number of malaria cases. This statistical parameter describes the measurement of the dataset as an evaluation that leaves 50% of the elements of the set [28].

This measure of tendency or central position describes the center of a distribution [29]. If the data set has discrepant elements, these should not be discarded, since these elements do not affect the set, when using the median as a measure of analysis [30].

3 I RESULTS AND DISCUSSION

Semivariogram Analysis

The first adjusted variographic model is the Gaussian (Figure 2), whose direction is

NE - SW. The parameters are: nugget effect (C0) = 20000, level is 1620,000 and range is 10500. This model describes the behavior of the deforestation variable. Thus, it resulted in the map of Figure 03.

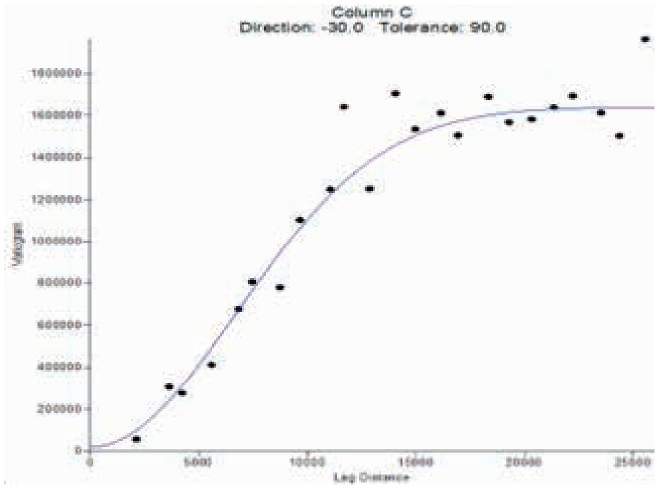


Figure 2. Experimental variogram of deforestation, adjusted for median (6560 ha).

Source: author, 2023.

For the map of deforestation (Figure 3), it is observed that it has a behavior of great part in the Central and North region of the Gleba União Bandeirantes. This means that the occurrence of deforestation was highly prevalent in this area. In the South and West parts, deforestation is much lower. However, it can be stated that the area has already been undergoing a process of exploration. In this territorial portion are located the Karipunas and Bom Futuro indigenous reserves and also the headquarters of the Jacy Paraná District, forming a deforestation control belt, thus reducing the rate of exploitation of the forest.

As expressed on the map, as the cut-off level approaches 0 (zero), deforestation is intense. The area of intense deforestation is represented cartographically by the red portion.

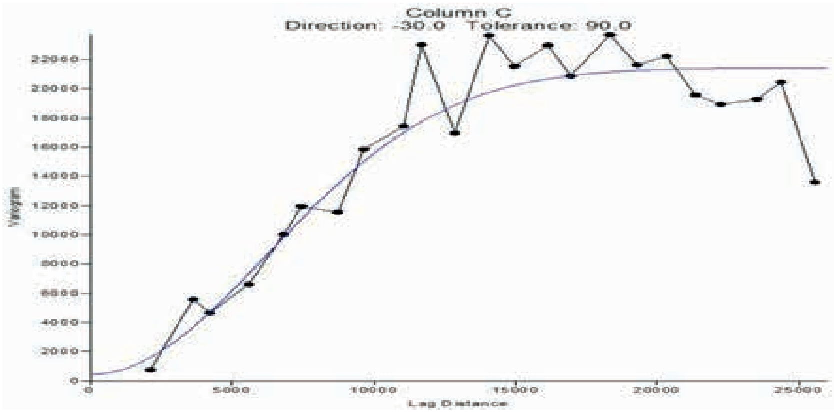


Figure.3: Probabilistic map of deforestation occurrence, median cut-off level (6560 ha).

Source: author, 2023.

The fitted variographic model (Figure 4) is a Gaussian whose direction is NE – SW. Its parameters are: nugget effect (C0) = 436, the threshold is 21000 and the range is 13000.

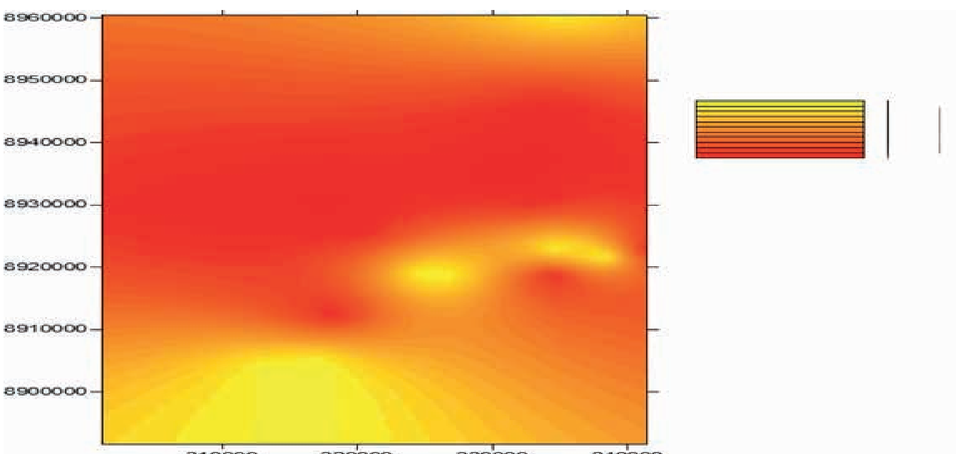


Figure.4: Experimental risk variogram for malaria cases, adjusted for median (1460 cases).

Source: author, 2023.

For the malaria risk map, it is observed that there was a great trend of occurrence of cases throughout the northern portion of the area (Figure 5).

The combined occurrence map, in which the occurrence of deforestation and malaria is observed, the growth of malaria cases occurs as deforestation advances to the North. This means that the increase in cases is due to human activity, leaving the population vulnerable to tropical endemics, especially malaria (Figure 5).

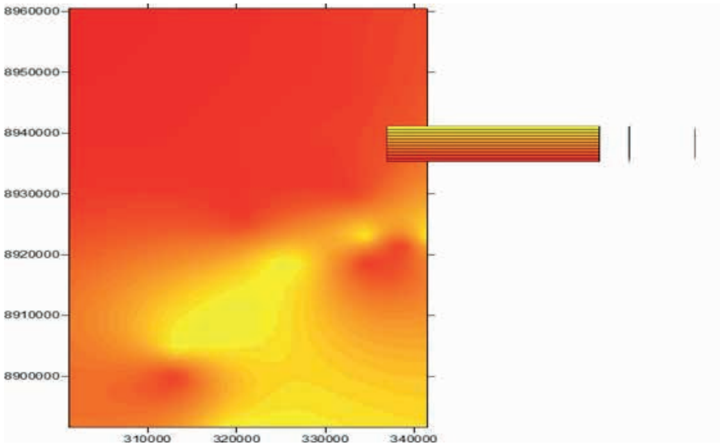


Figure.5: Map of probability of occurrence of malaria, median cut-off level (1460 cases).

Source: author, 2023.

The study by Paraguassu-Chaves [2] carried out in a subspace of the Western Amazon is another argument in favor of this interpretation. According to this author, the migrant population living in precarious housing conditions favors the expansion and development of an environment relevant to the social production of malaria.

4 I CONCLUSION

The present study was conducted in the current District of União Bandeirantes, a rural area of the municipality of Porto Velho, Rondônia, in which the rates of deforestation and incidence of malaria in the area were investigated.

For statistical analysis and modeling, the geostatistical methods of semivariogram and kriging were used, in which the behavior of the variables and their direction of growth of deforestation and malaria cases were observed. The indicative kriging method proved to be satisfactory because it presented the occurrence of malaria cases in line with the growth of deforestation. In fact, it was noticed that as deforestation advances towards the north of the studied area, malaria cases increase in the same direction.

The population in contact in the deforested region north of União Bandeirantes is vulnerable to contracting malaria. Similarly, there was an increase in malaria cases east of the population concentration studied, converging with the area of advance of deforestation. The illegal occupations (the invasions of public lands) that proliferate in the area of União Bandeirantes cause a significant rate of local deforestation, which harms not only the environment, but also the fragile population structure.

With the absence of planning and logistical guidance for the occupation of the area, the District of União Bandeirantes is on a dizzying path of decline of forest species and their biodiversity and the increase of endemic diseases such as malaria. It should also be considered that as long as the migrant population lives in precarious conditions of housing and basic sanitation, it will favor the emergence of an environment conducive to the emergence of endemics.

Finally, at the study site, malaria transmission accompanies the process of occupation of the territory. It is noteworthy that the incidence of malaria has a higher vector density in the periphery of Gleba, with a progressive reduction for the more central areas of the urban core.

Therefore, by identifying the areas in which the highest levels of autochthonous transmission are concentrated, the possibility of the particularized area being the object of necessary intervention measures increases, enabling the correct choice and direction of the control measures managed by the managers of the endemic control programs.

Thus, managers should develop means to implement a deforestation control strategy integrated with the malaria endemic in the area of the District of União Bandeirantes. This necessarily implies creating conditions for a coordinated multisectoral action, capable of addressing the local factors that make the transmission of malaria heterogeneous and complex and the increase in deforestation in the District of União Bandeirantes.

REFERENCES

1.Paraguassu-Chaves, C.A. Trindade, C.D. Aznar Filho, S. Almeida, F.M. Aznar, S.D., Trindade, C.A.D. de Souza, L.P.G. Guanabara, R. Dantas, L.R.M. Geostatistics Applied to the Study of Deforestation and Malaria in Rural Areas of Western Amazon. International Journal of Advanced Engineering Research and Science, 8(7)-2021.

2. Paraguassu-Chaves, C.A. Geografia médica ou da saúde – espaço e doença na Amazônia Ocidental. Porto Velho: EDUFRO, 2001.

3. Tauil, P. L. Avaliação de uma nova estratégia de controle da malária na amazônia brasileira. Universidade de Brasília, 2002. (tese de doutorado).

4. Barata, R.C.B. 1995. Malária no Brasil: Panorama epidemiológico na última década. Cadernos de Saúde Pública, 11(1): 128-136.

5. Bitencourt, M.D.; Mucci, L.F.; Gomes, A.C.; Natal, D.; Barata, J.M.S. & Paula, M.B., 1999. Risco de transmissão de malária na U.H.E de Porto Primavera-SP. (Estudo não publicado).

6. Marques, A.C.; Cárdenas. Combate à Malária no Brasil: evolução, situação atual e perspectivas. Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical 27 (Supl. III):91-108,1998.

7. Alves, D.S. Distribuição Espacial do Desflorestamento na Amazônia Legal. Análise dos dados do projeto PRODES do período 1991-1995, relatório preparado para a Secretária de Coordenação da Amazônia do Ministério do Meio Ambiente, São José dos Campos, Junho de 2000.

8. Barbieri, A.F. Uso antrópico da terra e malária no Norte de Mato Grosso, 1992 a 1995. Belo Horizonte: Cedeplar/UFMG, 2000. (Dissertação de Mestrado)

9. Carvalho, M. S. Aplicação de Métodos de Análise Espacial na Caracterização de Áreas de Risco à Saúde. Tese de Doutorado em Engenharia Biomédica, COPPE/UFRJ, 1997.

10. Moraes, A.C.R. Meio Ambiente e Ciências Humanas. Editora Hucitec. Niterói. 2007.

11. Santos, M. Por Uma Geografia Nova. São Paulo: Hucitec, 1978.

12. Santos, M. Espaço e Método. 4. ed. São Paulo: Nobel, 1997.

13. Santos, M. O Retorno do Território. In: SANTOS, Milton et al. (Org.). Território: Globalização e Fragmentação. 4. ed. São Paulo: Hucitec: Anpur, 1998. p. 15-20.

14. Santos, M. Saúde e ambiente no processo de desenvolvimento. Ciência e Saúde Coletiva, Rio de Janeiro, n. 1, v. 8, p. 309- 314, 2003.

15. Santos, M. A Natureza do Espaço: técnica, razão e emoção. 4. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2004.

16. Grip, A.H. Utilização de geoestatística para tratamento de dados de prospecção geoquímica. Revista Brasileira de Geociências, São Paulo, v.22, n.2, p. 248 – 251, 1992.

17. Landim, P.M.B. Análise Estatística de Dados Geológicos. 2. ed. São Paulo: Unesp, 2003.

18. Guerra, P.A.G. Geoestatística operacional. Brasília: Departamento Nacional de Produção Mineral. 145 p.1988.

19. Landim, P.M.B. Análise estatística de dados geológicos. São Paulo: Editora da UNESP. 1998.

20. Huijbregts, C.J. (1975) - Regionalized variables and quantitative analysis of spatial data. In: DAVIS, J.C. & MC CULLAGH, M.J. (ed.) Display and analysis of spatial data. John Wiley, p.38 - 53.

21. Isaaks, E.H. & Srivastava, R.M. (1989) – An Introduction to Applied Geostatistics: Oxford University Press, 561 p

22. Camargo, L.A.; Marques J.R.J.; Pereira, G.T. & Horvat, R.A. Variabilidade espacial de atributos mineralógicos de um Latossolo sob diferentes formas do relevo. I - Mineralogia da fração argila. R. Bras. Ci. Solo, 32:2269- 2277, 2008.

23. Landim, P. M. B.; Sturaro, J. R. Krigagem Indicativa Aplicada à Elaboração de Mapas Probabilísticos de Riscos. DGA, IGCE, UNESP/Rio Claro, Lab. Geomatemática, Texto Didático 06, 2002. 19 p. Disponível em http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textodi.html. Acesso em: 10 set. 2019.

24. Fuks, S.D. 1998. Novos modelos para mapas derivados de informações de solos. In: ASSAD, E.D; SANO, E.E(Ed.) Sistemas de Informações Geográficas. 2. ed. Brasília: Serviço de Produção de Informação / Embrapa, cap. 19,p. 373-410.

25. Fuks, S.D.; Carvalho, M.S.; Câmara, G;. Monteiro, A.M.V. (ed.) Análise Espacial de Dados Geográficos. cap. 3, p.1-28, 2001.

26. Felgueiras, C.A.; Fuks, S. D.; Monteiro, A M. V.; Camargo, E.C.G. Inferências e estimativas de incertezas utilizando técnicas de krigagem não linear. 1999. Disponível em: <http://www.dpi.inpe.br/geopro/trabalhos/gisbrasil99/incertez as/2006>. Acesso em: 18 abr. 2019.

27. Felgueiras C.A. Modelagem Ambiental com Tratamento de Incertezas em Sistemas de Informação Geográfica: O Paradigma Geoestatístico por Indicação. Tese (Doutorado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, Disponível em: em 2019.

28. Arango, H.G. (2001) Bioestatística: Teórica e Computacional. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan.

29. Silveira Júnior, P.; Machado, A.A.; Zonta, E.P.; Silva, J. B. Curso de Estatística. v.1, Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, 1989, 135p.

30. Triola, M.F. (1998) Introdução à Estatística. 7a ed. Rio de Janeiro: LTC.

CAPÍTULO 2

SEMIGRUPO DE CONTRACCIÓN EN EL ESPACIO $l^2(Z)$

Data de aceite: 24/11/2023

Yolanda Silvia Santiago Ayala
Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Fac. de Ciencias Matemáticas, Av. Venezuela S/N Lima 01
https://orcid.org/0000-0003-2516-0871

RESUMEN: En este trabajo iniciamos estudiando al operador multiplicación M en el espacio $l^2(Z)$. Probamos que este operador no es acotado, es densamente definida y simétrica y por lo tanto no admite una extensión lineal simétrica a todo el espacio. Introducimos una familia de operadores en el espacio $l^2(Z)$ y demostramos que esta forma un semigrupo de contracción de clase C_o, teniendo a -M como su generador infinitesimal. Probamos también que si restringimos los dominios de esa familia de operadores estas aún conservan ser un semigrupo de contracción. Finalmente, damos resultados de existencia de solución del problema de Cauchy abstracto asociado y propiedades de dependencia continua de la solución en conexión a otras normas.
PALABRAS CLAVE: Espacio $l^2(Z)$, Teorema de Hellinger-Toeplitz, Semigrupo de contracción, existencia de solución, norma del gráfico.

SEMIGROUP OF CONTRACTION ON $L^2(Z)$ SPACE

ABSTRACT: In this work we begin by studying the multiplication operator *M* on the $l^2(Z)$ space. We prove that this operator is not bounded, is densely defined and symmetric and therefore does not admit a symmetric linear extension to the entire space. We introduce a family of operators on the $l^2(Z)$ space and demonstrate that it forms a contraction semigroup of class C_o, having -*M* as its infinitesimal generator. We also prove that if we restrict the domains of that family of operators, they still remain a contraction semigroup. Finally, we give results of existence of solution of the associated abstract Cauchy problem and properties of continuous dependence of the solution in connection to other norms.
KEYWORDS: $l^2(Z)$ space, Hellinger-Toeplitz theorem, Semigroup of contraction, existence of solution, graph norm.

1 I INTRODUCCIÓN

En este artículo estudiaremos algunos operadores en el espacio $l^2(Z)$. Esto es, introduciremos al operador multiplicación y probaremos que esta no es acotada, pero acotada con la norma del gráfico. Introduciremos una familia de operadores en l^2(Z) y mostraremos que son acotadas y que forman un semigrupo de contracción de clase C_o, teniendo como generador infinitesimal al operador multiplicación. Ahora, restringiendo el dominio de esta familia de operadores, probaremos que esta continua formando un semigrupo de contracción de clase C_o. Así, mejoraremos el resultado de existencia de solución para el problema de Cauchy abstracto asociado.

Podemos citar algunas referencias para el tratamiento de existencia de solución vía semigrupos, por ejemplo [1], [3], [4], [5] y [6].

Nuestro artículo está organizado del siguiente modo. En la sección 2, indicamos la metodología usada y citamos las referencias usadas. En la sección 3, colocamos los resultados obtenidos de nuestro estudio. Esta sección la dividimos en siete subsecciones. Así, en la subsección 3.1 estudiamos al operador Multiplicacion en l^2(Z). En la subsección 3.2, probamos que la familia de operadores introducida forma un semigrupo de contracción de clase C_o en l^2(Z). En la subsección 3.3, calculamos el generador infinitesimal del C_o semigrupo de contracción y obtenemos el primer resultado de existencia de solución para el problema de Cauchy abstracto asociado y también la dependencia continua de la solución. En la subsección 3.4, introducimos la norma del gráfico en el dominio de *M* que lo hace un espacio de Hilbert y probamos que *M* es acotado con esta norma. En la subsección 3.5, introducimos otras normas equivalentes a la norma del gráfico. En la subsección 3.6, probamos que la familia de operadores con dominio restringido continua siendo un semigrupo de contracción. En la subsección 3.7, obtenemos el resultado de existencia de solución en conexion con otras normas.

Finalmente, en la sección 4 damos las conclusiones y observaciones de este estudio.

2 I METODOLOGÍA

Rápidamente introduciremos algunas definiciones que serán usadas en este artículo.

Definición 2.1 *Denotamos por S*(Z) *al espacio de las sucesiones Rápidamente Decrecientes (R.D.), definido por*

$$S(\mathbb{Z}) := \left\{ \alpha = (\alpha_k)_{k \in Z} \,,\ \alpha_k \in \mathbb{C} \,/\, \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\alpha_k| < \infty \ y \ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\alpha_k||k|^n < \infty \,,\ \forall n \geq 1 \right\}.$$

Definición 2.2 *Definimos el espacio* l^2(Z) *sobre los complejos*

$$l^2(\mathbb{Z}) := \left\{ \alpha = (\alpha_k)_{k \in Z} \,,\ \alpha_k \in \mathbb{C} \,/\, \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\alpha_k|^2 < \infty \right\}.$$

Para ver propiedades de *S*(Z) y l^2(Z) citamos [1], [7] y [8].

