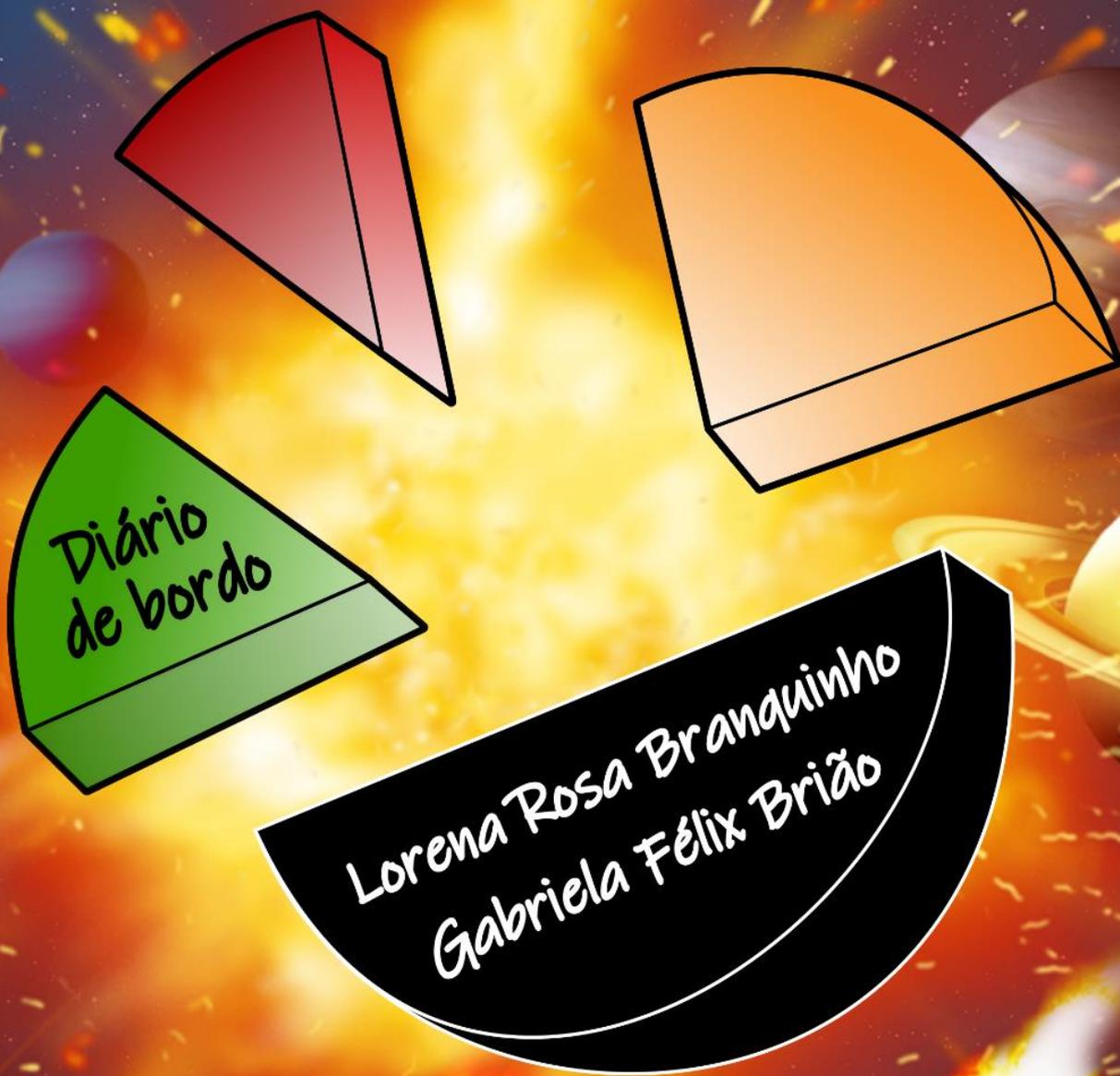


Curso: Divisão por frações: Compreensão Profunda da Matemática
Fundamental de professores que ensinam matemática



Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ
Programa de Pós-Graduação de Ensino em Educação Básica - PPGEB
Rio de Janeiro
2023

**Curso: Divisão de frações: Compreensão Profunda da Matemática
Fundamental de professores que ensinam matemática**

Diário de bordo

Lorena Rosa Branquinho

Gabriela Félix Brião

Design de capa: Bruno Formidável

Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

Programa de Pós-Graduação de Ensino em Educação Básica - PPGEB

Rio de Janeiro

2023

Página 2: Ficha Catalográfica

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ/REDE SIRIUS/CAP/A

B821	Branquinho, Lorena Rosa
	Diário de bordo: divisão por frações e a compreensão profunda da matemática fundamental de professores que ensinam matemática. / Lorena Rosa Branquinho, Gabriela Félix Brião, Bruno Viana da Cunha. – Rio de Janeiro: CAP-UERJ, 2023. 23 p.
	ISBN: 978-65-81735-07-4
	1. Educação matemática. 2. Divisão por frações. 3. Conhecimento do professor. I. Brião, Gabriela Félix. II. Cunha, Bruno Viana da III. Título.
	CDU 371.3:51

Emily Dantas CRB-7 / 7149 - Bibliotecário responsável pela elaboração da ficha catalográfica.

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese/dissertação, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Sumário

<i>Apresentação</i>	5
<i>Encontro 0 - Planejamento</i>	8
<i>Encontro 1 - Atividade Diagnóstica</i>	11
<i>Encontro 2 - Divisão de Frações: da divisão às frações</i>	15
<i>Encontro 3 - Divisão de Frações: Significados e Análise de problemas</i>	17
<i>Encontro 4 - Análise de Erros como uma possibilidade</i>	21

Apresentação

Este diário (narrado por Lorena) surge a partir de uma dissertação de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação de Ensino em Educação Básica (PPGEB), sediado no Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (CAp-UERJ). O desenvolvimento de um Produto Educacional é um dos requisitos para titulação de um programa de Mestrado Profissional. A dissertação intitulada *DIVISÃO DE FRAÇÕES: COMPREENSÃO PROFUNDA DA MATEMÁTICA FUNDAMENTAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA* elaborada por Lorena Rosa Branquinho e orientada pela professora Dra. Gabriela Félix Brião, culminou em dois Produtos Educacionais: uma sequência de planos de aula do curso "Divisão de frações: Compreensão Profunda da Matemática Fundamental de professores que ensinam matemática" ainda em avaliação como curso de extensão da UERJ vinculado ao projeto "Formação compartilhada de professores: imagens e discursos sobre da prática docente" e este diário de campo com o relato da experiência de desenvolver um protótipo de modo remoto deste curso em uma turma de licenciandos em Matemática.

Em 2019 participei do processo seletivo para o mestrado, as aulas deveriam começar em abril de 2020, porém com a pandemia mundial causada pelo coronavírus, o ensino presencial deixou de ser uma opção. Cursei as disciplinas e realizei minha pesquisa de modo remoto, com todas as adequações necessárias a um momento tão inesperado e novo.

Concluí a licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Fluminense em 2017, e especialização em Educação Matemática no Colégio Pedro II em 2019. Meu interesse pelas frações iniciou-se ao trabalhar com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental e notar o baixo desempenho nos cálculos envolvendo frações.

No final de 2018 cursei, como aluna especial, uma disciplina de Didática da Matemática que trouxe novos questionamentos sobre o tema... "AS FRAÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: DESAFIOS E POSSIBILIDADES DE VENCER A "MONSTROMÁTICA"" (BRANQUINHO, 2019), título do meu trabalho de conclusão da especialização, traz uma análise documental de seis coleções de livros didáticos, acerca da apresentação e do conceito inicial atribuído às frações, destinados aos anos finais do Ensino Fundamental I.

