



# Atividades para o Ensino de Poliedros com o Uso do Geogebra

William Barroso Melo  
Fábio José da Costa Alves  
Eliza Souza da Silva



**Universidade do Estado do Pará**  
**Centro de Ciências Sociais e Educação**  
**Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática**  
**Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática**

## **Atividades para o Ensino de Poliedros com o Uso do Geogebra**

**1ª Edição**

**Autores:**

William Barroso Melo

Fábio José da Costa Alves

Eliza Souza da Silva

Belém/PA - 2023

## **Diagramação e Capa: Os Autores**

### **Revisão: Os Autores**

### **Conselho Editorial**

|                                       |                                         |
|---------------------------------------|-----------------------------------------|
| Profa. Dra. Acylena Coelho Costa      | Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg      |
| Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva | Quaresma                                |
| Prof. Dr. Antonio José Lopes          | Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino  |
| Prof. Dr. Benedito Fialho Machado     | Prof. Dr. José Augusto Nunes            |
| Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da    | Fernandes                               |
| Cunha                                 | Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes     |
| Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo    | Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento     |
| Maranhão                              | Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de    |
| Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei     | Araújo                                  |
| Pereira                               | Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz         |
| Profa. Dra. Claudianny Amorim         | Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva      |
| Noronha                               | Santos                                  |
| Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz   | Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves       |
| Prof. Dr. Dorival Lobato Junior       | Rocha                                   |
| Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira    | Prof. Dr. Miguel Chaquiam               |
| Profa. Dra. Eliza Souza da Silva      | Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral       |
| Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves   | Prof. Dr. Pedro Franco de Sá            |
| Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da  | Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo           |
| Silva                                 | Figueiredo                              |
| Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo    | Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil     |
| Profa. Dra. Glaudianny Amorim         | Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho    |
| Noronha                               | Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de |
| Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias       | Almeida                                 |
| Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares     |                                         |

### **Comitê de Avaliação**

Fábio José da Costa Alves  
Cinthia Cunha Maradei Pereira  
Acylena Coelho Costa  
Benedito Fialho Machado

**Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)**  
**Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA**

---

Melo, William Barroso Melo

Atividades para o ensino de poliedros com o uso do geogebra/ William Barroso Melo; Fábio José da Costa Alves, Eliza Souza da Silva. - Belém, 2023.

ISBN: 978-65-84998-33-9

Produto educacional vinculado à Dissertação “O ensino de poliedros a partir de elementos do cotidiano dos alunos” do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Belém, 2023.

1.Poliedros.2.Geogebra.3.Prática de ensino.I. Alves, Fábio José da Costa.II. Silva, Eliza Souza da. III. Título.

CDD 23 ed. 516.3

---

Regina Coeli A. Ribeiro - CRB-2/739

## SUMÁRIO

|                                          |           |
|------------------------------------------|-----------|
| APRESENTAÇÃO .....                       | 6         |
| SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....                 | 9         |
| Atividade 1: .....                       | 9         |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>11</b> |
| Atividade 2: .....                       | 18        |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>20</b> |
| Atividade 3: .....                       | 24        |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>26</b> |
| Atividade 4: .....                       | 30        |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>32</b> |
| Atividade 5: .....                       | 38        |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>40</b> |
| Atividade 6: .....                       | 45        |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>47</b> |
| Atividade 7: .....                       | 51        |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>53</b> |
| Atividade 8: .....                       | 59        |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>61</b> |
| Atividade 9: .....                       | 66        |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>68</b> |
| Atividade 10: .....                      | 71        |
| <b>Passo-a-passo da construção .....</b> | <b>82</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>   | <b>90</b> |

## APRESENTAÇÃO

Este produto educacional faz parte da dissertação **O ensino de poliedros a partir de elementos do cotidiano do aluno** de Melo (2023) que teve como proposta o uso do aplicativo GeoGebra para o ensino de poliedros, dentre os assuntos, áreas laterais e das bases, volume, convexidade, relação de Euler e planificação. Pois, a experiência em sala de aula da rede pública mostra que há uma dificuldade entre os alunos de entenderem os conteúdos de maneira conceitual, de compreenderem e de utilizarem as fórmulas e relações e insegurança quando desafiados em problemas e atividades que busquem o raciocínio para sua resolução. A visualização de objetos geométricos espaciais em livros e no quadro e o método tradicional que não constrói o conhecimento dificultam o processo de aprendizagem e a tecnologia é uma ferramenta de auxílio nesse momento para que haja efetiva aprendizagem por meio de uma nova proposta de ensino que busca visualização da geometria espacial de forma inequívoca.

Dessa forma, a princípio o que pode parecer algo inconcebível, o uso de aparelhos celulares em sala de aula, pode se transformar numa ferramenta poderosa de aprendizagem se usada de maneira favorável para o ensino e aprendizagem. Durante o período de experimentação, utilizamos aparelhos celulares conhecidos por *smartphones*, pois buscamos usar o aplicativo simultaneamente a aplicação da sequência didática. Vale ressaltar a dificuldade de uso de computadores para atividades que utilizem meios tecnológicos em sua ação devido a não existência de computadores para tal finalidade, ou a pouca quantidade ou, ainda, sucateio dos poucos recursos que existem, o que torna um grande desafio para os professores que busquem trabalhar dessa forma. Além disso, podemos mencionar comentários vindos de outros professores sobre eles mesmos terem dificuldades de uso das ferramentas disponíveis, sejam os computadores, sejam os aplicativos, dentre outras. Essa repulsa demonstra despreparo entre os professores para este campo além, é claro, de outros dificultadores mencionados anteriormente.

Na época da minha graduação, em 2014, pude fazer uma disciplina chamada de Informática e matemática, em que pude iniciar o meu contato com aplicações voltadas para o ensino e aprendizagem matemática. Tivemos a oportunidade de aprender um pouco, por exemplo, sobre o GeoGebra, Winplot, Maple 13, entre outros. Ademais, já no curso de mestrado, voltei a ter contato com algumas

aplicações, em especial, com o GeoGebra novamente e me chamou atenção a quantidade de melhorias que foram feitas nessa ferramenta. A disciplina mencionada foi Tecnologias de Informática no Ensino de Matemática, a qual tivemos a proposta de manipular o GeoGebra, o Scratch e criar aplicativos educativos com o App Inventor. Sendo assim, a experiência adquirida durante esses anos de formação e de trabalho me fizeram unir os conhecimentos adquiridos com a proposta de ensinar matemática dessa forma. Daí, surge a proposta de ensino de poliedros com uso da ferramenta GeoGebra.

O ensino de poliedros aparece na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino médio (2018) com essas habilidades:

- (EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados;
- (EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos;
- (EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa;
- (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais;
- (EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Dessa maneira, propusemos a sequência de atividades elencadas de maneira que permeasse de forma a estudar os conceitos e aprofundar o estudo dos poliedros conforme as atividades fossem aplicadas. A seguir, montamos uma tabela em que temos a abordagem de cada atividade.

**Tabela 1:** Sequência de atividades

|                     |                                             |
|---------------------|---------------------------------------------|
| <b>ATIVIDADE 1</b>  | Estudando os poliedros                      |
| <b>ATIVIDADE 2</b>  | Estudando as características dos poliedros  |
| <b>ATIVIDADE 3</b>  | Estudando a convexidade dos poliedros       |
| <b>ATIVIDADE 4</b>  | Estudando a Relação de Euler                |
| <b>ATIVIDADE 5</b>  | Estudando o prisma                          |
| <b>ATIVIDADE 6</b>  | Estudando o prisma de base não quadrangular |
| <b>ATIVIDADE 7</b>  | Estudando a pirâmide                        |
| <b>ATIVIDADE 8</b>  | Estudando o tronco de pirâmide              |
| <b>ATIVIDADE 9</b>  | Montando o icosaedro                        |
| <b>ATIVIDADE 10</b> | Montando embalagens                         |

Fonte: Autores (2023).

Este livro está estruturado com a apresentação, as atividades e, respectivamente, um passo-a-passo de como aplicá-la e construí-la no aplicativo para cada atividade, semelhante a um manual, e as referências bibliográficas. Esperamos que os professores possam utilizar esta sequência, aprimorar e adequar a realidade de cada ambiente escolar em que se deseja experimentar o ensino de poliedros.

Com olhar voltado a uma perspectiva de ensino que entusiasme não somente ao professor mas, sobretudo, os alunos, principalmente, aqueles de realidade socioeconômica vulnerável e, além disso, as reflexões observadas durante a atividade com o uso de uma ferramenta totalmente gratuita, isto é, com acesso grátis, necessitando apenas de um smartphone, mesmo que sem conexão a rede mundial de computadores, ou um computador mas esse conectado a esta rede, tragam um quadro diferente para a dificuldade de compreensão dos poliedros. Portanto, nossa sequência é voltada ao professor, de forma a verificar a potencialidade do uso da aplicação para o ensino de poliedros.

## SEQUÊNCIA DIDÁTICA

**Atividade 1:** Estudando os poliedros

**Objetivo:** Possibilitar o estudo dos poliedros, minimizando os obstáculos cognitivo a partir da animação gráfica da decomposição da figura geométrica e comparando aos corpos redondos.

**Atividade:** Desvende as características geométricas das embalagens a partir da modelagem geométrica da figura.

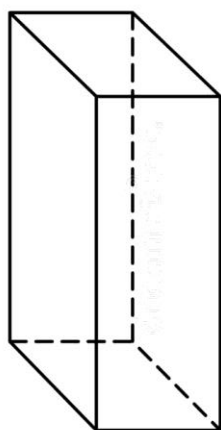


Figura 1

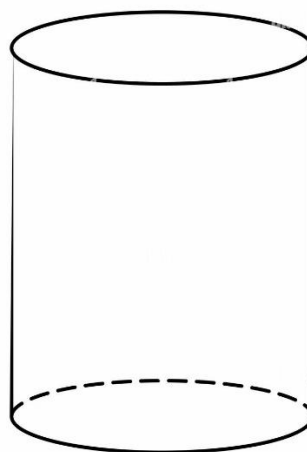


Figura 2

Construa um modelo geométrico para cada figura de embalagens no GeoGebra e faça sua planificação.

## QUESTÕES

\* Quais as características observadas na planificação das duas figuras?

Figura 1:

Figura 2:

\* Quais delas você vê semelhança entre as duas figuras?

Figura 1:

Figura 2:

\* Quais características você identifica diferenças entre as figuras?

Figura 1:

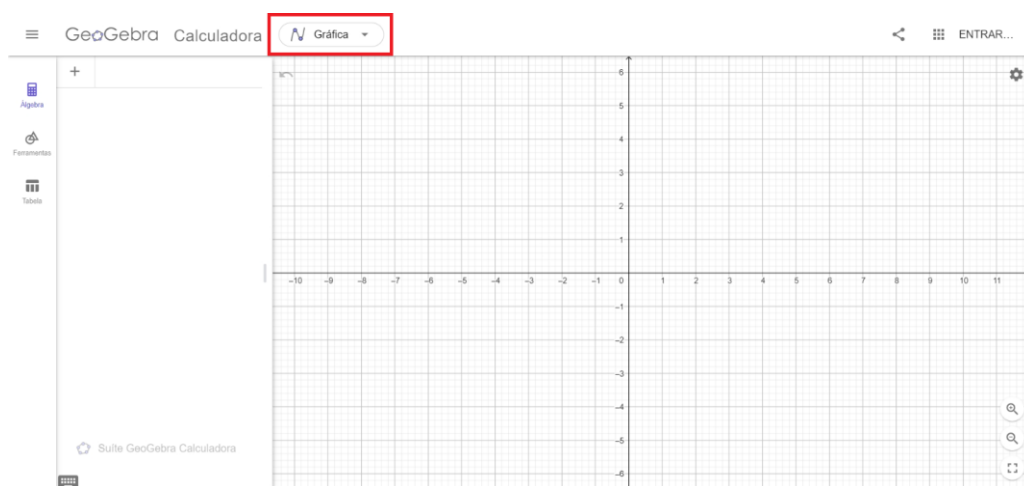
Figura 2:

### Passo-a-passo da construção

Para iniciarmos o tutorial ao professor, devemos saber, primeiramente, que o software em questão possui duas versões: uma que é *online*, que não necessita ser instalada no computador, mas requer conexão de internet, e a outra que não precisa de internet, mas que requer a instalação do programa GeoGebra no computador.

Para a nossa sequência, adotaremos a versão online. O professor, juntamente com os alunos, deve acessá-la através do navegador de internet pelo link <https://www.geogebra.org/calculator>. Ao carregar a página, nos deparamos com a seguinte tela

**Figura 1:** Janela gráfica do Geogebra.



Fonte: Autores (2022).

Agora, precisamos mudar a nossa janela que está em um ambiente plano para um espacial. Basta clicar na opção marcada por um retângulo vermelho na Figura anterior. Assim, veremos as opções de janelas disponíveis no nosso software.

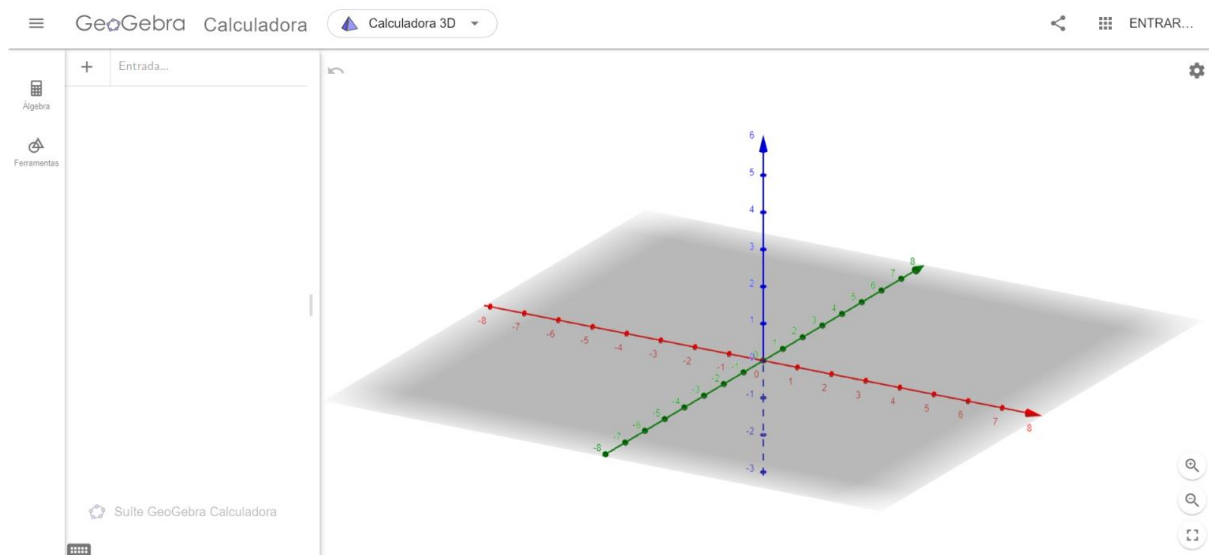
**Figura 2:** Janela gráfica do Geogebra.



Fonte: Autores (2022).

Para o ambiente espacial, devemos usar a janela calculadora 3D do GeoGebra clicando nessa opção que está no retângulo vermelho. Assim, teremos a janela mostrada na figura a seguir

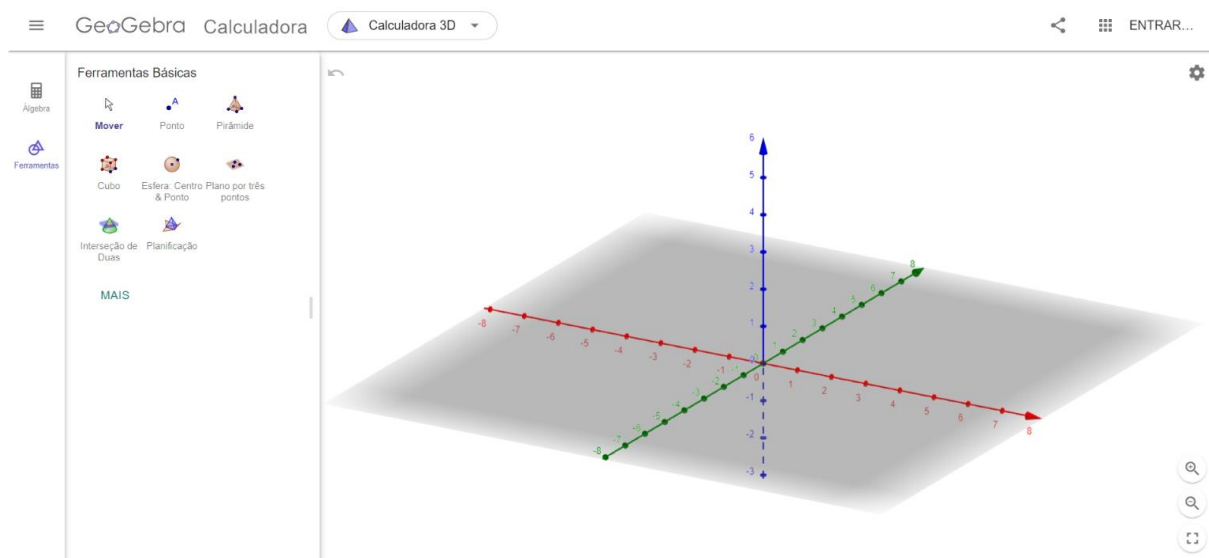
**Figura 3:** Janela Calculadora 3D do Geogebra.



Fonte: Autores (2022).

A partir dessa tela já podemos iniciar a construção do cubo da nossa primeira atividade e calcularmos a sua área lateral. No canto superior esquerdo dessa tela anterior, temos duas opções: álgebra e ferramentas. Devemos clicar na opção ferramentas

**Figura 4:** Janela Calculadora 3D do Geogebra.

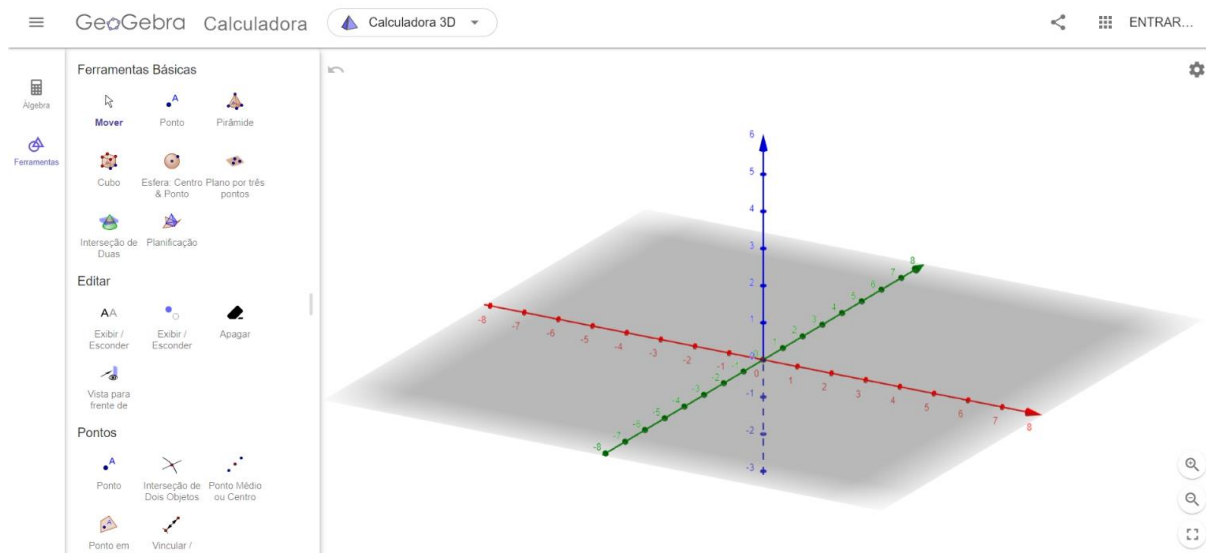


Fonte: Autores (2022).

Para a primeira atividade, já temos a opção de construção de um prisma disponível nas ferramentas, mas caso exista uma outra necessidade, podemos clicar

em “mais” e assim teremos uma vasta quantidade de ferramentas disponíveis de construção.

**Figura 5:** Janela Calculadora 3D do Geogebra.



Fonte: Autores (2022).

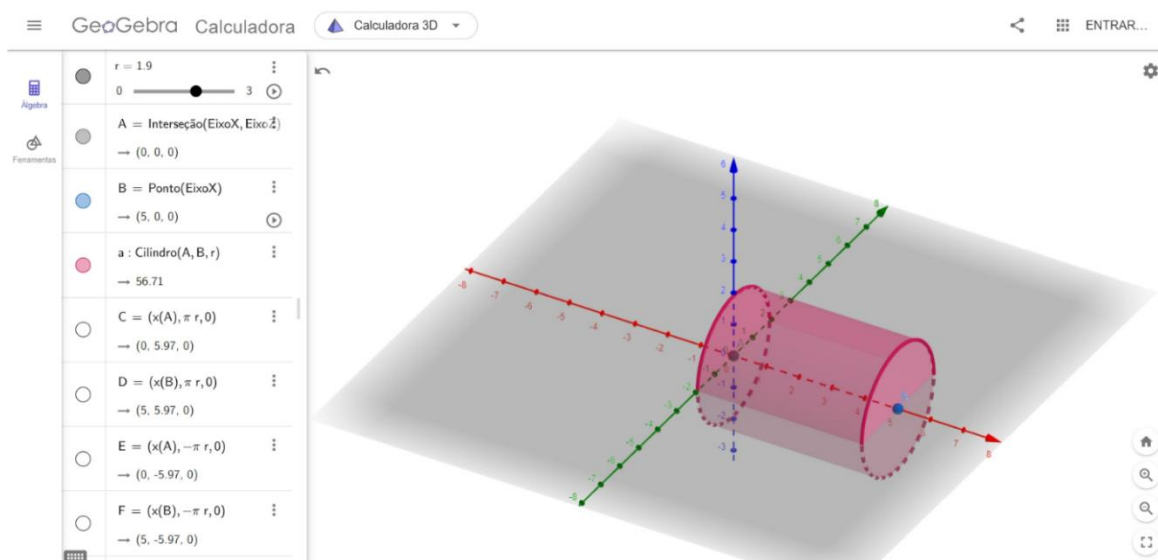
Na figura 10 temos a janela calculadora 3D com as demais opções de ferramentas disponíveis no aplicativo.

Ao clicarmos na opção cilindro, devemos clicar em dois pontos, pois esses pontos irão delimitar um segmento de reta que será utilizado pelo ambiente com referência de segmento de reta que unirá os centros das duas bases. Dessa forma, podemos ter pontos anteriormente criados ou utilizarmos pontos aleatórios no aplicativo.

Como posteriormente precisaremos planificar esse cilindro, e a planificação no GeoGebra só é possível para poliedros, vamos criar um controle deslizante que nos ajudará na planificação desse sólido que faremos. Vamos criar um controle deslizante com intervalo de 0 a 3, velocidade 0.1 e incremento 0.1. Vamos nomear  $r$  para que seja o raio.

Agora, vamos construir o cilindro, para isso, vamos utilizar a ferramenta cilindro e devemos indicar dois pontos que serão os centros das bases. Escolhemos a origem um ponto no eixo das abscissas. A figura a seguir ilustra essa criação.

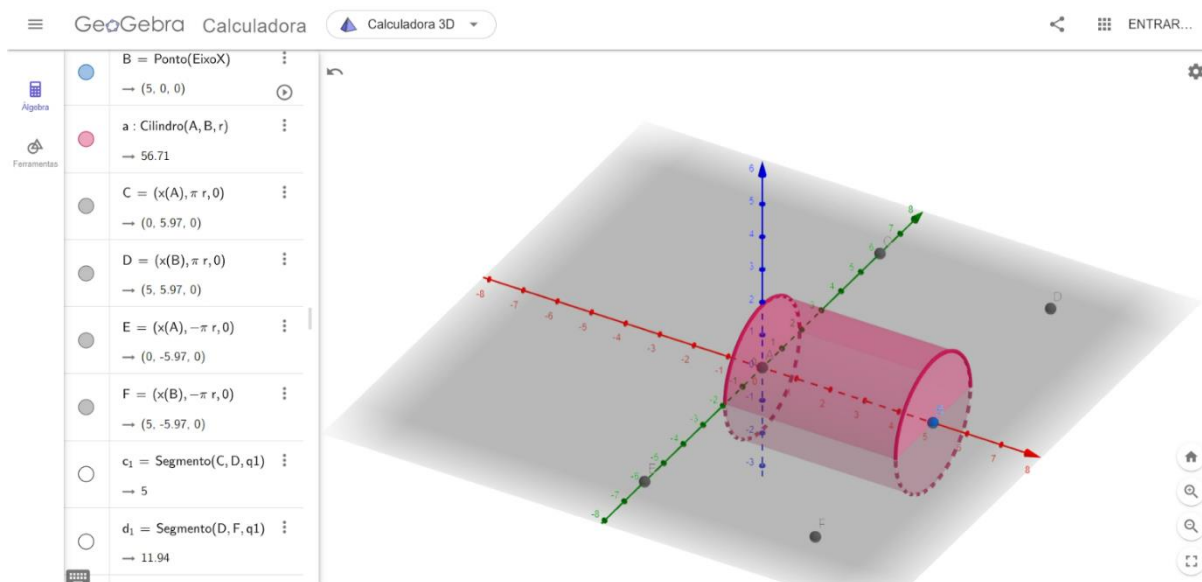
**Figura 6:** Processo de criação do cilindro no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

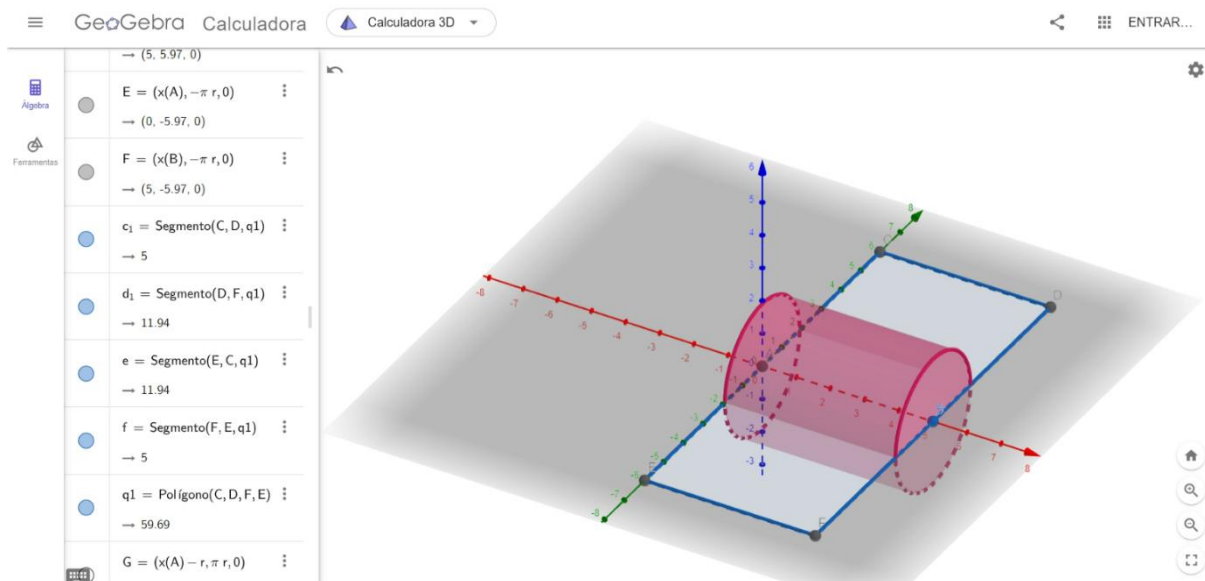
A partir dessa construção, vamos criar 4 pontos que formarão o retângulo formado pela planificação da lateral do cilindro. Esses pontos terão como coordenadas, valores associados ao raio e às abscissas dos centros das bases, dessa forma.

