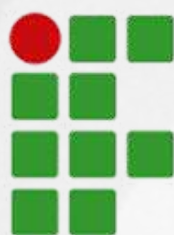




# PROPORCIONALIDADE EM DIÁLOGO COM GEOMETRIA: ALGUMAS PROPOSTAS

RAYARA BARROCA SILVA  
SANDRA APARECIDA FRAGA DA SILVA  
DILZA CÔCO





**INSTITUTO FEDERAL**  
Espírito Santo

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

# PROPORCIONALIDADE EM DIÁLOGO COM GEOMETRIA: ALGUMAS PROPOSTAS

RAYARA BARROCA SILVA  
SANDRA APARECIDA FRAGA DA SILVA  
DILZA CÔCO

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESPÍRITO SANTO  
2022



**EDUCIMAT**  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO



**GRUPEM**  
Grupo de Pesquisa em Práticas  
Pedagógicas de Matemática  
Instituto Federal do Espírito Santo



**Edifes**  
**ACADÊMICO**

**FAPES**

Fundação de Amparo à Pesquisa e  
Inovação do Espírito Santo

# EDITORIAÇÃO



Editora do Instituto Federal de Educação, Ciência e  
Tecnologia do Espírito Santo  
R. Barão de Mauá, nº 30 – Jucutuquara  
29040-689 – Vitória – ES  
www.edifes.ifes.edu.br | editora@ifes.edu.br

**Reitor:** Jadir José Pela

**Pró-Reitor de Administração e Orçamento:** Lezi José Ferreira

**Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional:** Luciano de Oliveira Toledo

**Pró-Reitora de Ensino:** Adriana Piontkovsky Barcellos

**Pró-Reitor de Extensão:** Renato Tannure Rotta de Almeida

**Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação:** André Romero da Silva

**Coordenador da Edifes:** Adonai José Lacruz

**Diretoria Geral:** Diemerson Saquetto

**Diretoria de Administração e Planejamento:** André Assis Pires

**Diretoria de Ensino:** Fernanda Zanetti Becalli

**Diretoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Extensão:** Rafael Antônio Souza de Lima **Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática:** Manuella Villar Amado

**Vice Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática:** Alex Jordane de Oliveira

## Conselho Editorial:

Aldo Rezende \* Ediu Carlos Lopes Lemos \* Felipe Zamborlini Saiter \* Francisco de Assis Boldt \* Glória Maria de F. Viegas Aquije \* Karine Silveira \* Maria das Graças Ferreira Lobino \* Marize Lyra Silva Passos \* Nelson Martinelli Filho \* Pedro Vitor Morbach Dixini \* Rossanna dos Santos Santana Rubim \* Viviane Bessa Lopes Alvarenga

**Coordenação Editorial:** Rayara Barroca Silva

**Projeto gráfico:** Rayara Barroca Silva e Thaís Lopes de Oliveira

**Diagramação:** Rayara Barroca Silva e Thaís Lopes de Oliveira

**Capa:** Thaís Lopes de Oliveira

## Comissão Científica:

Dr. Rodolfo Chaves - (Instituto Federal do Espírito Santo)

Dr. Wellington Lima Cedro - (Universidade Federal de Goiás)

Dr(a). Maria Marta da Silva - (Universidade Estadual de Goiás)

## Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586p Silva, Rayara Barroca

Proporcionalidade em diálogo com geometria: algumas propostas [recurso eletrônico]. / Rayara Barroca Silva, Sandra Aparecida Fraga da Silva, Dilza Côco. Vila Velha: Edifes Acadêmico, 2022.  
71 p. : il. col., 30 cm.

Inclui bibliografia.

ISBN: 978-85-8263-647-3 (E-Book).

DOI: 10.36524.

Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas e Matemática – GRUPEM.

1. Geometria. 2. Matemática – Estudo e ensino. I. Silva, Sandra Aparecida Fraga da. II. Côco, Dilza. III. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. IV. Instituto Federal do Espírito Santo. V. Título.

CDD 23 - 516

Valéria Rodrigues de Oliveira CRB6/ES-477

DOI: 10.36524/9788582636473

Esta obra está licenciada com uma Licença Atribuição – Não Comercial – Sem Derivações 4.0 Brasil.



# DESCRIÇÃO TÉCNICA

**Nível de Ensino a que se destina o produto:** Educação básica.

**Área de Conhecimento:** Ensino.

**Público-Alvo:** Professores da educação básica em formação.

**Categoria deste produto:** Material Didático/Instrucional (PTTI).

**Finalidade:** Propor movimento de estudo sobre proporcionalidade, com ênfase em figuras semelhantes.

**Organização do Produto:** O produto está estruturado em sete capítulos, onde apresentamos o contexto em que se deu a produção dos dados, os aportes teóricos que fundamentaram a nossa proposta e tarefas de ensino baseadas nas situações desencadeadoras de aprendizagem.

**Registro de Propriedade Intelectual:** Ficha Catálográfica com ISBN e Licença Criative Commons (Educapes). ISBN 978-85-8263-647-3

**Disponibilidade:** Irrestrita, mantendo-se o respeito à autoria do produto, não sendo permitido uso comercial por terceiros.

**Divulgação:** Meio digital.

**URL:** Produto disponível no site do Educimat ([www.educimat.ifes.edu.br](http://www.educimat.ifes.edu.br)) e no repositório EDUCAPES ([www.educapes.capes.gov.br](http://www.educapes.capes.gov.br)).

**Processo de Validação:** Validado na banca de defesa da dissertação.

**Processo de Aplicação:** Aplicado a alunos do primeiro período da Licenciatura em Matemática do IFES/ Vitória no contexto do Clube de Matemática do Ifes/Vitória.

**Impacto:** Este produto possui médio impacto - PTT gerado no Programa, aplicado no sistema, mas não foi transferido para algum segmento da sociedade.