As frações permaneceram como foco na pesquisa de mestrado, porém abordando a divisão por frações... Em 1999 foi publicada a tese de doutorado de Liping Ma, disponível como livro em português a partir de 2009, são propostas quatro questões para dois grupos de professores (chineses e americanos) discorrendo sobre subtração com reagrupamento, multiplicação com números de vários algarismos, divisão de frações e relação entre perímetro e área. A abordagem à divisão por frações e conhecimento docente se constituem como principal referencial teórico da minha pesquisa.

Um dos Produtos Educacionais elaborados no decorrer do Mestrado é apresentado aqui, um diário de campo contendo as percepções e observações da pesquisadora durante a elaboração e aplicação do curso. Este é um relato de uma experiência ocorrida em um determinado momento com um grupo específico. O que não quer dizer que os resultados seriam sempre os mesmos. O objetivo ao relatar como transcorreu essa experiência é que se possa observar pontos positivos e outros que podem ser aprimorados para servir de inspiração a outras produções. Ao propor uma pesquisa a um grupo de pessoas, é como um convite, ele pode ser aceito ou não. Mesmo aceito, cada experiência é única... Sugiro que leia também o Produto Educacional que compreende a coletânea dos planos de aula para uma melhor compreensão do curso.

Este material pode ser utilizado em sua pesquisa, com ou sem alterações, conforme sua escola. Com o intuito de auxiliar com sugestões produtivas deixo meu contato a fim de realizar trocas e quem sabe construímos caminhos para aprimorar os conhecimentos apresentados neste instrumento.

E-mail: lorenarosab@gmail.com.

Obrigada!!!

Encontro 0 – Planejamento

O plano A seria realizar minha pesquisa com alunos da Educação Básica investigando e buscando propor maneiras de aprofundar seu conhecimento sobre a divisão de frações. A pandemia mundial provocada pelo Coronavírus impossibilitou a realização de pesquisas presenciais na Educação. Para contornar essa barreira pensei em realizar a pesquisa com alunos da graduação fosse mais factível dentro das condições daquele momento, em que a vacinação contra a Covid-19 sequer havia se iniciado no Brasil.

Minha orientadora ministraria entre setembro e dezembro de 2020 a disciplina de Práticas Pedagógicas em Matemática 1 (PPM1) que faz parte da grade do terceiro período da Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), campus Maracanã. PPM1 é uma disciplina obrigatória, com carga horária de sessenta horas e que aborda questões relacionadas ao conhecimento pedagógico dos conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano).

Este seria o retorno das atividades da graduação da UERJ, a primeira disciplina remota que os alunos fariam, então apesar de ter algumas ideias, eu iniciei um período de observação, assistindo às aulas com o intuito de conhecer um pouco melhor a turma, ver como se comportariam, suas expectativas e verificar se minha proposta de curso poderia ser implementada.

No dia 17 de setembro de 2020 assisti a primeira aula realizada através da Plataforma RNP, e desde então, notei que a única câmera que permanecia aberta durante toda a aula era a da professora, os alunos raramente abriam suas câmeras ou mesmo o

microfone, as participações se davam, quase exclusivamente, pelo chat. A docente visando estabelecer um ambiente acolhedor deixou a critério de cada discente o compartilhamento da câmera, microfone ou chat. Os motivos desse comportamento podiam ser diversos, como problemas com a baixa qualidade de conexão com a internet, timidez, a falta de um espaço "privado" para a realização das aulas que ocorriam no período noturno... Enfim, com a intenção de estabelecer um ambiente que propiciasse a maior interação/participação possível com o curso, considereei, junto à minha orientadora, a utilização do *Nearpod* (um site que permite a criação de apresentações interativas com diversos recursos). Diante de tantas ressignificações acreditava que seria suficiente para suprir essa demanda.