Para la teoría de semigrupos, citamos [3] y [4].

Ahora, enunciaremos un importante resultado que será usado posteriormente.

Teorema 2.1 (Hellinger-Toeplitz) *Si T es un operador lineal no acotado, simétrico y densamente definido (i.e.* $\overline{Dom(T)} = H$*) en un espacio H de Hilbert, entonces no admite extensión lineal simétrica a H.*

Prueba. Citamos Kreyszig [2].

3 | PRINCIPALES RESULTADOS

3.1 El operador Multiplicación M en $l^2(\mathbb{Z})$

Introduciremos la siguiente aplicación

Definición 3.1 (Operador Multiplicación M **)** *Definamos la aplicación*

$$\begin{aligned} M : Dom(M) \subset l^2(\mathbb{Z}) \quad &\longrightarrow \quad l^2(\mathbb{Z}) \\ \alpha = (\alpha_k) \quad &\longrightarrow \quad M\alpha := (k^2\alpha_k) \end{aligned}$$

donde $Dom(M) := \{\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$ *tal que* $(k^2\alpha_k) \in l^2(\mathbb{Z})\} \subset l^2(\mathbb{Z})$.

Proposición 3.1 *El operador Multiplicación M es* $\mathbb{C}$ *lineal, densamente definido, simétrico y no acotado. Además, M no admite extensión lineal simétrica a* $l^2(\mathbb{Z})$.

Prueba. Primero, se observa que $Dom(M)$ es un subespacio de $l^2(\mathbb{Z})$, pues si $\alpha, \beta \in Dom(M)$ y $c \in \mathbb{C}$, entonces $\alpha, \beta \in l^2(\mathbb{Z})$, $\alpha + c\beta \in l^2(\mathbb{Z})$ y $(k^2(\alpha + c\beta)_k) = (k^2\alpha_k + ck^2\beta_k) = (k^2\alpha_k) + c(k^2\beta_k) \in l^2(\mathbb{Z})$; y por consiguiente se tiene que $M\{\alpha + c\beta\} = M\alpha + cM\beta$, lo que prueba la linealidad de M .

Ahora, queremos probar que $S(\mathbb{Z}) \subset Dom\,(M)$. Sea $\alpha = (\alpha_k) \in S(\mathbb{Z})$, y como $S(\mathbb{Z}) \subset l^2(\mathbb{Z})$ entonces $\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$. También, se tiene

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\alpha_k| < \infty \quad \text{y} \quad \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |k|^n |\alpha_k| < \infty\,, \ \forall n \geq 1\,.$$

Luego, $|\alpha_k| \to 0$ y $|\alpha_{-k}| \to 0$ cuando $k \to +\infty$. Así, $\alpha = (\alpha_k)_{k\in\mathbb{Z}}$ está acotada, i.e. $\exists C > 0$ tal que $|\alpha_k| \leq C$, $\forall k \in \mathbb{Z}$; luego

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |k|^4 |\alpha_k|^2 \leq C^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |k|^4 |\alpha_k| < \infty\,,$$

con esto se ha probado que $(k^2\alpha_k) \in l^2(\mathbb{Z})$; luego $\alpha \in Dom\,(M)$.

Se cumple $S(\mathbb{Z}) \subset Dom\,(M)$, luego

$$l^2(\mathbb{Z}) = \overline{S(\mathbb{Z})}^{\|\cdot\|_{l^2}} \subset \overline{Dom\,(M)}^{\|\cdot\|_{l^2}} \subset l^2(\mathbb{Z})$$

de donde obtenemos $\overline{Dom\,(M)}^{\|\cdot\|_{l^2}} = l^2(\mathbb{Z})$.

Ahora, probaremos que M no es acotada. En efecto, para esto introducimos una familia (α^k) de elementos de $S(\mathbb{Z})$, donde

$$\alpha^k = (..,0,0,\underbrace{\frac{1}{k^2}}_{\text{k-ésima}},0,0...)$$

con $k \in Z - \{0\}$.

Se observa $\|\alpha^k\|_{l^2} = \frac{1}{k^2}$. Además, $M\alpha = e_k$ y $\|M\alpha\|_{l2} = \|e_k\|_{l2} = 1$, donde

$$e_k = (..,0,0,\underbrace{1}_{\text{k-ésima}},0,0...)\,.$$

Podemos observar que $\frac{\|M\alpha^k\|_{l2}}{\|\alpha^k\|_{l2}} = k^2, \forall k \in \mathbb{Z} - \{0\}$ no es acotada. Luego el Operador M no es acotada.

Finalmente, probaremos que M es simétrico. En efecto, sean $\alpha, \beta \in Dom(M) \subset l^2(Z)$ tenemos

$$\begin{aligned} < M\alpha, \beta > &= < (k^2\alpha_k), (\beta_k) > \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^2\alpha_k\overline{\beta_k} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \alpha_k\overline{k^2\beta_k} \\ &= < (\alpha_k), (k^2\beta_k) > \\ &= < \alpha, M\beta > \ . \end{aligned}$$

El además sale de usar el Teorema 2.1 de Hellinger-Toeplitz.

Observacion 3.1 *El operador M puede ser visto como una matriz diagonal infinita. Esto es,*

$$\begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (k+1)^2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vdots \\ \alpha_{-1} \\ \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \alpha_k \\ \alpha_{k+1} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \alpha_{-1} \\ 0 \\ \alpha_1 \\ 2^2\alpha_2 \\ 3^2\alpha_3 \\ \vdots \\ k^2\alpha_k \\ (k+1)^2\alpha_{k+1} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

3.2 Semigrupo de Clase C_o en $l^2(Z)$

Proposición 3.2 (Semigrupo de Clase C_o en $l^2(Z)$) *Sea $t \geq 0$, definimos las aplicaciones $M_{F_t}\alpha := (e^{-tk^2}\alpha_k)$, $\forall \alpha \in l^2(Z)$ entonces $\{M_F\}_{t\geq 0} \subset B(l^2(Z))$ y además forma un semigrupo de contracción de clase C_o en $l^2(Z)$.*

Prueba. En $t = 0$, sea $\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$, tenemos $M_{F0}\,\alpha = (e^{-0k2}\,\alpha_k) = (\alpha_k) = \alpha$, luego

$$M_{F_0} = I\,, \tag{3.1}$$

donde I es el operador identidad en $l^2(\mathbb{Z})$.

Ahora, probaremos que $\{M_{Ft}\}_{t\geq 0}$ es una familia de operadores lineales acotados y de contracción, i.e. $\|M_{Ft}\| \leq 1$, $\forall t \geq 0$.

En efecto, sea $t > 0$ y $\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$,

$$\begin{aligned}
\|M_{F_t}\alpha\|_{l^2}^2 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |e^{-tk^2}\alpha_k|^2 \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |e^{-tk^2}|^2|\alpha_k|^2 \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{e^{-2tk^2}}_{\leq 1}|\alpha_k|^2 \\
&\leq \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\alpha_k|^2 \\
&= \|\alpha\|_{l^2}^2 \;<\; \infty\,.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

De (3.2) tenemos que $M_{Ft}\,\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$; esto es, M_{Ft} está bien definida para $t \geq 0$. Por otro lado, es evidente que M_{Ft} es $\mathbb{C}$ lineal:

$$\begin{aligned}
M_{F_t}(\alpha + c\beta) &= (e^{-tk^2}\{\alpha + c\beta\}_k) \\
&= (e^{-tk^2}\{\alpha_k + c\beta_k\}) \\
&= (e^{-tk^2}\alpha_k + ce^{-tk^2}\beta_k) \\
&= (e^{-tk^2}\alpha_k) + c(e^{-tk^2}\beta_k) \\
&= M_{F_t}\alpha + cM_{F_t}\beta\,,
\end{aligned}$$

para todo α, $\beta \in l^2(\mathbb{Z})$ y $c \in \mathbb{C}$.

Así, de (3.2) también obtenemos que $\|M_{Ft}\,\alpha\|_{l2} \leq \|\alpha\|_{l2}$, $\forall \alpha \in l^2(\mathbb{Z})$. Esto es, el operador M_{Ft} es acotado y

$$\|M_{F_t}\| \leq 1\,,\ \forall t \geq 0\,. \tag{3.3}$$

Sea $t > 0$, $r > 0$ y $\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$, tenemos

$$\begin{aligned}
M_{F_{(t+r)}}\alpha &= \left(e^{-(t+r)k^2}\alpha_k\right) \\
&= \left(e^{-tk^2}e^{-rk^2}\alpha_k\right) \\
&= \left(e^{-tk^2}\{M_{F_r}\alpha\}_k\right) \\
&= M_{F_t}\{M_{F_r}\alpha\}
\end{aligned}$$

$$= \quad M_{F_t} \circ M_{F_r}\alpha \,,$$

esto es, $M_{F(t+r)} = M_{Ft} \circ M_{Fr}$ para $t > 0$ y $r > 0$. El caso $t = 0$ o $r = 0$ es evidente; luego

$$M_{F_{(t+r)}} = M_{F_t} \circ M_{F_r} \,, \ \forall t, r \geq 0. \tag{3.4}$$

Sea $\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$, probaremos que $\|M_{Ft}\,\alpha - \alpha\|_{l2} \longrightarrow 0$ cuando $t \to 0^+$. En efecto,

$$\begin{aligned} \|M_{F_t}\alpha - \alpha\|_{l^2}^2 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |e^{-tk^2}\alpha_k - \alpha_k|^2 \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |(e^{-tk^2} - 1)\alpha_k|^2 \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{|e^{-tk^2} - 1|^2}_{\widetilde{M}(k,t):=} |\alpha_k|^2 \end{aligned} \tag{3.5}$$

donde $\lim_{t \to 0^+} \tilde{M}(k, t) = 0$.

Además, el k-ésimo término de la serie (3.5) está mayorado:

$$\widetilde{M}(k,t)|\alpha_k|^2 \leq 4|\alpha_k|^2$$

y como la serie $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\alpha_k|^2$ es convergente, entonces usando el M-Test de Weierstrass tenemos que la serie converge absoluta y uniformemente. Luego,

$$\lim_{t \to 0^+} \|M_{F_t}\alpha - \alpha\|_{l^2}^2 = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{\lim_{t \to 0^+} |e^{-tk^2} - 1|^2}_{=0} |\alpha_k|^2 = 0 \,.$$

Así, hemos probado que

$$\lim_{t \to 0^+} \|M_{F_t}\alpha - \alpha\|_{l^2} = 0 \,, \ \forall \alpha \in l^2(\mathbb{Z}) \,. \tag{3.6}$$

De (3.1), (3.4), (3.3) y (3.6) concluimos que $\{M_{Ft}\}_{t\geq 0}$ es un semigrupo de contracción de clase C_o en $l^2(\mathbb{Z})$.

Proposición 3.3 $\forall \alpha \in l^2(\mathbb{Z})$, *la aplicación: $t \to M_{Ft}\,\alpha$ es continua de* $[0, \infty)$ *a* $l^2(\mathbb{Z})$.

Prueba. Sea $t > 0$, $h > 0$, usando la propiedad de semigrupo, la desigualdad (3.3) y el límite (3.6), obtenemos

$$\begin{aligned} \|M_{F_{t+h}}\alpha - M_{F_t}\alpha\|_{l^2} &= \|M_{F_t}M_{F_h}\alpha - M_{F_t}\alpha\|_{l^2} \\ &= \|M_{F_t}\{M_{F_h}\alpha - \alpha\}\|_{l^2} \\ &\leq \|M_{F_h}\alpha - \alpha\|_{l^2} \ \to \ 0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

cuando $h \to 0^+$.

Ahora, considerando $h > 0$ tal que $t - h > 0$ y procediendo análogamente como en (3.7), obtenemos

$$\begin{aligned}\|M_{F_{t-h}}\alpha - M_{F_t}\alpha\|_{l^2} &= \|M_{F_{t-h}}\alpha - M_{F_{t-h}}M_{F_h}\alpha\|_{l^2} \\ &= \|M_{F_{t-h}}\{\alpha - M_{F_h}\alpha\}\|_{l^2} \\ &\leq \|M_{F_h}\alpha - \alpha\|_{l^2} \ \to \ 0 \qquad (3.8)\end{aligned}$$

cuando $h \to 0^+$.

De (3.7) y (3.8) tenemos que la aplicación es continua en $t \in IR^+$.

Proposición 3.4 *Si* $\alpha^n \overset{\|\cdot\|_{l^2}}{\to} \alpha$ *entonces* $\|M_{F_t}\alpha^n - M_{F_t}\alpha\|_{l^2} \to 0$ *cuando* $n \to +\infty$.

Prueba. Es inmediato desde que de (3.2) se tiene

$$\|M_{F_t}\alpha^n - M_{F_t}\alpha\|_{l^2} = \|M_{F_t}(\alpha^n - \alpha)\|_{l^2} \leq \|\alpha^n - \alpha\|_{l^2}\,.$$

3.3 Cálculo del G.I. de $\{M_{F_t}\}_{t\geq 0}$ en $l^2(\mathbb{Z})$

Proposición 3.5 *–M es el Generador infinitesimal (G.I.) del semigrupo de contracción* $\{M_{F_t}\}_{t\geq 0}$ *en* $l^2(\mathbb{Z})$.

Prueba. Si A es el G.I. del semigrupo de contracción $\{M_{F_t}\}_{t\geq 0}$ en $l^2(\mathbb{Z})$ entonces todo se reduce a probar que $Dom(A) = Dom(M)$ y $A = -M$.

1. $Dom(M) \subset Dom(A)$.Sea $\alpha \in Dom(M)$ entonces $\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$ y $M\alpha := (k^2\alpha_k) \in l^2(\mathbb{Z})$, i.e.

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |k^2\alpha_k|^2 < \infty \qquad (3.9)$$

Sea $t > 0$, tenemos

$$\begin{aligned}\left\|\frac{M_{F_t}\alpha - \alpha}{t} + M\alpha\right\|_{l^2}^2 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left|\frac{e^{-tk^2}\alpha_k - \alpha_k}{t} + k^2\alpha_k\right|^2 \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left|\left\{\underbrace{\frac{e^{-tk^2} - 1}{t} + k^2}_{H(k,t):=}\right\}\alpha_k\right|^2\end{aligned}$$

donde $\lim\limits_{t\to 0} H(k, t) = 0$. También tenemos

$$|H(k,t)|^2|\alpha_k|^2 \leq 2k^4|\alpha_k|^2$$

y como vale (3.9), usando el M -test de Weierstrass tenemos que la serie $\sum\limits_{k=-\infty}^{+\infty} |H(k,t)|^2|\alpha_k|^2$ converge absoluta y uniformemente, luego

$$\lim_{t\to 0^+}\left\|\frac{M_{F_t}\alpha - \alpha}{t} + M\alpha\right\|_{l^2}^2 = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\underbrace{\lim_{t\to 0^+} H(k,t)}_{=0}|^2|\alpha_k|^2 = 0\,.$$

Así, $\lim\limits_{t\to 0^+}\left\|\frac{M_{F_t}\alpha-\alpha}{t} + M\alpha\right\|_{l^2} = 0$. Esto es, existe $\lim\limits_{t\to 0^+}\left\{\frac{M_{F_t}\alpha-\alpha}{t}\right\} = -M\alpha$. Luego, $\alpha \in D(A)$ y $A\alpha = -M\alpha$.

2. $Dom(A) \subset Dom(M)$.- Sea $\alpha \in Dom(A)$ entonces $\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$ y $\lim\limits_{t\to 0^+}\left\{\frac{M_{F_t}\alpha-\alpha}{t}\right\} =$ $A\alpha$ en $l^2(\mathbb{Z})$. Esto es,

lím ¨ MFtα – α – Aα¨

$$\lim_{t\to 0^+}\left\|\frac{M_{F_t}\alpha-\alpha}{t}-A\alpha\right\|_{l^2}=0\,.$$

Así, dado $\epsilon > 0$

$$\begin{aligned}\epsilon > \left\|\frac{M_{F_t}\alpha-\alpha}{t}-A\alpha\right\|_{l^2}^2 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left|\frac{e^{-tk^2}\alpha_k-\alpha_k}{t}-\{A\alpha\}_k\right|^2\\ &> \left|\frac{e^{-tk^2}\alpha_k-\alpha_k}{t}-\{A\alpha\}_k\right|^2\ ,\ \forall k\in\mathbb{Z}\,.\end{aligned}$$

Luego, para cada $k \in \mathbb{Z}$,

$$\frac{e^{-tk^2}\alpha_k-\alpha_k}{t}\to\{A\alpha\}_k \quad \text{cuando } t\to 0\ ,$$

pero sabemos que

$$\frac{e^{-tk^2}\alpha_k-\alpha_k}{t}\to -k^2\alpha_k \quad \text{cuando } t\to 0$$

para cada $k \in \mathbb{Z}$.

Luego, para cada $k \in \mathbb{Z}$ se tiene $\{A\alpha\}_k = -k^2{}_{\alpha k}$. Entonces

$$l^2(\mathbb{Z}) \ni A\alpha = (-k^2\alpha_k)\,. \tag{3.10}$$

De (3.10) tenemos que $(-k^2\alpha_k) \in l^2(\mathbb{Z})$, esto es $\alpha \in Dom(M)$ y $A\alpha = -M\alpha$.

De los dos items se concluye que $Dom(A) = Dom(M)$ y $A = -M$.

Proposición 3.6 *Sea $t \geq 0$, si $\alpha \in Dom(M)$ entonces $M_F t\alpha \in Dom(M)$. Además, se cumple: $MM_{Ft}\alpha = M_{Ft} M\alpha$, $\forall \alpha \in Dom(M)$.*

Prueba. En efecto, sea $\alpha \in Dom(M)$, $t > 0$ y $r > 0$ y $-M$ es el G. I. de $\{M_F t\}_{t\geq 0}$ en $l^2(\mathbb{Z})$, luego

$$\begin{aligned}\lim_{r\to 0^+}\left\{\frac{M_{F_r}(M_{F_t}\alpha)-M_{F_t}\alpha}{r}\right\} &= \lim_{r\to 0^+}\left\{\frac{M_{F_t}(M_{F_r}\alpha)-M_{F_t}\alpha}{r}\right\}\\ &= \lim_{r\to 0^+} M_{F_t}\left\{\frac{M_{F_r}\alpha-\alpha}{r}\right\}\\ &= M_{F_t}\left[\lim_{r\to 0^+}\left\{\frac{M_{F_r}\alpha-\alpha}{r}\right\}\right]\\ &= M_{F_t}[-M\alpha]\ \in\ l^2(\mathbb{Z}).\end{aligned}$$

Así, existe el límite en $l^2(\mathbb{Z})$. Esto es $M_F\,\alpha \in Dom(M)$ y

$$-M(M_{F_t}\alpha) = M_{F_t}[-M\alpha] = -M_{F_t}[M\alpha],$$

i.e.

$$M \circ M_{F_t}\alpha = M_{F_t} \circ M\alpha\,,\ \forall \alpha \in Dom(M)\,. \tag{3.11}$$

Una consecuencia inmediata es el siguiente resultado.

