



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT



PRODUTO EDUCACIONAL

Algumas atividades sobre Projeções Cartográficas

Lucas Schimith Zanon
Carmen Viera Mathias

DESCRIÇÃO: A partir da experiência obtida durante a escrita do capítulo Projeções Cartográficas para o projeto Livro Aberto de Matemática (LAM), elaboramos uma oficina destinada para professores, composta por seis atividades, sendo três síncronas e três assíncronas, nas quais os participantes foram questionados sobre sua confiança em lecionar o tema, e debateram com outros professores sobre suas experiências e questionamentos. Assim, o produto educacional trata de algumas atividades, que foram disponibilizadas durante a oficina aos participantes.

Produto

O Capítulo de Projeções Cartográficas, elaborado no contexto do LAM possui como objetivo abordar a habilidade EM13MAT509: “Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital. ”, conforme Brasil (2018, p.541).

Como comentado no início do presente capítulo, todas as atividades que estão contidas nas seções Explorando do LAM são as mais atrativas do capítulo, portanto na apresentação resumida nesta dissertação será dado um foco a essas atividades, o capítulo completo pode ser acessado pelo *link*¹ disponível no site do LAM. Iniciando o capítulo há uma

¹ <https://github.com/livro-aberto/tex-design-development/raw/master/Cap%C3%ADtulos%20prontos%20-%20Aluno/Proje%C3%A7%C3%B5es%20Cartogr%C3%A1ficas.pdf>

atividade que busca analisar a consciência do aluno perante o seu posicionamento em relação a Terra, as nuvens e as pessoas. Segue a Atividade 1 “o astronauta” (Figura 1).

Figura 1: Atividade 1 do capítulo

Objetivos Específicos

O astronauta

- Reconhecer sua posição na superfície terrestre.

Sugestões e discussões

O astronauta

- **Conceitos abordados:** Posição de um corpo e o lugar do corpo no espaço.
- **Organização em sala de aula:** Nesta atividade, que sugere-se ser feita de forma individual, o aluno deve ilustrar o que é solicitado. Após primeiro momento, sugere-se que os alunos organizem-se em duplas ou trios e comparem as ilustrações. A discussão em grupos contribuirá para a percepção de cada aluno sobre o seu lugar no espaço e os pontos de referência utilizados (astronautas, nuvens, lua, etc.).
- **Dificuldades previstas:** Acredita-se que os alunos não terão dificuldades em realizar o desenho, visto que é algo simples e pode ser feito como um esquema. O que pode ocorrer é o aluno desenhar o planeta Terra como algo plano ou não desenhar a Terra.
- **Sugestões gerais:** Para o desenvolvimento da tarefa recomenda-se que sejam entregues folhas de papel aos alunos, pois é interessante que os mesmos guardem seus desenhos para posterior discussão (ver o *Organizando - O problema do cartógrafo 1*).
- **Material necessário:** Folhas de papel sulfite.
- **Enriquecimento da discussão:** Acredita-se que a atividade pode oportunizar uma discussão sobre a relação existente entre diferentes disciplinas, visto que, conforme comentado anteriormente, o tema projeção cartográfica deve ter sido abordado no ensino fundamental na disciplina de geografia. Além disso, o professor pode questionar “como é o formato do nosso planeta?” ou “o que faz você pensar que a Terra é assim?”. Caso o aluno tenha feito um desenho diferente do esperado (conforme consta na resposta) solicite que ele desenhe pessoas em diferentes locais da sua representação da Terra. Caso tenha desenhado a Terra como algo plano, questione “o que aconteceria se saísse de casa e andasse na mesma direção?” Questione o aluno “por onde ele vai passar e onde ele vai chegar”.

Nota 1

O astronautaAtividade 1

a) Descreva em palavras a cena ilustrada na Figura 1.2.



Figura 1.2: O astronauta.
Foto de Monica Garniga, no Unsplash

b) Faça um esboço que ilustre o que você descreveu.

c) Desenhe onde você está nesse esboço.

d) Sinalize onde estão as nuvens no seu esboço.

e) Organizem-se em grupos de três alunos e socializem suas respostas.

Fonte: Mathias e Zanon (2020, p.2)

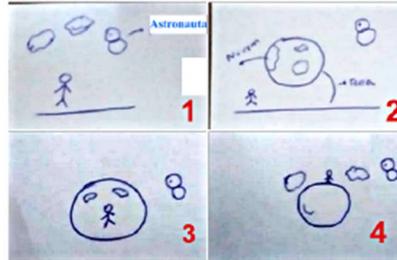
À direita da Figura 1 consta a atividade que o aluno verá em seu livro. Como a Figura 4 tem origem na versão do professor, constam na esquerda os Objetivos Específicos e Sugestões e Discussões onde encontram-se as explicações e dicas de como o professor pode realizar a atividade em sala de aula.

