

# **Produto Educativo**

## **O OLHAR DE UMA PROFESSORA SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA EM SUAS AULAS**

ERICA MOLETTA

Material de apoio pedagógico

UNICENTRO



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM  
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

---

**ERICA MOLETTA**

## **PRODUTO EDUCACIONAL APLICADO**

### **O OLHAR DE UMA PROFESSORA SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA EM SUAS AULAS**

Produto Educacional apresentado à Universidade Estadual do Centro-Oeste, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, para a obtenção do título de Mestre.

Prof(a). Dr(a). Michele Regiane Dias Veronez

---

**GUARAPUAVA, PR  
2023**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM  
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

---

**ERICA MOLETTA**

**O OLHAR DE UMA PROFESSORA SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES  
DE MODELAGEM MATEMÁTICA EM SUAS AULAS**

Aprovado (a) em 24 de julho de 2023

Prof(a). Dr(a). Ana Paula Zanim - Unespar

Prof(a). Dr(a). Laynara do Reis Santos Zontini – Unicentro

Prof(a). Dr(a). Michele Regiane Dias Veronez

---

GUARAPUAVA, PR

**2023**

Catálogo na Publicação  
Rede de Bibliotecas da Unicentro

M719r Moletta, Erica  
Rotas de alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática / Erica Moletta. -- Guarapuava, 2023.  
xi, 74 f. : il. ; 28 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Área de concentração: Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, 2023.

Inclui Produto Educacional Aplicado intitulado: O olhar de uma professora sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em suas aulas. 18 p.

Orientadora: Michele Regiane Dias Veronez

Banca Examinadora: Laynara do Reis Santos Zontini, Ana Paula Zanim

Bibliografia

1. Atividades de modelagem matemática. 2. Ações cognitivas. 3. Rotas de modelagem matemática. I. Título. II. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

CDD 510

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> A dinâmica de uma atividade de modelagem .....	4
<b>Figura 2.</b> Elementos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática.....	5
<b>Figura 3.</b> Síntese da atividade “Quanto suco existe em uma laranja?” .....	8
<b>Figura 4.</b> Síntese da atividade “Brigadeiro” .....	10

## SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO .....	1
SEÇÃO I.....	3
NOSSO ENTENDIMENTO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS CARACTERIZAÇÕES .....	4
SEÇÃO II.....	7
DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS .....	8
O OLHAR DA PROFESSORA A PARTIR DA ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.....	12
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	17
REFERÊNCIAS.....	18

# APRESENTAÇÃO

*Caro (a) colega Professor (a)!*

Este trabalho é parte integrante da dissertação de mestrado intitulada “*Rotas de alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática*”, vinculada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual do Centro Oeste – UNICENTRO.

Nesse material apresentamos duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental ao longo da investigação empreendida. Em nossa investigação não se tinha a preocupação de discutir as potencialidades das atividades de modelagem matemática na Educação Básica, e muito menos especificar quais conteúdos matemáticos iriam emergir durante o desenvolvimento delas. No entanto, este produto educacional foi pensado no sentido de oferecer aos professores (e futuros professores) de matemática possibilidades de pensar, com a lente de outro professor (a minha lente), acerca da modelagem matemática e suas potencialidades na promoção do ensino de matemática.

Assim, trazemos neste material, as atividades de modelagem matemática desenvolvidas e as discutimos a partir do olhar da professora que orientou tais desenvolvimentos. Cabe destacar que essas atividades poderiam ter tido outros encaminhamentos e, é apoiadas nisso que consideramos que uma discussão sobre elas pode servir de inspiração para professores da Educação Básica desenvolverem modelagem matemática<sup>1</sup> em suas aulas.

Esse produto educacional, portanto, segue organizado em duas seções: na seção I, fazemos uma breve descrição acerca do nosso entendimento sobre Modelagem Matemática<sup>2</sup> e, na seção II, apresentamos as atividades de modelagem matemática a partir dos encaminhamentos assumidos pelos alunos e pela professora ao serem desenvolvidas. É nessa seção que buscamos trazer contribuições para os professores a partir de reflexões realizadas após ter conduzido o desenvolvimento de tais atividades.

Mesmo que cada professor e cada atividade de modelagem matemática sejam únicos, almejamos que este material contribua de alguma forma e inspire colegas de profissão a trabalhar com modelagem matemática.

*Boa leitura!*

---

<sup>1</sup> Ao falar em modelagem matemática (minúscula) estamos nos referindo às atividades de modelagem matemática.

<sup>2</sup> Ao falar em Modelagem Matemática (maiúscula) estamos nos referindo à área.