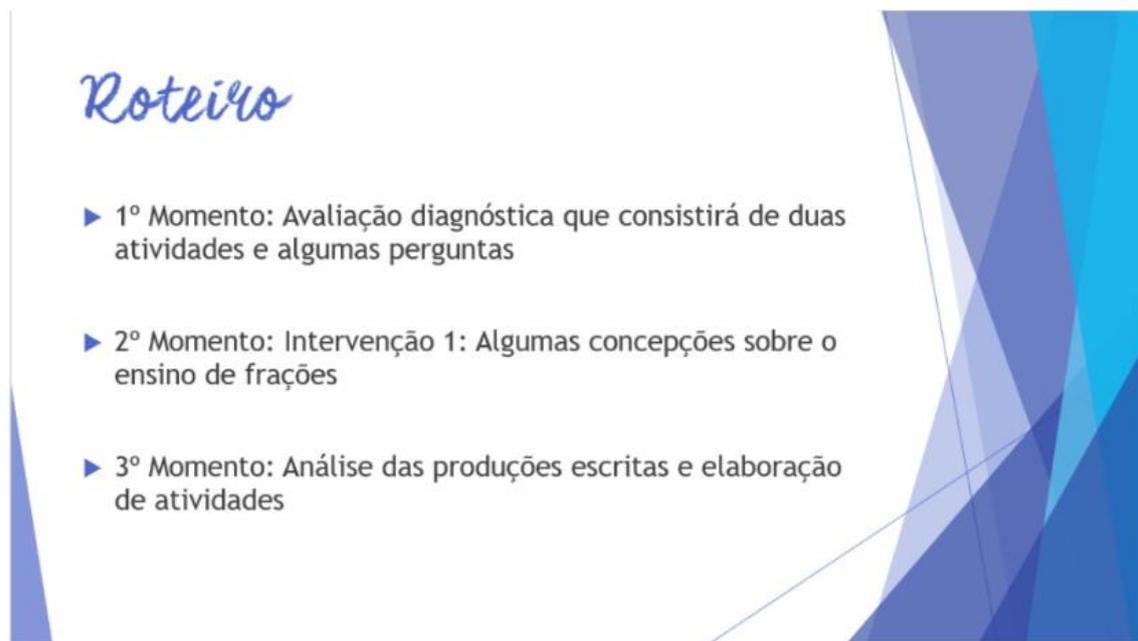
Munida de algumas observações, comecei o planejamento do curso, selecionando os conteúdos, materiais e tentando realizar uma divisão entre os tópicos para cada interação. Realizaria três encontros: no primeiro uma breve apresentação pessoal e da pesquisa, uma avaliação diagnóstica baseada no trabalho de Ma (2009); no segundo abordaria algumas concepções e possibilidades para o ensino da divisão de frações e no terceiro uma análise das produções escritas e elaboração de atividades.

A proposta apresentada seria minha primeira experiência trabalhando com adultos e com o Ensino Superior, era esperado fazer algumas adequações ao longo do caminho. Mas esse planejamento acabou passando por muitas alterações (mais do que eu imaginava) ...

Encontro 1 – Atividade Diagnóstica

No dia 19 de novembro de 2020 realizei o primeiro encontro do curso, utilizando a plataforma RNP e o *Nearpod*, estava um pouco ansiosa e nervosa com o curso, não sabia como os discentes reagiriam, poderiam simplesmente não demonstrar interesse. A turma foi receptiva com a pesquisa. Fiz uma breve apresentação pessoal, sobre a pesquisa e exibí um pequeno roteiro (Figura 1).