Proposición 3.7 *El operador $M : Dom(M) \subset l^2(Z) \to l^2(Z)$ es cerrado.*

Prueba. Desde que $-M$ es el G.I. del semigrupo de contraccion $\{M_{Ft}\}_{t\geq 0}$ en $l^2(Z)$ tenemos que $-M$ es cerrado, luego M también lo es.

Así, obtenemos el siguiente resultado de existencia de solución.

Proposición 3.8 *El Problema de Cauchy Abstracto*

$$(Q)\ \left|\begin{array}{l} u_t = -Mu \\ u(0) = \alpha \in Dom(M) \subset l^2(\mathbb{Z}) \end{array}\right.$$

posee una única solución: $u(t) = M_{Ft}\,\alpha$, $\forall t \geq 0$, donde $u \in C([0, \infty), l^2(Z)) \cap C^1([0, \infty), l^2(Z))$.

Observación 3.2 *De la Proposición 3.4 tenemos que la solución del problema (Q) depende continuamente del dato inicial.*

3.4 Norma del Gráfico en $Dom(M) \subset l^2(Z)$

Definición 3.2 *En $Dom(M) \subset l^2(Z)$ definimos la aplicación*

$$\begin{array}{rcl} <\cdot,\cdot>_\Delta : Dom(M) \times Dom(M) & \longrightarrow & \mathbb{C} \\ (\alpha,\beta) & \longrightarrow & <\alpha,\beta>_\Delta \end{array}$$

donde

$$<\alpha,\beta>_\Delta := <\alpha,\beta>_{l^2} + <M\alpha, M\beta>_{l^2}\,,\ \forall \alpha,\beta \in Dom(M)\,.$$

Se observa que $<\cdot,\cdot>_\Delta$ está bien definida.

Proposición 3.9 *La aplicación $<\cdot,\cdot>_\Delta$ es un producto interno en $Dom(M) \subset l^2(Z)$.*

Prueba. Es inmediato desde que $<\cdot,\cdot>_{l2}$ es un producto interno.

Así, el producto interno $<\cdot,\cdot>_\Delta$ induce una norma $\|\cdot\|_{<,\cdot>\Delta}$ en $Dom(M)$:

$$\|\alpha\|_{<\cdot,\cdot>_\Delta} = \sqrt{\|\alpha\|_{l^2}^2 + \|M\alpha\|_{l^2}^2}\,,\ \forall \alpha \in Dom(M)\,. \tag{3.12}$$

Denotaremos a $\|\cdot\|_{<,\cdot>\Delta}$ por $\|\cdot\|_\Delta$.

Así,

Proposición 3.10 *El espacio normado $(Dom(M), \|\cdot\|_\Delta)$ satisface*

$$\|\alpha\|_\Delta \geq \|\alpha\|_{l^2}\,,\ \forall \alpha \in Dom(M)\,, \tag{3.13}$$

$$\|\alpha\|_\Delta \geq \|M\alpha\|_{l^2}\,,\ \forall \alpha \in Dom(M)\,. \tag{3.14}$$

Prueba. Es inmediato de (3.12).

Proposición 3.11 *El espacio* $(Dom(M), \|\cdot\|_\Delta)$ *es completo.*

Prueba. Sea (α^n) una sucesión de Cauchy en $Dom(M)$ con $\|\cdot\|_\Delta$. Probaremos que $\exists\alpha \in Dom(M)$ tal que $\|\alpha^n - \alpha\|_\Delta \to 0$ cuando $n \to +\infty$.

Dado $\epsilon > 0$, $\exists N_o \in IN$ tal que

$$\epsilon > \|\alpha^n - \alpha^m\|_\Delta \text{ siempre que } n, m > N_o . \tag{3.15}$$

De (3.13) tenemos

$$\epsilon > \|\alpha^n - \alpha^m\|_\Delta \geq \|\alpha^n - \alpha^m\|_{l2} \text{ siempre que } n, m > N_o . \tag{3.16}$$

De (3.14) tenemos

$$\epsilon > \|\alpha^n - \alpha^m\|_\Delta \geq \|M(\alpha^n - \alpha^m)\|_{l^2} = \|M\alpha^n - M\alpha^m\|_{l^2} \text{ siempre que } n, m > N_o . \tag{3.17}$$

De (3.16) tenemos que (α^n) es una sucesión de Cauchy en $l^2(Z)$, y como $l^2(Z)$ es completo, entonces $\exists\alpha \in l^2(Z)$ tal que

$$\alpha^n \overset{\|\cdot\|_{l^2}}{\longrightarrow} \alpha . \tag{3.18}$$

De (3.17) tenemos que $(M\alpha^n)$ es una sucesión de Cauchy en $l^2(Z)$, y como $l^2(Z)$ es completo, entonces $\exists\beta \in l^2(Z)$ tal que

$$M\alpha^n \overset{\|\cdot\|_{l^2}}{\longrightarrow} \beta . \tag{3.19}$$

De (3.18), (3.19) y como M es un operador cerrado, entonces

$$\alpha \in Dom(M) \text{ y } M\alpha = \beta . \tag{3.20}$$

De (3.18), (3.19) y (3.20) tenemos

$$\begin{aligned} \|\alpha^n - \alpha\|_\Delta^2 &= \|\alpha^n - \alpha\|_{l^2}^2 + \|M(\alpha^n - \alpha)\|_{l^2}^2 \\ &= \|\alpha^n - \alpha\|_{l^2}^2 + \|M\alpha^n - M\alpha\|_{l^2}^2 \to 0 \end{aligned}$$

cuando $n \to +\infty$.

Entonces $\|\alpha^n - \alpha\|_\Delta$ H $\to 0$ cuando $n \to +\infty$. Esto es, $\exists\alpha \in Dom(M)$ tal que $\alpha^n \overset{\|\cdot\|_\Delta}{\longrightarrow} \alpha$.

Observacion 3.3 *El espacio* $(Dom(M), \|\cdot\|_\Delta)$ *es un espacio de Banach o también* $(Dom(M), <\cdot,\cdot>_\Delta)$ *es un espacio de Hilbert.*

Proposición 3.12 *Sea*

$$\begin{aligned} M : (Dom(M), \|\cdot\|_\Delta) &\longrightarrow l^2(\mathbb{Z}) \\ \alpha &\longrightarrow M\alpha = (k^2\alpha_k) \end{aligned}$$

entonces M es un operador acotado y $\|M\| \leq 1$.

Prueba. Es inmediato de (3.14).

Tenemos la siguiente propiedad que conecta $\|\cdot\|_\Delta$ con el semigrupo $\{M_{Ft}\}_{t\geq 0}$.

Proposición 3.13 *Sea* $t \geq 0$, $M_{F_t}\alpha = (e^{-tk^2}\alpha_k)$, $\forall\alpha \in l^2(\mathbb{Z})$, *si* $\alpha^n \overset{\|\cdot\|_\Delta}{\longrightarrow} \alpha$ *entonces* $\|M_{Ft}\alpha^n - M_{Ft}\alpha\|_{l2} \to 0$ *cuando* $n \to +\infty$.

Prueba. Es inmediato desde que usando (3.13) tenemos que $\alpha^n \overset{\|\cdot\|_\Delta}{\longrightarrow} \alpha$ implica $\alpha^n \overset{\|\cdot\|_{l^2}}{\longrightarrow}$

α y como

$$\|M_{F_t}\alpha^n - M_{F_t}\alpha\|_{l^2} = \|M_{F_t}(\alpha^n - \alpha)\|_{l^2} \leq \|\alpha^n - \alpha\|_{l^2} \, ,$$

concluimos.

3.5 Otras normas en *Dom*(*M*)

Ahora, introduciremos otras normas en *Dom*(*M*).

Observación 3.4 (p-normas en *Dom*(*M*)) *En Dom*(*M*) ⊂ l^2(Z) *podemos definir otras normas, por ejemplo:* $\|\cdot\|_p$, $1 \leq p \leq \infty$,

$$\begin{aligned} 1 \leq p < \infty \, , \ \|\alpha\|_p \ &:= \ (\|\alpha\|_{l^2}^p + \|M\alpha\|_{l^2}^p)^{\frac{1}{p}} \\ \|\alpha\|_\infty \ &:= \ \max\{\|\alpha\|_{l^2}, \|M\alpha\|_{l^2}\} \end{aligned}$$

para α ∈ *Dom*(*M*)*. Y se observa que todas estas normas son equivalentes.*

Note: $\|\alpha\|_2 = \|\alpha\|_\Delta$.

Además, se cumplen las siguientes desigualdades:

$$\|\alpha\|_p \ \geq \ \|\alpha\|_{l^2} \, , \ \forall \alpha \in Dom(M) \, , \tag{3.21}$$

$$\|\alpha\|_p \ \geq \ \|M\alpha\|_{l^2} \, , \ \forall \alpha \in Dom(M) \tag{3.22}$$

para $p \in [1, \infty]$.

Proposición 3.14 *El espacio* (*Dom*(*M*), $\|\cdot\|_p$) *es completo, para* $p \in [1, \infty]$*.*

Prueba. Esto sigue desde que $\|\cdot\|_p$ es equivalente a $\|\cdot\|_\Delta$ y (*Dom*(*M*), $\|\cdot\|_\Delta$) es completo.

Proposición 3.15 *Sea*

$$\begin{aligned} M : (Dom(M), \|\cdot\|_p) \ &\longrightarrow \ l^2(\mathbb{Z}) \\ \alpha \ &\longrightarrow \ M\alpha = (k^2\alpha_k) \end{aligned}$$

entonces M es acotado y $\|M\| \leq 1$ *.*

Prueba. Es inmediato de (3.22).

También, tenemos la siguiente propiedad que conecta $\|\cdot\|_p$ con el semigrupo $\{M_{F_t}\}_{t\geq 0}$.

Proposición 3.16 *Sea* $t \geq 0, \ M_{F_t}\alpha = (e^{-tk^2}\alpha_k), \ \forall \alpha \in l^2(\mathbb{Z}). \ Sea \ p \in [1, \infty],$ *si* $\alpha^n \overset{\|\cdot\|_p}{\to} \alpha$ *entonces* $\|M_{F_t}\alpha^n - M_{F_t}\alpha\|_{l^2} \to 0$ *cuando* $n \to +\infty$.

Prueba. De (3.21) tenemos que $\alpha^n \overset{\|\cdot\|_p}{\to} \alpha$ implica $\alpha^n \overset{\|\cdot\|_{l^2}}{\to} \alpha$. Luego,

$$\|M_{F_t}\alpha^n - M_{F_t}\alpha\|_{l^2} = \|M_{F_t}(\alpha^n - \alpha)\|_{l^2} \leq \|\alpha^n - \alpha\|_{l^2} \to 0$$

cuando $n \to +\infty$.

3.6 Semigrupo de Clase C_o en $Dom(M) \subset l^2(\mathbb{Z})$ con $\|\cdot\|_\Delta$

Proposición 3.17 (Semigrupo de Clase C_o en $Dom(M) \subset l^2(\mathbb{Z})$) *Sea $t \geq 0$, definimos las aplicaciones $M_{Ft}\alpha := (e^{-tk^2}\alpha_k)$, $\forall \alpha \in Dom(M) \subset l(\mathbb{Z})$ entonces $\{M_{Ft}\}_{t\geq 0} \subset B(Dom(M))$ y además forma un semigrupo de contracción de clase C_o en el espacio $(Dom(M), \|\cdot\|_\Delta)$ de Hilbert.*

Prueba. Sea $t > 0$ y $\alpha \in Dom(M)$, usando (3.11) y que $\{M_{Ft}\}_{t\geq 0}$ es un semigrupo de contracción en $l^2(\mathbb{Z})$, tenemos

$$\begin{aligned} \|M_{F_t}\alpha\|_\Delta^2 &= \|M_{F_t}\alpha\|_{l^2}^2 + \|MM_{F_t}\alpha\|_{l^2}^2 \\ &\leq \|\alpha\|_{l^2}^2 + \|M_{F_t}M\alpha\|_{l^2}^2 \\ &\leq \|\alpha\|_{l^2}^2 + \|M\alpha\|_{l^2}^2 \\ &= \|\alpha\|_\Delta^2 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Esto es,

$$\|M_{F_t}\alpha\|_\Delta \leq \|\alpha\|_\Delta\,, \ \forall \alpha \in Dom(M)\,, \tag{3.24}$$

de donde se deduce que $M_{Ft} \in B(Dom(M))$ y $\|M_F t\| \leq 1$.

Sea $\alpha \in Dom(M)$ y $t > 0$, usando (3.11) y (3.6) tenemos

$$\begin{aligned} \|M_{F_t}\alpha - \alpha\|_\Delta^2 &= \|M_{F_t}\alpha - \alpha\|_{l^2}^2 + \|M(M_{F_t}\alpha - \alpha)\|_{l^2}^2 \\ &= \|M_{F_t}\alpha - \alpha\|_{l^2}^2 + \|M_{F_t}M\alpha - M\alpha\|_{l^2}^2 \to 0 \end{aligned} \tag{3.25}$$

cuando $t \to 0^+$.

Proposición 3.18 *Para todo $\alpha \in Dom(M)$, la aplicación $t \to M_F t\alpha$ es continua de* $[0, \infty)$ *a $Dom(M)$.*

Prueba. Sea $\alpha \in Dom(M)$ y $t > 0$, usando (3.11) y la proposición 3.3, tenemos

$$\begin{aligned} \|M_{F_{t+h}}\alpha - M_{F_t}\alpha\|_\Delta^2 &= \|M_{F_{t+h}}\alpha - M_{F_t}\alpha\|_{l^2}^2 + \|M(M_{F_{t+h}}\alpha - M_{F_t}\alpha)\|_{l^2}^2 \\ &= \|M_{F_{t+h}}\alpha - M_{F_t}\alpha\|_{l^2}^2 + \|M_{F_{t+h}}M\alpha - M_{F_t}M\alpha\|_{l^2}^2 \to 0 \end{aligned}$$

cuando $h \to 0$.

Proposición 3.19 *Sea $t \geq 0$, si $\alpha^n \xrightarrow{\|\cdot\|_\Delta} \alpha$ entonces $M\ \alpha^n \xrightarrow{\|\cdot\|_\Delta} M_{Ft}\alpha$.*

Prueba. Usando (3.24) con $\alpha^n - \alpha \in Dom(M)$, tenemos

$$\|M_{F_t}\alpha^n - M_{F_t}\alpha\|_\Delta = \|M_{F_t}(\alpha^n - \alpha)\|_\Delta \leq \|\alpha^n - \alpha\|_\Delta \to 0$$

cuando $n \to +\infty$.

3.7 Existencia de solución

Así, obtenemos el siguiente resultado de existencia de solución.

Proposición 3.20 *Sea $t \geq 0$, $M_{Ft}\alpha = (e^{-tk^2}\alpha_k)$, $\forall \alpha \in l^2(\mathbb{Z})$. Entonces el Problema de*

Cauchy Abstracto

$$(Q)\left|\begin{array}{l} u_t = -Mu \\ u(0) = \alpha \in Dom(M) \subset l^2(\mathbb{Z}) \end{array}\right.$$

posee una única solución: $u(t) = M_{Ft}\alpha$, $\forall t \geq 0$, *con* $u \in C([0, \infty), Dom(M)) \cap C^1([0, \infty), l^2(\mathbb{Z}))$, *donde consideramos a* $Dom(M)$ *con la norma del gráfico* $\|\cdot\|_\Delta$.

Observación 3.5 *En la Proposición 3.20, podemos considerar* $\|\cdot\|_p$ *en vez de la norma del gráfico, desde que son equivalentes.*

4 I CONCLUSIONES

En nuestro estudio hemos realizado lo siguiente:

1. Presentamos al operador multiplicación M en $l^2(\mathbb{Z})$, probamos que es densamente definido, no acotado, simétrico y que no admite extensión lineal simétrica a $l^2(\mathbb{Z})$.

2. Introducimos una familia de operadores y probamos que esta forma un semigrupo de contracción de clase C_o sobre $l^2(\mathbb{Z})$.

3. Demostramos que $-M$ es el generador infinitesimal de dicho semigrupo de contracción sobre $l^2(\mathbb{Z})$. Y además se obtiene que el Problema de Cauchy Abstracto (PCA) asociado está bien colocado.

4. Introducimos una norma en el dominio de M: $Dom(M) \subset l^2(\mathbb{Z})$, que hace que M sea acotado, e introducimos otras normas equivalentes a esta.

5. Probamos que las restricciones al $Dom(M)$ de los operadores del semigrupo C_o sobre el espacio $l^2(\mathbb{Z})$, forman también un semigrupo C_o sobre el espacio $Dom(M)$ de Hilbert.

6. Obtenemos un mejor resultado de existencia de solución del PCA asociado.

7. Las propiedades obtenidas se pueden generalizar para los espacios $l^2(\mathbb{Z})$ con peso, espacios de Sobolev periódico H^s_{per} con $s \in IR$; y por lo tanto aplicarlo en el estudio de la existencia de solución de ecuaciones de evolución.

REFERENCIAS

[1] Iorio, R. and Iorio V. Fourier Analysis and partial Differential Equations. Cambridge University. 2001.

[2] Kreyszig E. Introductory functional analysis with applications. John Wiley and Sons. 1978.

[3] Mun˜oz Rivera, J.E. Semigrupos e equa¸c˜oes Diferenciais Parciais. PetropolisLNCC. 2007.

[4] Pazy A. Semigroups of linear operator and applications to partial differential equations. Applied Mathematical Sciences. 44 Springer Verlag. Berlín. 1983.

[5] Santiago Ayala, Y. and Rojas, S. Regularity and wellposedness of a problem to one parameter and its behavior at the limit. Bulletin of the Allahabad Mathematical Society. 2017; 32(02): 207-230.

[6] Santiago Ayala, Y. Semigroup of weakly continuous operators associated to a generalized Schr¨odinger equation. Journal of Applied Mathematics and Physics. 2023; 11(04): 1061-1076.

[7] Santiago Ayala, Y. Inmersiones y propiedades de los espacios de Sobolev periódico. Matemática: O sujeito e o conhecimento matemático 2. 2023; 66-87.

[8] Santiago Ayala, Y. Los espacios $l^2(Z)$ con peso: propiedades y su conexion con los espacios de Sobolev. Matemática: O sujeito e o conhecimento matemático 2. 2023; 88-104.