Ainda na Figura 4 podemos notar que existe um retângulo escrito “Nota 1”. Ao clicar neste retângulo, o professor será encaminhado para as páginas finais do capítulo, em que são apresentadas as possíveis respostas dos alunos e como interpretar cada uma delas. Mesmo sendo uma pergunta descritiva e muito pessoal, Nardi (2016) apontou uma aproximação das possíveis respostas e que foram adaptadas para o contexto do LAM, como ilustra a Figura 2.

Figura 2: Conteúdo da nota 1

1 Resposta: O astronauta

Apesar da resposta ser pessoal, [Nardi-2016] apontam que os alunos poderão esboçar uma das seguintes possibilidades:



Em ilustrações do tipo 1, a Terra é um plano e os astros estão no "céu" que, por sua vez, é paralelo ao "chão". No tipo 2, o aluno admite a natureza esférica e espacial da Terra, porém, os objetos soltos próximo à sua superfície caem para um chão imaginário, no espaço, localizado abaixo do planeta. Nas ilustrações do tipo 3, o aluno concebe o planeta Terra como esférico, porém, o entende como um corpo oco, com os indivíduos vivendo na sua parte interna inferior e as nuvens na parte interna superior. Ilustrações do tipo 4 são as esperadas para o nível de ensino que os alunos estão.

Fonte: Mathias e Zanon (2020, p.71)

Assim, com essa atividade esperamos que o professor possa ter uma noção de como os alunos percebem sua localização no planeta Terra e por consequência o formato que o planeta possui.

Na sequência, apresentamos uma atividade que lamentavelmente ainda é necessária nos dias atuais, mesmo que pareça um debate antigo e já superado pela sociedade. No período em que o capítulo foi elaborado (ano de 2019), um movimento em defesa da Terra Plana tomou popularidade nas redes sociais e na *Internet* como um todo. Assim, pensamos que seria necessário incluir este tema em atividades no capítulo (Figura 3). Observamos que se o planeta Terra fosse plano, esse capítulo não seria necessário.

Figura 3: Parte 2 da atividade 2

Parte 2: Na sua opinião, qual das imagens ilustradas na Figura 1.5 melhor representa o formato do planeta Terra? Por quê?

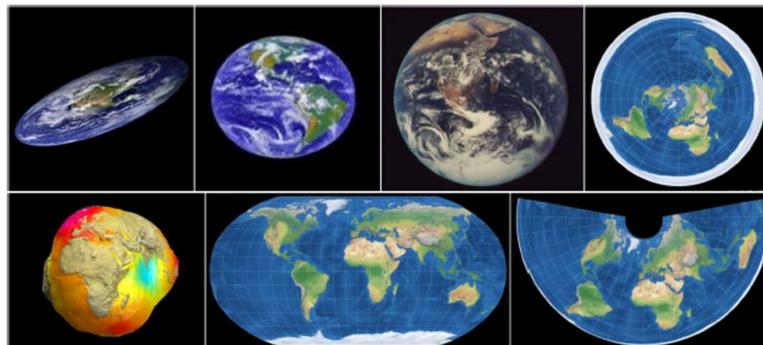


Figura 1.5: Representações do planeta Terra

Fonte: Mathias e Zanon (2020, p.4)

Ao planejar o capítulo, pensamos que depois de abordar o formato da Terra, os alunos precisariam compreender que todas projeções cartográficas apresentam algum tipo de deformidade (em área, formato ou ângulo). Assim, para dar uma ideia intuitiva desse fato, planejamos a Atividade 5 “Planificando o globo” (Figura 4).

Figura 4: Atividade 5

Planificando o globo Atividade 5

Vamos simular a planificação da superfície do planeta Terra utilizando um balão. Para isso você vai precisar de uma tesoura (sem ponta), um balão e uma caneta esferográfica. Também é recomendado que você tenha um pedaço de papelão (com tamanho igual a metade de uma folha A4) e fita adesiva. Para realizar essa atividade, precisamos que você encha um pouco o balão, deixando-o mais próximo possível de uma esfera. Talvez necessite moldá-lo com as mãos. Quando atingir o formato desejado de um nó na “boca” do balão. Ao finalizar essa etapa da atividade deve ter em mãos um balão como o ilustrado na [Figura 1.21](#).