**Figura 7:** Planificação no GeoGebra.



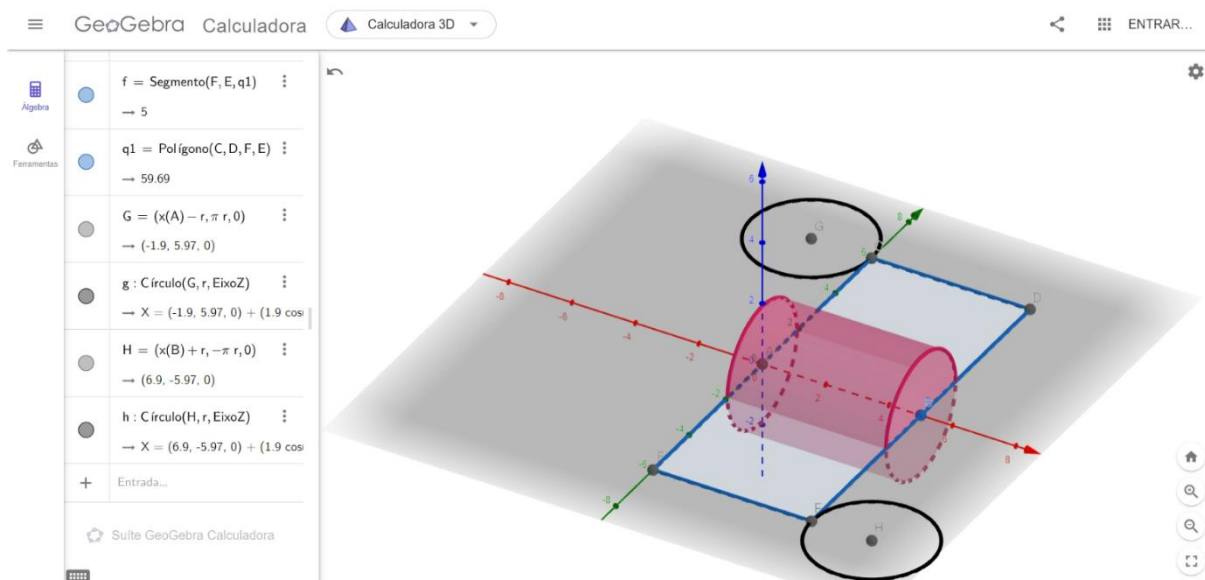
Fonte: Autores (2022).

Nesta próxima etapa, vamos construir o retângulo que forma a planificação lateral do cilindro ligando os pontos criados na etapa anterior.

**Figura 8:** planificação lateral do cilindro no GeoGebra.

Fonte: Autores (2022).

Devemos criar a planificação das bases desse sólido. Para isso, vamos criar dois pontos que serão os centros dos círculos que formam as duas bases. Esses pontos terão coordenadas associadas às abscissas dos centros das bases do cilindro e do raio (controle deslizante).

**Figura 9:** planificação das bases do cilindro no GeoGebra.

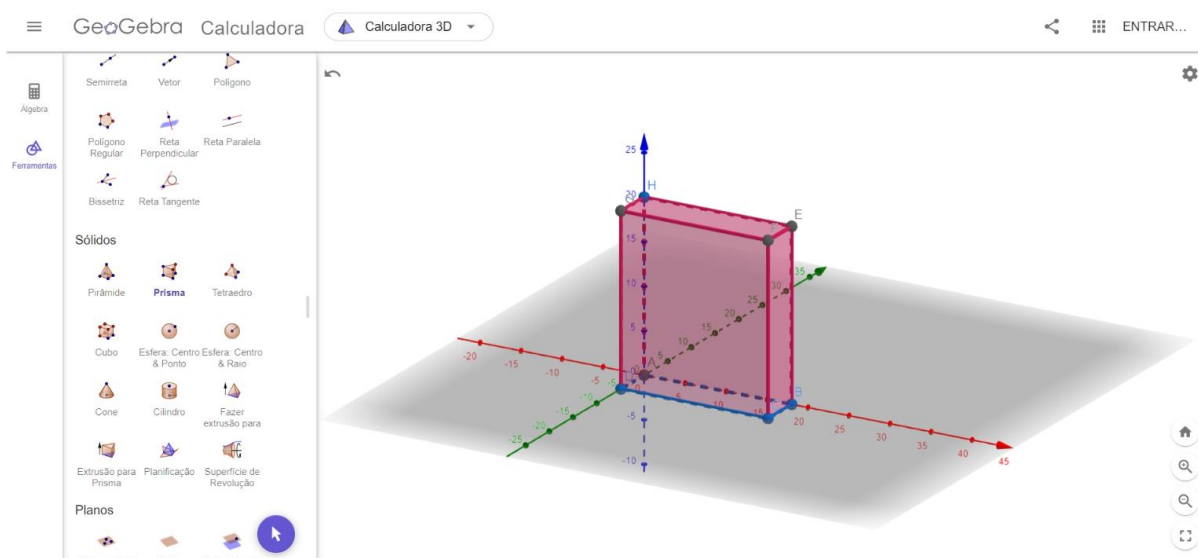
Fonte: Autores (2022).

O controle deslizante servirá de animação para essa planificação, alterando apenas o raio das bases do cilindro e das bases que formam a sua planificação. Embora seja possível fazer essa construção, esperamos que os alunos possam

perceber que essa complexa só foi exigida pelo fato de o cilindro não ser um poliedro.

Já para a construção do paralelepípedo utilizado na caixa de sabão em pó, devemos criar um polígono que represente a sua base, como sua base se trata de um retângulo, devemos criá-lo com as medidas descritas na atividade e depois usarmos a ferramenta de prisma para levantarmos a figura no espaço até o tamanho de sua altura.

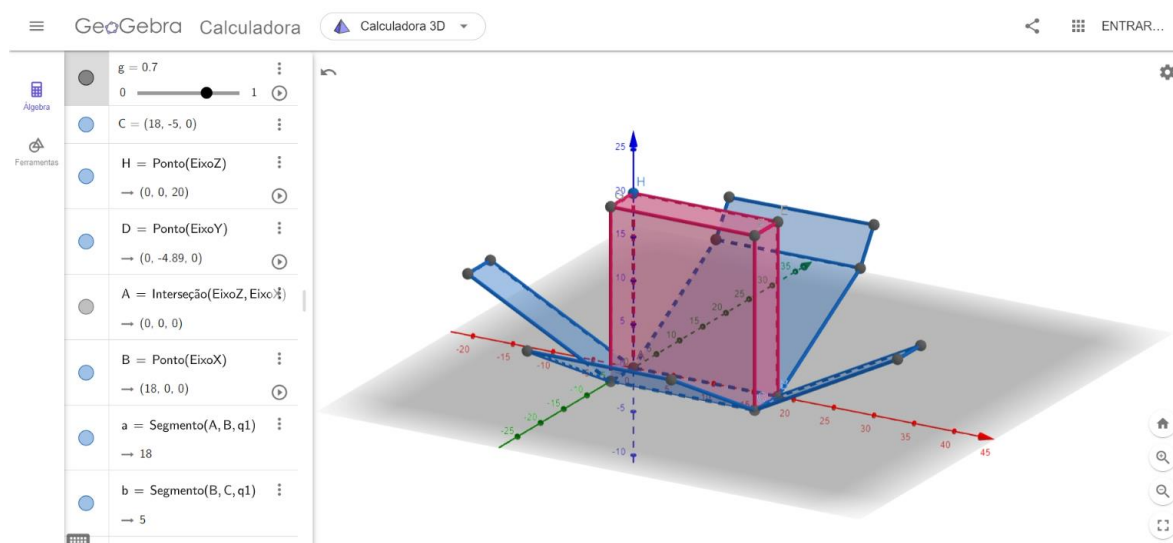
**Figura 10:** Criação da caixa de sabão em pó no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Agora, podemos usar o comando de planificação usando um controle deslizante para animar e vemos como a planificação da caixa de sabão em pó fica animada no GeoGebra.

**Figura 11:** Animação da planificação da caixa de sabão em pó no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Além da construção, devemos, sobretudo, obter dos alunos as respostas da atividade proposta pela ficha. Esperamos que os alunos possam responder a primeira questão elencando as características observadas nas figuras através da visualização do aplicativo, tais que a embalagem de sabão em pó é formada por vários retângulos e a embalagem de batata é formada por um retângulo e por dois círculos.

Portanto o paralelepípedo que forma a embalagem de sabão em pó é formado por vários polígonos apenas e a embalagem de batata é formada por polígono (retângulo) e por círculos, portanto figuras não poligonais. Dessa forma, esperamos que as duas próximas questões sejam respondidas pelos alunos observando essas características diferentes entre os sólidos.

Dessa forma, a primeira atividade serve para que os alunos comparem sólidos poliédricos e não-poliédricos e, feita sua construção no GeoGebra, possam determinar quais características são comuns entre os sólidos poliédricos a fim de determinar o que é um poliedro.

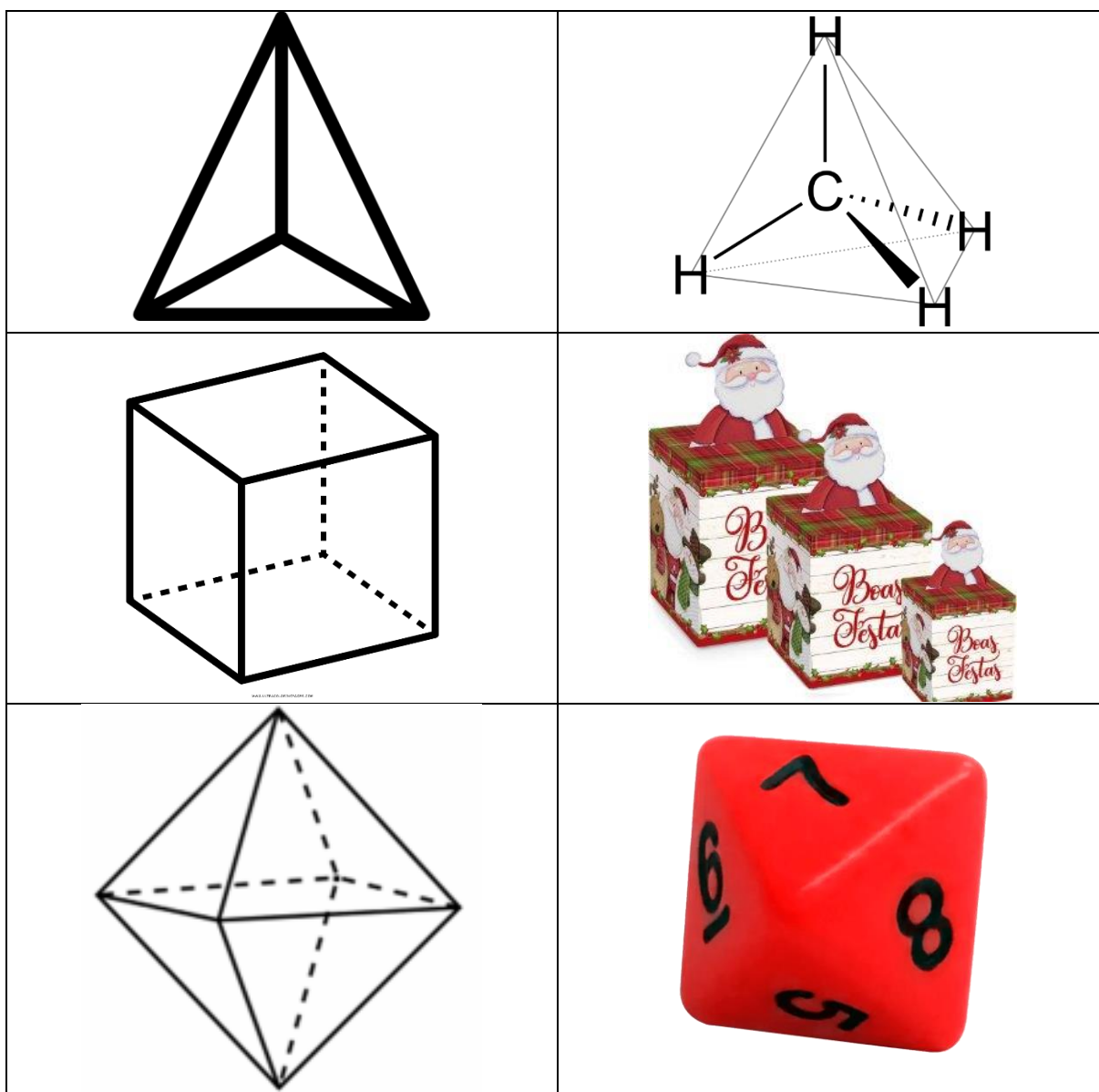
Nesse sentido, observa-se a presença da instrumentalização, quando o aluno pode caracterizar seu artefato – estudo dos poliedros – utilizando instrumentos de seu conhecimento, um deles material através das embalagens, por exemplo, e outro simbólico, pelo gráfico 3D exibido no aplicativo.

O aluno pode selecionar quais são categorizados como poliedros, pode produzi-los, material ou simbolicamente, pode classificá-los em regulares ou não, convexos ou não, dentre outros.

**Atividade 2:** Estudando as características dos poliedros

**Objetivo:** Possibilitar o estudo das características dos poliedros, tais quais arestas, faces e vértices, minimizando os obstáculos cognitivos a partir da animação gráfica da decomposição da figura geométrica.

**Atividade:** Desvende as características geométricas das embalagens a partir da modelagem geométrica da figura.



Construa um modelo geométrico para cada figura de embalagens no GeoGebra e faça sua planificação.

## QUESTÕES

\* Qual o número de vértices, arestas e faces das figuras?

Figura 1:

Figura 2:

Figura 3:

\* Quais e quantos polígonos formam as faces dos poliedros?

Figura 1:

Figura 2:

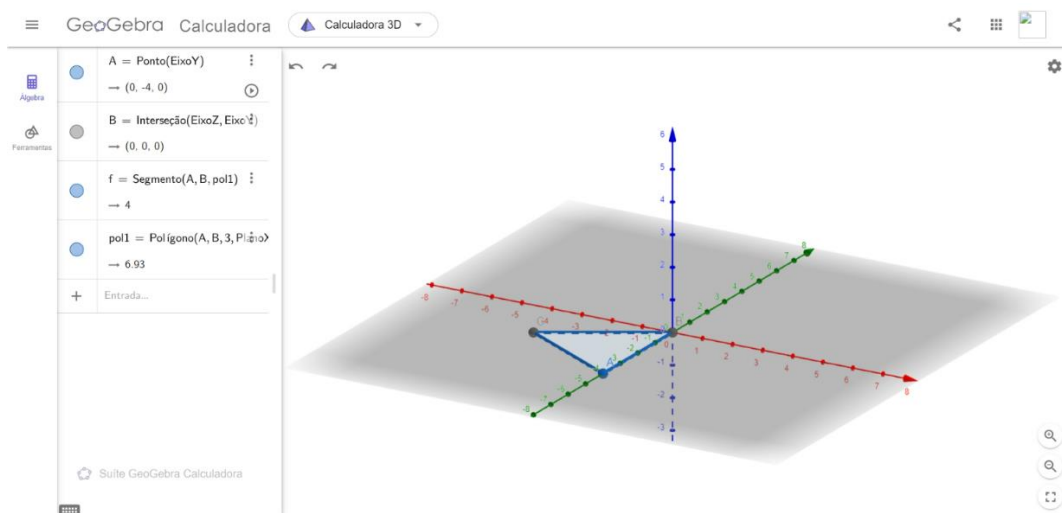
Figura 3:

### Passo-a-passo da construção

Vamos iniciar nossa construção desses sólidos no aplicativo GeoGebra, ao acessarmos o link do programa e utilizarmos a janela 3D, temos que criar os sólidos a partir de polígonos que representem as suas faces. Para o tetraedro e octaedro, devemos criar triângulos equiláteros para o cubo, um quadrado. A seguir, temos mais detalhes dessas construções.

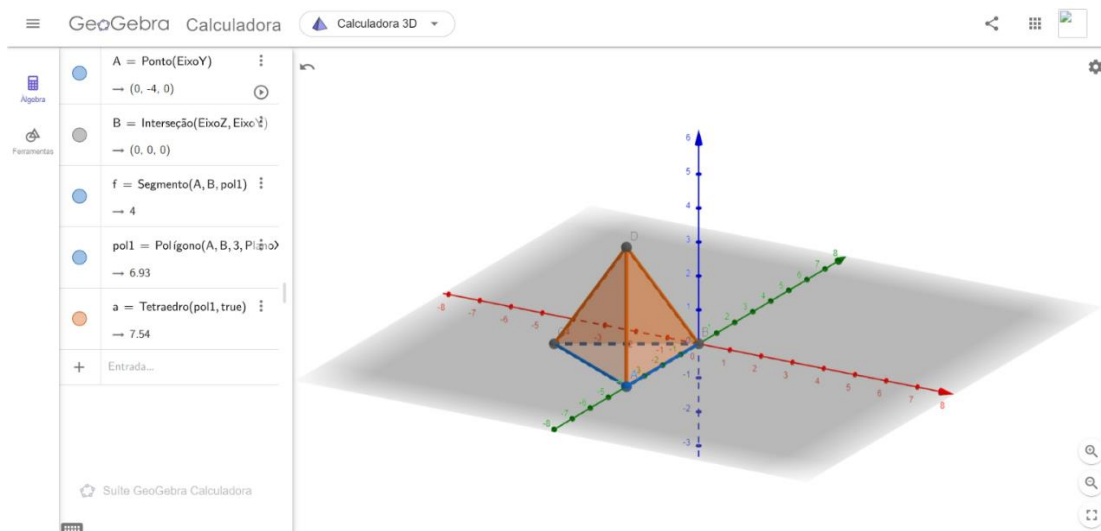
Na janela 3D do aplicativo, vamos construir o tetraedro. Vamos usar a ferramenta polígono regular para construir o triângulo equilátero que representa as faces do poliedro. Definimos dois pontos que formarão o segmento de reta que representa a aresta e depois determinamos a quantidade de lados desse triângulo, tendo como resultado a figura a seguir.

**Figura 12:** Face triangular do tetraedro no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

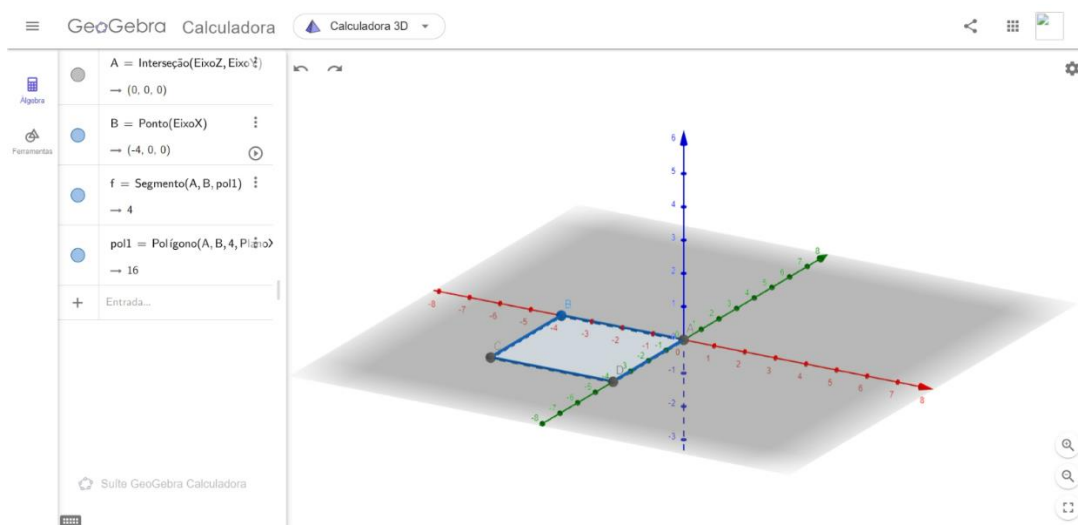
Para finalizar essa construção, utilizamos o comando tetraedro com a opção de triângulo equilátero e selecionamos o polígono construído no passo anterior. Obtendo o resultado a seguir.

**Figura 13:** Tetraedro no GeoGebra.

Fonte: Autores (2022).

Vamos observar que as próximas construções terão os mesmos dois passos, diferenciando-se apenas no polígono que representa a face e no poliedro construído. A próxima construção será o cubo representado pelo brinde de boas festas de natal.

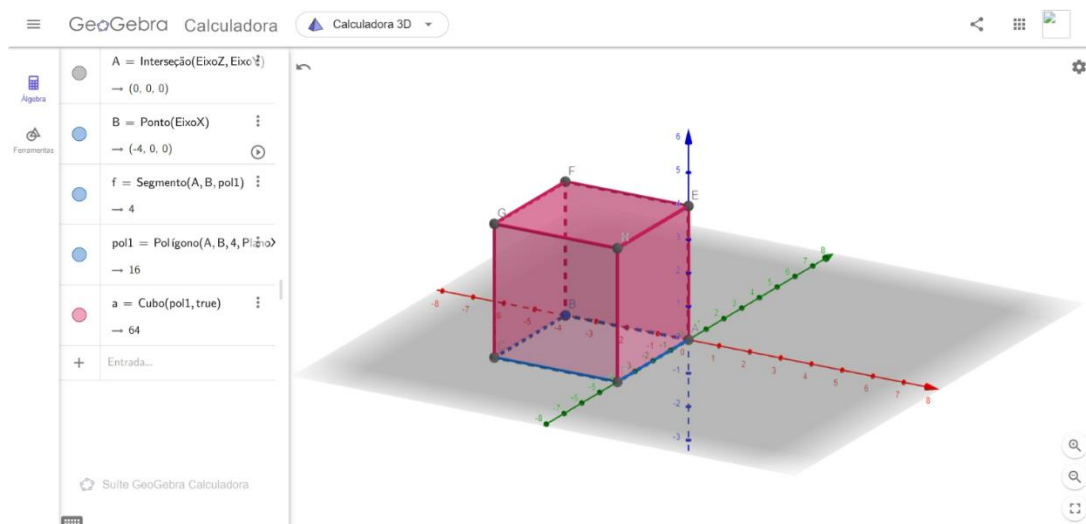
Na janela 3D do GeoGebra, devemos construir um quadrado que será a referência da face do poliedro no passo seguinte. Acessamos o menu de ferramentas e procuramos pela opção de polígono regular. Definimos um segmento de reta que será o lado de quadrado e a quantidade de lados do polígono, isto é, quatro.

**Figura 14:** Face do cubo no GeoGebra.

Fonte: Autores (2022).

Para finalizar a construção do Cubo, temos que usar o comando cubo com a opção de quadrado, após selecionarmos essa opção, temos que marcar o quadrado para ser a face desse poliedro e então concluímos a sua construção.