CAPÍTULO 3

DESVENDANDO A ASTROFOTOGRAFIA: PRINCÍPIOS FÍSICOS E TÉCNICAS PARA PROCESSAMENTO DE IMAGENS ASTRONÔMICAS DE CCD E DSLR

Data de submissão: 09/11/2023 *Data de aceite: 24/11/2023*

Leandro de Almeida
Laboratório Nacional de Astrofísica - Coordenação de Astrofísica
Itajubá - Minas Gerais
ORCID: 0000-0001-8179-1147

João Rodrigo de Souza Leão
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Escola de Ciência e Tecnologia
Natal - Rio Grande do Norte
http://lattes.cnpq.br/1503222549970852

RESUMO:Este trabalho tem como objetivo apresentar a metodologia utilizada por nós como facilitadores de oficinas de telescópios e astrofotografia. Nosso mini-curso capacita os participantes a realizar operações básicas em telescópios motorizados, manutenção e colimação da óptica, além de fornecer um conhecimento básico das principais técnicas de processamento utilizadas atualmente na astrofotografia. Aqui, apresentamos os principais tópicos desses cursos, que abrangem desde os fundamentos da óptica de todos os tipos de telescópios até o procedimento final de processamento da astrofotografia.
PALAVRAS-CHAVE: Astrofotografia, Telescópio, CCD, DSLR, Astronomia

UNRAVELING THE ASTROPHOTOGRAPHY: PHYSICAL PRINCIPLES AND TECHNIQUES FOR PROCESSING ASTRONOMICAL IMAGES FROM CCD AND DSLR

ABSTRACT: This work aims to outline the methodology employed by us as instructors in telescope and astrophotography workshops. Our mini-course empowers participants to execute fundamental operations with motorized telescopes, conduct maintenance, and perform optics collimation. Additionally, it provides a solid understanding of contemporary processing techniques employed in astrophotography. In this context, we present the key topics covered in these courses, ranging from the basics of telescope optics to the final processing steps in astrophotography.
KEYWORDS: Astrophotography, Telescope, CCD, DSLR, Astronomy

1 I INTRODUÇÃO

Hoje em dia, não é muito fácil para nós darmos uma pausa em nossa vida moderna e contemplar o céu noturno, principalmente devido à poluição visual das luzes da cidade e à falta de interesse causada pelo falso senso comum de que não há nada interessante para se ver. Muitas pessoas também acreditam que é necessário equipamentos caros e extravagantes para capturar fotos do céu com qualidade. Algumas escolas e universidades no Brasil têm projetos de observação, mas carecem de pessoal qualificado para operar os insrtumentos. Como não há um curso específico para operar telescópios, a maioria dos professores se encontra com ótimos equipamentos, mas sem experiência no assunto. Desde 2012 (LEÃO et al 2016), nosso grupo de Astronomia e Astrofísica (Observatório SOFIA) realiza cursos sobre telescópios e astrofotografia com o objetivo de capacitar esses professores e estudantes a operarem tais equipamentos da melhor maneira possível. Desde a primeira vez que este workshop foi ministrado (ALMEIDA e LEÃO, 2012), sempre recebemos um retorno positivo dos participantes em relação à metodologia e ao material utilizado. Nossa abordagem inspirou alguns trabalhos relacionados, como SANTOS et al (2012) e AMARAL et al (2016). Ao final de cada workshop, todos os participantes terão aprendido: definições básicas e intermediárias de OTAs (Optical Tube Assembly), manuseio e manutenção de telescópios, conceitos e uso de DSLRs (Digital Single Lens Reflex) e CCDs (Charge-Coupled Device), captura de imagens astronômicas usando telescópios refletores e principais técnicas de processamento de imagem. Por fim, esperamos que os participantes possam sair do curso com conhecimento suficiente para fazer sua própria astrofotografia usando as técnicas de registro e processamento fornecidas. Assim, saberão como montar o telescópio, registrar objetos astronômicos e processar esses arquivos, revelando as imagens registradas.

2 I PRINCÍPIOS FÍSICOS DE TELESCÓPIOS E CÂMERAS DSLR

Nesta primeira etapa, abordamos a óptica do nosso equipamento de aquisição de imagem, que é dividido em duas partes principais: a lente e o sensor. A lente pode ser interpretada como o instrumento óptico que converge a luz do objeto a ser fotografado em um ponto focal onde o sensor está montado. O sensor pode ser interpretado como o dispositivo analógico ou eletrônico que coleta a luz proveniente do instrumento óptico. Discutimos alguns tipos de OTAs usados para observação e registro astronômico. Primeiramente, é preciso entender do que consiste a óptica de um telescópio. Trata-se do sistema de lentes e/ou espelhos que convergem a luz do objeto para um ponto focal. Existem vários tipos de OTAs que diferem na construção e no caminho que a luz percorre até o ponto focal. Esta seção do workshop concentra-se em: OTAs (Optical Tube Assembly), montagens, telescópios refratores (objetivo cromático, aberração cromática, apocromático APO-ED), telescópios refletores (Newtoniano, Cassegrain, Gregoriano, Catadióptrico, Schmidt, Maksutov), barlows, prismas e filtros. Os princípios físicos relacionados aos telescópios abordados durante o workshop são: Razão Focal, magnitude, limite de magnitude óptica, brilho, resolução, princípio da difração, disco de Airy, limite de Dawes, ampliação, campo de visão.

Depois de explorarmos tudo o que podemos sobre OTAs e montagens, abordamos os equipamentos responsáveis pela aquisição de luz dos telescópios e a transformação desse sinal bruto em sinais digitais que serão posteriormente processados. Existem vários tipos de câmeras com diferentes tipos de sensores e lentes. Antes de passarmos para as câmeras, precisamos entender como funcionam os sensores digitais que armazenam essas imagens. Independentemente de ser CCD ou CMOS, o princípio de funcionamento desses sensores é o efeito fotoelétrico. Todos os princípios físicos de CCD e CMOS são abordados durante o workshop com problemas práticos e teóricos. Esta seção do workshop abrange: câmeras (PowerShot, SLR e DSLR), sensores (CCD e CMOS) e lentes. Os princípios físicos incluem: lentes, abertura, ISO, efeito fotoelétrico, A/D (Analógico para Digital) e tempo de exposição.

3 I TÉCNICAS DE PROCESSAMENTO DE IMAGENS ASTRONÔMICAS

A astrofotografia existe por várias razões, e cada astrofotógrafo desenvolve seus próprios motivos e ideias sobre essa atividade. No entanto, todos compartilhamos o desejo comum de realizar o melhor trabalho possível com o equipamento que podemos pagar. A astrofotografia de qualidade pode levar dias, semanas e até meses para atingir o resultado desejado. Existem várias técnicas de registro que nos ajudam a obter imagens RAW de melhor qualidade, para que, no processamento, tenhamos menos trabalho. Esta parte do workshop tem como objetivo proporcionar uma compreensão aprimorada das técnicas de aquisição e dos procedimentos de processamento na etapa final do trabalho. Essa é a parte mais extensa do workshop, e aqui listamos apenas os principais tópicos: técnicas de registro, afocal, PowerShot e celulares, foco direto, CCD (ajuste de equipamento, colimação, auto-guider, correção de erro periódico, foco, darks, bias, luminância, nebulosas e galáxias, tempo de exposição, número de frames, visualização prévia no DS9, planetas e Lua, número máximo de frames, RGB), DSLR (nebulosas e galáxias, anel adaptador T, suporte universal, configurações da câmera, mosaico, alta faixa dinâmica (HDR)), técnicas de processamento de imagem (processamento direto, processamento de imagem RGB, empilhamento em 3 cores, ajuste de níveis no Liberator FITs, processamento no Photoshop, métodos de mosaico no Photoshop, HDR com Photomatix e Photoshop, empilhamento de imagens no DeepSkyStacker, ajuste de níveis no Lightroom, configurações finais no Photoshop, técnicas de aquisição e processamento apenas com DSLR, aquisição da Via Láctea), poluição visual. Após abordarmos todos esses tópicos, somos capazes de produzir astrofotografias de alta qualidade.

4 I RESULTADOS

Mostramos a seguir um exemplo de como o conhecimento proporcionado em nosso workshop e, é claro, algum tempo, pode nos ajudar a criar uma astrofotografia de alta qualidade. A Figura 1 exibe nossa primeira tentativa de fotografar a Nebulosa Trífida M20 em 2011 com um telescópio de 12 polegadas em um único frame.

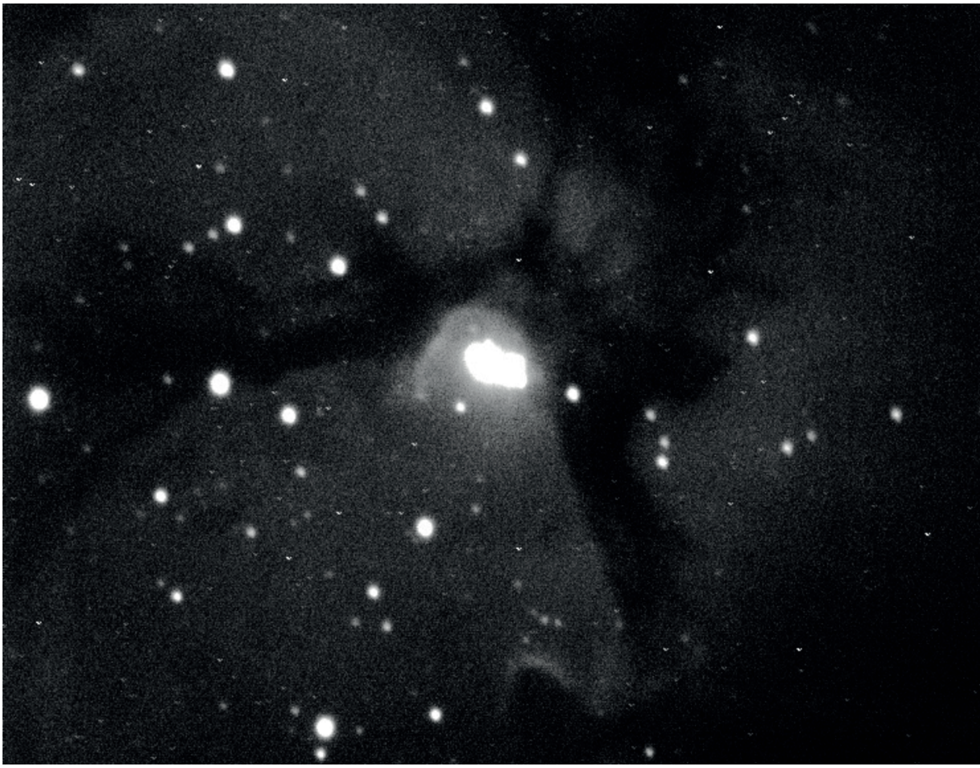


Figura 1 - M20 - Frame única da Nebulosa da Trífida registrada por Leandro de Almeida em 2011 utilizando um telescópio de 12 polegadas em um CCD DSI II.

Agora, ao utilizar todo o conhecimento disponível em nosso workshop, o resultado é verdadeiramente fascinante. Podemos observar o resultado final na Figura 2, e essa mesma astrofotografia recebeu o prêmio Nacional de Astrofotografia em 2013. Ambas as imagens foram obtidas utilizando o mesmo equipamento de 2011.

Figura 2 - M20 - Mosaico da Nebulosa da Trífida registrada em cores usando filtros R, G e B por Leandro de Almeida com um telescópio de 12 polegadas, barlows de 2x e 3x e um CCD DSI II.

5 I CONCLUSÃO

A conclusão deste trabalho enfatiza que o preço do equipamento não é determinante se você não possuir o conhecimento necessário para extrair resultados significativos. Todas as imagens apresentadas durante nossos workshops foram produzidas utilizando apenas um telescópio Meade LX90 12 e um telescópio Greika 6 com uma câmera DSI em preto e branco, equipada com filtros RGB. Isso ressalta a importância do entendimento aprofundado das técnicas de aquisição e processamento discutidas ao longo do workshop. Em última análise, a habilidade do astrofotógrafo em aplicar esse conhecimento de forma eficaz supera a necessidade de investir em equipamentos extremamente caros. Assim, a qualidade das imagens astronômicas está intrinsecamente ligada à expertise do operador, evidenciando que o domínio das técnicas é o verdadeiro impulsionador da excelência na astrofotografia, independentemente do valor do equipamento utilizado.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L.; LEÃO, J.R.S. Métodos Observacionais, Astrofotografia e Utilização de Telescópios de Porte Médio. **Simpósio Nacional de Educação em Astronomia 2012**. USP-SP. Anais do SNEA 2012.

AMARAL, L.; LEÃO, J. R. S.; FERRARI, F. O uso da astrofotografia para a divulgação de astronomia: técnica e metodologia. **IV Simpósio Nacional de Educação em Astronomia**, 2016, Goiânia-GO. Anais do IV SNEA

LEÃO, J. R. S.; DE ALMEIDA, L.; AMARAL, L.; FERRARI, F.; BRITO, L. H. Os primeiros 7 anos do observatório sofia: gênese, observações, divulgação, astrofotografia e impacto. **IV Simpósio Nacional de Educação em Astronomia**, 2016, Goiânia-GO. Anais do IV SNEA.

SANTOS, J.; DE ALMEIDA, L., LEÃO, J. R. S. Observação do Céu do Extremo Sul do Brasil. **21 congresso de Iniciação Científica da Universidade Federal de Pelotas**, 2012, Pelotas - RS - BRASIL. Caderno de Resumos do 21 Congresso de Iniciação Científica, CIC.

CAPÍTULO 4

A FÍSICA DE ARISTÓTELES E AS CONCEPÇÕES PRÉVIAS DOS ESTUDANTES: CONTRIBUIÇÕES DA HISTÓRIA DA FILOSOFIA PARA O ENSINO DE FÍSICA

Data de aceite: 24/11/2023

Gesse Estrela Pinheiro

RESUMO: O presente trabalho buscou identificar as relações entre a física de Aristóteles e as concepções prévias dos estudantes de física da educação básica. O estudo foi feito através de uma revisão integrativa de literatura, na base de dados *Google Acadêmico*. Para a elegibilidade dos trabalhos acadêmico - científicos utilizou-se as palavras-chaves "física aristotélica" e "concepções prévias" concatenadas com o conectivo Booleano END. Como critério de inclusão escolhemos as publicações dos últimos 5 (cinco) anos. Como critério de exclusão não utilizamos artigos de revisão de literatura. Os resultados mostram que embora os alunos não tivessem tido contato com as concepções aristotélicas sobre o movimento, muitas concepções prévias destes estudantes possuem aproximação com a visão de Aristóteles sobre a física. Neste aspecto, podemos salientar que a introdução da física de Aristóteles nas aulas de física pode favorecer a construção de conceitos mais atualizados da física. Além de oferecer aos estudantes uma visão histórica da ciência.

PALAVRAS-CHAVE: Física. Filosofia. Aristóteles. Ensino. Ciência.

INTRODUÇÃO

Por quase dois mil anos a física de Aristóteles predominou no mundo ocidental. Mas se tornou obsoleta, principalmente com a revolução cientifica copernicana, e posteriormente com a física de Galileu e Newton (KUHN,1987). Contudo o paradigma aristotélico não pode ser subestimado e pode desempenhar um importante papel na aprendizagem significativa de conceitos atualizados nas aulas de física da educação básica.

A física de Newton e Einstein atualmente explicam a maioria dos fenômenos naturais do nosso cotidiano. Porém, por quase dois milênio predominou outro paradigma, a física de Aristóteles. A cosmovisão de Aristóteles é baseada na sua metafísica e nas "percepções empíricas acumuladas pela vivência humana" (PORTO, 2009). Com isto suas conclusões são próximas ao senso comum e as concepções prévias do estudantes. Para Pozo (1998) concepções prévias são conhecimentos pessoais construídos pelos estudantes, a partir da interação com outras pessoas e com o meio ambiente em que vivem.

Sabe-se, atualmente, que os documentos oficiais da educação básica orientam o ensino da física, a partir da mecânica newtoniana e a física moderna de Einstein (BRASIL, 2018). Contudo o que se espera é uma aprendizagem significativa desses conceitos. A teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel tem como princípio ensinar a partir do que o estudante já sabe, ou seja, de suas concepções prévias (MOREIRA, 2012.).

Neste contexto levantou-se o questionamento se há uma aproximação entre a física de Aristóteles e as concepções prévias dos estudantes. Este trabalho parte da hipótese de que há em alguns tópicos de física uma relação entre a física de Aristóteles e as concepções prévias dos estudantes.

Diante da possibilidade de existir uma aproximação entre a física aristotélica e as concepções prévias dos alunos, este trabalho buscou identificar quais são as relações existentes. Pois, a identificação da estrutura cognitiva dos estudantes é de grande relevância para que ocorra a aprendizagem significativa. Este trabalho aponta ainda, como sugestão, um diálogo entre os professores de filosofia e os professores de física na elaboração de estratégias de ensino potencialmente significativas.

Através de uma revisão de literatura integrativa dos últimos 5 anos buscou-se Identificar as relações das concepções aristotélicas com as concepções prévias dos estudantes de Física. Segue agora o detalhamento da metodologia, a apresentação dos resultados, a discussão dos resultados e as considerações finais.

METODOLOGIA

Já existe um número significativo de pesquisa que investigam as concepções previas dos estudantes no ensino de ciências. Contudo este trabalho buscou uma retomada do tema relacionando com a física de Aristóteles. Para alcançar o objeto deste trabalho foi realizada uma revisão integrativa da literatura. Segundo Mendes, Silveira e Galvão, (2008) a realização de uma revisão integrativa segue alguns etapas. Primeira etapa – identificação da questão de pesquisa. Segunda etapa – estabelecimento de critérios para inclusão e exclusão de estudos. Terceira etapa – definição das informações a serem extraídas dos estudos selecionados. Quarta etapa – análise crítica dos estudos relacionados. Quinta etapa – interpretação dos resultados: discussão dos resultados, propostas de recomendações, sugestões para futuras pesquisas. Sexta etapa – apresentação da revisão.

O problema de pesquisa levantado neste trabalho é a relação da física de Aristóteles com as concepções prévias dos estudantes de física na educação básica. A partir daí realizou-se a busca da literatura na base de dados Google Acadêmico. Para a primeira seleção dos trabalhos acadêmico-científicos, utilizou-se as palavras-chaves “física aristotélica” e “concepções prévias”, concatenadas com o conectivo Booleano END.

Para elegibilidade dos trabalhos foram adotados alguns critérios de inclusão e exclusão. Como critério de inclusão escolheu-se os trabalhos publicados nos últimos 5 (cinco) anos, em qualquer idioma. Como critério de exclusão não utilizou-se trabalhos acadêmicos de revisão de literatura, como também não utilizou-se trabalhos que analisam concepções prévias de estudantes universitários e professores.

Para a primeira análise dos trabalhos leu-se os títulos para verificar a compatibilidade com o tema abordado. Após a análise dos títulos dos estudos, os resumos e posteriormente a análise de todo o texto para a extração das informações pertinentes ao tema estudado neste trabalho. Alguns dados principais incluindo: autor, objetivos, tipo de pesquisa, concepções prévias identificadas, foram identificados para a posterior análise crítica dos dados.

Os dados foram analisados de acordo com as recomendações qualitativa por meio da discussão e síntese dos principais dados encontrados por meio da comparação entre as informações e análises das literaturas.