# SEÇÃO I

*Atividades de modelagem matemática são uma possibilidade de promover um ensino de Matemática que considera situações do dia a dia. No entanto, é pertinente a você, caro (a) leitor (a), conhecer como essas situações são consideradas no âmbito da Modelagem Matemática que assumimos em nossa investigação. Então, para iniciar nossa conversa, discorreremos sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática, particularmente sobre a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica. Em seguida, trazemos ao conhecimento do leitor que elementos característicos se processam durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e, sendo assim, as caracterizamos como são descritas na literatura.*

## NOSSO ENTENDIMENTO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS CARACTERIZAÇÕES

Conceitos matemáticos, por vezes, não são entendidos pelos alunos pelo motivo deles não conseguirem relacionar esses conceitos com contextos do dia a dia. É com interesse de minimizar essa falta de compreensão que assumimos a Modelagem Matemática como aporte teórico deste estudo.

Em linhas gerais, a Modelagem Matemática consiste em partir de uma problemática que se pretende investigar e chegar a uma solução para o problema eleito para estudo. Nesse processo vem associado o uso de representações que pode culminar na obtenção de um modelo matemático. O modelo matemático, nessa compreensão, “é o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a “atividade” de busca por essa solução” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2019, p. 15).

Almeida e Vertuan (2009) asseveram que atividades de modelagem matemática tem potencial para explicar conceitos matemáticos, de maneira mais satisfatória e motivadora, ao passo que o aluno investiga uma situação da realidade com oportunidade de entender conceitos matemáticos a partir de situações de sua realidade.

[...] a atividade de Modelagem Matemática consiste em partir de um fato real, preferencialmente do cotidiano dos alunos, e criar, por meio da coleta, análise e organização dos dados coletados, uma expressão em linguagem matemática que possa servir de parâmetro para descrição e compreensão da realidade (ALMEIDA; VERTUAN, 2009, p.1).

Essa caracterização de Modelagem Matemática sugere que uma atividade tem como ponto de partida uma situação-problema da realidade (situação inicial), não essencialmente matemática (LORIN, 2015), e a partir de representações que se ancoram em conceitos matemáticos, é requerido dos alunos que compreendam tal situação até chegar a uma situação final (solução para a problemática) (Figura 1).

**Figura 1.** A dinâmica de uma atividade de modelagem



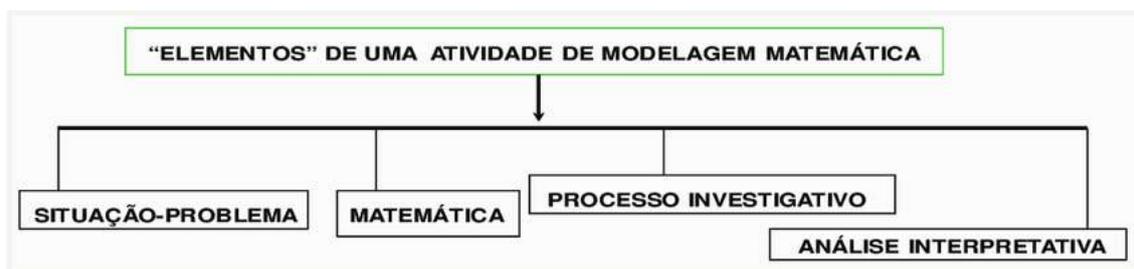
**Fonte:** (Adaptado de Almeida; Silva; Vertuan, 2019)

Na passagem da situação inicial para a situação final os alunos precisam manipular objetos matemáticos a fim de desenvolver capacidades de interpretação e argumentação. É no decorrer desse processo que conhecimentos matemáticos e não matemáticos podem ser produzidos, pois para Meyer, Caldeira e Malheiros (2018, p.25) “cada pessoa constrói o seu conhecimento, o sujeito atribui significados pelos próprios meios”, já que cada aluno tem formas de ver, pensar e agir sobre

a situação e seus conhecimentos (VERONEZ, 2013).

Da situação inicial até a obtenção de uma solução para essa situação (situação final), há o que alguns autores definem como fases (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2019) ou etapas (BURAK, 1992, 2004, 2010) da Modelagem Matemática. Essas etapas, ou fases, são inerentes ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, assim como também são evidenciados em seu desenvolvimento alguns elementos, que segundo Almeida, Silva e Vertuan (2019), caracterizam uma atividade de modelagem matemática (Figura 2).

**Figura 2.** Elementos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2019, p. 17)

Esses elementos indicam que uma atividade de modelagem matemática considera um problema a investigar, que se associa a estruturas matemáticas que permitem um processo investigativo com olhar para a Matemática, mas sem perder de vista o problema investigado e, se consolida quando da análise interpretativa da resposta obtida com atenção ao problema no contexto da situação de onde ele é originário.

Nesse modo de compreender Modelagem Matemática, os problemas para estudo não precisam partir do professor, ao contrário, existe a possibilidade do aluno propor situações para estudo, favorecendo o que Burak (2010, p. 22) denota por “privilégio educativo”. Segundo esse autor, “construir no estudante a capacidade de levantar e propor problemas, advindos dos dados coletados e mediado pelo professor é, sem dúvida, um privilégio educativo”.

