Universo da MATEMATICA

Teorias e Aplicações

v. 1

2023

Resiane Silveira (Org.)

Editora MultiAtual

Universo da MATEMATICA

Teorias e Aplicações

v. 1
2023

Resiane Silveira (Org.)

Editora
MultiAtual

© 2023 – Editora MultiAtual

www.editoramultiatual.com.br
editoramultiatual@gmail.com

Organizadora
Resiane Paula da Silveira

Editor Chefe: Jader Luís da Silveira
Editoração e Arte: Resiane Paula da Silveira
Capa: Freepik/MultiAtual
Revisão: Respectivos autores dos artigos

Conselho Editorial

Ma. Heloisa Alves Braga, Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, SEE-MG

Me. Ricardo Ferreira de Sousa, Universidade Federal do Tocantins, UFT

Me. Guilherme de Andrade Ruela, Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Esp. Ricael Spirandeli Rocha, Instituto Federal Minas Gerais, IFMG

Ma. Luana Ferreira dos Santos, Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC

Ma. Ana Paula Cota Moreira, Fundação Comunitária Educacional e Cultural de João Monlevade, FUNCEC

Me. Camilla Mariane Menezes Souza, Universidade Federal do Paraná, UFPR

Ma. Jocilene dos Santos Pereira, Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC

Ma. Tatiany Michelle Gonçalves da Silva, Secretaria de Estado do Distrito Federal, SEE-DF

Dra. Haiany Aparecida Ferreira, Universidade Federal de Lavras, UFLA

Me. Arthur Lima de Oliveira, Fundação Centro de Ciências e Educação Superior à Distância do Estado do RJ, CECIERJ

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Silveira, Resiane Paula da

S587u Universo da Matemática: Teorias e Aplicações - Volume 1 / Resiane Paula da Silveira (organizadora). – Formiga (MG): Editora MultiAtual, 2023. 136 p. : il.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-6009-040-8
DOI: 10.5281/zenodo.10199146

1. Matemática. 2. Ciências exatas. 3. Estudo e ensino. I. Silveira, Resiane Paula da. II. Título.

CDD: 510.07
CDU: 51

Os artigos, seus conteúdos, textos e contextos que participam da presente obra apresentam responsabilidade de seus autores.

Downloads podem ser feitos com créditos aos autores. São proibidas as modificações e os fins comerciais.
Proibido plágio e todas as formas de cópias.

Editora MultiAtual
CNPJ: 35.335.163/0001-00
Telefone: +55 (37) 99855-6001
www.editoramultiatual.com.br
editoramultiatual@gmail.com
Formiga - MG
Catálogo Geral: https://editoras.grupomultiatual.com.br/

Acesse a obra originalmente publicada em:
https://www.editoramultiatual.com.br/2023/11/universo-da-matematica-teorias-e.html

AUTORES

ANTÔNIO EDUARDO MONTEIRO DA SILVA
ANTÔNIO MAURÍCIO MEDEIROS ALVES
ARISLENE DA SILVA LOPES
AURELINO HELWECYO DA SILVA LOPES
ELAINE BORGES DE OLIVEIRA
IVAN KUELKAMP SILVEIRA
JANAINE CASAGRANDE CORRÊA
LETÍCIA ALTENBURG STALLBAUM
RAFAEL VÍTOR ZUCHI
RAÍ DA SILVA LOPES
RITA LÚCIA DA SILVA
RODOLFO CHAVES
RUBENS SAVIANO
SARA MARTINS LEITE
SIDINEI FARIAS
THAÍS PHILIPSEN GRÜTZMANN
VANESSA MEDEIROS
VINICIUS MARLON DE FREITAS

APRESENTAÇÃO

A obra "Universo da Matemática: Teorias e Aplicações" explora as profundezas fascinantes e abrangentes da Matemática, uma linguagem universal que transcende fronteiras e conecta todas as disciplinas do conhecimento. A abordagem trata da teoria Matemática e suas aplicações práticas, proporcionando uma visão abrangente do vasto universo matemático.

A Matemática é mais do que uma simples ferramenta para solucionar problemas; ela é a essência estrutural do universo, permeando desde os fenômenos mais simples até os mistérios cósmicos mais complexos. Assim, busca-se desvendar os segredos dessa ciência atemporal, proporcionando uma narrativa coesa que guia o leitor desde os fundamentos elementares até as fronteiras mais avançadas do conhecimento matemático contemporâneo.

Serão apresentados desafios e perspectivas que instigarão tanto os estudantes iniciantes quanto os profissionais experientes. Os temas são apresentados de forma acessível, mas sem perder a profundidade necessária para uma compreensão completa. O objetivo é não apenas transmitir conhecimento, mas também cultivar uma apreciação mais profunda pela beleza intrínseca da matemática.

À medida que avançamos na Era da Informação e da Tecnologia, a importância da Matemática só cresce, tornando-se uma ferramenta essencial para compreender e moldar o mundo ao nosso redor. Este livro é uma contribuição significativa para aqueles que buscam ampliar seus horizontes matemáticos, fornecendo uma base sólida para aqueles que buscam explorar as fronteiras do conhecimento.

Espera-se que estas páginas inspirem a curiosidade, estimulem a mente e, acima de tudo, destaquem a importância eterna da matemática como a linguagem que descreve as leis fundamentais do nosso universo.

SUMÁRIO

Capítulo 1 **LITERATURA E ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO DO TIPO ESTADO DO CONHECIMENTO** ***Letícia Altenburg Stallbaum; Thaís Philipsen Grützmann; Antônio Maurício Medeiros Alves***	***8***
Capítulo 2 **MODELAGEM E QUESTÕES SOCIOAMBIENTAIS: UMA RELAÇÃO PROFÍCUA NA EDUCAÇÃO BÁSICA** ***Rodolfo Chaves; Antônio Eduardo Monteiro da Silva; Janaine Casagrande Corrêa***	***25***
Capítulo 3 **SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES – ATIVIDADES COM O GEOGEBRA PARA O SEU ENSINO ATRAVÉS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS** ***Rubens Saviano***	***48***
Capítulo 4 **JOGOS LÚDICOS: A LUDICIDADE ALIADA PARA ENSINAR A DIVISÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA** ***Raí da Silva Lopes; Arislene da Silva Lopes; Aurelino Helwecyo da Silva Lopes; Rita Lúcia da Silva; Sara Martins Leite; Sidinei Farias***	***73***
Capítulo 5 **EVASÃO ESCOLAR NO ENSINO FUNDAMENTAL DURANTE A PANDEMIA DA COVID-19: UMA PRÁTICA COM MODELAGEM MATEMÁTICA** ***Ivan Kuelkamp Silveira; Elaine Borges de Oliveira; Vanessa Medeiros***	***88***
Capítulo 6 **LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA A: A PRODUÇÃO DE JOGOS NO POLO DE HULHA NEGRA DO CLMD** ***Thaís Philipsen Grützmann***	***98***
Capítulo 7 **NÚMEROS TETRAÉDRICOS, EM UM PROCESSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UMA RELEITURA DE SIGNIFICADOS PRODUZIDOS A PARTIR DE ALGUMAS ETAPAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA** ***Rodolfo Chaves; Rafael Vítor Zuchi; Vinicius Marlon de Freitas***	***112***
AUTORES	***131***

Capítulo 1

LITERATURA E ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO DO TIPO ESTADO DO CONHECIMENTO

Letícia Altenburg Stallbaum
Thaís Philipsen Grützmann
Antônio Maurício Medeiros Alves

LITERATURA E ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO DO TIPO ESTADO DO CONHECIMENTO

Letícia Altenburg Stallbaum

Licenciada em Matemática. Mestranda em Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas. E-mail: leticia_stallbaum@hotmail.com.

Thaís Philipsen Grützmann

Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pelotas, UFPel. Professora Associada, atua no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEMAT/UFPel. E-mail: thaisclmd2@gmail.com.

Antônio Maurício Medeiros Alves

Doutor em Educação pela Universidade Federal de Pelotas, UFPel. Professor Associado, atua no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEMAT/UFPel e no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECM/UFPel. E-mail: alves.antoniomauricio@gmail.com.

RESUMO

Este artigo apresenta o desenvolvimento e os resultados de uma pesquisa do tipo Estado do Conhecimento, desenvolvida no Trabalho de Conclusão de Curso no âmbito da Licenciada em Matemática da Universidade Federal de Pelotas. Seu objetivo foi localizar e analisar dissertações e teses publicadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) a partir de uma busca com as palavras chaves Literatura e Alfabetização Matemática, segundo a metodologia proposta por Morosini, Santos e Bittencourt (2021). Foram inicialmente encontrados 38 trabalhos sendo reduzidos, a partir da metodologia proposta pelas autoras, a duas categorias, com quatro trabalhos, aqui discutidos. Os resultados dos estudos analisados revelaram que a utilização de livros infantis no ensino de Matemática é uma metodologia viável, permitindo que os alunos da Educação Infantil e dos primeiros anos do Ensino Fundamental desenvolvam uma base sólida de conhecimento e contribuindo para que se tornem cidadãos críticos, criativos e ativos no processo de ensino-aprendizagem. Desse modo, ressalta-se nesse artigo a importância dos estudos sobre o uso da literatura infantil aliada ao ensino de conceitos matemáticos, fundamentais para a estruturação do

pensamento lógico-matemático na criança. Utilizar as histórias faz com que o aluno reorganize seu pensamento, abrindo novas possibilidades para a aprendizagem.
Palavras-chave: Estado do Conhecimento. Educação Matemática. Literatura Infantil. Anos iniciais. Metodologia de ensino.

ABSTRACT
This article presents the development and results of a State of Knowledge research, developed in the Course Completion Work within the scope of the Degree in Mathematics at the Federal University of Pelotas. Its objective was to locate and analyze dissertations and theses published in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD) based on a search with the keywords Literature and Mathematical Literacy, according to the methodology proposed by Morosini, Santos and Bittencourt (2021). Initially, 38 works were found and were reduced, based on the methodology proposed by the authors, to two categories, with four works, discussed here. The results of the studies analyzed revealed that the use of children's books in teaching Mathematics is a viable methodology, allowing students in Early Childhood Education and the first years of Elementary School to develop a solid base of knowledge and helping them to become critical citizens, creative and active in the teaching-learning process. Therefore, this article highlights the importance of studies on the use of children's literature combined with the teaching of mathematical concepts, fundamental for structuring logical-mathematical thinking in children. Using stories makes the student reorganize their thinking, opening up new possibilities for learning.
Keywords: State of Knowledge. Mathematics Education. Children's Literature. Early years. Teaching methodology.

INTRODUÇÃO

A Educação Matemática é um campo interdisciplinar que congrega aspectos do ensino da Matemática, da Psicologia e da Didática, entre outros, cujo objeto de estudo envolve “as múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático” (Fiorentini; Lorenzato, 2007, p. 9). Tem, também, como foco, melhorar e explorar os campos relacionados ao estudo da Matemática, levando em conta a busca de soluções para eventuais problemas da sociedade.

No contexto das múltiplas relações entre ensino e aprendizagem, a cada dia os professores buscam metodologias que auxiliem nesse processo, em particular nos anos iniciais do Ensino Fundamental, visto que a formação matemática dos

profissionais que atuam nesse nível de ensino normalmente é deficitária, pois compete com outras tantas formações nos cursos de Pedagogia (Alves; Grützmann, 2020).

Assim a literatura, em particular a infantil, vem ganhando espaço enquanto possibilidade metodológica, sendo uma prática pedagógica aberta, que encanta profissionais da educação, escritores e alunos, onde com a convivência se estabelece uma relação entre teoria e prática, entre a linguagem escrita e falada.

As histórias infantis cativam com sua variedade de escolha, permitindo que o profissional inove, invente, discorde e até crie seu próprio material, dando ampla diversidade de escolha para seus planejamentos pedagógicos, podendo contribuir nos processos de alfabetização e alfabetização matemática, o qual

> [...] refere-se aos atos de aprender a ler e a escrever a linguagem Matemática usada nas primeiras séries da escolarização. Ser alfabetizado em Matemática é entender o que se lê e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, de geometria e da lógica. (Danyluk, 1998, p. 14).

Ao pensar no ensino da Matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, existem conceitos matemáticos fundamentais que devem ser trabalhados, como grandezas, ordem, a construção do número, criando múltiplas linguagens matemáticas, os quais podem ser desenvolvidos no contexto das histórias infantis.

O questionamento, a indagação, a pergunta do “porquê de tal conceito ser assim”, deve ser primordial na aprendizagem, sendo importante considerar que “o cotidiano da criança e as relações por ela vivenciadas fazem parte de sua formação, interferindo em seu processo de alfabetização. Falar em alfabetização traz à tona uma discussão sobre o que significa ler e escrever, ou seja, ser alfabetizado” (Alves; Grützmann, 2020, p. 202), o que remete à uma relação entre a Matemática e a literatura, em particular, a infantil, nos processos de alfabetização matemática.

Assim, como em qualquer disciplina, na Matemática o papel do professor é fundamental, pois, ele é o mediador da aula, que compartilha os conhecimentos, e a sua forma de apresentar e abordar fará toda a diferença no futuro do aluno, tanto em seu comportamento, quanto no seu desempenho. Sempre em busca de novas metodologias, o professor pode encontrar na literatura infantil, uma importante contribuição ao ensino de Matemática.

REFERENCIAL TEÓRICO

A literatura infantil tem as crianças como primeiro público alvo, e possui como objetivo principal, através da fantasia, transmitir-lhes modos de desenvolver seus próprios conceitos e padrões, desta forma enriquecendo sua imaginação e despertando-lhe a liberdade de pensamento e a criatividade. “A literatura infantil é também ludismo, é fantasia, é questionamento, e dessa forma consegue ajudar a encontrar respostas para as inúmeras indagações do mundo infantil, enriquecendo no leitor a capacidade de percepção das coisas” (Frantz, 2001, p. 16).

Importante salientar que antes a criança era vista como um adulto em miniatura, sem condições especiais, e sem nenhuma preocupação com sua aprendizagem. Com o fortalecimento da burguesia, essas concepções começam a se modificar, e a criança passa a ser considerada diferente do adulto. Conseguimos notar isso nas palavras de Cademartori (1986, p. 38-39), “a criança, na época, era concebida como um adulto em potencial, cujo acesso ao estágio dos mais velhos só se realizaria através de um longo período de maturação”.

No Brasil, a literatura infantil aparece após a implantação da Imprensa Régia, em 1808, na qual as crianças liam textos adaptados, ou escritos por pedagogos, com a intenção de educá-las. “É o hábito da leitura, da literatura infantil ou não, que dará possibilidade ao leitor para superar os limites das experiências já adquiridas e isto é altamente revolucionário.” (Cademartori, 1986, p. 20).

Conforme Santana (2014), autores como Rousseau, Pestalozzi e Froebel são pensadores responsáveis pelo desenvolvimento de uma nova concepção de infância na Europa. Froebel enxergava a brincadeira como sendo algo sério para o desenvolvimento da criança, já Rousseau avistava a criança como um ser pensante, porém distinto do adulto, contudo esse devia ser responsável em lhe proporcionar tudo para sua aprendizagem e autonomia, assim crescendo livremente.

De acordo com Rodrigues et al. (2013) a produção de literatura infantil no Brasil ficou reprimida por um longo período, tendo sido retomada apenas nos anos de 1970. Mais tarde, surgem os quadrinhos e, a produção gráfica. Nesse sentido,

> A literatura infantil tem sido apresentada como uma prática pedagógica aberta, atual, que permite a criança conviver com uma relação não passiva entre a linguagem escrita e falada. De algum modo a literatura aparece a criança como um jogo, uma fantasia muito próximos ao real, uma manifestação do sentir e do saber, o que

> permite a ela inventar, renovar e discordar. (Smole; Cândido; Stancanelli, 1999, p. 11).

Existe uma infinidade de infâncias que são vividas pelas crianças, pois existem as que podem desfrutar de espaços diversos, podendo frequentar a escola, brincar, possuindo acesso a coisas básicas da infância, e as que não tem acesso a esses espaços, pois precisam trabalhar desde cedo, ajudar em casa, tanto em afazeres domésticos, como financeiramente, assim tendo seu acesso a educação de forma limitada e precária.

Atualmente, é difundida a concepção de criança como "[...] um ser histórico, social, de direitos, esse sujeito vai construindo sua identidade a partir das interações com seus pares. É um sujeito que imagina, fantasia, brinca e constrói sua história." (Brasil, 2010, p.18).

O professor não pode esquecer que a criança está em desenvolvimento, em formação, construindo sua base de conhecimentos, então ela deve ser de forma natural, e com muitas possibilidades. Segundo Virgulino (2014, p. 78):

> Na Educação Infantil, o trabalho com noções matemáticas deve atender, por um lado, às necessidades da própria criança de construir conhecimentos que incidam nos variados domínios do pensamento, por outro lado, precisa corresponder a uma necessidade social de melhor instrumentalizá-la para viver, participar e compreender um mundo que exige diferentes conhecimentos e habilidades.

Os conteúdos matemáticos na Educação Infantil e nos anos iniciais devem ser trabalhados deixando a criança livre para explorar e brincar, trazendo o lúdico, fazendo com que ela participe e goste, despertando sua curiosidade e vontade de aprender sobre tudo o que está vendo a sua volta, interpretando o mundo.

Utilizar a literatura infantil na Matemática pode ser um desafio e tanto, pois é necessário mudar o que se está acostumado, mudar a metodologia com a qual se ensina, o que pode não agradar a todos os professores, pois exige dedicação e motivação, o que para muitos pode ser desgastante e trabalhoso. "Ao ouvir uma história (e cabe destacar que existem pessoas que de fato são boas contadoras de histórias) o aluno viaja junto com as personagens, resolve desafios, sente suas emoções e muitas vezes vibram com os finais felizes." (Alves, Grützmann, 2020, p. 204).

De acordo com Camargo e Daros (2018, p. 16), "as metodologias ativas de aprendizagem estão alicerçadas na autonomia, no protagonismo do aluno. Têm como

foco o desenvolvimento de competências e habilidades, com base na aprendizagem colaborativa e na interdisciplinaridade". Os alunos necessitam de metodologias que estejam focados neles, por isso a importância de se utilizar metodologias ativas centradas no desenvolvimento dos docentes. "As estratégias pedagógicas fomentam o aprendizado ativo uma vez que a elaboração e a aplicação permitem a construção interativa do conhecimento". (Camargo; Daros, 2018, p. 17).

Além de entrelaçar a Matemática com a leitura, o ato de ler desperta elementos emocionais e intelectuais que vão surgindo no decorrer da leitura, por isso,

> Integrar literatura nas aulas de matemática representa uma substancial mudança no ensino tradicional da matemática pois, em atividades deste tipo, os alunos não aprendem primeiro a matemática para depois aplicar na história, mas exploram a matemática e a história ao mesmo tempo (Smole; Cândido; Stancanelli, 1999, p. 12).

No Ensino Fundamental, especificamente nos anos iniciais, é necessário prever a progressão das múltiplas aprendizagens, valorizando situações lúdicas, se propondo um estímulo ao pensamento lógico, criativo e crítico, assim como a capacidade de argumentar e questionar suas compreensões do mundo.

Sendo assim, é fundamental que os professores tenham sempre em mente, em seus planejamentos, qual é o objetivo da proposta aplicada, e principalmente nesse caso de estudo, estabelecer uma conexão entre a literatura e Matemática, na qual o professor cria situações em sala de aula, dando oportunidades ao aluno para que consiga desenvolver os mais variados campos de experiência, não focando apenas no objetivo de aprendizagem. Desta forma, o aluno desenvolverá habilidades e competências, conceitos, noções matemáticas, se familiarizando com o vocabulário matemático.

Precisa-se olhar para a sala de aula e para os alunos com um olhar diferenciado, compreendendo o que motiva e desperta o interesse dos mesmos. Pensando nisso,

> [...] uma dessas estratégias é a contação de histórias, que nos arremete a um mundo rico em simbologias e criatividade, entretanto em uma abordagem neuroeducacional, ela nos faz refletir sobre a construção de habilidades e competências, importantes para o desenvolvimento pessoal, social, cultural e para o desenvolvimento do raciocínio lógico. (Campos; Santos, 2016, p. 89).

Pode-se ensinar através da Literatura Infantil inúmeros conceitos matemáticos, como divisão, adição, subtração, frações, formas geométricas, etc., seja qual for o objetivo que se espera alcançar com a história contada. Podendo fazer rodas de conversas, teatro interpretando o livro, entre outras inúmeras possibilidades.

Reconhecendo as possíveis relações entre a literatura e a alfabetização matemática, foi realizada a presente pesquisa, do tipo Estado do Conhecimento, em que se buscou identificar produções sobre essa relação. Foi definido como lócus para esse estudo, o site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), pelo fato integrar "os sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino e pesquisa do Brasil, e também estimula(r) o registro e a publicação de teses e dissertações em meio eletrônico", conforme descrito no próprio site[1]. Dessa forma, partindo da exploração do site da BDTD, buscou-se identificar trabalhos sobre a temática, de modo que, aplicando-se a metodologia prevista para o Estado do Conhecimento, descrita a seguir, chegou-se a duas categorias para análise: 1) Alfabetização Matemática e 2) Literatura Infantil e Matemática.

SOBRE O ESTADO DO CONHECIMENTO E O PERCURSO METODOLÓGICO

As pesquisas do tipo Estado do Conhecimento consistem na "identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica" (Morosini; Fernandes, 2014, p. 155).

Foi então iniciada a pesquisa, usando como fonte de busca os trabalhos disponíveis na BDTD, conforme justificativa apresentada na seção anterior, seguindo a metodologia indicada por Morosini, Santos e Bittencourt (2021). Esta metodologia tem quatro etapas: Bibliografia Anotada, Bibliografia Sistematizada, Bibliografia Categorizada e Bibliografia Propositiva.

Segundo essas autoras, é necessário escolher uma temática, delimitar o objetivo, pesquisar todos os trabalhos que se encontrem disponíveis e se aproximem da proposta desejada, seguindo as etapas propostas, apresentadas na sequência, acompanhas de um exemplo. É importante ressaltar que o número que o texto ganha

[1] Site da BDTD: https://bdtd.ibict.br/vufind/. Acesso em: 10 ago. 2023.

no início da pesquisa, o acompanha até o final, independente da categorização final que receba.

Apesar de as autoras indicarem a importância da definição de temporalidade para o estudo, decidiu-se não fazer tal limitação nesta pesquisa, a fim de identificar, também, trabalhos mais “antigos” que pudessem tratar da temática. Assim, o primeiro passo foi realizar uma busca inicial na base definida, utilizando diferentes palavras-chave. A busca inicial se deu com o uso das palavras Literatura + Matemática, através da qual foram localizados mais de 4 mil trabalhos, sendo necessário limitar mais a busca no site.

Num segundo momento se realizou nova busca e consequentemente foi se estreitando o retorno da busca ao assunto do trabalho. Sendo assim, considerando que o interesse da pesquisa era pelo ensino de Matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e que a literatura pode contribuir nos processos de alfabetização matemática, pesquisou-se usando os termos Literatura + Alfabetização Matemática, o que resultou em 38 trabalhos, que foram avaliados pelos seus títulos e resumos e, desses, foram definidas 10 produções que foram selecionadas e constam no Quadro 1, caracterizando a Bibliografia Anotada, sendo nove dissertações e uma tese.

Quadro 1 – Bibliografia Anotada

N°	ANO	AUTOR	TÍTULO	PALAVRAS CHAVES	TIPO
1	2015	Cintia Anselmo dos Santos	O papel do coordenador pedagógico no processo formativo dos professores do ciclo de alfabetização: o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC	Coordenador pedagógico; Alfabetização Matemática; PNAIC; Aprendizagem do professor; Formação permanente	Dissertação
2	2014	Maria do Carmo Salgado	Investigação sobre competências numéricas reveladas por estudantes egressos da Educação Básica	Literacia; Numeracia; Alfabetização matemática; competência numérica; currículos de matemática	Dissertação
3	2020	Bernadete Kurek	A organização da educação em tempo integral da RME de Curitiba: endereçamentos para a prática educativa do acompanhamento pedagógico em matemática	Alfabetização matemática; Educação Integral; Organização do Trabalho Pedagógico.	Dissertação

4	2014	Laynara dos Reis Santos Zontini	O pró-letramento em matemática: compreensões do professor-tutor sobre ideias que sustentam o ensino da matemática nos anos iniciais	Educação Matemática; Formação de professores; Anos iniciais; Pró-letramento.	Dissertação
5	2012	Paulo Henrique Amorim Biazoli	Professores de matemática da educação básica: relações entre literatura e conhecimento profissional	Formação cultural e humanística de professores; Professor-leitor; Saberes docentes; Literatura e professores de matemática; Criação matemática e criação literária.	Dissertação
6	2020	Luana Eveline Tramontin	A literatura infantil como estratégia de aprendizagem no ensino de matemática: 2º ano do ensino fundamental I	Literatura Infantil; Matemática; Estratégias de aprendizagem; Ensino Fundamental I.	Dissertação
7	2010	Regiane Perea Carvalho	A literatura infantil e a matemática: um estudo com alunos de 5 e 6 anos de idade da educação infantil	Educação infantil; Literatura infantil; Prática pedagógica; Matemática.	Dissertação
8	2010	Luci Fátima Montezuma	Saberes mobilizados por um grupo de professoras diante do desafio de integrar a Literatura infantojuvenil e a Matemática	Saberes docentes; Desenvolvimento profissional; Estratégias formativas; Literatura infanto-juvenil com Matemática.	Dissertação
9	2020	Selma Marques de Paiva	Números e literatura sagrada: um elo pela gematria	Torá; Gematria; Misticismo judaico; Alfabeto hebraico.	Tese
10	2016	Eliane Pereira dos Santos	Ensino de números inteiros associado à literatura infantil para alunos com síndrome de Down	Síndrome de Down; Inclusão educacional; Literatura Infantil; Jogos; Números inteiros.	Dissertação

Fonte: Os autores (2023).

No relatório completo da pesquisa, o quadro da Bibliografia Anotada apresenta, ainda, o resumo dos trabalhos, aqui suprimido pela limitação de espaço e, também, pelo fato de que essas informações não configuram dentre os resultados da pesquisa do Estado do Conhecimento, sendo informações “meio”, cujo objetivo é contribuir para os achados do estudo. Assim, de uma análise mais aprofundada dos resumos disponíveis, se passa a fase seguinte, a qual pode contar com o mesmo número de trabalhos ou ter esse número reduzido.

A segunda fase da pesquisa tipo Estado do Conhecimento é a definição da Bibliografia Sistematizada, em que se estreita mais o objetivo da pesquisa, sendo realizada uma nova seleção dentre os trabalhos selecionados, sendo mantidos no quadro síntese somente os que mais se aproximam do tema buscado pelo pesquisador. Nessa fase de análise o interesse da pesquisa voltou-se sobre trabalhos que abordassem a literatura e/ou literatura infantil, para o ensino de Matemática mais especificamente.

Nessa fase foram suprimidos os trabalhos de número 3 e 9, restando, assim, oito textos que foram submetidos a fase três da pesquisa. Tais trabalhos foram excluídos pois seu conteúdo não se aproximava dos interesses do estudo: o trabalho 3 tinha como foco o estudo dos documentos oficiais de determinada rede de ensino, não dialogando com a literatura, enquanto o trabalho 9, apesar de se referir a literatura, focava numa análise de uma literatura específica e religiosa. Por esses motivos esses dois trabalhos não figuraram no quadro Bibliografia Sistematizada, que caracteriza a fase dois.

Os oito trabalhos restantes mantém os mesmos números de identificação que receberam no início da pesquisa (1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 e 10) e, nessa segunda fase, são apresentados num novo quadro – Bibliografia Sistematizada – o qual é ampliado em relação ao Quadro 1 (Bibliografia Anotada), com o acréscimo de quatro colunas com informações sobre a “metodologia” e os “resultados” dos estudos selecionados, bem como pela indicação de seus “objetivos” e do “nível” em que tais trabalhos foram desenvolvidos (mestrado ou doutorado).

Após a sistematização dos textos, os mesmos foram categorizados, figurando-se, assim, a fase 3 do estudo, a Bibliografia Categorizada. Nessa etapa agrupam-se os trabalhos, ou seja, cada grupo de trabalhos que tem algo em comum é agrupado em blocos temáticos. Nesta etapa se faz uma análise mais aprofundada do conteúdo específico dos trabalhos, que são apresentados com as mesmas informações do quadro gerado para a fase 2.

Nessa terceira fase, os oito trabalhos restantes foram dispostos em duas categorias: Alfabetização Matemática (trabalhos 1, 2, 4, 5) e Literatura infantil + Matemática (trabalhos 6, 7, 8 e 10).

Essas duas categorias decorrentes da fase 3 são a base da análise que irá gerar os trabalhos que irão compor a quarta e última fase de seleção de trabalhos numa pesquisa do estado do conhecimento: a Bibliografia Propositiva.

A fase 4, e última, é a Bibliografia Propositiva, onde se busca ir além do conhecimento estabelecido, por meio de uma análise ainda mais aprofundada de cada texto, buscando-se nos resultados, em que o autor elabora suas proposições acerca da temática, o que se pretende, de fato, que configure como resultados da pesquisa realizada. Nessa etapa restaram somente quadro trabalhos (4, 5, 6, e 7), agora organizados em um novo quadro, aqui identificado como Quadro 2, o qual apresenta o número do trabalho, sua categoria, os achados, proposições de estudo e, finalmente, as proposições emergentes consideradas relevantes pelo autor, após as diversas fases que caracterizam uma pesquisa do tipo Estado do Conhecimento, segundo Morosini, Santos e Bittencourt (2021).

Quadro 2 – Bibliografia Propositiva

N°	Categoria	Achados	Proposições de estudo	Proposições emergentes
4	Alfabetização matemática	A matemática escolar sustenta o ensino dos anos iniciais, abordando uma amplitude de conhecimentos. Quando se usa o lúdico se atinge um patamar ainda maior, se estabelece uma relação professor aluno que agrega para os dois lados, principalmente para a formação do professor, que aprende com as ações dos alunos.	Quais ideias sustentam o ensino da matemática nos anos iniciais, para os professores e para a alfabetização.	O que se revela forte quando se trata da formação continuada dos professores?
5	Alfabetização matemática	A relação do professor de matemática com o aluno, vai muito além da sala de aula, atinge a vida fora da escola, é um compartilhamento de emoções, histórias, desabafos, e usando a literatura, esses laços se abrem ainda mais. Os professores de matemática se mostraram abertos a novas formas de ensino usando a literatura.	Como se configura a relação entre professores de matemática do ensino Fundamental e médio com a cultura e em especial com a literatura.	Qual o conhecimento acerca dos professores de matemática frente a literatura, e como ela contribui em sua vida pessoal e profissional.
6	Literatura infantil + matemática	A literatura infantil e a matemática estão interligadas, desenvolvendo relações cognitivas e de raciocínio, além disso os livros podem ser usados em várias disciplinas, sendo um material amplo, despertando o prazer do aluno, e fazendo-o estabelecer relações com o professor. Utilizar a literatura infantil na matemática	Quais as possibilidades da literatura infantil como uma ferramenta para o ensino da matemática no Ensino Fundamental I.	Analise das contribuições de uma sequência didática utilizando a literatura infantil como no ensino da matemática no 2º ano do

		pode ampliar aos limites do professor.		ensino fundamental.
7	Literatura infantil + matemática	A motivação com as histórias infantis pode despertar o interesse das crianças em aprender, desenvolvendo a criatividade e a imaginação favorecendo a introdução dos conceitos matemáticos, absorvendo mais, e se tornando mais expressivo.	Apresenta relações que são estabelecidas com crianças de 5 e 6 anos de idade da Educação infantil quando trabalham com ideias matemáticas, como lateralidade e contagem por meio da literatura infantil.	Demonstração de que ideias matemáticas podem ser trabalhadas com literatura e o movimento corporal da educação infantil

Fonte: Os autores (2023)

Após essas etapas, foram selecionados os textos que serviram como base para a escrita do trabalho, juntamente com os livros acima mencionados. Os textos escolhidos foram apresentados em quadros, como segue o exemplo no Quadro 3.

Quadro 3 – Texto 1

Título: O pró-letramento em matemática: compreensões do professor-tutor sobre ideias que sustentam o ensino da matemática nos anos iniciais			
Autora: Laynara dos Reis Santos Zontini			
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Luciane Ferreira Mocrosky			
Ano	**IES**	**PPG**	**UF**
2012	UFPR	Educação Matemática	PR
Link: https://acervodigital.ufpr.br/xmlui/handle/1884/41769?show=full			

Fonte: Os autores (2023)

Pode-se perceber, pela leitura do livro de Smole, Cândido e Stancanelli (1999) e pela análise das dissertações que foram selecionadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), que apostar na literatura infantil para a alfabetização matemática é uma ferramenta que apresenta inúmeras possibilidades para o ensino e a aprendizagem. O estudo realizado permitiu compreender que a Matemática e a literatura podem estar interligadas, ajudando a compreender conceitos matemáticos, desenvolvendo o raciocínio e a linguagem.

> Ao usar livros de literatura infantil para ensinar Matemática às crianças, o professor precisa ter clareza em seu planejamento inicial, dos modos e objetivos a serem desenvolvidos nas práticas a ser desenvolvidas, deixando claras as formas como a Matemática será explorada. (Alves; Grützmann, 2020, p. 213).