RESULTADOS

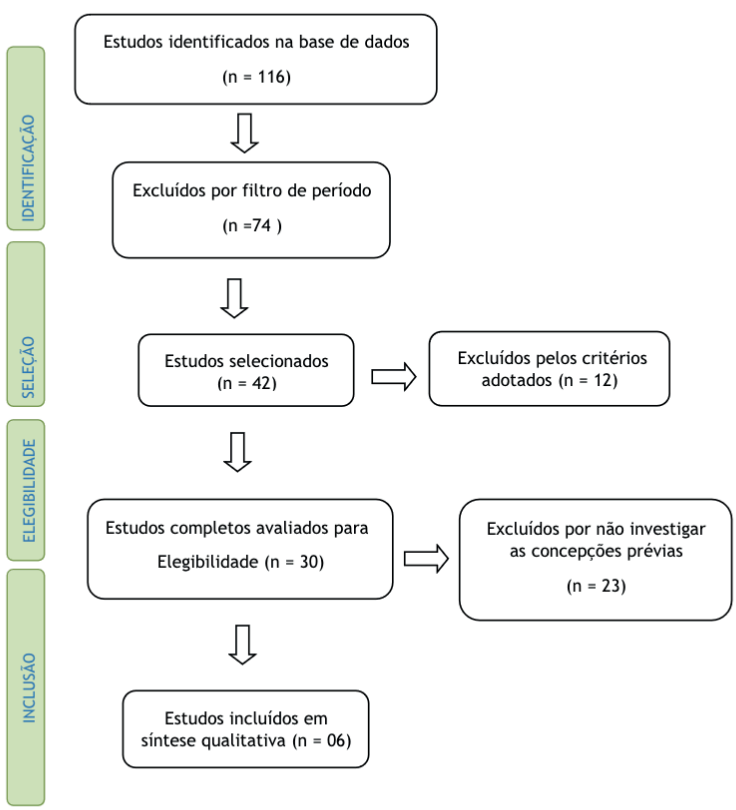


Figura 1 - Fluxograma de pesquisa bibliográfica conforme os critérios de elegibilidade

Autores	Tipo de Trabalho	Público-Alvo	Concepções Prévias
(SANTOS; MARQUES; ALENCAR, [s.d.])	Relato de experiência(Artigo).	40 alunos do 9º ano.	Queda Livre: 1/5 dos estudantes acreditam que corpos mais pesados caem mais rápido.
(ALVES, 2019)	Aplicação de um produto educacional – Dissertação.	Estudantes do 2º e 3º anos do Ensino Médio	Queda Livre: Alguns alunos acreditam que quanto mais pesado, mais rápido caem.
(SUGAWARA; NIKAIDO, 2014)	Aplicação de uma Sequência Didática – Dissertação.	175 alunos do 9º ano.	Força/Movimento: A maioria dos alunos acreditam que a existência do movimento é condicionado a uma força.
(BACCON; DA ROCHA; LAHM, 2016)	Aplicação de uma Unidade de Aprendizagem(UA) – Artigo.	21 alunos do 9º ano	Força/Movimento: Alguns alunos acreditam que o que se move e o que causa o movimento devem estar em permanente contato.
(LUCHESE, 2021)	Implementação de uma Sequência Didática - Dissertação	Alunos do 1º ano do Ensino Médio.	Força/Movimento: Muitos alunos ainda têm a concepção de que se cessando a Força sobre um corpo, este cessa o movimento
(MASSUD, 2018)	Aplicação de uma Unidade Didática – Dissertação.	40 alunos do 1º ano do Ensino Médio.	Velocidade da Luz: Para 60% dos participantes a velocidade da luz era infinita.

Tabela 01 - Uma breve caracterização dos trabalhos selecionados

Fonte: Trabalhos selecionados.

DISCUSSÃO

A análise dos trabalhos selecionados mostra uma aproximação entre as concepções prévias dos estudantes com a física aristotélica. Todos os trabalhos são de aplicações de propostas didáticas onde os pesquisadores, no início da proposta, fazem o levantamento das concepções prévias dos estudantes sobre determinados tópicos da física. Os tópicos foram: queda livre dos corpos, relação da força com os movimentos e sobre a velocidade da luz.

No primeiro trabalho da tabela 01 foram realizados alguns experimentos de queda livre. Jogando para o ar alguns corpos com massas e formatos diferentes. O intuído foi acessar as ideias dos estudantes sobre o referente assunto. Neste trabalho foi constatado que a maioria dos alunos reconhecem que existe a lei da gravidade, porém, para alguns, os corpos mais pesados caem mais rapidamente que os corpos mais leves. As discussões deste trabalho apontam que é mais difícil para os alunos percebem que, através da lei da gravidade, os corpos caem com a mesma velocidade. Porque não é observado nos exemplos do dia a dia. A pesquisa faz menção as ideias de Aristóteles que perduram por séculos por serem ideias intuitivas e coerente com as observações do cotidiano (SANTOS; MARQUES; ALENCAR, [s.d.]).

Em outro trabalho selecionado também encontrou-se a concepção relacionada ao movimento dos corpos em queda livre. Neste trabalho o autor, utilizando do referencial teórico da aprendizagem significativa, buscou conhecer a estrutura cognitiva dos estudantes para desenvolver novos conhecimentos. Através de questionários aplicados foi possível saber que os alunos em sua maioria acreditavam que quanto mais pesado, mais rápido caem. Nesta sequência didática o autor propõem apresentar a física de Aristóteles e a física de Galileu para que os alunos percebam a as mudanças na ciência perante a história (ALVES, 2019).

No terceiro trabalho da tabela 01 encontra-se um tipo de concepção que alguns alunos fazem da relação da força com o movimento. Nesta dissertação o autor, fundamentado na teoria da aprendizagem significativa David Ausubel implementa sua sequência didática, a partir de uma perspectiva histórica do conceito de força. O primeiro momentos é o levantamento das concepções previas do estudantes. A maioria dos alunos acreditam que a existência do movimento é condicionado a uma força. Embora Aristóteles não trate sobre a força em seus estudos, mas a relação de causa e movimento é próxima as concepções dos estudantes. Nas discussões este autor colocar como promissora o uso da história ciência nas aulas, porem alertar que o números de aulas de física é insuficiente para abordar em dos assuntos a base histórica(SUGAWARA; NIKAIDO, 2014)

No quarto trabalho selecionado, conforme tabela 01, a relação força/movimento está presente entre as concepções prévias dos alunos. Este trabalho também usa a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel como fundamentação teórica para a aplicação de uma Unidade de Aprendizagem. Para organizar as estratégias de ensino o autor busca identificar primeiro as concepções alternativos dos alunos(BACCON; DA ROCHA; LAHM, 2016).

No quinto trabalho da tabela 01, trata-se de uma dissertação de mestrado que propõe uma Sequência Didática. Objetivo foi investigar as contribuições de uma abordagem prática utilizando a história das ciências e a robótica educacional para o ensino da cinemática. Para tanto, buscou-se dar significado ao ensino cientifico mostrando uma ciência que é construída através da quebra de paradigmas (LUCHESE, 2021). Entre as ideias iniciais dos alunos está a crença que cessando a Força sobre um corpo, este cessa o movimento. Uma parte da Sequência Didática utilizou textos contando a história do movimento de Aristóteles a Galileu para ajudar na compreensão dos conceitos da cinemática.

Sexto e último trabalho desta revisão de literatura trata-se também de uma dissertação de mestrado onde buscou-se observar como os alunos do primeiro ano do ensino médio de uma Escola percebem os fenômenos físicos a partir de seus conceitos espontâneos. O tema do trabalho foi Medindo a velocidade da Luz. Para 60% dos alunos a velocidade da luz era infinita(MASSUD, 2018). Aristóteles também concebia a luz com velocidade infinita.

Mediante o conhecimento de algumas concepções prévias, percebe-se que as previsões que o paradigma aristotélico oferece são mais próximas as ideias dos alunos que o paradigma newtoniano. Por exemplo, para Aristóteles a velocidade da luz era infinita. Para o filósofo a luz chegava instantemente em objetos próximos e distantes (SILVA, 2002).

Sobre a ideia que os corpos mais pesados chegam mais rápidos ao solo. No paradigma aristotélico os corpo tem seu lugar natural no universo e quanto mais pesado for, maior é a tendência de retornar ao lugar natural. Pois o corpo mais pesado é composto tem em maior quantidade o elemento terra(PORTO, 2009),(PEDUZZI, 1996). Enquanto a física newtoniana explica a mudança de estado dinâmico de um corpo, através de uma força, ou seja, algo exterior ao corpo, a física aristotélica explica a mudança de lugar de um corpo como uma propriedade do corpos, por ter seu lugar natural no universo.

A ideia intuitiva que sessando a força sessa o movimento, também encontra-se respaldo na física aristotélica. Segundo o filosofo de Estagira, caso o movimento não seja natural é preciso existir uma causa eficiente para pôr em movimento violento (não natural) um corpo (PORTO, 2009),(PEDUZZI, 1996). Não é demais destacar novamente que Aristóteles não usou o conceito de força, ele usa a ideia de causa para explicar o movimento. E na concepção aristotélica o movimento sessa quando a causa sessa. Diferentemente, a lei da inércia de Newton, afirma que os corpos podem se mover uniformemente em linha reta, continuamente sem a necessidade de uma força.

Este trabalho possui limitações porque usou um número pequeno de trabalhos acadêmicos para discutir o tema. Pois é necessário investigar trabalhos de outros países. Torna-se necessário continuar a investigação em outras bases de dados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo objetivou-se identificar as relações entre a física de Aristóteles e as concepções prévias de estudantes em trabalhos recentes. Mediante os resultados e discussões, foi possível identificar certas aproximações. Neste contexto destacou-se alguns tópicos ensinados nas aulas de física: A queda dos corpos nas proximidades da superfície terrestre, a relação entre força e movimento e a velocidade da Luz. Todas estes concepções, para um número significativo de alunos, dialogam melhor com a física de Aristóteles do que com a física de Newton e Einstein.

Contudo, não podemos superestimar esta aproximação das ideias dos alunos com o trabalho de Aristóteles. Pois a física aristotélica possui uma base filosófica muito bem sistematizada e forma um paradigma científico que não pode ser considerado ingênuo. É razoável concluir que, a contribuição para o ensino da física de Aristóteles para educação de ciências vai além do simples valor histórico. A física aristotélica possui também um potencial pedagógica, tanto para a aprendizagem significativa de conceitos físicos atualizados, quanto para ensinar a natureza da ciência. Os professores de filosofia podem auxiliar os professores de ciência na montagem de estratégias para promover a aprendizagem significativa.

No que diz respeito as estratégias de ensino, as aulas devem promover conexões entre a estrutura cognitiva dos estudantes com os novos conhecimentos ensinados. A física de Aristóteles tanto pode servir como organizador prévios, como subsunçores nas estratégias de ensino de ciências. Paralelamente ensinar outros paradigmas, como a física de Aristóteles é, em relação a física clássica e moderna, é demonstrar aos estudantes que a ciência como uma construção humana em determinado período sofre mudanças.

REFERÊNCIAS

ALVES, W. Galileu e o Experimento da Torre de Pisa n. 2019.

BACCON, L.; DA ROCHA, J. B. F.; LAHM, R. A. Ensino de física por meio da aplicação de uma unidade de aprendizagem. **Revista ciências & Idéias**, v. 7, n. 2, p. 155–168, 2016.

KUHN, Thomas S. A estrutura das revoluções científicas. 2. ed. Tradução Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. São Paulo: Perspectiva. 1987

LUCHESE, K. A cinemática em uma abordagem histórico-filosófica por meio da robótica educacional. 2021.

MASSUD, M. Um novo cotidiano para a física no ensino médio: medindo a velocidade da luz. 2018.

MENDES, K. D. S.; SILVEIRA, R. C. DE C. P.; GALVÃO, C. M. Revisão integrativa: método de pesquisa para a incorporação de evidências na saúde e na enfermagem. **Texto & Contexto - Enfermagem**, v. 17, n. 4, p. 758–764, dez. 2008.

MOREIRA, M. A. O QUE É AFINAL APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA? 1. [s.d.].

PEDUZZI, L. O. DE Q. Física Aristotélica: por que não considerá-la no ensino da mecânica? **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 13, n. 1, p. 48–63, 1 jan. 1996.

PORTO, C. . A física de Aristóteles: uma construção ingênua? **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 31, n. 4, p. 4602–4609, out. 2009.

SANTOS, S. DOS; MARQUES, J.; ALENCAR, G. DE. UTILIZAÇÃO DE EXPERIMENTOS NO ENSINO DA FÍSICA: CONSTRUINDO CONCEITOS REFERENTES À QUEDA DOS CORPOS. **editorarealize.com.br**, [s.d.].

SUGAWARA, E.; NIKAIDO, H. Properties of AdeABC and AdeIJK efflux systems of Acinetobacter baumannii compared with those of the AcrAB-TolC system of Escherichia coli. **Antimicrobial Agents and Chemotherapy**, v. 58, n. 12, p. 7250–7257, 2014.

ABORDAGENS GEOMETRICA EM ESTAMPARIAS AFRO- BRASILEIRA: UM ESTUDO ETNOMATEMÁTICO

Data de aceite: 24/11/2023

Élida de Sousa Peres
Mestranda pelo PPGECM-UFPA

Erasmo Borges de Souza Filho
Professor -UFPA

RESUMO: Este artigo é parte da pesquisa de Mestrado em que se faz a abordagem Etnomatemática de estamparias afro-brasileiras em seus aspectos geométricos, contextualizados, e que podem ser utilizados no ensino de matemática em acordo com a lei 10.639/2003, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, incluindo no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática “História e Cultura Afro-Brasileira”. Nesse sentido, ao estabelecermos a transversalidade no ensino da matemática, temos em vista revitalizar as importantes contribuições dos povos africanos na formação da nossa sociedade. O objetivo é de evidenciar os saberes matemáticos nas estamparias afro- brasileiras, no processo de ensino e aprendizagem de matemática, de forma contextualizada, com referencial teórico os estudos de D’Ambrósio e Gerdes, em relação a prática matemática presente e praticada em ambientes culturais diversificados. Assim, busca-se dar visibilidade a história e cultura afro-brasileira, do ponto de vista etnomatemático, dando-nos a certeza de que é possível trilhar caminhos diversos para ensino da matemática, relacionando-a com práticas sociais efetivas e, porque não afirmar, que direcionadas para a transformação social.

PALAVRAS-CHAVE: Geometria; Estampas Afro-Brasileiras; Etnomatemática; Educação Matemática.

1 I INTRODUÇÃO

Este artigo parte de um estudo em desenvolvimento no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Cientifica da Universidade Federal do Pará, e que tem como título “Padrões geométricos na cultura afro-brasileira e o seu uso na sala de aula: um estudo etnomatemático”. O processo de pesquisa teve como ponto de partida as ações políticas de valorização da cultura afro-brasileira e indígena e de como esse processo poderia ser transversalizando com outras áreas de conhecimento, para além da obrigatoriedade da Lei 10.639/2003, implicando em leituras que entrelaçam a educação matemática, a sociedade e a cultura, em particular a influência dos povos africanos no Brasil.

Nesse entrelaçamento, buscamos refletir sobre como essa influência cultural presente nos grupos afrodescendentes no Brasil, que se constitui enquanto um valor social importante na valorização da população negra, não só na sociedade, mas principalmente no espaço escolar. Este último é, por excelência, uma espécie de microcosmos onde as relações sociais se materializam em toda a sua complexidade, externalizando as contradições, preconceitos, segregação, entre outras possibilidades.

Da mesma forma, é um espaço de grande potencial para se trabalhar essas questões, com a possibilidade de se desconstruir essas "representações sociais", instituídas, e concretizadas nesse ambiente. Isso se faz em ações, mesmo que "aparentemente pequenas", mas de um alcance efetivo a longo prazo. É possibilitar o acesso ao conhecimento, de forma contextualizada, na materialidade de novas relações.

A cultura negra assim como a indígena, nos possibilitam novos olhares para a vida, assim como na forma própria de vivenciarem o processo educativo. Ao se propor a estamparia como foco de estudo nas aulas de matemática, tem-se não só o acesso ao estudo da geometria, mas, principalmente ao universo das suas "representações", simbolismos, etc., assim como, formas de resistência de movimentos e coletivos, cuja origem se fazem presentes de forma intensa em nossa cultura, utilizada muitas vezes de forma descontextualizada.

Com isso, vemos na etnomatemática um caminho crítico-analítico e comprometido para a compreensão de produções desse teor, importante na formação das pessoas, assim como na formação do professor e aluno, possibilitando liberdade em suas aulas de matemática, na troca de conhecimento e reflexões sobre a realidade que envolve as nossas questões socioculturais, que não estão distanciadas do espaço escolar, é nela também se fazem presentes.

A Etnomatemática, quando direcionada ao estudo de temáticas étnico-raciais, amplia o universo, do que estabelece a lei 10.639/2003, auxiliando nas práticas dos professores que ensinam matemática e dos próprios professores de matemática, além de ressignificar a relação ensino e aprendizagem. No caso das estamparias, sua produção, significado e utilização, decorrentes de práticas socioculturais específicas, a Etnomatemática nos auxilia na sua compreensão e utilização na mediação do ensino da matemática, articulada inclusive com outras disciplinas, cujo conhecimento também se faz presente na Amazônia paraense.

Assim, reiteramos a possibilidade da transdisciplinaridade no ensino da história e cultura africana e afro-brasileira, de acordo com que estabelece a lei 10.639/2003, que institui a sua obrigatoriedade nos estabelecimentos de ensino fundamental e médio. Ainda segundo a lei, os conteúdos referentes a temática devem ser aplicados em todo o currículo escolar, e apesar de estar em vigor há mais de dez anos, ainda encontramos escolas e professores que a desconhecem, e os que a conhecem, tem dificuldades em trabalhar com esse tema em sala de aula.

Por mais que ainda se faça presente o discurso acerca da "integração dos povos" que formam a sociedade brasileira, bem como a valorização da história e cultura africana e afro-brasileira, sabe-se que ainda são comuns situações de preconceito e discriminação racial na sociedade e principalmente na escola. Por, mas que se busque minimizar a ações negativas em relação à cultura negra nos ambientes escolares, ainda será longo o caminho a ser trilhado para uma mudança efetiva desse contexto social.

O objetivo deste texto é evidenciar os saberes matemáticos provenientes da estamparia afro-brasileira, com aportes em D'Ambrósio e Gerdes, em interface com o campo de conhecimento que prevê a lei 10.639/2003. Em seguida será abordada a estamparia afro-brasileira em seu contexto histórico e suas transformações ao longo dos anos. Posteriormente será explorado o potencial da geometria na estamparia afro- brasileira como possibilidade transdisciplinar, na sua compreensão, conhecimento e apreensão, relacionando-a com o saber matemático e o seu contexto sociocultural.

2 | ESTAMPARIA AFRO-BRASILEIRA

Entre tantas influências da cultura africana em terras brasileiras, destaca-se a moda, que reflete a identidade de um povo e referenda uma "cultura miscigenada" como a brasileira. A moda afro-brasileira apresenta elementos de ambas às culturas em suas vestimentas, sendo o tecido, uma das tradições mais antigas da África, feitos em teares e tingidos em potes de barros com ervas naturais. Traz nas suas estampas cores no geral primárias, em profusão com elementos "decorativos", porém a estampa representa uma simbologia, contam histórias e estabelecem relações familiares, tais como as pinturas corporais dos índios brasileiros, vistas como uma "segunda pele" ou "vestimenta". Sendo esses padrões e cores readaptados à cultura brasileira de modo que se encontra nas roupas, turbantes entre outros acessórios.

Segundo Sant'Anna (2009) a moda é uma forma de expressão sociocultural indo além do vestir. Nesse universo principalmente as mulheres, expressa-se por meio da tecnologia da beleza, design de superfície, design de joias e bijuterias, decoração, gostos de consumo cultural etc., fazendo parte da transformação da beleza, na qual a sociedade nos expõe um consumo padrão e supervalorização de uma cultural oriental.

Neste contexto, as estamparias dos tecidos podem expressar o modo de vestir, a personalidade, os interesses dentre várias outras características que demonstram os processos comunicativos e culturais do ser humano. E em especial, a estamparia afro-brasileira está esteticamente relacionada a moda, como parte de um processo identitário através das vestimentas, modificando o mercado e a sociedade como resultado desse processo de transformação.