**Inovação:** Médio teor inovativo - combinação e/ou compilação de conhecimentos pré-estabelecidos.

**Origem do produto:** Trabalho de Dissertação intitulado "Conceito de proporcionalidade em geometria em debate na formação inicial de professores com base na Teoria Histórico-Cultural", desenvolvido no Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática do IFES.

# QUEM SOMOS?



## **Rayara Barroca Silva**

Professora de matemática do ensino fundamental II. Mestra (2022) em Educação em Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação em Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Educimat/Ifes), foi bolsista da Fundação de amparo à pesquisa e inovação do Espírito Santo - Fapes. Especialista em Matemática Educacional (2020) pelo Centro de Ensino Superior Fabra. Graduada em Licenciatura em Matemática (2018) pelo Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Espírito Santo - Ifes campus Vitória. Integrante do Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas de Matemática - Grupem, desenvolvendo ações na área de práticas e formação de professores.

## **Sandra Aparecida Fraga Da Silva**

Professora do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Espírito Santo - Ifes campus Vitória, atuando na licenciatura em Matemática e no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - Educimat, vinculada às linhas de pesquisa formação de professores e práticas pedagógicas de matemática. Pós-doutorado (2018) na Universidade Federal de Santa Maria - UFSM. Doutora (2009) e Mestra (2004) em Educação e Licenciada Plena em Matemática (2000), pela Universidade Federal do Espírito Santo. Líder e Pesquisadora do Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica em Matemática - Grupem. Integra também a equipe de pesquisadores do Grupo de estudos e pesquisas sobre atividade pedagógica - Gepape em rede - da Universidade de São Paulo (USP), desenvolvendo pesquisas com base na Teoria histórico-cultural.

## **Dilza Côco**

Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes), Campus Vitória. Atua na Área de Ciências Sociais e Humanas, nos cursos de Licenciatura em Matemática e nos Programas de Pós-Graduação em Educação, Ciências e Matemática (Educimat) e Ensino de Humanidades (PPGEH). Doutora (2014) e mestre (2006) em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo/ Ufes e Licenciada em Pedagogia (1997) pela mesma universidade. Pesquisadora do Grupo de Estudos e Pesquisas Educação na Cidade e Humanidades (Gepech) e do Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem), vinculada em ambos à linha de investigação em formação de professores. Integra também a equipe de pesquisadores do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica Gepape em rede, da Universidade de São Paulo (USP), desenvolvendo pesquisas com base na Teoria histórico-cultural..



# SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| Apresentação.....   | 7  |
| 1 Que tal uma breve conversa?.....  | 10 |
| 2 Onde nos apoiamos.....  | 15 |
| 3 A nova casa da Branca de Neve: conceito de medida a partir do movimento lógico-histórico..... | 21 |
| 4 Proporcionalidade na relação entre figuras.....   | 34 |
| 5 Semelhança de figuras.....  | 46 |
| 6 Trilha: a herança de Nilton.....  | 57 |
| 7 Refletindo sobre o movimento formativo.....   | 65 |
| Referências.....  | 69 |

# APRESENTAÇÃO



*Olá, professor(a).  
Meu nome é Rayara, sou uma das  
autoras deste livro e estarei  
interagindo com você ao longo da  
sua leitura.  
Que tal iniciarmos com uma breve  
apresentação do material?!*

Este livro é o Volume I da série de produções organizadas pelo Clube de Matemática (Clumat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Ele é vinculado ao Grupo de Pesquisa em Práticas Pedagógicas em Matemática (Grupem) e foi organizado com o objetivo de colaborar com a formação de professores da educação básica, e a quem mais possa se interessar pelo ensino de proporcionalidade – em especial, de figuras planas.

O material em questão é fruto da pesquisa de mestrado profissional “Conceito de proporcionalidade em geometria em debate na formação inicial de professores com base na Teoria Histórico-Cultural, que você encontra no site do

programa Educimat (<https://educimat.ifes.edu.br>) ao procurar pelo título ou pelo nome da autora: Silva (2022) ou no site do Grupem (<https://site.ifes.edu.br/grupem/defesas-de-dissertacao/>).

A sistematização deste produto foi elaborada no contexto do Clumat e a partir de um movimento formativo onde desenvolvemos quatro ações com alunos do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes, campus Vitória.

Assim, para você conhecer a nossa proposta formativa, esta produção está estruturada em sete capítulos descritos de forma resumida a seguir.

No capítulo um, intitulado “Que tal uma breve conversa?” apresentamos a motivação que nos levou a desenvolver este livro e o contexto em que se deu a produção dos seus dados. No capítulo dois, “Onde nos apoiamos”, discorreremos brevemente sobre os aportes teóricos que fundamentaram a nossa proposta formativa, sendo eles: a Teoria Histórico-Cultural de Vigotski (1896-1934), a Teoria da Atividade de Leontiev (1903-1979) e na Atividade Orientadora de Ensino de Moura (MOURA et al., 2010).



Nos capítulos três, quatro, cinco e seis trazemos tarefas de ensino baseadas nas situações desencadeadoras de aprendizagem que foram desenvolvidas nos momentos de interação com os licenciandos.

Essas tarefas foram elaboradas no contexto do Clube de Matemática, e nelas discutimos o conceito de proporcionalidade em diálogo com o estudo de um movimento lógico-histórico que realizamos.

No capítulo sete, denominado “Refletindo sobre o movimento formativo”, realizamos uma síntese do movimento que deu origem ao produto educacional.

Agora que você já sabe como este livro foi organizado, vamos para a leitura!





# CAPÍTULO 1



QUE TAL UMA  
BREVE CONVERSA?!



Agora que já apresentamos o material, que tal entendermos um pouquinho qual foi a motivação que nos levou a desenvolver este livro e conhecer em que contexto se deu a produção dos seus dados!?

Bem, para começar, vou precisar falar um pouquinho de mim...



Atuo como professora de matemática nos anos finais do ensino fundamental desde 2019.

Sempre tive muita afinidade com a disciplina de matemática, por esse motivo optei em fazer o curso de Licenciatura nessa área. Durante o período da minha formação, e após, quando comecei a lecionar, estive inserida em movimentos que me conduziram a refletir a respeito do ensino da proporcionalidade.