Figura 1



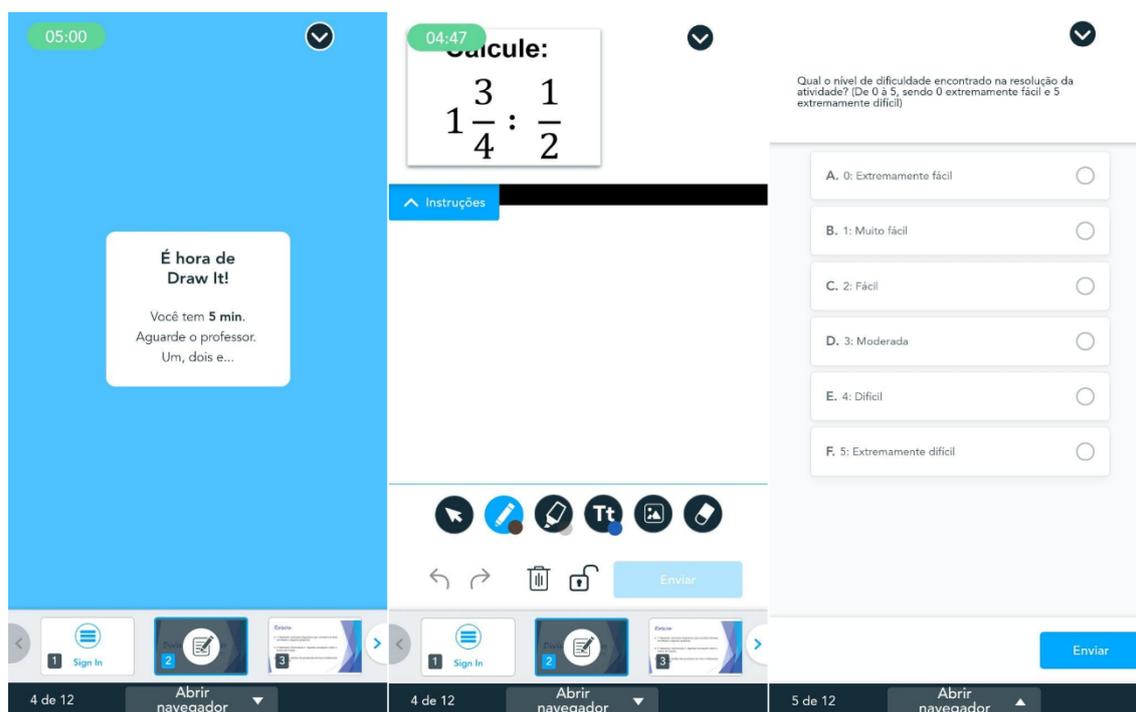
Fonte: da autora.

Para possibilitar a utilização dos dados obtidos na pesquisa apresentei o modelo do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) no qual eles consentiriam em participar da pesquisa caso assinassem, uma cópia foi encaminhada para cada um, conforme normas estabelecidas. A disciplina contava com vinte e três alunos inscritos, contudo, durante a pesquisa cerca de dezessete alunos frequentavam as aulas e destes quinze me retornaram o TCLE assinado, que compuseram os dados que foram analisados por mim.

No primeiro encontro percebi que o tempo de resposta no *Nearpod* seria muito maior do que o planejado, precisaria diminuir a quantidade de interações. Os alunos não conheciam o site, mas também não tiveram dificuldades com o seu uso, pois é simples e interativo. A Figura 2 apresenta três telas vistas do celular, a primeira avisa que a atividade a seguir possui tempo determinado para a sua resolução, a segunda exibe a primeira atividade proposta e a terceira tela outra atividade que solicitava a classificação de acordo com a dificuldade encontrada no cálculo anterior.

Fonte: da autora.

Figura 2



As duas atividades propostas no primeiro encontro: o cálculo da divisão $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ e a criação de uma situação problema que pudesse ser solucionada através deste cálculo foram utilizadas por Ma (2009) em sua pesquisa. A maior parte dos alunos efetuou o cálculo corretamente, mas apesar da questão ter sido apresentada utilizando número misto, apenas

um dos cálculos corretos não possuía uma fração imprópria na solução. Alguns alunos conseguiram responder prontamente, outros precisaram de mais tempo e com isso acresci cinco minutos para que todos conseguissem finalizar o que foi pedido.