Isso faz com que o aluno reorganize seu pensamento, abrindo novas possibilidades para a aprendizagem, considerando que na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, existem conceitos matemáticos fundamentais para serem abordados, como grandezas, a construção do número, ordem, o pensamento algébrico, criando uma linguagem matemática. Estes conceitos serão subsídio para os conhecimentos futuros, por isso devem ser trabalhos a partir de interpretações, questionamentos, perguntas, principalmente retratando o mundo que o cerca.

Buscar interdisciplinaridade pode significar trazer ousadia, fantasia para a sala de aula, fazendo com que o docente pense e imagine no decorrer das atividades e da leitura. Buscar por práticas diferenciadas, metodologias que “fujam” do tradicional, envolvendo a literatura infantil, no caso deste estudo, na alfabetização matemática, contribui para a abordagem de inúmeros conceitos, não somente matemáticos, assim desenvolvendo uma capacidade de interpretação, familiarizando-se com as histórias, com a língua materna (Português) e com a Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebeu-se, com os trabalhos analisados na BDTD, que há várias maneiras de abordar a Matemática utilizando a literatura infantil como metodologia, tendo os livros direta ou indiretamente um viés matemático. Com resultados positivos desse tipo de prática sendo aplicada em sala de aula, pode-se apostar na literatura infantil para ensinar e compartilhar conhecimentos matemáticos como uma boa escolha.

> Muitas obras clássicas, que não tem um viés matemático, podem ser exploradas a partir desse olhar, como as histórias Os Três Porquinhos ou Cachinhos Dourados, por exemplo. Essas obras, que se enquadram na categoria ‘histórias variadas’ não trazem um contexto matemático, mas um cenário no qual a Matemática pode ser problematizada. A classificação apresentada ao longo do texto pode contribuir com os professores a selecionar obras de acordo com sua natureza, o que irá definir a forma de exploração a ser utilizada no ensino de Matemática. (Alves; Grützmann, 2020, p. 213).

O educador é importante mediador de desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem. Então, cabe a ele focar nas necessidades e na realidade dos alunos, propondo metodologias de ensino que se enquadrem em seu ambiente, tornando o ensino matemático o mais realista e atual possível.

Além disso, essas práticas contribuem para que os alunos se tornem sujeitos participativos, envolvidos e ativos no processo de ensino e aprendizagem. Mas, para isso, os professores precisam ser capazes de conduzir situações de interação, assim utilizar a literatura infantil é uma grande aposta positiva em sala de aula, podendo desmistificar como a Matemática é vista.

Então, a partir da utilização da literatura infantil, o professor pode diferenciar sua metodologia, tendo o aluno como centro do processo, levando em consideração todo o ambiente escolar e as experiências de vida dos alunos.

Pela interdisciplinaridade, o aluno pode encontrar prazer em pensar, participar e refletir sobre a matemática, desde sua origem e como se constrói ao longo dos anos. Acreditamos que se a aula for abordada através de maneiras lúdicas, no qual o aluno participa ativamente da construção do conhecimento, seus aprendizados poderão ser ampliados, pois, é na alfabetização que se constrói a base dos futuros conceitos e conhecimentos.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. M. M; GRÜTZMANN, T. P. **Literatura Infantil no Ensino da Matemática:** relações presentes na formação inicial do futuro docente. Caderno de Letras, Pelotas, n. 38, set-dez. 2020. Disponível em: https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/cadernodeletras/index. Acesso em: 14 jun. 2023.

BIAZOLI, P. H. A. **Professores de matemática da educação básica:** relações entre literatura e conhecimento profissional. Dissertação (Mestrado em Educação, Arte e História da Cultura) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Arte e História da Cultura. Universidade Presbiteriana Mackenzie. São Paulo. 2012. Disponível em: https://dspace.mackenzie.br/bitstream/handle/10899/24755/Paulo%20Henrique%20Amorim%20Biazoli.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 17 jun. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes curriculares nacionais para a educação infantil** / Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, SEB. 2010.

CADEMARTORI, L. **O que é literatura infantil**. São Paulo: Brasiliense, 1986. Coleção Primeiros Passos.

CAMARGO, F.; DAROS, T. **A sala de aula inovadora.** Porto Alegre: Artmed, 2018.

CAMPOS, A. M. A.; SANTOS, F. C. **O raciocínio por meio da linguagem da contação de história.** Rio de Janeiro: Editora Wak. 2016.

CARVALHO, R. P. **A literatura infantil e a matemática:** um estudo com alunos de 5 e 6 anos de idade da educação infantil. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2010. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10832/1/Regiane%20Perea%20Carvalho.pdf . Acesso em: 12 jul. 2023.

DANYLUK, O. S. **Um estudo sobre o significado da alfabetização matemática**. Rio Claro (SP): IGCE-UNESP, v. 5, n. 6, 1988.

FRANTZ, M. H. Z. **O ensino da literatura nas séries iniciais**. 3 ed. Ijuí: UNIJUÍ, 2001. Coleção Educação.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: recursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2007.

KUREK, B. **A organização da educação em tempo integral da RME de Curitiba:** endereçamentos para a prática educativa do acompanhamento pedagógico em matemática. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba. 2020. Disponível em: repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4894/2/educacaotempointegralmatematica.pdf. Acesso em: 12 jul. 2023.

MONTEZUMA, L. F. **Saberes mobilizados por um grupo de professoras diante do desafio de integrar a literatura infantojuvenil e a Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação e Ciências Humanas. Universidade Federal de São Carlos. São Paulo. 2010. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2524/2845.pdf?sequence=1. Acesso em: 09 jul. 2023.

MOROSINI, M. C.; FERNANDES, C. M. B. Estado do conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções. **Educação por escrito**, v. 5, n. 2, p. 154-164, 2014.

MORISINI, M. C.; SANTOS, P. K.; BITTENCOURT, Z. **Estado do conhecimento**: teoria e prática. Curitiba: Editora CRV. 2021.

PAIVA, S. M. **Números e literatura sagrada:** um elo pela gematria. Dissertação (Mestrado profissional em Ciências da Religião) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás. Goiânia. 2020. Disponível em:TEDE: Números e literatura sagrada: um elo pela gematria (pucgoias.edu.br). Acesso em: 03 nov. 2023.

RODRIGUES, S. L.; ALVES, C. R. S. T.; SOUZA, A. E.; LAUXEN, S. L.; BASSO, B. G. **Literatura infantil:** origens e tendências. Rio Grande do Sul. 2013.

SALGADO, M. C. **Investigação sobre competências numéricas reveladas por estudantes egressos da educação básica.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

2014. Disponível em: tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10999/1/Maria do Carmo Salgado.pdf. Acesso em: 15 jul. 2023.

SANTANA, D. R. Infância e Educação: a histórica construção do direito das crianças. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, n. 60, p. 230-245, dez. 2014.

SANTOS, C. A. D. **O papel do coordenador pedagógico no processo formativo dos professores do ciclo de alfabetização:** O pacto nacional pela alfabetização na idade certa – PNAIC. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação: Formação de Formadores) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2015. Disponível em: tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10260/1/Cintia Anselmo dos Santos.pdf. Acesso em: 15 jul. 2023.

SANTOS, E. P. **Ensino de números inteiros associado à literatura infantil para os alunos com síndrome de Down**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Strito Sensu. Universidade Estadual de Goiás. Goiás. 2016. Disponível em: bdtd.ueg.br/bitstream/tede/373/2/dissertação- eliane pereira dos santos.pdf. Acesso em: 16 set. 2023.

SMOLE, K. C. S.; CÂNDIDO, P. T.; STANCANELLI, R. **Matemática e Literatura Infantil.** 4ª ed. Belo Horizonte: Editora Lê LDTA, 1999.

TRAMONTIN, L. E. **A literatura infantil como estratégia de aprendizagem no ensino de matemática:** 2º ano do ensino fundamental I. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Tecnologia) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Tecnologia. Universidade Tecnológica do Paraná. Ponta Grossa, 2020. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4995/1/literaturainfantilaprendizagemmatematica.pdf. Acesso em: 16 jul. 2023.

VIRGULINO, C. S. **O ensino da matemática na educação infantil.** Disponível em: O ensino da Matemática na Educação Infantil (webartigos.com). Acesso em: 06 set. 2023.

ZONTINI, L. S. **O pró-letramento em matemática:** compreensões do professor-tutor sobre ideias que sustentam o ensino da matemática nos anos iniciais. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, e em Matemática. Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2014. Disponível em: https://acervodigital.ufpr.br/xmlui/bitstream/handle/1884/41769/R%20-%20D%20-%20LAYNARA%20DOS%20REIS%20SANTOS%20ZONTINI.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 15 jun. 2023.

Capítulo 2

MODELAGEM E QUESTÕES SOCIOAMBIENTAIS: UMA RELAÇÃO PROFÍCUA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Rodolfo Chaves
Antônio Eduardo Monteiro da Silva
Janaine Casagrande Corrêa

MODELAGEM E QUESTÕES SOCIOAMBIENTAIS: UMA RELAÇÃO PROFÍCUA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Rodolfo Chaves[2]

Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes – campus Vitória

rodolfochaves20@gmail.com

Antônio Eduardo Monteiro da Silva[3]

Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes – campus Colatina

cna.edu@gmail.com

Janaine Casagrande Corrêa[4]

Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes – campus Vitória

janaine.casagrandec@gmail.com

RESUMO

O presente texto objetiva apresentar Práticas Educativas Investigativas (PEI), desenvolvidas na perspectiva educacional sociocrítica de uma proposta de Modelagem Matemática, com estudantes da Educação Básica, visando a reintrodução de espécies nativas para combater a ação de vento e maré que provocavam erosão no perímetro da escola. A metodologia utilizada foi a de leitura global, a partir do método de leitura plausível, pertinentes ao Modelo dos Campos Semânticos. Ao longo deste texto apresenta-se um conjunto de procedimentos, com ajustes a modelos pictóricos e discute-se o processo de produção de significados a partir do referencial epistemológico adotado. Também são apontadas algumas dificuldades no ambiente escolar, quando da implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e como o desenvolvimento dessas Práticas Educativas, na perspectiva educacional sociocrítica de uma proposta de Modelagem Matemática, coadunavam com a implementação do que propunha os PCN.

---

2 Docente do curso de Licenciatura em Matemática (Limat) e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Ifes. Doutor em Educação Matemática pela Unesp-Rio Claro.

3 Docente do Ifes, *campus* Colatina e doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Ifes.

4 Docente do Colégio Vicentino São José e mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Ifes.

Palavras-chave: Educação Matemática e Ambiental. Modelagem Matemática. Práticas Educativas Investigativas (PEI). Modelo dos Campos Semânticos.

ABSTRACT
This text aims to present Investigative Educational Practices (PEI), developed from the socio-critical educational perspective of a Mathematical Modeling proposal, with students of Basic Education , aiming at the reintroduction of native species to combat the action of wind and tide that caused erosion around the perimeter of the school. The methodology used was global reading, based on the plausible reading method, pertinent to the Semantic Fields Model. Throughout this text, a series of procedures is presented, with adjustments to pictorial models and it is discussed the process of the meaning production based on the adopted epistemological reference. Some difficulties in the school environment are also highlighted, when implementing the National Curricular Parameters (PCN) and how the development of these Educational Practices, from the socio-critical educational perspective of a Mathematical Modeling proposal, were in line with the implementation of what the PCN proposed.
Keywords: Mathematics and Environmental Education Mathematics Modeling. Investigative Educational Practices. Semantic Fields Model.

Introdução

Este texto foi produzido a partir de Práticas Educativas Investigativas (PEI) (CHAVES, 2004), desenvolvidas na perspectiva educacional sociocrítica[5] de uma proposta de Modelagem Matemática (MM) (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), configuradas como ações de campo, durante o desenvolvimento da pesquisa que resultou na tese "*Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?*" (CHAVES, 2004), orientada pelo Prof. Dr. Romulo Campos Lins (1955-2017), elaborador do Modelo dos Campos Semânticos (MCS), junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, da Unesp, *campus* Rio Claro.

[5] "[...] para a perspectiva educacional, os argumentos são de que a atividade de Modelagem Matemática tem como foco a integração de modelos matemáticos no ensino de Matemática, visando levar os alunos a investigar o '*porquê*' e o '*como*' dos modelos matemáticos, considerando suas potencialidades em relação ao problema, bem como sua importância para a aprendizagem da Matemática" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 28, destaques do original). "[...] a perspectiva sociocrítica se caracteriza frente ao poder formador da Matemática na sociedade e a ideia de que a Educação Matemática deve preparar e capacitar os estudantes para exercer a cidadania de forma autônoma e intervir em debates baseados em Matemática por meio de sua reflexão sobre ela e sobre seu uso na sociedade (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 28).

A referida pesquisa de doutoramento se constituiu como descritiva, de natureza qualitativa (BODGAN; BIKLEN (2013 [1991]), cujo procedimento metodológico adotado foi o *conjunto da produtividade tática e sua integração estratégica*, apresentado em Foucault (2001). Chaves (2004) utilizou o referido conjunto para discutir as relações de poder-saber que fixa(va)m as pessoas a concepções positivistas no ensino da Matemática, como forma de exclusão social e que eram(são) voltadas a uma "[...] educação PARA A Matemática [...]" (LINS, 2020, p. 15, destaques do original), enquanto que, a partir das ações de campo, com o desenvolvimento das PEI, propusemo-nos a colocar em curso um paradigma que pudesse promover uma "[...] educação PELA Matemática [...]" (LINS, 2020, p. 15, destaques do original), no sentido de ser "por intermédio de", ou seja, de se propor uma Matemática escolar como uma possível ferramenta de leitura do mundo, como meio e não como fim, de forma que pudéssemos colocar em curso a tríade de sustentação de uma Educação Matemática praticável, proposta pelo MCS, que passa pela necessidade de:

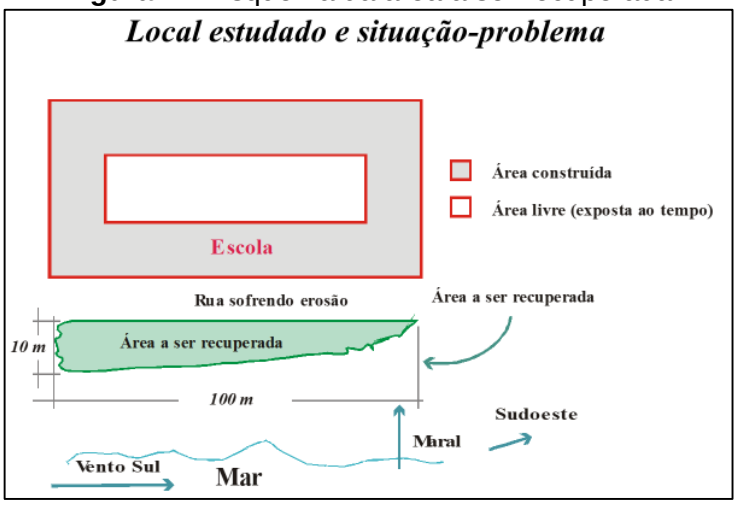
> 1. explicitar, na escola, os modos de produção de significado da rua; 2. produzir legitimidade, dentro da escola, para os modos de produção de significado da rua (ato político, ato pedagógico); 3. propor novos modos de produção de significado, que se juntam aos da rua, ao invés de substituí-los (LINS, 1999, p. 92).

Neste RE apresentamos PEI desenvolvidas com estudantes do segundo segmento do Ensino Fundamental, que objetivaram reintroduzir espécies nativas em uma área de restinga, com o propósito de minimizar os impactos causados pelas ações do vento e da maré em uma escola (figuras 1 e 2), localizada no entorno de uma Área de Proteção Ambiental (APA). Após evidenciarmos o problema gerador (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011), usamos a MM como procedimento de ensino, a partir dos princípios norteadores de PEI (CHAVES, 2004).

Figura 1 – Escola e área a ser repovoada

Fonte: Chaves (2004).

Figura 2 – Esquema da área a ser recuperada

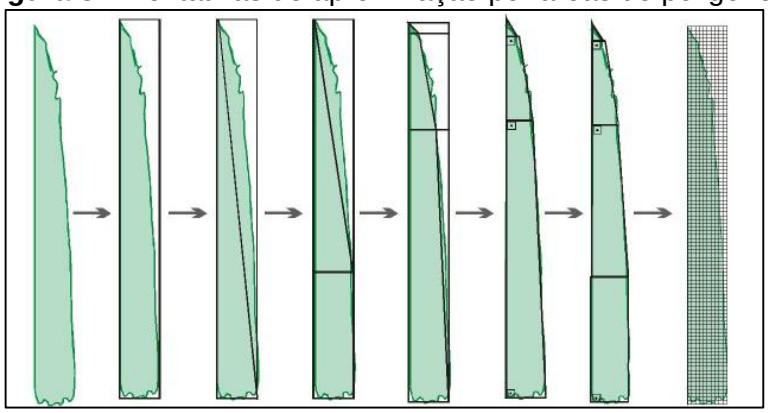


Fonte: Chaves (2004).

Participaram destas PEI estudantes (8º e 9º anos) e professores (Matemática, Ciências, Geografia e Educação Artística), de uma escola pública, que apresentaram algumas metodologias (figura 3) a partir da formação de esquemas e *modelos objeto*[6] ou *estáticos*[7] ou *pictóricos* (BASSANEZI, 2002) que veremos a seguir.

Para reintroduzirmos espécies nativas, com vistas a recuperar a região degradada (figura 1), precisávamos calcular a área para corrigirmos o solo e sabermos quantos indivíduos de cada espécie seriam necessários à reintrodução.

Figura 3 – Tentativas de aproximação por áreas de polígonos



Fonte: Chaves (2004).

[6] "*Modelo Objeto* é a representação de um objeto [...] suas características predominantes são a estabilidade e a homogeneidade das variáveis. Tal representação pode ser *pictórica* (um desenho, um esquema compartimental, um mapa, etc.) [...]" (BASSANEZI, 2002, p. 19-20, *ipsis litteris*, destaques do original).

[7] "*Estático*, quando representa a forma do objeto [...] ou *Dinâmico* quando simula variações de estágios do fenômeno [...]" (BASSANEZI, 2002, p. 20, destaques do original).

A base epistemológica de nossa pesquisa possui lastro em ideias do MCS e, em nosso texto, grafamos as principais ideias pertinentes ao MCS e à MM em itálico, com o propósito de destacar e diferenciar do senso comum. Também optamos por apresentar as abordagens epistemológicas relativas a tais ideias em notas de rodapé (NRP).

Assim, esclarecemos que nosso propósito é efetuar uma *leitura global*, a partir de *leituras plausíveis*, pertinentes ao MCS, para analisarmos alguns *significados produzidos*[8]. A respeito destas ideias do MCS as explicitamos no subtítulo de Metodologia, alicerces epistemológicos e algumas leituras.

O porquê da pesquisa e deste texto

A referida pesquisa (CHAVES, 2004) iniciou em janeiro de 2001 e, no ambiente escolar, o contexto histórico que vivíamos era de incertezas em relação à utilização dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) e de como implementaríamos em nossas práticas educativas os Temas Transversais (TT), voltados à compreensão e à construção de práticas sociais, mas também com relação a responsabilidades, referentes à coletividade e ao indivíduo. Tudo era novo e diferente, a começar que os TT se configuravam como assuntos a serem tratados interdisciplinarmente, perpassando todas as áreas do conhecimento, como temas vividos pela coletividade, pelos alunos e educadores em seus cotidianos.

Vale ressaltar que nos referimos aos PCN e não à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) por dois motivos fundamentais: (*i*) por uma questão da temporalidade, visto que o processo transcorreu à época de implementação dos PCN e do TT; (*ii*) por entender que a BNCC é um dispositivo de controle de uma imposição neoliberal de mercantilização, burocratização e depreciação das ações docentes.

A questão que causava insegurança a todos no ambiente escolar era: como tratar *ética*, *meio ambiente*, *saúde*, *trabalho* e *consumo*, *orientação sexual* e *pluralidade cultural* de forma não autônoma, mas como temas que percorressem todas as áreas do conhecimento? Inclusive pela Matemática que, historicamente, preocupava-se substancialmente com as questões relativas à (e para a) Matemática.

[8] "Significado é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se poderia dizer, e, sim, o que efetivamente se diz no interior de uma atividade. Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 145-146).

Como falar de inclusão, a partir de uma disciplina que por muito tempo foi dispositivo de controle, exclusão e retenção? Como trabalhar na direção da ampliação dos *significados* legítimos na rua e não na substituição desses pelos *significados* produzidos na escola (LINS, 1999)? Como levar em conta as necessidades da rua sem negligenciar a relevância dos *significados* matemáticos (LINS; GIMÉNEZ, 1997)?

Pensamos que, para dar conta de tais questões, vislumbraríamos uma Matemática que atendesse às questões socioambientais, a partir de uma "realidade". Algo que pudesse funcionar como "[...] uma estratégia de ação ou interpretação desta realidade, se está adotando o que caracterizamos como uma postura de etno/modelagem" (BASSANEZI, 2015, p. 15). Para tal, adotamos uma elaboração para a Etnomatemática que permitisse que "[...] a Matemática e o conhecimento matemático possam ser examinados desde o ponto de vista da cultura onde acontecem (ou reconhecer que não acontecem...)" (LINS, 1993, p. 77, destaques do original). Mas também pensávamos na MM como um "[...] processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mas especificamente sobre a *sua realidade*, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador" (BASSANEZI, 2015, p. 15).

Para tal, vislumbramos que um possível caminho seria – a partir dos princípios norteadores das PEI (CHAVES, 2004) – vincular nossas experiências a tais princípios "[...] com a perspectiva da modelagem, buscando aliar [...] preocupações teóricas, filosóficas e metodológicas especiais" (BASSANEZI, 2015, p. 15) e, com o propósito de atender a esses pressupostos, preocupamo-nos em levar em consideração

> [...] os recursos humanos disponíveis, os interesses partilhados por professores, alunos e comunidade, os contextos social, político, econômico etc. A utilização da modelagem na educação matemática valoriza o "saber fazer" [...] e desenvolve sua capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos em seus diferentes contextos de aplicações, a partir da realidade de seu ambiente (BASSANEZI, 2015, p. 15, *ipsis litteris*, destaques do original).

Assim, para dar conta ao problema gerador, buscamos também resgatar "[...] o conhecimento etnomatemático, suas interpretações e contribuições, através de alguma sistematização matemática" (Ibid, p. 15).

Metodologia, alicerces epistemológicos e algumas leituras

A análise que realizamos, foca – a partir do MCS – a *produção de significados* (NRP 7) de nossos atores em relação à proposta de reintroduzirmos espécies nativas, com vistas a combater a erosão provocada pela ação do vento e da maré, a partir de uma possível proposta de MM, pautada em princípios norteadores de PEI para promovermos ações interdisciplinares como preconizadas pelos TT (BRASIL, 1997). Para tal, propusemos, no viés do MCS, *realizar leituras globais* a partir do método da *leitura plausível* (NRP 7), a respeito das *enunciações*[9] dos atores do processo.

O MCS foi elaborado pelo Prof. Dr. Romulo Campos Lins (1955-2017), a partir de suas

> [...] inquietações e perguntas relacionadas à sala de aula, sempre coisa de professor mesmo, e que os autores que eu lia não me ajudavam a tratar. Em particular, queria dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando "erravam", mas sem recorrer a esta ideia do erro (LINS, 2012, p. 11, destaques do original).

Na concepção *linsiana*, o MCS se constitui a partir de um

> [...] pequeno número de noções e nas suas relações entre elas; ele sempre foi pensado como um quadro de referência apenas, a partir do qual o que vai existindo (sempre de forma emergente e emergencial) é tratado: a complexidade é apenas um possível resultado de um processo de produção de conhecimento e de significado, e o Modelo apenas existe enquanto está em movimento, "em ação" (LINS, 2012, posfácio, destaques do original).

O método de *leitura plausível*, no MCS,

> [...] se aplica de modo geral aos processos de produção de conhecimento e significado; ela indica um processo no qual o *todo* do que eu acredito que foi dito faz sentido. Outra maneira de dizer que faz sentido em seu todo, é dizer que o todo é coerente (nos termos de quem eu constituo como um autor do que estou lendo) [...] (LINS, 2012, p. 23, destaques do original).

Ao desenvolver este método, o elaborador do MCS a propõe como uma contraposição ao método piagetiano de leitura pela falta, na qual

[9] Entendemos *enunciação* como "[...] o ato de enunciar algo a algum interlocutor e, *discurso*, como uma enunciação ou um enunciado" (LINS, 2012, p. 27, destaque do original). Já *resíduo de enunciação* é "[...] algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém. O resíduo é o que resta de um processo. Um resíduo de enunciação não é nem menos, nem mais importante que uma enunciação: ele é *de outra ordem*" (LINS, 2012, p. 27, destaques do autor).

> [...] a pessoa é lida pela *falta:* "eu, que já me desenvolvi (já aprendi), e que sei que você é igual a mim, posso ver o que falta em seu desenvolvimento (conhecimento), ver o que você *ainda não* é". Quero aqui lembrar ao leitor como mencionado anteriormente que as teorias piagetianas e o ensino tradicional têm este pressuposto em comum [...] (LINS, 1999, p. 78).

Segundo Lins, é plausível por fazer sentido, por ser aceitável em um certo contexto, por dizer o que está presente em uma enunciação e "Trata-se de saber de que forma uma coerência se compõe na fala de uma pessoa, num livro, e assim por diante, e não de, *em meus termos*, dizer que aquela fala indica falta de informação, ou de reflexão, ou de isso ou aquilo" (LINS, 2012, p. 23, destaques do original).

No método de leitura plausível adotamos dois tipos de leitura: uma global quando efetuamos análises gerais do contexto, sem pormenorizar, detalhar especificamente a fala de um autor; uma leitura local, quando efetuamos leituras mais finas, detalhadas e pontuais a respeito das enunciações de cada sujeito da enunciação. Neste RE adotaremos leituras globais dos processos de modelagem em curso.

Assim, balizados neste quadro de referência, analisaremos as PEI em curso.

Desenvolvimento das PEI

Com o propósito de minimizarmos os impactos (erosão) causados pela ação do vento vindo do mar e da maré alta, que levava para dentro da escola água salgada e areia, elaboramos uma ação de reintrodução de espécies nativas de restinga, para formação de dunas (figura 4) que pudessem conter esses impactos socioambientais.

Figura 4 – Área recuperada após 20 anos

Fonte: Chaves (2004).

Para tal, precisaríamos corrigir o solo em uma área irregular e, assim, saber quantos metros quadrados possuía para nossa ação.

Com estudantes (8º e 9º anos) e professores, procuramos então definir a área total e, dessa forma, dividimos os estudantes em grupos, monitorados por seus professores que passaram a atuar como organizadores e orientadores das ações de maneira que a Matemática pudesse ser usada como uma linguagem da natureza, como um recurso interpretativo (CIFUENTES, 2017).

Após isolarmos a área a ser trabalhada, propusemos que pensássemos em formas de se calcular a área (figuras 1, 2 e 3) resultando nas seguintes propostas de solução apresentadas pelos estudantes.

A primeira ideia foi pensar em um *modelo objeto* no formato de um retângulo de 10m x 100m (figura 3); como a área estava inserida neste retângulo, então os estudantes concluíram que a área procurada seria menor que 1000 m^2. Isso porque, passamos por um processo de "[...] reflexão sobre a porção da realidade, selecionamos os argumentos considerados essenciais e procuramos uma formalização artificial (*modelo matemático*) que contemple as relações que envolvem tais argumentos" (BASSANEZI, 2015, p. 15-16, destaques do original).

Por mais singelo que pareça a proposta de se iniciar pela representação pictórica de um retângulo, consideramos as recomendações dos professores que nos apresentaram à MM, Rodney Carlos Bassanezi e João Francisco da Costa Azevedo Meyer (Joni): "sempre comece pelo modelo[10] mais simples!" Esse foi o ponto de partida, pois trabalhávamos com estudantes de 8º e 9º anos, na faixa etária de 13 a 15 anos.

Também tomamos como parâmetro a ideia de que

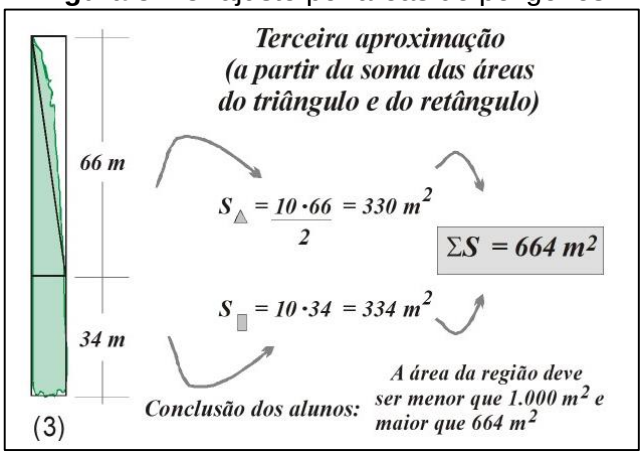
> A validação de um modelo é um processo de aceitação ou rejeição deste, análise que é condicionada a vários fatores, sendo preponderante o confronto dos dados reais com os valores do modelo. Um bom modelo deve servir para explicar os resultados e tem capacidade de previsão de novos resultados ou relações insuspeitas. **A formulação inicial de um modelo simples é fundamental para se entender melhor o problema** e diagnosticar quais características do fenômeno devem ser consideradas no modelo (BASSANEZI, 2015, p. 22, destaques nosso).

[10] "[...] Usamos modelos [...] para representar, explicar e 'tornar presentes' situações (que podem não ser matemáticas) que queremos analisar usando matemática [...] Um modelo matemático é, portanto, uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema [...]" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13, destaques dos autores).

Para a segunda aproximação, partindo das considerações supracitadas, esticamos um fio na diagonal (figura 3) e observamos que a área em questão era maior do que a área do triângulo formado, portanto, a área procurada seria maior que 500m^2 e menor que 1000m^2.

No terceiro ajuste do *modelo objeto*, um grupo de estudantes definiu a área como sendo a composição da área de um retângulo e de um triângulo e apresentaram a seguinte aproximação (figura 5):

Figura 5 – 3º ajuste por áreas de polígonos

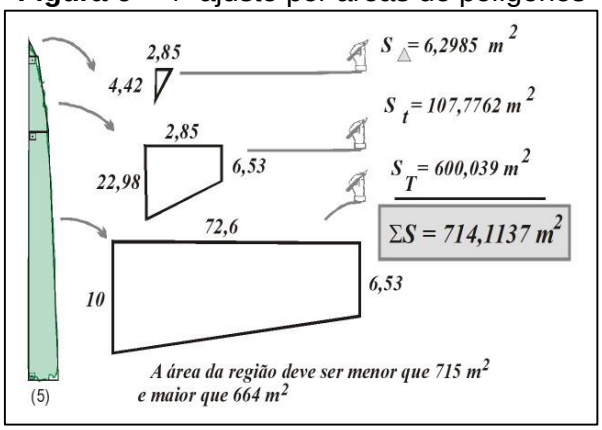


Fonte: Chaves (2004).

E assim, mais um ajuste foi feito, levando-os a conclusão que a área deveria ser maior que 664m^2 e menor que 1000m^2.

Outro grupo, após a proposta antecedente, refina seu *modelo objeto* e representa a área pictoricamente por dois trapézios retângulos e um triângulo (figura 6).

Figura 6 – 4º ajuste por áreas de polígonos



Fonte: Chaves (2004).

Se bem observarmos o esquema antecedente (figura 6), em uma leitura pela falta[11], enunciaríamos que há "erros" de representação na altura e bases do menor trapézio retângulo; todavia, o foco se centra na *produção de significados* e, mesmo que os *objetos*[12] constituídos a partir de *modelos estáticos* possam ser entendidos por alguns como "erro", os cálculos apresentados convergem com o que comumente se denomina de acerto. Assim, em um novo ajuste, os estudantes *produziram significado* para o fato de que área do problema devesse ser maior que 664m^2 e menor que 715m^2.

Outra questão interessante a relatarmos se refere ao uso de instrumentos eletrônicos, como calculadoras, para auxiliar na obtenção dos resultados. Hoje, isso pode parecer pueril, mas não esqueçamos do contexto, pois estávamos em 2001 e os PCN estavam chegando em passos lentos às escolas; presos em paradigmas da educação PARA A Matemática, muitos professores entendiam ser um sacrilégio permitir o uso de tais artefatos. Apesar de passados 22 anos, a alegria desses estudantes de irem para uma aula de Matemática a céu aberto (figura 1), portando pranchetas e calculadoras, já representava um diferencial, se comparado com as exigências de usar algoritmos para efetuar divisões, multiplicações etc. Era perceptível o envolvimento e o compromisso dos atores do processo, tanto que alguns dos estudantes nos perguntaram o porquê de as aulas não serem sempre assim.

Com as devidas ressalvas em relação ao contexto, observamos a relevância de analisarmos ao longo do processo a discussão de *significados* não-matemáticos, pois

> [...] um aspecto importante a destacar é que segundo a perspectiva linsiana, quando falamos de significado e produção de significado – principalmente quando estamos nos referindo à Matemática –, admitimos que significados não-matemáticos estejam em discussão de maneira legítima e não apenas os significados matemáticos (SILVA, 2022, p. 87).