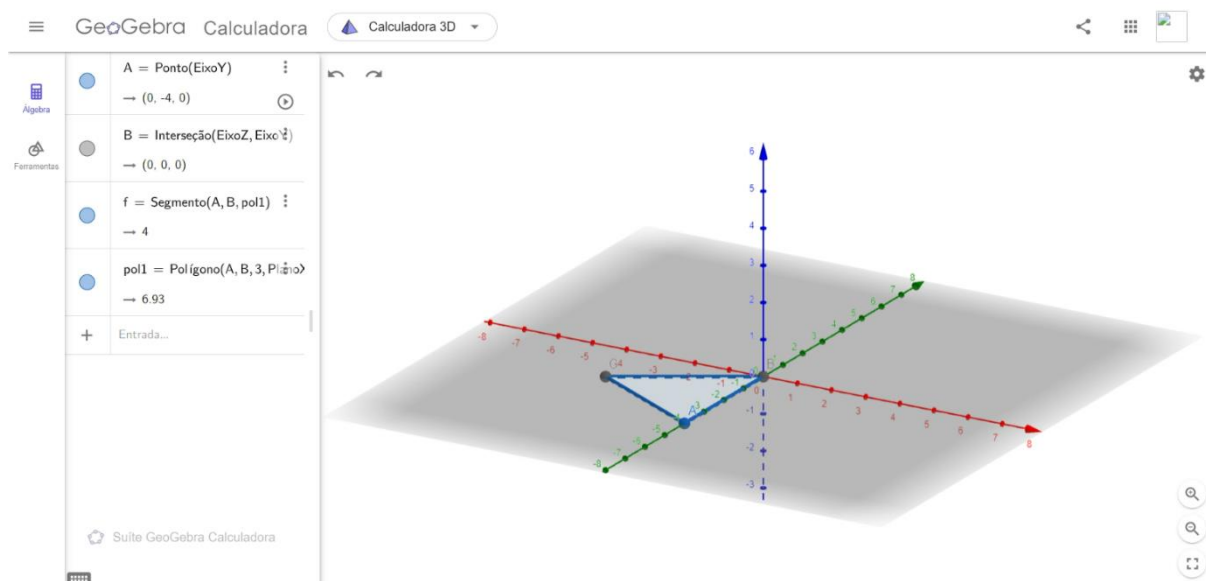
**Figura 15:** Construção do cubo no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

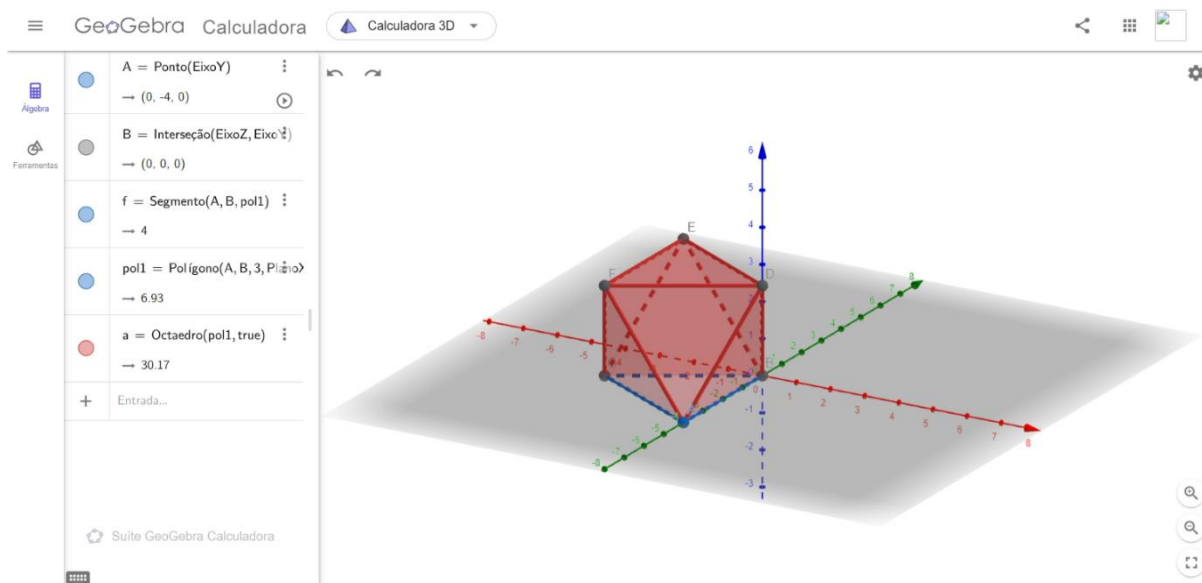
A construção do octaedro é semelhante ao do tetraedro, pois iremos construir um triângulo equilátero e depois finalizamos com a construção do poliedro. Dessa forma, observe que o primeiro passo é semelhante ao do polígono que representa o dado de jogos de tabuleiro.

**Figura 16:** Construção da base do octaedro no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

E assim usando o comando octaedro, com a opção de triângulo equilátero, selecionamos o polígono construído e teremos o dado construído.

**Figura 17:** Construção do octaedro no GeoGebra.

Fonte: Autores (2022).

Para a determinação da quantidade de vértices, arestas e faces, convém para melhorar a visualização, convém usar a ferramenta mover para melhorar a visualização do poliedro e dos registros desses dados.

Cabe uma observação importante nesse momento, a planificação desses poliedros como forma de contagem desses dados pode causar confusão nos alunos, já que a planificação possui arestas e vértices duplicadas em algumas partes dos poliedros e pode fazer com que os alunos contem esses dados duplicados.

Portanto, ao fazermos a conversão desses dados observados nos sólidos construídos pelo aplicativo, devemos obter que o tetraedro possui 4 vértices, 6 arestas e 4 faces, o cubo possui 8 vértices, 12 arestas e 6 faces e o octaedro possui 6 vértices, 12 arestas e 8 faces.

A questão sobre os polígonos que formam as faces dos poliedros busca com que os alunos continuem delimitando os poliedros pelos polígonos que formam suas faces, embora alguns deles sejam formados por polígonos diferentes.

**Atividade 3:** Estudando a convexidade dos poliedros

**Objetivo:** Possibilitar o estudo da convexidade dos poliedros, minimizando os obstáculos cognitivo a partir da animação gráfica da decomposição da figura geométrica e verificando a convexidade de cada uma.

**Atividade:** Desvende as características geométricas das embalagens a partir da modelagem geométrica da figura.

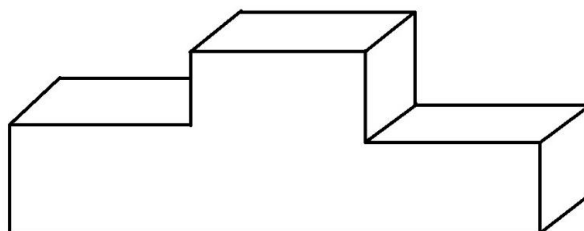
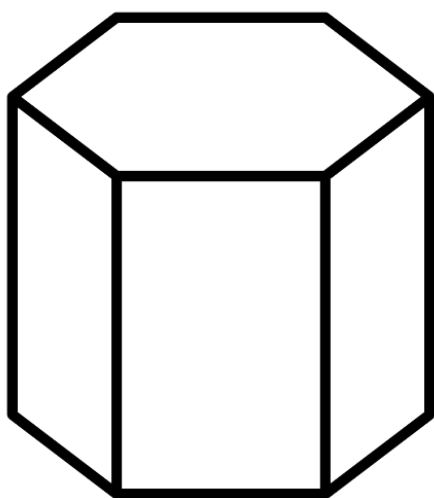


Figura 1

Figura 2

Construa um modelo geométrico para cada figura dos objetos no GeoGebra e construa planos a partir de suas faces.

### QUESTÕES

\* Observando a construção no aplicativo, os dois sólidos são poliedros? Explique.

\* Ao traçar todos os planos que contêm as faces dos poliedros, algum (ns) desse (s) plano (s) corta (m) alguma parte do poliedro?

Figura 1:

Figura 2:

\* Complete a tabela abaixo com a quantidade correspondente, observando as características dos poliedros construídos.

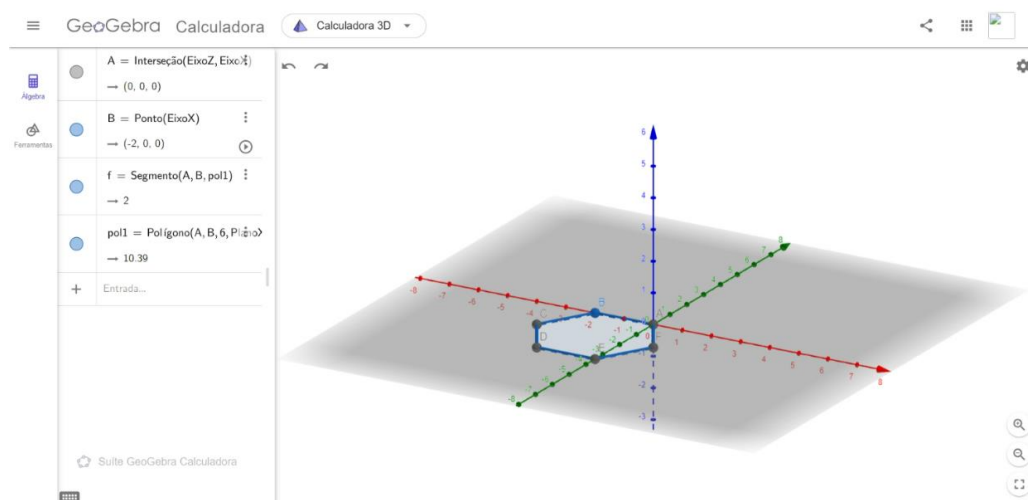
| Poliedro  | F | V | A | V+F | A+2 |
|-----------|---|---|---|-----|-----|
| Figura 1: |   |   |   |     |     |
| Figura 2: |   |   |   |     |     |

### Passo-a-passo da construção

Para esta atividade, vamos iniciar com a construção dos poliedros e dos planos que contêm as faces desses poliedros. Objetivamos que os alunos percebam que o poliedro que representa o pódio possui faces contidas por planos que cortam o poliedro em outros pontos, dessa forma, sendo um poliedro não convexo ou côncavo.

A construção do prisma de base hexagonal que representa a embalagem de panettone é feita em dois passos, vamos utilizar a ferramenta de polígono regular para formamos a base hexagonal.

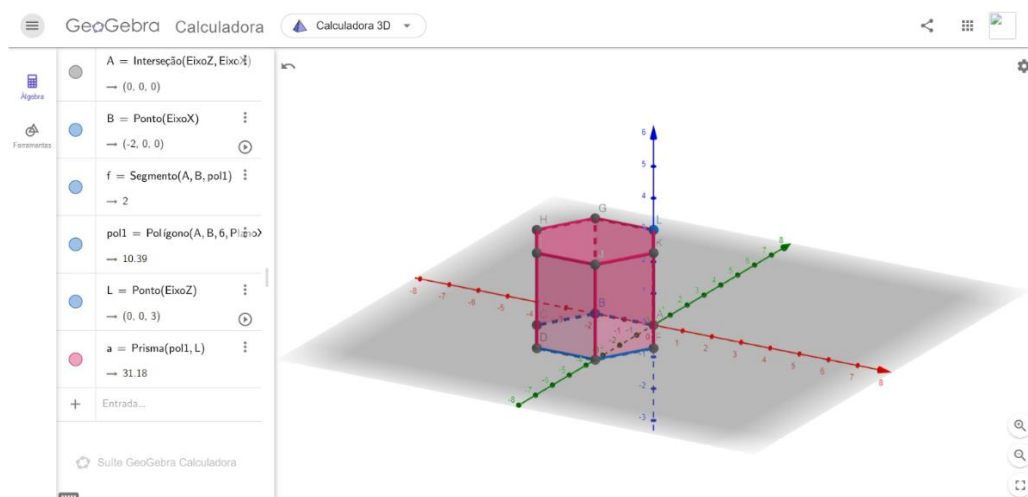
**Figura 18:** Construção da base do prisma hexagonal no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

O segundo passo é construirmos a altura do prisma desejado e para isso vamos utilizar a ferramenta de prisma, clicarmos no polígono da base e arrastarmos o mouse até a altura desejada, A figura a seguir nos mostra o resultado.

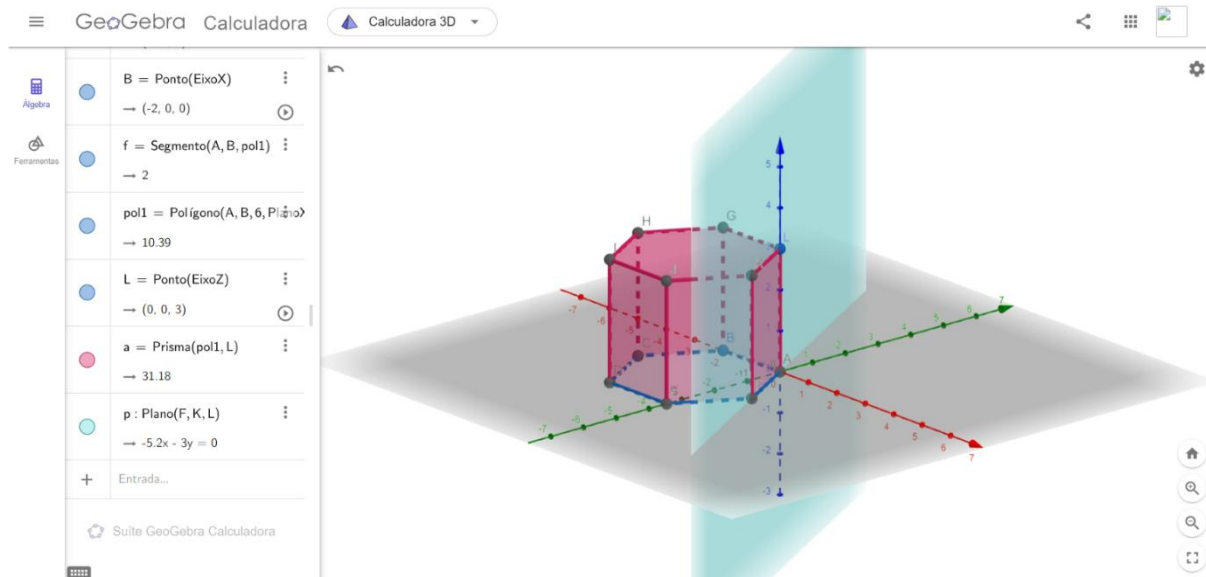
**Figura 19:** Construção do prisma hexagonal no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Vamos determinar planos que contenham as faces do poliedro e verificar que esses planos contêm apenas a face do poliedro e nenhum outro ponto sequer.

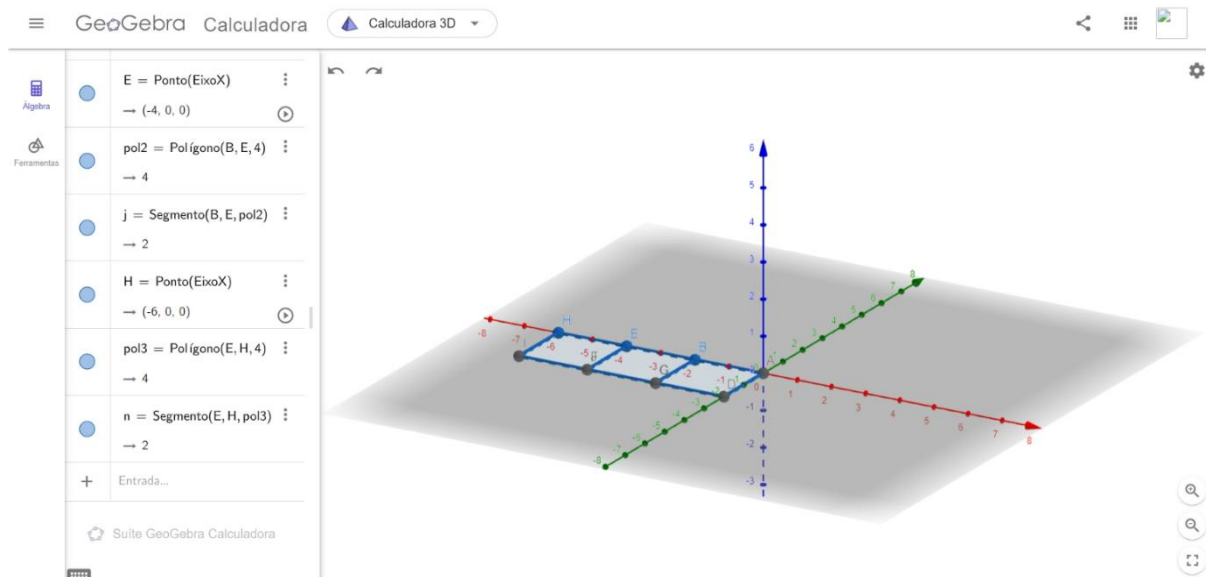
**Figura 20:** planos contendo a face da embalagem no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Para a construção do poliedro representado pelo pódio, vamos utilizar a ferramenta poliedro regular e construir 3 cubos para a base. A figura a seguir ilustra essa etapa.

**Figura 21:** Construção do pódio no GeoGebra.

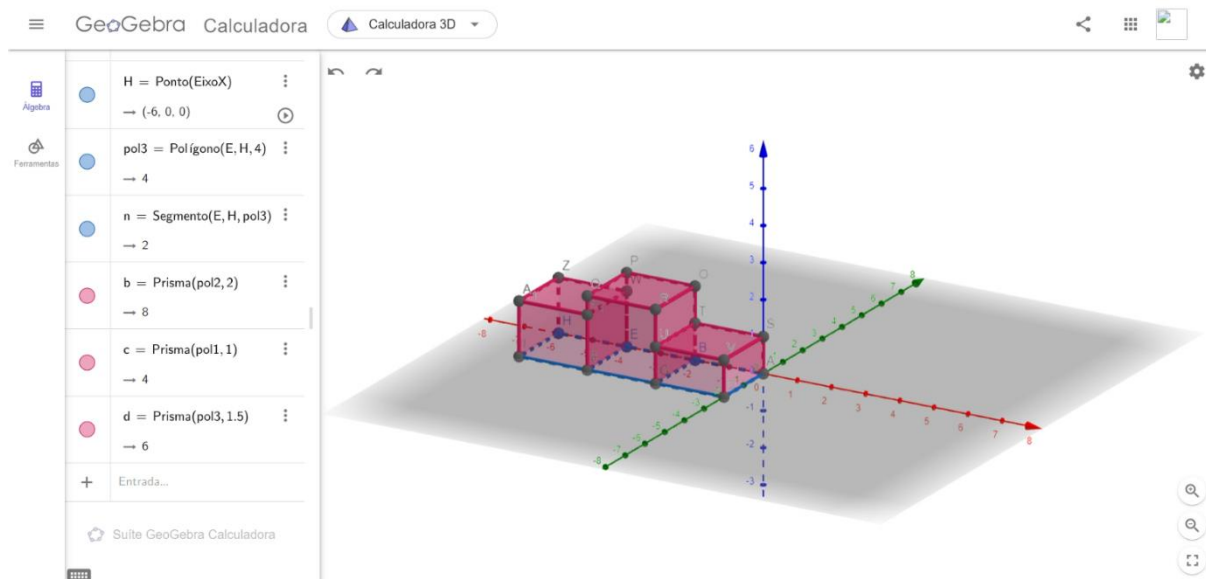


Fonte: Autores (2022).

A partir daí vamos construir cada tamanho do pódio usando a ferramenta extrusão para prisma sobre os cubos que foram formados. Ao utilizarmos essa ferramenta, devemos escolher o polígono da base e o valor da altura. Como cada

posição do pódio possui tamanho diferente, fizemos alturas diferentes conforme a seguir.

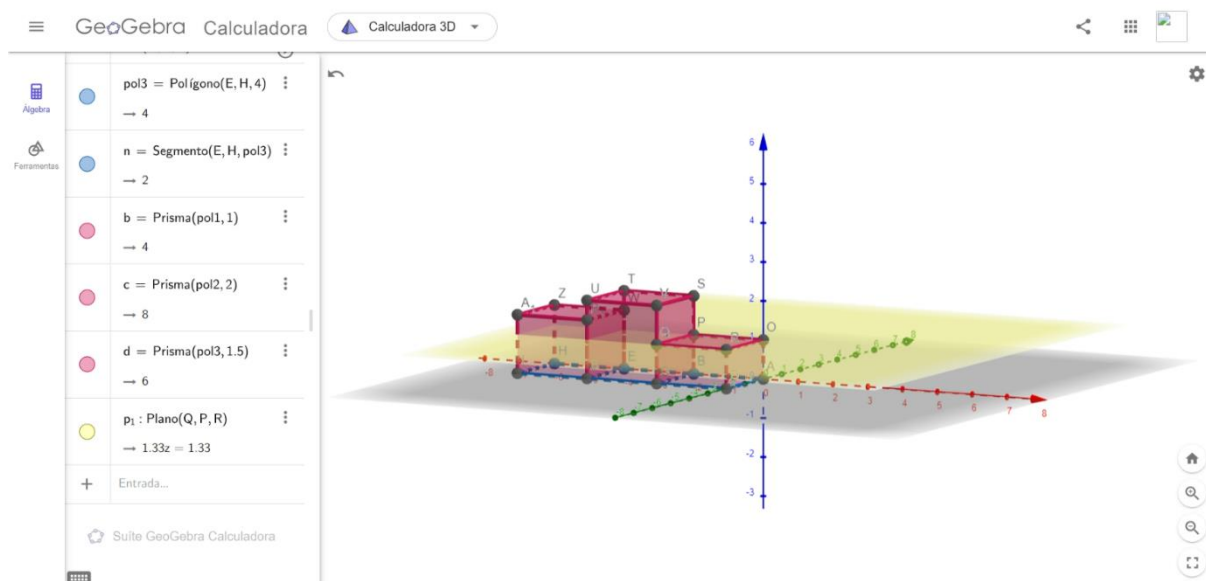
**Figura 22:** Pódio no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

A construção dos planos que circulam as faces do poliedro será feita utilizando a ferramenta plano definido por 3 pontos e escolhemos 3 pontos de alguma face do poliedro e o plano aparecerá. A figura abaixo ilustra o plano que foi definido por uma das bases do pódio e que mostra que o poliedro em questão não é convexo.

**Figura 23:** Plano contendo uma das faces do pódio no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

A seguir discutiremos as questões propostas nas atividades, a primeira indaga o aluno buscando fazer observar que o plano que contém a face que representa o piso do pódio, em alguns casos, atravessa o poliedro em outras partes como mostra a figura anterior. Dessa forma, o aluno observa que o poliedro que representa a embalagem de panettone não possui tal característica.

Nesse ponto, queremos que o aluno perceba que, apesar de estar observando dois poliedros, eles possuem algumas características diferentes. Essas características não fazem que um ou outro deixem de ser poliedro, apenas que esses sólidos possam ser classificados de maneira diferente.

Os alunos serão convidados a pegarem as embalagens que estão em suas mãos e coloca-las face a face sobre a mesa ou pela parede (que são planas) e observar como o poliedro fica com cada face sobre uma superfície plana.

Portanto, nossa definição de convexidade se dará pelo fato de o poliedro estar completamente com a face sobre uma superfície plana sem ser cortado em nenhuma outra região.

A questão seguinte tem como objetivo introduzir a contagem dos componentes dos poliedros, pois na próxima atividade, essa contagem será utilizada para a introdução da chamada Fórmula de Euler. Assim, queremos que os alunos observem que, apesar da convexidade dos poliedros serem diferentes, nesse caso, a relação prevaleceu.

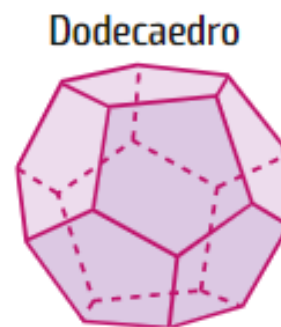
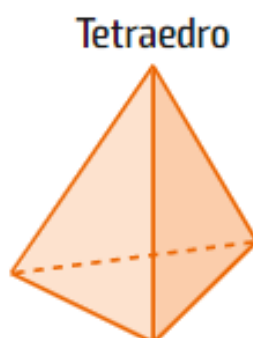
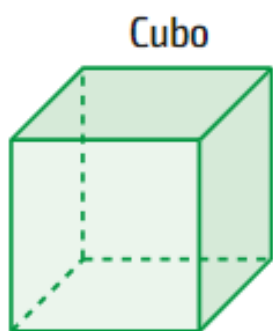
Mas na próxima atividade, eles verão esse padrão se mantendo apenas em poliedros convexos, pois a relação vale para todo poliedro convexo e alguns não convexos.

| Poliedro         | F  | V  | A  | V+F | A+2 |
|------------------|----|----|----|-----|-----|
| <b>Figura 1:</b> | 8  | 12 | 18 | 20  | 20  |
| <b>Figura 2:</b> | 10 | 16 | 24 | 26  | 26  |

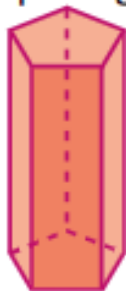
**Atividade 4:** Estudando a Relação de Euler

**Objetivo:** Possibilitar o estudo da Relação de Euler, minimizando os obstáculos cognitivo a partir da animação gráfica da decomposição da figura geométrica.

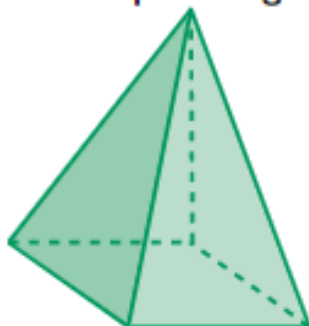
**Atividade:** Desvende as características geométricas das embalagens a partir da modelagem geométrica da figura.



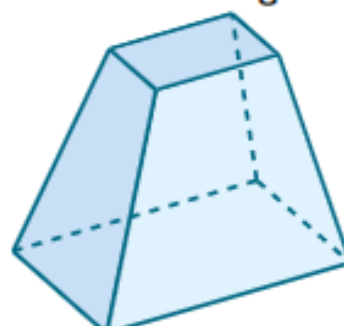
Prisma de  
base pentagonal



Pirâmide de  
base quadrangular



Tronco de pirâmide  
de base retangular



Construa um modelo geométrico para cada figura dos objetos no GeoGebra e construa planos a partir de suas faces.