Na segunda atividade nenhum dos participantes conseguiu elaborar uma situação problema cuja solução pudesse ser obtida através do cálculo de $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$, sendo necessário um tempo maior do que os dez minutos planejados inicialmente. As perguntas que solicitavam a classificação de nível eram simples e rápidas, entretanto, também demandaram um tempo maior do que o esperado. Notei que alguns alunos possuíam uma conexão com a internet instável, mas demonstravam interesse em participar e meu intuito era que todos conseguissem. Dessa forma, replanejei, reduzindo as interações para que não se tornasse cansativo. Não foram trabalhadas três propostas: duas que disponibilizavam um espaço para fazer algum relato sobre a dificuldade em realizar as duas atividades; a última interação na qual os discentes poderiam compartilhar como haviam aprendido a divisão de frações, se possuíam alguma experiência com o seu ensino, se conheciam alguma técnica diferente e se consideravam o tema relevante.

Refletindo posteriormente, enquanto uma pesquisadora e formadora em formação, me surgiram algumas ideias, percebi que poderia ter pedido que escrevessem um pequeno texto fora do período das aulas. Senti falta de conhecer um pouco mais sobre a turma, a realidade dos cursistas, o período em que realmente se encontravam, se possuíam alguma experiência docente, em que escola haviam estudado anteriormente. Realizar o curso de maneira remota foi desafiador, reduzindo muito as interações e trocas, e tornando as coisas mais distantes. Afinal estávamos vivenciando esta experiência até então inédita, o ensino remoto.

Encontro 2 – Divisão de Frações: da divisão às frações

O segundo encontro, no dia 26 de novembro de 2020, também através da plataforma RNP e do *Nearpod*, contou com a presença de catorze alunos. Iniciei propondo um questionamento sobre o que era uma fração, as respostas foram demasiadamente breves, como: "Uma divisão", "Divisão de números", "Parte de um todo". Oito deles relacionaram a fração com a ideia de divisão ou razão, quatro com a relação parte-todo e dois com a representação de um número. O objetivo desta atividade era ver qual seria o primeiro significado que atribuíriam às frações, e acredito que tenha sido alcançado. Corroborando com outros resultados de pesquisas (BRANQUINHO, 2019; VIANNA 2008; LINS, 2004,), relacionar fração e representação de um número racional não se destacou.

Gostaria que o curso tivesse ocorrido de uma maneira mais interativa, ouvindo os alunos, compartilhando suas experiências como discentes, seus conhecimentos, mas acabou sendo mais expositivo. Como estava utilizando a apresentação de slides através do *Nearpod*, eles não tinham acesso ao chat, e a participação acabou ficando restrita às questões que propus. Nesse sentido, o *Nearpod* ao invés de aumentar, restringiu as participações espontâneas, no computador é muito fácil oscilar entre as guias, mas no celular esse processo se torna um pouco mais trabalhoso.

O conteúdo programado para este encontro acabou sendo muito extenso e optei por dividi-lo, o que resultou na realização de um quarto encontro. Abordei questões relacionadas às frações e à divisão, encerrando com uma interação que requiritava um comentário sobre como ensinariam divisão de frações. Queria conhecer um pouco suas concepções, entretanto as respostas foram muito curtas. Como por exemplo: "Usaria o exemplo tradicional da pizza para explicar.", mas o aluno não explica o exemplo ao qual se refere. "Através de representação

gráfica" ou "Ensinaría da forma que aprendi", são respostas que a meu ver demandariam informações complementares para uma análise mais completa. O *Nearpod* não possui uma ferramenta que permita interagir individualmente com cada participante, questionar diretamente um aluno durante um encontro poderia deixá-los constrangidos, dessa forma, não consegui obter informações mais aprofundadas.

Uma sugestão para "refazer" o curso seria pedir para que elaborassem um pequeno texto explicativo em casa ou mesmo um plano de aula resumido antes e após a realização do encontro que abordou a divisão de frações, pois assim seria possível verificar e analisar a diferença entre eles.