---

[11] "Nas teorias piagetianas esta *falta de capacidade* é interpretada em termos de estágios de desenvolvimento: *a criança ainda não atingiu* o *estágio que lhe permitiria aprender* isto *ou aquilo.* Em ambos os casos a pessoa é lida pela *falta:* 'eu, que já me desenvolvi (já aprendi), e que sei que você é igual a mim, posso ver o que falta em seu desenvolvimento (conhecimento), ver o que você *ainda não* é'" (LINS, 1999, p. 78, destaques do original). No MCS a proposta de *leitura plausível* se apresenta como uma contraposição à leitura piagetiana pela falta.

[12] "[...] é aquilo para que se produz significado [...] O significado de um objeto, no interior de uma atividade, não é tudo que *poderia* ser dito a respeito da coisa da qual se fala [...] é na produção de significados que se constituem objetos: a produção de significados se dá sempre no interior de atividades" (LINS, 2012, p. 28, destaques do original).

Daí, os questionamentos dos estudantes em relação às dinâmicas das aulas de campo foram legítimos, isso porque uma das razões que justifica esta posição pode ser expressa nos seguintes termos:

> [...] quando se encontram com textos do matemático – livros didáticos, por exemplo – as pessoas de fato produzem significados que não são os do matemático, mas que as tornam capazes de falar a partir daquele texto (resolver equações, por exemplo) (LINS, 1994, p. 37).

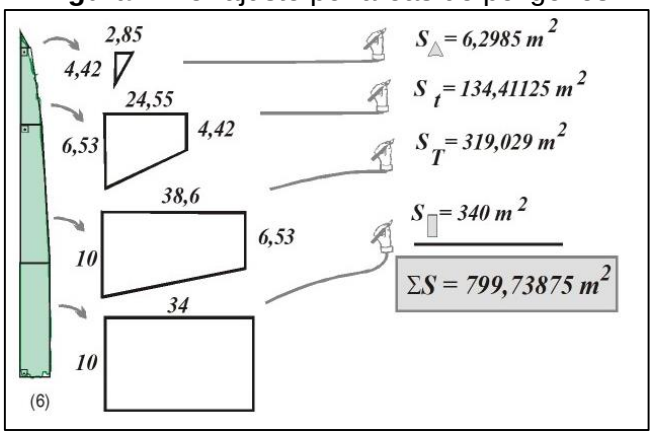
No nosso caso, na citação antecedente, podemos permutar “livro texto” por “PEI na perspectiva educacional sociocrítica da MM” e “resolver equações” por “propor soluções para problemas geradores”. Isto porque

> [...] as pessoas sempre recorrem aos modelos para se comunicar, solucionar, ou ainda compreender e exprimir uma situação-problema [...] isso significa que os estudantes não apenas tenham conhecimentos matemáticos, mas também desenvolvam habilidades para solucionar problemas, além das proposições em sala de aula (BIEMBENGUT, 2016, p. 174).

E, possivelmente, o envolvimento desses estudantes se deva por entenderem que estavam desenvolvendo habilidades de resolver problemas, além das proposições em sala de aula.

O quinto ajuste (figura 7) foi uma construção híbrida entre propostas anteriores, quando os estudantes constituíram como *modelos objetos* a composição da área a partir de um retângulo, dois trapézios retângulos e um triângulo.

Figura 7 – 5º ajuste por áreas de polígonos

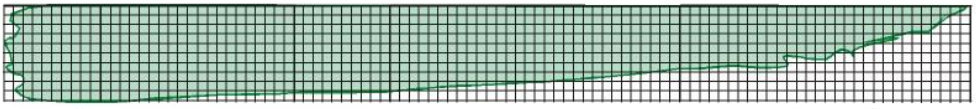


Fonte: Chaves (2004).

Por tal procedimento, os estudantes *produziram significado* de que a área em questão era maior que 715m² e menor que 800m².

As variações entre os resultados encontrados nos procedimentos propostos causaram certo desconforto entre os envolvidos no processo, porém, sugerimos que buscássemos outras metodologias para confrontar os resultados e pensarmos em *validação* ou *reajuste do modelo* (BASSANEZI, 2015; 2002). Foi quando possibilidades não determinísticas passaram a surgir, depois de colocarmos amarrações de linhas de pesca formando uma malha quadrangular com 1000 quadrados de 1m^2 como unidade padrão de medida (figura 8).

Figura 8 – 6º ajuste por áreas de polígonos



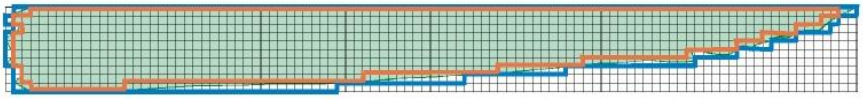
Quantidade de malhas (canteiros ou quadrantes)											Σ
Cheio	*95*	*96*	*94*	*89*	*86*	*79*	*67*	*58*	*41*	*14*	719
Pedaço	*4*	*2*	*2*	*3*	*4*	*7*	*13*	*8*	*15*	*26*	84
Vazio	*1*	*2*	*4*	*8*	*10*	*14*	*20*	*34*	*44*	*60*	197
Σ	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1.000
										ΣS	***903***

Fonte: Chaves (2004).

Nesta metodologia proposta, após a projeção da malha, os estudantes usaram princípios de contagem, considerando a existência de áreas com vegetação (cheia), com cobertura vegetal parcial (pedaço) e sem vegetação (vazio). Cada coluna da tabela (figura 8) equivale a uma coluna de quadrados. Assim, na coluna 1 os estudantes contaram 95 cheios (repletos de vegetação), quatro pedaços e um vazio etc. As linhas representam a soma de quadrados (cheios, pedaços e vazios) e assim, na última coluna, as somas das áreas de 1m^2.

Por tal proposta, os estudantes concluíram que a área em estudo era maior que 799m^2 e menor que 903m^2. Como observamos, intuitivamente, que o limite superior estava se aproximando da área inicial (1000m^2), sugerimos que visitássemos a História da Matemática e os apresentamos a proposta arquimediana de média por inscrição e circunscrição. Assim, sem abandonar a ideia de tabela e contagem, esticamos barbantes de duas cores (uma para circunscrição e outra para inscrição) e refizemos as contagens (figura 9).

Figura 9 – 7º ajuste por áreas de polígonos



Quantidade de malhas (canteiros ou quadrantes)											Σ
Azul	*95*	*95*	*91*	*88*	*85*	*79*	*67*	*56*	*41*	*11*	708
Laranja	*99*	*98*	*96*	*93*	*90*	*86*	*81*	*65*	*54*	*38*	800
										Σ	1.508
										μ	*754*

Fonte: Chaves (2004).

O procedimento de contagem foi o mesmo do antecedente, mas agora levando em conta os quadrados inscritos e os circunscritos calculamos a média aritmética entre o total de inscritos e o total de circunscritos, chegando ao valor de 754m^2. Dessa forma, a conclusão que chegaram foi de que esse valor estava mais próximo da realidade do que os 903m^2 encontrados na proposta antecedente.

Vale destacar que, em um processo de MM, “Uma vez escolhido o tema, o próximo passo é buscar informações relacionadas com o assunto. A coleta de dados qualitativos ou numéricos pode ser efetuada de várias formas” (BASSANEZI, 2015, p. 18), mas especificamente nas PEI em curso, os dados foram produzidos “Através de experiências programadas pelos próprios alunos” (Ibid, p. 18).

Antes de continuarmos, chamamos atenção de que, segundo nosso referencial epistemológico, optamos em designar por *produção de dados* o que Bassanezi (2015) denomina de *coleta de dados*, por entendermos que em análises semânticas e, portanto, de *produção de significados*, a partir de uma pesquisa descritiva, de natureza qualitativa, dados são produzidos a partir de *resíduos de enunciação*, e não coletados.

Voltando à proposta de uso de tabela na constituição de *objetos*, destacamos que “As técnicas de contagem levam a diagramas, tabelas, generalizações etc., que são empregados em problemas geométricos, lógicos, estatísticos ou probabilísticos” (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 38) e nos leva de volta à *produção de dados* que, ao serem organizados em tabelas podem vir a favorecer uma análise mais eficaz (BASSANEZI, 2015).

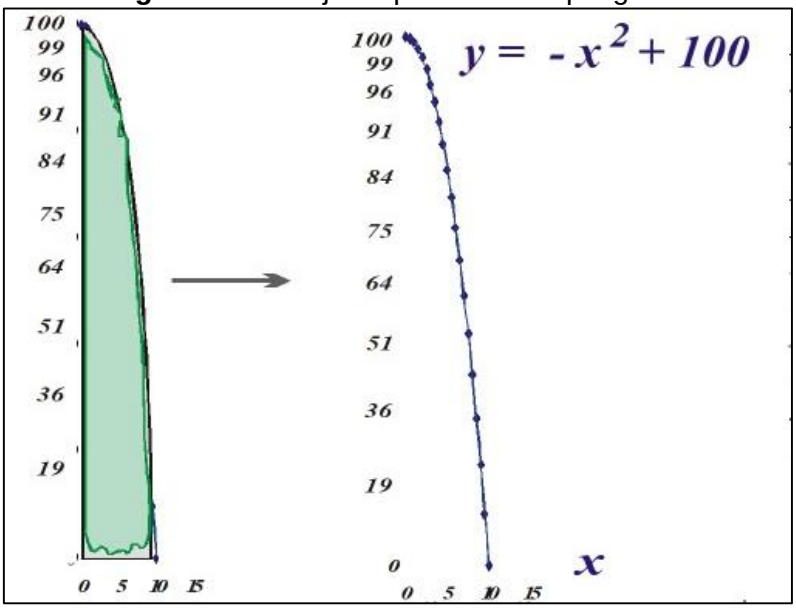
Por isso, entendendo que o papel do professor, em processos que envolvam MM, é de orientador (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), sugerimos operar com tabelas. Lembrando que orientar, segundo tal referencial, é indicar caminhos, elaborar perguntas, sugerir procedimentos e não é, em hipótese alguma: dar respostas

prontas, aceitar o que não está bom, esperar que os estudantes simplesmente sigam, prescritivamente, o que o professor determina (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Um dos estudantes, observando a área em estudo do alto da guarita dos salva-vidas, perguntou se o formato não era “daquele gráfico da fórmula de Baskhara” (*sic*.), se referindo à semelhança de uma parábola. Como respondemos que se assemelhava sim com uma parábola, o referido estudante perguntou se podíamos “calcular a área da parábola” (*sic*.). Alguns dos professores ficaram receosos por entender que os mesmos não estavam preparados para seguirem tal caminho e nós por entender que por esse procedimento, possivelmente excluiríamos os estudantes do 8º ano, fato que ocorreu.

Mas vencemos a resistência e ao invés de pensarmos nas impossibilidades, passamos a pensar em como fazer (figura 10).

Figura 10 – 8º ajuste por áreas de polígonos



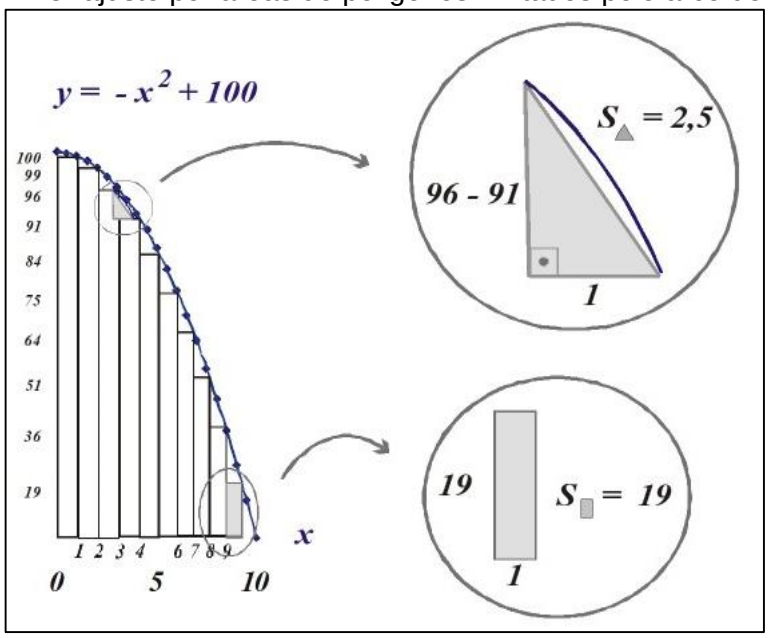
Fonte: Chaves (2004).

Inicialmente partimos da ideia de que poderíamos ter uma região limitada por um arco de parábola que interceptaria o eixo das abscissas em 10 e o eixo das ordenadas em 100. Esta (figura 10) foi uma simulação feita pelos professores. Como a concavidade estava para baixo, por substituição encontramos a função $y = -x^2 + 100$. Por integral, nós professores, concluímos que:

$$y = f(x) = -x^2 + 100 \Rightarrow \int_0^{10} y dx = \int_0^{10} (-x^2 + 100) dx = \left| -\frac{x^3}{3} + 100x \right|_0^{10} = 666{,}67$$

Diante de tal resultado passamos a pensar como trabalhar com essa ideia com alunos de 9º ano, sem falar em técnicas de integração. Após algum tempo de reflexão, resolvemos testar a ideia *rimenniana* de somas parciais e para tal consideramos faixas verticais tendo 1m de largura (figura 11).

Figura 11 – 8º ajuste por áreas de polígonos limitados pelo arco de parábola



Fonte: Chaves (2004).

Daí, fomos à lousa e desenhamos um esboço considerando que cada coluna era constituída por um retângulo de altura variada e base constante (1m) (figura 11). Logo veio a pergunta se teriam que calcular um por um (coluna por coluna) ou se dava para usar a calculadora. Foi então que resolvemos subverter a ordem vigente e usarmos os novíssimos computadores que nunca eram usados. Junto com os estudantes de 9º ano, lançamos mão de trabalhar com planilhas eletrônicas (*Excel*) e chegamos à seguinte tabela (tabela 1).

Tabela 1 – Cálculo de áreas por somas parciais

x	$y = -x^2 + 100$	$S_Q = y \cdot 1$	$S_T = \frac{\Delta y}{2}$
0	100	100	0,5
1	99	99	1,5
2	96	96	2,5
3	91	91	3,5
4	84	84	4,5
5	75	75	5,5
6	64	64	6,5
7	51	51	7,5
8	36	36	8,5
9	19	19	8,5
10	0		9,5
	ΣS	615	50

Fonte: Chaves (2004).

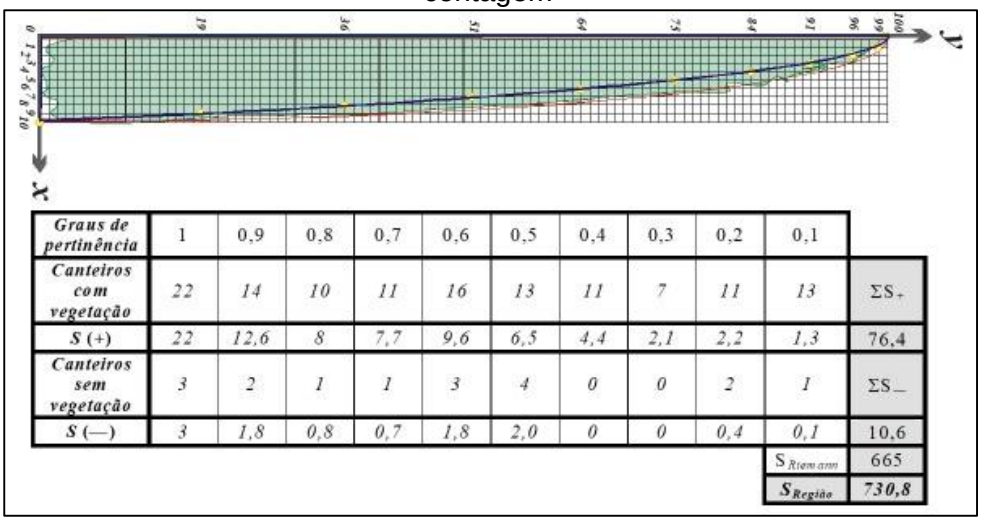
Dessa forma, a área total passou a ser $615 + 50 = 665$m^2, que é um valor bem próximo ao que os professores encontraram resolvendo por integral.

O que deu mais trabalho na época, não foi ensinar aos alunos a usarem planilhas e inserir fórmulas, mas convencer os gestores de liberar o recém e imaculado laboratório de informática para uso dos estudantes, mesmo com a presença dos professores. Para professores e estudantes, nos idos de 2001, tudo isso era muito novo e diferente, o que passou a despertar maior engajamento e compromisso. Porém, faltava validarmos o *modelo* e testarmos nossa *hipótese*[13] – que para o MCS seria uma *legitimidade*[14] –, de que poderíamos considerar a área como sendo limitada por um arco de parábola.

[13] "As hipóteses dirigem a investigação e são comumente formulações gerais que permitem [...] deduzir manifestações empíricas específicas [...]" (BASSANEZI, 2002, p. 28).
[14] "A autoridade não "explica" *nada*, ela apenas *autoriza*, *empresta legitimidade* [...] legitimidade aplica-se (ou não) a *modos de produção de significado*" (LINS, 2012, p. 21, destaques do autor).

Desta forma, voltamos a campo e resolvemos efetuar amarrações com laços amarelos (representados por pontos amarelos na figura a seguir) em alguns pontos da malha por onde passaria nossa parábola (figura 12).

Figura 12 – 9º ajuste: testando o arco de parábola e usando um processo *fuzzy* de contagem



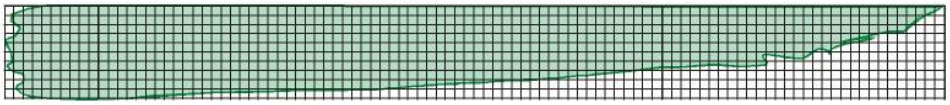
Graus de pertinência	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	
Canteiros com vegetação	22	14	10	11	16	13	11	7	11	13	ΣS_+
S (+)	22	12,6	8	7,7	9,6	6,5	4,4	2,1	2,2	1,3	76,4
Canteiros sem vegetação	3	2	1	1	3	4	0	0	2	1	ΣS_-
S (—)	3	1,8	0,8	0,7	1,8	2,0	0	0	0,4	0,1	10,6
										$S_{Riemann}$	665
										$S_{Região}$	730,8

Fonte: Chaves (2004).

Resultado, observamos que nossa parábola passava por dentro da área e assim os estudantes concluíram que 665m^2 era pouco e, portanto, precisaríamos de mais ajustes. Foi quando lançamos mão de considerar outros graus de pertinência e mensurar de 100% a 10% a cobertura vegetal em cada quadrado da malha. Para isso, fizemos uma grade (um estrado) com varetas de bambu – de 1m – de 10 por 10 varetas. Assim, cada quadrado de 1m^2 passou a ser dividido em 100 quadradinhos e cada um representava 1% de cobertura vegetal (cheio ou vazio). Ou seja, continuávamos com o processo de contagem, mas reduzindo a medida padrão. Isso nos levou à tabela que se encontra na figura antecedente (figura 12) e tal metodologia trouxe maior grau de confiança nos estudantes, que passaram a considerar que a área em estudo media 730,8m^2.

Voltamos ao campo de experimentação, retiramos as fitas amarelas e tensionamos novamente as cordas, linhas e amarrações e, mais uma vez, resolvemos usar o estrado de bambu para realizar nova contagem (figura 13).

Figura 13 – 10º ajuste usando um novo processo *fuzzy* de contagem



Graus de pertinência	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	
nº de canteiros	*719*	*9*	*9*	*4*	*6*	*13*	*14*	*4*	*9*	*16*	ΣS
$S_{Equivalente}$	719	8,1	7,2	2,8	3,6	6,5	5,6	1,2	1,8	1,6	*757,4*

Fonte: Chaves (2004).

Como consequência, os estudantes concluíram que a área em estudo media entre 730 e 757m^2.

Quase dois meses após inúmeros pedidos à prefeitura municipal, um topógrafo apareceu e, usando instrumentos de precisão (teodolito e calculadora científica), bateu o martelo e constatou que a área que procurávamos possuía 754m^2. Observamos que além do treinamento e da formação técnica, o referido profissional foi enfático por acreditar que sua formação, bem como uso de instrumentos de precisão, conferia-lhe credibilidade. No entanto, diante do resultado apresentado pelo profissional e comparado com o último ajuste que fizeram, os estudantes, à luz do MCS, *internalizaram legitimidades*. Isso porque

> Interlocutores são legitimidades. O que internalizamos, nos processos de humanização e do que se costuma chamar de desenvolvimento intelectual, são interlocutores, são legitimidades [...] o *processo* no qual a pessoa passa de ser capaz de fazer algo com a ajuda/presença de uma pessoa mais "experiente", para ser capaz de fazer aquele algo "sozinho", é o processo no qual a pessoa passa de "precisar *emprestar a legitimidade de um terceiro para poder dizer o que diz naquele lugar e momento*", para "fazer de maneira autônoma *por ter internalizado interlocutores, legitimidades* [...] segundo o MCS, o que se internaliza não é conteúdo, não são conceitos, e sim legitimidades: *a pessoa já era capaz de fazer, mas não sabia que nesta ou naquela situação aquilo era legítimo, que nesta ou naquela situação aquele modo de produção de significado era legítimo.* Internalizar interlocutores, legitimidades, é o que torna possível a produção de conhecimento e de significado, torna possível antecipar uma legitimidade do que digo (LINS, 2012, p. 20, destaques do original).

Essa ideia de *internalizar legitimidade* vai ao encontro do que Biembengut (2016) caracteriza como percepção (reconhecimento) e apreensão (familiarização), que não são disjuntas, pois "À medida que se percebem alguns dados, acontece apreensão. E essa apreensão permitirá perceber outros dados, outras informações e, assim por diante, num processo cíclico, contudo, crescente" (Ibid, p. 130).

Para quem trabalha com o MCS, o que Biembengut denomina de percepção de dados, chamamos de *produção de significado* e apreensão chamamos de *internalização de legitimidades*, de *interlocutores.*

Alguns resultados e considerações

O propósito do cálculo da área em estudo foi corrigir o solo para reintroduzir as espécies nativas (figura 4) e, para isso, com a formulação sugerida por um agrônomo, deveríamos aplicar um corretor de solo vendido em sacos de 40 quilogramas. Considerando as dosagens receitadas, a partir de todas as metodologias propostas, teríamos que adquirir mais de quatro e menos de cinco sacos desse corretor de solo. Como esse produto não era vendido à granel, só poderíamos adquirir cinco sacos, fato que agradou a todos por saberem que suas propostas, mesmo apresentando valores diferentes, atenderiam à demanda: usar cinco sacos de corretor.

Tal resultado nos leva a refletirmos a respeito das ideias propagadas nas magistrais aulas de Joni, Bassanezi e Ole Skovsmose, de que, somente no livro didático e na aula de Matemática os números são exatos, no sentido de imutáveis, sem possibilidade de aproximações. Isso nos remete à ideia do elaborador do MCS, Romulo Campos Lins, de que, seu projeto "[...] sustentado no MCS, trabalha naturalmente na direção da ampliação dos significados que são legítimos na rua, e não na substituição da rua pela escola. Diversos projetos de Etnomatemática trabalham na mesma direção" (LINS, 1999, p. 92).

A MM facultou que pelo menos iniciássemos esse projeto *linsiano* e, embalados pelo que estava em voga na ocasião, vimos que o desenvolvimento dessas PEI, na perspectiva educacional sociocrítica de uma proposta de MM, foi ao encontro do que os PCN preconizavam, da compreensão de uma matemática que fosse essencial para que as pessoas pudessem agir como "consumidores prudentes" ou tomarem decisões em suas vidas (BRASIL, 1997).

Por não concordarmos com a visão neoliberal de educação para o consumo, importada dos relatórios do *National Research Council* de 1989, optamos por entender que a proposta que engendramos com nossas PEI vão ao encontro do que propunha Patrick Geddes (1854-1932), considerado o pai da Educação Ambiental, ao afirmar que um estudante, em contato com a realidade de seu ambiente, não só amplia seu espectro em relação à aprendizagem, mas também desenvolve atitudes criativas em

relação ao mundo à sua volta, enquanto que os professores passaram a exercer a posição de promotores de uma educação que incorpora uma análise da realidade socioambiental para que se oponham àquela educação na qual o estudante é treinado para ignorar as consequências de seus atos (CHAVES, 2004).

Este processo de modelagem foi apresentado, discutido e problematizado em uma aula de campo, com licenciandos em uma disciplina de Modelagem Matemática na Educação Básica durante o primeiro semestre de 2023. Ao visitarmos a área que repovoamos, com o propósito de mostrar e discutir possibilidades de conhecermos presencialmente um problema não matemático com vistas à experimentação no processo de obtenção de dados (BASSANEZI, 2002), pudemos constatar os efeitos benéficos de nossa ação, pois houve o surgimento de dunas que minimizavam as respectivas ações do vento e da maré (figura 4). Esse contato *in loco* motivou os licenciandos que nos sugeriram que escrevêssemos esse trabalho. Por isso resolvemos apresenta-lo após 22 anos. Não se trata apenas de uma visita ao passado, mas de uma história de uma intervenção socioambiental, a partir de processos de MM, que surtiu um efeito benéfico.

Referências

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Livraria da Física, 2016. (Coleção contextos da ciência).

BODGAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 2013 [1991].

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CHAVES, R. Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais? 223p. Tese (Doutorado em Educação Matemática), **PPGEM, IGCE de Rio Claro, Unesp**. Rio Claro, 2004.

CIFUENTES, J. C. Modelagem Matemática e inclusão científica: uma abordagem histórico-epistemológica. In: ALENCAR, E. S. de; BUENO, S. (org.). **Modelagem Matemática e inclusão**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 1-22.

FOUCAULT, M. **A história da sexualidade**: a vontade de saber, v. 1. 14 ed. Rio de Janeiro: Graal, 2001.

LINS, R. C. Os PCN e a Educação Matemática no Brasil. In: OLIVEIRA, Viviane Cristina Almeida de et al. **Modelo dos Campos Semânticos na Educação Básica**. 1 ed. Curitiba: Appris, 2020, p. 13-18**.**

LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações.
In: ANGELO, Claudia Laus et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação**
Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp).

LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis Blumenau**, v. 1, n. 7, FURB, p. 29-39, abr./jun. 1994.

LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemática**:** tornando mais sólida as bases da pesquisa. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática** – São Paulo, Ano 1, n.1, set./1993, p. 75-91.

LINS, R. C.; GIMÉNEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 3. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Perspectivas em Educação Matemática).

MEYER, J. F. da C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

SILVA, A. M. da. **O Modelo dos Campos Semânticos**: um modelo epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2020.

Capítulo 3

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES – ATIVIDADES COM O GEOGEBRA PARA O SEU ENSINO ATRAVÉS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Rubens Saviano

SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES – ATIVIDADES COM O GEOGEBRA PARA O SEU ENSINO ATRAVÉS DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Rubens Saviano

Professor da Faeterj/Paracambi e aluno do Programa de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática Pela Universidade Cruzeiro do Sul.

Rubens.Saviano@faeterj-paracambi.rj.gov.br

RESUMO

O conteúdo de Álgebra Linear se faz presente em vários cursos de Graduação relacionados à área de Ciências Exatas, destacando-se, de forma especial, na resolução de Sistemas Lineares, iniciando-se seus estudos na Educação Básica, através de métodos tradicionais. Da nossa prática de sala, que já perdura por alguns anos, observamos as dificuldades apresentadas pelos nossos alunos naquilo que se refere a sua resolução e ao entendimento das suas representações gráficas. Neste sentido, buscamos uma forma alternativa para abordarmos esse conteúdo de forma mais simples, através de uma sequência de atividades onde utilizamos o *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra, tendo como referencial teórico as idéias de Raymond Duval e sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica, tendo como metodologia empregada a Engenharia Didática de Michélle Artigue tendo como objetivos a análise de episódios de sala de aula face à utilização de mídias interativas utilizadas na plotagem, no tratamento e na abordagem de conteúdos de Álgebra Linear através da interação entre a Educação Básica e o Ensino Superior.

Palavras-chave: Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Engenharia Didática. GeoGebra. Sistema de Equações Lineares.

ABSTRACT

The content of Linear Algebra is present in several Undergraduate courses related to the area of Exact Sciences, with special emphasis on solving Linear Systems, starting its studies in Basic Education, through traditional methods. From our classroom practice, which has lasted for some years, we have observed the difficulties presented by our students in terms of solving and understanding their graphic representations. In this sense, we seek an alternative way to approach this content in a simpler way, through a sequence of activities where we use the GeoGebra Dynamic Geometry software, using as a theoretical reference the ideas of Raymond Duval and his Theory of

Semiotic Representation Records, having as a methodology used, Didactic Engineering by Michélle Artigue, with the objectives of analyzing classroom episodes in the face of the use of interactive media used in plotting, processing and approaching Linear Algebra content through the interaction between Basic Education and Teaching Higher.
Keywords: Theory of Semiotic Representation Registers. Didactic Engineering. GeoGebra. System of Linear Equations.

INTRODUÇÃO

O conteúdo de Álgebra Linear está presente em vários cursos de Graduação, tais como nas Engenharias, nas Licenciaturas em Matemática e Física, entre outros, destacando-se, de forma especial, na resolução de Sistemas Lineares, que se inicia nos estudos relacionados à Educação Básica, através de métodos tradicionais de resolução.

Da nossa prática de sala de aula, que já perdura por alguns anos, percebemos as dificuldades apresentadas pelos nossos alunos naquilo que concerne a sua resolução e entendimento de sua representação gráfica. Neste sentido, buscamos uma alternativa para abordagem deste conteúdo, apresentando neste artigo, uma possibilidade de tornar este estudo mais simples, através da apresentação de uma sequência de atividades, utilizando o *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra e como referencial teórico os estudos de Raymond Duval e sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica e, como metodologia empregada os estudos de Michélle Artigue e sua Engenharia Didática, considerando suas quatro fases, ou seja, os estudos preliminares, a análise a priori, a experimentação e análise a posteriori e validação tendo como objetivo deste artigo, analisar episódios de sala de aula face à utilização de mídias interativas e do *software* de Geometria Dinâmica GeoGebra, utilizado na plotagem, no tratamento e abordagem de conteúdos relativos à Álgebra Linear com a interação entre a Educação Básica e o Ensino Superior no que se refere aos estudos dos Sistemas Lineares.

O GeoGebra é um programa livre , isto é, nada é cobrado por ele, sendo escolhido para nosso estudo por ser recente sua inserção no meio acadêmico e por ser necessário pesquisar mais e mais sobre sua utilização da melhor forma e sob suas possíveis limitações e por estar incluído na classificação dos *softwares* de Geometria

Dinâmica e, sua utilização deve contemplar a visualização de conceitos e propriedades, requerendo assim um anterior preparo do encaminhamento metodológico e da proposta de trabalho que se quer desenvolver com o aluno.

A Geometria Dinâmica

A Geometria Dinâmica existe há muito tempo, já que as idéias são dinâmicas. O GeoGebra é um instrumento de fácil acesso, tecnologia que possibilita explorar e visualizar a dinamicidade existente em várias campos da Matemática e sendo assim, reforça conceitos e propriedades que os alunos tem dificuldades de visualizar as invariantes dos objetos matemáticos diante de alterações de posições e sob a ação de movimentos imaginários tais como a imitação da reta e da simetria, a interseção entre elas, entre outros.

Os *Softwares* de Geometria Dinâmica

Na concepção de ambiente dinâmico e interativo que será abordaremos, inserimos os *softwares* de Geometria Dinâmica, assunto este que tem sido adotado por vários pesquisadores no desenvolvimento de suas pesquisas nas últimas décadas. Alguns destes *softwares* são considerados de Geometria Dinâmica e que são frequentemente utilizados para abordagens voltadas para o ensino de conteúdos da área, na qual se inserem a resolução de Sistemas de Equaçoes Lineares, são enumeradas por Amaral (2002,p.20).

Os *softwares* relacionados por esta pesquisadora são: o Cabri-Gèomètre, o Geometriks, o Geometer's Sketpad, o Geotri Inventor, o Geoplan, o Cinderella e o Dr. Geo. Nesse conjunto de *softwares,* pode-se inserir o Tabulae, projetado, desenvolvido e divulgado por pesquisadores da Universidade Federal do Rio de Janeiro, o aplicativo "Régua e Compasso, (C&R), desenvolvido pelo professor Rene Grothmann da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha e o GeoGebra, desenvolvido pelo professor Markus Hohenwarter, da Flórida Atlantic University.

Para Rodrigues (2002, p.30) as principais características de um *software* de Geometria Dinâmica são:

> "a interface é baseada em janelas, ícones, menus e apontador e a ênfase está no estilo de interação em manipulação direta. Os elementos geométricos podem ser transformados de forma interativa, isto é, ao controle do mouse, pelo ato de clicar e arrastar, os objetos criados podem ser mesclados, transladados e rotacionados (...). Uma instância isolada de um objeto geométrico na tela representa uma classe completa de objetos com a mesma definição. Um quadrado na tela é estático, mas se um de seus vértices for movimentado, ele também mudará de aparência. Mesmo assim, as propriedades da definição de um quadrado são mantidas, ou seja, todos os lados terão comprimentos iguais e os seus ângulos medirão 90º. Como no mundo físico real, muitos objetos se movem de forma dependente das condições impostas por outros objetos. Conceitos como paralelismo, perpendicularismo e pertinência a lugares geométricos, entre outros, permitem a construção de elementos que dependem de regras preestabelecidas.