Figura 1.21: Balão

Com a caneta esferográfica solte sua criatividade e desenhe sobre o balão, procure deixar imagens bem definidas para melhor observação, como ilustra a [Figura 1.22](#).

Fonte: Mathias e Zanon (2020, p.17)

Na referida atividade os alunos são orientados a desenhar em um balão que se aproxima de uma esfera e instruídos a esvaziar-lo. Após, os alunos devem tentar planificar o balão com o mínimo de cortes possível. Assim, esperamos que em sala, os alunos possam apresentar maneiras distintas de esticar o balão, com isso obtendo vários exemplos de que os formatos desenhados sempre serão distorcidos ou retalhados.

Esperamos, com essa atividade, que os alunos compreendam que as Projeções Cartográficas são úteis para dar uma visão geral do planeta que vivemos, porém sempre ocorrerá algum tipo de distorção. Após estabelecido os conceitos básicos, o conteúdo de Projeções Cartográficas é devidamente apresentado.

Como o capítulo é direcionado para o Ensino Médio, o foco ficou em torno das Projeções Cilíndricas, Cônicas e Azimutais (Planas), conforme orienta a BNCC. Para que os alunos possam ter uma percepção visual de como é criada uma Projeção Cartográfica, foram planejadas três atividades que tem um caráter experimental e utilizam uma garrafa pet, papel minimamente translúcido e lanterna.

A Figura 5, ilustra a atividade em que é fornecido um protocolo de como o aluno deverá realizar a simulação da Projeção Cartográfica Cilíndrica.

Figura 5: Instruções da Atividade 9

EXPLORANDO PROJEÇÕES CILÍNDRICAS

Projetando a esfera em uma superfície cilíndrica Atividade 9

Nessa atividade vamos simular uma projeção cartográfica do tipo cilíndrica. Para isso, serão necessários os seguintes materiais:

- Tesoura (com ponta)
- Lanterna (pode ser do celular)
- Garrafa PET transparente
- Fita adesiva
- Caneta esferográfica
- Papel vegetal (ou papel manteiga)
- Cola bastão

Na garrafa PET, faça 3 cortes como ilustra a Figura 1.44 (sendo o corte do bico é opcional).

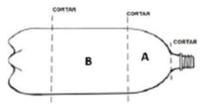


Figura 1.44: Cortes na garrafa.

Com a caneta esferográfica desenhe (preferencialmente na parte interna) da parte A (Figura 1.45). Procure deixar figuras bem definidas para futuras observações.

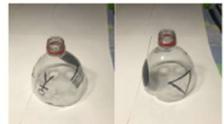


Figura 1.45: Desenhos na superfície da parte A da garrafa.

Forne a parte externa do cilindro (parte B da garrafa) com o papel vegetal (ou manteiga). Sugermos que utilize um pouco de cola bastão e faça duas linhas verticais na parte B (de preferência em locais opostos) (Figura 1.46 - I). Lembre-se que posteriormente o papel deverá ser retirado. É possível também colar as extremidades do papel com fita adesiva (1.46 - B), mas esse processo pode danificar o papel.

1 PROJEÇÕES CILÍNDRICAS

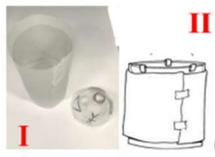


Figura 1.46: Formas de enrolar o cilindro.

Pegue a semiesfera (parte A da garrafa PET) e o cilindro (parte B da garrafa PET) e coloque a semiesfera com os desenhos como uma tampa do cilindro, conforme ilustra a Figura 1.47.

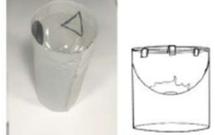


Figura 1.47: Posicionamento das superfícies.

Se for necessário, prenda as partes com ajuda de uma fita adesiva. Com o auxílio da lanterna, um aluno deve iluminar a parte A, de forma que a luz esteja no centro da semiesfera (Figura 1.48). Enquanto isso, os outros integrantes do grupo, deverão destacar utilizando a caneta esferográfica a sombra projetada dos desenhos da parte A sobre o papel que envolve a parte B.



Figura 1.48: Iluminando a superfície de projeção.

Fonte: Mathias e Zanon (2020, p.35-36)

E, a Figura 6 ilustra os questionamentos a serem realizados aos alunos.