Encontro 3 – Divisão de Frações: Significados e Análise de problemas

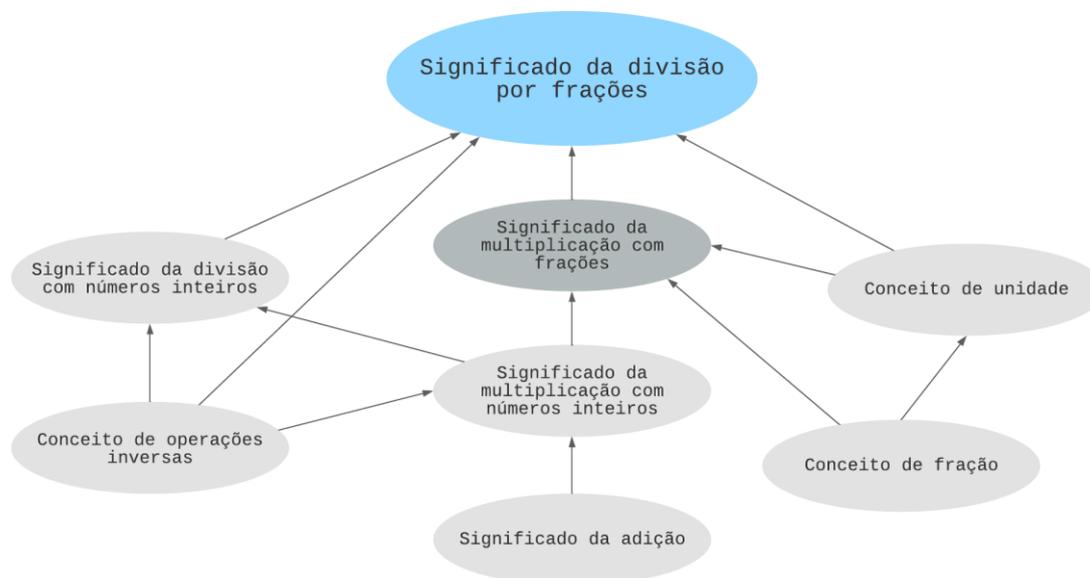
Este encontro foi realizado no dia 03 de dezembro de 2020 com cerca de onze alunos, além da plataforma RNP e do *Nearpod*, utilizei outro site, o *Mentimeter*, disponibilizando um link no qual cada aluno poderia inserir até cinco conceitos que considerassem relevantes para o ensino da divisão de frações e que gerava como resultado uma nuvem de palavras, destacando as palavras mais repetidas em maior tamanho, exibida na Figura 3.

Figura 3



Fonte: *Mentimeter*

Figura 4



Fonte: (MA, 2009, p. 145).

A Figura 4 apresenta a Base de conhecimentos para o ensino da divisão de frações proposta por Ma (2009). Comparando-a com a nuvem de palavras na qual divisão, múltiplos, multiplicação e multiplicação de fração/frações mais se destacaram, Ma (2009) traz a multiplicação de frações como um ponto central, destacando também a multiplicação e divisão de números inteiros, assemelhando-se aos conhecimentos relacionados pelos alunos. Outros conceitos que apareceram na nuvem de palavras com menor destaque como definição de fração e soma, também constam na base (Fig. 4) como Conceito de fração e Significado da adição. A apresentação visual foi interessante e bem acolhida pelos adultos, mas possui potencial para ser desenvolvida com alunos da Educação Básica.

Dando sequência ao material programado para o encontro anterior, o significado da divisão por um número fracionário e outras possibilidades de efetuar o cálculo foram dissertadas. Havia uma interação questionando se ainda ensinariam divisão por frações da mesma maneira. A expectativa era de que houvesse um aprofundamento em suas explicações

sobre a maneira como ensinariam frações. Mesmo alterando a pergunta e inserindo outros questionamentos não obtive o retorno esperado. As respostas continuaram rasas, alguns responderam simplesmente "sim". No total, sete disseram que continuariam ensinando da mesma maneira, outros sete disseram que não ensinariam da mesma maneira, sendo que dois responderam que sentiam a necessidade de estudar um pouco mais sobre o assunto. De modo geral, acho produtivo que o curso tenha despertado o interesse em pesquisar mais, ou em pensar em outras estratégias de ensino.