Nas minhas vivências acadêmicas e profissionais constatei que muitos alunos ainda relacionam este conceito somente à aplicação da “regra de três”, sem maiores entendimentos sobre os conceitos envolvidos e sem a percepção de sua aplicabilidade em situações do cotidiano ou em problemas relacionados à geometria.

Temos, porém, que a proporcionalidade é importante dentro da matemática, devido à sua aplicabilidade em diversas situações do nosso cotidiano bem como em outras áreas do conhecimento.



A matemática se faz presente em diferentes conceitos e conteúdos, tal como “[...] na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções” (BRASIL, 1998, p.84).

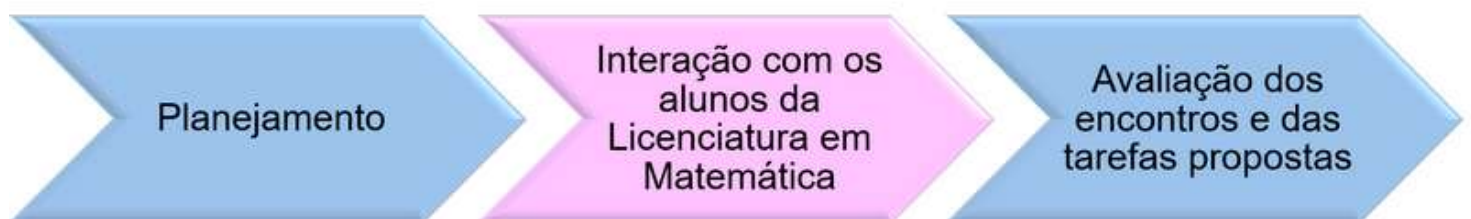
Assim, as minhas experiências e a compreensão da importância do conceito de proporcionalidade me geraram motivo para buscar possibilidades de ensino que contribuam para a aprendizagem desse conceito no contexto escolar, em especial, no eixo da geometria, visto sua pouca visibilidade nesse eixo.

Pensando nisso, propomos um movimento formativo na turma de 1º período do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes/Vitória no ano de 2021, com a finalidade de discutir o conceito de proporcionalidade com ênfase em figuras semelhantes, onde contamos com a participação de 14 licenciandos.

As ações aconteceram no contexto da disciplina “Fundamentos de Geometria I” e foram realizadas em 4 encontros virtuais, onde ocorreram estudos teóricos e desenvolvimento de tarefas envolvendo o conceito de proporcionalidade.

Desse modo, este trabalho contempla a proposta de estudo sobre proporcionalidade, com ênfase em figuras semelhantes, para formação de professores da educação básica, mas pode ser adaptado para ser trabalhados com alunos da educação básica.

Destacamos que a proposta formativa, que deu fruto a este trabalho, foi organizada junto aos integrantes do Clube de Matemática do Ifes. Este projeto é composto por três momentos: o primeiro consiste no planejamento coletivo de tarefas de ensino; o segundo é a interação com os alunos para a realização das tarefas; e o terceiro é a análise coletiva das ações desenvolvidas no Clube. As nossas ações ocorreram no segundo momento, na interação com os estudantes, em especial, com licenciandos em matemática.



**Fonte:** Elaborado pela autora, 2022.

Temos, portanto, que as tarefas apresentadas neste material foram organizadas por meio de uma colaboração coletiva. Assim, agradecemos a todos os integrantes do Clube, bem como os licenciandos participantes, por colaborarem com a elaboração deste material.

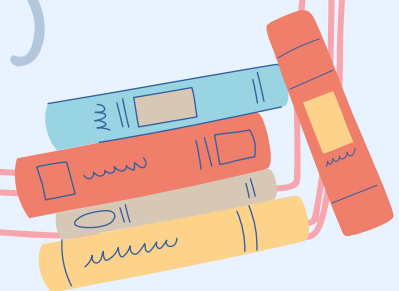
Para finalizar esse primeiro momento, é importante mencionarmos que as nossas ações foram desenvolvidas com base nas proposições da perspectiva histórico-cultural, que entende a educação como processo humanizador. Desse modo, entendemos ser relevante trazermos uma breve explicação sobre a Teoria no capítulo a seguir.



# CAPÍTULO 2



## ONDE NOS APOIAMOS



Nossa pesquisa ancora-se na:



- ✓ Teoria Histórico-Cultural (THC) de Vigotski (1896-1934);
- ✓ Teoria da Atividade (TA) de Leontiev (1903-1979);
- ✓ Atividade Orientadora de Ensino (AOE) de Moura (MOURA et al., 2010).

A Teoria Histórico-Cultural entende que a maturação biológica não é suficiente para desenvolver as estruturas psicológicas do homem. Para ela, a base para o processo de humanização são as interações sociais.

Os sujeitos, ao interagirem com os demais indivíduos, são capazes de intervir em seu meio. Isso ocorre por meio da mediação, em especial, por intermédio de instrumentos e signos produzidos pela humanidade no decorrer da sua história.

Por meio dessa história, é possível compreendermos como se deu a evolução humana. Ela indica que, ao praticar ações que satisfizessem suas necessidades, o homem entrou em atividade a partir do trabalho, o que favoreceu o seu desenvolvimento.



Mas **ATENÇÃO**, o termo **atividade** não pode ser designado a todos os processos humanos existentes, ou seja, a todas as ações praticadas pelo homem.

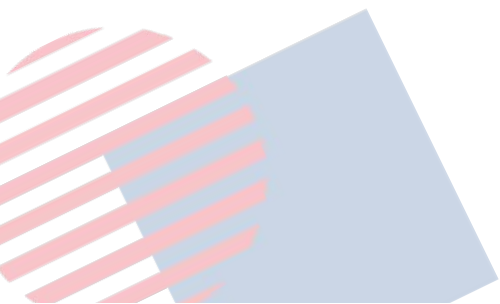


A denominação atividade é restrita a processos que realizam relação autônoma com o mundo e que respondam a uma necessidade particular.