A Modelagem Matemática concebida nessa perspectiva também permite que ela seja caracterizada como atividades abertas que extrapolam o fato de resolver o problema que está em foco (VERONEZ, 2013) e privilegiam encaminhamentos diferentes de acordo com o interesse daqueles que a desenvolvem ou a propõem. Esses encaminhamentos estão ligados ao pensar e agir do aluno quando estão desenvolvendo atividades de modelagem matemática, e é a partir deles que vão surgindo conceitos e conteúdos matemáticos.

O fato da matemática se fazer presente quando se investiga aspectos de uma situação real favorece o pensar e o agir do aluno. Além disso, sugere um olhar diferente para as aulas de matemática. É sobre a modelagem matemática em sala de aula que abordamos na seção a seguir.

## A MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Muitas inquietações surgem ao desenvolver atividades de modelagem matemática em sala de aula, e dentre elas estão: O que diferencia a aula com modelagem matemática da aula com “ensino tradicional”? Quais são os desafios encontrados pelos professores e alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática?

Durante o trabalho com Modelagem Matemática, professor e alunos precisam ter comportamento ativo em todo o processo investigativo demandado no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. A Modelagem Matemática, de modo geral, exige do aluno que ele questione, investigue, assuma atitude de protagonista de sua aprendizagem e, nesse sentido, desloca o papel do professor de transmissor de conhecimento para o mediador dele. Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2017, p.27), em atividades de modelagem matemática “o aluno tem direito de ver o problema na importância que ele tem para a sociedade” e discutir sobre ele a partir de lentes da matemática, assessorados pelos conhecimentos do professor.

A adoção da Modelagem Matemática como uma “alternativa pedagógica”, conforme propõem Almeida, Silva e Vertuan (2019, p.17), viabiliza com que os problemas relacionados ao dia a dia dos alunos sejam trazidos para a sala de aula, e que os conteúdos matemáticos sejam ensinados de forma não linear, assim, [...] não há previsibilidade do que ocorrerá nas aulas na utilização deste ambiente de aprendizagem, movendo os professores para uma zona de risco (OLIVEIRA; BARBOSA, 2011, p. 267-268).

Contudo, não apenas o professor se sente desafiado, para o aluno também há o desafio de se fazer mais atuante nas decisões sobre a situação em estudo e na ação de propor problemas, algo pouco recorrente, como nos lembra Meyer, Caldeira e Malheiros (2018). Embora esses dois sujeitos educativos tenham papéis importantes no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, nesse produto educacional discorreremos sobre o olhar do professor para as atividades que foram desenvolvidas por seus alunos. Assim, trazemos à tona as atividades desenvolvidas pelos alunos e a discutimos sob a ótica do professor que as orientou, explicitando aspectos relacionados ao seu papel de mediador e às alterações que faria nesse processo.

# SEÇÃO II

*Nesse momento temos o intuito de provocar o leitor a pensar na possibilidade de desenvolver atividades de modelagem matemática em suas aulas. Para tanto, trazemos duas atividades de modelagem matemática que foram desenvolvidas por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental, no contexto da sala de aula, durante nossa investigação.*

*O que trazemos é uma síntese das atividades como foram desenvolvidas pelos alunos, acompanhadas de algumas reflexões do professor e de sugestões de outros encaminhamentos que poderiam ser adotados.*

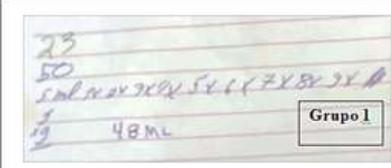
## DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

A atividade “Quanto suco existe em uma laranja?” foi a primeira a ser desenvolvida pelos alunos. Nesta atividade os alunos se propuseram a investigar dois problemas: 1) Ao dividir uma laranja em 4 partes, que porcentagem representa cada parte? 2) Quanto de líquido (suco) existe em uma laranja?

Para o desenvolvimento dessa atividade os alunos foram organizados em grupo de três alunos. O espaço em que a desenvolveram foi a sala de aula e os instrumentos utilizados foram: laranja, régua, folhas para anotações, faca, copo de medidas e seringa.

Na Figura 3 sintetizamos como a atividade de modelagem matemática foi desenvolvida dando destaque para o tema, os problemas elegidos para investigação, informações consideradas importantes pelos alunos e as estratégias utilizadas para resolver os problemas, assim como alguns questionamentos da professora.