A segunda parte deste encontro correspondia a uma análise e classificação de problemas com divisão de frações em três modelos: Agrupamento ou Repartição ou Produto e Fatores. Inicialmente pensei em utilizar problemas elaborados por professores durante a pesquisa de Ma (2009) e outros elaborados pelos alunos. Como não houve nenhuma situação problema elaborada que pudesse ser solucionada pela divisão $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$, utilizei apenas o primeiro grupo.

Selecionei onze problemas, mas alguns alunos estavam com instabilidades na conexão da internet e acabei optando por apresentar apenas seis, dois de cada modelo. Com uma quantidade reduzida de problemas as possibilidades de análise foram limitadas. Se fosse presencialmente, poderia ter levado uma cópia para cada um com os problemas apresentados, disponibilizado um tempo para resolverem e ao final ter realizado a comparação entre esses problemas, suas classificações e dúvidas.

Encontro 4 – Análise de Erros como uma possibilidade

Realizado no dia 10 de dezembro com cerca de 14 alunos presentes, o objetivo era abordar a análise de erros como uma metodologia de ensino, uma possibilidade para aprendizagens e partindo disso elaborar atividades que pudessem ser desenvolvidas com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental.

Esta seria a penúltima aula da disciplina, o último dia estava previsto para provas finais, dessa forma, não haveria outra data possível para realização do curso. Havia um evento na UERJ no mesmo dia, o que reduziu o tempo da aula, para que os alunos pudessem participar do evento. Priorizei trabalhar com a análise de erros, em detrimento da elaboração de atividades.

Para tornar a aula mais fluída, não utilizei o Nearpod e organizei uma apresentação de slides através da plataforma RNP. Abordei uma perspectiva do erro na sociedade, na escola e nas pesquisas. A análise de erros foi apresentada como metodologia de ensino, e trouxe alguns problemas propostos pelos próprios alunos e pelos professores na pesquisa de Ma (2009) para analisar por que não representam uma divisão por meio. Para finalizar falei sobre representações concretas ou abstratas para a divisão de frações. Mesmo sem utilizar o *Nearpod*, não houve muitas participações através do chat.

Para encerrar, utilizei o *Nearpod* para que os alunos avaliassem o curso e fizessem críticas, elogios ou sugestões. Apesar de todos os contratemplos e replanejamentos, todas as avaliações foram positivas, a única sugestão foi de que fornecesse menos tempo para as interações no *Nearpod*. Algumas atividades poderiam ter sido mais rápidas se não fossem os

problemas com internet, mas sincronizar o tempo de resposta de todos os alunos foi um desafio, visto que cada indivíduo possui um ritmo próprio.

Achei enriquecedora, nunca havia parado para refletir sobre as formas da fração, apenas como uma divisão. É incrível como conteúdos que já estão enraizados e robotizados em nós podem ser vistos de outras formas e como precisamos transpor esses paradigmas ao lecionar.

Essa intervenção abriu meus olhos sobre como estamos engessados no ensino de frações e como podemos melhorar a forma de lecionar, já que é um assunto muito necessário e que sempre gera muitas dúvidas.

A forma como foi abordado e o instrumento usado nas intervenções foram ótimos. O assunto foi passado e forma clara de objetiva, sempre tirando as dúvidas necessárias e dando o devido suporte.

A parte da análise e a elaboração de atividades para alunos do sexto ano teriam um potencial maior de modo presencial, possibilitando o trabalho em grupos e ampliando as trocas e interações no decorrer da aula.

Este curso foi realizado em uma sala de aula real, com problemas reais, com necessidades de replanejamentos. Em uma sala de aula idealizada remotamente, todos os alunos teriam acesso a equipamentos e estruturas necessárias, sem oscilações de internet ou fatores externos que comprometessem o desenvolvimento das aulas, não foi o contexto desta pesquisa. Mas mesmo nessa sala idealizada as trocas e interações no ensino remoto seriam diferentes do ensino presencial. Portanto, este é um recorte de uma pesquisa real que enfrentou adversidades decorrentes de uma pandemia mundial em um país de grandes desigualdades sociais e educacionais.