Designamos pelo termo de atividade os processos que são psicologicamente determinados pelo fato de aquilo para que tendem no seu conjunto (o seu objeto) coincidir sempre com o elemento objetivo que incita o paciente a uma dada atividade, isto é, com o motivo (LEONTIEV, 2004, p. 315)

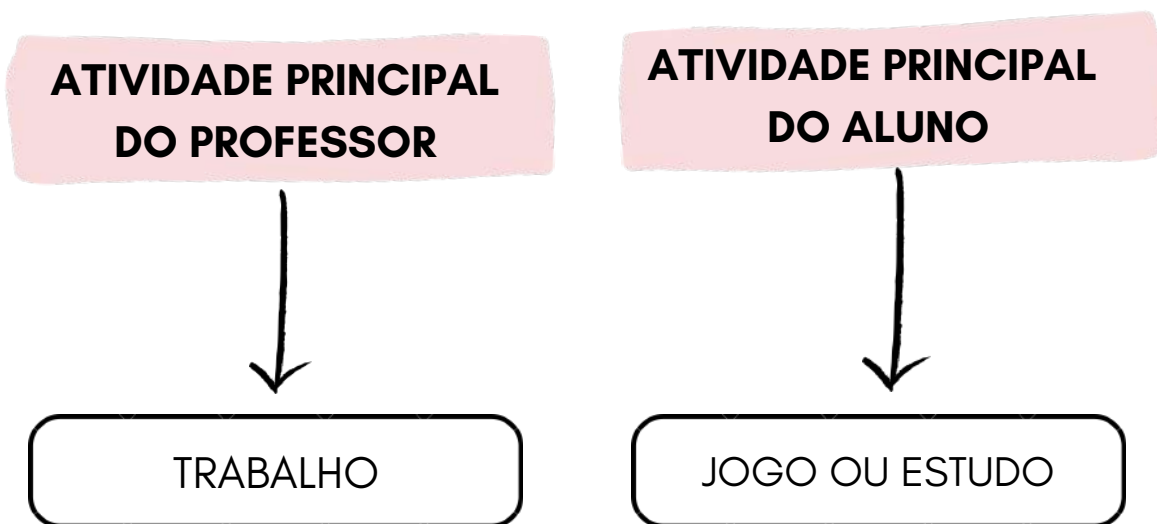


Durante o desenvolvimento psíquico do indivíduo há três atividades dominantes: o jogo, o estudo e o trabalho. A atividade dominante dá condições às principais mudanças



psíquicas dos indivíduos e os prepara para o estágio seguinte. A passagem de um estágio para o outro ocorre quando há contradição entre o modo de vida do sujeito e suas possibilidades que já superaram este modo de vida, levando as atividades a se organizarem de maneira que o indivíduo efetue a passagem para um novo estágio de desenvolvimento psíquico.

No que diz respeito ao ambiente da sala de aula, vale destacar que há dois sujeitos com possibilidade de desempenhar atividade: o professor e o aluno.



A atividade principal do aluno vai depender do nível em que ele se encontra.

Em sua atividade principal, o professor deve organizar o ensino de modo que o processo educativo escolar se constitua como atividade para o estudante. Nesse ponto, destaca-se a proposta teórico-metodológica intitulada **Atividade Orientadora de Ensino (AOE)**.



A AOE “[...] constitui-se um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento” (MOURA et al., 2010, p. 100).

Nessa perspectiva, a AOE é voltada às atividades de ensino e de aprendizagem. Sua intenção consiste em proporcionar uma educação que possibilite o estudante a se apropriar de conhecimentos e experiências histórico-culturais da humanidade.

Destacamos que o objetivo deste capítulo não consiste em esgotar as ideias acerca da Teoria que embasa as tarefas apresentadas neste material. Desse modo, àqueles que se interessarem em se aprofundar nos estudos, a seguir deixamos algumas indicações de leituras.



- 
- Dissertação "**Conceito de proporcionalidade em geometria: um debate na formação inicial de professores com base na Teoria Histórico-Cultural**", de Rayara Barroca Silva, 2022.
  - Livro "**A atividade pedagógica na Teoria Histórico-Cultural**", de Manoel Oriosvaldo de Moura et al., 2010.
  - Dossiê "**Atividade Orientadora de ensino**", disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/57503/30024>
  - Artigo "**A Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem**", disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/1891/189114444012.pdf>
  - Artigo "**A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática**", disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/pY6vL4SykdzjPLGnZCM8Qjz/?format=pdf&lang=pt>
-

# CAPÍTULO 3



A NOVA CASA DA BRANCA DE NEVE:  
CONCEITO DE MEDIDA A PARTIR DO  
MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DE  
PROPORCIONALIDADE



Esta história foi adaptada do conto infantil “Branca de Neve e os sete anões”.

Para a sua adaptação, partimos do fato de que a história da humanidade nos revela que desde a antiguidade os homens possuem necessidades corporais e de acomodação, sendo constantemente impulsionados a solucioná-los.

Ter que ficar abaixando para passar pela porta, ou ter que dormir com parte das pernas para fora do colchão porque não cabe na cama... Isso definitivamente é nada confortável!



Nessa perspectiva, a história apresentada neste capítulo visa conduzir os estudantes à percepção da proporcionalidade existente na relação entre o corpo humano e objetos/ambientes criados para atender às necessidades corporais e ao conforto do homem.

## História “A nova casa da Branca de Neve”

Há muito tempo, num reino distante, viviam um rei, uma rainha e a sua filha, a princesa Branca de Neve. Um dia, a rainha ficou muito doente e morreu. O rei, sentindo-se muito sozinho, casou-se novamente. O que ninguém sabia é que a nova rainha era uma mulher cruel, invejosa e muito vaidosa. Ela tinha um espelho mágico ao qual perguntava todos os dias: “Espelho, espelho meu, há no reino mulher mais bela do que eu?”. “És a mais bela de todas, minha rainha”, respondia o espelho.