**Figura 3.** Síntese da atividade “Quanto suco existe em uma laranja?”

<b>TEMA:</b> Quanto suco existe em uma laranja?	
<p><b>PROBLEMAS:</b></p> <p>1) Ao dividir uma laranja em 4 partes, que porcentagem representa cada parte?</p> <p>2) Quanto de líquido (suco) existe em uma laranja?</p>	<p style="text-align: center;"><b>Informações consideradas importantes pelos alunos e as estratégias utilizadas:</b></p> <p><i>1) – Professora, 50% de cada uma dá para cortar aqui e aqui. 50% vai dar 4 pedaços.</i></p> <p><i>- Porque são tamanhos iguais.</i></p> <p><i>- [...] uma laranja é 100%.</i></p> <p><i>2) - Pode ser 70 ou 100 ml.</i></p> <p><i>- Nós temos que furar ela e colocar em um copo com medidas.</i></p> <p><i>- A gente só precisa tirar a água da laranja.</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p><i>- Só ir somando os valores que anotamos.</i></p> <p><i>- Porque fizemos assim. 5, 10, 15, 20 e mais 3.</i></p> <p><i>- Então só colocar 3,2 em baixo do 55,00, com a vírgula embaixo da vírgula.</i></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p><b>Grupo 1</b></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><b>Grupo 2</b></p> </div> </div>
<p><b>Alguns questionamentos da professora:</b></p> <p><i>1) - E se quiser cortar a laranja em 50 pedaços que porcentagem representaria cada pedaço?</i></p> <p><i>- Se nós cortarmos em dois pedaços, quantos % tem cada pedaço?</i></p> <p><i>2) - Então se a laranja de vocês é menor o que aconteceu?</i></p>	
<p><b>RESPOSTAS AOS PROBLEMAS</b></p> <p>1) 25%.</p> <p>2) Grupo 1 - 48 ml Grupo 2 - 58,2 ml</p>	

Fonte: Autoras, 2023

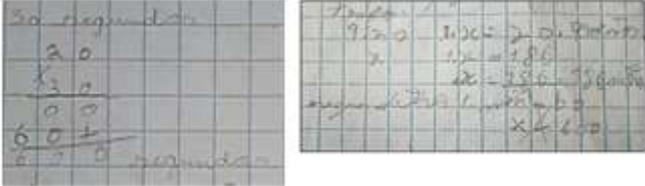
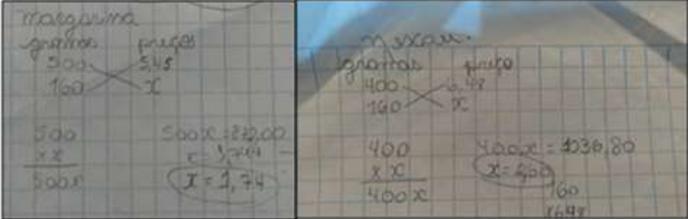
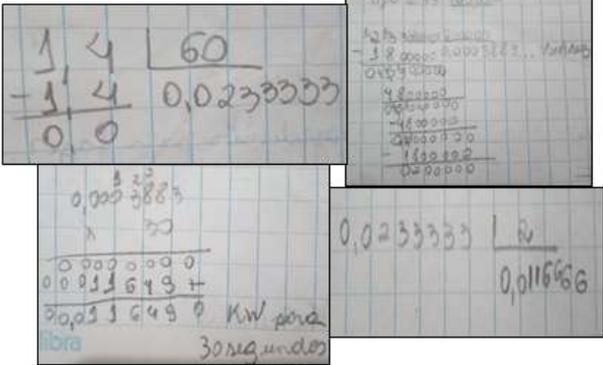
Essa atividade foi desenvolvida a partir da leitura do histórico da árvore laranjeira, tendo por objetivo familiarizar os alunos com a temática do fruto da laranjeira, a laranja. A leitura trouxe proposições que se aproximavam à ideia de investigar a quantidade de suco que uma laranja pode conter. Diante disso, os alunos iniciaram um processo de investigação, coletando a quantidade de suco de várias laranjas. Também calcularam a porcentagem de cada pedaço quando dividida em 4 partes aproximadamente iguais. Ao analisar as informações coletadas e as respostas dos alunos, a professora percebeu que os alunos não compreenderam os conteúdos estudados e, sendo assim, fez vários questionamentos, tais como: E se quiser cortar a laranja em 50 pedaços que porcentagem representaria cada pedaço? Se nós cortarmos em dois pedaços, quantos % tem cada pedaço? Então se a laranja de vocês é menor o que aconteceu?

A segunda atividade desenvolvida, cuja temática é *Brigadeiro* emergiu do interesse dos alunos em investigar qual brigadeiro ficaria mais em conta: comprar ou fabricar. O interesse surgiu quando os alunos se propuseram a falar sobre alguma comida, porém, optaram por falar de um doce: o brigadeiro. Acordado o tema, os alunos elegeram duas questões para investigação: 1) Sabendo que para fazer um prato (medida) gastarei 9:30 segundos no micro-ondas, quanto tempo gastarei para fabricar 20 pratos (medida) de brigadeiro? 2) Qual compensa mais: comprar os ingredientes para fabricar o brigadeiro ou comprar a lata pronta?

Para o desenvolvimento dessa atividade os alunos se organizaram em grupos de 3 alunos, sendo também desenvolvida no espaço da sala de aula e os instrumentos utilizados foram: lápis, folha de caderno e calculadora.

Na Figura 4 ilustramos alguns aspectos dessa atividade, dando destaque para o tema, algumas ideias enunciadas pelos alunos, os problemas a investigar, alguns conceitos e técnicas utilizados pelos alunos, assim como as soluções.