É importante ressaltar a moda enquanto um fenômeno cultural, que possibilita a ressignificação dos valores culturais, e que pode ser usado como forma de construção de identidade, de acordo com Harger (2016):

> "[...] a moda afro-brasileira se fixa na cultura brasileira, e pode ser um suporte de comunicação de outras culturas como a indígena ou africana, construindo assim sua própria identidade plural. A moda afro se apresenta como um importante suporte da cultura afro-brasileira, o qual pode transmitir por meio das roupas a mistura que tivemos em nosso país, principalmente a africana, indígena e portuguesa, mas não somente essas, e sim todas que fazem parte da nossa base cultural. (HARGER, 2016, p.98)

A autora traz apontamentos sobre a efetivação da moda afro-brasileira, como suporte importante para construção da própria identidade, sendo esta uma identidade plural, devido a formação do nosso país por diferente povos e culturas, ocasionado a miscigenação. Assim, a moda afro-brasileira nasce da interseção entre a cultura brasileira e a africana, e está inserida no segmento de moda étnica pelas características das estampas, cores e tradições "herdadas" dos povos africanos, conforme figura (1) a seguir:

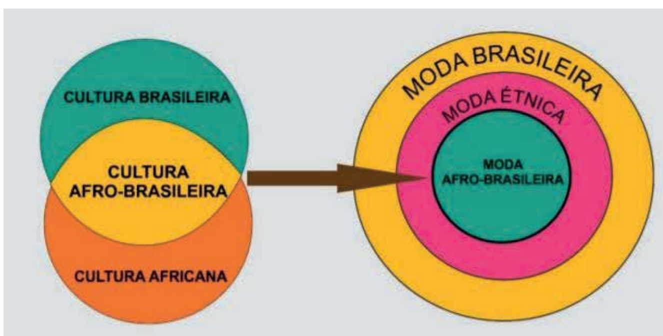


Figura 1: Cultura da moda Afro-brasileira

Fonte: Morais (2017)

A cultura da moda afro-brasileira é um segmento que vem crescendo cada vez mais no mercado, buscando mesclar a cultura africana e a brasileira para constituição da moda afro-brasileira, ampliando cada vez mais o seu nicho de mercado, em que "A moda afro-brasileira respeita suas referências, busca suas raízes e, ao mesmo tempo, moderniza seu conceitos, preocupando-se com o estilo de vida de seus consumidores, quem consome se identifica, respeita e admira a cultura afro-brasileira". (MORAIS, 2017)

Sendo a moda afro-brasileira como uma grande influenciadora que visa a valorização e reconhecimento da cultura do povo brasileiro e africano, por meio da estamparia com padronagem, desenho geométrico e uma grande variedade de cores presentes nos tecidos, através da modernização os tecidos ressignificam a cultura negra. Assim encontramos símbolos e padrões na imagem a seguir que podem compor o tecido afro-brasileiro.

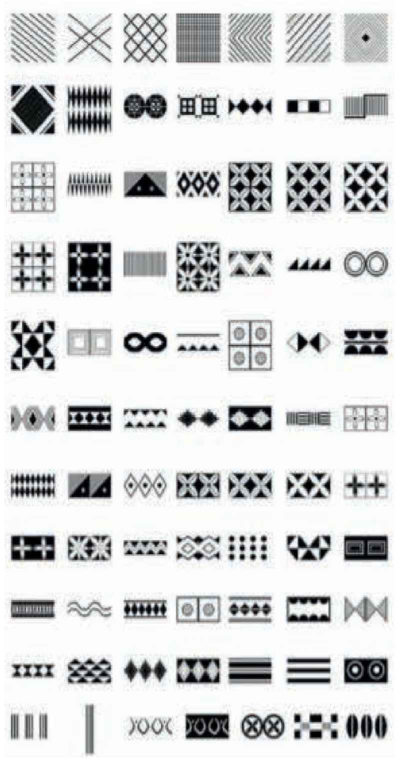


Figura 2: Padrões geométricos

Fonte: Vidal (2015)

Os padrões na moda são identificados como ícones da família tipográfica crioula como nos apresenta Julia Vidal em seu livro “O africano que existe em nós brasileiros”, transcendendo a cultura africana em cores, histórias e desenhos estampados nas roupas dos brasileiros, proporcionando através da arte da moda uma prática educativa. A seguir apresentaremos estampas afro, trazendo em suas estampas formas geométricas e grafismos, podendo ser coloridos ou não, como são apresentadas nos tecidos.

Figura 3: Estampas Afro

Desta forma, ao apresentarmos a moda como um campo que produz transformações socias a partir de uma arte que busca resgata suas raízes históricas, dando ênfase nas estampas que reproduzem representações e formas geométricas, como possibilidade de trabalhar as questões étnico raciais e a matemática no espaço escolar. Visto que, a escola é um ambiente que vislumbra novos processos de reconhecimento entre os saberes de tradição e os saberes matemáticos, é a etnomatemática propicia novas possibilidades de ressignificação da aprendizagem, quando relacionada ao conjunto da vida cultural e social, e na qual é vivenciada por diversos grupos étnico, possíveis de serem abordados na escola.

Nesse sentido, a movimentação da moda afro-brasileira, destacando-se pelas estamparias com mistura de elementos da cultura africana e brasileira como forma de manifestação cultural, colaboram na interculturalidade na formação da sociedade, o que Canclini (2008) defini por hibridação de processos socioculturais nos quais as estruturas ou práticas discretas, que existiam de forma separada, se combinam para gerar novas estruturas, objetos e prática.

Desta forma, a hibridação permite circulação entre as camadas culturas, ocorrendo mesclas interculturais que permitem incluir as formas modernas, possibilitando que si redesenhem um conjunto de conhecimentos pra conceber um outro modo de modernização, com olhar transdisciplinar, de acordo com D'Ambrósio (1997) transdisciplinaridade reside na postura de reconhecimento de que não há espaço nem tempo culturais privilegiados que permitam julgar e hierarquizar como mais corretos – ou mais certos ou mais verdadeiros – os diversos complexos de explicações e de convivência com a realidade.

Assim, trata-se de representações culturais que historicamente buscam por liberdade, por meio da arte expressam sua identidade como forma de grito de libertação e resistência, assim ressignificando as representações oriundas da África para sociedade brasileira, através desta inserção contribui para o ensino de os saberes tradicionais e científicos.

3 | ESTUDO ETNOMATEMÁTICO

A Etnomatemática oferece maiores oportunidades de compreensão, descrição, e mediação de novas situações no ensino da matemática, com o acesso à novas possibilidades de aprendizagem, quando relacionada ao conjunto da vida cultural e social, na qual representa contextos diversificados que são possíveis de serem estudados na escola.

De acordo com D'Ambrósio (2005) e Gerdes (2010) o programa de pesquisa etnomatemática propõe-se a estuda o saber-fazer, somando-se aos conhecimentos matemáticos presente e praticado no cotidianos de diferentes grupos sociais, de forma contextualiza ao conjunto de vida cultural e social, representado contextos diversificados que são possíveis de serem motivadores para o ensino de matemática e valorização de outras culturas.

Nessa perspectiva, compartilhamos com as ideias dos autores sobre etnomatemática, como um campo que transversalizar os conhecimentos através de maneiras, de modos, de técnicas, de conhecer, de entender, de lidar, de conviver com a realidade natural e sociocultural na qual está inserida, tendo como pretensão novas visões na ciência.

Desse modo, a visibilidade de saberes matemáticos produzidos nas culturas de todo e, qualquer povo ou comunidade seja, social ou cultural, homens e mulheres, branco e preto, suas formas de pensar e produzir matemática em distintas práticas da sociedade, nos levam a fazer reflexões das matemáticas produzidas nos diferentes contextos.

De acordo com D'Ambrósio (2005) o termo etnomatemática significa, *etno* diferentes ambientes naturais, sociais e culturais; *matema* para explicar, entender, conhecer, aprender para saber e fazer; *ticas* instrumentos materiais e intelectuais de indivíduos ou povos. Assim, etnomatemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais.

A parti desses entendimento sobre etnomatemática, podemos destaca sua importante contribuição para a implementação da lei 10.639/2003 da inclusão de História e Cultura Africana e Afro-brasileira, visto a importância da contribuição da população negra ao longo da história, tendo o povo negro como protagonista de contribuições em todas áreas de conhecimento científico, nessa perspectiva, etnomatemática vem contribuir com os estudos de história e cultua afro-brasileira, por aborda os contextos culturais não somente da cultura negra como também indígena, neste caso que compõem a cultura afro-brasileira no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Assim a etnomatemática possibilitar diferentes modos de matematizar com uma abordagem cultural e antropológica, em direção do reconhecimento de diferentes modos de pensar que levam a diferentes formas matemáticas. Sendo ela praticada por grupos culturais como comunidades urbanas e rurais, grupo de trabalhadores, grupo de profissionais, grupos de crianças de certa faixa etária, sociedade indígena e por outros grupos de tradições comuns.

Diante da compreensão sobre etnomatemática, percebo como um programa que busca na praticas uma crítica para a multiplicação dos conhecimentos, a partir das técnicas ou arte desenvolvida nas culturas associando ao conhecimento, neste caso matemático, com situações de vivência, valorizando os saberes culturais e possibilitando novas bases para a matemática a ser ensinada.

4 | A GEOMETRIA NA ESTAMPARIA AFRO-BRASILEIRA

Os tecidos, estão para além de um produto de comércio, suas estampas carregam fortes traços culturais, arte e técnica de produção de elementos de uma tradição cientifica e popular e a sua incorporação no ensino de forma transdisciplinar. Desse modo, buscamos evidenciar nas estamparias as formas geométricas que são marcadas por traços culturais que compõem as estampas e seu cuidado com os valores étnicos.

Assim a roupa é uma forma de linguagem, que tem como característica uma expressão visual, que refletem símbolos e histórias de quem veste, de acordo com Vidal (2015) "dos africanos provenientes do Congo, chegando nos séculos XVIII e XIX, herdamos acessórios que fazem parte da alma brasileira", por exemplo as estampas florais e listradas presente em uma única roupa, blusas com aplicações e bordados coloridos, saias rodas e com barras de bordado inglês entre outras que são recriações de uma moda de origem africana e europeia que até hoje influenciam a moda brasileira.

Através da moda as mulheres podem expressa sua sensualidade e enfatizar sua herança cultural, para além disso, destaca uma cultura com detalhes marcado pelas representações da simbologia de etnias negras, sendo está uma parte importante da cultura tanto local como do mundo. Desse modo é fundamental fomentar novas práticas na escola como alternativa para transformação social em relação a cultural do povo negro aplicado ao ensino de matemática.

Através da etnomatemática é possível compreende o elo entre matemática e sociedade que refletem na educação, provocando mudanças nas ações pedagógicas, sociais e cientificas, assim descentralizando as referências de um currículo uniforme. Daí a importância de compreende as técnicas, modos decorrentes da realidade em diferentes contextos como um processo de desenvolvimento humano assim como na educação.

Desta forma podemos através da matemática e arte tecer uma estamparia presente na cultura negra, como uma arte que compõem as estamparias que tem como resultado um conjunto de manifestações artísticas produzidos ao longo da história, através de padrões geométricos que podem ser utilizados para composição e recomposição de conhecimento matemático, neste caso geométrico, visando mostrar aspecto da cultura afro-brasileiro. Está que de acordo com Vidal (2015) tem como princípios os valores estéticos e utilitários, sendo objeto utilitário de representações de diferentes etnias africanas com forma adorna por simbologia e ícones representativos da cultura étnica que representa uma nação.

Desse modo a simbologia permeia pelos universos estético, cultural e educacional, com explorações de acordo com seus contextos, tendo em alguns momentos sua origem desconhecida, assim os símbolos podem ser individuais e integrado a um mesmo universo cultural. Na estamparia pode ser apresentado através de *símbolos* que são usados seguidamente como por exemplo como repetição de imagens em determinado espaços; é *padrão* que também é usado repetidas vezes, só que neste caso podemos ter uma variação de imagens, podendo compor barras com alternância de figura simbólica e padrão.

A parti disso, evidenciaremos as simbologia e padrões nos tecidos afro-brasileiro no contexto matemático, pelas formas geométricas presente em sua composição. Bem como o matemático Paulus Gerdes, que desenvolveu uma pesquisa que buscava resgata a cultura do povo moçambicano, a partir das cestarias produzidas por mulheres, deixando um legado de exemplos de explorações de prática de cestaria na educação matemática.

Neste sentido, pretendo com este trabalho possibilita praticas matemática com estamparias, valorizando a cultura negra e explanado a geometria através de suas formas geométricas. Abaixo apresentaremos alguns exemplos de estamparia e sua abordagem na matemática.

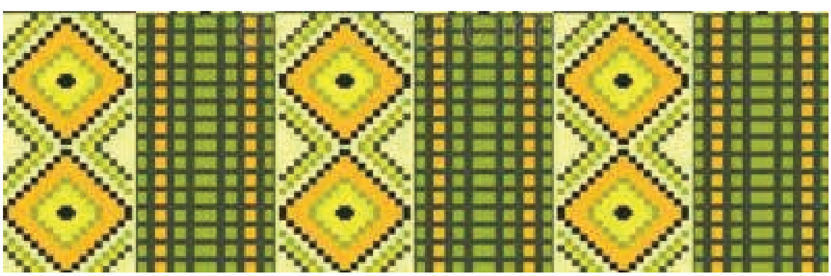


Figura 4: Tecido Afro

É possível perceber que há, na estamparia, pelo menoses duas tipografias em sua composição, destacamos abaixo para melhor visualização, primeira com um padrão de linhas repetidamente e a segunda com símbolo seguidamente de espaços entre ambos, nesta estamparia temos uma mescla de tipografia entre símbolo e padrão inspiradas em culturas africanas da Nigéria, Guiné, Daomé, Senegal e Angola.

Com essas simbologia e padrão podemos executar movimentos para modelagem de roupas, podendo deslocar a imagem nas direções vertical e horizontal, sendo as dimensões de cada padrão geométrico próximas, a parti disso, temos a possibilidade de construí molde na matemática mantendo suas características com suas formas preservadas.

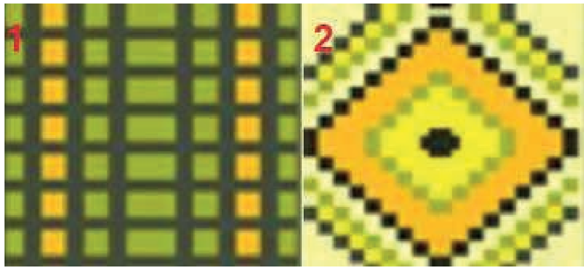


Figura 4.1: Padrão

Assim podemos abordar na sala de aula um pensamento matemático e uma reflexão sobre as relações étnico raciais do cotidiano. Haja vista, que é possível com padrões perceber a presença da simétria, quando passando uma linha que divide uma figura em duas partes iguais, isto é como se fosse o objeto e a sua imagem refletida em um espelho, dizemos então que esta figura é simétrica em relação a linha traçada na metade, sendo chamada de eixo de simetria.

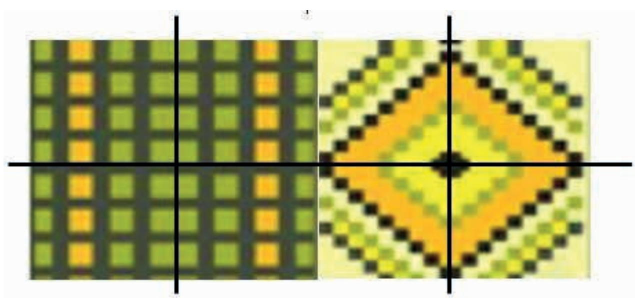


Figura 4.2: Simetria

O padrão geométrico apresentado abaixo tem como composição no tecido afro, com formas de losango, o semicírculo, que são formadas por meio de uma sequência geométrica. Para além disso, representam transmissão de códigos culturais e informações entre os diferentes grupos. Destaca-se em sua estrutura uma repetição de símbolos.

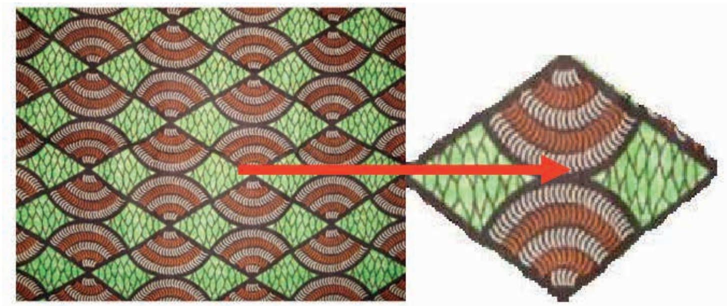


Figura 5: Tecido Afro

O padrão em destaque pode deslocar-se por todo o tecido, servindo de base para a compreensão do movimento que realizam em seu modo de utilização, que depende do local do observador, podendo variar entre giros em torno de um ponto. Da perspectiva matemática podemos estudar área do losango, ângulo, rotação etc., podendo ser reconstruindo um molde em uma folha de papel para uma melhor percepção do aluno enquanto as rotações, assim notado o ângulo reto para direita, teremos um quarto de volta, logo teremos uma simetria rotacional de 90°, que será semelhante à figura inicial.

Figura 5.1: Padrão

Dessa forma, a estamparia contribuir para o ensino de geometria na área da matemática, pois inicialmente não foi dada tanta ênfase para seu desenvolvimento na construção de conceitos geométricos, mais no dias atuais suas formas e figuras são facilmente encontradas ao nosso redor como nas casas, arte, arquitetura entre outros, o que Gerdes (2012) diz que a “geometria nasceu das necessidades dos homens”, visto que o homem tem a necessidade de medir e comparar objetos.

Assim na geometria é possível trabalhar conceitos de cultura e arte, propiciando novas práticas aos educadores matemáticos no ensino para a valorização da identidade cultural da sociedade, visto que estamos rodeados de desenhos geométricos. A geometria tem um papel importante na formação e elaboração da construção de objetos que proporciona aplicação dos conhecimentos matemáticos nos desenhos como nas estampas, proporcionando conhecimento como simétricos de rotação, translação, reflexão.

Neste contexto, a simetria é a responsável por proporciona harmonia a imagem, e consequentemente a sua beleza, pela correspondência entre as formas em relação ao eixo, eixo de simetria é uma linha que divide uma figura em duas partes iguais. Rotação uma figura toma uma nova posição ao gira em torno de um ponto fixo, chamado de centro da rotação.

Translação é transladar um objeto sem gira ou refletir, tendo um sentido e uma distância, como exemplo a imagem do espelho. Reflexão refletir um objeto como é produzida na imagem no espelho, cada reflexão tem um eixo "a linha do espelho". As formas geométricas estão presentes nos tecidos, bem como nos movimentos de reflexão e rotação, além de podemos trabalhar os conteúdos matemáticos e possível levar diálogos sobre cultura negra que está presente nos tecidos, desta forma nos professores podemos propicia aos alunos uma conexão entre os saberes matemáticos e empiricos.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa permite algumas conclusões parciais que apontam a existência de uma etnomatemática na interface da lei 10.639/2003, visualizada nas estampas dos tecidos afro-brasileiro e que pode fazer parte da pratica no currículo escolar, assim contribuindo para um diálogo entre os saberes matemático e culturais no âmbito educacional como meio para transformação da sociedade.

Deste modo penso que podemos contribuir para o ensino de matemática dando importância aos saberes culturais, pelos estudos da etnomatemática que possibilita pensarmos a matemática em diferentes contextos sócios culturais, valorizando os saberes praticados e presente nas comunidades, como forma de contextualiza este contexto no ambiente escolar com praticas que possam fomentar um pensamento crítico para combater a discriminação racial.