Branca de Neve crescia e ficava cada vez mais bonita. Todos gostavam muito dela, exceto a rainha. Alguns anos depois do casamento com a nova rainha, o rei morreu, deixando Branca de Neve aos cuidados da madrasta. Um dia, como de costume, a rainha perguntou ao espelho: “Espelho, espelho meu, há no reino mulher mais bela do que eu?” E o espelho respondeu: “Sim, minha rainha! Branca de Neve é agora a mais bela!”. A rainha ficou furiosa. Imediatamente mandou chamar um guarda e ordenou-lhe que expulsasse Branca de Neve do reino.

No dia seguinte, o guarda levou a menina para a floresta e disse-lhe para nunca mais voltar ao castelo. Branca de Neve andou muito tempo perdida até encontrar uma cabana muito pequena e graciosa. Parecia habitada por crianças, pois tudo ali era pequeno. No andar de cima encontrou sete caminhas, uma ao lado da outra. A princesa estava tão cansada que juntou três caminhas, deitou-se e adormeceu.

Os donos da cabana eram sete irmãos anõezinhos que, ao voltarem para casa ficaram muito espantados ao encontrarem uma linda jovem a dormir nas suas camas. Ao acordar, Branca de Neve contou sua história aos anões, que com pena da situação da jovem a convidaram para passar uns dias em sua casa.

Mas, durante o período de convivência, os anões começaram a se sentir desconfortáveis dentro de casa. Para dormir, por exemplo, a princesa ocupa três camas, pelo fato dela possuir uma estatura física maior que os anões, e com isso, todas as noites três dos irmãos dormem no chão com total desconforto. No entanto, os anões se afeiçoaram tanto à presença dela que se reuniram e começaram a pensar em estratégias que pudessem fazer todos se sentirem mais confortáveis para Branca de Neve morar permanentemente com eles, e de modo que ninguém ficasse prejudicado no convívio.

Levando em consideração que o desconforto causado pela falta de camas na hora de dormir é o que mais incomoda os irmãos, primeiramente eles estão pensando na construção de uma cama adequada para a princesa. Porém, os anões não sabem como realizar essa construção, visto que até então eles só sentiram necessidade de construir camas que atendessem a seus próprios tamanhos. Como podemos ajudar os anões a construir uma cama apropriada ao tamanho da Branca de Neve?

Fonte: acervo da pesquisa, 2021.

## 1º momento - Narrando a história

A história fala da princesa chamada Branca de Neve que, ao ser expulsa do castelo por sua madrasta, se abrigou na casa de sete irmãos anõezinhos. Tudo na casa era muito pequeno, então, para dormir confortavelmente, a menina precisava juntar três caminhas dos anões.

Assim, para o melhor conforto de todos, os irmãos pensaram em construir uma cama adequada para a princesa.

Como podemos ajudar os anões a construir uma cama apropriada ao tamanho da Branca de Neve?



Neste momento, fizemos uma pausa para que os licenciandos pudessem levantar algumas hipóteses de solução para o problema desencadeador lançado aos alunos.





### DICA:

Uma proposta para a contação da história é apresentá-la por meio de um vídeo curto com imagens ilustrativas! Mas também convém disponibilizá-la aos alunos em forma de texto, de modo que possam recorrer a ele sempre que acharem necessário à resolução do problema.

A nossa intenção com o problema proposto foi de verificarmos quais hipóteses seriam levantadas e se os licenciandos pensariam no conceito de proporcionalidade para a sua solução.

## 2º momento – Refletindo sobre o problema para ajudar os anões

Inicialmente, três hipóteses foram apresentadas pelos licenciandos.

**Edilson:** Uma cama três vezes maior, no caso, porque ela precisou de três camas.

**Sabrina:** Ou eles medirem o tamanho das três camas juntas.

**Yago:** Eu podia utilizar, também, a largura das três camas e o comprimento dela, da Branca de Neve.

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

### **IMPORTANTE:**

Essa tarefa é apoiada na geometria sensorial, que se trata da “geometria percebida por meio dos sentidos” (MOURA et al., 2018). Então é provável que as respostas dadas não sejam matematicamente elaboradas. O que devemos considerar são as ideias que os alunos apresentarão do conceito proporcionalidade.

A maior parte dos licenciandos concordaram com a ideia de fazer a cama da Branca de Neve sendo exatamente o tamanho correspondente a três camas dos anões juntas.

Como, no momento de elaboração da proposta da tarefa, previmos esse tipo de resposta, já tínhamos organizado alguns questionamentos para conduzir os licenciandos a pensarem em outras possibilidades de resolução do problema.

A organização das questões foi baseada no fato de que, quando o professor se insere em um movimento de planejar, de definir os instrumentos para a prática educativa e de eleger um conjunto de ações que o permita atingir o objetivo que idealizou, ele tem a possibilidade de antever possíveis

respostas dos alunos, visto que ele “[...] é guiado por uma teoria que lhe permite antever o resultado do que objetiva” (MOURA, 2013, p. 97-98).

Desse modo, elaboramos as seguintes questões:

- A cama da Branca de Neve seria do mesmo tamanho das três camas dos anões que a princesa junta para dormir?
- A cama da Branca de Neve poderia ser menor que essas três camas juntas?
- Por que deu três caminhas se Branca de Neve não é o triplo do tamanho dos anões?
- A cama da Branca de Neve seria do mesmo tamanho das três camas dos anões que a princesa junta para dormir?
- O tamanho da cama da Branca de Neve seria o dobro do tamanho da cama dos anões?
- A cama precisa ter a mesma medida da pessoa?