Figura 4. Síntese da atividade “Brigadeiro”

<b>TEMA: Brigadeiro</b>	
<p><b>Algumas ideias enunciadas pelos alunos:</b></p> <p>Quanto tempo vou gastar para preparar o brigadeiro?</p> <p>Qual a diferença do brigadeiro comprado para o fabricado?</p> <p>Quanto tempo vou gastar para fabricar mais de uma receita?</p> <p>Qual o valor gasto para fabricar uma receita de brigadeiro e qual ficaria mais viável?</p>	<p><b>SOLUÇÃO:</b></p> <p>1) “Fica assim: uma receita equivale á 9 minutos e 30 segundos. E 20 receitas, equivalem a quantos? Aí coloca o x, porque não sabemos o valor.”</p> <p>“Pois olha professora, se fosse 10 vezes 9 dava 90 e se eu somar 90 mais 90 porque são 20 que é a quantidade de receitas tenho 180.”</p>  <p>“Ou em segundos, porque 1 minuto tem 60 segundos, aí é só fazer 600 divididos por 60.”</p> <p>“600 divididos por 60 são 10 minutos.”</p> <p>“Agora é só somar 10 minutos mais os 180 encontrados, que teremos o total de 190 minutos.”</p>
<p><b>PROBLEMAS:</b></p> <p>1) Sabendo que para fazer uma receita gastarei 9:30 segundos no micro-ondas, quanto tempo gastarei para fabricar 20 receitas de brigadeiro?</p> <p>2) Qual compensa mais: comprar os ingredientes para fabricar o brigadeiro ou comprar a lata pronta?</p>	<p>2) “Vamos usar só uma colher de margarina também e compramos o pote todo.”</p> <p>“Eu preciso fazer isso então para a margarina e para o Nescau também, certo?”</p>  <p>“Nós não teremos que calcular o valor da conta de luz, que também é um gasto?”</p>
<p><b>Alguns conceitos e técnicas utilizados pelos alunos:</b></p> <p>1) “É fácil professora, uma conta de multiplicação.”</p> <p>“É vezes Professora.”</p> <p>“Mas não dá para resolver pela regra de três?”</p> <p>2) “Já pesamos a margarina, deu 50 gramas, professora.”</p> <p>“Então fazemos 395 vezes 2 de leite condensado e mais 80 vezes 2 que é a margarina e mais 80 vezes 2 gramas de Nescau.”</p> <p>“Depois é só eu multiplicar o valor pela quantidade de gramas.”</p> <p>“A gente fez conta de vezes, 30 vezes 20 e dá 600.”</p> <p>“Regra de três.”</p> <p>“600 divididos por 60 são 10 minutos.”</p>	 <p>“A nossa soma deu R\$ 12,50 com a luz.”</p> <p>“A nossa deu R\$ 12,84 sem a luz e com a luz R\$ 13,24, porque é duas vezes o valor da luz, por serem duas receitas.”</p> <p>“Sim o fabricado fica R\$13,24 e o comprado é R\$ 16,45 e ainda o caseiro é mais gostoso.”</p>

Fonte: Autoras, 2023

Diante da proposição dos alunos, de investigar aspectos relacionados ao brigadeiro, a professora teve oportunidade de fomentar momentos de argumentação e negociação entre os alunos ao passo que buscavam obter respostas para os problemas aventados.

Na seção que segue o foco é direcionado para as reflexões da professora pesquisadora no processo de conduzir e mediar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em suas aulas de Matemática.

## O OLHAR DA PROFESSORA A PARTIR DA ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Para o desenvolvimento da atividade cujo tema foi “Quanto suco existe em uma laranja?” proposto pela professora, os alunos se envolveram com fenômenos reais e investigaram problemas que faziam alusão a conceitos matemáticos. Para orientar os alunos na resolução desses problemas e na interpretação das respostas obtidas, uma vez que problemas de modelagem requerem que o resultado matemático seja interpretado num contexto real, a professora recorre ao uso de perguntas diretivas do tipo: E se quiser cortar a laranja em 50 pedaços que porcentagem representaria cada pedaço? Se nós cortarmos em dois pedaços, quantos por cento tem cada pedaço? Então se a laranja de vocês é menor o que aconteceu?

Como essas perguntas são respondidas pelos alunos de forma pontual, fica a indicação de que eles ainda não realizaram uma análise crítica e profunda do resultado matemático como solução para uma situação da realidade. Essas perguntas, embora tenham sido proferidas no sentido de auxiliar os alunos a se envolverem com o tema proposto pela professora, podem ter interferido no pensar dos alunos e não favorecido com que eles criassem problemas mais abertos, visto que essa era suas primeiras experiências com modelagem matemática. Contudo, essa também era uma primeira experiência da professora, e isso pode ter influenciado sua ação na condução das atividades de modelagem matemática. Nessa atividade precisaria ter sido associada à ação da professora a estratégia de fazer perguntas mais aberta aos alunos, perguntas que requeiram maior esforço cognitivo, bem como solicitar que os alunos retomassem à situação da realidade.