Figura 6: Questões a serem resolvidas pelos alunos

- a) Após destacar todas as sombras, modifique a semiesfera (parte A da garrafa PET) e observe o que ocorrerá com as sombras. Movimento do cilindro (coloque-o na vertical, na horizontal,...) e descreva o que ocorre com as sombras.
- b) Modifique a localização da lanterna. Aproxime-a da borda do cilindro, coloque-a mais afastada possível, ilumine parte da superfície esférica. O que ocorre?
- c) Conclua a atividade retirando o papel da parte B. Analise todos os desenhos feitos, um de cada vez, e discuta com o grupo se houve alguma distorção ao realiza a projeção. Se sim, quais foram e onde ocorreram com maior intensidade?

Fonte: Mathias e Zanon (2020, p.37)

A partir dessa atividade, acreditamos que os alunos tenham a possibilidade de desenhar formas, figuras ou até mesmo escrever palavras e visualizar as distorções causadas pela posição

do papel, do ângulo e da proximidade do ponto de luminosidade. Além disso, os alunos poderão comparar com as figuras desenhadas por seus colegas. Indicamos para o professor que sugira aos alunos que a projeção resultante seja guardada, para que os alunos possam fazer uma comparação com as demais projeções que serão simuladas até final do capítulo (projeção cônica e plana).

Nosso intuito é envolver os alunos, pois atividades desse tipo destoam do estilo de ensino padrão, ainda muito presente no nosso sistema educacional. A atividade pode ser realizada individualmente ou em grupos, porém há a recomendação de que a turma seja organizada em grupos, para instigar debates durante a construção e acelerar o processo de criação.

O capítulo ainda enfatiza o uso de tecnologias (para as escolas que dispõem de computadores ou para turmas em que os alunos tenham acesso a dispositivos móveis), com o *software GeoGebra* sendo muito utilizado no decorrer das páginas. O uso desse e outros aplicativos se mostram vantajosos pela velocidade de cada experiência feita pelos estudantes, permitindo tentarem de diferentes formas e quantas vezes julgarem necessário (no espaço de tempo disponível).

Para exemplificar a diversidade de tais atividades (realizadas com o auxílio das tecnologias), apresentamos a Atividade 15 (Figura 7), na qual os alunos são instruídos a navegar por um site que permite visualizar diversos tipos de projeções.

Figura 7: Atividade 15

Projeções Cartográficas Dinâmicas

Atividade 15

No site <https://gevian.github.io/GITTA-MP/basic.html> é possível visualizar as projeções cilíndricas, cônicas e planas, modificando alguns parâmetros como ilustra a Figura 1.88

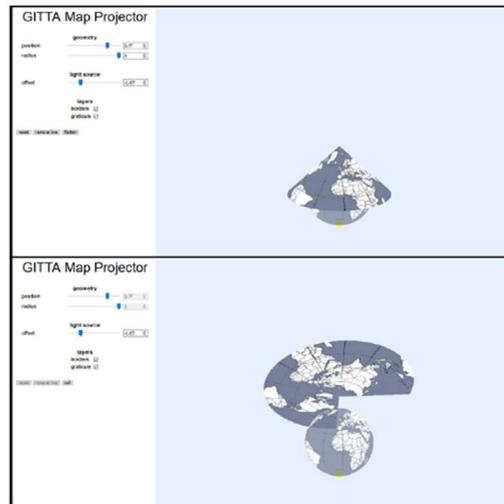


Figura 1.88: Aplicativo Gitta Map Projection

Modifique os parâmetros posição e luminosidade. O que ocorre? E ao clicar em *flat*, o que podemos observar?

Fonte: Mathias e Zanon (2020, p.35)

Outra atividade que utiliza de um aplicativo é uma que foi criada quando um dos autores buscava determinar a menor distância entre dois pontos na superfície terrestre e deparou-se com um equívoco em um site. Decidimos aproveitar a oportunidade para criar uma atividade que além de levantar o debate sobre o formato do planeta e a interpretação das Projeções Cartográficas, também poderá proporcionar a discussão de cuidados ao serem tomados ao procurar informações *online*. A Figura 8 ilustra o enunciado da referida atividade, juntamente com os objetivos e sugestões.