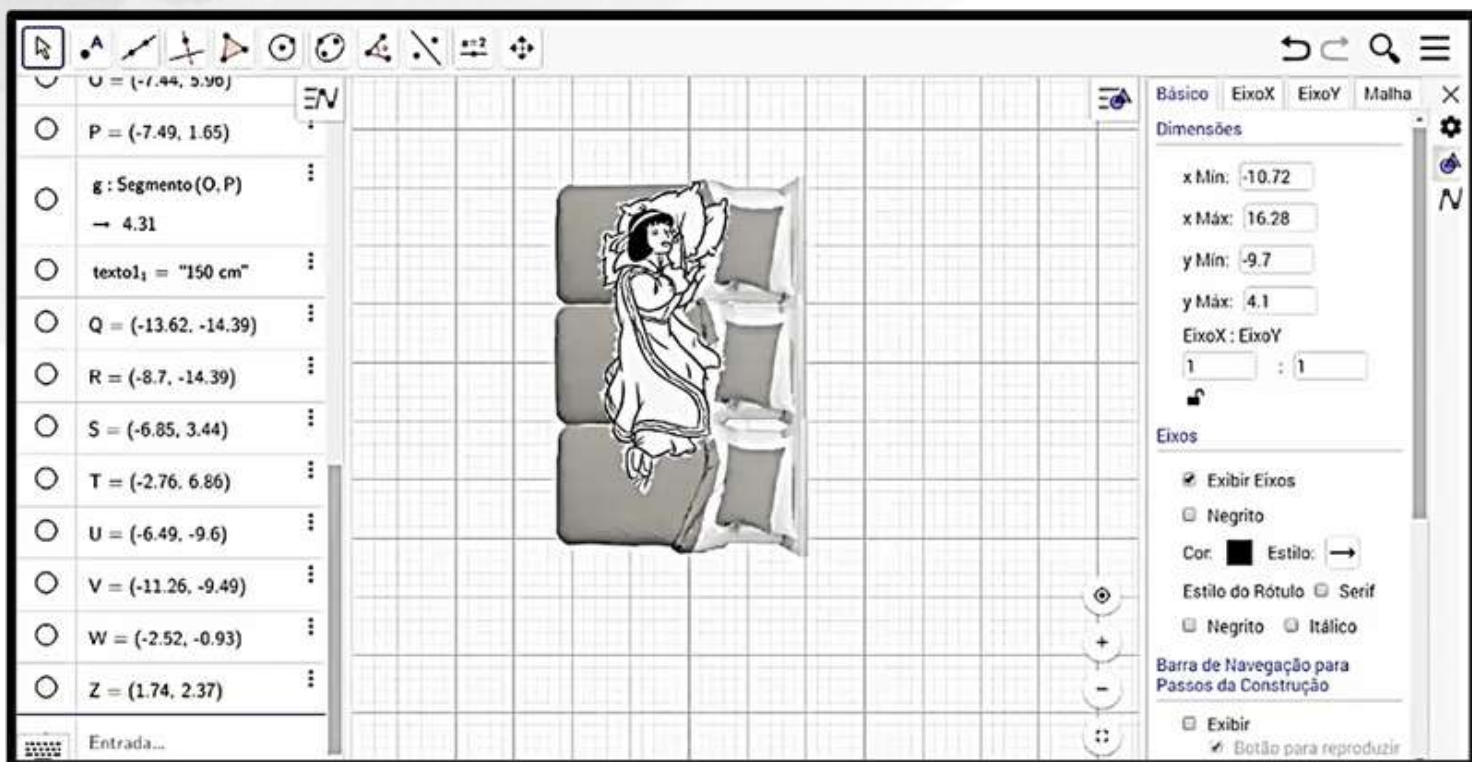


Os questionamentos foram discutidos por meio da manipulação junto ao software Geogebra.



Esse recurso pode ser utilizado de modo online por meio do site:

<http://www.geogebra.org/>



**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

Elaboramos um arquivo de modo que fosse possível movimentarmos as representações das caminhas e da princesa. Assim, à medida que os licenciandos davam suas respectivas sugestões sobre o problema, realizávamos manipulações dessas figuras, de modo que eles pudessem refletir sobre suas próprias ideias.

#### DICA:

Fizemos uso do Geogebra por ser um recurso acessível (considerando o contexto virtual). Porém, caso a aula ocorra presencialmente, uma sugestão é que os alunos tenham acesso à materiais manipulativos que representem as caminhas e a Branca de Neve, para que assim, ele próprio tenha possibilidade de manuseá-los e refletir sobre as questões propostas.





### **ATENÇÃO PROFESSOR:**

Caso você decida fazer as questões junto com materiais manipulativos, cuidado com as representações que você irá disponibilizar a seus alunos. A organização do pensamento dele terá como base as relações que ele estabelecer na manipulação desse material, então este deve ser devidamente adequado para favorecer o aprendizado.

Diante dos questionamentos levantados, houve o seguinte diálogo:

- **Rayara:** Então, essa última pergunta “por que deu três caminhas se Branca de Neve não é o triplo dos anões?” [...].
- **Edilson:** É porque essa questão aí “ah, porque ela é o triplo”. Mas quando fala “ela é o triplo”, tá se referindo... é, relacionando uma medida dela com uma única dimensão, né, que seria o comprimento, a altura em relação aos anões. Mas quando entra no contexto da cama aqui, entram duas dimensões distintas [a largura e o comprimento].
- **Kaleb:** [...]. Porque, no caso, se ela tivesse o triplo da altura deles, logo, por exemplo, a altura dela ia ser o triplo da altura deles, né, no caso. Logo, a cama dela teria que... o comprimento da cama dela teria que ser o triplo do comprimento da cama dos anões. Mas a área não ia ser o triplo, ia ser uma coisa bem maior, em relação à cama dos anões.
- **Edilson:** Seria nove vezes maior.

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

Evidenciamos, nesse momento, a relação que os alunos estabeleceram entre o tamanho dos anões e o tamanho da Branca de neve. Eles explicaram que, se a princesa tivesse o triplo do tamanho dos anões, então, conseqüentemente, as dimensões de sua cama também seriam o triplo de uma das camas dos irmãos. Nesse caso, a área da cama da Branca de Neve seria maior do que a área formada pelas três camas que ela junta para dormir.

Percebemos nessas discussões que os alunos começaram a pensar no conceito de proporcionalidade para refletir sobre as possíveis soluções do problema.