Neles, não existe a necessidade de os usuários – no caso, alunos e professores – conhecerem os recursos de linguagem e programação. Seus processos de representação se aproximam muito de meios de representação das mídias tradicionais, diferindo-se significativamente quanto aos modos de construção, proporcionando agilidade, rapidez, estética e perfeição, e, nesse sentido, a relevância está no fato de que não prioriza o domínio de uma sintase e morfologias completamente desconhecidas.

Para Cruz (2005, p.24) os *softwares* de Geometria Dinâmica tratam-se de programas que, ao serem aplicados, alicerçados por propostas pedagógicas, facilitam o exercício do ensino no terreno da educação matemática, por meio de seu uso na construção de figuras e exploração de conceitos geométricos.

Optamos em desenvolver nossa pesquisa utilizando o *software* GeoGebra pelo fato de o mesmo ser um *software* livre, ou seja, um programa que permite copiar, executar, aperfeiçoar, estudar, modificar e distribuir o programa com liberdade, sem fins lucrativos, com ausência da interface de seus autores.

A utilização do *software* se dará pelo fato de ser um programa que nos oferece recursos de Geometria, de Álgebra e de Cálculo Diferencial e Integral, tendo sido desenvolvido no ano de 2001 pelo Austríaco Markus Hohenwater, da Universidade de Salzburg, a partir de um projeto correlato a sua dissertação de mestrado, tendo o mesmo alcançado premiações e alguns patrocínios em diversas academias e instituições de ciências internacionais, tendo ganho o prêmio de *software* educacional alemão, tendo servido de base para as pesquisas de seu doutorado na Universidade de Salzburgo. Na Austria. É um projeto que continua sendo aprimorado na Flórida

Atlantic University, contando com colaboradores de diferentes países que já o traduziram para mais de trinta e cinco idiomas, sendo que, para o idioma português teve a participação de Hermínio Borges Neto, de Luciana de Lima, de Alana Paula Araújo e de Alana Souza de Oliveira, destacando ainda que no Brasil, destacamos os trabalhos desenvolvidos nos institutos de matemática da Universidade Federal Fluminense e na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Seu uso inicial com valores educacionais se deu inicialmente na Europa e nos Estados Unidos vindo em seguida a ser utilizado na América Latina tendo sido realizado, pelo mundo inteiro, varias conferências que reúnem nomes notórios no desenvolvimento da matemática.

Segundo Andrade (2012) o GeoGebra foi elaborado com a finalidade de se obter uma ferramenta para auxiliar o ensino naquilo que se refere aos procedimentos algébricos e geométricos, como um meio dinâmico e inovador. É preciso que os professores se adéqüem a ess6a nova realidade que nos traz como uma das propostas principais da tecnologia da informação.

Silva (2014) analisa que a utilização do GeoGebra se justifica por ser algo diferente das aulas rotineiras e monótonas, visto que o dinamismo e a interatividade com o programa atraem a atenção do aluno e faz com que este se envolva mais com o que fora proposto ao ensino, interaja, aprenda e indague cada vez mais ao professor.

O GeoGebra pode ser adquirido através do site www.geogebra.org. A máquina a ser instalado o programa deverá ter a linguagem Java habilitada, porém , caso não tenha, o GeoGebra direciona para o download do Java.

Para Cruz (2005, p.16), um ambiente dinâmico e interativo é o ambiente computacional que permite aos alunos construir e realizar investigações sobre propriedades e conceitos matemáticos. manipulando o objeto e seus elementos dinamicamente, na tela do computador e, identificando especificamente as características das figuras geométricas,

Para Cruz (2005, p.17) “a compreensão dos conceitos geométricos é favorecida quando estes são explorados em um ambiente dinâmico e interativo, pois, tal ambiente, configura-se em um recurso que pode possibilitar a transmissão entre o conhecimento que o aluno já acumula e a facilidade para conjecturar que o computador proporciona”.

Outra definição apresentada para um ambiente dinâmico e interativo é a dada por Amorim (2003) que diz ser aquele em que podemos entender como o ambiente do computador formado por diversos *softwares* disponíveis no mercado e que possibilitam trabalhar com a matemática, explorando, principalmente, o movimento e a manipulação e, na qual os usuários desses *softwares* podem tirar suas próprias conclusões.

Já em Fainguelernt (1999, p.53) encontramos a seguinte definição para os ambientes virtuais , ou seja:

> "os ambientes que caracterizam um espaço virtual oferecem oportunidades aos aprendizes para construir redes conceituais de conhecimento. É a utilização do computador como meio de envolver alunos e professores em atividades de exploração e simulação, criando um ambiente onde lhes é pedido que simulem situações, construam um procedimento, comprovem, encontrem seus erros, corrijam, consertem, refaçam, procurem adequações e as estendam a procedimentos mais gerais".

Destacamos que a simples utilização dos recursos computacionais por si só não garantem mudanças e, nesse sentido, o professor que se propõe a utilizar a informática na sala de aula deverá ser cuidadoso e ter uma visão crítica pois, sendo assim, será possível evitar equívocos, muitas vezes provocadas pelo visual atrativo que as mídias informáticas oferecem e que, não sendo baseadas em metodologias condizentes, podem simplesmente reforçar as mesmas práticas metodológicas que privilegiam a transmissão do conhecimento.

APRESENTAÇÃO GERAL DO PROGRAMA

Optamos em desenvolver nossa pesquisa utilizando o *software* GeoGebra pelo fato de o mesmo ser um *software* livre, ou seja, um programa que permite copiar, executar, aperfeiçoar, estudar, modificar e distribuir o programa com liberdade, sem fins lucrativos, com ausência da interface de seus autores.

Sua primeira versão foi lançada em 2001, a partir de um projeto correlato a sua dissertação de mestrado tendo a mesma alcançado premiações e alguns patrocínios em diversas academias e instituições de ciências internacionais tendo ganho o prêmio de *software* educacional Alemão tendo servido de base para as pesquisas de seu doutorado na Universidade de Salzburgo, na Austria.

Seu uso inicial com valores educacionais se deu inicialmente na Europa e nos Estados Unidos vindo em seguida a ser utilizado na América Latina tendo sido realizado, pelo mundo inteiro, varias conferências que reúnem nomes notórios no desenvolvimento da matemática. No Brasil, destacamos os trabalhos desenvolvidos nos institutos de matemática da Universidade Federal Fluminense e na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Com relação à interface do *software*, pode-se dizer que à mesma se divide em cinco partes. A primeira delas corresponde à Janela de Álgebra, que apresenta equações das figuras produzidas pelo usuário, além de coordenadas e valores das medições. Através dela podemos, também, renomear, alterar as propriedades e/ ou exibir/esconder um objeto da zona gráfica.

A segunda é a sua Barra de Menus, que é a região do GeoGebra que apresenta Janelas com funções especificas onde o usuário pode abrir arquivos, salvar eles, fechar arquivos, configurar ferramentas, etc. Fica localizada na parte superior da zona gráfica , e é composta pelas seguintes opções: Arquivo, Editar, Exibir, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda.

Utilizando o menu Exibir , localizado na barra de ferramentas, pode-se personalizar a interface do Programa, podendo-se , por exemplo, exibir/esconder diferentes elementos da mesma, como exemplo, a janela algébrica, a barra de ferramentas , os eixos coordenados, a malha, entre outras opções, bastando marcar/desmarcar o item desejado neste menu.

A terceira é a Barra de Ferramentas, que possui todas as ferramentas a serem empregadas na produção de objetos que venham a ser estudados. Ao selecionar uma de suas ferramentas, uma breve descrição sobre seu uso irá aparecer à direita da barra de ferramentas.

A quarta que compreende a área de trabalho onde são exibidos pontos, segmentos de reta, vetores, cônicas e outras funções elaboradas pelo usuário.

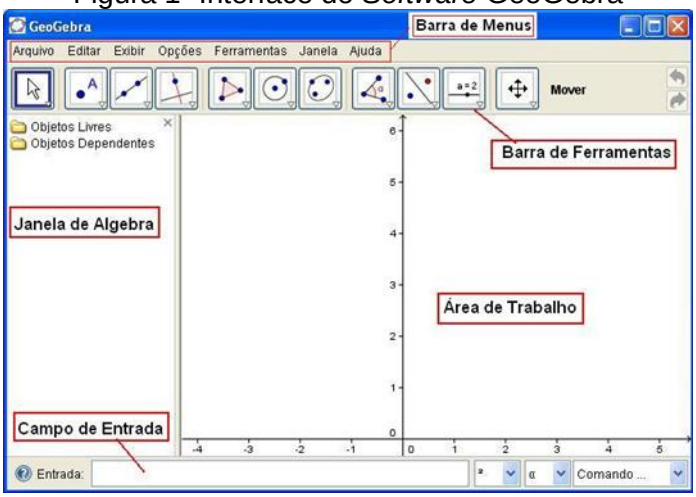
E, finalmente, a quinta parte do GeoGebra onde encontramos um Campo de Entrada de textos (ou de comandos) que funciona como um espaço apropriado para o usuário escrever coordenadas de pontos, de funções e comandos que precisar.

Podemos aqui, no Campo de Entrada, utilizar a ferramenta “Ajuda” localizada no canto inferior direito, ao lado do campo de entrada, também utilizada apertando a tecla F1, ferramenta esta que dispõe de um menu de comandos com informações necessárias para as opções Funções Matemáticas com todos os comandos de

Álgebra, Cônicas, Diagramas, Estatística, Funções, Cálculo, Geometria, Lógica, Otimização, Probabilidades, Programação, Transformações, e Vetores e Matrizes e, sendo assim, ao selecionarmos um desses itens, aparecerá uma caixa de texto com informações necessárias para a utilização do comando que desejarmos.

Destacamos também a presença do menu símbolos que está localizado no canto direito do campo de entrada de texto e que disponibiliza alguns símbolos matemáticos mais usados para nomear um objeto matemático ou inserir um comando através do campo de entrada.

Figura 1- Interface do *Software* GeoGebra



Fonte*: Software* GeoGebra versão 5.2

Conforme observamos na figura 1, o GeoGebra apresenta uma grande quantidade de ferramentas que possibilita o usuário realizar diversos tipos de construções de objetos geométricos que é o nosso objetivo. Apresentamos a figura 2 com algumas dessas ferramentas e suas funções.

Figura 2 – Ferramentas e funcionalidades do GeoGebra

Fonte: *Software* GeoGebra versão 5.2

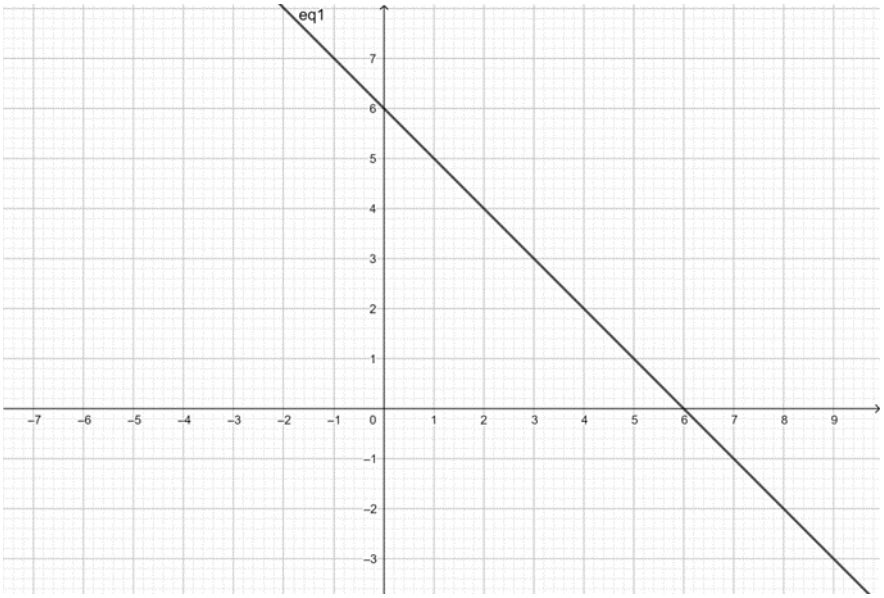
A Barra de Ferramentas do GeoGebra está dividida em 12 Janelas, como vemos na Figura 2 onde cada uma delas possui varias funcionalidades. Para visualizá-

las basta clicar sobre a seta no canto inferior do ícone e, então irão aparecer as opções eferentes as Janelas.

Como verificação de aprendizagem, solicitaremos que construam e localizem no plano cartesiano, com o auxilio do GeoGebra os pontos A(1,2), B(2,-3), C(-3,-1), D(-1,0), E(3,-4), F(-2,1), G(0,-2) e H(1,-3).

Em seguida iremos analisar os caminhos necessários para a construção de uma reta no GeoGebra.

Seja, por exemplo, os procedimentos para a construção da reta x + y = 6. Na janela de entrada do programa o aluno irá digitar a equação e, em seguida, clicar em enter, obtendo assim a reta procurada, conforme a figura abaixo:

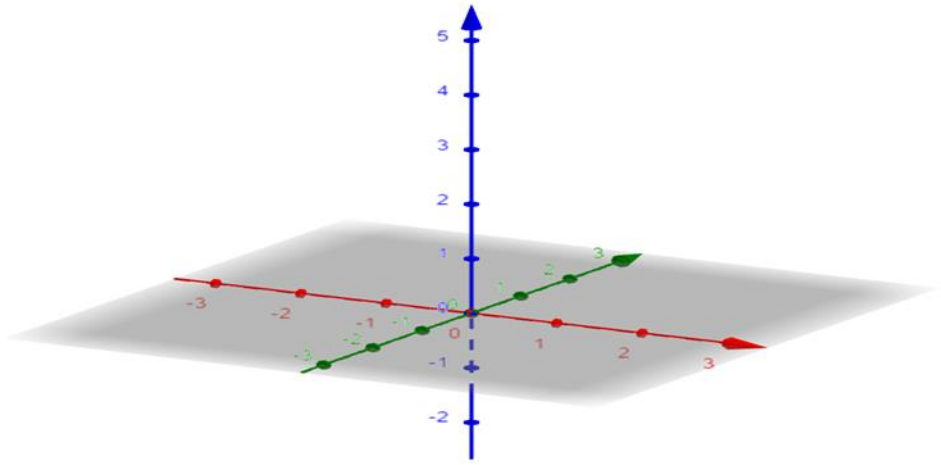


Ao clicarmos sobre a reta com o botão esquerdo do mouse será aberto um menu com várias opções. Clicando em configurações será possível alterarmos algumas características da reta encontrada, tais como a espessura e a cor de seu traçado.

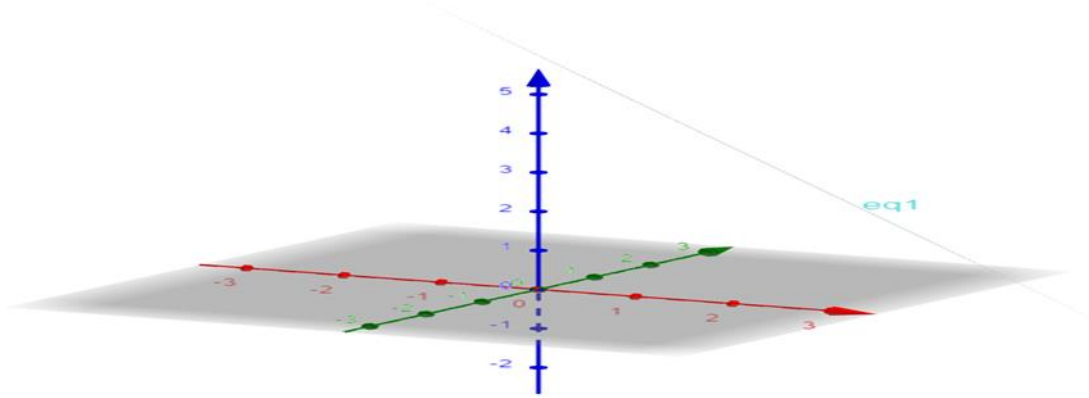
Com isso, criamos possibilidades de, na sequência, analisarmos situações relativas aos sistemas lineares 2x2 naquilo que se refere à mudança de registros, segundo a Teoria de Raymond Duval e a conseqüente interpretação das soluções gráficas dos mesmos.

Em seguida, iniciamos a introdução ao estudo e a análise da interpretação do plano, com conceitos referentes às equações que apresentam três variáveis, cada uma delas correspondentes a uma dimensão, ligados aos sistemas lineares do tipo

3x3. Ao clicarmos no ícone referente à janela de visualização 3D do GeoGebra, teremos a seguinte representação,



Como exemplo, será solicitado à digitação na caixa de entrada da equação x +y+z=6 que nos dará a seguinte representação



Com isso, também criamos possibilidades de, na seqüência, analisarmos situações relativas aos sistemas lineares 3x3 naquilo que se refere à mudança de registros, segundo a Teoria de Raymond Duval e a conseqüente interpretação das soluções gráficas dos mesmos.

A Postura do Professor Diante do Uso do Programa GeoGebra

Ao utilizar o *software* como ferramenta que irá auxiliar nas aulas de Matemática o professor deverá ter em mente que é necessário o domínio dos conteúdos da disciplina e suas propriedades que serão abordados nas aulas. Quanto ao domínio das ferramentas do programa não é necessário dominar todos eles, necessitando também aprender com os seus alunos que, geralmente, dominam e tem mais facilidade que o professor com o uso de tecnologias sendo essencial saber articular essa troca de informações, fator motivador para os alunos que se sentem valorizados em poder contribuir com as aulas.

Além disso, é necessário que a intencionalidade e a clareza do objetivo que deverá ser atingido esteja presente em todos os momentos de uma atividade já que devido ao vários números de recursos presentes no programa, se torna muito fácil perder o foco. Os alunos ao explorarem o *software* podem ir para outros caminhos diferentes daqueles que desejamos em se tratando de uma atividade; nesse momento é necessário a mediação dos professores procurando estimular o usuário para continuar em direção ao objetivo previsto, tendo o cuidado de usar termos matemáticos adequados ao se referir aos objetos de estudo.

Para Cândido (2008, p.34) “o professor devera atingir um equilíbrio, dando autonomia aos seus alunos sendo necessário esta não poderá comprometer a investigação e, por outro lado, deverá garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina”.

A Postura do Alunos Diante do Uso do Programa GeoGebra

Para Boavida e Ponte (2004), é necessário que, para descrever o papel do aluno que o veja como um colaborador no que se refere ao seu próprio conhecimento entendendo que

> A colaboração pode também ter lugar entre atores com estatutos e papéis diferenciados, por exemplo, entre professores e investigadores, entre professores e alunos e encarregados de educação, ou mesmo no seio de equipes que integram valências, diversificadas como professores, psicólogos , sociólogos e pais (BOAVIDA;PONTE, 2004,p.4-5).

Referencial Teórico

As dificuldades no ensino/aprendizagem de Matemática podem ser impactadas por vários motivos dentre eles estão as metodologias adotadas pelos docentes, em que os alunos as consideram desinteressantes ou até mesmo ultrapassadas e ainda indicam que o conteúdo da disciplina é muito difícil, sendo essa combinação prejudicial aos aprendizado. Diversificar a metodologia de ensino é interessante para estimular o aluno e facilitar a compreensão do conteúdo já que as dificuldades nesse processo são reais e têm diversas origens.

Buscando dar sentido a este processo de ensino e aprendizagem adotaremos os pressupostos de Raymond Duval, filósofo e psicólogo de formação e sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica (que são utilizadas para se referir aos diferentes signos existentes na matemática tais como as figuras, a escrita simbólica os gráficos e a língua natural e que o acesso aos objetos matemáticos passam necessariamente por uma representação semiótica, afirmando que existe um paradoxo da compreensão em matemática, ou seja: “como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação (DUVAL, 2009, p.21).

Mas o que é a Representação Semiótica?

De acordo com Duval, as representações semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais possuem suas dificuldades de significado e de funcionamento, tendo por objetivo não somente a comunicação, mas também o tratamento da informação e da objetivação” (Duval, 1996, p.56).

A representação semiótica é a base da comunicação daquilo que se quer expressar sobre o conhecimento de um determinado objeto em estudo e, como a matemática trabalha com objetos abstratos, faz-se necessário o uso de registros de representação que sejam eles, símbolos, códigos, tabelas, algoritmos, desenhos, gráficos, desenhos, gráficos, todos eles utilizados para comunicar o objeto e o conhecimento.

Para Nehring (1996, p.56) “sem as representações semióticas, torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que aprende”.

Para Duval (2003) existem três formas de representação do objeto do conhecimento em estudo, ou seja:

a) Representação Mental e Subjetiva – que se refere às crenças, as idéias, às explicações, as convicções espontâneas do sujeito sobre os fenômenos físicos sendo representações internas e convincentes ocorrendo no nível de pensamento:
b) Representação Interna e Computacional – que também são representações internas mas não ocorrem de forma consciente. Envolvem a Psicologia Cognitiva e a Inteligência Artificial tendo a função de tratamento quase instantânea ou automática sem que o sujeito pense em todos os passos para a realização de uma tarefa.

   Essas representações traduzem informações externas para um sistema de forma que seja possível recuperá-las e combiná-las no interior do mesmo.
c) Representação Semiótica – que é externa e consciente do sujeito, o que caracteriza, segundo Duval, por um sistema particular de signos, ou seja, a linguagem, a escrita, a algébrica e os gráficos cartesianos e que podem ser convertidas em representações equivalentes dentro de um outro sistema semiótico, mas podem representar significados diferentes para o sujeito que as utiliza (Duval, 2003, p.4).

Ou seja, as representações podem ser convertidas em representações similares em outro sistema semiótico, podendo ter uma variedade de significados para quem a utiliza.

Em Duval (2005) encontramos a proposição que afirma que existem uma variedade de representações semióticas utilizadas em matemática, tais como a linguagem natural, os sistemas de numeração, as figuras geométricas, as representações gráficas e as escritas algébricas e formais.

A aprendizagem da Matemática, tem sido alvo de processos investigativos por parte de diversos pesquisadores incomodados com o seu ensino. As representações geométricas das soluções de um Sistema Linear possuem uma quantidade de conceitos que por vezes não estão explícitas nas suas representações.

De acordo com Damm (2005) observou-se em diferentes pesquisas em Educação Matemática que os alunos apresentam dificuldades de realizar as conversões entre os diferentes registros de representação de um objeto.

Sendo assim, Duval (2011) estabeleceu que, para acontecer uma aprendizagem eficaz das várias propriedades que um objeto matemático apresenta,

deve acontecer exatamente com a passagem entre registros já que as diferentes representações mostram conteúdos e atributos de um diferente objeto.

Duval (2011) apresenta uma descrição que aporta para a necessidade de utilizarmos, no mínimo, duas formas diferentes de representação para um mesmo objeto, acreditando na possibilidade de trocar a todo momento de registros de representação, sendo “essa a única possibilidade que se dispõe para não existir confusão entre uma representação com aquele objeto que foi representado” (DUVAL, 2011,p.22).

No contexto da Psicologia Cognitiva, Duval (2004) cita que existem diferentes tipos de registros nos quais é possível fazer suas representações que ir]ao contribuir no funcionamento cognitivo do pensamento, ou seja:

a) O Registro na Língua Natural, que utiliza as diversas línguas maternas;
b) O Registro Geométrico ou Figural. que é a utilização de figuras geométricas planas ou espaciais, com a construção através da utilização de instrumentos;
c) O Registro dos Sistemas de Escrita e Cálculos Numéricos, Algébricos e Simbólicos;
d) O Registro Gráfico que se utiliza dos sistemas coordenados;

Para Duval, quando se consegue diversificar os registros de representação para um mesmo objeto de estudo, estamos realmente construindo o conhecimento, ressaltando ainda que a representação de um objeto nunca pode ser confundido com o objeto de estudo em si, entretanto, o uso de apenas um registro de representação pode dificultar essa tarefa de diferenciação.

O registro em língua natural é utilizado para enunciar definições, teoremas, hipóteses, etc. A atividade matemática preconizam que estes precisam ser mobilizados simultaneamente de maneira iterativa (DUVAL, 1999).

Ao considerar a relação entre o registro figural e o registro em língua materna, Moran (2015) constatou em suas pesquisas como o tipo de registro figural (material manipulável, *software* de Geometria Dinâmica, expressão gráfica) pode influenciar nos encaminhamentos matemáticos utilizados para resolver tarefas, ou seja, ao mobilizar diferentes registros figurais na resolução de problemas, fatores referentes aos tratamentos , aos registros, ás apreensões e à resolução de problemas são

influenciados elo tipo de registro figural disponível, gerando conseqüências diretas na busca da solução do problema apresentado.

Apesar da utilidade de as representações figurais no ensino de Geometria serem reconhecidas por professores e pesquisadores matemáticos, Duval (1999) ressalta que poucos trabalhos tem se dedicado ao estudo dos diferentes tratamentos e à importância desses registros.

Entendemos que em muitos conceitos, o uso de imagens pode auxiliar na compreensão e a resolução de um problema, A imagem ou figura pode modificar o significado do texto, oferecendo uma perspectiva específica sobre aspectos a serem considerados para se chegar à conclusão necessária, podendo ainda oferecer novas perspectivas da idéia proposta pelo texto, sem abandoná-la.

Para Duval (2001), existem três características que conferem às figuras um poder cognitivo particular, ou seja, em primeiro lugar, o seu valor intuitivo, que permite interpretações comuns com um simples olhar. Em segundo, proporciona o reconhecimento de objetos, como imagens desenhadas e, por fim, podem ser construídas instrumentalmente com uma régua, com um compasso ou com um *software* pois com um desenho a mão livre não poderíamos nem distinguir uma reta de uma curva nem verdadeiramente considerar as relações entre grandezas (Duval, 2011, p.84).

Em relação ao emprego de *softwares* que permitam gerar um ambiente dinâmico na mobilização de registros figurais, constata-se que tarefas que exigem deduções matemáticas (língua formal), ele foi o mais favorável, possibilitando raciocínio dedutivo aliado ao tratamento figural e, além disso, proporcionou a movimentação de figuras e de elementos figurais, o que auxiliou no entendimento das hipóteses da tarefa e no raciocínio para sua solução (MORAN, 2015).

Duval (1995, apud SALAZAR, 2009, p. 82-84) distingue quatro tipos de apreensão no registro figural ou seja: seqüencial, perspectiva, discursiva e operatória, ou seja:

a) Apreensão Sequencial que se refere à ordem da construção de uma figura geométrica, com a ajuda de um instrumento;
b) Apreensão Perceptiva: que diz respeito à interpretação das formas de uma figura geométrica que permite identificar ou reconhecer de forma direta o objeto;

c) Apreensão Discursa: que corresponde à explicitação de outras propriedades Matemáticas da figura, além das quais são assinaladas por uma legenda ou pelas hipóteses;
d) Apreensão operatória: modificações e/ou transformações possíveis da figura inicial e pela organização perceptiva que essas modificações apontam para obter novos elementos que podem nos levar à solução de uma determinada situação-problema.

Dentre os possíveis motivos para que estas dificuldades ocorram, acreditamos que a representação figural utilizando ambientes de Geometria Dinâmica, em especial o *software* GeoGebra, poderia ser uma das opções que melhore o processo de ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática por meio de atividades que envolvem a disciplina.

Muitos professores da disciplina possuem consciência dessa realidade apresentada e se sentem incomodados com esse processo reconhecendo ainda que os mecanismos tradicionais de ensino têm se apresentado de forma insatisfatória para resolver o problema se sentindo desafiados a encarar tal questão buscando alternativas metodológicas que auxiliem a compreensão dos conteúdos à ser desenvolvidos.

METODOLOGIA EMPREGADA

Engenharia Didática - Definições

A Metodologia empregada é a de Michele Artigue e sua Engenharia Didática, que tem por objetivo analisar as situações didáticas relacionadas à parte experimental ocorrida em uma sala de aula procurando entender as relações existentes entre investigação e ação de um sistema de ensino.

As práticas desenvolvidas a partir de Artigue e sua teoria partem de princípios que devem ser compreendidos como práticas investigativas.

A Engenharia Didática surgiu das discussões desenvolvidas no *Research Institute for Mathematics Teaching* **(IRFM**), localizado na França, no final dos anos sessenta, tendo sido desenvolvida, no seu início, uma complementação na formação

de professores de matemática, assim como na produção de materiais de apoio para a sala de aula, tais como, jogos, brinquedos, problemas, exercícios e experimentos.

Para Artigue (1996), a Engenharia Didática foi desenvolvida como um trabalho didático semelhante ao:

> "[...] oficio da engenharia que, para realizar um projeto precisa se apoiar sobre conhecimentos específicos de seu domínio, aceitar submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados na ciência e, portanto, a enfrentar [...] problemas que a ciência não quer, ou não pode levar em conta". (ARTIGUE, 1996, p.193).

Segundo Pais (2002), trabalhando com a Engenharia Didática o professor faz de sua ação pedagógica um objeto de investigação onde estabelece uma relação entre o saber teórico e o saber prático, procurando construir o conhecimento. Para ele,

> "[...] a Engenharia Didática possibilita uma sistematização metodológica para a realização da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre a teoria e a prática. Esse é um dos argumentos que valoriza sua escolha na conduta de investigação do fenômeno didático, pois sem articulação entre a pesquisa e a ação pedagógica, cada uma destas dimensões tem seu significado reduzido". (ARTIGUE ,1996,p.99).

Descrita por Artigue (1996), a Engenharia Didática compreende quatro fases.

1ª Fase: **Os Estudos Preliminares**

Nesta fase, faz-se uma revisão bibliográfica das condições e situações presentes nos diferentes níveis de produção didática, sendo feitas considerações sobre como está o desenvolvimento do objeto matemático em estudo, como também acerca das dificuldades que se apresentam na aprendizagem do conteúdo destacado**.** O objetivo desta fase é o de propor uma intervenção pedagógica, buscando modificações que tragam melhorias para o processo de ensino aprendizagem.

2ª Fase: Análise *a Priori*

Nesta fase, são apontados problemas referentes ao objeto em estudo, construindo hipóteses a serem verificadas no decorrer do desenvolvimento da prática.

Para Artigue (1996), o objetivo da análise *a priori* é

> " [...] determinar de que forma permitem as escolhas efetuadas controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses comportamentos. Para isso, ela fundamenta-se em hipóteses; será a validação destas hipóteses que estará, em princípio, indiretamente em jogo no confronto, operado na quarta fase, entre a análise *a priori* e *a posteriori* (ARTIGUE, 1996, p.205).

A fase da Análise *a priori* antecede a fase da experimentação, servindo, assim como a fase dos estudos preliminares, como um mecanismo de orientação para o desenvolvimento daquela.

Para Artigue (1996), a Análise *a priori* deve considerar dois tipos de variáveis de comando:

> - as variáveis microdidáticas (ou variáveis locais), que dizem respeito à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase
> - as variáveis macrodidáticas (ou variáveis globais), que dizem respeito à organização global da engenharia, ou seja, relacionadas ao sistema didático, que é o que engloba o professor, o aluno e o saber, que devem ser considerados pelo pesquisador/professor ao desenvolver as fases da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996, p. 202).

3ª Fase: Experimentação

- É a fase em que o pesquisador irá aplicar as atividades com os alunos. Ela consiste no desenvolvimento e na aplicação de uma sequência didática a um grupo de alunos, com o objetivo de verificar as hipóteses levantadas na fase anterior, ou seja, na Análise *a priori*.

Ocorre quando o pesquisador/professor vai a campo e aplica uma sequência didática ao grupo de alunos selecionados.

Os registros das observações obtidas no decorrer da fase de experimentação são de vital importância para alcançarmos o objetivo da pesquisa.

Pais (2002), ao falar da elaboração de uma sequência didática, destaca que:

> [...] "uma sequência didática é formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos prévios na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas sessões, tendo em vista o seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas no sentido da rotina da sala de aula. Tal como

> acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento ao maior número possível de informações que podem contribuir na solucionaria do fenômeno investigatório" (PAIS, 2002, p.102).

Artigue (apud Machado 1999) cita que, no início da fase da experimentação, antes da aplicação da sequência didática, se faz necessário definir os seguintes pontos:

1) Explicitar os objetivos e condições da realização da pesquisa;

2) Estabelecer um contrato didático, que se resume a um "conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos que são esperados pelo professor;

3) Aplicação dos instrumentos de coleta de dados;

4) Registrar as observações feitas durante o desenvolvimento da fase.

4ª Fase: Análise *a posteriori*

Conhecida também como fase de validação. É o momento no qual o pesquisador toma por base os dados coletados na experimentação fazendo uma análise.

Conforme Artigue (1996), esta fase se baseia em um conjunto de dados coletados durante a fase de experimentação, dados estes oriundos das observações do pesquisador/professor, por meio do registro sonoro ou oriundos de alguma produção escrita, ficando caracterizada pelo tratamento dos dados que foram coletados e pela confrontação destes com a fase da análise *a priori*. Este procedimento irá permitir uma interpretação dos resultados e a obtenção de respostas que venham (ou não) comprovar se as questões levantadas foram respondidas.

O êxito desta fase irá depender de tudo aquilo que foi feito nas fases anteriores, ou seja, dependerá das ferramentas técnicas utilizadas, tais como, o material didático utilizado pelo pesquisador/professor, pelos vídeos gravados durante as sessões, das ferramentas teóricas como o contrato didático, sendo também utilizados na coleta de dados que fará parte do material utilizado acerca da construção dos protocolos da pesquisa.