### QUESTÕES

\* Complete a tabela abaixo com a quantidade correspondente, observando as características dos poliedros construídos.

| Poliedro                                     | F | V | A | V+F | A+2 |
|----------------------------------------------|---|---|---|-----|-----|
| <b>Cubo</b>                                  |   |   |   |     |     |
| <b>Tetraedro</b>                             |   |   |   |     |     |
| <b>Dodecaedro</b>                            |   |   |   |     |     |
| <b>Prisma de base pentagonal</b>             |   |   |   |     |     |
| <b>Pirâmide de base quadrangular</b>         |   |   |   |     |     |
| <b>Tronco de Pirâmide de base retangular</b> |   |   |   |     |     |

\* Observe a sua rotina e complete a tabela abaixo elencando um objeto do cotidiano que possui o mesmo formato do poliedro

| Poliedro                                     | Objeto do cotidiano |
|----------------------------------------------|---------------------|
| <b>Cubo</b>                                  |                     |
| <b>Tetraedro</b>                             |                     |
| <b>Dodecaedro</b>                            |                     |
| <b>Prisma de base pentagonal</b>             |                     |
| <b>Pirâmide de base quadrangular</b>         |                     |
| <b>Tronco de Pirâmide de base retangular</b> |                     |

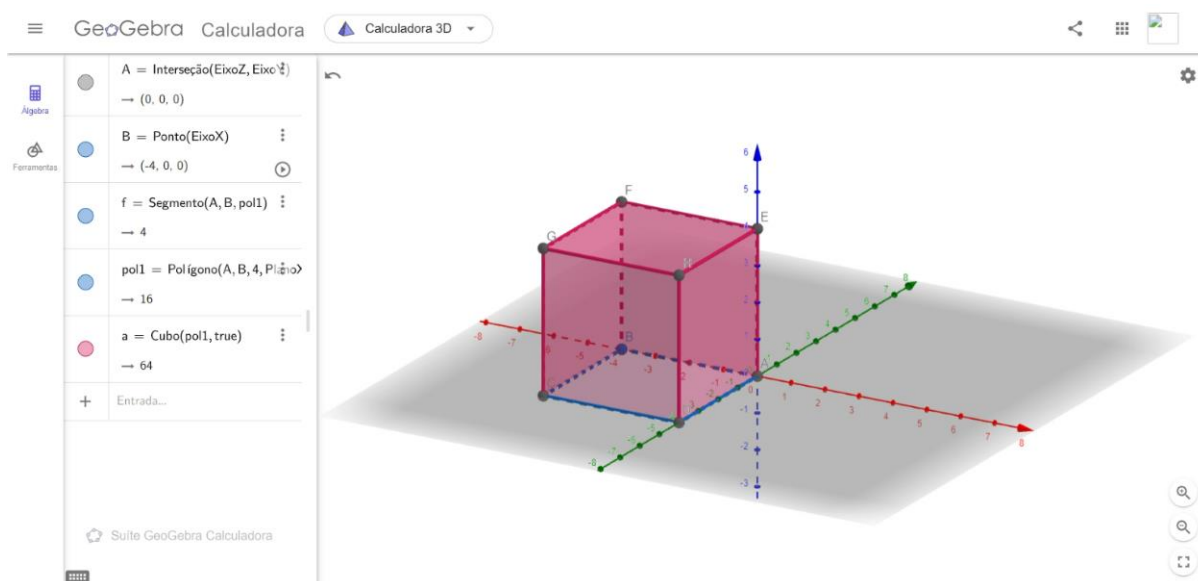
### Passo-a-passo da construção

Vamos iniciar essa atividade construindo os sólidos no aplicativo GeoGebra. Após a construção, vamos buscar dos alunos uma observação em relação as características dos poliedros da atividade para que os alunos possam observar a relação de Euler nos mesmos.

Além disso, vamos buscar obter dos alunos o processo inverso ao que acontecia nas atividades anteriores, eram mostrados objetos com os formatos dos poliedros estudados, dessa vez os alunos irão observar sua rotina e cotidiano e buscar objetos que possuam os formatos dos sólidos da atividade.

O poliedro que vamos construir será o cubo, devemos utilizar um segmento de reta que será a aresta do cubo e depois usar a ferramenta de construção do cubo, selecionando o segmento, e assim construímos o sólido.

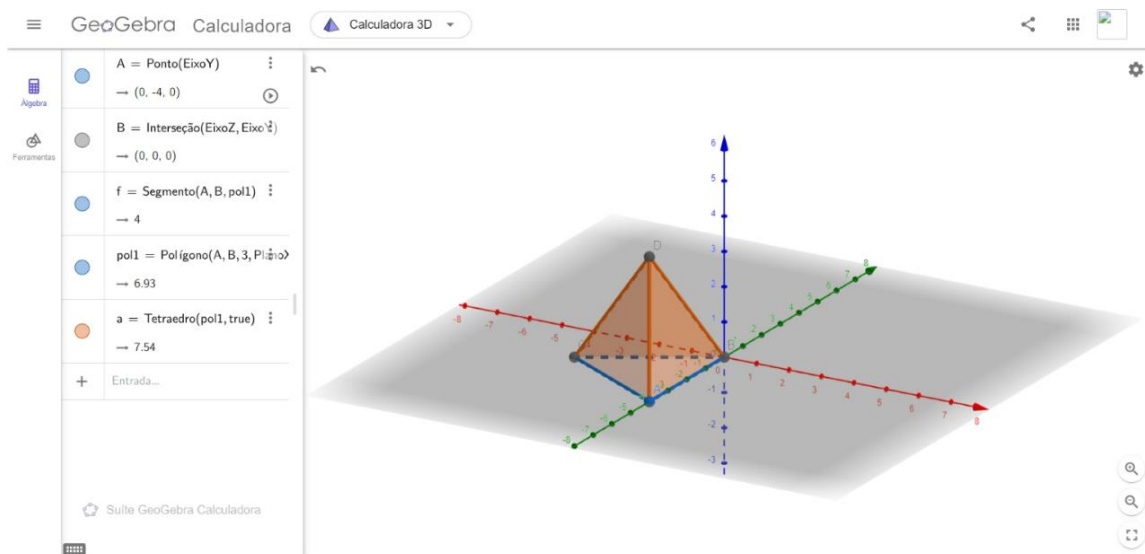
**Figura 24:** Construção do cubo no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

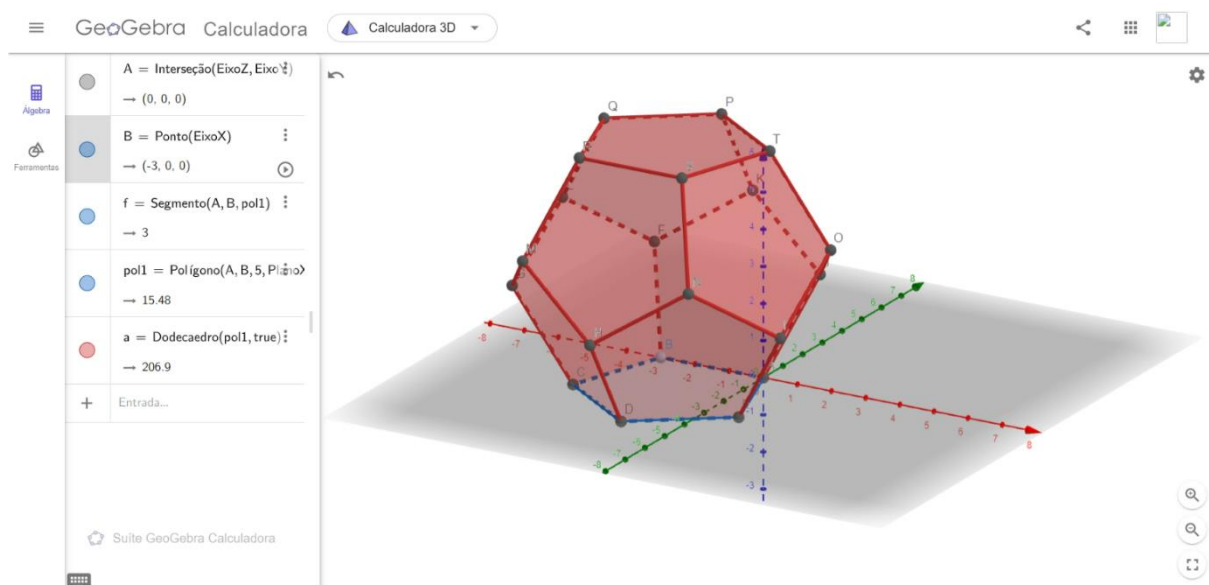
Observe que a construção do poliedro anterior tem como base o segmento que foi criado, esse segmento pode ser construído com o tamanho que se possa necessitar, não sendo necessariamente o utilizado aqui nessa atividade, pois os alunos terão, nesses casos, autonomia para usarem os comandos e as ferramentas do aplicativo de maneira que possam explorar os seus recursos instrumentalizando o mesmo.

A construção do tetraedro é semelhante, requer que façamos um triângulo equilátero que representará a face do sólido e que utilizemos o comando tetraedro para a construção do poliedro selecionando o triângulo criado.

**Figura 25:** Tetraedro no GeoGebra.

Fonte: Autores (2022).

Para construirmos o dodecaedro, precisamos de um polígono que represente a sua face, semelhante a construção do tetraedro, e do comando dodecaedro utilizando a seleção do pentágono construído. A construção segue esses passos: usar a ferramenta segmento de reta, usar a ferramenta polígono regular, selecionando o segmento anterior e colocando 5 lados, usar o comando dodecaedro selecionando o pentágono construído. Devemos obter esse resultado

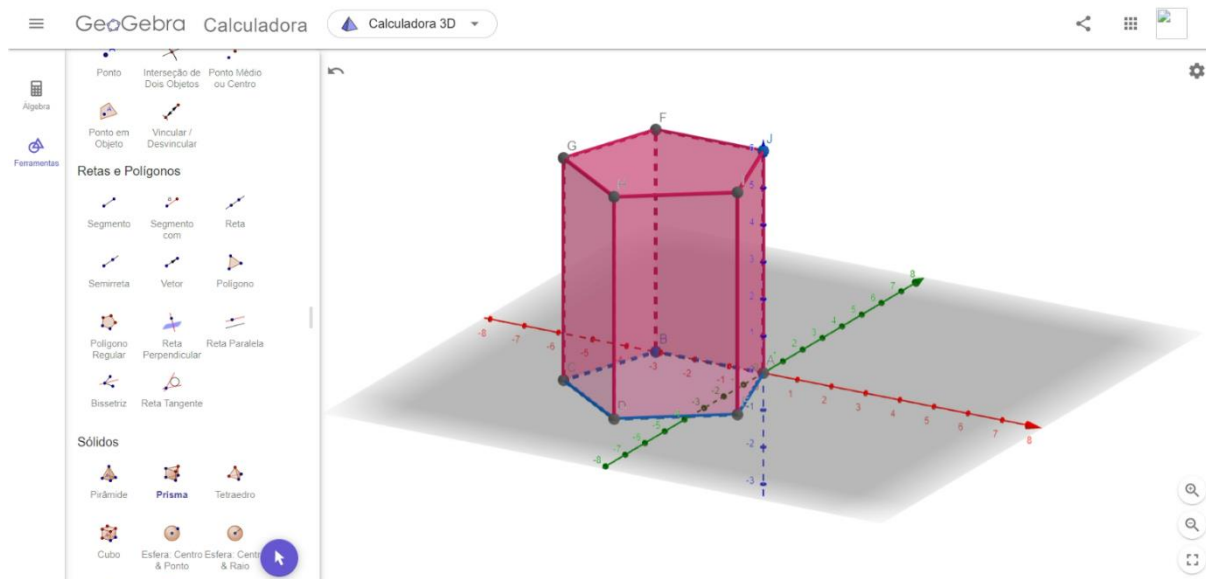
**Figura 26:** Dodecaedro no GeoGebra.

Fonte: Autores (2022).

A construção do prisma possui uma ferramenta própria que facilita sua construção. Para isso, devemos ter como requisito um polígono para base, que

neste caso, é um pentágono e uma altura que será selecionada após a construção da base e que será “arrastada” até a altura desejada para o poliedro.

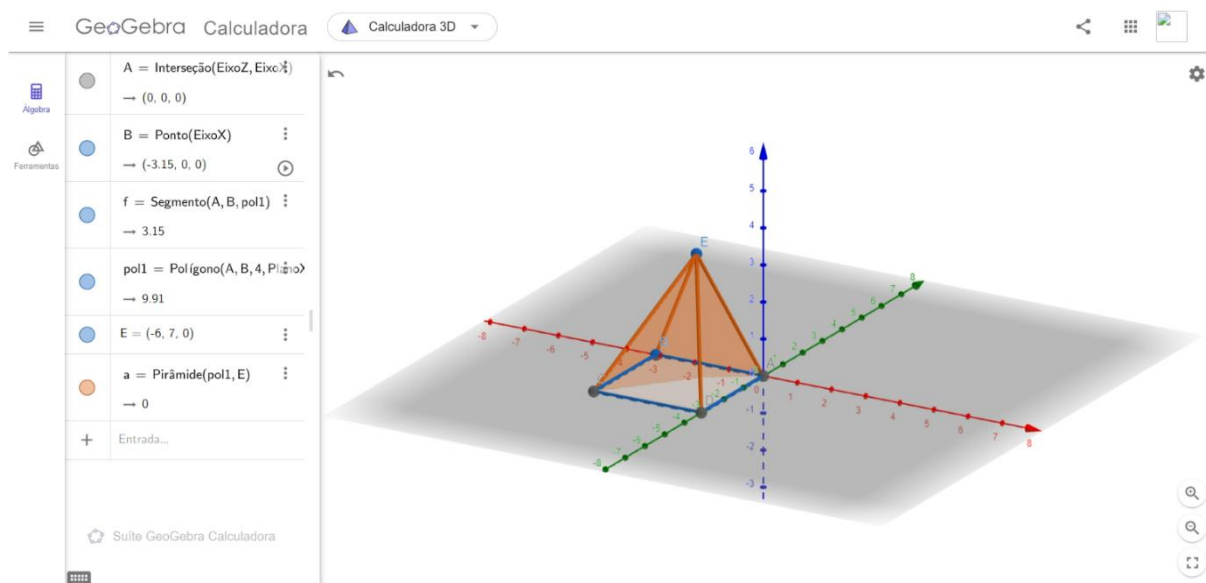
**Figura 27:** Prisma de base pentagonal no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

A pirâmide também possui uma ferramenta específica para a sua construção requerendo, apenas, o polígono de sua base e a altura desejada para o sólido.

**Figura 28:** Pirâmide de base quadrangular no GeoGebra.

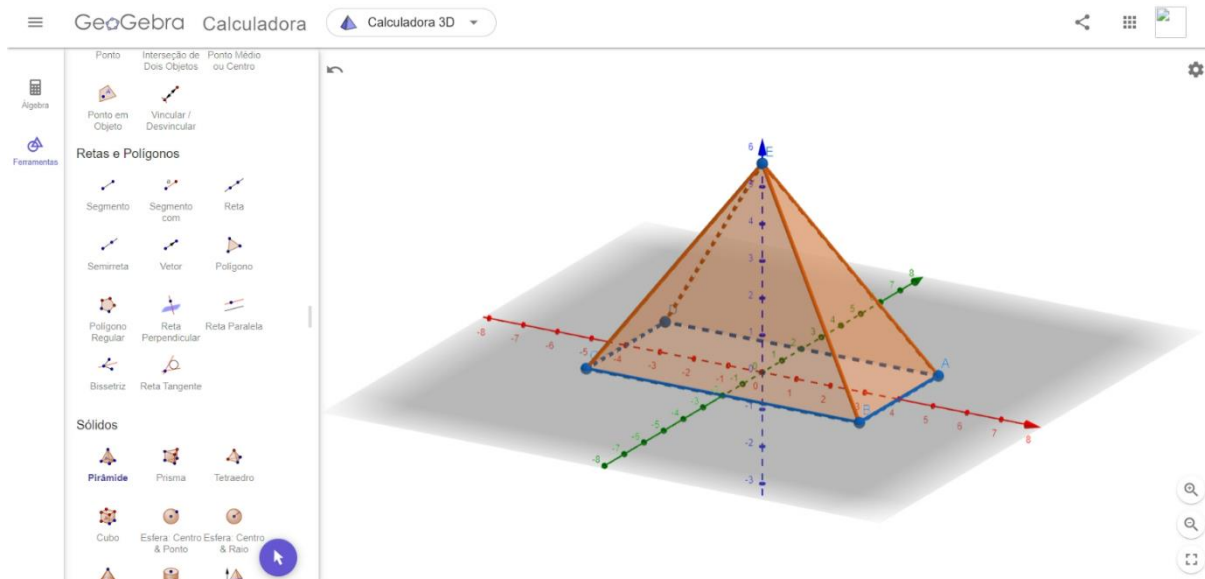


Fonte: Autores (2022).

Para a construção do tronco de pirâmide de base retangular, devemos observar que o GeoGebra não possui um comando específico para esta ação. Vamos construí-lo utilizando outras ferramentas que nos permitem criá-lo de maneira mais complexa, mas com o resultado esperado.

A construção começará com o retângulo que representa a base do tronco de pirâmide. Vamos determinar, de maneira genérica, 4 pontos que formarão os vértices da base do retângulo e, por fim, usar a ferramenta polígono. E depois vamos usar a ferramenta pirâmide para construirmos o poliedro.

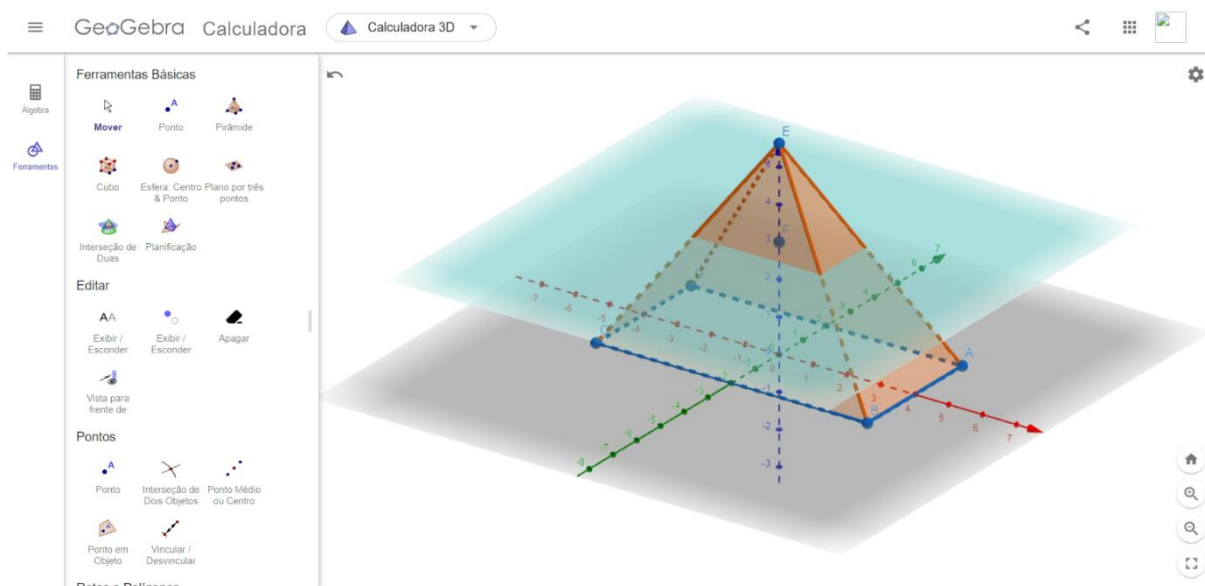
**Figura 29:** Base do tronco de pirâmide no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Precisamos construir um plano paralelo a base que corte a pirâmide em alguma altura desejada da mesma para que a construção do tronco seja feita por essa secção do plano paralelo a base. Para isso, vamos construir

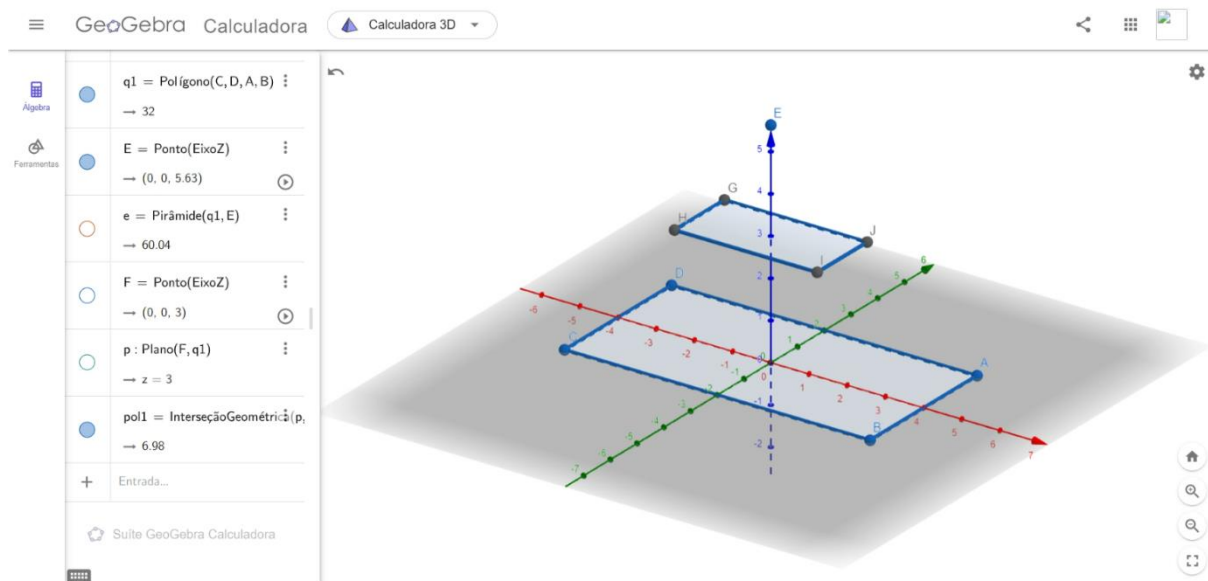
**Figura 30:** Plano paralelo a base do tronco de pirâmide no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Vamos usar a ferramenta interseção de dois objetos para termos a base superior desse tronco de pirâmide. Após isso, vamos clicar nas bolinhas ficam a esquerda dos objetos na janela de entradas do plano, do ponto que determina por onde o plano secciona o poliedro e da pirâmide para observarmos apenas as bases que ficam.

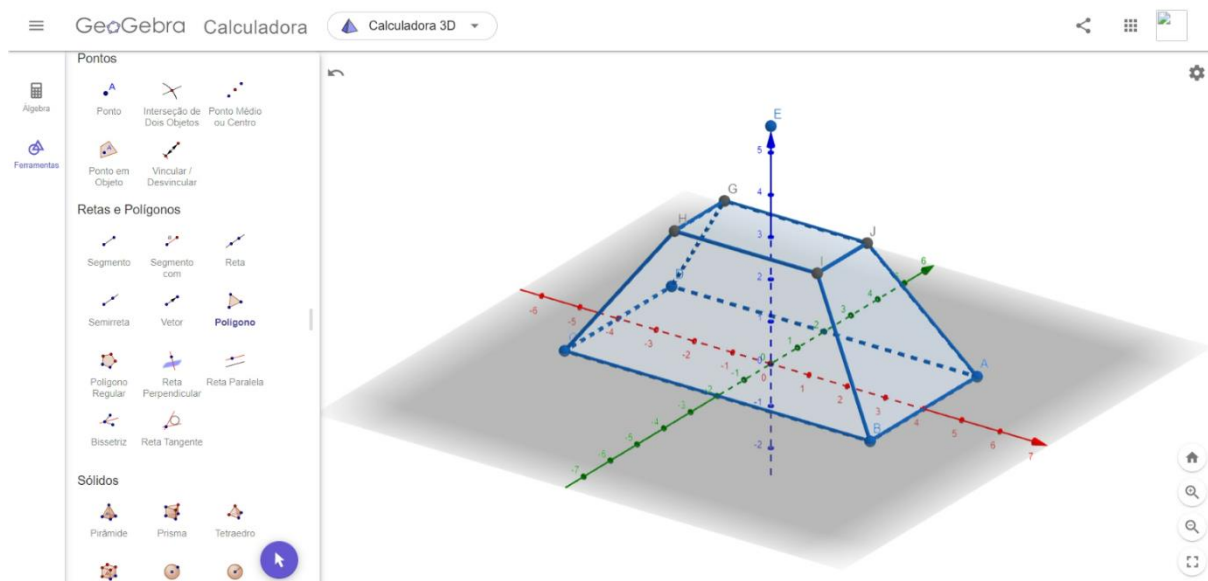
**Figura 31:** As bases do tronco de pirâmide no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Para completar essa construção, devemos utilizar a ferramenta polígono e construirmos as faces laterais do poliedro utilizando os pontos dos vértices das bases do tronco de pirâmide.

**Figura 32:** Construção do tronco de pirâmide de base retangular no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Feita as construções dos poliedros no aplicativo, devemos obter dos alunos, nas atividades, que eles possam observar algumas ocorrências comum a esses sólidos. Na primeira questão, estamos buscando que os alunos percebam a conhecida Relação de Euler, que tem a igualdade entre a soma dos vértices e das faces com a quantidade de arestas somada com dois.

Preenchida a tabela, devemos obter esses resultados.

| <b>Poliedro</b>                              | <b>F</b> | <b>V</b> | <b>A</b> | <b>V+F</b> | <b>A+2</b> |
|----------------------------------------------|----------|----------|----------|------------|------------|
| <b>Cubo</b>                                  | 6        | 8        | 12       | 14         | 14         |
| <b>Tetraedro</b>                             | 4        | 4        | 6        | 8          | 8          |
| <b>Dodecaedro</b>                            | 12       | 20       | 30       | 32         | 32         |
| <b>Prisma de base pentagonal</b>             | 7        | 10       | 15       | 17         | 17         |
| <b>Pirâmide de base quadrangular</b>         | 5        | 5        | 8        | 10         | 10         |
| <b>Tronco de Pirâmide de base retangular</b> | 6        | 8        | 12       | 14         | 14         |

A próxima questão busca o processo contrário do que as outras atividades vinham propondo. As correlações entre poliedros e os objetos do cotidiano eram exemplificadas, dessa vez queremos que os alunos possam observar sua rotina, seu cotidiano e encontrar essas formas.