### **3º momento - Encontrando a solução do problema**

As discussões conduziram os licenciandos a pensarem em estratégias que envolviam medidas. Assim, a partir das discussões levantadas, relatamos que, na história, os anões pensaram em medir a altura da Branca de Neve, a própria altura e uma de suas camas, obtendo as seguintes medidas:

## MEDIDA DA CAMA DOS ANÕES



**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

## MEDIDA DOS ANÕES E DA BRANCA DE NEVE



**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

A partir dessas novas informações realizamos os seguintes questionamentos:

- Com base nas medidas encontradas pelos anões, como podemos achar a medida proporcional entre a cama a ser construída para a Branca de Neve e a medida do seu tamanho?
- O que temos que fazer para ser proporcional?



A resposta dada por um dos licenciandos sintetizou bem a solução para o problema.

**Kaleb:** É, dividir a altura da Branca de Neve em 4 partes e acrescentar, esse  $\frac{1}{4}$  (um quarto) ao comprimento da cama, por exemplo, é, como ele teria... a Branca de Neve tem o quê, é, 180 centímetros, certo? Aí você vai pegar 180, dividir por 4, dá 45, aí vai dar 45. Você pega 180 e soma 45, esse é o comprimento da cama, que dá 225, aí teria 225 centímetros. Quer dizer, eu pensei assim [...] Eu parti do pressuposto de que, por exemplo, se a cama do anão tem 150, é isso mesmo? 150? 150 centímetros. Ele tem 120... 120 pra 150, a diferença é de 30 centímetros, e, no caso, 30 vezes 4 dá 120, ou seja, essa diferença...o anão tem 30 centímetros 4 vezes, e o comprimento da cama dele tem 30 centímetros 5 vezes, ou seja, uma vez a mais. Então eu peguei a altura da Branca e dividi em 4 e acrescentei esse um quarto ( $\frac{1}{4}$ ) no comprimento da cama dela. Se ela tem 180 centímetros, a cama dela deve ter 225, pra ficar proporcional.

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

#### 4° momento – Sintetizando a solução encontrada

A partir das discussões realizadas, os licenciandos foram conduzidos a refletirem sobre o uso de medidas para determinarem o tamanho da cama da Branca de Neve.



Inicialmente, pensavam que bastava construir uma cama cujas medidas correspondessem a três caminhas dos anões. Porém, por meio das discussões e mediações com o geogebra, começaram a refletir sobre a proporcionalidade como possibilidade de estratégia para a resolução do problema.

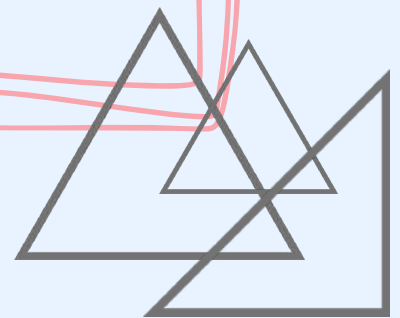
Verificamos que essa proposta apresentou-se como um desafio para os futuros professores, que precisaram refletir para além da solução aparente apresentada na história. Por nossa experiência, defendemos que algo semelhante possa acontecer com alunos da educação básica. Cabe ao professor organizar os questionamentos e as próximas ações que conduzem às novas discussões. Na Teoria Histórico-cultural, essa relação da resolução de ações no coletivo e os diálogos são fundamentais para o desenvolvimento das aprendizagens.



# CAPÍTULO 4



## PROPORCIONALIDADE NA RELAÇÃO ENTRE FIGURAS



Nessa ação, foi realizado um movimento de comparação entre imagens e figuras de modo a estabelecer relações entre elas e determinar quais, dentro de um conjunto apresentado, eram proporcionais entre si.

A tarefa foi realizada a partir de 2 ações:

1. Apresentação das figuras e discussão coletiva sobre a existência ou não de semelhança entre elas.
2. Síntese coletiva da tarefa proposta: apresentação das medidas das figuras para a verificação da existência ou não de semelhança entre elas.



**1º momento** - Apresentando as figuras e refletindo sobre a semelhança.

Organizamos seis conjuntos de figuras a serem analisados pelos futuros professores nessa ação.

Um um primeiro movimento, apresentamos o par de imagens a seguir e perguntamos aos licenciandos se essas são ou não semelhantes.



**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

Após o questionamento, demos um tempo para que os futuros professores compartilhassem seus respectivos pensamentos. Durante as discussões, diferentes conjecturas foram levantadas pelos licenciandos, tal como:

**Edilson:**

- Eu acho que são proporcionais. Acho que uma é obtida a partir de outra através de algum tipo de transformação.

**Gabiroba:**

- Elas tão proporcionais, só que elas não estão visualmente do mesmo tamanho.
- Elas têm uma relação. Como mudou tudo em toda imagem, elas são proporcionais sim, só que elas têm medidas diferentes.

**Sabrina:**

- Eu acho que elas são proporcionais, só que elas estão desfocadas. Um tá na vertical e outra está na horizontal.

**Vinícius:**

- [...] todas as imagens estão dentro da foto, então, logo, tem uma proporcionalidade aí, ela consegue voltar ao original.

**Júlia:**

- Eu acho que não é proporcional. [...] Acredito que tudo dá pra ampliar, mas nem tudo está ampliado proporcionalmente.

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

**DICA:**

Nesse primeiro momento, deixe os alunos falarem à vontade e não interfira nas respostas dizendo se estão certas ou erradas. Apenas faça questionamentos reflexivos, que os façam pensar em outras possibilidades ou pensarem em suas respostas. A ideia é deixar os estudantes perceberem, por meio do compartilhamento de ideias e reflexões ao longo da ação, a necessidade da medida para a determinação da semelhança entre as figuras.