Para a realização desta pesquisa, buscamos nas estamparias afro-brasileira os elementos que nos auxiliem nos estudos das formas geométricas, na medida em que se torna possível mostra imagens aos alunos com formas geométricas próximas a sua realidade, possibilitará ao aluno uma aprendizagem significativa, estando em conexão com os conceitos matemáticos e a cultura afro-brasileira, colaborando para a formação da sociedade.

Desta forma, trazer o ensino de geometria, a partir das estampas afro-brasileira permite conhecemos a cultura e história de um povo que por muitos anos foi invisibilizado por uma sociedade ocidental que sempre busco desvaloriza a cultura dos negros e indígenas, está que não foi contada é que precisamos reconhecer como parte da nossa formação, restabelecendo laços com nossa própria história, para o reconhecimento da diversidade que compõem este país é principalmente o respeito pela história deixando por nossos ancestrais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Capes pela concessão da bolsa de estudos no curso de Mestrado, à qual está possibilitando o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

CANCLINI, Néstor García. Culturas Híbridas: estratégias para entrar e sair da modernidade. 4.ed. São Paulo: EDUSP, 2008

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnoamtemática – elo entre tradições e a modernidade.2. ed.1°reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

GERDES, Paulus. Geometria dos Trançados Bora na Amazônia Peruana. São Paulo. Editora Livraria da Física,2010.

GERDES, Paulus. Etnogeometria: Cultura e o despertar do pensamento geométrico, Instituto Superior de Tecnologias e de Gestão (ISTEG), Belo Horizonte, Boane, Moçambique, 2012.

HARGER, Patrícia Helena Campestrini. O segmento de moda afro-brasileira: conceitos, estruturas e narrativas. Moda palavras e-periódico. Ano 9, n. 18, jul.- dez 2016. P.96-120.

Moda étnica. Disponível: https://brunabsantos.wordpress.com/2013/08/26/moda-etnica- uma-inspiracao-a-parte/. Acesso em 25 de março de 2019.

MORAIS, Caroline Cristina Borges de. A influência afro-brasileira na moda contemporânea através da estampa têxtil. Apucarana: UTFPR, 2017. Trabalho de Conclusão – Tecnólogo em design de moda. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2017.

PLANALTO. Lei 10.639, de 9 de janeiro de 2003. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/l10.639.htm. Acesso em 25 de março de 2019.

SANT'ANNA, Patrícia. Moda: uma apaixonante história das formas. Ciência e Cultura. Vol.61.n°1. São Paulo, 2009.

Tecido tradicional de Gana. Disponível https://www.123rf.com/photo_104786012_stock-vector-african-kente-print-traditional- fabric-from-ghana-ankara-cloth-seamless-geometric-pattern-.html.Acessado em 25 de março de 2019.

CAPÍTULO 6

ENSINO E APRENDIZAGEM SOBRE TEORIA DOS NÚMEROS: DEBATES E DISCUSSÕES

Data de submissão: 15/11/2023 *Data de aceite: 24/11/2023*

Edmilson Pereira
UFPA-Campus Belém
http://lattes.cnpq.br/6833693392577551
CPF: 60856726249

José Messildo Viana Nunes
UFPA-Campus Belém
http://lattes.cnpq.br/5188612973174798

RESUMO: O presente trabalho tem como objetivo refletir sobre como a Teoria dos Números é discutida em algumas pesquisas científicas na área da Educação Matemática. Para tal desenvolvemos uma meta-análise sobre o tema Teoria dos Números no portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Para auxílio das discussões nos apoiaremos nos trabalhos da pesquisadora Rina Zazkis. A meta-analise nos possibilitou ter um panorama de pesquisas sobre o tema Teoria dos Números em pesquisas no Brasil.

PALAVRAS-CHAVE: Meta-análise. Teoria dos números. Números.

TEACHING AND LEARNING ABOUT NUMBER THEORY: DEBATES AND DISCUSSIONS

ABSTRACT: This paper aims to reflect on how Number Theory is discussed in some scientific research in the area of Mathematics Education. To this end, we developed a meta-analysis on the subject of Number Theory in the journals gateway of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). To help with the discussions, we relied on the work of researcher Rina Zazkis. The meta-analysis gave us an overview of research on the subject of Number Theory in Brazil.

KEYWORDS: Meta-analysis. Number theory. Numbers.

1 I INTRODUÇÃO

Os números inteiros compõem um dos principais temas da Teoria dos Números (TN), os números são uma parte ativa da vida do cidadão desde a mais tenra idade, pois não estão somente presentes na escola, mas permeiam inúmeras práticas sociais, como contagem das mais simples às mais complexas: troca, compra, venda, aplicação, etc. De modo geral para as crianças é um instrumento básico que permite que façam pequenas contagens. As situações favoráveis à aprendizagem do conhecimento matemático são situações do cotidiano das crianças, sendo estas mais significativas do que situações sem contexto que lhe dê significado.

O conceito de número, ou a aquisição do conceito de número passa pelas relações de classificação e serialização, ou seja, em conhecer as semelhanças e diferenças em relação a coleções de objetos. Esta aquisição é gradual e pode ser alcançada à medida que a criança vai internalizando experiências diferentes e relacionadas, como:

1-Percepção de quantidades gerais: muitos, poucos, alguns, suficiente, etc.;

2-Distinção e comparação de quantidades de objetos: existem tantos quantos; não há tantos como; aqui há mais do que aqui; aqui há menos do que aqui;

3-O princípio da unicidade: o filho nomeia os objetos com o nome "um". Então se você quiser expressar uma quantidade maior que um, dois, por exemplo: a criança dirá "Um e um";

4-Generalização: A criança tem que intelectualizar o conceito "um" como generalização da singularidade. Desta forma, ao visualizar um livro, ele será expresso dizendo "um", como se você vir um balão, um sorvete, ele diria "um" também.

Nesse sentido, o pensamento lógico-matemático é aquele que emerge das relações entre objetos e vem da própria elaboração da criança a partir do contato com o mundo que a rodeia. Surge através da coordenação dos relacionamentos que se criou anteriormente entre os objetos. Neste processo de interação o sujeito pode extrair informações de dois elementos: a ação e o objeto (PIAGET, 1978).

O estudo da aritmética tem um lugar privilegiado na matemática dos níveis básicos e se apresenta como fundamental para a educação, para a vida cotidiana, treinamento e desempenho profissional, e o cultivo do pensamento cientifico e critico. A aritmética é uma área da matemática que tem sido foco de muitos estudos em Educação Matemática como: operações com dígitos simples, operações com números de dois e mais dígitos, a estimativa, o sentido numérico, a resolução de situações problemas, etc.

A apropriação de noções de números envolve aquisição de habilidades para o uso de conhecimento numérico, formulação de proposições matemáticas, desenvolvimento de estratégias úteis para manipular números, realização de operações, ou seja, está relacionada à resolução de situações problemas de toda ordem.

Além disso, a noção de número inclui habilidades para identificar, saber e lidar com a ordem dos números, as várias representações do mesmo número. As operações com números inclui a compreensão do efeito das operações nos resultados, a conhecimento das propriedades das operações (comutatividade, associatividade e distribuição), sua aplicação na criação de procedimentos de estimação, cálculo mental e compreensão das relações entre operações.

No estudo de TN elementar de grande riqueza e complexidade são os estudos de frações e proporções. Essa complexidade se justifica no fato de que as frações podem ser vistas com vários significados. As frações descrevem uma relação de parte-todo quando uma unidade ou todo é dividido em partes iguais e a fração indica uma ou mais dessas partes. A divisão como um número ocorre ao conceber uma divisão como uma fração e vice-versa; isso implica reconhecer as divisões com um dividendo maior que o divisor como frações (impróprias) e frações próprias de divisões com um dividendo menor que o divisor.

Em TN a álgebra é o ramo da matemática que lida com a simbolização das relações numéricas, estruturas matemáticas e como operar com estes, ou seja, os conceitos, princípios e métodos da álgebra são ferramentas intelectuais poderosas para representar informações quantitativas e razão sobre essa informação. O pensamento algébrico no ensino fundamental começa com o desenvolvimento do sentido numérico.

O pensamento algébrico envolve representações, raciocínio proporcional, o significado de variáveis, padrões e funções, raciocínio indutivo e raciocínio dedutivo. Que inclui a construção e representação de padrões e regularidades, generalizações deliberadas e, mais exploração ativa que são importantes na solução de problemas e formulação de conjecturas.

Levando em conta os conceitos da psicologia e mais especificamente da psicologia na Educação Matemática, o estudo tem sido feito a partir de diferentes perspectivas, de concepção da aprendizagem em que são apoiados. Havendo um confronto entre aqueles que defendem habilidades aprendidas de matemáticas elementares com base na instrução e práticas de exercícios. E aqueles que defendem que é necessário apreender ideias e raciocínio concomitante a resolução de situações problemas, com foco no significado e na compreensão dos conceitos.

Importantes foram às contribuições de Jean Piaget, com estudos das operações lógicas e variadas atividades matemáticas básicas que ele considerou pré-requisitos para a compreensão de número e medição. Mesmo ele não estando preocupado com os problemas de aprendizagem de matemática, muitas das suas contribuições ainda são levadas em consideração no ensino de matemática elementar e foram incorporadas a educação.

2 | REFLEXÕES SOBRE O TEMA

O quadro teórico adotado e suas concepções fundamentam-se nas obras da pesquisadora canadense Rina Zazkis, cuja pesquisa em Educação Matemática, tem foco nos conhecimentos de conteúdos matemáticos de futuros professores, como aprendem e ensinam e como esses conhecimentos são adquiridos, construídos e modificados. O foco da autora é como ensinar, aprender e compreender a teoria elementar da Teoria dos números.

O trabalho de Wall (2014), sob TN, coadunam os apontamentos de Zazkis (2002, 2006, 2011), ao pesquisar professores do ensino fundamental, o autor destaca a necessidade em preencher as lacunas que existe no currículo tradicional de matemática, voltado para aqueles que ensinam conteúdos relacionados à teoria elementar da Teoria dos números, ele afirma que existe:

> [...] um hiato entre as disciplinas de matemática com foco na compreensão e prática dos estudantes de licenciatura a respeito da matemática presente no currículo fundamental, bem como no aprofundamento de sua compreensão e prática a respeito das formas de ensino da matemática na escola básica. (Wall, 2014, p.7).

De acordo com Wall (2014) o "hiato" pode ser superado integrando conhecimento do conteúdo e conhecimento sobre Educação Matemática, mesclando as experiências curriculares ao conhecimento de didáticos da matemática e dos aspectos da aprendizagem de matemática, aos respectivos suportes teóricos da psicologia da educação que podem se relacionar ao desenvolvimento de quem está aprendendo e se desenvolvendo em sala de aula. Sua obra alerta professores e estudantes de licenciatura, que a capacidade das crianças, a quem se ensina, que na maioria das vezes aprendem e devem assimilar, em apenas em alguns anos a matemática que homens e mulheres da ciência, levaram séculos para entender mas que deveria ter uma versão lúdica.

> [...] a matemática que abordei foi melhor enquadrada por uma teoria dos números que anteceda Pitágoras - Uma teoria dos números em que a própria teoria dos números e a matemática do comércio seja ludicamente integrada ao que tem sido chamado de matemática recreativa. (Wall, 2014, p.14).

Segundo Brolezzi e Trevizan (2014) a matemática desenvolvida em sala de aula, não tem muito contribuído para alcançar as metas que estão estabelecidas pela disciplina, em vez de raciocínio, valoriza se a memorização em vez de adquirir fundamentos para sua vida social, uma vez que muitos professores ficam condicionados a reproduzir atividades dos conteúdos naquele momento.

Autores como João Carlos Vieira e Paulo Antonio Silvani Caetano, na obra "Introdução à Teoria dos números", os processos abstratos e objetos matemáticos vão ao encontro com as pesquisas de Rina Zazkis, sua contribuição da TN, tem sua origem nas práticas cotidianas dos autores, no ensino fundamental de aritmética, que visa em fornecer auxilio e apoio àqueles que ensinam a matemática para o ensino fundamental, os temas são atuais, com a finalidade de aproximar o corpo teórico da TN ao cotidiano da sala de aula, que se diferencia no direcionamento ao universo do aluno, em suas dificuldades e aspirações, o que motiva quem ensina e aprende no campo da matemática.

3 | METODOLOGIA E ANÁLISE

A presente pesquisa tem como suporte metodológico uma meta-análise, que segundo

Lovatto et al. (2007) busca dar um panorama de produções cientificas com interesses de uma compreensão cada vez mais detalhada dos mecanismos científicos, uma vez que é grande o volume de materiais na área de produção científica acadêmica. Essa síntese nos dá uma visão estatística dos fatos em análise, sendo mais preciso seus efeitos, os resultados apresentados em uma meta análise permitem vislumbrar casos concordantes ou discordantes e obter uma visão geral da situação em foco.

A partir de uma listagem inicial dos periódicos das três áreas relacionados ao tema, foram selecionados os artigos dos últimos 5 anos (somente os periódicos disponíveis no Portal de periódicos CAPES), todos os artigos encontrados foram caracterizados e em seguida analisados quanto aos conceitos e abordagens sobre "Teoria dos números". Sendo assim, os resultados encontrados foram sintetizados, e, possibilitaram a elaboração de um panorama geral sobre investigações referentes à Teoria dos números (Quadro 1).

1. Escolha dos periódicos	
Pesquisa na base Qualis capes.	Listagem dos periódicos dos últimos 6 anos.
2. Escolha dos artigos	
Busca na base Portal de periódicos.	Busca nas páginas dos periódicos de artigos com termo Teoria dos números.
3. Caracterização dos artigos	
Análise dos artigos selecionados de acordo com os seguintes parâmetros: ano de publicação e objetivo do artigo.	
4. Análise do uso Teoria dos números	
Análise dos artigos selecionados de acordo com os seguintes parâmetros: ano de publicação, vínculo com a educação e ensino aprendizagem.	
5. Sistematização da informação	
Elaboração da tabela com panorama geral.	

Quadro 1 - Sistematização dos procedimentos metodológicos adotados para a pesquisa.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Apesar da sistematização das informações disponíveis, no presente estudo precisamos delimitar os objetos de análises, já que encontramos um grande número de artigos relacionados com a palavra chave "Teoria dos números", cerca de 5096 artigos, com o refinamento de data de publicação para os anos de 2013 a 2018, assim o número reduziu para 2347. Restringindo a pesquisa ao campo da matemática temos 153 artigos, e, refinando a pesquisa para área de Educação temos 102 artigos, com o refinando para área de Educação Matemática obtivemos 24 artigos referentes à Teoria dos Números.

Com a palavra chave "Teoria dos números na educação", cera de 1372 artigos e com a palavra chave "Teoria dos números na formação de professor", temos 582 artigos. Os procedimentos metodológicos adotados aqui não buscam esgotar o tema, e sim ter um panorama sobre as pesquisas relativas a "Teria dos números".

Publicações referentes ao termo "Teoria dos números", com refinamento para área de tópico education e educational obtemos 102 artigos, graficamente temos (Gráfico 1):

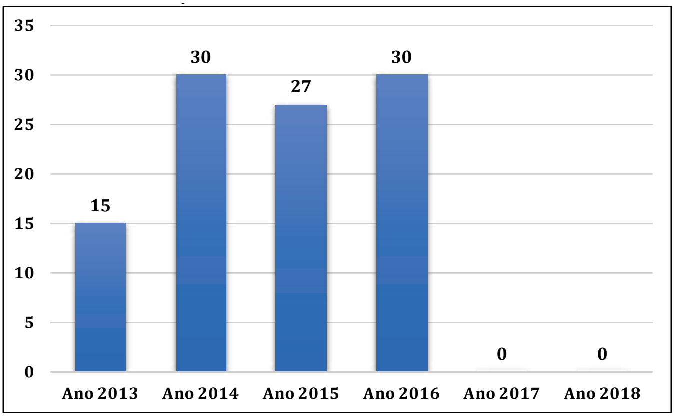


Gráfico 1 - Publicações de 2013 a 2018 com busca Teoria dos Números

Fonte: Elaborado pelos autores.

Com a busca do termo “Teoria dos números”, com refinamento para área de tópico education e educational obtivemos 72 artigos (Gráfico 2):

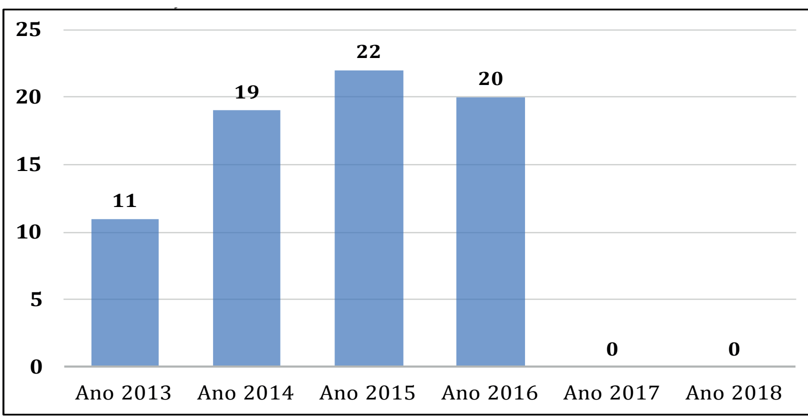


Gráfico 2 - Publicações de 2013 a 2018 com busca Teoria dos Números na Educação

Fonte: Elaborado pelos autores.

Constatamos crescimento de pesquisas referentes ao termo “Teoria dos números” para refinamento para área de tópico education e educational com 49 artigos (Gráfico 3).

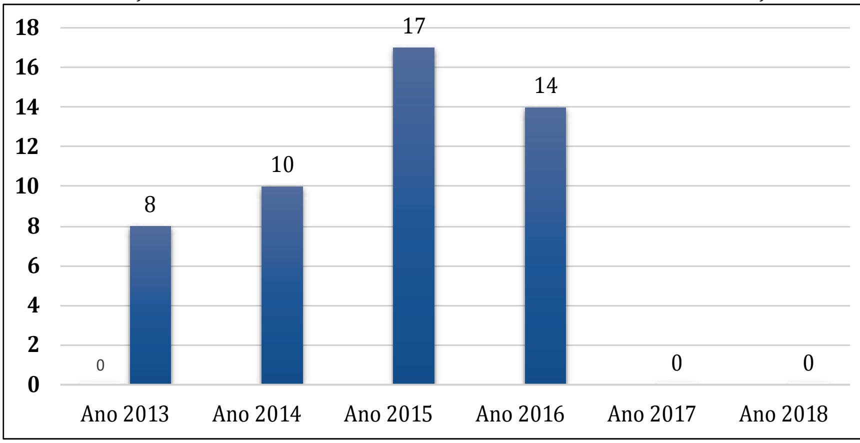


Gráfico 3 - Publicações de 2013 a 2018 com busca a Teoria dos Números na Formação de Professor

Fonte: Elaborado pelos autores.

4 | DISCUSSÕES E REFLEXÕES

Esta seção tem por objetivo identificar a concentração em relação aos artigos analisados no que se refere à Teoria dos Números, com foco na educação. Ao todo, os dados obtidos estão na Tabela 1 e suas representações gráficas (Gráfico 4).

Palavra chave	Ano 2013	Ano 2014	Ano 2015	Ano 2016	Ano 2017	Ano 2018	Total
Teoria dos números	15	30	27	30	0	0	102
Teoria dos números na educação	11	19	22	20	0	0	72
Teoria dos números na formação de professor	8	10	17	14	0	0	49
Total	34	59	66	64	0	0	223

Tabela 1 - Distribuição do número de artigos ao longo dos anos 2013 a 2018

Fonte: Elaborado pelos autores.