Estamos buscando que os alunos possam observar mais atentamente a matemática ao seu redor, em especial os poliedros. Em suas formas e características diversas aparecendo. Nessa perspectiva, estamos estabelecendo uma forma de ressignificar a aprendizagem e associar o conteúdo curricular ao contexto real dos alunos. A BNCC nos diz que

[...] no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, conforme anteriormente anunciado. Nesse contexto, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio, envolvidos, em diferentes graus dados por suas condições socioeconômicas, pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 518).

Dessa forma, esperamos que os sujeitos possam explorar as formas poliédricas presentes nos seu cotidiano e comparar com embalagens, com estruturas arquitetônicas ou artísticas, dentre outros.

### Atividade 5: Estudando o prisma

**Objetivo:** Possibilitar o estudo de área lateral, da base e área total e do volume do prisma, minimizando os obstáculos cognitivo a partir da animação gráfica da decomposição da figura geométrica.

**Atividade:** Desvende as características geométricas das embalagens a partir da modelagem geométrica da figura.

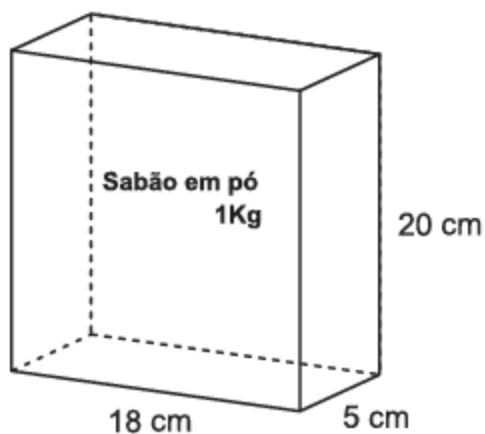


Figura 1

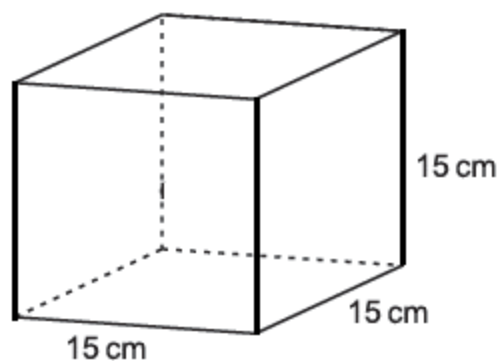


Figura 2

Construa um modelo geométrico para cada figura de embalagens no Geogebra e faça sua planificação.

## QUESTÕES

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

Figura 1:

Figura 2:

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

Figura 1:

Figura 2:

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

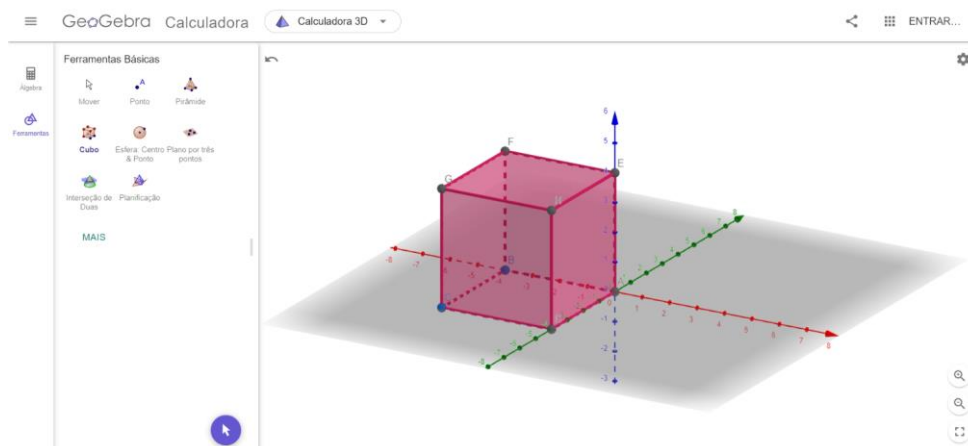
Figura 1:

Figura 2:

### Passo-a-passo da construção

Ao clicarmos na opção cubo, devemos clicar em dois pontos, pois esses pontos irão delimitar um segmento de reta que será utilizado pelo ambiente com referência de aresta para o poliedro. Dessa forma, podemos ter pontos anteriormente criados ou utilizarmos pontos aleatórios no aplicativo. A figura a seguir ilustra essa criação.

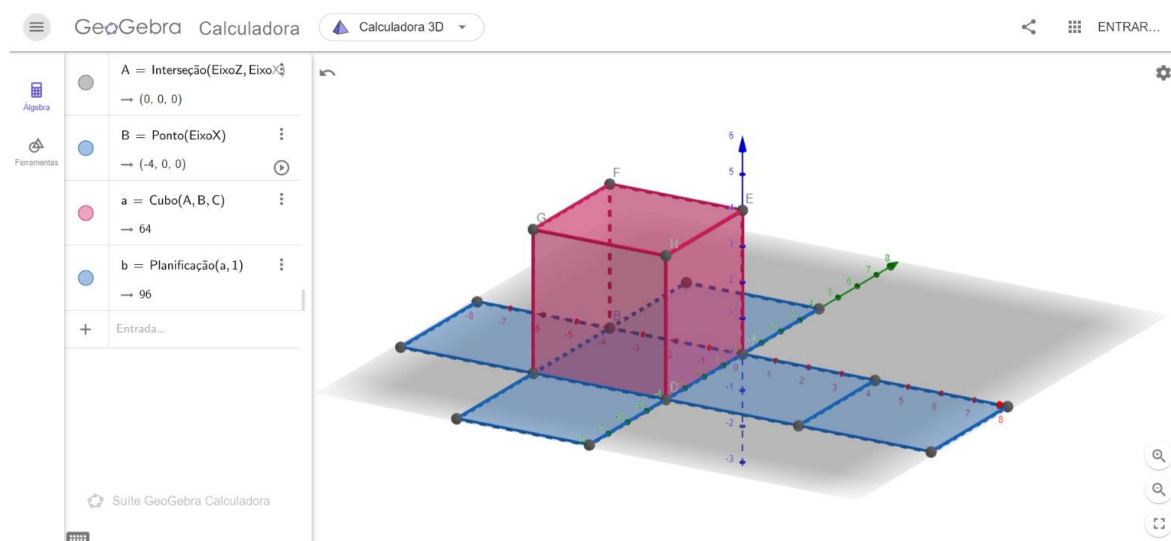
**Figura 33:** Processo de criação do cubo no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

A partir dessa construção, vamos usar o comando de planificação através de um controle deslizante para que a planificação seja animada e após a sua planificação, vamos calcular sua área total. Na opção álgebra vamos digitar “planificação” e escolhermos a primeira opção, depois devemos selecionar o poliedro e escolher zero ou um para que a planificação seja total ou não. Esse comando também nos informa a área total do sólido.

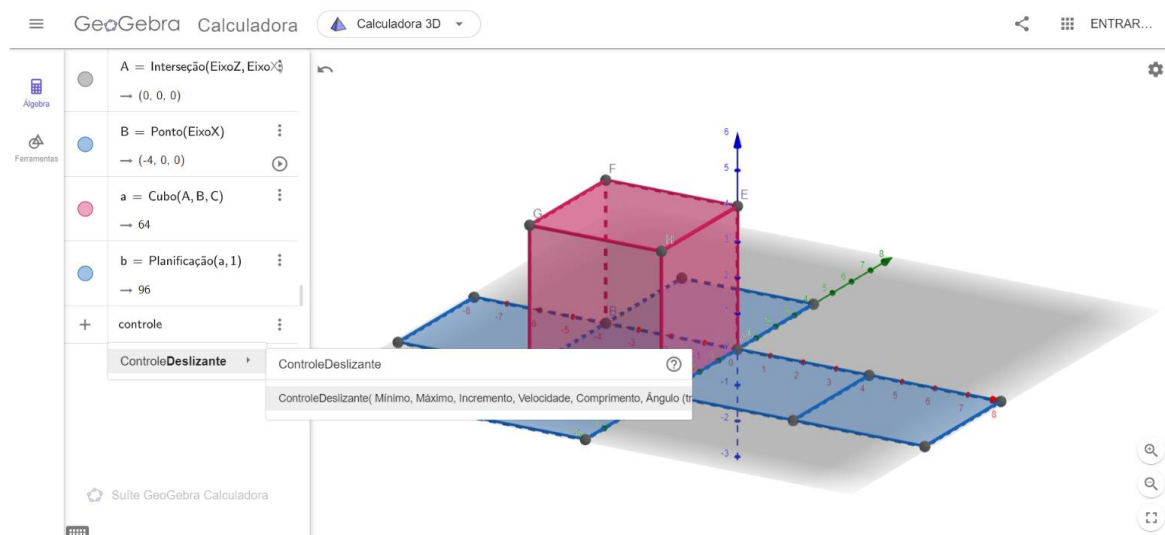
**Figura 34:** Planificação no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Na mesma opção anterior, digitamos “controle” e a opção do controle deslizante aparecerá, clicamos nela e depois devemos configurar a velocidade, qual o incremento, dentre outras.

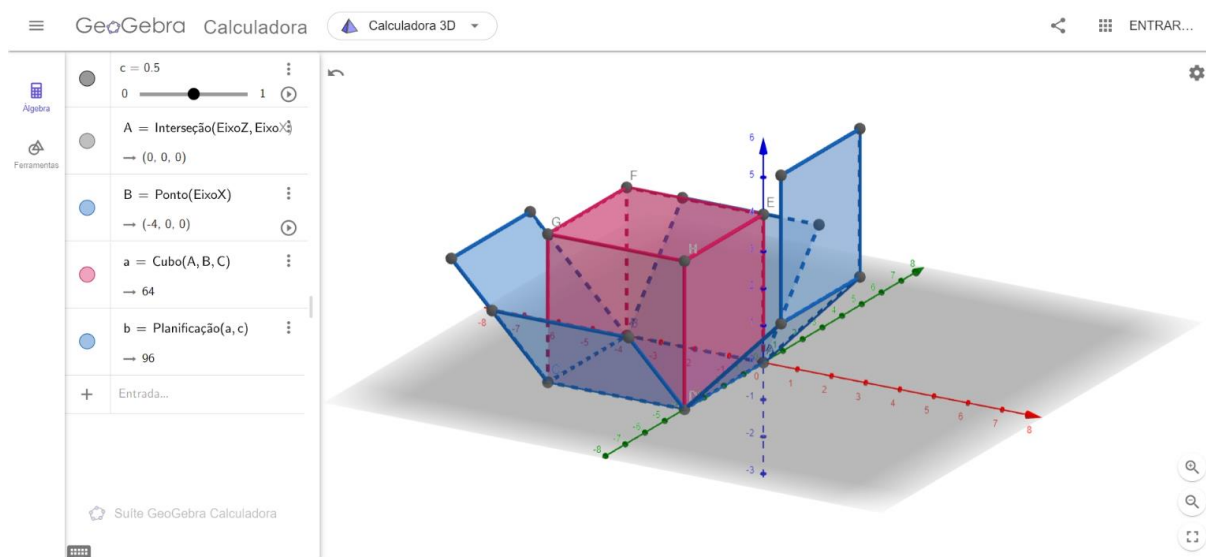
**Figura 35:** Controle deslizante no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

O controle terá mínimo 0, máximo 1, incremento de 0.01, velocidade 1 e comprimento 1. Essas são as configurações necessárias. As outras podem ser descartadas. Assim, vamos substituir no comando planificação o valor “1”, pelo valor “c” que representa nosso controle deslizante e teremos a planificação animada do nosso cubo (caixas de boas festas) conforme abaixo.

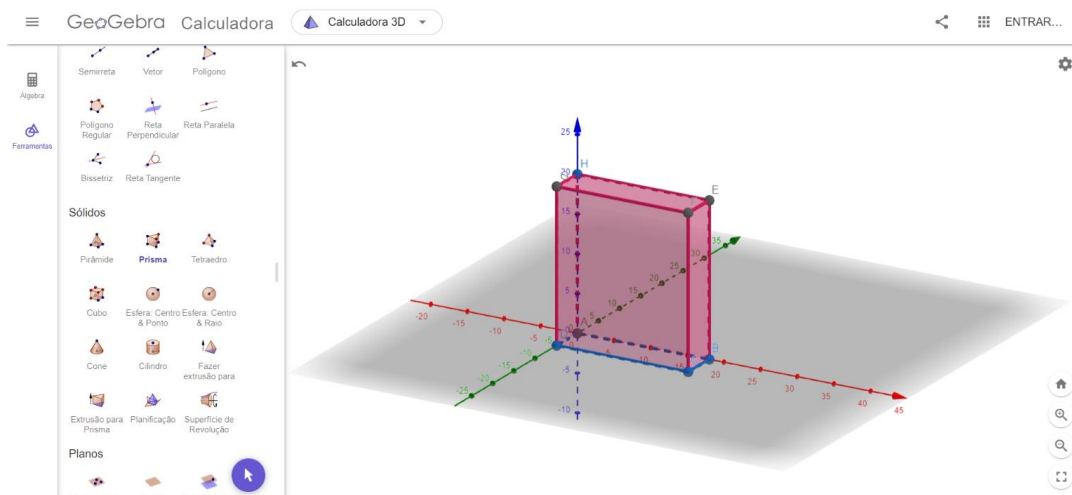
**Figura 36:** Planificação animada no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Já para a construção do paralelepípedo utilizado na caixa de sabão em pó, devemos criar um polígono que represente a sua base, como sua base se trata de um retângulo, devemos criá-lo com as medidas descritas na atividade e depois usarmos a ferramenta de prisma para levantarmos a figura no espaço até o tamanho de sua altura.

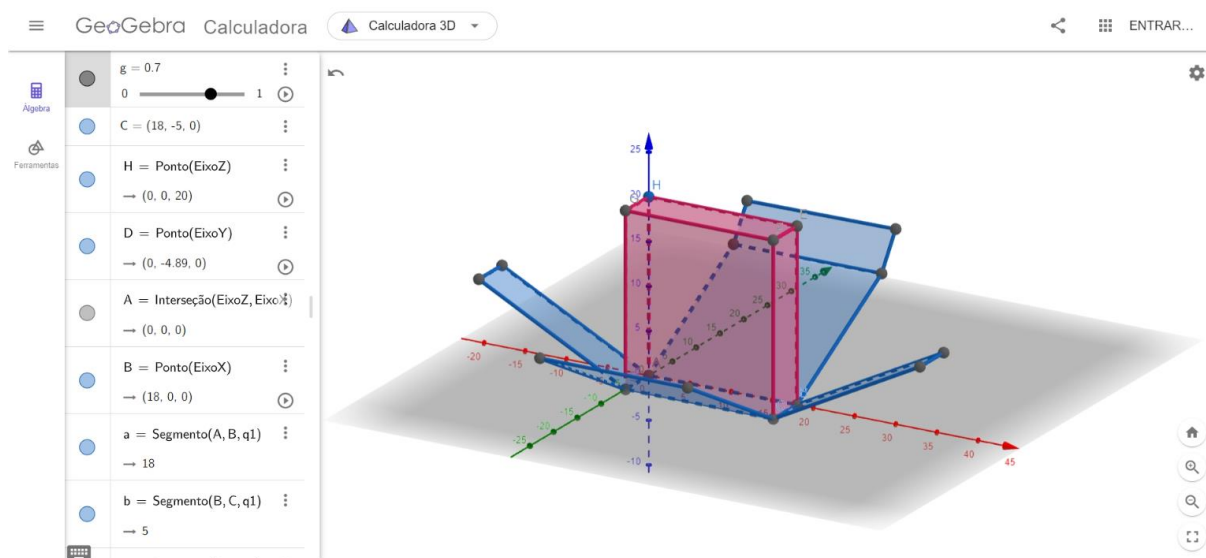
**Figura 37:** Criação da caixa de sabão em pó no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Agora, podemos usar o comando de planificação usando um controle deslizante para animar e vemos como a planificação da caixa de sabão em pó fica animada no GeoGebra.

**Figura 38:** Animação da planificação da caixa de sabão em pó no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

A construção do poliedro fornece o valor de seu volume, a animação permite encontrarmos o valor de sua área total no programa, sem a necessidade de

cálculos, o que pode ser usada para a conferência de contas feitas pelos alunos nas atividades.

Além da construção, devemos, sobretudo, obter dos alunos os cálculos da área da lateral, da área da base, da área total e do volume dos sólidos cujas representações se dão através dos prismas com medidas das arestas representando, respectivamente, as caixas de sabão em pó e de boas festas.

Primeiramente, calculando a área da base para ambos os sólidos temos, para a caixa de sabão em pó

$$A_b = b \times h$$

$$A_b = 18 \times 5$$

$$A_b = 90 \text{ cm}^2$$

E para a caixa de boas festas temos que a área da base é um quadrado, dessa forma calculamos

$$A_b = l^2$$

$$A_b = 15^2$$

$$A_b = 225 \text{ cm}^2$$

Para calcularmos a área lateral, vamos seguir de maneira semelhante, mas observando as dimensões laterais que formam os poliedros analisados. Dessa forma, esperamos que os alunos obtenham os seguintes valores

$$A_l = b \times h$$

$$A_l = 5 \times 20$$

$$A_l = 100 \text{ cm}^2$$

Para a área lateral do cubo, vamos obter o mesmo valor de sua base, assim

$$A_l = l^2$$

$$A_l = 15^2$$

$$A_l = 225 \text{ cm}^2$$

As áreas totais dessas figuras serão obtidas pelos alunos ao somarem os respectivos valores das áreas laterais com as áreas das bases de cada um dos poliedros. Para a área total do paralelepípedo

$$A_t = A_l + 2 \times A_b$$

$$A_t = 100 + 2 \times 90$$

$$A_t = 100 + 180$$

$$A_t = 280 \text{ cm}^2$$

Dessa vez, para o cubo obteremos

$$A_t = A_l + 2 \times A_b$$

$$A_t = 225 + 2 \times 225$$

$$A_t = 675 \text{ cm}^2$$

O cálculo de volume dos poliedros será encontrado através do produto da área da base pelo valor da altura do mesmo. Assim sendo, para calcularmos o valor do volume da caixa de sabão em pó, devemos proceder da seguinte forma

$$V = A_b \times h$$

$$V = 90 \times 20$$

$$V = 1800 \text{ cm}^3$$

E, finalmente, para a caixa de boas festas, por se tratar de um cubo, assim

$$V = a^3$$

$$V = 15^3$$

$$V = 3375 \text{ cm}^3$$

**Atividade 6:** Estudando o prisma de base não quadrangular

**Objetivo:** Possibilitar o estudo de área lateral, da base e área total e do volume do prisma, minimizando os obstáculos cognitivo a partir da animação gráfica da decomposição da figura geométrica.

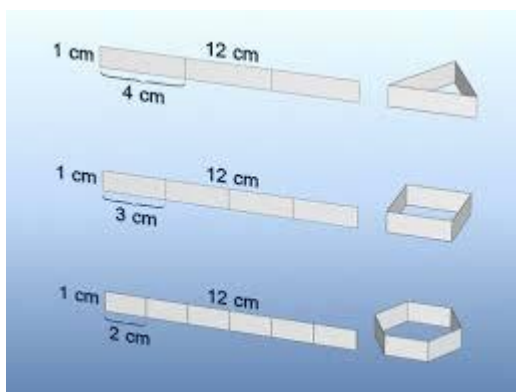
**Atividade:** Desvende as características geométricas das embalagens a partir da modelagem geométrica da figura.



Figura 1



Figura 2



Construa um modelo geométrico para cada figura de embalagens no Geogebra e faça sua planificação.

## QUESTÕES

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

Figura 1:

Figura 2:

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

Figura 1:

Figura 2:

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

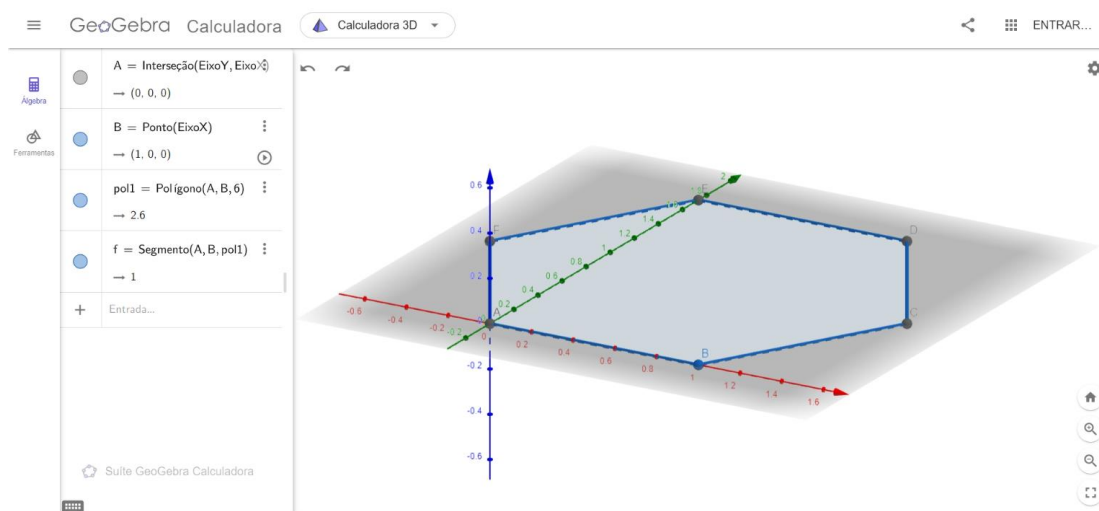
Figura 1:

Figura 2:

## Passo-a-passo da construção

Vamos iniciar a construção dos sólidos na aplicação GeoGebra. Devemos iniciar o programa, mudar para a janela de Calculadora 3D e usar a ferramenta polígono para determinarmos o polígono que formará a base da embalagem de chocolate, triangular ou hexagonal. Para exemplificar, tomaremos como exemplo a construção com a base hexagonal.

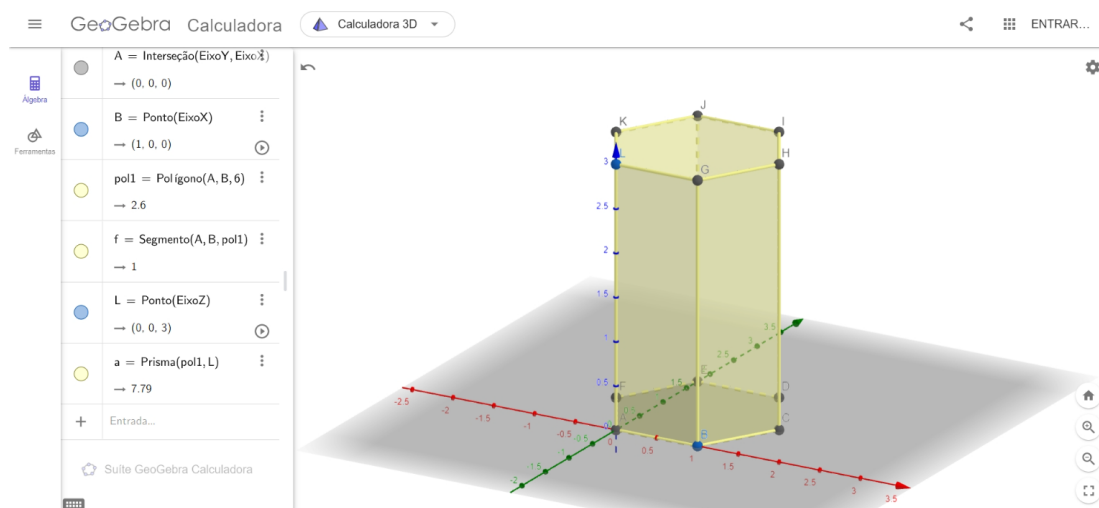
**Figura 39:** Construção do prisma de base não quadrangular no GeoGebra (1ª parte).



Fonte: Autores (2022).

Na figura anterior, foi usada a ferramenta polígono regular, que necessita de um segmento e a quantidade de lados do polígono. Na figura a seguir, utilizamos a ferramenta prisma para criarmos o sólido no espaço, esta necessita de um polígono para a base e da delimitação da altura.

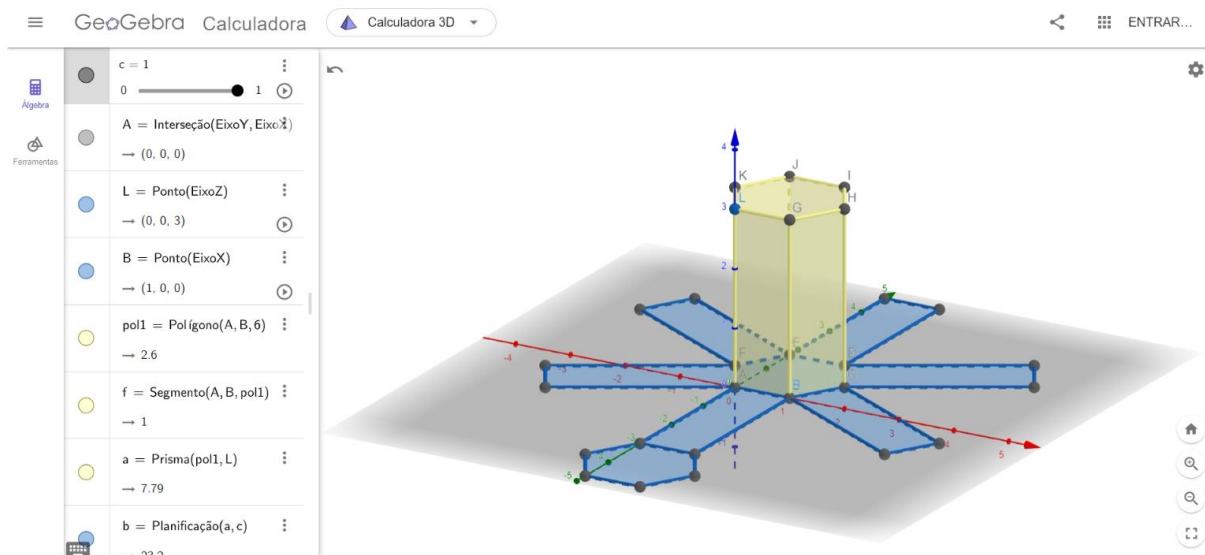
**Figura 40:** Construção do prisma de base não quadrangular no GeoGebra (2ª parte).