Figura 8: Atividade 2

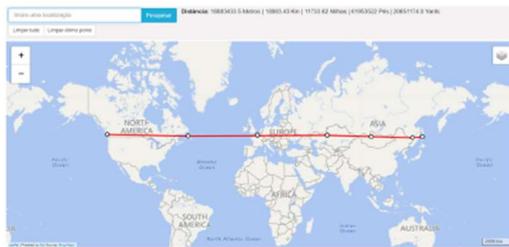


Figura 1.3: Rota 1

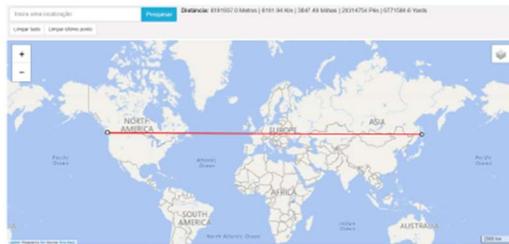


Figura 1.4: Rota 2

A primeira rota traçada no aplicativo, possui comprimento aproximado de 18.883 km (dezoito mil, oitocentos e oitenta e três quilômetros), já a segunda rota tem um comprimento aproximado de 6.192 km (seis mil, cento e noventa e dois quilômetros).

- A origem e o destino final das rotas dos dois mapas são iguais ou próximos? Justifique por que a distância entre estes dois pontos é tão distinta.
- Seria possível chegar no destino final por outra rota (justificando a diferença de medidas)? Se sim, qual seria essa rota alternativa?
- Mesmo sendo origem e destino final da rota diferentes, você acha que a primeira é cerca de três vezes maior? Justifique sua resposta.
- A representação está equivocada? Se sim, como seria a correta?

Fonte: Mathias e Zanon (2020, p.3)

Primeiramente, percebemos na Figura 11 que os trajetos exibidos (linhas vermelhas) da Rota 1 e 2 são muito similares, por consequência a distância apontada deveria ser parecida também. Contudo, a Rota 1 aponta aproximadamente dezoito mil quilômetros e a Rota 2 cerca de seis mil quilômetros.

Notemos também que ambas rotas têm como ponto inicial e final o extremo Oeste canadense e o extremo Leste russo, respectivamente. A diferença é que a primeira rota tem pontos no leste canadense, o oeste europeu, e o leste e centro asiático. Esperamos que esse fato cause estranhamento aos alunos e concluam que no caso da Rota 2 seria mais viável atravessar o Oceano Pacífico para obter a menor trajetória. Por fim, o professor poderá mostrar a imagem do *Google Maps* ilustrando a Rota 2 através do Oceano Pacífico, com os mesmos seis mil quilômetros apontados, concluindo que o equívoco do site está na representação da trajetória.

Objetivos Específicos

Qual o verdadeiro formato da Terra?

- Reconhecer que o formato do planeta Terra é tridimensional.
- Reconhecer que as figuras (mapas) apresentadas são representações no plano de parte da superfície terrestre.

Sugestões e discussões

Qual o verdadeiro formato da Terra?

- **Conceitos abordados:** Rotas, formas planas e formas espaciais.
- **Organização em sala de aula:** Pode ser feito individual ou em dupla.
- **Material necessário:** Lápis e papel.
- **Enriquecimento da discussão:** Pretende-se que essa atividade proporcione ao aluno pensar sobre o formato da superfície terrestre. Na **Parte 1**, sugerimos que o professor enfatize que as distâncias das rotas estão corretas, e permita que a turma debata sobre qual seria o trajeto ideal para a segunda rota, de forma que ela seja tão curta quanto à primeira. Esta atividade exibe uma pequena falha no aplicativo utilizado. Assim, queremos mostrar ao aluno que os extremos laterais do mapa na realidade estão conectados. Na **Parte 2**, é importante que seja realizado um debate em torno das respostas dos alunos, pois ter uma ideia clara do formato do planeta irá auxiliar no entendimento das projeções cartográficas.

Resposta: Qual o verdadeiro formato da Terra?

Parte 1: Visto que na primeira rota é obrigatório passar pela Europa, o trajeto se torna muito maior do que ele se ele apenas atravessasse o pacífico e chegasse ao destino (Nogliki) pelo caminho mais curto. Porém, alguma falha na programação do aplicativo impede de fazer a representação correta, que seria aproximadamente esta:

6.145 km
Distância de Vancouver até Nogliki

Parte 2: Resposta pessoal

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

MATHIAS, C. V. ZANON, L. S. Projeções Cartográficas. **Livro Aberto de Matemática**. 2020. Disponível em: <https://docs.google.com/viewer?url=https://github.com/livro-aberto/text-design-development/raw/master/Cap%C3%ADtulos%20prontos%20-%20Professor/Proje%C3%A7%C3%B5es%20Cartogr%C3%A1ficas%20-%20Professor.pdf>. Acesso em 12 de dez.de 2021.

NARDI, R.; CARVALHO, A.M.P. **Um estudo sobre a evolução das noções de estudantes sobre espaço, forma e força gravitacional do planeta Terra**. Investigações em ensino de ciências, v. 1, n. 2, p. 132-144, 2016.