Esperava-se, nessa atividade do suco da laranja, que os alunos se envolvessem com a matemática sem se distanciarem do problema e, de forma geral, não foi isso o que aconteceu. Contudo, a essa ação dos alunos de focalizar a matemática em detrimento das características reais dos problemas que investigavam, em certa medida, se relaciona com a falta de experiência da professora em trabalhar questões que envolvem contextos reais e, ao mesmo tempo, dos alunos reconhecerem, por hábito, sem muita ou qualquer reflexão sobre isso, que por estar em aula de matemática o foco fica sempre na matemática.

Além da inexperiência da professora, o fato do tema ter sido proposto por ela pode ter influenciado os alunos a se distanciarem do problema e priorizarem a matemática. Eles podem não ter se identificado com o tema ou ter apenas se apoiado no fato de que a aula era de matemática, então tinha-se que abordam aspectos matemáticos do problema.

De modo geral, essa primeira atividade: “Quanto suco existe em uma laranja?” serviu de experiência inspiradora e contribuiu no sentido de busca por entendimentos para o que é posto na literatura sobre Modelagem Matemática. Além disso, tal atividade contribuiu para revelar que, por um lado, embora em atividades de modelagem matemática a autonomia do aluno seja uma

característica relevante, as intervenções da professora são de fundamental importância para que as atividades sejam desenvolvidas com sucesso. Por outro lado, a professora deve estar atenta para que as intervenções não inibam, limitem ou induzam os alunos a encaminhamentos ou resultados, ao contrário, as intervenções devem acontecer como mediações, de modo a respeitar a autonomia do aluno. Uma possível ação de mediação pode ser o uso de perguntas que orientem os alunos, que os motive a pensar sobre a situação e a matemática. Contudo, as intervenções da professora poderiam ter sido mais desafiadoras, pois ao trabalhar com a primeira atividade, como a professora não tinha experiência com modelagem matemática, seus questionamentos foram muito diretos.

Ao desenvolver essa atividade de modelagem matemática a professora e os alunos vivenciam um novo contexto em sala de aula, que exige atitudes e comportamentos diferentes dos requeridos em uma aula expositiva, por exemplo. Na atividade com o tema “Quanto suco existe em uma laranja?”, os encaminhamentos assumidos pelos alunos trouxeram à tona a necessidade de realizar experimentos, tais como cortar a laranja, extrair o seu suco e medir a quantidade de suco extraído da laranja. Essas ações denotam que a atividade de modelagem matemática implica em uma dinâmica de sala de aula que pode promover aprendizagens multifacetadas, como exemplo, a coordenação motora, a interpretação de dados reais, a observação de um fenômeno na prática e o trabalho colaborativo dos alunos.

Ainda, na atividade do suco da laranja, dependendo do encaminhamento assumido por cada grupo, ou das intenções da professora, também podem emergir diferentes problemas e soluções para esse tema. Por exemplo, para o Ensino Fundamental, poderiam ter sido trabalhadas medidas de tendência central (média, moda e mediana), também explorar conhecimentos de circunferência (raio, diâmetro da laranja cortada). Para o Ensino Médio, uma possível abordagem, desse tema, seria calcular o volume da laranja, ou seja, da esfera e a partir disso determinar a quantidade de suco da laranja sem precisar cortá-la.

O fato de a modelagem matemática não apresentar uma forma linear de abordar os conteúdos e desenvolver-se conforme os alunos e a professora se envolvem com a temática em estudo foi desafiador, pois autores como Malheiros (2004), Santos (2019), Meyer, Caldeira e Malheiros (2019), Almeida, Silva e Vertuan (2019) e Oliveira e Barbosa (2011) classificam como “sair da zona de conforto”. Ter olhar atento aos procedimentos e discussões dos alunos, respeitando a autonomia deles, sem deixá-los dispersar da atividade requer do professor certas mudanças de atitudes. Outro aspecto que implica sair da zona de conforto é o fato de não ter um livro didático como sequência de conteúdos, ou seja, não se tem uma referência pré-estabelecida.

Olhando para essa atividade, que teve a temática proposta pela professora, ela reconhece que os problemas poderiam ter assumido outros encaminhamentos, ter explorado aspectos que requeressem maior envolvimento dos alunos com o tema. Um aspecto identificado pela professora

após a finalização dessa atividade foi a ênfase dada à matemática. A matemática foi priorizada em detrimento de outros conhecimentos que poderiam ter sido mais valorizados como a situação real, a formação social do aluno. Por outro lado, essa percepção contribuiu para que a professora pensasse nas suas ações e comportamentos quando do desenvolvimento da segunda atividade. Essa constatação também serviu para que ela pudesse melhor entender como deve se dar o papel do professor em atividades de modelagem matemática e o sentido que o termo mediar, orientar, tem nos textos sobre Modelagem Matemática que indicam ou dão orientações para o professor.