Fonte: Autores (2022).

A animação da planificação se dá pelo comando planificação, podemos criar um controle deslizante para observarmos como o processo ocorre.

**Figura 41:** Planificação do prisma de base não quadrangular no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

A construção do prisma de base triangular é semelhante, diferenciando-se apenas na etapa de criação do polígono da base, que será um triângulo e não um hexágono. Importante destacar que as embalagens são os prismas na posição horizontal, isto é, fora do padrão de ensino, portanto apesar dessas embalagens serem dessa maneira, os sólidos que as formam não mudam.

A atividade cobra que os alunos devem calcular as áreas laterais, as áreas das bases, as áreas totais e os volumes dos prismas que formam as embalagens. Esses cálculos fornecem noções de capacidade entre os produtos.

Para calcularmos as áreas laterais devemos observar que são formadas por retângulos, além disso, podem ser formadas por 3 retângulos, se for de base triangular, ou por 6, se for de base hexagonal, assim vamos multiplicar o valor da área do retângulo por 3 ou por 6 se a embalagem for um prisma de base triangular ou um prisma de base hexagonal, respectivamente. Dessa forma, temos

$$A_l = b \times h$$

$$A_l = 4 \times 1$$

$$A_l = 4 \text{ cm}^2$$

Portanto, devemos então multiplicar por 3 para encontrarmos o valor da área lateral

$$A_l = 4 \times 3$$

$$A_l = 12 \text{ cm}^2$$

Da mesma forma, vamos encontrar o valor da área lateral do prisma de base hexagonal

$$A_l = b \times h$$

$$A_l = 2 \times 1$$

$$A_l = 2 \text{ cm}^2$$

Portanto, devemos então multiplicar por 6 para encontrarmos o valor da área lateral

$$A_l = 2 \times 6$$

$$A_l = 12 \text{ cm}^2$$

Agora, vamos determinar os valores das áreas das bases de ambos os prismas. Começando pelo sólido de base triangular, devemos utilizar o teorema para triângulos retângulos, pois será através dessa fórmula que encontraremos o valor da altura da base.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$4^2 = 2^2 + c^2$$

$$4^2 - 2^2 = c^2$$

$$16 - 4 = c^2$$

$$c^2 = 16 - 4$$

$$c^2 = 12$$

$$c = \sqrt{12} \text{ cm}^2$$

Dessa forma, obtemos que a altura da base do prisma vale  $\sqrt{12}$  e é representada pelo cateto c. Vamos calcular a área dessa base

$$A_b = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_b = \frac{4 \times \sqrt{12}}{2}$$

$$A_b = 2\sqrt{12} \text{ cm}^2$$

Para a área da base do prisma de base hexagonal, temos

$$A_b = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$$

$$A_b = \frac{3 \times 2^2\sqrt{3}}{2}$$

$$A_b = \frac{3 \times 4\sqrt{3}}{2}$$

$$A_b = \frac{12\sqrt{3}}{2}$$

$$A_b = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Agora, para determinarmos os valores das áreas totais de ambos os prismas, devemos somar as áreas laterais com os valores das áreas de suas duas bases. Assim, para o prisma de base triangular, obtemos

$$A_t = A_l + A_b + A_b = A_l + 2 \times A_b$$

$$A_t = 12 + 2 \times 2\sqrt{12}$$

$$A_t = 12 + 4\sqrt{12} \text{ cm}^2$$

Para o prisma de base hexagonal, teremos

$$A_t = A_l + A_b + A_b = A_l + 2 \times A_b$$

$$A_t = 12 + 2 \times 6\sqrt{3}$$

$$A_t = 12 + 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Para calcularmos os volumes desses prismas, devemos multiplicar a área de uma base pela altura do sólido. Vale destacar, que a posição da embalagem é vertical para a referência desses dados. Assim,

$$V = A_b \times h$$

$$V = 2\sqrt{12} \times 1$$

$$V = 2\sqrt{12} \text{ cm}^3$$

Para o sólido de base hexagonal, obtemos

$$V = A_b \times h$$

$$V = 6\sqrt{3} \times 1$$

$$V = 6\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

Esperamos que os alunos possam obter esses valores. A construção dos mesmos na aplicação fornece tão somente a visualização em um ambiente dinâmico e 3D para que os alunos possam observar as características dos sólidos e calcular o que se pede.

**Atividade 7:** Estudando a pirâmide

**Objetivo:** Possibilitar o estudo de área lateral, da base, área total e do volume da pirâmide, minimizando os obstáculos cognitivo a partir da animação gráfica da decomposição da figura geométrica.

**Atividade:** Desvende as características geométricas das embalagens a partir da modelagem geométrica da figura.

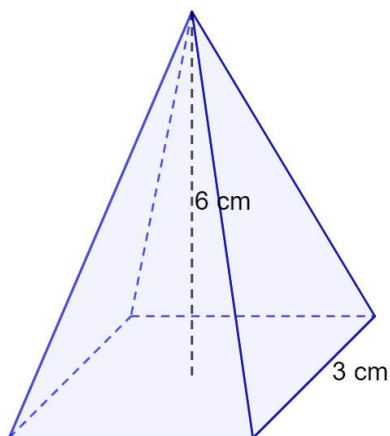


Figura 1

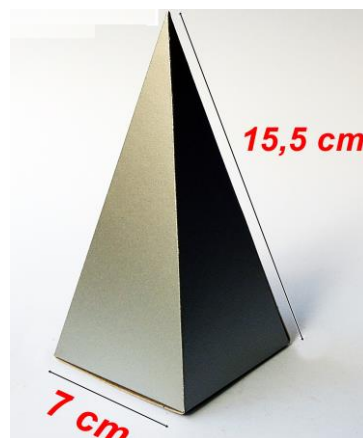


Figura 2

Construa um modelo geométrico para cada figura de embalagens no Geogebra e faça sua planificação.

## QUESTÕES

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

Figura 1:

Figura 2:

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

Figura 1:

Figura 2:

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

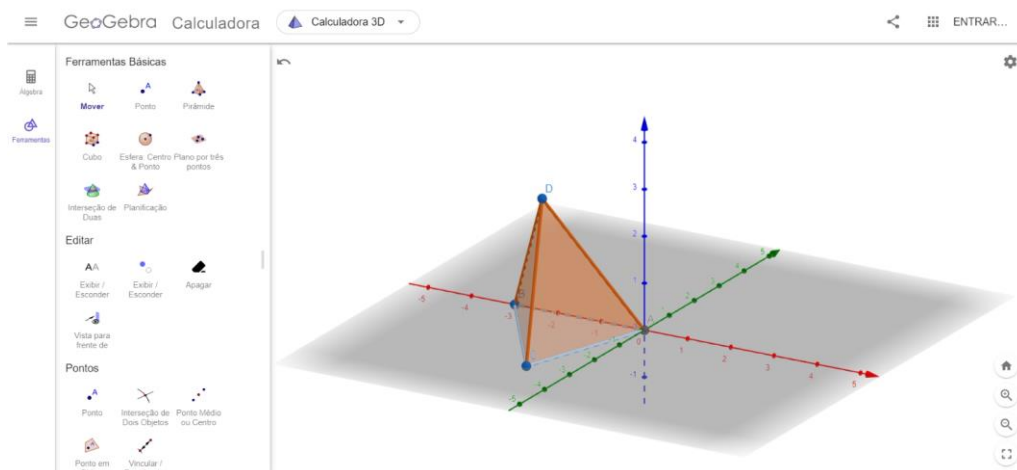
Figura 1:

Figura 2:

### Passo-a-passo da construção

Para a nossa segunda atividade, vamos construir uma pirâmide no aplicativo. O comando de pirâmide necessita de um polígono, que será a base, e de um ponto que indica o topo. Para essa atividade, vamos construir um triângulo como base, mas os alunos ficam livres para escolherem outro polígono.

**Figura 42:** Pirâmide no GeoGebra.

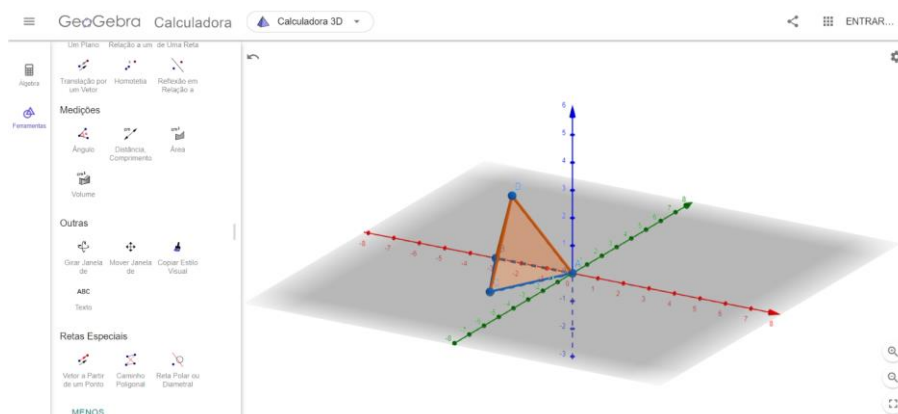


Fonte: Autores (2022).

Os comandos usados nessa construção foram polígonos, ponto e pirâmide. Iniciamos construindo um triângulo de base usando a ferramenta polígonos, depois usamos a ferramenta ponto para determinar o ponto de topo e, por fim, a opção pirâmide para construir o poliedro. Inclusive, usando a última ferramenta, já é fornecida o volume do poliedro.

Para encontrarmos o valor do volume do sólido dessa atividade, devemos utilizar o comando volume contido na seção medições das ferramentas da aplicação.

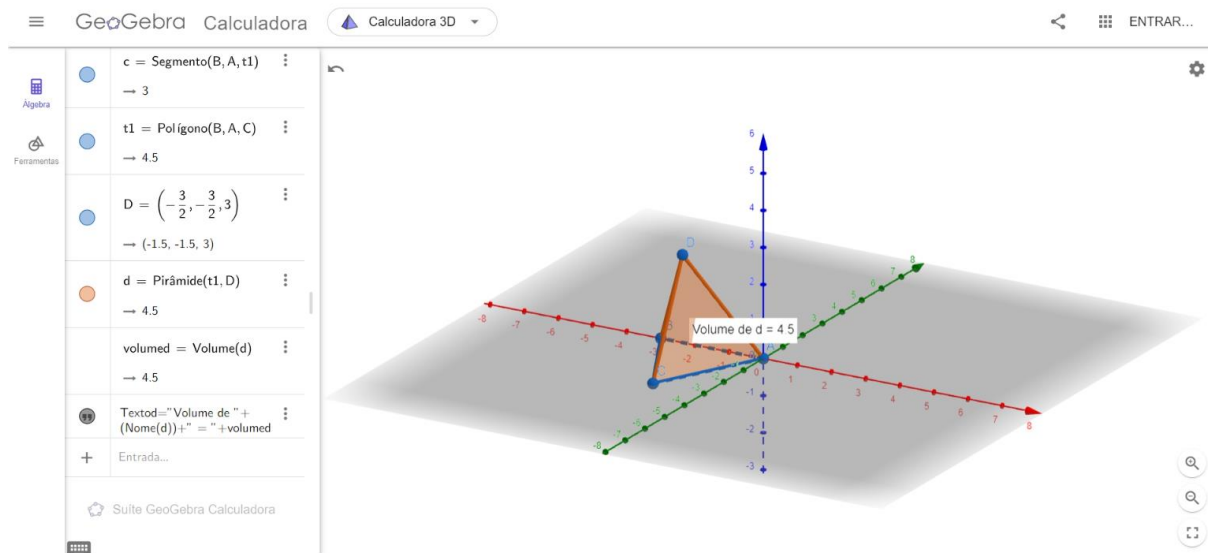
**Figura 43:** Ferramenta volume no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Feito isso, devemos clicar sobre a pirâmide, obtendo esse resultado conforme a imagem a seguir.

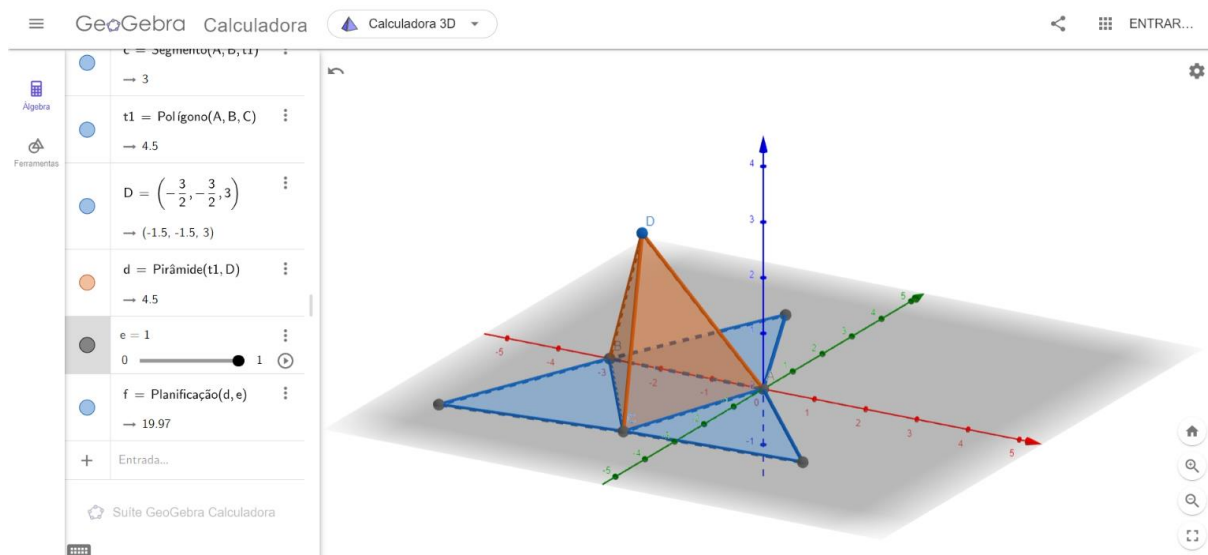
**Figura 44:** Volume da pirâmide no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Usando o comando planificação e determinando o nosso sólido construído, temos o resultado uma planificação animada para a pirâmide.

**Figura 45:** Planificação animada da pirâmide no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Apesar dos comandos de construção do poliedro e da planificação fornecerem os valores do volume e da área total, devemos utilizá-los como recurso de conferência dos cálculos. Sendo assim, vamos apresentar os cálculos para área lateral, da base e o volume das pirâmides de medidas conhecidas.

A área lateral é calculada através da área do triângulo que forma a face lateral, portanto devemos ter o valor do comprimento da base e da altura desse triângulo e, posteriormente, devemos multiplicar pelo valor correspondente de lados que a pirâmide possui.

Como não temos o valor referente à altura da face triangular, chamada de apótema, vamos encontra-la calculando através do teorema de Pitágoras. Assim,

$$\begin{aligned}
 a^2 &= b^2 + c^2 \\
 a^2 &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 6^2 \\
 a^2 &= \frac{9}{4} + 36 \\
 a^2 &= \frac{9}{4} + \frac{144}{4} \\
 a^2 &= \frac{153}{4} \\
 a &= \sqrt{\frac{153}{4}} \\
 a &= \frac{\sqrt{153}}{2} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Encontrado o valor do apótema da pirâmide, podemos calcular a área lateral

$$\begin{aligned}
 A_t &= \frac{b \times h}{2} \\
 A_t &= \frac{3 \times \frac{\sqrt{153}}{2}}{2} \\
 A_t &= \frac{3\sqrt{153}}{2} \times \frac{2}{1} \\
 A_t &= 3\sqrt{153} \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Portanto, para calcularmos a área lateral total, basta multiplicar por 4, pois a pirâmide é de base quadrada.

$$\begin{aligned}
 A_l &= 4 \times A_t \\
 A_l &= 4 \times 3\sqrt{153} \\
 A_l &= 12\sqrt{153} \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Procedendo de maneira semelhante, vamos calcular a área lateral da outra pirâmide da atividade. Devemos encontrar seu apótema e calcularmos a área do triângulo que forma sua face lateral

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$15,5^2 = 3,5^2 + c^2$$

$$15,5^2 - 3,5^2 = c^2$$

$$240,25 - 12,25 = c^2$$

$$228 = c^2$$

$$c^2 = 228$$

$$c = \sqrt{228}$$

$$c = 2\sqrt{57} \text{ cm}$$

Agora vamos calcular a área,

$$A_t = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_t = \frac{7 \times 2\sqrt{57}}{2}$$

$$A_t = 7\sqrt{57} \text{ cm}^2$$

Vamos multiplicar por 4, por serem 4 faces laterais e encontramos o valor da área lateral total

$$A_l = 4 \times A_t$$

$$A_l = 4 \times 7\sqrt{57}$$

$$A_l = 28\sqrt{57} \text{ cm}^2$$

Como ambas pirâmides são de base quadrada, basta calcularmos a área do quadrado que compõe as bases desses sólidos.

$$A_b = l^2$$

$$A_b = 3^2$$

$$A_b = 9 \text{ cm}^2$$

E para a outra,

$$A_b = l^2$$

$$A_b = 7^2$$

$$A_b = 49 \text{ cm}^2$$

Para encontrar as áreas totais, somamos a área da base com a respectiva área lateral, assim

$$A_t = A_l + A_b$$

$$A_t = 12\sqrt{153} + 9 \text{ cm}^2$$

E para a outra pirâmide, temos

$$A_t = A_l + A_b$$

$$A_t = 28\sqrt{57} + 49 \text{ cm}^2$$

Para o cálculo de volume desses poliedros, devemos multiplicar a área da base, conhecida de ambos, pela altura e dividirmos por 3. Dessa forma, procedemos assim

$$V = \frac{A_b \times h}{3}$$

$$V = \frac{9 \times 6}{3}$$

$$V = 3 \times 6$$

$$V = 18 \text{ cm}^3$$

Observe que a altura da outra pirâmide não é conhecida, portanto vamos aplicar o teorema de Pitágoras novamente para conhecer esse valor.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$(2\sqrt{57})^2 = 3,5^2 + c^2$$

$$4 \times 57 - 12,25 = c^2$$

$$228 - 12,25 = c^2$$

$$c^2 = 228 - 12,25$$

$$c^2 = 215,75 = \frac{863}{4}$$

$$c = \sqrt{\frac{863}{4}}$$

$$c = \frac{\sqrt{863}}{2} \text{ cm}$$

Sabendo o valor da altura dessa pirâmide, podemos calcular o seu volume

$$V = \frac{A_b \times h}{3}$$

$$V = \frac{49 \times \frac{\sqrt{863}}{2}}{3}$$

$$V = \frac{\frac{49\sqrt{863}}{2}}{3}$$

$$V = \frac{49\sqrt{863}}{2} \times \frac{3}{1}$$

$$V = \frac{147\sqrt{863}}{2} \text{ cm}^3$$

Portanto, calculamos todos os valores solicitados nessa atividade. Essa atividade se torna importante à medida que explora as características geométricas espaciais e o uso de números fracionários e decimais.

**Atividade 8:** Estudando o tronco de pirâmide

**Objetivo:** Possibilitar o estudo de área lateral, da base, área total e do volume da pirâmide, minimizando os obstáculos cognitivo a partir da animação gráfica da decomposição da figura geométrica.

**Atividade:** Desvende as características geométricas das embalagens a partir da modelagem geométrica da figura.



Figura 1

Construa um modelo geométrico para cada figura de embalagens no Geogebra e faça sua planificação.

## QUESTÕES

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

Figura 1:

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

Figura 1:

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

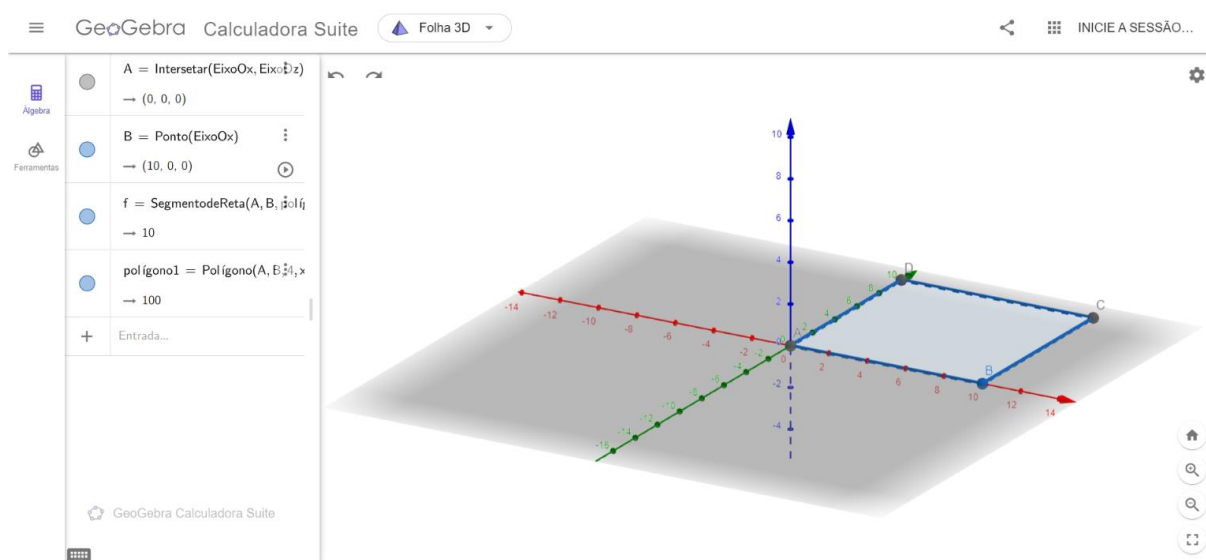
Figura 1:

### Passo-a-passo da construção

Vamos construir a pirâmide no GeoGebra e depois iremos fazer os cálculos relativos a cada elemento da embalagem representada pelo tronco de pirâmide. A sua construção no aplicativo é a mais complexa até agora, vamos verificar a sua construção de maneira minuciosa.

Ao abrirmos o aplicativo, vamos na janela 3D e utilizar o comando polígono regular para a construção do quadrado que forma a base dessa pirâmide. Vamos construir um segmento com tamanho 10 e colocar 4 lados.

**Figura 46:** Construindo a base do tronco de pirâmide no GeoGebra.

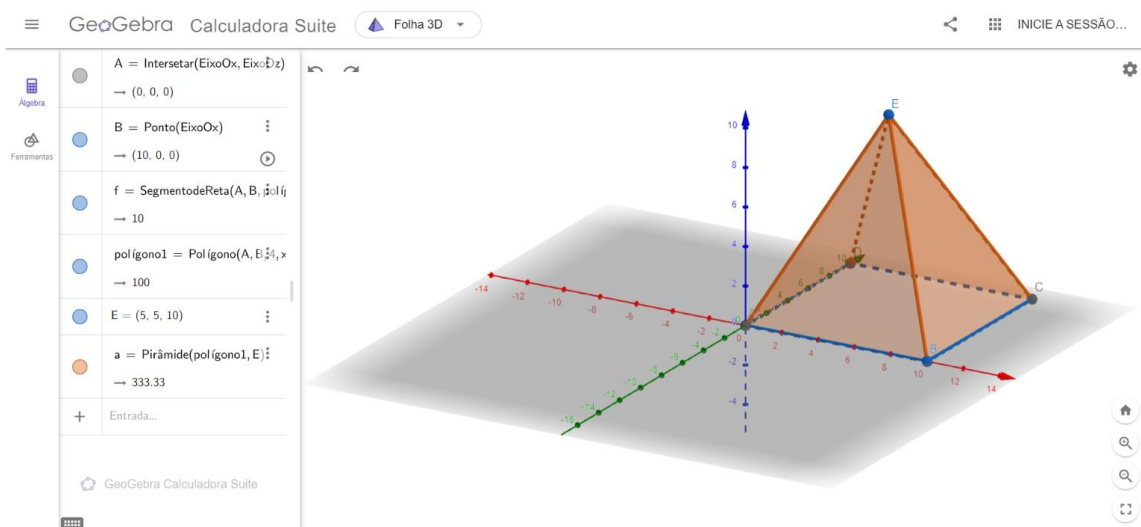


Fonte: Autores (2022).

Como não há um comando específico de tronco de pirâmide na aplicação, devemos utilizar a construção da pirâmide e depois construir o sólido que represente o tronco desse poliedro. Vamos criar essa pirâmide com altura 10, colocando um ponto que será o seu topo.

Selecionando a base e depois o ponto que foi criado para o topo, devemos usar a ferramenta pirâmide e teremos como resultado o mostrado na figura 24.