Também nesta fase será feita a verificação (que é feita durante todo o processo de aplicação da sequência proposta) sobre o aprendizado dos alunos, determinando a validação (ou não) da sequência didática empregada na pesquisa.

ATIVIDADES PROPOSTAS

1) **Atividades relacionadas aos sistemas lineares do tipo 2x2**

   - teremos aqui momentos de exploração onde serão considerados os registros na língua materna, algébrico e gráfico, explorando os sistemas lineares com a utilização do *software* GeoGebra;

Atividade 1:

- Primeira parte

- nessa atividade os alunos irão analisar duas questões que deverão ser resolvidas em dupla sendo para isso utilizadas duas aulas com duração de quarenta e cinco minutos cada uma.

- Primeira questão:

- que irá constar de uma pequena situação – problema onde será dada prioridade a conversão entre as representações na língua materna e algébrica, respectivamente.

- para assistir o filme curinga, em cartaz atualmente nos cinemas do pais, temos os seguintes preços de ingresso no shopping seja feliz:

- ingresso para adultos : R$ 30,00

- ingresso para crianças : R$ 15,00

- em uma sessão ocorrida na última semana, com a venda de 500 ingressos e arrecadação de R$9.000,00, determinar o número de adultos e de crianças presentes a uma das sessões.

- segunda questão:

- que está relacionada à conversão do registro algébrico para o registro gráfico, ou seja:

- para cada um dos sistemas lineares abaixo, encontre, quando possível seu conjunto solução, construa o seu respectivo gráfico, com o auxílio de uma tabela e classifique-os como possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível, indicando, quando possível, seu conjunto solução de forma gráfica.

a) $\begin{cases} x+4y=0 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-y=2 \\ -x+3y=4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+5y=3 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+0{,}5y=2 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

- Segunda parte

- aqui será proposto uma atividade onde iremos contemplar o registro gráfico de sistemas lineares do tipo 2x2 com o auxilio do software GeoGebra, propondo aos alunos que representem graficamente as soluções dos sistemas lineares

a) $\begin{cases} x+4y=0 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-y=2 \\ -x+3y=4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+5y=3 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+0{,}5y=2 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

1 - Atividades relacionadas aos sistemas lineares do tipo 3x3

- teremos aqui momentos de exploração onde serão considerados os registros na língua materna, algébrico e gráfico, explorando os sistemas lineares com a utilização do *software* GeoGebra;

- parte 1:

- Primeira questão:

- a primeira questão recebe uma abordagem sobre os sistemas lineares 3x3 onde foi criada uma situação problema proposta no registro da língua materna a ser convertida para o registro algébrico, ou seja:

- uma empresa que presta serviços de engenharia civil apresenta três contentores, I, II e III, que carregam cargas, em três tipos de recipientes, A,B e C. O número de recipientes por contentor é dado pela tabela abaixo:

Tipo de recipiente	A	B	C
I	4	3	4
II	4	2	3
III	2	2	2

Quantos contentores x, y e z de cada tipo I,II e III são necessários se a empresa necessita transportar 38 recipientes do tipo A, 24 do tipo B e 32 do tipo C?

- segunda questão:

- para a realização desta questão serão disponibilizadas três aulas de 45 minutos onde serão propostos a resolução de seis sistemas lineares através do método que for mais convincente para o aluno.

- usar o método que você considerar mais adequado para resolver os seguintes sistemas lineares:

a) $\begin{cases} x+2y+4z=4 \\ -x+y-z=5 \\ 3x+y-2z=-3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y-z=-4 \\ 2x-y+z=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-2z=1 \\ 2x+2y+z=4 \end{cases}$

- parte 2

- aqui será proposta uma atividade onde iremos contemplar o registro gráfico de um sistema linear do tipo 3x3 com o auxílio do *software* GeoGebra, propondo aos alunos que representem graficamente as soluções dos sistemas lineares

a) $\begin{cases} x+2y+4z=4 \\ -x+y-z=5 \\ 3x+y-2z=-3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y-z=-4 \\ 2x-y+z=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-2z=1 \\ 2x+2y+z=4 \end{cases}$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa proposta inicial, ao montarmos essa sequência de atividades, foi o de saber se era (ou não) possível agregar os ensinamentos de Duval com a sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica, ao ensino de Sistemas de Equações Lineares. Analisando as situações presentes no desenvolvimento dessas atividades buscamos ter mais ferramentas na abordagem do conteúdo e, desta forma, possibilitar ao nosso aluno ter mais chances de entender o assunto,

Ressaltamos ainda que o programa escolhido foi uma ferramenta significativa para o desenvolvimento do conteúdo pois possibilitou ao aluno a interpretação geométrica das atividades, sendo, portanto, necessário que o docente saiba exatamente o momento adequado para a sua utilização como um recurso tecnológico utilizado de forma a auxiliar as aulas de matemática nos diferentes níveis de ensino.

REFERÊNCIAS

AMARAL, R.B. **Professores de matemática que utilizam *softwares* de geometria dinâmica: suas características e perspectivas.** Rio Claro, 2002 - 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista.

AMORIM, J.A. **A educação matemática, a internet e a exclusão digital no Brasil**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, número 14, p. 58-60, agosto de 2003.

ANDRADE, J.J. **Registros de representação semiótica: conceituação dos diversos tipos de solução de sistemas lineares usando o *software* GeoGebra**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. 191 p. 2012.

BOAVIDA, A.M.; PONTE, J.P. Investigação Colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (org). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm. acesso em 01 jun. 2022.

CÂNDIDO, L.A**. Implicações do uso da informática na sala de aula de Matemática**. Bolema, Rio Claro (SP). Ano 2008, nº 29, vol.21, p.326-335.

CRUZ, D.G. da. **A utilização de ambientes dinâmicos e interativos na construção e conhecimento distribuído**. Dissertação (173 f.) Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2005.

DUVAL, R. **Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Organizado por MACHADO, S.D.A. São Paulo: Editora Livraria do Campus, 2003.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Silva Dias Alcântara Machado (org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.** 2º edição. Campinas, São Paulo: Papirus. 2005.

DUVAL, R. **Semiosis e Pensamento Humano: Registros Semióticos e Aprendizagem Intelectual.** 1ª edição. 2009.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: ARTMED, 1999.

MARQUES, V.D; CALDEIRA, C. da C. **Dificuldades e Carências na Aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental e suas implicações no Conhecimento da Geometria**. Revista Thema. V.15, n.2, p.403-413, 2018.

MORAN,M. **As apreensões em Geometria: Um estudo com professores da Educação Básica acerca de registros figurais**. Tese de Doutorado em Educação para Ciências e Matemática – Universidade Estadual de Maringá. Maringá (2015).

RODRIGUES, D.W.L. **Uma avaliação comparativa de interfaces homem-computador em programas de Geometria Dinâmica**. Florianópolis, 2002. 147 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção . Universidade Federal de Santa Catarina..

SALAZAR, J.V.F. **Gênese instrumental na interação com Cabri-3D: um estudo de transformações geométricas no espaço**. 2000.317p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PUC, São Paulo.

SODRÉ de SOUZA, R.N at. all. **A aprendizagem de Geometria com foco na desconstrução dimensional das formas.** Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos de Pós-Graduandos em Educação Matemática. (2019), v.21, número 1, p.322-346

SILVA. M.J. da. **Registros de representação semiótica no estudo de sistemas de equações de 1ºgrau com duas variáveis usando o *software* GeoGebra**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Universidade Federal do rio Grande do Sul. 2014. 169 f.

Capítulo 4

JOGOS LÚDICOS: A LUDICIDADE ALIADA PARA ENSINAR A DIVISÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Raí da Silva Lopes
Arislene da Silva Lopes
Aurelino Helwecyo da Silva Lopes
Rita Lúcia da Silva
Sara Martins Leite
Sidinei Farias

JOGOS LÚDICOS: A LUDICIDADE ALIADA PARA ENSINAR A DIVISÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA[15]

Raí da Silva Lopes

Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Paulista – UNIP (2019). Graduado em Licenciatura em Ciências com Habilitação em Química pelo Instituto Federal de Rondônia – IFRO (2022). Pós-graduado em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Rondônia – IFRO (2020). Pós-graduado em Metodologia no Ensino de Química pelo Centro Universitário Internacional – UNINTER (2019). Mestrando em Ensino de Ciências exatas pelo PPGECE da Universidade do Vale do Taquari. Email: railopesjipa1996@gmail.com https://lattes.cnpq.br/0916711464646155

Arislene da Silva Lopes

Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Paulista – UNIP (2019). Pós-graduado em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Rondônia – IFRO (2019). Email: arislenealana@gmail.com

Aurelino Helwecyo da Silva Lopes

Graduado em Lincenciatura em Química pela Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR (2009). Pós-graduado em Gestão Pública e Responsabilidade Fiscal (2016). Email: helwecyo@gmail.com https://lattes.cnpq.br/8084565782503524

Rita Lúcia da Silva

Bacharel em Zootecnia pela Universidade Federal da Paraíba (1999). Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Tocantins (2010). Pós-graduada em Metodologia do Ensino, pelo Centro de Ensino de Colorado do Oeste – RO. Pós-graduada em Química pela Universidade Federal de Lavras - MG (2006) Pós-graduada em Ensino de Ciências e Matemática, pelo Instituto Federal de Rondônia – IFRO (2020). Emaiil: ritha16s@yahoo.com.br https://lattes.cnpq.br/0043197500527641

[15] Artigo apresentado no curso de pós-graduação no Ensino de Ciência e Matemática pelo Instituto Federal de Rondônia – IFRO – Campus de Guajará-Mirim 2020.

Sara Martins Leite

Bacharel em Administração de Empresas na Universidade UNOPAR (2015). Graduada no Curso de Ciências Biológicas do Instituto Federal de Rondônia - Campus - Ariquemes – Rondônia- IFRO (2022). Pós-graduada em Metodologias de Ensino em Ciências Biológicas-FASUL (2023). Pós-graduada em Orientação, Supervisão e Inspeção Escolar- FASUL (2022). Técnico subsequente em Finanças- IFRO Email; sarinha90martins@gmail.com https://lattes.cnpq.br/8893905702788462

Sidinei Farias

Graduado em Licenciatura em Pedagogia pela Faculdade Padre João Bagozz (2011). Graduado em Psicologia pela Universidade do Oeste de Santa-Catarina – UNOESC (2021). Mestrando em Ambiente e Desenvolvimento pela Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES Email: fariasmodificabilidade@gmail.com.

RESUMO

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa bibliográfica sobre as possibilidades pedagógicas dos jogos lúdicos no ensino da matemática. O objetivo do estudo foi discutir a importância do lúdico no ensino da matemática como ferramenta mediadora na promoção do processo de ensino-aprendizagem bem como apresentar sugestões de jogos lúdicos com materiais reutilizados que podem ser aplicados dentro de sala de aula pelos professores. Os resultados evidenciaram que os jogos podem proporcionar experiências distintas, estimular a aceitação de normas e hierarquias, favorecer o trabalho em equipe e o respeito mútuo, o que ajuda a desenvolver empatia e solidariedade. Jogar e brincar com outros alunos de mesma faixa etária de idade na escola, frequentemente de várias procedências e culturas, ajuda o estudante a adquirir importantes meios para sua socialização e que a utilização de jogos lúdicos. Permite ao professor flexibilizar suas aulas e exemplificar os conteúdos complexos em brincadeiras divertidas e atrativas que despertam o protagonismo dos alunos.

Palavras-chave: Jogos Lúdicos. Divisão. Ensino-Aprendizagem.

ABSTRACT

Games can provide different experiences, encourage the acceptance of norms and hierarchies, teamwork and mutual respect, which helps to develop empathy and solidarity. Playing and playing with other students of the same age group at school, often from different origins and cultures, helps students to acquire important means for their socialization. Using games allows the teacher to make his classes more flexible and exemplify the complex contents in fun and attractive

games that arouse the protagonism of the students. In this sense, the objective is to discuss the importance of playfulness in the teaching of mathematics as a mediating tool in the promotion of the teaching-learning process as well as to present suggestions of playful games with reused materials that can be applied within the classroom by teachers.
Keywords: Games Ludics. Division. Teaching-Learning.

INTRODUÇÃO

Os jogos lúdicos vêm, nos últimos tempos, ganhando espaço nas escolas favorecendo a inserção da ludicidade no processo de ensino e aprendizagem. Nessa perspectiva, a maioria dos professores pretende, com a sua utilização, tornar as aulas mais agradáveis, com a intenção de fazer com que a aprendizagem se transforme em algo fascinante. Contudo, Batllori (2006), explica que os jogos podem proporcionar experiências distintas, além de estimularem a aceitação de normas e hierarquias, o trabalho em equipe e o respeito mútuo, desenvolvendo empatia e solidariedade, pois quando o estudante joga na escola e brinca com outros de idade aproximada à sua, frequentemente de várias procedências e culturas, adquire importantes meios para sua socialização.

Além de agregar conhecimentos culturais, o uso de jogos permite ao professor flexibilizar suas aulas e exemplificar os conteúdos complexos em dinâmicas divertidas e atrativas que despertam o protagonismo do aluno e sua autonomia, possibilitando a relação dos temas abordados dentro da sala de aula com o cotidiano do aluno, de modo que este passe a ver a matemática como uma rede de fatores que se interliga a outras fases e situações do cotidiano.

Desse modo, partindo da indagação: “Quais são as possíveis contribuições do uso de jogos lúdicos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática no ensino fundamental I para o ensino da divisão?”. Para tanto, realizou-se uma revisão bibliográfica que teve como intuito mostrar que o uso da ludicidade para ensinar a divisão na matemática é proveitoso tanto para os alunos, que terão uma aula diferenciada, obtendo a construção dos conhecimentos matemáticos ao trabalharem com jogos, momento no qual são instigados à uma possível evolução no modo de pensar matematicamente, quanto para os professores, que terão um resultado satisfatório ao ensiná-los. O presente artigo ainda visa exemplificar a utilização desses

jogos lúdicos, demonstrando dinâmicas aplicados em sala de aula, usadas para o ensino da divisão na matemática.

METODOLOGIA

A metodologia utilizada no desempenho desta pesquisa fundamentou-se na pesquisa bibliográfica com o objetivo de subsidiar os pressupostos teóricos da pesquisa através da revisão da literatura e da coleta de dados em artigos, estudos, livros e outras publicações científicas que discutem a importância do lúdico como ferramenta metodológica no ensino da matemática. Dessa forma, utilizamos como critérios de inclusão artigos e obras que tinham como palavras-chaves: jogos lúdicos, ensino-aprendizagem de matemática, divisão matemática, jogos para ensino de matemática e outras palavras relacionadas ao tema estudado.

De acordo com Noronha & Ferreira (2000), os trabalhos de revisão bibliográfica, por sua vez, são definidos como estudos que analisam a produção bibliográfica em determinada área temática, dentro de um recorte de tempo, fornecendo uma visão geral ou um relatório do estado da arte sobre um tópico específico, evidenciando novas ideias, métodos e subtemas que têm recebido maior ou menor ênfase na literatura selecionada.

Após o levantamento bibliográfico, foram selecionados entre livros, artigos e dissertações disponíveis em plataformas online algumas sugestões de jogos como uma alternativa para o ensino de divisão aliado a ludicidade e contextualização.

JOGOS LÚDICOS: POSSIBILIDADES PEDAGÓGICAS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Neste tópico, apresentamos concepções de alguns autores que ao longo dos anos vêm discutindo a importância da utilização de metodologias lúdicas que aproximem os conteúdos apresentados em sala de aula à rotina dos alunos.

De acordo com Vygotsky (1994);

> “O brinquedo cria uma zona de desenvolvimento proximal na criança, aquilo que na vida real passa despercebida por ser natural, torna-se regra quando trazido para a brincadeira. As crianças fazem das dinâmicas realizadas uma ponte para o imaginário, a partir dele muito pode ser trabalhado”.

Pois, os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, permitindo que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem à criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Além disso, os jogos também propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações se sucedem rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas, como vemos em Brasil (1997). Dessa maneira, a utilização de jogos no ensino da matemática torna-se de suma importância para a aprendizagem escolar, conforme expresso por Kishimoto (1997).

O jogo, na educação matemática, passa a ter o caráter de material de ensino quando considerado promotor de aprendizagem. A criança, colocada diante de situações lúdicas, apreende a estrutura lógica da brincadeira e, deste modo, apreende também a estrutura matemática ali presente. Esta poderia ser tomada como fazendo parte da primeira visão de jogo que tratamos até aqui. Na segunda concepção, o jogo deve estar carregado de conteúdo cultural e, assim, o seu uso requer certo planejamento que considere os elementos sociais em que se insere. O jogo, nesta segunda concepção, é visto como conhecimento construído e também em construção. Esta característica exige o seu uso de modo intencional e, sendo assim, requer um plano de ação que permita a aprendizagem de conceitos matemáticos e culturais, de uma maneira geral como afirma Antunes (1998)

Dessa forma, uma vez que são utilizadas metodologias diferenciadas dentro da sala de aula será possível promover a assimilação e a compreensão de conceitos que antes não possuíam significância na vida dos alunos, seja pela falta de didática dos docentes ou pela deficiência da educação devido à ausência de recursos e outros fatores que podem influenciar negativamente no planejamento das aulas, bem como no desenvolvimento dos alunos. Nesse sentido, destaca-se a necessidade da inclusão de jogos lúdicos durante as aulas, a fim de proporcionar aos alunos um cenário acolhedor e de aprendizado em conformidade com as ideias expostas por Smole, Diniz e Cândido (2000).

Quando a criança brinca, ela se depara com desafios e problemas, devendo então buscar soluções para resolver os problemas encontrados. Segundo as autoras, a brincadeira auxilia a criança a criar uma imagem de respeito a si mesma, manifestando gostos, desejos, dúvidas, mal-estar, críticas, aborrecimentos, etc. Ao

observarmos atentamente a criança brincando, fica claro que neste brincar estão presentes a construção de representações de si mesma, do outro e do mundo, bem como a revelação e internalização de comportamentos e hábitos. Através da brincadeira, a criança consegue expressar sua necessidade de atividade, sua curiosidade, seu desejo de criar, de ser aceita e protegida, de se unir e conviver com as outras pessoas na sociedade.

Smole, Diniz e Milani (2007) sugerem formas de utilização dos jogos para que a criança possa aprender e fixar o conteúdo: realizar o mesmo jogo várias vezes, para que o aluno tenha tempo de aprender as regras e obter conhecimentos matemáticos com esse jogo; incentivar os alunos na leitura, interpretação e discussão das regras do jogo; propor o registro das jogadas ou estratégias utilizadas no jogo; propor que os alunos criem novos jogos, utilizando os conteúdos estudados nos jogos que ele participou.

Para Aranão (1996), fica claro a necessidade de capacitação docente, para que estes possam aprender novas metodologias para o ensino da matemática, em especial da divisão, e desenvolvê-las de forma didática e lúdica por meio da flexibilidade a fim de suprir as necessidades dos alunos, segundo o autor.

O professor desempenha o papel de mediador na construção do conhecimento, criando situações para que a criança exercite a capacidade de pensar e buscar soluções para os problemas apresentados. Assim, cabe ao professor organizar questionamentos de formas variadas para a verificação da segurança do aluno ao elaborar determinada resposta, desafiando, de forma incentivadora, a comprovação do conceito conquistado naquele momento.

Quando os professores utilizam metodologias lúdicas, as aulas de matemática tornam-se mais atrativas e motivadoras além de despertarem o interesse dos alunos passam a auxiliar todo o processo de aprendizagem, possibilitando aos alunos promoção do seu desenvolvimento cognitivo por meio da construção de pensamentos desafiadores e conhecimento mediante a inserção da ludicidade nas aulas de matemática. Resultando em uma transformação apreciável no processo de ensino-aprendizagem, modificando o modo de ensino tradicional, complementando e ampliando as práticas docentes em sala de aula, segundo Brasil (1997).

Starepravo (2010), ainda explica sobre a questão de compreensão com relação a aplicação dos jogos:

> [...] se conseguirmos compreender o papel que os jogos exercem na aprendizagem de matemática, poderemos usá-los como instrumentos importantes, tornando-os parte integrante de nossas aulas de matemática. Mas devemos estar atentos para que eles realmente constituam desafios. Para isso, devemos propor jogos nos quais as crianças usem estratégias próprias e não simplesmente apliquem técnicas ensinadas anteriormente. (STAREPRAVO, 2010, p.20).

Kishimoto (1996), destaca que os jogos recreativos e a competitividade sadia desenvolvem além da cognição, habilidades, pois permitem que se construam as representações mentais, a afetividade, as funções sensório-motoras e a área social, no que diz respeito às relações entre os alunos e a percepção das regras, visto que, "[...] a utilização do jogo potencializa a exploração e a construção do conhecimento, por contar com a motivação interna típica do lúdico". (KISHIMOTO, 1996, p.37). Desta forma, a ludicidade oferece indícios relevantes a respeito dos aspectos emocionais envolvidos no processo de conhecer e de aprender, conforme expresso por Macedo, Petty e Passos (2005).

Do ponto de vista teórico, a utilização de jogos possibilita-nos compreender os processos e estruturas psicológicas graças às quais o ser humano produz conhecimento; do ponto de vista prático, possibilita-nos analisar, criticamente, as situações que são mais favoráveis para isso. Jogos regras e de construção são essencialmente férteis no sentido de criarem um contexto de observação e diálogo, dentro dos limites da criança, sobre processos de pensar e construir conhecimentos.

Conforme as Diretrizes para o Ensino da Matemática, visto em Brasil (2006), um dos maiores desafios encontrados no ensino da matemática relacionam-se a abordagens de conteúdos para resolução de problemas, no qual o aluno não sabe como resolver tais problemas.

Com a utilização dos jogos lúdicos no ensino da matemática são criadas novas formas de trabalhar a matemática no campo educacional, a partir dos quais os professores passam a motivar e auxiliar os alunos em diversos etapas do processo de ensino-aprendizagem, propiciando a assimilação dos conteúdos empregados durante as aulas, aprendendo a relacionar os conteúdos trabalhados com o seu cotidiano e em sua vida de forma geral, tornando a escola um local de aprendizado, onde ocorre uma construção pessoal e coletiva, bem como afetivo e divertido, em que o aluno tem prazer de estudar e descobrir coisas novas ao compartilhar conhecimentos e experiências.

Nos trabalhos utilizados como revisão, mostra que ao ensinar a divisão na sua

forma abstrata impossibilita sua compreensão nas séries iniciais e gera uma repulsa por conta disso, e a utilização do lúdico no processo de aprendizagem permite ao aluno criar empatia com a matemática além de ser um facilitador no processo de ensino aprendizagem. Nos últimos tempos, disponibilizamos de diversos meios para realizar jogos que possibilitem uma visão prática da matemática e como ela pode ser utilizada no dia a dia dos alunos, o que gera na mente deles uma utilidade prática fazendo com que o empenho tenha um resultado melhor no processo de aprendizagem.

Atualmente, o planejamento e a utilização das inovações tecnológicas nas aulas de matemática permite que o docente crie, com materiais alternativos, meios para ensinar de forma mais clara e objetiva. No entanto, é um desafio para os docentes se adaptar com essas novas tecnologia, pois, depende de treinamentos e para o uso desses recursos e nem sempre a escola dispõe-se desses materiais.

Diante disso, desenvolver os conceitos da divisão no jogo ajuda o docente a buscar métodos que possam solucionar problemas, levando o aluno a perceber que existem diversas formas de chegar no mesmo objetivo e, quando isso é levado para dentro da sala, facilita a ação docente na procura de meios aprendidos pelos alunos para solucionar tais problemas, não só na divisão, mas na matemática como um todo.

A função principal dos jogos é atrair a atenção dos alunos, fazendo com que eles resolvam os problemas com facilidade, relacionando-os com o seu cotidiano e permitindo ao discente a observação da utilidade da atividade lúdica em sua aprendizagem. Dessa forma, utilizar jogos no processo de ensino e aprendizagem da divisão matemática, objetiva permitir que os alunos não sejam apenas decoradores de métodos e fórmulas e meros depósitos de informações sem utilidade, mas de construtores de conhecimento.

O lúdico na construção do conhecimento se torna prazeroso, conforme Rosário (2013, p. 11) “O lúdico é uma forma prazerosa de educar por meio de técnicas, de jogos e brincadeiras, a fim de facilitar o conhecimento na aquisição cognitiva do aluno frente às atividades pedagógicas.”

Os jogos evitam introduzir a matemática aos discentes oralmente apenas, visando demostrar conhecimento e lógica apenas pegando-os desprevenidos e depois trabalhar com exercícios em casa ou através de estudo dirigidos. Com as aulas apenas expositivas, é jogar o tempo fora e causar irritação nos alunos. Estamos abordando apenas os jogos no processo de ensino e aprendizagem dos discentes,

embora diversos outros meios possam ser utilizados para reforçar o aprendizado, como a música. As paródias podem ser uma opção extraordinária para motivar os alunos a trabalharem em grupo e ajudar a fixar as fórmulas.

O objetivo principal ao trabalhar com as diversificadas formas de ensinar matemática é fazer com que os discentes compreendam a matemática e possam modificar a visão de que a matemática é mera obrigação para obter nota, mas que existe uma importância na vida cotidiana.

Segundo Rosário (2013) devemos entender o significado da matemática na vida dos discente, ou seja, entender qual o significado da disciplina matemática na vida dos alunos, qual conceito eles têm dela e qual valor prático e social tem para a vida dos mesmos. Neste caso, os jogos e as brincadeiras ajudam nesse papel, mostrando que a matemática é uma ferramenta de crescimento mental (operacional) e de resolução de problemas cotidianos envolvendo cálculos e números (cognitivo).

BRINCANDO COM OS JOGOS

Partindo do conceito de que devemos entender o real significado da matemática, enfatizamos também o uso de tecnologias nos jogos para transmitir o processo de divisão, conforme expresso por Lara (2011);

> Se considerarmos que ensinar matemática seja desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, desenvolver a criatividade e a capacidade de manejar situações reais e resolver diferentes tipos de problemas, com certeza, teremos que partir em busca de estratégias alternativas. (LARA, 2011)

Sendo assim, o uso de jogos como proposta pedagógica para promoção do processo de aprendizagem torna-se de suma importância. A seguir apresentamos alguns jogos que podem ser utilizados durante as aulas de divisão a fim de contextualizar e simplificar a temática de forma geral.

Exemplo 1

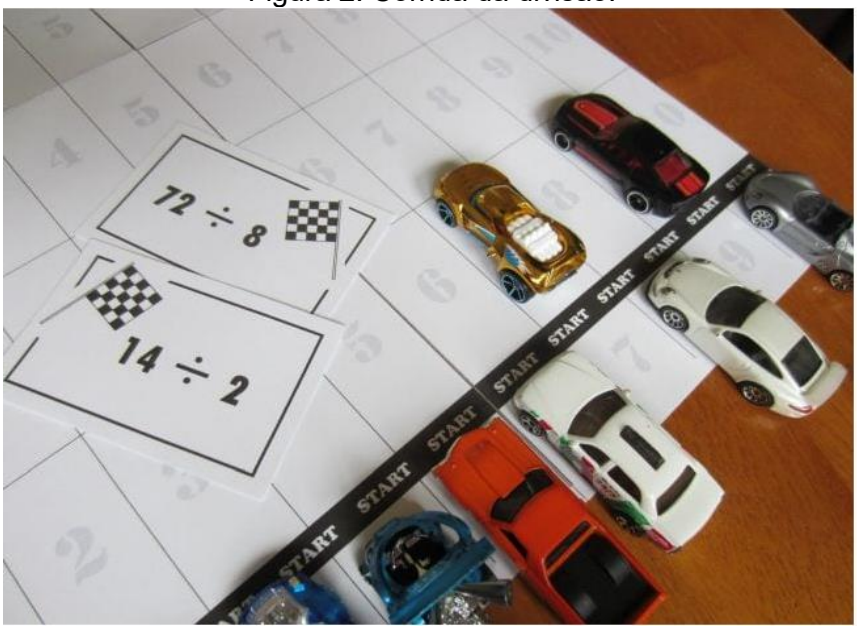
Figura 1: Tabuleiro do Jogo “Avançando com o resto”.

Fonte: Suportegeografico77, 2020.

Um jogo bem divertido que utiliza como material, apenas um dado, tabuleiro (figura 1) e objetos como tampinha de garrafas ou outro como “peões” para indicar os jogadores. O jogo “Avançando com o Resto”, os alunos devem jogar o dado e dividir o número da casa do tabuleiro (dividendo) em que está pelo número obtido no dado (divisor). Se o valor da divisão for uma divisão exata, o resultando em número inteiro o aluno não anda nenhuma casa do jogo. Entretanto, se o valor não for uma divisão exata, o aluno poderá avançar uma casa. Por exemplo, o aluno está na casa número 39 que é a primeira casa do tabuleiro e ao jogar o dado obtém o número 5 ao realizar a divisão o resultado não será uma divisão exata, ou seja 7,8. Logo, o aluno avança uma casa, mas caso o número do dado fosse 3 o aluno não avançaria no jogo porque o resultado seria uma divisão exata, 13. Durante o percurso os alunos devem tomar cuidado para não cair na casa “tchau”, pois ao caírem nesta casa são automaticamente eliminados da partida. Outra regra que deve ser levada em conta é que na jogada onde o jogador que vier atrás, e cair na mesma casa do que estiver na frente, automaticamente o que vier atrás voltará duas casas. Ganha o jogo quem chegar primeiro ao final do tabuleiro.

Exemplo 2

Figura 2: Corrida da divisão.



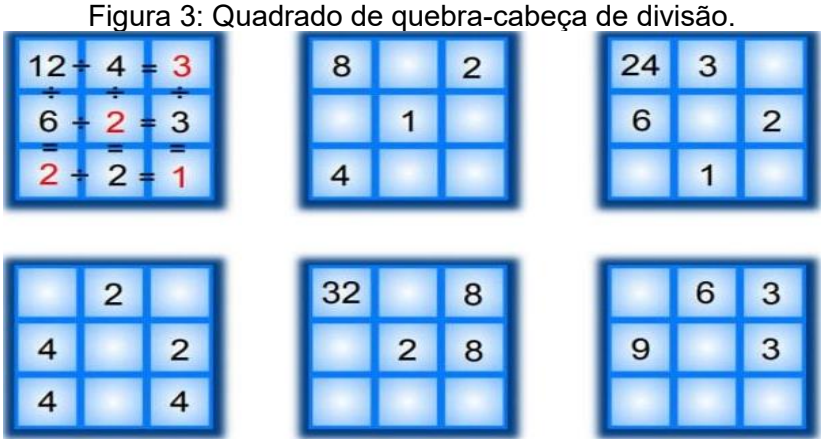
Fonte: www.weareteachers.com/teaching-division-games-activities/

Os materiais para o jogo da corrida da divisão são: dez carrinhos de brinquedo, uma pista quadrada de corrida com números de 1 até 10. Cem problemas de divisão impressa e recortada para colar nos números de 1 a 10.

Para jogar, é necessário 10 jogadores e uma pessoa pra fazer a pergunta, à medida que essa pessoa fizer a pergunta sobre a divisão, e quem responder primeiro avança uma casa. Quem chegar primeiro no final vence a corrida.

Exemplo 3

Figura 3: Quadrado de quebra-cabeça de divisão.



Fonte: www.weareteachers.com/teaching-division-games-activities/

Esses quadrados intrigantes desafiam as crianças a preencher os números corretos enquanto tentam criar um problema de divisão que funcione em todas as direções. Para jogar é necessário 2 pessoas, cada um com um quadrado de quebra cabeça de divisão, determina-se um tempo e quem conseguir preencher primeiro ou uma quantidade maior ganha o jogo.

Jogos eletrônicos

http://www.escolagames.com.br/jogos/mestreDaTabuada/
http://www.escolagames.com.br/jogos/tabuadaDino/

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme as pesquisas realizadas, foi possível concluir que os jogos apresentam inúmeras contribuições para o processo de ensino e de aprendizagem durante as aulas, principalmente as aulas de Matemática. No entanto, é expressamente notória a contribuição da pesquisa bibliográfica, pois tornou possível conhecer uma grande quantidade de jogos lúdicos, a exemplo de materiais que enriquecem o aprendizado do aluno quando aplicado, o que, por sua vez, facilita, consideravelmente, o processo de ensino-aprendizagem da divisão na matemática, proporcionando aos profissionais docentes ferramentas didáticas que melhoram a qualidade do ensino, tornando as aulas mais atrativas, interativas e melhorando o grau de compreensão dos alunos acerca das operações matemáticas, em especial a divisão.

Deve-se considerar, também, os jogos eletrônicos e a tecnologia, os quais apresentam soluções favoráveis para o processo de ensino e aprendizagem, pois quanto mais possibilidades forem usadas para o espaço escolar, teremos mais atenção e participação dos alunos nas aulas.

Portanto, nas aulas teóricas e práticas sobre os conteúdos diversificados da matemática, deve-se utilizar os jogos lúdicos, os quais proporcionam melhor assimilação e aprendizagem pelos alunos. Vale ressaltar que no planejamento da aula, o professor terá maior trabalho, entretanto a construção do conhecimento dos alunos ocorrerá de forma mais significativa, produtiva e desafiadora.

REFERÊNCIAS

ANTUNES, Celso. **Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências**. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 1998.

ARANÃO, Ivana Valéria Denófrio. **A matemática através de brincadeiras e jogos.** Campinas, SP: Papirus, 1996.