Ao passo que professora e alunos foram se familiarizando com o fazer Modelagem Matemática, há um movimento de envolver-se com a matemática de forma atrelada ao problema real em estudo, valorizando os diversos conhecimentos emergidos. Assim, a segunda atividade, oriunda de um tema proposto pelos alunos (Brigadeiro), teve maior participação deles desde o início, quando convidados a eleger problemas a investigar.

Como já reconheciam alguns processos do fazer modelagem matemática, eles lidaram com maior naturalidade quando tiveram que fazer pesquisas e pensar em problemas não necessariamente matemáticos. Nessa atividade os problemas emergiram dos alunos, sem a necessidade de intervenção direta da professora e na medida em que os alunos foram se envolvendo com o tema, a professora foi contribuindo de forma a orientá-los, sem impor ou indicar caminhos.

Mesmo os alunos já tendo alguma familiaridade com atividades de modelagem matemática e entendendo que poderiam caminhar mais livres, devido à proposição do tema ter emergido deles, em vários momentos eles requeriam certa aprovação da professora frente ao que estavam fazendo. Em outros, se mostravam apreensivos e solicitavam um aceno da professora em suas tomadas de decisões.

Quanto à professora, ela estava mais envolvida e confortável para mediar o desenvolvimento dessa atividade junto aos alunos. Suas intervenções contribuíram no sentido deles pensarem acerca do problema, mas também em validar as respostas que obtiveram. Fazer a análise dos resultados encontrados com vistas à realidade e perceber que faltavam informações, como calcular a energia gasta pelo micro-ondas, e ter que responder ao problema a partir de reflexões em torno muito mais do tema que da resposta matemática, foram momentos importantes da atividade, inclusive porque tiveram que retomar pesquisas relacionadas à temática em estudo e argumentar sobre seus encaminhamentos.

A professora também evidencia o fato de que os conhecimentos matemáticos requeridos para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática (em particular da atividade dos brigadeiros) nem sempre seguem uma ordem linear. Ou seja, os alunos utilizaram conceitos de divisibilidade, dízimas periódicas, regra de três, multiplicação e adição, de forma concomitante.

Outro ponto a destacar é que as atividades de modelagem matemática levaram a professora

há vários momentos solicitar que os alunos explicassem seu raciocínio, deixando subentendido que nesse tipo de atividade há valorização da autonomia do aluno e do desenvolvimento de sua capacidade de comunicação e argumentação. Ainda, percebe-se que momentos como esse podem constituir-se como meio de avaliação das tarefas realizadas pelos alunos, assim como os registros escritos deles. Já que o avaliar também pode ser um desafio para o professor em atividades de modelagem matemática, conforme já apontam autores como Veleda (2018), Guimarães e Almeida (2021) e Malheiros (2004).

O tema brigadeiro pareceu de bastante interesse da turma e poderia ter sido explorado em outros contextos. Por exemplo, coletar dados acerca do preço do cento de brigadeiros em confeitarias comparando as formas estudadas pelos alunos e construir gráficos de preço unitário, o que pode ser estudado ainda no Ensino Fundamental. Investigar até que ponto é vantajoso fabricar ou comprar, por meio de sistema de equações, pode constituir-se foco de estudo em turmas do Ensino Médio.

Após analisadas as duas atividades de modelagem matemática, que foram desenvolvidas pelos alunos do 8º ano, é possível reconhecer que muitas das falas da professora poderiam ter sido melhores enunciadas e, ter provocado os alunos a pensarem de forma diferente da que pensaram. Há alguns momentos que a professora considera que possa ter de alguma forma, inibido diferentes direcionamentos dos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, em particular, na primeira atividade: “Quanto suco existe em uma laranja?”.

Nessa atividade, a falta de experiência da professora em trabalhar a disciplina de matemática com possibilidades e alternativas de ensino diferentes, como a alternativa da modelagem matemática, pode ter sido responsável por descaracterizar a abordagem de uma situação-problema não essencialmente matemática, visto que em seus, apontamentos e questionamentos ela buscava direcionar para problemas matemáticos se referindo a expressões de cunho matemático ou com alusão a aspectos da matemática.

Além disso, o fato da atividade de modelagem matemática ter sido desenvolvida em aulas de matemática pode ter favorecido para que os alunos trouxessem e elegessem problemas propriamente matemáticos para investigar, já que estavam habituados a estudar matemática de forma “tradicional” e a resolver problemas menos abertos e, portanto, que carecem de pouca investigação.

Para a primeira atividade intencional da professora poderiam ter outras conduções e direcionamentos diferentes para que os alunos pudessem explorar mais a atividade. Mas, mesmo com os direcionamentos tomados, contribuíram tanto para os alunos como para a professora conhecer experiências com a modelagem matemática. Assim, na próxima atividade desenvolvida era possível que os alunos conseguissem desenvolver capacidades, competências e conhecimentos.