**Figura 47:** Construindo o tronco de pirâmide no GeoGebra.

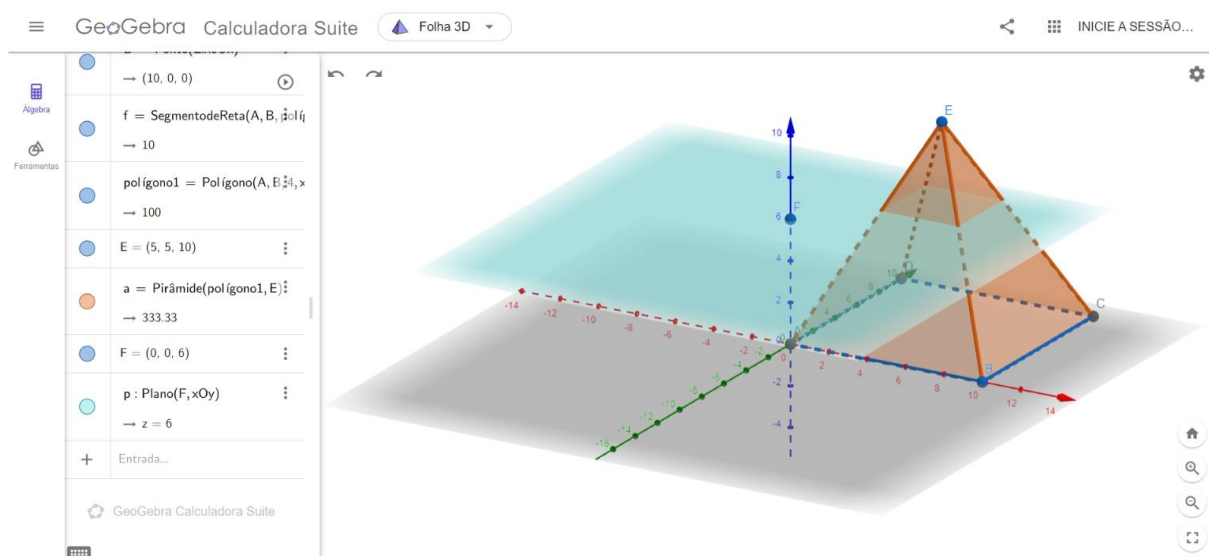


Fonte: Autores (2022).

A próxima etapa será a construção de um plano paralelo a base e que corte a pirâmide na altura 6, pois a partir desse plano determinaremos a base superior da caixa de panettone determinada pelo tronco de pirâmide.

Para essa construção devemos utilizar a ferramenta plano paralelo, cuja necessidade é de um plano que será paralelo e um ponto que determine por onde esse plano passará. Construiremos o ponto F contido no eixo das cotas passando pela altura 6.

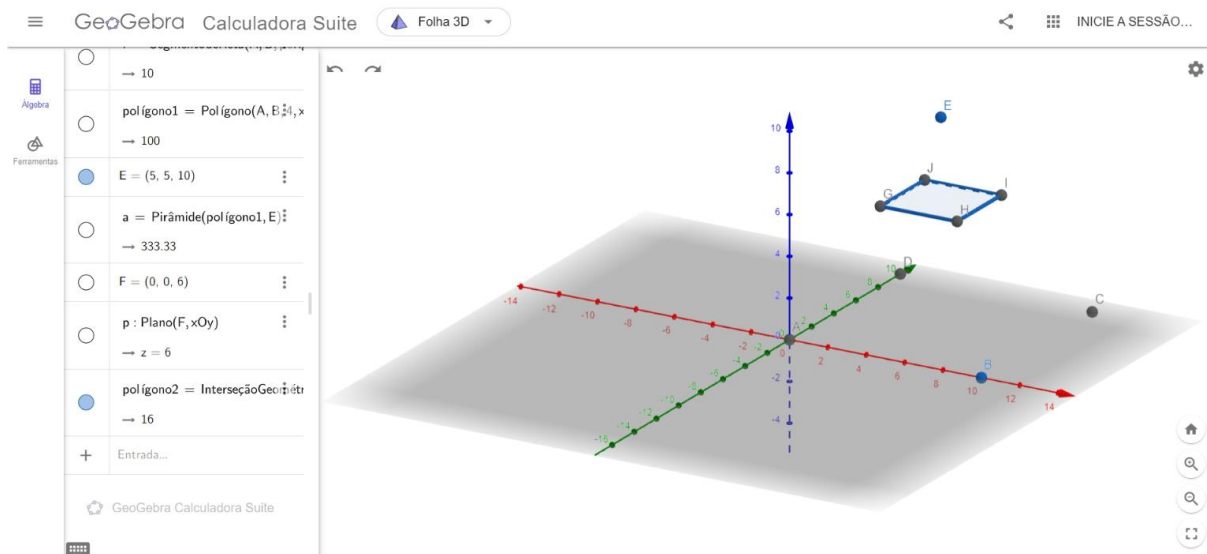
**Figura 48:** Construindo plano da base superior do tronco de pirâmide no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Utilizando a ferramenta de interseção, construímos a base superior do tronco que representa a embalagem do produto.

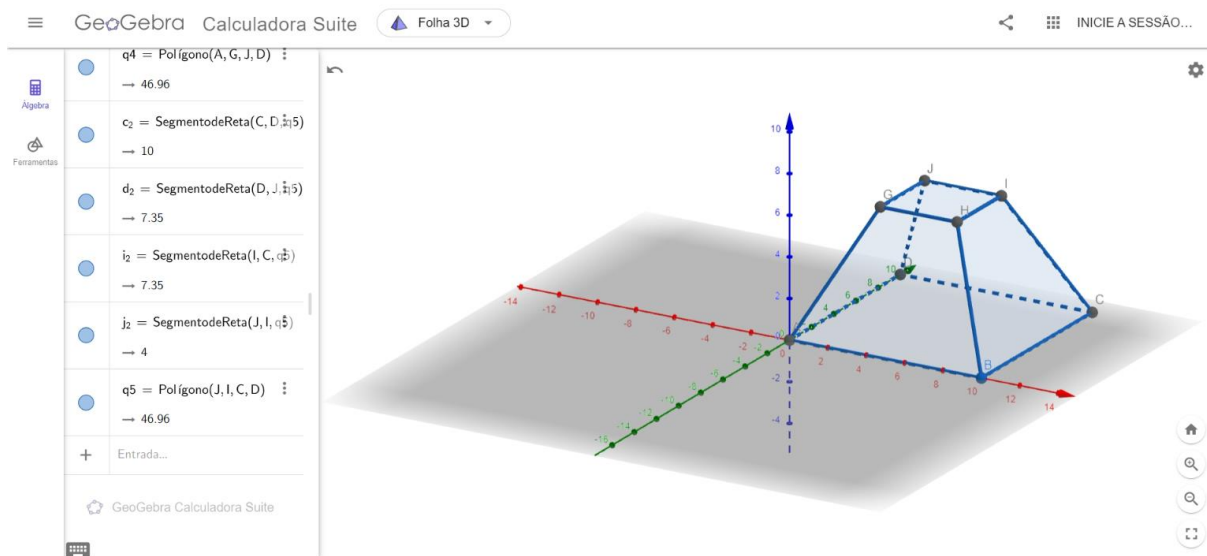
**Figura 49:** Ocultando a pirâmide e o plano paralelo no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Os passos da construção acima se deram ocultando a pirâmide e o plano paralelo a base. Assim, ficam apenas os pontos dos vértices que servirão para construirmos os polígonos que formam as faces laterais e a base da embalagem, como mostrado na figura a seguir.

**Figura 50:** Construindo o tronco de pirâmide no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Os próximos passos apresentam os valores calculados da área lateral, da área da base, área total e do volume da embalagem de panettone representada por esse tronco de pirâmide. Observe que a face lateral é formada por um trapézio, entretanto não conhecemos o valor da altura desse trapézio, utilizaremos a fórmula do teorema de Pitágoras para encontra-lo.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 3^2 + 6^2$$

$$a^2 = 9 + 36$$

$$a^2 = 45$$

$$a = \sqrt{45}$$

$$a = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

Com o valor da altura relativa ao trapézio, podemos calcular a área lateral, lembrando que devemos multiplicar por 4 esse valor de área, pois são 4 faces laterais.

$$A_t = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$A_t = \frac{(10 + 4) \times 3\sqrt{5}}{2}$$

$$A_t = \frac{14 \times 3\sqrt{5}}{2}$$

$$A_t = 7 \times 3\sqrt{5}$$

$$A_t = 21\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

Multiplicando por 4, obtemos

$$A_l = 4 \times A_t$$

$$A_l = 4 \times 21\sqrt{5}$$

$$A_l = 84\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

Para determinar as áreas das bases, observemos que são duas bases de dimensões diferentes. Como são quadradas, basta conhecermos o comprimento do lado e calculamos dessa forma

$$A_b = l^2$$

$$A_b = 4^2$$

$$A_b = 16 \text{ cm}^2$$

Agora, para a base maior

$$A_B = l^2$$

$$A_B = 10^2$$

$$A_B = 100 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área total será a soma das áreas lateral e das bases, assim

$$A_{total} = A_l + A_b + A_B$$

$$A_{total} = 84\sqrt{5} + 16 + 100$$

$$A_{total} = 116 + 84\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

Para calcularmos esse volume, devemos utilizar a fórmula abaixo, em que  $h$  é a altura do tronco,  $A_B$  é a área da base maior e  $A_b$  é a área da base menor.

$$V = \frac{h \times (A_B + \sqrt{A_B \times A_b} + A_b)}{3}$$

$$V = \frac{6 \times (100 + \sqrt{100 \times 16} + 16)}{3}$$

$$V = \frac{6 \times (100 + 40 + 16)}{3}$$

$$V = 2 \times 156$$

$$V = 312 \text{ cm}^3$$

Portanto, conseguimos obter os valores que caracterizam a embalagem de panettone no formato de tronco de pirâmide com as dimensões apresentadas na atividade.

**Atividade 9: Montando o icosaedro**

**Objetivo:** Possibilitar o estudo de área lateral, da base, área total e do volume do icosaedro, minimizando os obstáculos cognitivo a partir da animação gráfica da decomposição da figura geométrica.

**Atividade:** Desvende o volume das embalagens a partir da modelagem delas.

Construa as embalagens e estude as características dessa embalagem mostrando a forma de cálculo de cada elemento, analisando a relação de capacidade e volume das embalagens.

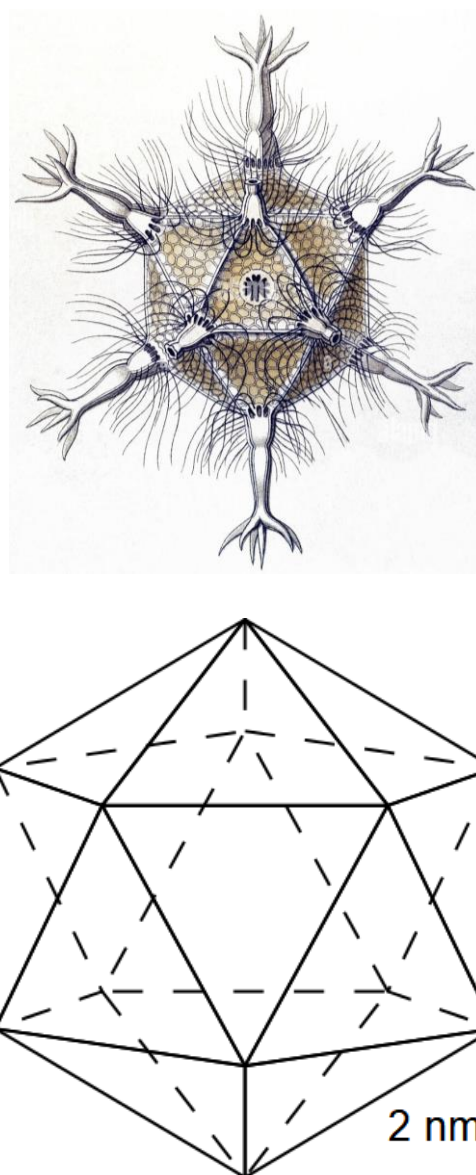


Figura 1

Construa um modelo geométrico para cada figura de embalagens no Geogebra e faça sua planificação.

## QUESTÕES

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

Figura 1:

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

Figura 1:

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

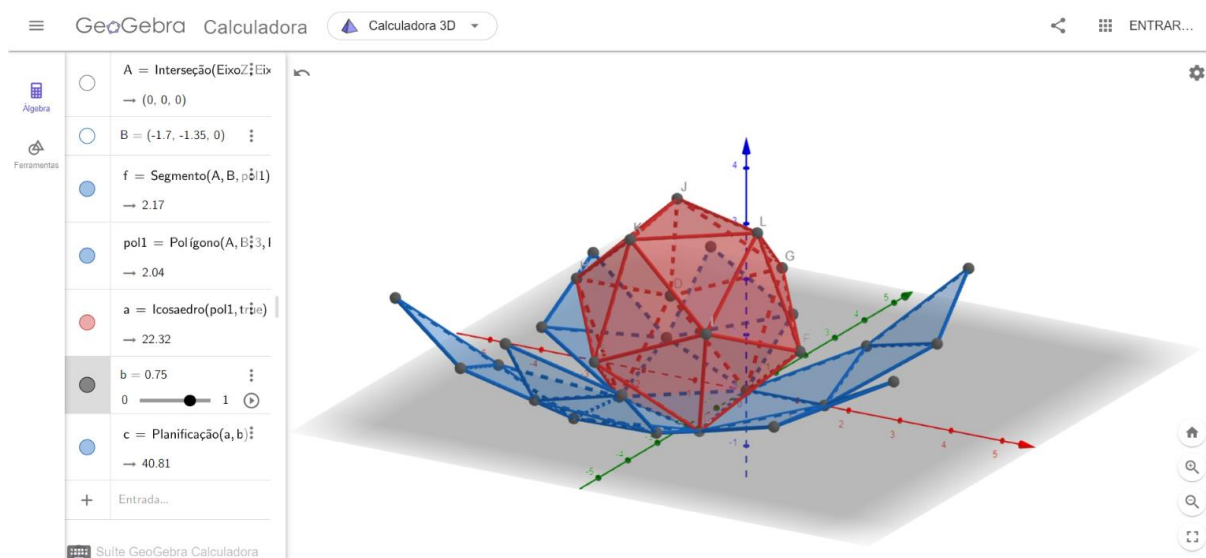
Figura 1:

### Passo-a-passo da construção

Para a construção desse poliedro, observe que não aparece na caixa de ferramentas do aplicativo a opção para a sua construção. No entanto, o aplicativo possui essa função, basta digitar icosaedro na entrada de álgebra, o aplicativo mostra 3 opções, vamos usar a construção que utiliza um triângulo equilátero.

Construímos o triângulo equilátero utilizando a ferramenta polígono regular. Devemos criar um segmento de reta e depois escolher quantos lados o polígono terá. Após isso, construímos o icosaedro, que nos dará o valor da área total, e, finalmente, usamos a ferramenta planificação, para que ela seja animada, e selecionamos o nosso poliedro.

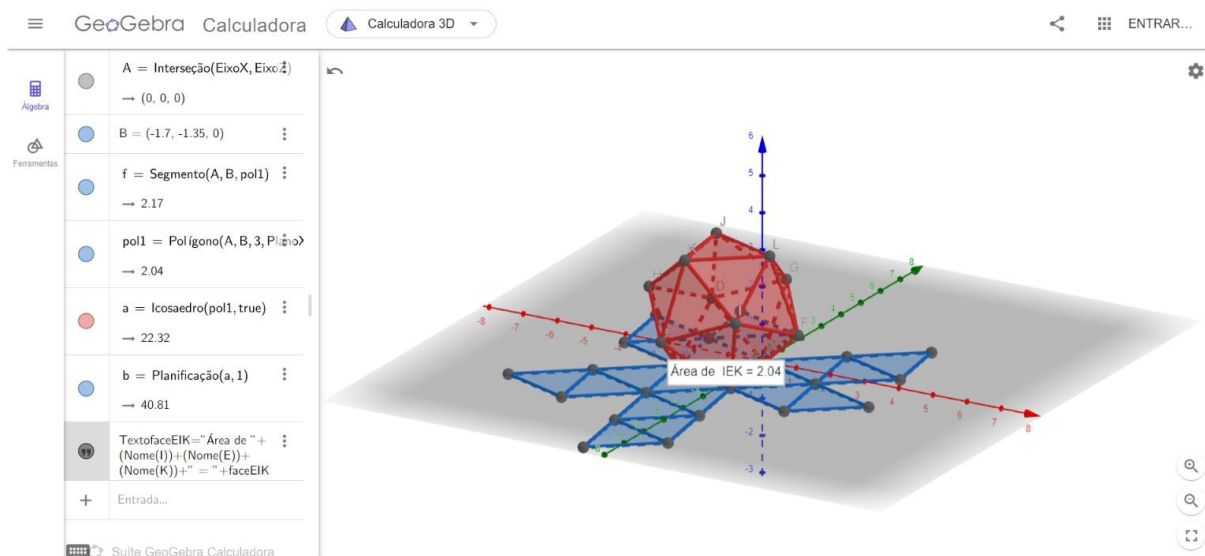
**Figura 51:** Planificação animada do icosaedro no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Para o cálculo da área do polígono que forma o poliedro, devemos escolher a ferramenta área contida na seção medições. A partir daí, devemos clicar sobre algum dos polígonos que formam a face desse icosaedro, no nosso exemplo clicamos sobre o triângulo  $\triangle IEK$ . Para o volume temos o valor quando criamos o poliedro e para o valor da área total temos esse resultado quando usamos a ferramenta planificação.

**Figura 52:** Área da face do icosaedro no GeoGebra.



Fonte: Autores (2022).

Vamos calcular os valores da área lateral e do volume desse poliedro. Para isso, observe, primeiramente, que seu comprimento se dá por uma unidade de comprimento microscópica. Em segundo lugar, para encontrarmos esses valores devemos saber apenas o valor da aresta do icosaedro.

Para calcular o valor da área do poliedro, calculamos a área do triângulo equilátero que forma a face e depois multiplicamos por 20 esse valor, obtendo assim

$$A_l = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_l = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_l = \frac{4\sqrt{3}}{4}$$

$$A_l = \sqrt{3} \, nm^2$$

Multiplicando por 20 o valor encontrado, temos

$$A_t = 20 \times A_l$$

$$A_t = 20 \times \sqrt{3}$$

$$A_t = 20\sqrt{3} \, nm^2$$

Determinando o volume através da fórmula do volume do icosaedro, temos

$$V = \frac{5 \times l^3 \times (3 + \sqrt{5})}{12}$$

$$V = \frac{5 \times 2^3 \times (3 + \sqrt{5})}{12}$$

$$V = \frac{5 \times 8 \times (3 + \sqrt{5})}{12}$$

$$V = \frac{5 \times 2 \times (3 + \sqrt{5})}{3}$$

$$V = \frac{10(3 + \sqrt{5})}{3} \text{ nm}^3$$

Portanto, ao finalizarmos essa atividade, esperamos que os alunos consigam observar a construção do icosaedro e suas características.

**Atividade 10:** Montando embalagens

**Objetivo:** Possibilitar o estudo de área lateral, da base, área total e do volume da pirâmide, minimizando os obstáculos cognitivo a partir da montagem de embalagens.

**Atividade:** Desvende o volume das embalagens a partir da modelagem delas.

Construa as embalagens e estude as características dessa embalagem mostrando a forma de cálculo de cada elemento, analisando a relação de capacidade e volume das embalagens.

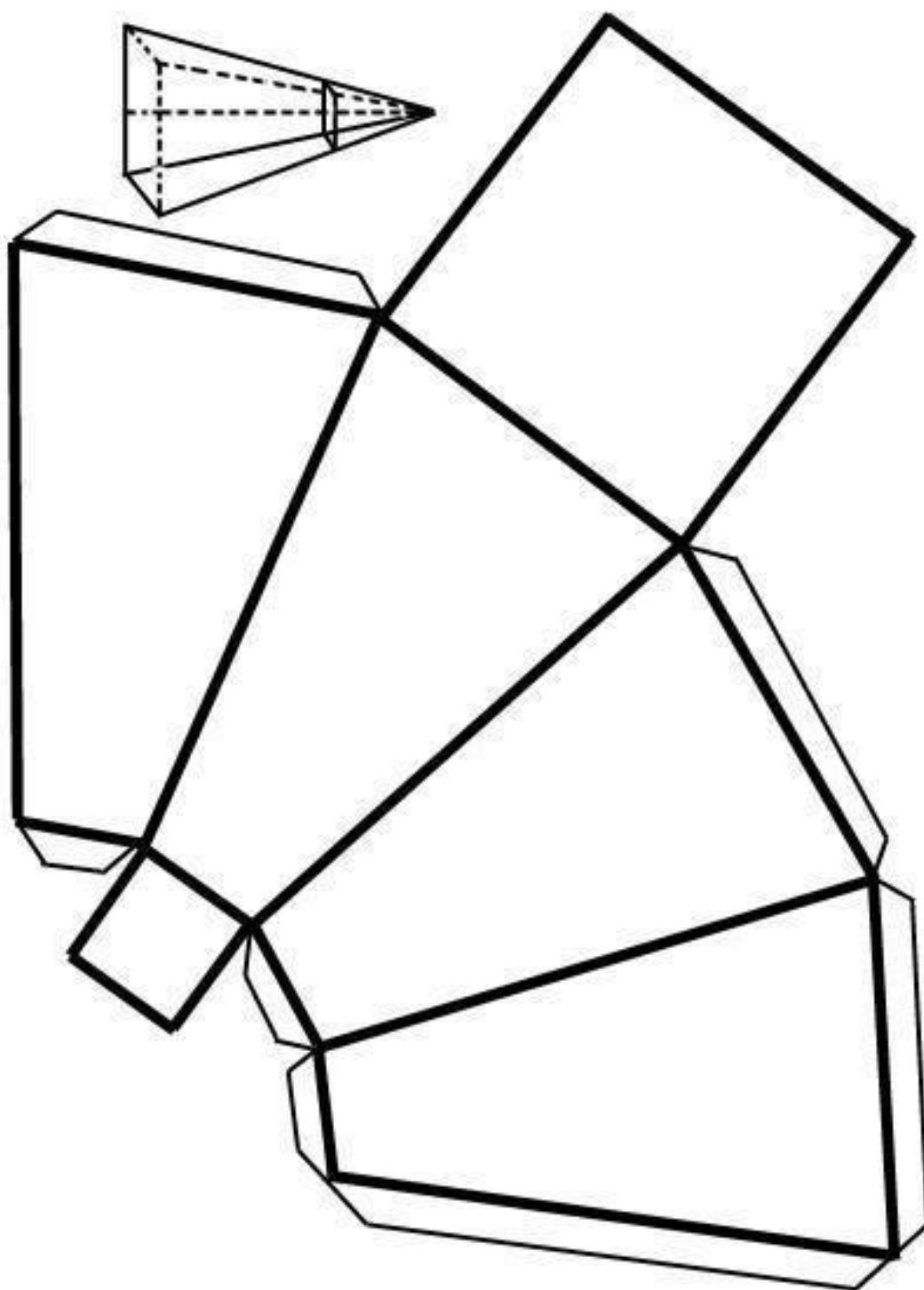
**Atividade 10-A**

Figura 1

Construa um modelo geométrico, faça as medidas com a régua e responda as questões a seguir.

## QUESTÕES

Medidas:

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

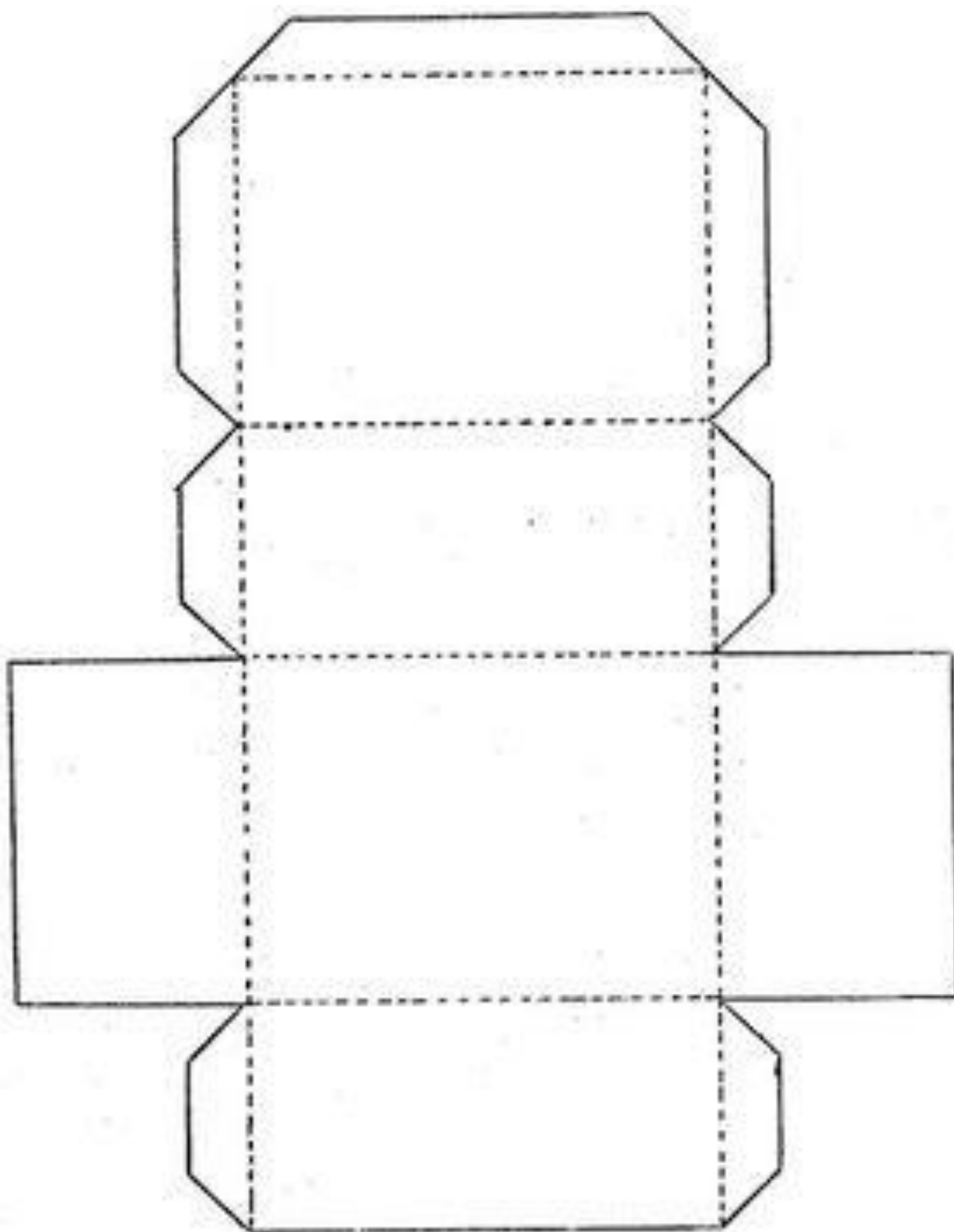
**Atividade 10-B**

Figura 1

Construa um modelo geométrico, faça as medidas com a régua e responda as questões a seguir.