BATLLORI, Jorge. **Jogos para treinar o cérebro**. Tradução de Fina Iñiguez. São Paulo: Madras, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; TIMM, Ursula Tatiana. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula.** 2007.

Jogo Avançando com o resto. Disponível em: https://suportegeografico77.blogspot.com/2018/08/jogo-avancando-com-o-resto.html. Acesso em 03 de Agosto de 2020

KISHIMOTO, T. **Jogos infantis: o jogo a criança e a educação.** São Paulo: Vozes, 2007.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** Cortez, São Paulo, 1997.

KISHIMOTO, Tizuko. **O jogo e a educação infantil**. In: KISHIMOTO, T. M. Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. São Paulo: Cortez, 1996.

LARA, I. C. M. **Jogando com a matemática na educação infantil e séries iniciais**. 1 ed. São Paulo. Rêspel. 2011.

LOPES, A. C. **Os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização. Educação e Sociedade.** Campinas, 2002 v. 23, n. 80, p. 11. (Disponível em: http:/ www.scielo.br (pdf). Acesso em: 05 de abril de 2020.

MACEDO, Lino. PETTY, Ana Lúcia S. e PASSOS, Norimar C. **Os jogos e o lúdico na Aprendizagem Escolar.** 2 ed. Porto Alegre. Artmed, 2005.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª série): matemática.** Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF,1997.

NORONHA, Daisy Pires; FERREIRA, Sueli Mara S. P. **Revisões de literatura.** In: CAMPELLO, Bernadete Santos; CONDÓN, Beatriz Valadares; KREMER, Jeannette Marguerite (orgs.). Fontes de informação para pesquisadores e profissionais. Belo Horizonte: UFMG, 2000.

ROSÁRIO, M. I. C **Lúdico no ensino aprendizagem matemática fundamental II**. Vitória da Conquista, 2013.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I.; MILANI, E. **Jogos de matemática do 6° ao 9° ano.** Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed 2007.

SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez e CÂNDIDO, Patrícia. **Brincadeiras infantis nas aulas de Matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

STAREPRAVO, A. R. **Jogando com a matemática: números e operações.** Curitiba: Aymará, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** 4.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

Capítulo 5

EVASÃO ESCOLAR NO ENSINO FUNDAMENTAL DURANTE A PANDEMIA DA COVID-19: UMA PRÁTICA COM MODELAGEM MATEMÁTICA

Ivan Kuelkamp Silveira
Elaine Borges de Oliveira
Vanessa Medeiros

EVASÃO ESCOLAR NO ENSINO FUNDAMENTAL DURANTE A PANDEMIA DA COVID-19: UMA PRÁTICA COM MODELAGEM MATEMÁTICA

Ivan Kuelkamp Silveira
Professor na rede estadual de ensino do Paraná – SEED/PR
Acadêmico da Universidade Estadual do Centro-Oeste - Unicentro
ivansilveira03@outlook.com

Elaine Borges de Oliveira
Acadêmica da Universidade Estadual do Centro-Oeste - Unicentro
elaioli130@gmail.com

Vanessa Medeiros
Professora na rede estadual de ensino do Paraná – SEED/PR
Acadêmica da Universidade Estadual do Centro-Oeste - Unicentro
vanemedeyros@gmail.com

RESUMO
O presente trabalho tem como objetivo expor uma prática com Modelagem Matemática executada no decorrer de uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste (Unicentro). A prática teve como tema a evasão escolar no Ensino Fundamental brasileiro durante a pandemia da Covid-19, onde o foco estava na análise sobre qual foi à diferença das taxas de evasão escolar previstas e a que efetivamente ocorreu. Para realizar essa comparação, foi feita uma previsão baseando-se em dados de anos anteriores e confrontamos ela com a taxa que ocorreu no ano de 2020. Para estruturar essa prática, seguimos as etapas de Modelagem Matemática propostas por Burak, que são: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento de problemas; resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo no contexto do tema; análise crítica das soluções. Com esse trabalho, foi possível constatar que a pandemia da Covid-19 impactou na taxa da evasão escolar no Ensino Fundamental brasileiro, tendo em vista que a diferença entre a previsão e a taxa que realmente ocorreu foi muito grande. Por fim, ressalta-se que o intuito desse trabalho é expor uma prática com Modelagem Matemática visando contribuir para as áreas da educação e ensino de Matemática, e não estudos de como

trabalhar com dados matemáticos para realizar previsões e análises rigorosas.
Palavras-chave: Covid-19. Educação Matemática. Evasão Escolar. Modelagem Matemática.

ABSTRACT
The present work aims to expose a practice with Mathematical Modeling carried out during a subject of the Mathematics Degree course at the State University of the Center-West (Unicentro). The practice's theme was school dropout in Brazilian Elementary School during the Covid-19 pandemic, where the focus was on analyzing the difference between the predicted school dropout rates and the one that actually occurred. To carry out this comparison, a forecast was made based on data from previous years and we compared it with the rate that occurred in 2020. To structure this practice, we followed the Mathematical Modeling steps proposed by Burak, which are: choosing the theme; exploratory research; problem survey; problem solving and content development in the context of the theme; critical analysis of solutions. With this work, it was possible to verify that the Covid-19 pandemic had an impact on the school dropout rate in Brazilian Elementary Education, considering that the difference between the prediction and the rate that actually occurred was very large. Finally, it should be noted that the aim of this work is to expose a practice with Mathematical Modeling aiming to contribute to the areas of education and teaching of Mathematics, and not studies of how to work with mathematical data to carry out rigorous predictions and analyses.
Keywords: Covid-19. Mathematics Education. School Dropout. Mathematical Modeling.

INTRODUÇÃO

A pandemia da Covid-19 trouxe consigo inúmeros problemas e desafios a serem enfrentados, fazendo com que fosse necessário que todos se adaptassem rapidamente e, em específico na área da educação brasileira, optou-se por ter aulas no formato remoto, onde tiveram diversas formas ofertadas, sendo algumas delas: por meio de videoconferências, vídeos gravados, materiais impressos, e até mesmo alguns estados transmitiam aulas pela televisão. Mesmo com esses meios ofertados, não foi possível atingir a todos os alunos de forma satisfatória.

Embora possa haver outros motivos para alguns alunos não estudarem, sabemos que os estudantes devem ter acesso à educação, mesmo estando em um período atípico como o da pandemia, pois se o mesmo for negado a eles, tem-se um claro descumprimento no que está posto no art. 2° da Lei de Diretrizes e Bases (LDB)

> a educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (BRASIL, 1996, p. 1).

Desse modo, vemos que a evasão escolar, ainda mais nesse período pandêmico, é um tema que deve ser abordado e estudado para que se possa ter conhecimento do real acesso à educação dos estudantes brasileiros. Com isso, o nosso relato tem como intuito mostrar como o período da pandemia influenciou na evasão escolar por meio de uma prática com Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática em que analisamos as taxas de evasão escolar dos anos anteriores ao período da pandemia. Para obter uma análise mais precisa e focalizada, optamos por fazer um estudo somente dos dados do Ensino Fundamental.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A prática relatada ocorreu em uma disciplina de Modelagem Matemática na Educação Matemática I, devido a isso, ela necessitava utilizar-se da Modelagem Matemática. No entanto, ainda se faz necessário nos questionarmos o motivo pelo qual a Modelagem é um caminho a ser utilizado para ensinar matemática. Refletindo acerca disso, concordamos que

> a visão de que tipo de “homem” que se pretende formar para enfrentar os desafios do século XXI é uma questão que tem a ver com a forma de se ensinar e com o que se quer com essa a forma de se ensinar. Esta questão provoca e invoca algumas respostas: desejamos um cidadão que desenvolva a autonomia, que seja: crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão. Essas respostas podem ser alcançadas com a adoção de uma metodologia que leve em consideração uma nova perspectiva que contemple um novo modelo de racionalidade, mais amplo capaz de se alinhar com as mudanças que se impõem (BURAK, 2010, p. 17).

Além disso, Barbosa (2003) traz argumentos do motivo de utilizar a Modelagem, sendo eles: “motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática” (BARBOSA, 2003, p. 2).

Para desenvolver essa prática com Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, utilizamos a concepção de Burak sobre o que viria a ser a

Modelagem Matemática, onde ela é entendida como um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões” (BURAK, 1992 *apud* KLUBER; BURAK, 2008). Aderimos a essa visão pois é a que mais se assemelha a nossa compreensão do que vem a ser Modelagem Matemática. Ainda amparados em Kluber e Burak (2008) seguimos as etapas propostas por Burak, sendo elas: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento de problemas; resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo no contexto do tema; análise crítica das soluções. No entanto, cabe ressaltar que essas etapas não são rígidas como as propostas na perspectiva da Modelagem na Matemática Aplicada, pois o *fazer* matemática do matemático aplicado é algo que exige maior rigorosidade e demonstrações mais complexas, por conta que o fim que se deseja na perspectiva aplicada é a obtenção de um modelo para a finalidade de resolver uma problemática real, enquanto na perspectiva da Educação Matemática temos como foco principal o aprendizado.

Por fim, advogamos que não é necessário a construção de um modelo matemático para se estar fazendo Modelagem Matemática, no entanto isso não exclui a possibilidade de fazê-lo, tendo em vista que por meio desse modelo obtido podemos fazer predições e tomar decisões a respeito da problemática abordada, logo esse modelo não é algo somente com um sentido puramente matemático, mas sim algo contextualizado no mundo real e que nos permite ter criticidade para discorrer sobre o que está sendo questionado.

DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento dessa prática foi proposto a nós em uma disciplina do nosso curso de Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Centro-Oeste (Unicentro), sendo essa disciplina nomeada de Modelagem Matemática na Educação Matemática I. Nela foi proposto o desenvolvimento dessa atividade, onde ficamos livres para a escolha do tema, do referencial teórico a ser utilizado e da estruturação da atividade e do relato, fazendo com que tivéssemos papel ativo na construção da atividade, enquanto a professora nos auxiliava nas dúvidas que surgiam no decorrer dela, assumindo um papel de mediadora e fazendo com que o decorrer desse processo ocorresse de forma ativa e crítica, fugindo da forma tradicional, onde o

professor é tido como o detentor do conhecimento e os alunos vistos como passíveis no processo de ensino e aprendizagem.

Como citado no decorrer da introdução, escolhemos discutir a respeito da evasão escolar no Ensino Fundamental brasileiro. Essa escolha surgiu devido ser um tema muito discutido atualmente, em razão dos impactos causados pela pandemia da Covid-19 e até mesmo por notarmos a evasão escolar em todos os níveis de ensino, no entanto optamos somente por analisar o Ensino Fundamental

Na etapa da pesquisa exploratória, conseguimos no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) os dados da evasão escolar no Ensino Fundamental dos anos de 2007 a 2018 após isso organizamos os dados conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Evasão escolar no Ensino Fundamental brasileiro

Ano	**Taxa de evasão escolar no Ensino Fundamental brasileiro**
2007	5%
2008	4,1%
2009	3,9 %
2010	3,6%
2011	3,3%
2012	3,2%
2013	3%
2014	3,1%
2015	2,7%
2016	2,5%
2017	2,5%
2018	2,6%

Fonte: Adaptado de INEP (2020).

Além destes dados, no site *Projeto Colabora*[16] é exposto um dado retirado da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad), onde a taxa de evasão escolar do Ensino Fundamental do ano de 2020 foi de 4,6%.

[16] https://projetocolabora.com.br/ods4/pandemia-de-abandono-e-evasao-escolar/?amp=1

Na etapa do levantamento dos problemas, tivemos uma pergunta central: *qual seria a taxa de evasão caso não houvesse esse período atípico da pandemia, e qual seria a diferença entre uma previsão feita, baseada nos dados coletados, e a taxa que realmente ocorreu?* Para que fosse possível respondê-la, a dividimos em mais partes, formando as seguintes perguntas:

a) Qual função modela os dados encontrados do ano de 2007 a 2018?
b) Seguindo essa função obtida, qual a porcentagem prevista para o ano de 2020?
c) Qual foi a diferença entre a taxa prevista e a taxa que ocorreu?

Partindo das questões levantadas, fomos para a resolução delas. Para encontrar uma função que modelasse os dados encontrados - no caso os da Tabela 1 - optamos primeiro por apresenta-los em uma nova forma, pois como nosso intuito é usar uma função para representa-los o uso do número do ano gerará funções maiores, e consequentemente, mais difíceis de manipular, por conta disso construímos a Tabela 2.

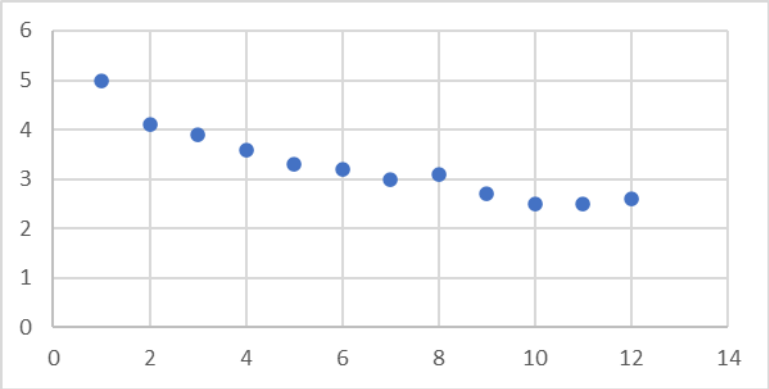
Tabela 2 – Evasão escolar no Ensino Fundamental brasileiro

Ano	**n**	**Taxa de evasão escolar no Ensino Fundamental brasileiro**
2007	1	5%
2008	2	4,1%
2009	3	3,9 %
2010	4	3,6%
2011	5	3,3%
2012	6	3,2%
2013	7	3%
2014	8	3,1%
2015	9	2,7%
2016	10	2,5%
2017	11	2,5%
2018	12	2,6%

Fonte: Adaptado de INEP (2020).

Após isso, construímos um gráfico utilizando o software Excel, mas nesse primeiro momento apenas plotamos os pontos.

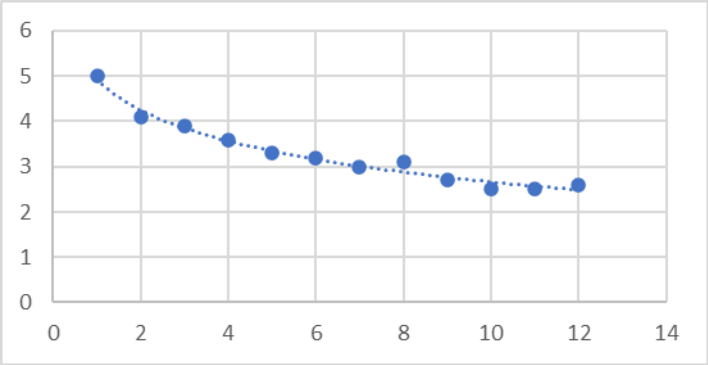
Figura 1 – Evasão escolar no Ensino Fundamental de 2007 a 2018



Fonte: os autores (2022).

Analisando o gráfico que foi formado, buscamos traçar uma linha de tendência, de forma que encontrássemos a que melhor se encaixasse nesse caso. Vimos que esses pontos não aparentam formar função exponencial, função linear e nem função potência. Desse modo, constatamos que esse conjunto de pontos se adaptava melhor com uma função polinomial ou função logarítmica. No entanto, analisando criticamente esses dados, notamos uma tendência de queda nas taxas, e mesmo que as funções polinomiais apresentassem um coeficiente de determinação (R^2) alto, coeficiente esse que mostra o quanto os dados estão próximos da linha de tendência, os polinômios não seguiriam essa tendência de queda. Já por meio da função logarítmica, embora tenha dado um R^2 um pouco inferior, a função irá seguir a tendência desses dados, e por meio dela conseguimos responder os nossos questionamentos. Devido a isso, construímos outro gráfico, sendo esse exibido na Figura 2.

Figura 2 - Obtenção da função



Fonte: os autores (2022).

Com isso obtemos a função logarítmica f(x) = -0,987ln(x)+4,9352 com o R^2 igual a 0,9791, sendo este um valor razoavelmente bom, tendo em vista que quanto mais próximo de 1, melhor é a aproximação. Com esse modelo foi possível prever uma taxa para 2020, onde calculando f (14) chegamos a uma taxa de aproximadamente 2,33%. Comparando com a taxa encontrada em nossa pesquisa (4,6%), notamos uma diferença de 2,27%. Fazendo a comparação de outra forma destas taxas, também foi possível notar que a taxa que realmente ocorreu é, aproximadamente, 97,424% maior do que o esperado pelo modelo.

Por fim, fizemos a análise das respostas obtidas para as questões levantadas e vimos que houve um aumento significativo no período da pandemia, sendo este quase o dobro da taxa obtida por meio do modelo. Esse aumento deve-se, em grande parte, devido à falta de acessibilidade dos alunos em relação as tecnologias, pois as mesmas foram essenciais para que fosse possível que ocorresse as aulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio desta atividade relatada, foi possível constatarmos de que forma a pandemia da Covid-19 impactou na taxa da evasão escolar no Ensino Fundamental brasileiro. Notamos também que a Modelagem Matemática é um caminho que pode ser muito bem utilizado em sala de aula, tendo em vista que ao desenvolvermos essa atividade tivemos total autonomia em nossas escolhas e fomos ativos no decorrer de todo o processo.

Além disso, voltando-se para o contexto em que fizemos essa atividade, ou seja, no decorrer de uma disciplina de Modelagem Matemática na Educação Matemática I, foi possível atrelarmos a teoria aprendida ao longo dela com a prática, fazendo assim enriquecer nosso processo de aprendizagem.

Por fim, após concluirmos essa atividade surgiu a ideia de trabalhar com um outro tema interessante que se relaciona a evasão escolar, que seria sobre a acessibilidade dos alunos em relação as tecnologias no período pandêmico, tema esse que também foi pontuado por nós como o principal motivo do aumento da evasão. Embora não o desenvolvemos, acreditamos ser válido realizar uma análise sobre esse tema, tendo em vista que se relaciona diretamente com o tema da evasão escolar e poderia enriquecer mais ainda essa atividade.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, v. 27, n. 98, p. 65-74, 2003.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. **Taxas de Transição**. 21 out 2020. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/acesso-a-informacao/dados-abertos/indicadores-educacionais/taxas-de-transicao Acesso em: 29 mar 2022.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 10, n. 1, 2008.

LENCASTRE, Carla. **'Pandemia' de abandono e evasão escolar**. 1 abr 2021. Disponível em: https://projetocolabora.com.br/ods4/pandemia-de-abandono-e-evasao-escolar/?amp=1 Acesso em: 29 mar 2022.

Capítulo 6

LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA A: A PRODUÇÃO DE JOGOS NO POLO DE HULHA NEGRA DO CLMD

Thaís Philipsen Grützmann

LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA A: A PRODUÇÃO DE JOGOS NO POLO DE HULHA NEGRA DO CLMD

Thaís Philipsen Grützmann

Professora Associada I na Universidade Federal de Pelotas, Doutora em Educação, Mestre em Educação em Ciências e Matemática, Especialista em Matemática e Linguagem, em Educação com ênfase em Educação de Surdos e em Serviço de Atendimento Educacional Especializado, Licenciada em Matemática, thaisclmd2@gmail.com.

RESUMO

Este capítulo tem como objetivo relatar sobre a produção de jogos matemáticos vinculados ao Eixo Temático Números, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), pelos acadêmicos da Licenciatura em Matemática a Distância (CLMD). O curso, iniciado em 2006, pertence à Universidade Federal de Pelotas (UFPel), no qual a autora atua desde sua criação. A disciplina aqui mencionada é o Laboratório de Educação Matemática A (Lema A), oferecida no primeiro semestre letivo de 2021. Neste texto serão considerados os jogos produzidos pelos acadêmicos do polo de Hulha Negra, num total de 13 alunos com 10 jogos (uma dupla, um trio e oito individualmente). Os jogos foram produzidos a partir da seleção dos acadêmicos de uma das habilidades da BNCC, referente ao Eixo Temático Números, do 6º ao 9º ano. Das habilidades escolhidas, tem-se: EF06MA03 (uma vez), EF06MA06 (uma vez), EF06MA07 e EF06MA08 (uma vez, no mesmo jogo), EF06MA09 (uma vez) e EF06MA11 (uma vez), totalizando cinco jogos para o 6º ano; EF07MA04 (três vezes, sendo uma combinada com a EF07MA03), totalizando três jogos para o 7º ano; EF08MA02 (uma vez), sendo somente um jogo no 8º ano e, EF09MA01 e EF09MA02 (uma vez, juntas no mesmo jogo), sendo um jogo no 9º ano. Foram produzidos cinco jogos de tabuleiro, três dominós e apenas uma trilha e um jogo de repartir.

Palavras-chave: Jogos matemáticos. Educação a Distância. UAB. Laboratório de Ensino de Matemática. Ensino Superior.

ABSTRACT

This chapter aims to report on the production of mathematical games linked to the Numbers Thematic Axis, of the National Common Curricular Base (BNCC), by students of the Degree in Distance Mathematics (CLMD). The course, started in 2006, belongs to the Federal University of Pelotas (UFPel), where the author has worked since its creation. The subject mentioned here is the Mathematics

Education Laboratory A (Lema A), offered in the first academic semester of 2021. This text will consider the games produced by academics from the Hulha Negra center, in a total of 13 students with 10 games (a pair, a trio and eight individually). The games were produced based on the selection of academics from one of the BNCC skills, referring to the Thematic Axis Numbers, from the 6th to the 9th year. Of the skills chosen, there are: EF06MA03 (once), EF06MA06 (once), EF06MA07 and EF06MA08 (once, in the same game), EF06MA09 (once) and EF06MA11 (once), totaling five games for the 6th year; EF07MA04 (three times, once combined with EF07MA03), totaling three games for the 7th year; EF08MA02 (once), being only a game in the 8th year, and EF09MA01 and EF09MA02 (once, together in the same game), being a game in the 9th year. Five board games, three dominoes and only one track and one sharing game were produced.
Keywords: Mathematical games. Distance Education. UAB. Mathematics Teaching Laboratory. University education.

INTRODUÇÃO

A Educação a Distância (EaD) não é mais uma discussão nova no cenário educacional, e a partir da ampliação das tecnologias, ganhou espaço nas instituições de ensino, tanto públicas como privadas. Neste texto o objetivo principal é relatar sobre a produção de jogos matemáticos sobre conteúdos do Eixo Temático Números, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), produzidos pelos acadêmicos da Licenciatura em Matemática a Distância (CLMD). Esta produção apresenta os resultados da disciplina de Laboratório de Educação Matemática A (Lema A), em relação a uma das avaliações do semestre. O Curso de Licenciatura em Matemática a Distância (CLMD) é do Instituto de Física e Matemática (IFM), da Universidade Federal de Pelotas (UFPel), localizado em Pelotas, Rio Grande do Sul (RS).

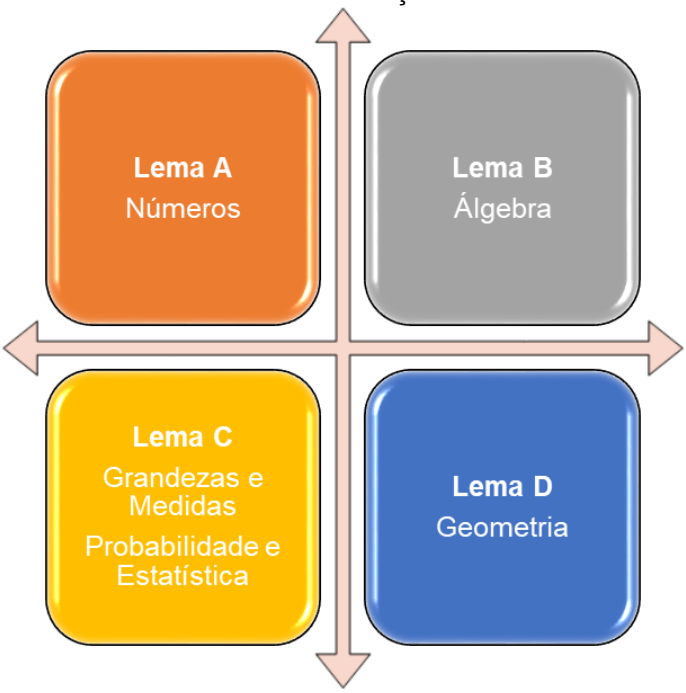
Em 2006 o CLMD iniciou suas atividades nos polos de Canguçu, Jaguarão e Turuçu (cidades do RS) pelo Projeto Pró-Licenciatura Fase I, com 120 alunos distribuídos em três turmas. Em 2008 aderiu ao Programa Universidade Aberta do Brasil (UAB), a partir de seu edital de lançamento, e neste período já foram ofertados oito ingressos pela UAB. No total o CLMD já ofertou 74 turmas distribuídas em 41 polos, sendo um em Santa Catarina, um no Paraná e os demais no Rio Grande do Sul.

Cabe destacar que a autora atua no CLMD desde sua criação, em 2006, ou seja, tem ampla bagagem na área da EaD, já tendo exercido diferentes funções no curso, começando como tutora presencial e, logo em seguida trocando para tutora à distância. Depois, foi Professora Conteudista, passou pela Coordenação de Tutoria e pela Coordenação do Curso, e hoje atua como Professora Pesquisadora. São 18 anos vinculada a questões pedagógicas na EaD.

Neste texto iremos trabalhar com a sétima oferta da UAB, denominada pelo grupo de UAB7, que teve início no primeiro semestre de 2021, atendendo os polos de Cruz Alta, Hulha Negra, Jacuizinho, Jaguarão, Panambi e São Francisco de Paula, num total de seis turmas.

Lema A, disciplina aqui escolhida, compõe um grupo de quatro disciplinas de laboratório, os Lemas A, B, C e D. Estes são atualmente organizados a partir dos Eixos Temáticos da Base Nacional Comum Curricular, a BNCC (BRASIL, 2018), conforme mostra a Figura 1.

Figura 1 – Laboratórios de Educação Matemática do CLMD



Fonte: A pesquisadora (2023).

Assim, Lema A aborda o eixo “Números”, Lema B o eixo “Álgebra”, Lema C os eixos “Grandezas e Medidas” e “Probabilidade e Estatística” e Lema D o eixo “Geometria”. Destaca-se que Lema C abarca dois eixos pois são os menores, assim o curso optou por mantê-los juntos na mesma disciplina.

Ao iniciar as turmas da oferta UAB 7, em 2021/1, no primeiro semestre os alunos têm no total cinco disciplinas, sendo uma delas Lema A, cuja ementa é

> Laboratório de Educação Matemática. Laboratório de Matemática. Metodologia para o ensino e aprendizagem da Construção do Número. Operações Elementares. Conjuntos Numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais. Teoria dos Campos Conceituais, estruturas aditivas e multiplicativas. (UFPEL, 2020, p. 121).

Considerando a ementa a ser desenvolvida durante o semestre, um dos recursos pedagógicos explorados com os acadêmicos é a utilização de jogos para o ensino da Matemática. Falar sobre o uso de jogos no ensino não é um assunto novo, visto que várias pesquisas vêm sendo desenvolvidas nessa área, como os trabalhos de Rodrigues et al. (2014), Carmo e Marco (2018), Oliveira (2010), Grando (2004), Smole, Diniz e Cândido (2007) e Smole, Diniz e Milani (2007). Porém, ainda é uma temática que precisa ser mais discutida nos cursos de formação inicial de professores, para que os acadêmicos de fato compreendam sua importância e percebam a contribuição nos processos de ensino e aprendizagem. Sobre esse assunto iremos conversar na próxima tópico.

ENSINANDO MATEMÁTICA COM JOGOS

O uso do jogo em sala de aula não é uma novidade, porém ainda é pouco explorada de forma geral, tanto nas escolas, como nas universidades. Rodrigues et al. (2014, p. 9) afirmam que “A Educação Matemática em sala de aula deveria ser criativa e envolver significativamente os estudantes na busca por soluções para problemas ou desafios, por meio de ideias e procedimentos contidos nos mais variados conteúdos matemáticos”. E porque não fazer isso por meio do ato de jogar?

Então, porque discutir o uso de jogos no curso de formação inicial? Por que a cada novo ano letivo os alunos mudam, e o professor pode ir aproveitando as ideias e aperfeiçoando a sua prática, porém, é preciso que tenha vivenciado momentos assim em sua formação. Assim, mesmo o jogo sendo tão antigo, tem o ar de novidade em sala de aula, e sempre terá seu espaço como proposta pedagógica.

Quando se fala em jogo são muitos elementos que o cercam, pois, jogar é “coisa séria”. Rodrigues et al. (2014, p. 7) dizem que “[...] jogar e brincar (imaginar, distrair-se) são atividades muito sérias e necessárias ao pleno desenvolvimento social, cultural e emocional de crianças, jovens e adultos”.

Assim, é importante que o professor tenha um planejamento sobre a aula com jogos, além de ter jogado várias vezes antes, de forma a auxiliar os seus alunos durante a aula.

> O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, que estão estreitamente relacionadas ao chamado raciocínio lógico (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2007, p. 11).

Nas aulas de Lema A os acadêmicos fazem leituras sobre como usar o jogo em sala de aula de forma pedagógica, vinculando-o à Matemática, com objetivos definidos, não sendo um passatempo. “O jogo pode proporcionar resultados positivos quando trabalhado de maneira adequada e com objetivos estabelecidos pelo proponente da ação” (CARMO; MARCO, 2018, p. 17).

Durante o semestre é discutido sobre o planejamento do jogo, considerando a forma de jogar, suas regras e tempo necessário, o material para a produção do jogo, a organização da sala de aula, as adaptações necessárias pensando nos diferentes tipos de alunos que podem estar em sala de aula e suas diferentes formas de aprender.

Por fim, é discutido que para o jogo apresentar de fato resultados satisfatórios, o mesmo deve ser jogado em mais de um momento, para que os alunos possam entender sua estrutura e criar estratégias de ação, além de aprofundar o conhecimento matemático ali envolvido.

Na continuidade do texto é apresentada a metodologia proposta aos acadêmicos para a produção de seu jogo e as etapas a serem consideradas.

METODOLOGIA

A atividade desenvolvida pelos acadêmicos do CLMD fazia parte da Avaliação 2 da disciplina de Lema A. Esta poderia ser realizada de maneira individual, em duplas ou em trios, somente com colegas de seu polo. Optou-se pela possibilidade de ser individual visto ser o primeiro semestre e os alunos ainda estarem conhecendo os colegas.

A Tabela 1 mostra um panorama geral, com os seis polos, o total de alunos matriculados em Lema A e o total de alunos que fizeram a atividade.

Tabela 1 – Polos e alunos do CLMD em Lema A, oferta UAB 7

POLOS	Matriculados	Fizeram a atividade
Cruz Alta	36	14
Hulha Negra	33	13
Jacuizinho	19	7
Jaguarão	35	15
Panambi	27	10
São Francisco de Paula	34	18
TOTAL	**184**	**76**

Fonte: A pesquisadora (2023)

Os dados da Tabela 1 mostram que houve evasão na disciplina de Lema A, representando 58,7% do total de alunos matriculados. Em relação a isso, deve-se levar em consideração que a mesma foi oferecida no primeiro semestre do curso, no qual sabe-se que muitos alunos efetivam a matrícula, porém não chegam a começa-lo de fato.

A Avaliação 2 de Lema A foi dividida em duas etapas, complementares, sendo: ETAPA 1 - Confecção de um jogo com roteiro, fotos, descrição de no mínimo uma possibilidade de exploração e dos possíveis registros que podem ser solicitados aos alunos e ETAPA 2 - Gravação de um vídeo explicando o jogo.

Na ETAPA 1 cada aluno, dupla ou trio deveria criar ou adaptar um jogo que envolvesse um conceito da Unidade Temática “Números”, do 6º ao 9º ano, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018). Era necessário confeccionar um exemplar do jogo e descrever o seu roteiro, de forma que qualquer pessoa possa ler este roteiro e entender como o jogo funciona. Era indispensável inserir imagens dos materiais usados para confeccionar o jogo, do processo de construção e do jogo pronto. Ainda, era obrigatório apresentar todas as questões do jogo e suas respostas.

Era necessário, também, descrever, no mínimo, uma possibilidade de explorar o jogo com os alunos, considerando que foi pensado como um recurso para ensinar Matemática. E, ainda, quais os registros poderiam ser realizados pelos alunos em relação ao jogo (por exemplo, quadro com pontuações, textos, desenhos, etc.).

Considerando a importância de, desde o início da graduação conscientizar os alunos sobre o plágio, eles deveriam indicar a referência usada. Caso tivessem criado/inventado o jogo, deveriam indicar sua própria autoria. Havia o modelo de roteiro que deveria ser utilizado nesta etapa no ambiente da disciplina.

Na ETAPA 2 os alunos precisavam produzir um vídeo. Na abertura deste vídeo era preciso identificar a universidade, o curso, seu polo, a disciplina de Lema A, o

semestre e o nome dos alunos. O vídeo deveria ter duração entre 3 e 5 minutos. Neste era preciso apresentar o jogo construído (não precisavam explicar o passo a passo da construção, pois isto estava no roteiro); explicar como jogar (quais são as regras); e mostrar, no mínimo, um exemplo de jogada. Neste momento a inserção da legenda foi opcional, porém indicou-se a edição da legenda automática gerada pelo YouTube, local onde o vídeo deveria ser postado, de forma “não listada”. No roteiro deveriam encaminhar somente o link do mesmo.