A falta de experiência da professora, dos alunos e o contexto em que estavam sendo

desenvolvidas as atividades de modelagem matemática, na segunda atividade “Brigadeiro”, já estavam melhores. Durante o desenvolvimento dessa atividade, como era um tema do interesse dos alunos, todos estavam mais envolvidos com o tema, pesquisas e problemas. Os problemas já não eram totalmente recorrentes a contextos matemáticos e sim, problemas que os alunos tinham interesse em saber. Os alunos se envolveram mais com essa atividade e isso favoreceu com que a professora atuasse de forma a orientá-los sem reprimi-los no que faziam na coleta dos dados e no tratamento deles.

Trabalhar com atividades de modelagem matemática fizeram a professora refletir e pensar em possíveis alterações na sua prática, principalmente considerado o fato dos alunos não terem conhecimento dessa alternativa pedagógica. Primeiramente parece ser mais fácil iniciar o trabalho de atividades de modelagem matemática em contextos de projetos, para depois desenvolver atividades com essa alternativa nas aulas de matemática. Após os alunos conhecerem o trabalho com atividades dessa natureza, poderiam ser trabalhado em contexto da sala de aula, em aulas de matemática.

Para além, o tema da primeira atividade ser proposta pela professora é uma possibilidade que parece dar mais segurança para a professora sem experiência em trabalhar com atividades de modelagem matemática, mas para isso, também é necessário que a professora conheça a turma e seus interesses quando de sua proposição. Com isso, a professora poderá ter participação mais ativa dos alunos e contribuir para que eles aprendam matemática de uma forma diferente da que estão habituados.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Caro (a) colega professor (a)...

Esperamos que as atividades aqui apresentadas contribuam de algum modo para o desenvolvimento de suas aulas com atividades com a alternativa pedagógica modelagem matemática. Também esperamos que as atividades desenvolvidas por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, as quais foram aqui sintetizadas, mostrem a importância do papel do professor como mediador na condução delas, de forma a não inibir discussões e contribuições importantes. Assim, neste produto educacional procuramos destacar o meu olhar enquanto professora, após as análises empreendidas.

O modo como as atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas e analisadas, mostram que as mediações do (a) professor (a) são de extrema importância, dentro das diversas possibilidades que um problema de modelagem matemática pode apresentar, para que não se tenha um ensino “tradicional”. Além disso, a ação do (a) professor (a) a partir de suas respostas aos questionamentos dos alunos pode inibir as ações e contribuições dos alunos nas aulas. Essas inibições, contudo, acabam sendo mais frequentes quando há inexperiência da professora com a metodologia de ensino que adota em suas aulas. No nosso caso, a falta de experiência da professora com a alternativa pedagógica modelagem matemática inibiu a participação dos alunos na primeira atividade, mas o pensar sobre sua ação, ajudou-a a alterar o modo de condução das demais atividades. Assim, no desenvolvimento das outras atividades de modelagem matemática a professora atuou de forma a dar mais espaço para os alunos participarem e produzirem conhecimentos.

Diante do meu olhar de professora, e das reflexões expressas, esperamos que este trabalho inspire você professor a trabalhar com atividades de modelagem matemática, de forma a quebrar o medo e apreensão em trabalhar com atividades dessa natureza.

Por fim, destaco que as atividades de modelagem matemática só podem acontecer se você caro colega professor (a) se der a oportunidade de desenvolver situações onde os alunos questionem situações da sua realidade por meio da Matemática, mesmo que saindo de sua “zona de conforto”. Permita a você e a seus alunos vivenciar momentos de aprendizado com atividades de modelagem matemática.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Matemática**. São Paulo: Contexto, 2019. 160 p.
- ALMEIDA, Lourdes Werle, de. VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática e a Educação Básica: um passeio pelas diferentes séries. **VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática**. Londrina, 2009.
- BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e a sala de aula. **I EPMEM - Encontro Paranaense da Modelagem na Educação Matemática**. Londrina. Anais do I EPMEM, 2004.
- BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática sob um olhar da educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1 n. 1, p. 10 – 26, 2010.
- BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 460 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação na Área de Concentração: Psicologia Educacional. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 1992.
- LORIN, Ana Paula Zanim. **Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática**. 2015. 165 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina- Uel, Londrina, 2015.
- MAGALHÃES, Gustavo Granado; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Avaliação em Modelagem Matemática: focos e modos de fazer. **RPEM**, Campo Mourão, PR, Brasil, v.10, n.23, p.305-327, set.-dez. 2021.
- MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem. 2004. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 2004.
- MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.
- OLIVEIRA, Andreia Maria Pereira de; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática e situações de tensão e as tensões na prática de modelagem. **Boletim de Educação Matemática: Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 265-296, abr. 2011.
- SANTOS, Silva Regina Potulski. **Um estudo sobre o problema em atividades de modelagem matemática**. 2018. 58f. Dissertação (Mestrado) - Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Estadual do Centro Oeste – UNICENTRO – Guarapuava, 2019.
- VELEDA, Gabriele. Granada. **Avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática: elementos para uma teorização**. 2018. 140f. Tese (Doutorado) – Programa de pós-graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2018.
- VERONEZ, Michele Regiane Dias. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática**. 2013. 176 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.