## QUESTÕES

Medidas:

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

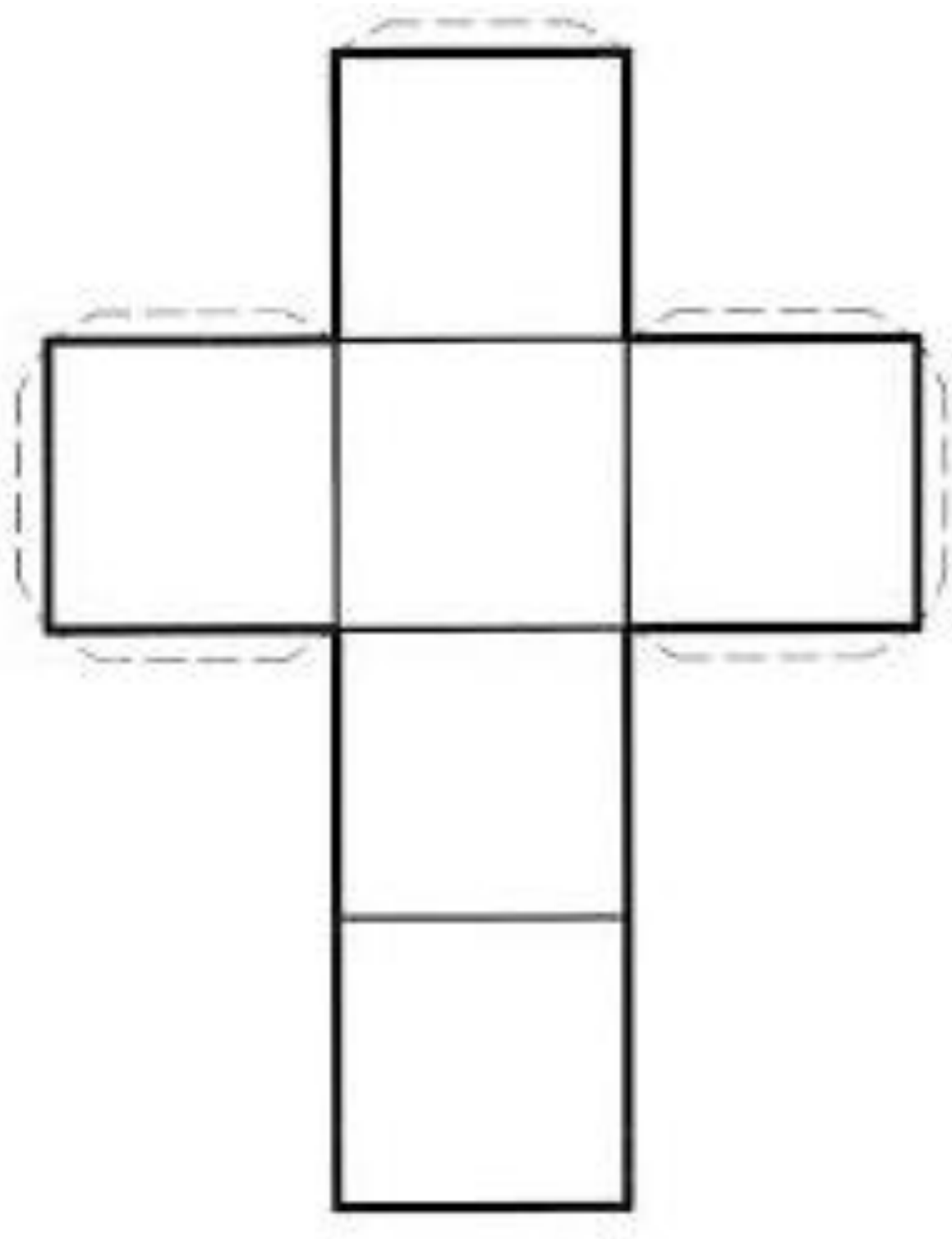
**Atividade 10-C**

Figura 1

Construa um modelo geométrico, faça as medidas com a régua e responda as questões a seguir.

## QUESTÕES

Medidas:

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

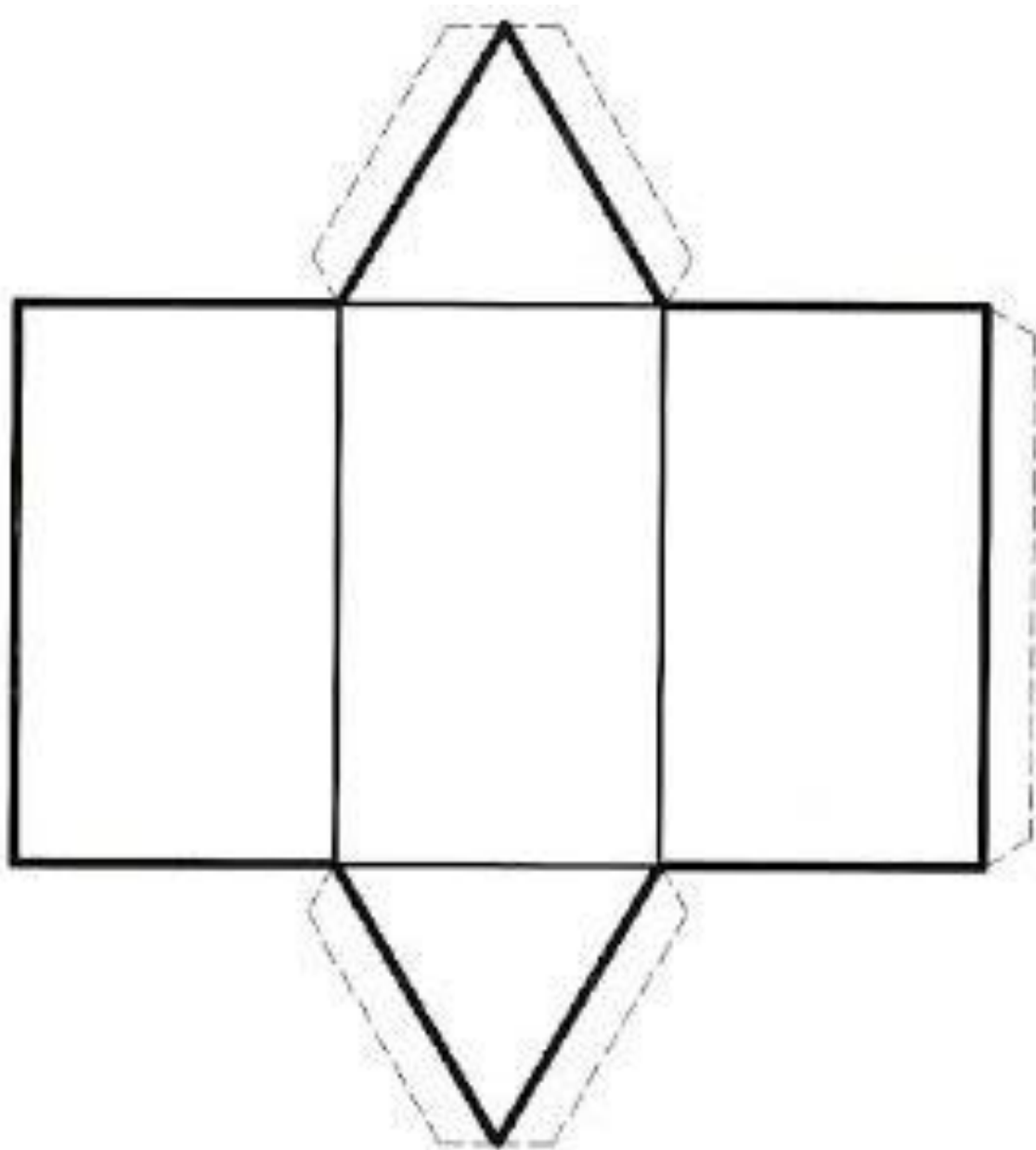
**Atividade 10-D**

Figura 1

Construa um modelo geométrico, faça as medidas com a régua e responda as questões a seguir.

## QUESTÕES

Medidas:

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

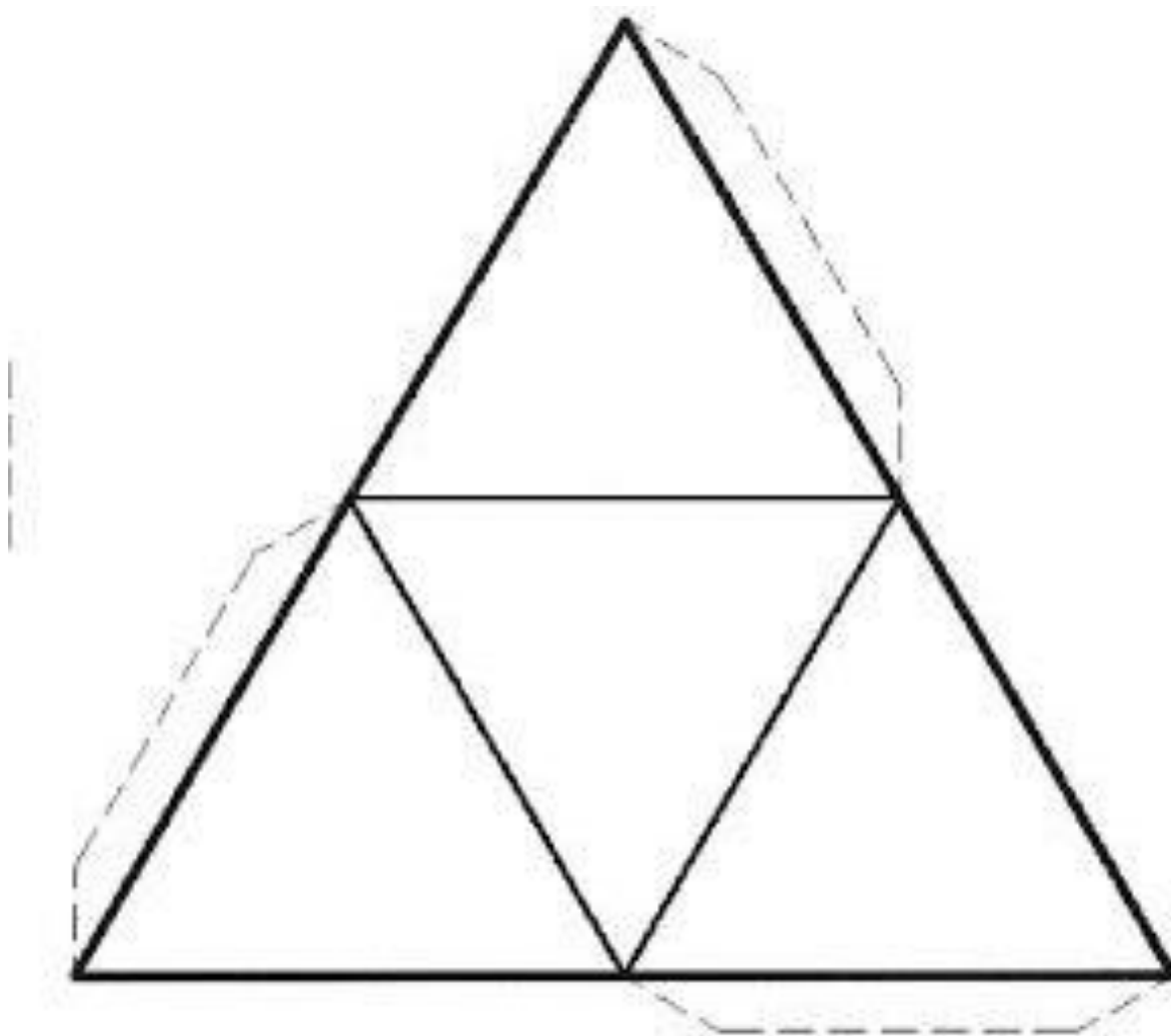
**Atividade 10-E**

Figura 1

Construa um modelo geométrico, faça as medidas com a régua e responda as questões a seguir.

## QUESTÕES

Medidas:

\* Quanto é a área da base de cada figura e como calcular?

\* Quanto é a área lateral de cada figura e como calcular?

\* Quanto é o volume de cada figura e como calcular?

### Passo-a-passo da construção

Essa atividade será aplicada com a impressão dessas folhas compostas por esses poliedros e entregues para cada um dos alunos. Os alunos irão recortá-las utilizando tesouras e construí-las utilizando cola nas abas conforme a indicação dos recortes.

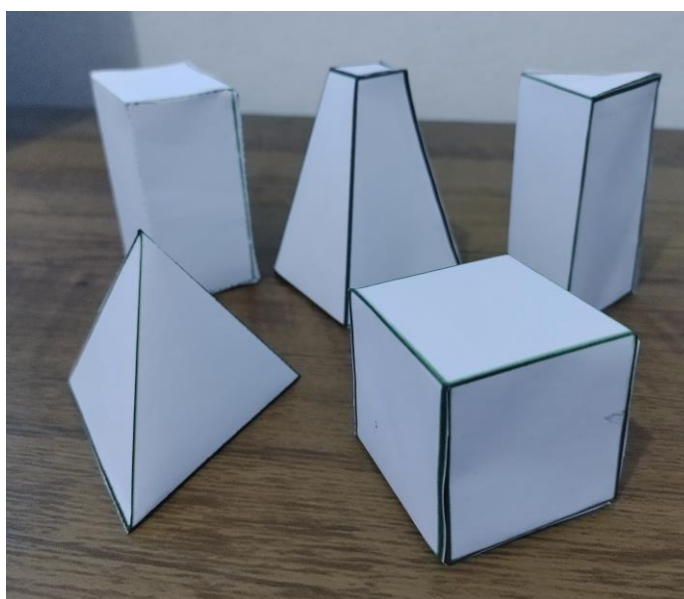
**Figura 53:** Materiais utilizados para a confecção dos poliedros.



Fonte: Autores (2022).

A construção será feita utilizando a régua para calçar as dobraduras dos papéis, que será as arestas do poliedro formado e cola branca nas abas que serão coladas na parte de trás do que depois será a face do poliedro. Dessa forma, teremos esse resultado após montados.

**Figura 54:** Poliedros construídos com papel.



Fonte: Autores (2022).

Após a confecção dos sólidos, os alunos utilizarão régua para medir os comprimentos necessários para calcularem as áreas laterais, da(s) base(s) e o volume de cada uma delas. Eles deverão apresentar as contas que utilizaram para obter os valores. Algumas figuras não apresentam valores inteiros para determinadas medidas, dessa forma, afim de facilitar as contas, vamos adotar os valores inteiros mais próximos, conforme na figura a seguir que convenhamos utilizar 8 cm de medida.

**Figura 55:** Poliedros construídos com papel.



Fonte: Autores (2022).

Assim, para cada poliedro, esperamos que os alunos possam encontrar tais valores: para o tronco de pirâmide temos 6 cm de aresta da base maior, 2 cm de aresta da base menor e 8 cm de aresta lateral. Para o paralelepípedo temos 8 cm por 6 cm por 4 cm. O cubo tem aresta medindo 5 cm. O prisma de base triangular tem aresta da base medindo 5 cm cada e aresta lateral medindo 8 cm. Por fim, o tetraedro tem sua aresta medindo 7 cm.

Calculando a área da base de cada figura temos, começando pelo tronco de pirâmide em sua base maior

$$A_B = l^2$$

$$A_B = 6^2$$

$$A_B = 36 \text{ cm}^2$$

para a base menor, temos

$$A_b = l^2$$

$$A_b = 2^2$$

$$A_b = 4 \text{ cm}^2$$

Agora, vamos calcular a área da base do paralelepípedo, para esse poliedro, vamos convencionar que a base seja o retângulo medindo 6 cm por 4 cm. Assim,

$$A_b = b \cdot h$$

$$A_b = 6 \cdot 4$$

$$A_b = 24 \text{ cm}^2$$

Observe que esse poliedro possui duas bases com a mesma medida. Para calcular do cubo, observe que também possui duas bases com mesma medida, dessa forma, devemos obter

$$A_b = l^2$$

$$A_b = 5^2$$

$$A_b = 25 \text{ cm}^2$$

Para o prisma de base triangular, observe que sua base é um triângulo equilátero, portanto, devemos utilizar a fórmula da área de triângulo retângulo.

$$A_b = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2$$

$$A_b = \frac{\sqrt{3}}{4} 5^2$$

$$A_b = \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

Como o tetraedro tem as faces de um triângulo equilátero, devemos utilizar o mesmo cálculo acima, porém sua aresta mede 7 cm.

$$A_b = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2$$

$$A_b = \frac{\sqrt{3}}{4} 7^2$$

$$A_b = \frac{49\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

Agora vamos encontrar o valor das áreas laterais dos poliedros, seguindo a mesma ordem, ou seja, começando pelo tronco de pirâmide. A sua face lateral forma um trapézio, entretanto, não temos o valor referente a altura desse polígono, para encontra-lo, vamos utilizar o teorema de Pitágoras. Dessa forma, temos

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$h^2 = 2^2 + 8^2$$

$$h^2 = 4 + 64$$

$$h^2 = 68$$

$$h = \sqrt{68}$$

$$h = 2\sqrt{17} \text{ cm}$$

Assim, calculando a área lateral, temos

$$A_f = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$A_f = \frac{(6 + 2) \cdot 2\sqrt{17}}{2}$$

$$A_f = 8\sqrt{17} \text{ cm}^2$$

Como são 4 faces laterais, devemos ainda multiplicar por 4 o valor encontrado anteriormente.

$$A_l = 4 \cdot A_f$$

$$A_l = 4 \cdot 8\sqrt{17}$$

$$A_l = 32\sqrt{17} \text{ cm}^2$$

Agora vamos calcular para o paralelepípedo. Para este poliedro, temos duas faces laterais que medem 8 cm por 6 cm e duas faces laterais que medem 8 cm por 4 cm. Dessa forma, a área lateral será a soma das áreas dessas 4 faces.

$$A_{l1} = b \cdot h$$

$$A_{l1} = 8 \cdot 4$$

$$A_{l1} = 32 \text{ cm}^2$$

Também,

$$A_{l2} = b \cdot h$$

$$A_{l2} = 8 \cdot 6$$

$$A_{l2} = 48 \text{ cm}^2$$

Portanto,

$$A_l = 2 \cdot A_{l1} + 2 \cdot A_{l2}$$

$$A_l = 2 \cdot 32 + 2 \cdot 48$$

$$A_l = 64 + 96$$

$$A_l = 160 \text{ cm}^2$$

Para a área lateral do cubo, calculamos a área de uma face, que é um quadrado, e multiplicamos por 4. Assim,

$$A_b = l^2$$

$$A_b = 5^2$$

$$A_b = 25 \text{ cm}^2$$

Multiplicando por 4, temos

$$A_l = 4 \cdot A_b$$

$$A_l = 4 \cdot 25$$

$$A_l = 100 \text{ cm}^2$$

O prisma de base triangular possui 3 faces laterais formadas por retângulos medindo 8 cm por 5 cm. Após calcular a área de uma face, multiplicamos seu valor por 3 e obtemos o valor da área lateral.

$$A_{l1} = b \cdot h$$

$$A_{l1} = 8 \cdot 5$$

$$A_{l1} = 40 \text{ cm}^2$$

Assim,

$$A_l = 3 \cdot A_{l1}$$

$$A_l = 3 \cdot 40$$

$$A_l = 120 \text{ cm}^2$$

Para a área lateral do tetraedro, basta multiplicar o valor encontrado da sua área da base, pois se trata de um poliedro regular. Assim,

$$A_l = 3 \cdot A_b$$

$$A_l = 3 \cdot \frac{49\sqrt{3}}{4}$$

$$A_l = \frac{147\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

Agora, vamos calcular o volume de cada figura. O tronco de pirâmide é primeiro, dessa forma, temos

$$V = \frac{h \times (A_B + \sqrt{A_B \times A_b} + A_b)}{3}$$

$$V = \frac{2\sqrt{17} \times (36 + \sqrt{36 \times 4} + 4)}{3}$$

$$V = \frac{2\sqrt{17} \times (36 + 12 + 4)}{3}$$

$$V = \frac{2\sqrt{17} \times 52}{3}$$

$$V = \frac{104\sqrt{17}}{3} \text{ cm}^3$$

Agora calculemos o volume para paralelepípedo, sendo o produto dos valores de suas arestas, assim

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 24.8$$

$$V = 192 \text{ cm}^3$$

Para o cubo, temos

$$V = a^3$$

$$V = 5^3$$

$$V = 125 \text{ cm}^3$$

Para prisma de base triangular, temos

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = \frac{25\sqrt{3}}{4} \cdot 8$$

$$V = 50\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

E por fim, para o tetraedro, temos

$$V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$$

$$V = \frac{7^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$$

$$V = \frac{343 \cdot \sqrt{2}}{12} \text{ cm}^3$$

Nessa atividade, os alunos deverão manipular os poliedros, desvendar suas características e utilizá-las como recurso para visualização do objeto geométrico. Dessa forma, nessa atividade, buscamos o caminho inverso, que sai do ambiente real para o dinâmico.

Ao final de todas essas atividades, os alunos serão orientados a construí-los no GeoGebra com as mesmas características e medidas. Dessa forma, buscamos que alunos convertam as representações gráficas e aritméticas no ambiente dinâmico, além de tratarem as características.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba. PR: Editora UFPR, 2007.

BICALHO, J. **Conceito e propriedades elementares de poliedros e seu ensino**. Dissertação. Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT. 78p. Viçosa, 2013.

BOAS, F. **Área de poliedros no cotidiano**. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Matemática Profissional – PROFMAT. São José do Rio Preto. 55p. 2014.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. SP. Editora Edgar Blucher Ltda. Tradução de Elza F. Gomide. 1974. 488 p.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CABRAL, N. F. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. Dissertação. Núcleo de Apoio ao Desenvolvimento Científico da Universidade Federal do Pará. Belém. 150p. 2004.

DANTE, L. R. **Matemática: Contexto e Aplicações**. 3 ed. São Paulo: Ática, 2016. v. 2.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N., **Fundamentos de Matemática Elementar - Geometria Espacial, Volume 10** - 7ª Ed., São Paulo: Editora Atual, 2013.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine**. Berne: Peter Lang, 1995 in: **AMAZÔNIA -Revista de Educação em Ciências e Matemáticas** V.6 - n. 11 - Jul. 2009/dez. 2009, V. 6 - n. 12 – Jan. 2010/Jun. 2010, p. 126-143.

\_\_\_\_\_, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.** São Paulo: PROEM, 2011.

HOHENWARTER, M., HOHENWARTER, J. **Ajuda GeoGebra manual oficial da versão 3.2,** 2009.

MILOVANOVIC, M., OBRADOVIC, J., MILAJIC, A. Aplicação de ferramentas multimídia interativas no ensino matemática - exemplos de lições de geometria. TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology. Janeiro de 2013, volume 12, edição 1.

MORCANAS, M. **O processo de ensino-aprendizagem dos poliedros.** Dissertação. Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT. 82p. São Gonçalo, 2019.

OLIVEIRA, P. B. **Tecnologias no Ensino da Matemática: mapeamento de laboratórios de informática nas escolas públicas no sul da Bahia e usos efetivos.** XVIII EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Recife, 2014.

PEREIRA, L., AGUIAR, L., SELAU, J., CATARINA, A. A modelagem matemática para o ensino da geometria – relação de Euler. Criar Educação, Criciúma, v. 6, nº1, janeiro/junho 2017 – PPGE – UNESC.

PITZER, L., MELCHIORETTO, A. CONSTRUÇÃO DE UMA BOLA DE FUTEBOL: aplicação na confeitaria e contextualização para o ensino. **Revista Maiêutica**, Indaial, v. 4, n. 1, p. 33-47, 2016.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains.** Paris: Armand Colin, 1995.

\_\_\_\_\_. Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In: BAILLEUL, M. (Ed.). **Actes de la Xème Ecole d'Été en Didactiques des Mathématiques.** Houlgate: IUFM de Caen, 1999. p. 95; 202-213.

\_\_\_\_\_. La composante ergonomique des formations professionnelles et techniques, Technologies et formations, N° 82, 1999, pp 4-7.

SANTIAGO, T. **O ENSINO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: um estudo utilizando a modelagem matemática.** Dissertação. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Juazeiro. 70p. 2018.

SILVA, E. **Poliedros de Arquimedes, Catalan, Kepler-Poinsot, Platão e o sólido de Escher: contribuições para o ensino e aprendizagem de poliedros.** Dissertação. Mestrado Profissional em Rede Nacional - PROFMAT. 117p. Curitiba, 2018.

SILVA, W. **A visualização dos sólidos de Platão com o uso materiais concretos: uma proposta para o ensino dos poliedros.** Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. 72p. Teófilo Otoni, 2018.

## OS AUTORES



**WILLIAM BARROSO MELO**

Graduado em licenciatura em matemática pela Universidade Federal do Pará (2018). Professor de matemática da rede estadual de ensino em Belém – PA.



**FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES**

Possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual do Piauí (2006). Atualmente sou professor efetivo - Secretaria de Educação do Estado do Maranhão e Professor E.B.T.T. do Instituto Federal de Educação-IFMA, campus Codó. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Metodologia do Ensino da Matemática e mestrado no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática pela UEPA.



**ELIZA SOUZA DA SILVA**

É Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1995), Mestre em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (2006) e Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2015). É coordenadora de TCC do curso de matemática e de trabalho de conclusão da Universidade do Estado do Pará.