Devido a limitação de espaço iremos descrever e analisar a produção dos acadêmicos do polo de Hulha Negra. Do total de 13 alunos que enviaram a Avaliação 2, tivemos oito trabalhos individuais, uma dupla e um trio. O resultado da produção dos jogos está na seção seguinte.

DESCREVENDO E ANALISANDO OS JOGOS PRODUZIDOS EM HULHA NEGRA

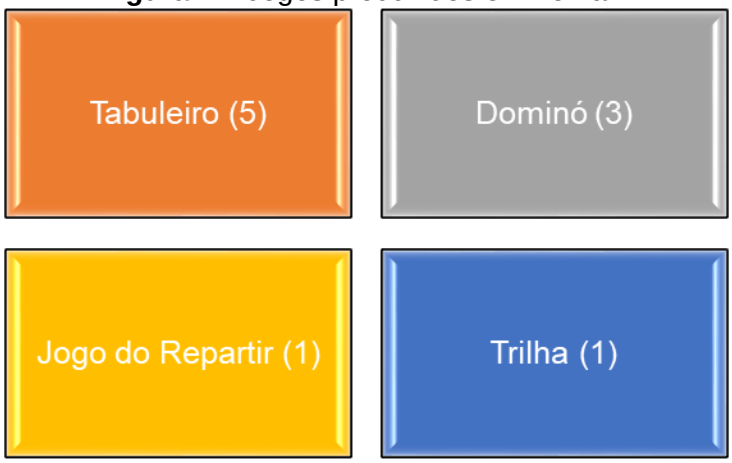
Visando a liberdade de escolha e considerando que eram acadêmicos do primeiro semestre, eles podiam optar por uma das habilidades do Eixo Números da BNCC, do 6º ao 9º ano. Foram no total 10 jogos, sendo oito individuais, uma dupla e um trio.

Os acadêmicos escolheram as seguintes habilidades: EF06MA03 (uma vez), EF06MA06 (uma vez), EF06MA07 e EF06MA08 (uma vez, no mesmo jogo), EF06MA09 (uma vez) e EF06MA11 (uma vez), totalizando cinco jogos para o 6º ano; EF07MA04 (três vezes, sendo uma combinada com a EF07MA03), totalizando três jogos para o 7º ano; EF08MA02 (uma vez), sendo somente um jogo no 8º ano e, EF09MA01 e EF09MA02 (uma vez, juntas no mesmo jogo), sendo um jogo no 9º ano.

Além da liberdade de escolha da habilidade, os acadêmicos tinham opção de escolher por qualquer tipo de jogo: baralhos, tabuleiro, trilhas, memória, bingo, enfim, existe uma considerável variedade de opções. Além disso, não precisava ser um jogo original, pois um dos principais objetivos da professora com a atividade era a produção de um material com roteiro organizado, fazendo com que os acadêmicos tivessem que planejar e executar a produção do jogo.

A Figura 2 apresenta o resultado das produções, sendo que foram cinco jogos de tabuleiro, três dominós e apenas uma trilha e um jogo de repartir.

Figura 2 – Jogos produzidos em Lema A



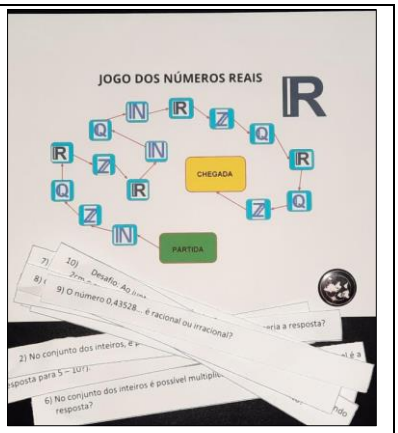
Fonte: A pesquisadora (2023).

De forma resumida iremos apresentar cada um dos jogos. Em relação aos tabuleiros, há uma diversidade na apresentação e formas de jogar. A Figura 3 apresenta uma imagem de cada um dos tabuleiros.

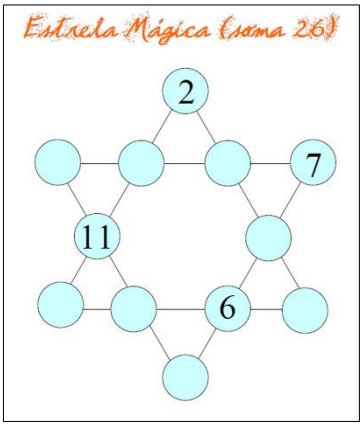
Figura 3 – Tabuleiros

Tabuleiro 1

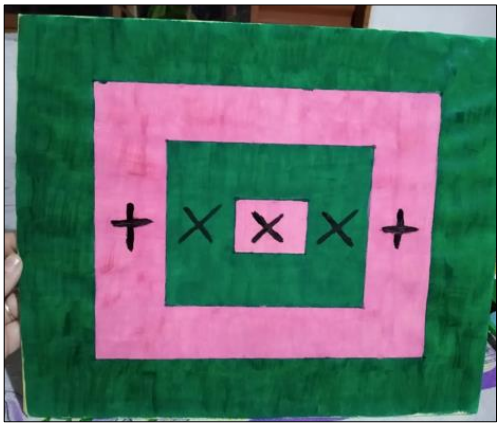
Tabuleiro 2



Tabuleiro 3



Tabuleiro 4



Tabuleiro 5

Fonte: A pesquisadora (2023).

O jogo do tabuleiro 1 intitula-se "*Damas de Sinais*" e explora a habilidade EF07MA04, sobre números inteiros. A confecção do mesmo foi a partir de materiais recicláveis. Este jogo consiste em um tabuleiro 6 x 6, e peças numeradas de +16 até -16. Essas peças são dispostas no tabuleiro de forma aleatória e, ao começar a partida o primeiro a jogar retira uma peça. O próximo a jogar só pode retirar da linha ou coluna em que estava localizada a peça que o jogador anterior retirou, e assim sucessivamente até o final, quando acabarem as peças ou não for mais possível retirá-las. O total de pontos de cada jogador é a soma dos números retirados do tabuleiro, e vencerá o jogo quem tiver mais pontos.

O segundo tabuleiro é do jogo "*ASMD*", que significa "Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão", o qual explorou as quatro operações a partir da habilidade EF06M09. Cada aluno tem a sua própria coluna no tabuleiro, e só pode avançar se a combinação dos valores dos três dados e as operações escolhidas, resultarem no próximo valor a ser "conquistado". Exemplo de uma jogada inicial: um aluno tira os números 4, 5 e 1 nos dados. O aluno pode fazer as operações: 5-4=1 e 1x1=1, ou seja, conquistou a casa de número 1. Na próxima rodada esse jogador precisa conquistar o 2 e assim até chegar ao 10. Se na sua vez o jogador não conseguir, passa para o próximo. Quem chegar no 10 primeiro é o vencedor.

O tabuleiro 3 é o "*Jogo dos Números Reais*", pensado para o 9º ano a partir das habilidades EF09MA01 e EF09MA02, relacionado ao conteúdo de Notação Científica. A cada rodada o jogador deve pegar a primeira carta do monte para responder, sendo os próprios colegas os juízes, validando o resultado ou não. Se acertar, avança uma casa do tabuleiro. Porém, se a resposta possuir o mesmo conjunto numérico que o jogador que tirou tal carta estiver parado no tabuleiro e a pergunta for respondida corretamente, o jogador anda duas casas. Ganha o jogo quem chegar à casa chegada.

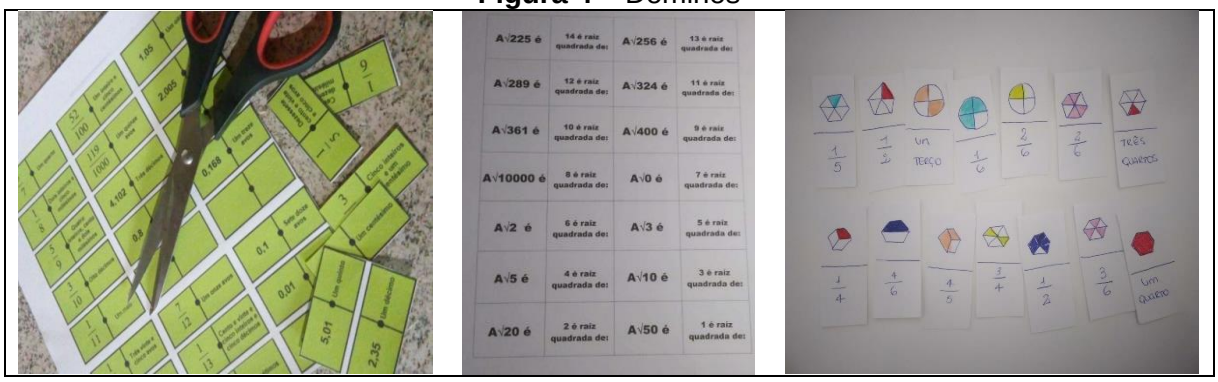
O tabuleiro 4 refere-se ao jogo "*Estrela Mágica (soma 26)*", pensado para o 6º ano com a habilidade EF06MA11, referente aos números racionais. A turma é dividida em pequenos grupos de quatro ou cinco alunos. Cada grupo receberá um tabuleiro e cartões de operações com números racionais. O objetivo é que os alunos resolvam as equações propostas nos cartões, e completem a estrela, de modo que a soma em cada linha seja 26. Um exemplo de questão: 9/3+4/8+3,25+__=9,2.

O quinto e último tabuleiro é do jogo "*Quem tem mais?*", o qual explora a habilidade EF07MA04, a partir dos números inteiros. No tabuleiro o verde representa

os números positivos e o rosa os negativos. Cada jogador pega 12 marcadores e joga sobre o tabuleiro, um por vez, os quais cairão sobre as áreas demarcadas. O jogador fará a contagem e anotará sua pontuação em uma expressão numérica, a qual deve ser organizada de fora para dentro, ou seja, primeiro contam-se os pontos da área maior positiva (1ª), depois da área menor negativa (2º), multiplicação por um número positivo (3ª) e multiplicação por número negativo (4ª), ou seja, (1ª) + (2ª) x (3ª) x (4ª). Em seguida, deve resolvê-la e anotar na ficha de registro o total de pontos. Vence o jogador que tiver mais pontos ao final de cinco rodadas.

Os dominós foram apresentados com a forma de jogar clássica, porém o encontro das imagens não era com figuras iguais, mas sim com representações diferentes de um mesmo valor. A Figura 4 apresenta a imagem dos três dominós, na respectiva ordem: *Dominó das Frações, Dominó da Radiciação* e *Dominó das Frações*.

Figura 4 – Dominós



Fonte: A pesquisadora (2023).

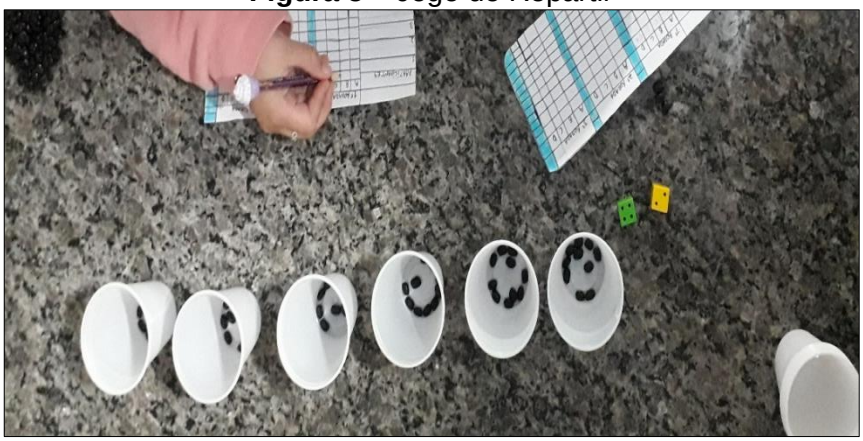
Cabe destacar que, apesar de termos dois dominós sobre frações, os mesmos têm propostas diferentes de representação. O primeiro mostra a fração ou um número decimal, o qual “combina” com a sua leitura. Já o outro dominó de frações apresenta a fração e a sua representação na forma visual.

Agora, considerando os outros dois jogos, vamos apresentar uma imagem dos mesmos e uma breve descrição de seus objetivos, de forma similar aos tabuleiros, para que leitor possa entender as propostas apresentadas.

A Figura 5 apresenta o “Jogo do Repartir”, que aborda as operações básicas com a habilidade EF06MA03. Cada jogador pega um punhado de grãos de feijão, sem contá-los. Um estudante do grupo joga o dado. O número que sair determina o número de copinhos que cada estudante deve tomar, nos quais deve repartir os feijões de seu

punhado, respeitando as duas regras: i) os copinhos devem receber o mesmo número de grãos e, ii) os copinhos devem receber o maior número possível de grãos. É vencedor aquele que fica com o maior resto, após esta repartição. O jogo deve ser repetido diversas vezes, devendo, então, comparar a soma dos restos de cada um para decidir quem ganhou ao final.

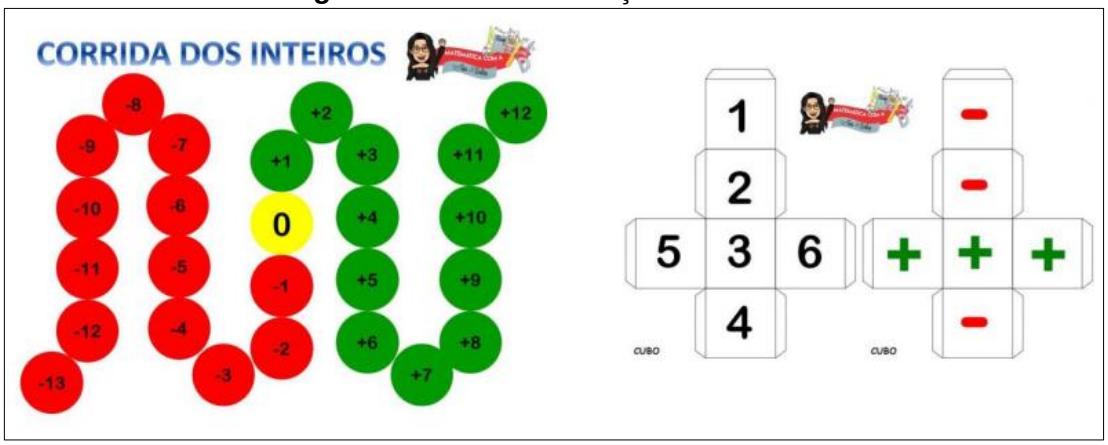
Figura 5 – Jogo do Repartir



Fonte: A pesquisadora (2023).

O último jogo é uma trilha denominada “Corrida da adição dos inteiros”, que explorou a habilidade EF07MA03 e EF07MA04, com o conteúdo de números inteiros. A Figura 6 apresenta a trilha e os dados que foram confeccionados.

Figura 6 – Corrida da adição dos inteiros



Fonte: A pesquisadora (2023).

Neste jogo todos os jogadores iniciam do zero. Devem lançar os dois dados de uma vez, sendo que um indica o número (quantidade) e o outro indica se ele é positivo ou negativo. Logo após o aluno realiza a operação de adição entre os dois números,

considerando onde está na trilha e o valor do dado com o respectivo sinal. O resultado dessa operação será a quantidade de casas que o jogador irá andar no tabuleiro, lembrando que negativo anda para a esquerda e positivo, para a direita. Todos os cálculos são registrados no caderno. Vence o aluno que chegar em uma das extremidades primeiro.

Cabe destacar que, não havendo a necessidade de um jogo original, de criação própria, muitos optaram em produzir os jogos clássicos, como tabuleiros e dominós. Talvez esses jogos sejam os que tenham vivenciado em sua infância ou até mesmo na escola, ou, então, perceberam ser de fácil adaptação para fins pedagógicos. Alguns alunos utilizaram o computador para auxílio na construção, porém outros optaram pela produção manual do jogo.

Outro ponto a destacar é a qualidade da produção dos jogos. Durante a disciplina foi mencionado aos acadêmicos que a produção de um material de boa qualidade é fundamental e, o que eles mostraram foi bem produzido, sendo com auxílio da tecnologia ou feito à mão.

Uma das ideias da disciplina é produzir bons jogos, com qualidade e aproveitando materiais e recursos que tenham em casa, que possam ser reciclados e/ou reaproveitados, evitando gastos elevados ao professor. Se possível, ver se a escola tem disponibilidade de algum material que será necessário para a produção.

O vídeo da Etapa 2 foi solicitado em função de ser um curso a distância, com várias turmas/polos acontecendo ao mesmo tempo e a dificuldade de acompanhar presencialmente um seminário com a apresentação do material e uma aula de jogos. Assim, no vídeo, os acadêmicos apresentam o jogo que produziram e como utilizariam o mesmo em sala de aula. A ideia é que o vídeo fosse um “substituto” do seminário, conseguindo acompanhar a explicação dos acadêmicos de forma oral e visual.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso de jogos no ensino da Matemática, se planejado e executado de forma a contribuir com a aula, tem possibilidade de gerar resultados significativos, tanto para o aprendizado dos alunos, por meio da compreensão dos conceitos, quanto pelo trabalho em grupo, como para a avaliação do professor, que consegue ver além de uma simples avaliação escrita, como a prova.

Entendemos que os acadêmicos da Licenciatura em Matemática precisam, além de vivenciar o uso de jogos com fins pedagógicos durante sua formação inicial, também planejá-los, descrevê-los e produzi-los, a fim de mensurar o tamanho do trabalho docente quando propõem aulas lúdicas, bem como pensar as suas possibilidades de uso.

Esse texto é um relato de uma vivência, com o resultado de um dos polos do CMLD. Apresenta possibilidades, algumas possibilidades, mostrando a relevância de os acadêmicos, desde o primeiro semestre de sua formação inicial, estarem envolvidos com o planejamento pedagógico, refletindo sobre o que é ser professor e como pretendem planejar suas aulas de forma mais dinâmicas e lúdicas para o ensino da Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 12/10/2023.

CARMO, V. M.; MARCO, F. F. **Ensinando matemática com jogos**: possibilidades e propostas. 1. ed. Curitiba: Appris Editora, 2018.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

OLIVEIRA, Vera Barros de. **Jogos de regras e a resolução de problemas**. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

RODRIGUES, Carolina Innocente; FERRAREZI, Luciana Aparecida; ARAIUM, Raquel; BARBOSA, Ruy Madsen. **Aprendo com jogos**: conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Jogos de matemática de 1º a 5º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Jogos de matemática de 6º a 9º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

UFPEL. **PROJETO PEDAGÓGICO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA**. Universidade Federal de Pelotas, Pelotas/RS, 2020.

Capítulo 7

NÚMEROS TETRAÉDRICOS, EM UM PROCESSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UMA RELEITURA DE SIGNIFICADOS PRODUZIDOS A PARTIR DE ALGUMAS ETAPAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Rodolfo Chaves
Rafael Vítor Zuchi
Vinicius Marlon de Freitas

NÚMEROS TETRAÉDRICOS, EM UM PROCESSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UMA RELEITURA DE SIGNIFICADOS PRODUZIDOS A PARTIR DE ALGUMAS ETAPAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Rodolfo Chaves[17]

Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes

rodolfochaves20@gmail.com

Rafael Vítor Zuchi[18]

Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes

vitor.zuchi@gmail.com

Vinicius Marlon de Freitas[19]

Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes

vinicius.marlon010901@gmail.com

RESUMO

A presente comunicação cientifica se constitui como uma (re)leitura de uma análise da produção de significados em Práticas Educativa Investigativas, a partir de uma perspectiva de procedimentos de Modelagem Matemática, com licenciandos de 7º período, de um curso de formação inicial de professores, em uma instituição pública. O objetivo é efetuar uma releitura de significados produzidos na obtenção de modelos matemáticos, a partir de um tema gerador de origem com base na História da Matemática, para generalização dos respectivos termos gerais de sequências numéricas envolvendo números tetraédricos e caracterizar tais práticas como um possível procedimento de Modelagem Matemática. O lastro epistemológico adotado à análise e produção de dados foi o de princípios do Modelo dos Campos Semânticos e a metodologia usada foi a de produção se significados e de conhecimento, com constituição de algumas categorias. Como resultado conclui-se que, a partir do referencial

17 Docente do curso de Licenciatura em Matemática (Limat) e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Ifes. Doutor em Educação Matemática pela Unesp-Rio Claro.

18 Estudante do curso de Licenciatura em Matemática (Limat) do Ifes.

19 Estudante do curso de Licenciatura em Matemática (Limat) do Ifes.

adotado, as práticas desenvolvidas possuem base em processos de Modelagem Matemática, fomentando um caráter investigativo de objetos matemáticos, em um lastro histórico da aritmética pitagórica.
Palavras-chave: Modelagem Matemática. Modelo dos Campos Semânticos. Números Tetraédricos. Formação de Professores.

ABSTRACT
This scientific communication constitutes a (re)reading of an analysis of the production of meanings in Investigative Educational Practices, from the perspective of Mathematical Modeling procedures, with 7th period undergraduates, from an initial teacher training course, in a public institution. The objective is to re-read the meanings produced in obtaining mathematical models, based on a generating theme based on the History of Mathematics, to generalize the respective general terms of numerical sequences involving tetrahedral numbers and characterize such practices as a possible procedure of Mathematical Modeling. The epistemological basis adopted for data analysis and production was the principles of the Semantic Fields Model and the methodology used was the production of meanings and knowledge, with the constitution of some categories. As a result, it is concluded that, based on the adopted reference, the practices developed are based on Mathematical Modeling processes, encouraging an investigative nature of mathematical objects, in a historical framework of Pythagorean arithmetic.
Keywords: Mathematics Modeling. Semantic Fields Model. Tetrahedral Numbers. Teacher training.

Introdução

Em nossa Comunicação Científica (CC) realizamos uma (re)leitura do desenvolvimento de Práticas Educativas Investigativas – PEI – (CHAVES, 2004), com licenciandos em Matemática, em curso de formação inicial, de uma instituição federal, na qual trabalhamos na perspectiva educacional epistemológica[20] (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) de uma proposta de Modelagem Matemática (MM), com o objetivo

[20] "[...] para a perspectiva educacional, os argumentos são de que a atividade de Modelagem Matemática tem como foco a integração de modelos matemáticos no ensino de Matemática, visando levar os alunos a investigar o '*porquê*' e o '*como*' dos modelos matemáticos, considerando suas potencialidades em relação ao problema, bem como sua importância para a aprendizagem da Matemática" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 28). "Para a perspectiva epistemológica [...] o desenvolvimento das atividades de modelagem se refere ao contexto estritamente matemático e, portanto, tem como um de seus objetivos o desenvolvimento da Matemática enquanto teoria" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 28).

de obtermos um modelo matemático[21] dinâmico[22] (MMD) para representar o número palitos em modelos pictóricos representativos de números tetraédricos, desenvolvidos por Nicômaco de Gerasa (60-120 DEC.), filósofo neopitagórico, que apresentou suas primeiras ideias a respeito dos números figurados tridimensionais, na obra intitulada *Introdução à Aritmética*, um tratado em que lida com a teoria dos números.

A gênese das sequências de números figurados, assim como a própria Aritmética advém da Escola Pitagórica, que tratava a Matemática de maneira abstrata, desvinculada das exigências da vida prática, decorrendo daí a dicotomia entre o estudo teórico dos números (*Aritmética* — estudo das relações abstratas envolvendo números) e o cálculos práticos (*Logística* — arte prática de calcular com números).

> Todos os números, ou seres, teriam evoluído a partir do Um. Os números divididos em tipos associados a diferentes tipos de coisas. Para cada tipo, havia um primeiro, ou menor número, considerando sua 'raiz'. As relações entre os números não representavam, portanto, uma cadeia linear na qual todas as relações internas eram semelhantes. Cada arranjo designava uma ordem distinta, com ligações próprias. Daí o papel dos números figurados na matemática pitagórica. Esses números eram, de fato, figuras formadas por pontos, como as que encontramos em um dado [...] (ROQUE, 2014, p. 105).

Esta preliminar histórica vai ao encontro do que defendera Cifuentes (2017) ao afirmar que "Com Pitágoras e seus contemporâneos nasce uma nova forma de contemplar o mundo: através da razão" (Ibid, 6) e que, "[...] do ponto de vista da concepção do cosmos, o mundo era, desde os pitagóricos até Kepler, de natureza matemática, a matemática estava na sua ordem intrínseca" (Ibid, p. 11).

Por outro espectro, a partir do Modelo dos Campos Semânticos – MCS – a Matemática é entendida como um discurso, uma *enunciação*[23] (LINS, 2012), um recurso interpretativo e de descrição da natureza (CIFUENTES, 2017), como uma possível forma de leitura do mundo, mas não a única. Assim, nos afastamos da concepção platônica e positivista de que a Matemática está presente em tudo. Nosso entendimento é de que, ao propormos PEI na perspectiva educacional epistemológica

---

[21] "[...] Usamos modelos [...] para representar, explicar e 'tornar presentes' situações (que podem não ser matemáticas) que queremos analisar usando matemática [...] Um modelo matemático é, portanto, uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema [...]" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12-13).

[22] "*Estático*, quando representa a forma do objeto [...] ou *Dinâmico* quando simula variações de estágios do fenômeno [...]" (BASSANEZI, 2002, p. 20).

[23] "[...] o ato de enunciar algo a algum interlocutor e, *discurso*, como uma enunciação ou um enunciado" (LINS, 2012, p. 27).

ou sociocrítica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) de projetos envolvendo MM, não pensamos a Matemática como um objeto usado exclusivamente para necessidades práticas, tal qual a proposta pedagógica realista (CHAVES, 2004).

Isto posto, ressaltamos que a base epistemológica de nossa pesquisa possui lastro em ideias do MCS e, em nosso texto, grafamos as principais ideias pertinentes ao MCS e à MM em itálico, com o propósito de destacar e diferenciar do senso comum. Também optamos por apresentar as abordagens epistemológicas relativas a tais ideias em notas de rodapé (NRP).

Além de realizarmos as (re)leituras das falas a partir de *resíduos de enunciação*[24] e dos *significados produzidos*[25] por esses licenciandos durante os processos, pelo prisma do MCS, procuramos responder a uma questão posta por um dos licenciandos, quando nos inquiriu se as PEI desenvolvidas se configuravam como uma proposta de MM ou Resolução de Problemas (RP). Para tal, tomamos como lastro teórico as obras: Cifuentes (2017); Biembengut (2016); Bassanezi (2015); Almeida, Silva e Vertuan (2012); Meyer, Caldeira e Malheiros (2011); Hein e Biembengut (2007) e Bassanezi (2002).

Habitat e alicerces epistemológicos

As PEI (CHAVES, 2004) desenvolvidas ocorreram em aulas da disciplina de MM na Educação Básica. Em uma primeira versão, foram aplicadas durante a pandemia de Corona Vírus, na modalidade remota, para licenciandos em Matemática.

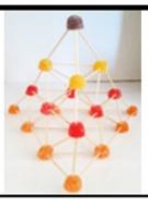
Nesta versão do período pandêmico, os participantes confeccionaram seus modelos pictóricos, mas não houve uma efetiva troca entre os participantes, minimizando assim a possibilidade de interação, dialogicidade e trabalho colaborativo.

Já a segunda vez que desenvolvemos esta prática, no período pós-pandêmico, ela foi desenvolvida presencialmente com licenciandos de 7º período, em uma instituição federal de ensino. Participaram do processo 5 licenciandos, 2 mestrandos – estagiários na disciplina – e o professor – apresentados por pseudônimos, quando citados.

[24] "[...] algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém" (LINS, 2012, p. 27).
[25] "Significado é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. Não o conjunto do que se poderia dizer, e, sim, o que efetivamente se diz no interior de uma atividade. Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 145-146).

A primeira proposta surgiu como consequência em PEI anteriores, quando esses licenciandos, com o uso de materiais manipulativos – jujubas e palitos (figura 1) – confeccionaram tetraedros – *modelo objeto*[26] ou pictórico (BASSANEZI, 2002) – para observar, a partir do padrão geométrico (*modelo estático*[5]), a sequência de números tetraédricos $(1, 4, 10, 20, 35, \cdots)$ (figura 1), com vistas a elaborarem um MMD – [(1)] – para obtenção de um MMD, relativo ao termo geral da referida sequência (*modelo dinâmico*[5]) $S_3^3(n) = \frac{(n+2)\cdot(n+1)\cdot n}{6}$ [(1)].

Figura 1 – Sequência de números tetraédricos.

				
Ordem	1ª	2ª	3ª	4ª
Sequência	1	4	10	20

Fonte: Dos autores.

Anteriormente, os referidos licenciandos elaboraram um MMD para números figurados triangulares $(1, 3, 6, 10, 15, \cdots)$ – $f_3(n) = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$ [(2)].

A proposta didático-pedagógica adotada, pautada no MCS, foi a de utilizar os *modelos geométricos* (pictóricos) construídos com palitos e jujubas (figura 1), para gerar tabelas (Tabelas 1 e 2) e, a partir de padrões recursivos, elaborar um MMD, relativo ao termo geral dos números tetraédricos [$S_3^3(n)$] [(1)], com o propósito de constituir *objetos*[27], identificar e *produzir significados* às *estipulações locais*[28] que emergissem durante a prática, com vistas a identificar a formação e possíveis transformações de *núcleos*[29].

[26] "[...] suas características predominantes são a estabilidade e a homogeneidade das variáveis. Tal representação pode ser *pictórica* (um desenho, um esquema compartimental, um mapa, etc.) [...]" (BASSANEZI, 2002, p. 19-20).
[27] "Objeto é aquilo para que se produz significado [...]" (LINS, 2012, p. 28).
[28] "[...] são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação" (LINS, 2012, p. 26).
[29] "O núcleo de um campo semântico é constituído por *estipulações locais* [...]" (LINS, 2012, p. 26). No MCS um núcleo "[...] não se refere a algo estático, um conjunto de coisas, e sim, a um processo que se constitui no interior de uma atividade" (SILVA, 2022, p. 101).

Tabela 1 – Distribuição *gnomônica* de números tetraédricos segundo a ordem

Ordem	Soma nas seções transversais (*gnômons*)	Total Número tetraédrico $S_3^3(n)$
1	1	1
2	$1+3$	4
3	$1+3+6$	10
4	$1+3+6+10$	20
5	$1+3+6+10+15$	35
⋮	⋮	⋮
n	$1+3+6+10+15+\cdots+\frac{n\cdot(n+1)}{2}$	$S_3^3(n)=\frac{(n+2)\cdot(n+1)\cdot n}{6}$

Fonte: (CHAVES; MARQUES; ANDRADE, 2022, p. 3).

Em outros processos de formação de professores, promovidos durante o período pandêmico, pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem), trabalhamos com PEI envolvendo números figurados tridimensionais (CHAVES; MARQUES; ANDRADE, 2022), mas na perspectiva de abordagens históricas, de padrões e técnicas recursivas, sem nos preocuparmos em estabelecer um viés a partir da MM.

Após a confecção dos modelos geométricos, a constituição de *objetos*[30] e a observação das *formações e transformações de núcleos*, em uma (re)leitura ao texto Chaves, Marques e Andrade (2022), perguntamos aos licenciandos se havia um padrão definido para o número de palitos na formação de cada novo número tetraédrico [$A_3^3(n)$] [(4)], tendo em vista que o modelo desenvolvido [$S_3^3(n)$] [(1)] referia-se ao número de jujubas.

O licenciando com pseudônimo de *Sensei* nos inquiriu se as PEI que desenvolvemos seriam um procedimento na perspectiva da MM ou da RP. Em resposta à sua enunciação, afirmamos que “A modelagem matemática não possui um estatuto definitivo” (HEIN; BIEMBENGUT, 2007, p. 35) e que não há um guia de instruções que possa estabelecer fronteiras entre esses dois procedimentos de ensino; porém, a partir de Chaves (2004), a RP é uma poderosa ferramenta que pode estar aliada ao desenvolvimento de projetos de MM e, mesmo não havendo um

[30] Tabela, padrão recursivo, sequências de números triangulares [$f_3(n)$] [(2)], modelo matemático para o termo geral de números tetraédricos [$S_3^3(n)$] [(1)] e jujubas como pontos formadores dos números tetraédricos.

manual com rígidos princípios para delimitar fronteiras e afirmar que isso é MM e aquilo é RP, podemos estabelecer parâmetros a partir da observação de algum esquema procedimental de MM e que então, para tal, tomaríamos as etapas propostas em Bassanezi (2015): (1) escolha do tema; (2) coleta de dados; (3) análise de dados e formulação de modelos; (4) validação; (5) convergência e estabilidade.

Assim, objetivamos: (*i*) analisar, pautados no MCS, os *significados produzidos* ao longo das PEI relativas à elaboração de um MMD para o cálculo do número de palitos; (*ii*) analisar se o desenvolvimento dessas PEI se constitui como um procedimento de ensino na perspectiva educacional epistemológica ou sociocrítica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) da MM, considerando que "A modelagem matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas" (BASSANEZI, 2002, p. 26).

Inicialmente, adotamos a ideia de que na MM "[...] as pessoas sempre recorrem aos modelos para se comunicar, solucionar, ou ainda compreender e exprimir uma situação-problema, a Modelagem tem sido defendida como processo ou método de ensino de matemática" (BIEMBENGUT, 2016, p. 174).

Consequentemente, o objetivo de quem trabalha no viés da MM "[...] é estabelecer um modelo (matemático) de uma situação-problema para então resolvê-la, entendê-la ou ainda modificá-la se necessário" (BIEMBENGUT, 2016, p. 175). Tal situação-problema, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) denominam de "problema gerador", assim como Chaves (2004).