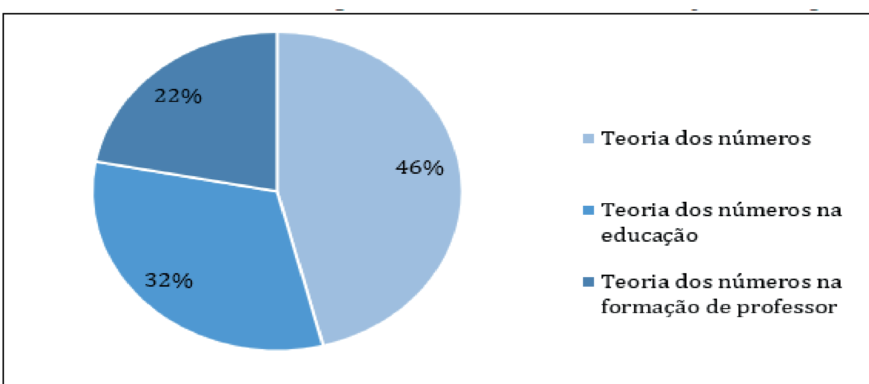


Gráfico 4 - Número de artigos de 2013 a 2018 referente ao panorama geral

Fonte: Elaborado pelos autores.

Pode-se inferir sobre a pesquisa realizada que há certo destaque de investigações sobre “Teoria dos números”, o estudo de TN foi impulsionado durante o século XX, pois ganhou importância no desenvolvimento de tecnologias modernas de outras áreas de ciências. Até meados do mesmo século, a TN era considerada um ramo da matemática, sem aplicações diretas ao mundo real. Com o advento do mundo informacional, computadorizado e comunicações digitais mostra de modo geral que a TN poderia fornecer respostas inesperadas para problemas do mundo real.

As melhorias na tecnologia da computação permitiram que os teóricos da TN fizessem avanços notáveis em fatoração de grandes números, determinar primos, testar conjeturas e resolver problemas numéricos que dependiam de muitos anos para se chegar a uma conclusão. A TN Moderna é uma área muito ampla que se desdobra em: teoria elementar dos números, teoria dos números algébricos, teoria dos números analíticos, teoria dos números geométricos e teoria dos números probabilísticos.

O grande acúmulo de artigos acadêmicos, mostrado no Gráfico 4 revela sua importância não somente para a própria ciência matemática, para outras áreas, como: a economia, as áreas de computação digital no desenvolvimento da criptografia, a física na área da computação quântica e ao desenvolvimento de linguagem de softwares.

Pode-se inferir sobre a palavra chave “Teoria dos números na educação”, que o grande distanciamento da palavra chave “Teoria dos números”, pode ser devido ao campo da educação não fazer uso, ou até mesmo não reconhecer sua validade na prática pedagógica em relação a educação matemática.

A análise sobre a palavra chave “Teoria dos números na formação de professor”, no que confere ao acúmulo de artigos relacionados à formação do professor é discreta, se comparada ao gráfico anterior, já que alguns artigos podem fazer parte do gráfico de Teoria dos números na educação.

Durante os anos de 2013 a 2015, o índice de crescimento em publicações acadêmicas teve um salto significativo, devido ao fortalecimento de políticas públicas em relação aos investimentos em produção científica durante esses anos, mas que atualmente há um decréscimo em 2016 a 2018 sem nenhuma publicação de material acadêmico nessa faixa no que diz respeito a TN. Em termos de ensino aprendizagem Lourdes de la Rosa Onuhic e Luciene Souto Botta, diz:

> Apesar de tudo, o que se encontra, em geral, é frustração da parte do professor (por mais que eu me esforce, meus alunos não aprendem...), desinteresse e desânimo da parte dos alunos (para que aprender isso?... onde vou usar essas coisas?... não consigo entender...) e perplexidade da parte da sociedade (gasta se tanto dinheiro com escolas, com cursos para professores, com reciclagem, e o ensino cada vez pior...). Testes são aplicados e, a cada novo teste, parece que os resultados são mais desanimadores. O que se pode fazer para mudar esse quadro? (Onuchic, Botta, p.5-8,1997).

5 I ANÁLISE DE ALGUNS ARTIGOS

Artigo de Luciana M. Elias de Assis sob o título “Re-significando a disciplina de Teoria dos Números na formação do professor de Matemática na Licenciatura”. Para o desenvolvimento de sua tese, a autora utilizou uma abordagem qualitativa, que consistiu em analisar as propostas curriculares das disciplinas que tratam de TN nos livros didáticos, buscando compreender a TN como saber a ensinar voltado para a formação inicial do professor da escola básica, procurando levantar possibilidades para ressignificar essa área nos currículos da licenciatura em matemática.

A autora também relaciona a TN a outros campos da matemática, em especial à Álgebra e à Aritmética, ressaltando que devido aos elementos de vínculo com esses campos da TN aparece com pouca ênfase nos currículos de diferentes níveis de ensino, conforme apontam Campbell e Zazkis (2002). Para esses pesquisadores, conteúdos da TN são incluídos nos cursos de Álgebra ou de Aritmética, em contextos menos formais, o que não garante destaque e importância nas propostas curriculares.

A pesquisa supracitada é corroborada pelo texto “A Case for Number Theory in Mathematics Education de Rina Zazkis (2011)”. De acordo com o texto a TN é usada para distinguir, por exemplo, a teoria dos números algébricos, onde o conceito de um número é expandido, ou a partir da análise analítica, onde a teoria dos números emprega a maquinaria do cálculo. Mais hoje sabemos que a “aritmética” está associada principalmente com cálculos elementares ensinados nos anos iniciais. Johann Carl Friedrich Gauss, dizia: que para os antigos gregos a aritmética era o estudo das propriedades dos números inteiros.

Atualmente este domínio de estudo é conhecido como teoria elementar dos números. “Elementar” não deve ser entendido como algo “simples” ou “fácil”. Este rótulo é usado para limitar sua dimensão, que são eles números racionais ou inteiros. Para Rina Zazkis a TN ainda não assumiu lugar de destaque na Educação Matemática. A alegação é que a atenção às propriedades dos números irá dar razão, as habilidades dos alunos.

A elegância da TN baseia-se em ideias argumentativas elementares sendo o lugar mais apropriado para desenvolver tais argumentos é o trabalho com padrões, por exemplo, um trem de carro em que o primeiro carro é vermelho, o segundo é azul, o terceiro é vermelho, o quarto é azul, etc. Qual a cor do vigésimo carro?

No artigo de Sandra Magina e Tânia Campos, intitulado “A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental”, as autoras trazem uma análise dos resultados que oferece indícios de que os professores têm, em geral, uma visão do desempenho dos alunos longe do real, havendo uma tendência de superestimar o nível de acertos e aprendizagem, principalmente de alunos dos anos iniciais do ensino básico. Uma possível causa para essa visão pode estar relacionada ao fato da maioria dos professores não ter claro os diferentes significados que as frações assumem, o que os leva a apresentar estratégias de ensino que nem sempre auxiliam seus alunos a superar falsas concepções sobre esse conceito, cujos fundamentos estão na Teoria dos números.

No texto de Rina Zazkis intitulado "From Parity to Divisibility: Reconsidering Definitions (2011)" abre uma discussão sobre o significado etimológica das palavras, por exemplo, par e ímpar, muito abordada na matemática básica, ou seja, uma distinção entre par e ímpar é uma das primeiras propriedades numéricas encontradas pelos alunos em sua exposição a estruturas matemáticas.

De acordo com a autora, nenhuma pesquisa ainda examinou a influência da língua nativa dos alunos em sua compreensão. Com base em estudos recentes sobre a influência da linguagem em fazer matemática. Como no estudo de divisibilidade, com números pares e ímpares. Seu reconhecimento pode ser feito por meio do reconhecimento do último digito. E o número 456,798 é par ou ímpar? É claro que reconhecemos imediatamente que não é nem um dos dois. No entanto, para o ensino na escola primária a soma de dois números pares ou dois ímpares, pode representar um desafio para práticas rotineiras da escola primária em termos de formação de professores do ensino fundamental, ou seja, como eles compreendem a formação desses números com mais profundidade.

Um número muito especial, que é o um, pode ser encontrado na lista de primos. A razão para isso é que incluindo 1 como primos é inconsistente com a unicidade da fatoração primária no Teorema Fundamental da Aritmética. A confusão com 1 é esperado, especialmente quando a definição "formal" de que um número primo exatamente dois fatores não são aplicados, e uma visão "popular" e muitas das vezes afirmada por parte de quem ensina, uma vez que não tem conhecimento das implicações matemáticas que sustentam.

Enquanto a confusão com 1 é esperada, várias vezes a autora se deparou com os futuros professores do ensino fundamental, uma dificuldade em aceitar que 2 é um número primo. Uma vez que, foi manifestado pela crença de que números primos são ímpares, enquanto 2 é um número par. Esta confusão inicial é facilmente corrigida, sendo que 2 satisfaz tanto a definição "popular" e "formal" para primalidade. No entanto, ainda é percebido como "diferente" entre os primos.

No texto de título "Divisibility: From Action to Object", que trata a divisibilidade da ação ao objeto Zazkis (2011) inicia com uma pergunta, seria os números primos apenas consequência da divisibilidade de números ou um achado de números especiais?

Os testes de divisibilidade, por vezes usado como regras, fazem parte de qualquer Currículo em matemática para ensino fundamental. São apresentados, exemplificados e em muitos casos comprovados na maioria dos livros didáticos voltados para cursos para professores. As regras de divisibilidade sempre foram um dos tópicos importantes na pesquisa de Rina Zazkis, na tentativa de estabelecer a noção de divisibilidade como uma relação entre números.

Qual o significado matemático da palavra «divisível» e "divide", suas possíveis interpretações e interpretações errôneas, bem como outras palavras que os alunos usam para expressar divisibilidade. Há pelo menos cinco maneiras diferentes e também equivalentes de dizer que um número é divisível por outro de acordo com Rina Zazkis. Dados dois números naturais a e b, dizemos:

· a é divisível por b;/ ·b divide um;/ ·b é um fator de a;/ ·b é um divisor de a;/ •a é um múltiplo de b.

Essas expressões estão de acordo com o vocabulário matemático formal encontrado nos livros acessíveis de matemática.

No entanto, é evidente que essas expressões não são as difundidas na escola básica. A imagem que se tem sobre o conceito de divisibilidade que muitas das vezes está relacionada ao nível de confiança sobre o tema divisibilidade, isto é, quando o nível de confiança é menor, o vocabulário informal prevalece. A noção de divisibilidade em geral é usada em situações cotidianas.

A divisibilidade é um fenômeno comum que pode levar a confusões e equívocos. Outro tema comum durante a sua pesquisa é observado, na descrição dos alunos sobre a divisibilidade que pode ser a imagem mental ou um processo de divisão. Uma definição matemática de divisibilidade pode ser interpretada da seguinte maneira: Um número A é divisível por um número B se objetos A puderem ser organizados em grupos B (linhas, colunas) de forma que haja o mesmo número de objetos em cada grupo. Essa interpretação é consistente com uma visão partitiva da divisão.

No artigo de Fernanda Andréa F. Silva, Mônica Maria Lins Santiago e Marcelo Câmara dos Santos, com título "Significados e Representações dos Números Racionais Abordados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM", os autores trazem uma pesquisa, em que se propõem a investigar quais são os significados e as representações dos números racionais que são contemplados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. Que vai de encontro com o artigo de João Pedro da Ponte e Marisa Quaresma, com título "Representações e Processos de Raciocínio na Comparação e Ordenação de Números Racionais numa Abordagem Exploratória".

No artigo de Dario Fiorentini e Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira de título "O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?" abrem a discussão acerca do lugar da matemática na formação do futuro professor, que práticas podem contribuir para que o futuro professor possa se apropriar dessa matemática fundamental para seu trabalho profissional? Tem sido alvo de inúmeras críticas, tanto por parte de pesquisadores como de professores formadores, de egressos e de licenciados.

Segundo Zazkis (2011) com o texto de título "Pedagogy of Relearning". Sabemos que muitas são as discussões recentes sobre Educação Matemática que se concentram nos conhecimento dos professores. Dos estudos em Teoria dos Números o objetivo da pesquisa de Rina Zazkis é encontrar maneiras de reconstruir a compreensão dos professores/aprendizes sobre esses conceitos.

6 I CONCLUSÃO

O estudo da meta-análise nos permitiu quantificar de maneira sistemática as obras estudadas, possibilitou fornecer procedimentos confiáveis e sínteses de estudos produzidos e acumulados de um determinado período, os resultados encontrados de vários autores sobre o tema “Teoria dos números”. O quadro teórico adotado atribui um papel essencial aos aspectos da construção epistemológica, ou seja, a investigação da natureza do conhecimento matemático da TN, uma vez que no campo da Educação Matemática, a pesquisa identificou vários contextos em que o estudo da TN contribui, como: na psicologia da aprendizagem, nas didáticas de educação matemática, na matemática abstrata, na história da matemática entre outras. Mas a pesquisa identificou um número reduzido de artigos focado na área de educação, mas que sua importância com o passar desse período em que foi produzido vem aumentando durante os últimos anos.

A importância da TN vem sendo negligenciada em vários campos de aprendizado, seja do básico ao fundamental, mas nos estudos da Educação Matemática Zazkis (2002), defende como um campo de estudo, com o artigo “Toward Number Theory as a Conceptual Field”, o presente texto destaca que no contexto da Educação Matemática dos dias de hoje, que não foi dada muita atenção a contextos formais relacionados com propriedades e estruturas do número em si, ou seja, o significado matemático não é apenas uma questão de conceitos e experiências familiares do dia a dia do mundo real. É também uma questão de desenvolver os fundamentos conceituais para fazer abstração clara e distinções gerais.

REFERÊNCIAS

[1] Araman, Eliane Maria de Oliveira; Batista, Irineia de Lourdes. Contribuições da História da Matemática para a Construção dos Saberes do Professor de Matemática. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 45, p. 1-30, abr. 2013.

[2] Assis, Luciana M. Elias. Re-significando a disciplina de Teoria dos Números na formação do professor de Matemática na Licenciatura. 2007. 281f. (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007. (Orientadora: Sílvia Dias Alcântara Machado).

[3] Brolezzi, Antonio Carlos; Trevizam, Wanessa Aparecida. Como ensinar analise combinatória. Ed. livraria da física. 2016.

[4] [5] D´ Ambrosio, Ubiratan. Educação Matemática da teoria a pratica. Ed. Papirus.1996. Fiorentini, Dario; Oliveira, Ana Teresa de Carvalho Correa de. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013.

[6] [7] Medeiros, João Bosco. Redação Cientifica. Ed. Atlas 10º edição, 2009. Onuhic, Lourdes de la Rosa; Botta, Luciene Souto. Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. Revista de Educação Matemática. São Paulo: SBEM, ano 5, n. 3, p. 5-8, 1997

[8] Lovatto P.A., Lehnen C.R., Andretta I., Carvalho A.D., Hauschild L. Meta análise em pesquisas científicas - enfoque em metodologias. Revista Brasileira de Zootecnia. 2007.

[9] Ponte, João Pedro da; Quaresma, Marisa. Representações e Processos de Raciocínio na Comparação e Ordenação de Números Racionais numa Abordagem Exploratória. Bolema, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1464-1484, dez. 2014.

[10] Rosa, Josélia Euzébio da; Damazio, Ademir; Silveira, Gisele Mezzari. O Sistema de Numeração nas Tarefas Propostas por Davýdov e seus Colaboradores para o Ensino de Matemática. Bolema, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1135-1154, dez. 2014.

[11] Magina, Sandra; CAMPOS, Tânia. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, n 31, 2008, p. 23 a 40. 24

[12] 2013. [13] [14] Sautoy, Marcus du. Os Mistérios dos números: Uma viagem pelos grandes enigmas da matemática. Ed. Zahar. SBM, 2017-2018. Matemática 2018-Biênio da matemática Brasil. Ed. sbm. 2018. Silva, Fernanda Andréa F.; Santiago, Mônica Maria Lins; Santos, Marcelo Câmara dos. Significados e Representações dos Números Racionais Abordados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. Bolema, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1485-1504, dez. 2014.

[15] [16] Wall, Edward S. Teoria dos números para professores do ensino fundamental. Ed. Amgh, 2014. Zazkis, Rina; Campbell Stephen R. Learning and Teaching Number Theory Research in Cognition and Instruction. 2002.

[17] 2006. [18] Zazkis, Rina; Campbell Stephen R. Number Theory in Mathematics Education Perspectives and Prospects. Zazkis, Rina. Relearning Mathematics A Challenge for Prospective Elementary School Teachers. 2011.

SOBRE O ORGANIZADOR

FABRÍCIO MORAES DE ALMEIDA - Possui graduação em Matemática pela UFMT (2000), Físico - Lei n. 13.691, de 10 de julho de 2018, Especialização em Física Básica - UFMT (2001), Esp. em Redes de Computadores - UNIRONDON (2009) , mestrado em Física pela Universidade Federal do Ceará (2002) e Doutorado em Física pela UFC (2005), Pós-doutorado - UFMT/CNPq (2009). E também com formação em Engenharia de Computação/Produção. Têm várias pesquisas científicas com temas de Engenharia Elétrica, Computação/Produção; Inovação, Modelagem, Gestão e Desenvolvimento Regional; Modelagem Matemática/ Computacional e pesquisas interdisciplinares. É líder do grupo de pesquisa GEITEC/UFRO. Já orientou dezenas de teses e dissertações. Ademais, centenas de publicações científicas em diversas revistas internacionais e nacionais. É membro do *International Insitute of Systemics, Cybernetics, and Informatics (IIIS) – U.S.A*, para saber mais acesse: https://www.iiis.org/members1.asp. E as áreas de atuação, são: Ciência de dados e Engenharia; Engenharia de computação; Engenharia de Software, Engenharia Elétrica; Engenharia de Produção; Gestão, Tecnologia e Inovação; Modelagem e Ciências Ambientais; Sistema de Computação e Energia (para saber mais, acesse: http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhorh/5959143194142131). Adicionalmente, têm especializações pela FUNIP (2020/2023), em: Engenharia Elétrica, Engenharia de Produção, Engenharia de Controle e Automação Industrial; Engenharia de Software e Análise e Desenvolvimento de Sistemas. Tem experiência com: consultoria de pesquisa, tecnologia, engenharia, inovação e negócios; mais de 20 anos de experiência com administração e gerência de empresas públicas e privadas; também com vasto conhecimento em gestão de projetos; mais de 22 anos de estudos/pesquisas com computação e análise de dados. Atualmente, é professor-associado 3 do departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Rondônia e docente do Programa de Pós-graduação: Doutorado/Mestrado em Desenvolvimento Regional e Meio Ambiente da Fundação Universidade Federal de Rondônia. Além disso, é Bolsista de Desenvolvimento Tecnológico Industrial do CNPq - DTI Nível A. (para saber mais, acesse: http://lattes.cnpq.br/5959143194142131).

A

C

D

E

F

G

M

N

O

P

R

S

T

W

FUNDAMENTOS DAS

CIÊNCIAS EXATAS:

DA MATEMÁTICA À FÍSICA E ALÉM

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2023

FUNDAMENTOS DAS CIÊNCIAS EXATAS:

DA MATEMÁTICA À FÍSICA E ALÉM

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2023