Esta concepção não diverge do que é apresentado na obra Almeida, Silva e Vertuan (2012), que considera que uma prática de MM

> [...] pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final [...] A essa situação inicial problemática chamamos situação-problema; à situação final desejada associamos uma representação matemática, um modelo matemático [...] (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12-13).

Ressaltamos que, ao tomarmos o MCS como alicerce operaremos com a premissa de que o sujeito estrutura o pensamento por *objetos* (SILVA, 2003), ao defender que no MCS, colocamo-nos em contraposição ao modelo que considera o pensamento como sendo estruturado por conceitos. Tal posição não chega a se

categorizar como uma divergência, um *obstáculo epistemológico*[31] ou um *limite epistemológico*[32], frente ao que defendera Bassanezi (2002; 2015), Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Biembengut (2016).

Biembengut (2016) também esclarece que, por uma diferença elementar de objetivos, a Modelagem na Educação, denominada pela autora de Modelação, objetiva "promover conhecimento ao estudante [...] e ensiná-lo a fazer pesquisa" (BIEMBENGUT, 2016, p. 175).

Também tomamos como premissa que, a partir da MM – bem como da Modelação – é possível rompermos com o paradigma imputado secularmente por matemáticos, de se promover uma educação para a Matemática e, assim, colocarmos em curso um paradigma de se promover uma educação por intermédio da Matemática, ou seja, de se propor uma Matemática escolar como uma possível ferramenta de leitura de mundo, como meio e não como fim (CHAVES, 2004).

O fato de constituirmos *objetos* matemáticos (modelos – geométricos e algébricos, tabelas, sequências numéricas etc.) não implica que queiramos tomar a Matemática como um fim ou que queiramos reduzir a Matemática escolar a uma Matemática algorítmica, pois

> Tudo indica que na escola interessa mesmo é que apliquemos 'o' algoritmo, e de forma precisa. Por fim, na escola, números não são números de nada, a não ser em 'problemas com história', e no fim termina-se mesmo pedindo que os alunos se esqueçam da história e 'pensem na matemática' (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 15-16).

Procuramos romper com o quadro hegemônico de um ensino para a Matemática (como um fim), que se configura como excludente, meritocrática e como um dispositivo tático para fixação do regime de verdades dos matemáticos, na imputação de suas relações de poder (CHAVES, 2004).

Pesamos que, há outras possibilidades de se romper com esse regime de verdades, assim como adotar outros procedimentos, como, por exemplo, a Etnomatemática, mas, nessa CC focamos especificamente na MM como um possível procedimento à ruptura do caráter hegemônico da educação bancária (para a Matemática) por entendermos que tal procedimento pode facultar usar a Matemática

[31] "[...] processo no qual um aluno operando dentro de um campo semântico, poderia potencialmente produzir significado para uma afirmação, mas não produz" (SILVA, 1997, p. 17).
[32] "[...] impossibilidade do sujeito produzir significado para o resíduo de enunciação numa certa direção devido a sua maneira de operar" (SILVA, 1997, p. 17).

como uma possível ferramenta de leitura do mundo (CHAVES, 2004), isso por pensarmos que "[...] a Modelagem incrementa a aprendizagem. E mostra que o estudo dessa disciplina, além de importante, pode ser provocativo e agradável" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, posfácio).

Alguns significados produzidos e possíveis interfaces em um processo de MM

Como exposto, objetivamos: (*i*) analisar *significados produzidos* ao longo dessas PEI relativas à elaboração de um MMD para o cálculo do número de palitos; (*ii*) defender a ideia de que o desenvolvimento dessas PEI se constitui como um procedimento de ensino na perspectiva educacional epistemológica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) da MM.

No que tange às PEI relativas à elaboração de um MMD para o cálculo do número de palitos $[A_3^3(n)]$ [(4)], analisamos o movimento entre as três grandes categorias – o *dado*, a *justificação* e o *novo* – evidenciadas e presentes na produção de *conhecimento*[33] $(\mathrm{SILVA}, 2003)$. Assim, destacamos que o foco da atividade de resolver problemas é o *novo*, contudo, na tematização da *lógica das operações*[34] o foco é dirigido ao *dado*[35].

Bem como em Chaves, Marques e Andrade (2022), os participantes dessas PEI, *produziram significado* de que: (1) havia um padrão numérico ou sequência $(0, 6, 24, 60, 120, \cdots)$ relativa à quantidade de palitos para cada novo tetraedro formado (quarta coluna – Tabela 2);

[33] "Um conhecimento consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo em que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autorizando a dizer o que diz)" (LINS, 2012, p. 12).

[34] "[...] a *lógica das operações,* própria da produção de significados em relação a um certo núcleo, imprime certas características ao que pode e ao que não pode ser dito, mas também faz com que certas *crenças-afirmações* estejam mais 'distantes' do núcleo que outras" (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 127).

[35] "[...] enquanto resolvemos um problema, **falamos** as coisas que estamos tentando entender ou descobrir, mas silenciamos as coisas que tomamos como certas, como dadas" (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 122). O *dado* é o que nos diz em 'que lugar' o sujeito da enunciação está e a partir de 'que lugar' ele fala. No movimento de transição entre o *dado* e o *novo*, a *justificação* exerce o papel de ser o elo de ligação entre essas duas categorias. É a partir da *justificação* que ocorre o processo na qual o *novo* vai se transformando em *dado* frente a novas situações (SILVA, 2003).

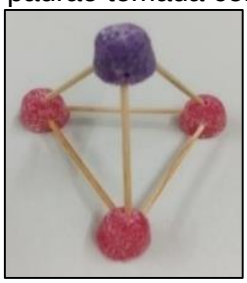
Tabela 2 – Comparativo de ordem, números tetraédricos, unidades padrão e número de arestas

Ordem n	Número tetraédrico $S_3^3(n)$	Número de tetraedros de ordem 2 (figura 02) $P_2(n) = S_3^3(n-1)$	Número de arestas $A_3^3(n)$
1	1	0	$6 \cdot 0$
2	4	1	$6 \cdot 1$
3	10	4	$6 \cdot 4$
4	20	10	$6 \cdot 10$
5	35	20	$6 \cdot 20$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$S_3^3(n) = \frac{(n+2)\cdot(n+1)\cdot n}{6}$	$S_3^3(n-1) = \frac{(n+1)\cdot n\cdot(n-1)}{6}$	$A_3^3(n) = (n+1)\cdot n\cdot(n-1)$

Fonte: Chaves, Marques e Andrade (2022, p. 17).

(2) foi possível formular como *hipótese*[36] que havia uma unidade padrão para a contagem de palitos $[P_2(n)]$ e que a mesma é um *objeto*, ou modelo pictórico, representativo do número tetraédrico de ordem 2 (figura 2). Ressaltamos que, o que se denomina *hipótese*, à luz do MCS, denominamos de *estipulação local*;

Figura 2 – Unidade padrão tomada como hipótese $[\boldsymbol{P_2(n)}]$

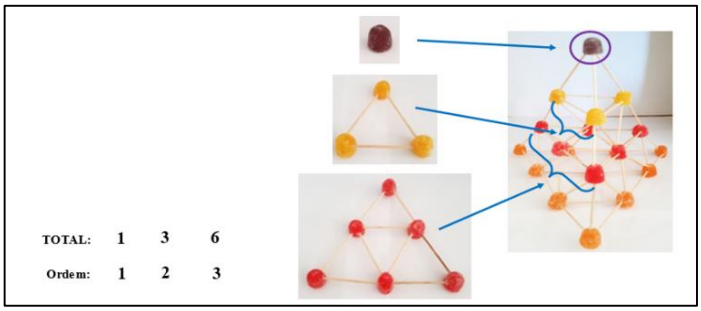


Fonte: Chaves, Marques e Andrade (2022, p. 9).

(3) observando a quarta coluna da (Tabela 2) foi possível constatar que a quantidade palitos $[A_3^3(n)]$ [(4)], a partir do segundo termo, forma uma sequência numérica de múltiplo de 6 $(0, 6, 24, 60, 120, \cdots)$; (4) comparando a segunda e a terceira colunas da tabela (Tabela 2) foi possível constatar que $P_2(n) = S_3^3(n-1)$ $[(3)]$; (5) As seções transversais ou níveis, de cada novo modelo geométrico formado, equivalente a um número tetraédrico, são números triangulares $[f_3(n)]$ (figura 3) [(2)];

[36] "As hipóteses dirigem a investigação e são comumente formulações gerais que permitem [...] deduzir manifestações empíricas específicas [...]" (BASSANEZI, 2002, p. 28).

Figura 3 – Seções transversais de cada novo número tetraédrico: números triangulares



Fonte: Produzido pelos autores.

(6) comparando a terceira e a quarta colunas da tabela (Tabela 2) foi possível constatar que o modelo matemático $[A_3^3(n)]$ [(3)] é equivalente a $A_3^3(n) = (n+1) \cdot n \cdot (n-1)$ [(4)].

Como já havíamos trabalhado na obtenção do termo geral da sequência de números tetraédricos, a equação [(1)] configurava como o *dado*, ao passo que $A_3^3(n) = 6 \cdot P_2(n) \Leftrightarrow A_3^3(n) = 6 \cdot S_3^3(n-1)[(5)]$ ou $A_3^3(n) = (n+1) \cdot n \cdot (n-1)\ [(4)]$ se constituíam como o *novo*. A *justificação*, elo de ligação entre o *dado* e o *novo*, fora enunciada pelo licenciando *Pastor* da seguinte maneira: *Como o modelo de nossa unidade padrão é um tetraedro de segunda ordem, o número de palitos é consequência de um número tetraédrico de ordem anterior* [enuncia apontando, linha a linha, para a segunda e quarta colunas da tabela (Tabela 2)]. É possível observarmos que o *objeto* $S_3^3(n)$ [(1)] foi abandonado logo após a obtenção do MMD $A_3^3(n) = (n+1) \cdot n \cdot (n-1)$ [(4)].

Vale ressaltar que a representação pictórica, tetraedro de palitos e jujubas, passou a se constituir como *dado* e os licenciandos passaram a *produzir significados* para outros *objetos*; assim, colunas e linhas da tabela (Tabela 2) passam a se configurar como o *novo* e, dessa forma, houve uma gradativa *transformação do núcleo* dos modelos pictóricos para a constituição de um novo *núcleo*, de sequências numéricas e expressões algébricas – MMD (BASSANEZI, 2002) ou *modelos matemáticos* (BASSANEZI, 2002; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Para o licenciando *Tico*, os modelos pictóricos foram importantes, mas não suficientes para se chegar ao número de palitos na *n-ésima ordem*, por isso foi importante analisar linhas e colunas da tabela. Interagindo com a enunciação de *Tico*, o licenciando *Teco* considera que "*sem o exame da tabela não chegaríamos ao modelo matemático do número de palitos* $[A_3^3(n)]$". Complementando a fala de *Teco*,

o licenciando *Tico* conclui que "*só chegamos ao modelo porque identificamos um padrão recursivo*".

O licenciando *Pastor*, ao *produzir significado* de que as seções transversais – os níveis de cada novo modelo pictórico formado, equivalente a um número tetraédrico – são números triangulares $[f_3(n)]$ (figura 3) [(2)], possibilitou que observássemos a existência de um novo *objeto* – a unidade padrão (tetraedro de segunda ordem) – e que a quantidade dessas unidades poderia ser examinada nível a nível ou seção a seção (transversais).

Assim, à luz do MCS, o *conhecimento produzido* pelos licenciandos foi de que: (*a*) *existe um padrão em relação ao número de palitos dos tetraedros representativos dos números tetraédricos e a quantidade de palitos varia em função da ordem* (*n*); (*b*) *há uma unidade padrão para contagem* $[P_2(n)]$ *e na n-ésima ordem o número de tetraedros de ordem 2 pode ser expresso por um modelo matemático* [(3)]; (*c*) *o número de palitos* $[A_3^3(n)]$ *varia em função do número de unidades padrão* $[P_2(n)]$ *e pode ser expresso por um MMD* [equações (4) *e* (5)]; (*d*) *As PEI desenvolvidas se configuram como uma prática de MM, quando produzimos significados às enunciações que apresentamos a seguir.*

Como vimos, Bassanezi (2015; 2002) propõem etapas em um processo de MM e defendem a ideia de que, em tais processos, há etapas a serem desenvolvidas. Passemos então a discuti-las.

No que se refere à *escolha de temas*, início do processo, "Faz-se um levantamento de possíveis situações de estudo as quais devem ser, preferencialmente, abrangentes para que possam propiciar questionamentos em várias direções" (BASSANEZI, 2015, p. 16). Nas PEI em questão, tal etapa deu-se a partir do momento em que instigamos os licenciandos a refletirem a respeito da possibilidade de se obter um termo geral para o número de palitos em representações pictóricas de sequências de números tetraédricos.

Apesar de Bassanezi (2015) sugerir que *a escolha de temas* seja feita pelos estudantes com o propósito dos mesmos sentirem-se corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, para tonar a participação mais efetiva, isso não ocorreu; todavia, como esses licenciandos já haviam confeccionado os modelos pictóricos dos números tetraédricos (figura 1) e obtido um MMD para a representação do termo geral dessa sequência [(1)], os mesmos sentiram-se motivados e assumiram a postura de protagonistas do processo, tanto que o professor não precisou propor diretamente

uma metodologia e acabou por "[...] atuar como monitor em cada grupo, sugerindo situações globais [...] incorporadas pelos alunos" (BASSANEZI, 2015, p. 17).

Em Bassanezi (2002) a primeira etapa sugerida a um processo de MM é o *experimentação* e isso ocorreu a partir da confecção dos modelos pictóricos (figuras 1 e 3) com vistas a obtenção do número de palitos $[A_3^3(n)]$ para cada número tetraédrico $[S_3^3(n)]$, visto que esta etapa é essencialmente laboratorial, na qual a obtenção de dados ocorre a partir de um processo (BASSANEZI, 2002) – no nosso caso, de contagem de palitos.

A segunda etapa proposta em Bassanezi (2015) é a de *coleta de dados*. Segundo nosso referencial epistemológico, optamos por designá-la por *produção de dados*, por entendermos que em análises semânticas e, portanto, de *produção de significados*, a partir de uma pesquisa descritiva, de natureza qualitativa, dados são produzidos a partir de *resíduos de enunciação*, e não coletados.

Na referida etapa, Bassanezi (2015) sugere que, se busque informações relacionadas com o problema gerador. É o momento em que são efetuadas a produção dos dados numéricos e, no caso das PEI desenvolvidas, isso ocorreu "Através de experiências programadas pelos próprios alunos" (Ibid, p. 18), que propiciou que esses licenciandos analisassem linhas e colunas de uma tabela (Tabela 2), usando a recursividade para formulação do termo geral e assim, para obtenção do MMD [(4)]. Tal processo, em Bassanezi (2002) é denominado de *abstração*, quando selecionamos variáveis e efetuamos distinção entre "[...] as variáveis de estado que descrevem a evolução do sistema e as variáveis de controle que agem sobre o sistema" (BASSANEZI, 2002, p. 27-28). No caso, nossas variáveis de estado foram: *número de unidades padrão* $[P_2(n)]$ e *número de palitos* $[A_3^3(n)]$. Tais variáveis foram escritas a partir da variável de controle – *ordem* (*n*).

Na etapa de *produção de dados* "[...] tendo como pano de fundo o tema escolhido, muitas vezes o resultado obtido é bastante inesperado e interessante e acabamos [...] selecionando informações de outras situações correlatas ao tema inicial" (BASSANEZI, 2015, p. 18). Nessa etapa, no desencadeamento das PEI, a proposta de tomar como unidade padrão para contagem o número tetraédrico de segunda ordem (figura 2), formular uma tabela (Tabela 2) relacionando ordem (*n*), com número tetraédrico equivalente $[S_3^3(n)]$, com a quantidade de unidades padrão $[P_2(n)]$ e com o número de palitos $[A_3^3(n)]$ foi algo inesperado, pois, por exemplo, não

pensávamos que os licenciandos operariam em um *campo semântico*[37] que tomasse o número tetraédrico de segunda ordem (figura 2) como unidade padrão $[P_2(n)]$. Além de inesperado, "Em termos de ensino-aprendizagem de matemática, essa situação é bastante favorável, pois proporciona direcionamentos alternativos para se desenvolver a aprendizagem [...]" (BASSANEZI, 2015, p. 18). Tal etapa ocorreu quando os dados produzidos foram organizados em tabelas, favorecendo uma série de análises (BASSANEZI, 2015), que à luz do MCS designamos como *objetos constituídos* a partir da *análise da produção de significados*.

Na etapa de *problematização*, proposta em Bassanezi (2002), vimos que esta é parte constitutiva do procedimento de *abstração*, "A adequação de uma investigação sistemática, empírica e crítica leva à formulação de problemas com enunciados que devem ser explicitados de forma clara, compreensível e operacional" (BASSANEZI, 2002, p. 28). Em nossas práticas, tal etapa ocorreu com a formulação das seguintes questões: (*i*) *assim como encontramos um termo geral para o número de jujubas – correspondente aos respectivos termos da sequência de números tetraédricos – é possível encontrar um padrão para a distribuição do número de palitos?* (*ii*) *podemos tomar pictoricamente – tetraedro representativo do número tetraédrico de ordem 2 – como uma unidade padrão?*

Há de ressaltar que, assim como a constituição do que Bassanezi (2002) denomina de *hipótese* (NRP 20), a *problematização* também é constituída por *estipulações locais*, desde que tais *estipulações* não desencadeiem *obstáculos* ou *limites epistemológicos.*

Outra etapa constitutiva da *abstração* é a *simplificação* (BASSANEZI, 2002) e, nas PEI em curso, isso ocorreu quando, a partir da tabela (Tabela 2), os licenciandos conseguiram escrever o número de palitos $[A_3^3(n)]$ [(4)] a partir do número de tetraedros de segunda ordem $[P_2(n)]$ [(5)] e, consequentemente, o número palitos $[A_3^3(n) = 6 \cdot P_2(n)]$ a partir de um número tetraédrico de ordem antecedente $[A_3^3(n) = 6 \cdot S_3^3(n-1)]$.

Para Bassanezi (2002), em um processo de Modelagem, a etapa de resolução ocorre quando se obtém um MMD, que substitui "[...] uma linguagem natural das hipóteses por linguagem matemática coerente" (Ibid, p. 29) e foi isso que fizemos

[37] É "um processo de produção de significado, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade [...] sendo um processo, ao ser colocado em marcha cria condições para sua própria transformação" (LINS, 2012, p. 17).

quando transformamos a unidade padrão para a contagem de palitos [$P_2(n)$] no MMD [(3)] e quando substituímos a ideia de que *o número de palitos é um múltiplo de 6* pelo modelo matemático relativo à [$A_3^3(n)$] [(5)].

Já Bassanezi (2015) traz a etapa de *análise e formulação de modelos* ressaltando que esse é momento na qual se elabora "[...] um modelo matemático que expresse a relação entre as variáveis é, efetivamente, o que se convencionou chamar de modelagem matemática" (Ibid, p. 21). Entretanto, optamos pelo entendimento, na mesma obra, de que "A modelagem é o processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre *sua realidade*, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador (Ibid, p. 15).

Na nossa prática não foi necessário cumprimos a etapa de *modificação*, mas a etapa de *validação* – "processo de aceitação ou não do modelo proposto" (BASSANEZI, 2002, p. 30) – ocorreu após construirmos os modelos [equações (3), (4) e (5)], usando uma planilha eletrônica (Excel) para testarmos as *hipóteses*, confrontando com os dados empíricos ampliando as linhas da tabela (Tabela 2).

Por outro lado, o texto Hein e Biembengut (2007) considera que "O ato de modelar surge de uma inquietação. De uma situação-problema" (Ibid, p. 36) e essa inquietação surgiu a partir do momento em que instigamos os licenciandos a refletirem a respeito da possibilidade de se obter um termo geral para o número de palitos em representações pictóricas de sequências de números tetraédricos.

Já em Biembengut (2016) vimos que a Modelação ou Modelagem na Educação

> [...] é um método em que se utiliza a essência do processo da Modelagem no ensino e na aprendizagem da Educação formal. Orienta-se pelo ensino do conteúdo do programa curricular da disciplina (e não curricular) a partir de um *tema/assunto* e, paralelamente, pela orientação dos estudantes à pesquisa sobre algo que lhe possa interessar (Ibid, 2016, p. 176-177).

No caso das PEI que desenvolvemos, observamos que, por esse espectro, nossas práticas também se configuraram como uma possível proposta de Modelação.

Também observamos que a partir do que preconiza Almeida, Silva e Vertuan (2012), as equações obtidas [equações (1), (2), (3), (4), (5) e (6)] são modelos matemáticos (NRP 5), representações simplificadas de uma "realidade", ou sistemas descritivos expressos por meio de linguagens e estruturas matemáticas, que

objetivam explicar o comportamento de outros sistemas – o número de palitos nos modelos pictóricos – com vistas a prever os mesmos. Tais modelos matemáticos, segundo o MCS, são *legitimidades*[38], que passaram a se configurar como o *novo*, isso porque em um modelo, sua formulação "[...] não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema" (Ibid, p. 13): no caso, responder se é possível calcular o número de palitos em função da ordem.

O caráter investigativo que alicerçou o desenvolvimento das PEI em questão também perpassou pelo que o texto Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) denominou de terna constitutiva que compõe um quadro de MM; isto é, transitamos entre formulação, resolução e avaliação de um problema, de forma crítica, não partindo "[...] desse ou daquele conteúdo matemático que professor, programa ou curso precisassem ou quisessem 'ensinar' aos alunos ou pretendessem que os alunos 'aprendessem'" (Ibid, p. 15), visto que "[...] os problemas e seus estudos é que determinavam que caminhos matemáticos, que conteúdos conhecidos ou por aprender, quais técnicas ou procedimentos matemáticos teriam de ser 'explorados' – e estudados, pelos alunos: eram, na verdade, instrumentos necessários para se aprender sobre o problema" (Ibid, p. 15-16).

Por tal espectro, pensamos então, que as PEI engendradas se constituíram como processos de MM, propiciando aos envolvidos "[...] a oportunidade de exercer a criatividade não somente em relação às aplicações das habilidades matemáticas, mas principalmente, na formulação de problemas originais uma etapa tão estimulante quanto a da resolução" (BASSANEZI, 2015, p. 12).

Algumas considerações

A PEI que desenvolvemos, segundo o referencial adotado, constitui-se em um procedimento de ensino, na perspectiva educacional epistemológica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) da MM, pelo menos segundo os argumentos que apresentamos a partir do referencial adotado.

Todavia, há de se ressaltar que, como "O interesse do MCS é no processo de produção de significado e em sua leitura, e não na permanência [...]" (LINS, 2012, p.

[38] "Interlocutores são legitimidades. O que internalizamos, nos processos de humanização e do que se costuma chamar de desenvolvimento intelectual, são interlocutores, são legitimidades" (LINS, 2012, p. 20).

19), fixar fronteiras se as PEI em questão foram desenvolvidas (ou não) a partir de uma proposta de MM, de RP ou de Investigação Matemática, segundo nosso entendimento, é uma tentativa de ler na permanência, enquanto que, nosso interesse está no processo, na *lógica das operações* e na *produção de significados*.

A questão supracitada pode ser exemplificada quando observamos que, cada um dos tetraedros confeccionados (figura 1) representativos dos números tetraédricos, ordem a ordem, nos deparamos com modelos estáticos, pictóricos (BASSANEZI, 2002 – NRP 6), com o produto, uma leitura na permanência; mas, se observarmos o processo de confecção de cada nova ordem, a partir do tetraedro antecedente, chegaremos então a um modelo dinâmico (BASSANEZI, 2002 – NRP 6), e assim lemos a partir do processo.

Na análise da produção de significados, segundo o Modelo dos Campos Semânticos, a interação face a face é primordial, pois, a partir do nosso referencial não estabelecemos "[...] diferença entre dizer e fazer. Ou dizer é entendido como fazer algo, ou fazer é entendido como um ato enunciativo. E fazer inclui por exemplo, gestos, arranjos ou manipulações de objetos físicos, desenhos e diagramas de todos os tipos" (LINS, 2004, p. 5 apud SILVA, 2022, p. 89). Por isso, no período pandêmico, com aulas remotas, as leituras de significados ficaram prejudicadas, mas quando desenvolvemos essas PEI presencialmente, uma multiplicidade de leituras e interações ocorreram, fato que ampliou sistematicamente o envolvimento, a dialogicidade e a interação entre os licenciandos envolvidos.

Referências

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Livraria da Física, 2016. (Coleção contextos da ciência).

CHAVES, R.; MARQUES, F. S.; ANDRADE, F. N. de. Arestas em números tetraédricos, recursividade e modos de produção de significados: uma análise

epistemológica a partir do Modelo dos Campos Semânticos em um processo de formação de professores. **Ridema: Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**. Juiz de Fora, v. 6, n. 1, p. 1-23, jan. – dez., 2022.

CHAVES, R. Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais? 223p. Tese (Doutorado em Educação Matemática), **PPGEM, IGCE de Rio Claro, Unesp**. Rio Claro, 2004.

CIFUENTES, J. C. Modelagem Matemática e inclusão científica: uma abordagem histórico-epistemológica. In: ALENCAR, E. S. de; BUENO, S. (org.). **Modelagem Matemática e inclusão**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 1-22.

HEIN, N.; BIEMBENGUT, M. S. Sobre Modelagem Matemática do saber e seus limites. In: BARBOSA, J. C.; Caldeira, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (orgs). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 33-47. (Biblioteca do Educador Matemático, v. 3).

LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações.
In: ANGELO, Claudia Laus et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação**
Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

LINS, R. C.; GIMÉNEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 3. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Perspectivas em Educação Matemática).

MEYER, J. F. da C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 2. reimp. Rio de Janeiro: Zahar, 2014.

SILVA, A. M. da. **O Modelo dos Campos Semânticos**: um modelo epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2022.

SILVA, A. M. da. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática.** 244 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SILVA, A. M. da. **Uma análise da produção de significados para a noção de base em Álgebra Linear**. 1997, 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Departamento de Educação Matemática, Universidade Santa Úrsula. Rio de Janeiro.

AUTORES

Antônio Eduardo Monteiro da Silva

Possui graduação em Ciências Contábeis pelo Centro Universitário Castelo Branco (1985), graduação em Tecnólogo em Redes de Computadores pelo Instituto Federal do Espírito Santo (2012), graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (2002), graduação em Licenciatura Plena em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (2011), mestrado em Educação pelo Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona - Cuba (2001) e mestrado profissional em Ciências Contábeis pela FUCAPE (2015).Foi Coordenador do curso de Ciências Contábeis da UNIPAC/Mutum-MG. Atuou no Centro Universitário Castelo Branco como Professor, Coordenador do Núcleo Negócios (Cursos de Ciência Contábeis, Administração e Marketing) e foi responsável pela criação do Núcleo de Educação a Distância (NEAD). Atualmente é professor efetivo com Dedicação Exclusiva do Instituto Federal do Espírito Santo campus Colatina. Tem experiência na área de Física, Matemática, Administração, Ciências Contábeis e Finanças. Doutorando em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Ifes e membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Seênticos e Educação Matemática (Gepemem).

Antônio Maurício Medeiros Alves

Licenciado em Matemática pela Universidade Católica de Pelotas (UCPel) e Pedagogo pelo Centro Universitário Internacional (UNINTER). Especialista em Educação Matemática (UCPel), Mestre e Doutor em Educação pela Universidade Federal de Pelotas (UFPel). Atualmente é Professor Associado da UFPEl, lotado no Departamento de Ensino (DE) da Faculdade de Educação (FaE). Atua como docente do Curso de Pedagogia, na área de Ensino de Matemática e nos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Mestrado Profissional (PPGECM) da FaE/UFPel e Mestrado (acadêmico) em Educação Matemática (PPGEM) do IFM/UFPel. Possui experiência em EaD e na educação básica. Atuou no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e como avaliador do PNLD. Atualmente é Coordenador de Ensino Currículo, da Pró-Reitoria de Ensino da UFPel (CEC/PRE/UFPel).

Arislene da Silva Lopes

Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Paulista – UNIP (2019). Pós-graduado em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Rondônia – IFRO (2019). Email: arislenealana@gmail.com

Aurelino Helwecyo da Silva Lopes

Graduado em Lincenciatura em Química pela Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR (2009). Pós-graduado em Gestão Pública e Responsabilidade Fiscal (2016). Email: helwecyo@gmail.com https://lattes.cnpq.br/8084565782503524

Elaine Borges de Oliveira

Acadêmica do curso de licenciatura em Matemática da UNICENTRO.

Ivan Kuelkamp Silveira

Acadêmico do curso de licenciatura em Matemática da UNICENTRO e atua como professor na rede estadual de ensino do Paraná SEED/PR.

Janaine Casagrande Corrêa

Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (2023), Pós Graduada em Gestão Financeira e Controladoria (2020). Pós-Graduada em Ensino de Matemática (2016). Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (2015). Experiência no Ensino Superior (UFES) e Ensino Básico. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Seênticos e Educação Matemática (Gepemem).

Letícia Altenburg Stallbaum

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Pelotas (UFPel). Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT/UFPel).

Rafael Vítor Zuchi

Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo, membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem). Participa do Projeto de Pesquisa Pitagorismo: bases

históricas, filosóficas, epistemológicas e práticas, no subgrupo de Matemática e Música. Participa do Programa de Residência Pedagógica.

Raí da Silva Lopes

Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Paulista – UNIP (2019). Graduado em Licenciatura em Ciências com Habilitação em Química pelo Instituto Federal de Rondônia – IFRO (2022). Pós-graduado em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Rondônia – IFRO (2020). Pós-graduado em Metodologia no Ensino de Química pelo Centro Universitário Internacional – UNINTER (2019). Mestrando em Ensino de Ciências exatas pelo PPGECE da Universidade do Vale do Taquari. Email: railopesjipa1996@gmail.com https://lattes.cnpq.br/0916711464646155

Rita Lúcia da Silva

Bacharel em Zootecnia pela Universidade Federal da Paraíba (1999). Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Tocantins (2010). Pós-graduada em Metodologia do Ensino, pelo Centro de Ensino de Colorado do Oeste – RO. Pós-graduada em Química pela Universidade Federal de Lavras - MG (2006) Pós-graduada em Ensino de Ciências e Matemática, pelo Instituto Federal de Rondônia – IFRO (2020). Emaiil: ritha16s@yahoo.com.br https://lattes.cnpq.br/0043197500527641

Rodolfo Chaves

Possui mestrado (1998-2000) e doutorado (2001-2004) em pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - Unesp / Rio Claro, com estágio pós-doutoral em Educação Matemática e Ensino de Física pela Universidade Federal de Santa Maria - RS - (2015-2016). Atualmente é professor titular do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) e Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino-Aprendizagem, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, ambientes de aprendizagem, práticas educativas investigativas, modelagem matemática, educação do campo, etnomatemática e formação inicial e continuada de

professores. É membro da Sigma-t - Rede de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática.

Rubens Saviano

Professor da Faeterj/Paracambi e aluno do Programa de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática Pela Universidade Cruzeiro do Sul.

Sara Martins Leite

Bacharel em Administração de Empresas na Universidade UNOPAR (2015). Graduada no Curso de Ciências Biológicas do Instituto Federal de Rondônia - Campus - Ariquemes – Rondônia- IFRO (2022). Pós-graduada em Metodologias de Ensino em Ciências Biológicas-FASUL (2023). Pósgraduada em Orientação, Supervisão e Inspeção Escolar- FASUL (2022). Técnico subsequente em Finanças-IFRO Email; sarinha90martins@gmail.com https://lattes.cnpq.br/8893905702788462

Sidinei Farias

Graduado em Licenciatura em Pedagogia pela Faculdade Padre João Bagozz (2011). Graduado em Psicologia pela Universidade do Oeste de Santa-Catarina – UNOESC (2021). Mestrando em Ambiente e Desenvolvimento pela Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES Email: fariasmodificabilidade@gmail.com.

Thaís Philipsen Grützmann

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Pelotas (UFPel). Especialista em Matemática e Linguagem; em Educação – ênfase na Educação de Surdos; e em Serviço de Atendimento Educacional Especializado, ambas pela UFPel. Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Doutora em Educação pela UFPel. Atualmente é Professora Associada da UFPel, em Pelotas/RS. Foi Vice-Diretora (gestão 2018-2022) do Instituto de Física e Matemática (IFM/UFPel); Coordenadora (gestão 2020-2022) e Coordenadora Adjunta (gestão 2018-2020) do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT/UFPel); e Coordenadora (gestão 2014-2017) do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância (CLMD/UFPel). Trabalha nos cursos de Licenciatura em Matemática Integral, Noturno e à Distância. Integrante do Grupo de Pesquisa “GEEMAI – Grupo de Estudo em Educação Matemática com

ênfase nos Anos Iniciais". Coordenadora da Projeto MathLibras (https://wp.ufpel.edu.br/mathlibras).

Vanessa Medeiros

Acadêmica do curso de licenciatura em Matemática da UNICENTRO e atua como professora na rede estadual de ensino do Paraná SEED/PR.

Vinicius Marlon de Freitas

Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo, membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem). Participa do Projeto de Pesquisa Pitagorismo: bases históricas, filosóficas, epistemológicas e práticas, no subgrupo de Matemática e Música. Participa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid).

Editora
MultiAtual

ISBN 978-656009040-8