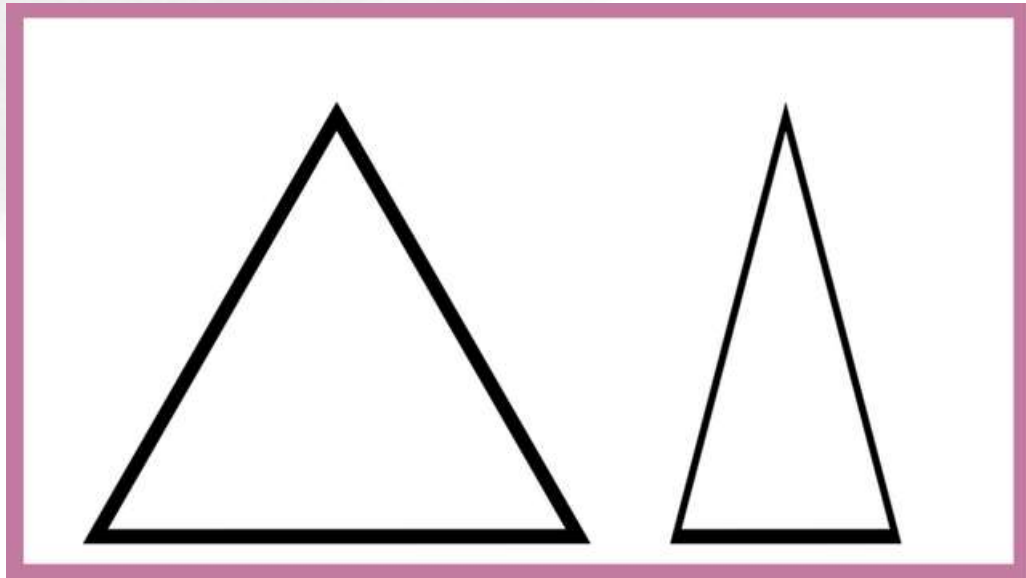


Prof., lembre-se que, durante a organização de propostas de tarefas, é fundamental considerar que diferentes hipóteses poderão surgir e que você precisa estar atento para eventuais indagações intencionais que conduzam os alunos à refletirem e a se apropriarem de conhecimentos.

Compreendemos que é na aproximação com o conceito que ocorre a apropriação de conhecimento de qualidade nova. Assim, embora nem todas as respostas estivessem corretas, não realizamos esse tipo de intervenção avaliativa durante as discussões iniciais. Primeiro, optamos em apresentar todos os seis conjuntos de imagens, entendendo que essa ação possibilitaria os alunos à mudança na compreensão do conceito ao longo dos diálogos.

Após as discussões sobre o primeiro conjunto de imagens, realizamos, separadamente, análises e discussões dos demais conjuntos apresentados a seguir.

## CONJUNTO DE IMAGENS 2



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

## CONJUNTO DE IMAGENS 3



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

## CONJUNTO DE IMAGENS 4



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

## CONJUNTO DE IMAGENS 5



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.



## CONJUNTO DE IMAGENS 6



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Ao longo das análises, discussões e reflexões dos conjuntos de figuras, os futuros professores indicaram a necessidade da medição, em especial, de conhecerem medidas das figuras propostas para definir se há ou não semelhança entre elas.

**Júlia:** Precisaria de valores pra gente ter isso - [a existência ou não da semelhança entre as figuras] - mais preciso. (com base no conjunto de imagens 3)

**Gabirola:** Com os números, com as medidas, a gente... ou com a escala de quadradinho, né, de malha, ficaria talvez mais fácil [...]. (com base no conjunto de imagens 4)

**Kaleb:** Precisaria de números ou valor numérico da medida do comprimento da primeira figura e da altura da primeira figura, e as medidas de comprimento da altura da segunda figura também. [...]. Aí daria pra saber com certeza se é ou não é [semelhante]. (com base no conjunto de imagens 5)

**Vinicius:** Sem ter as medidas dos lados fica complicado afirmar se é proporcional à outra. (com base no conjunto de imagens 5)

**Eduardo:** Essa aí, aparentemente, parece que todas são. Todas elas parecem que foram ampliadas e reduzidas às outras 1, 2 e 3 de forma proporcional. Pelo menos visualmente, né. Pra ter certeza precisaria dos valores numéricos. (com base no conjunto de imagens 6)

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

Nesse movimento, percebemos mudança na compreensão do conceito por parte dos licenciandos quando esses modificaram suas falas, expondo a necessidade de terem as medidas - ao invés de falarem que bastava ser a mesma figura para ser proporcional.

De acordo com Leontiev (1978) “a primeira condição de toda a actividade é uma necessidade” (Ibid, p. 107). Nessa perspectiva, compreendemos que, ao provocar necessidade nos acadêmicos, o movimento de interação e mediação possibilitou os licenciandos a se aproximarem da sua atividade de aprendizagem.

Durante o desenvolvimento da tarefa, as mediações foram realizadas por meio de questionamentos que conduzissem os licenciandos a refletirem sobre seus conhecimentos iniciais sobre proporcionalidade e sobre a necessidade da medida para a determinação de semelhança entre figuras.



Tudo no homem pode ser educado e reeducado sob uma correspondente interferência social. Nesse caso o próprio indivíduo não pode ser entendido como forma acabada, mas uma permanente e fluente forma dinâmica de interação entre organismo e o meio (VIGOTSKI, 2010, p. 284, grifo nosso).

Nessa concepção, compreendemos que uma das principais influências para mudanças inferidas dos futuros professores foi o compartilhamento dentro de um coletivo, visto que evidenciamos que as mudanças iniciais ocorreram a partir de possíveis reflexões das trocas que ocorreram com os demais licenciandos. Sobre esta consideração, entendemos que “[...] a condição das aquisições individuais está absolutamente conectada à forma e ao conteúdo privilegiado nas interações sociais” (SILVA, 2019, p. 121).

Então, te deixamos com uma importante dica:



**DICA:**

Realize a tarefa junto a um coletivo, de modo que o compartilhamento de conjecturas possa conduzir os envolvidos a pensarem em outras alternativas para solucionar o problema, produzindo assim, novas qualidades aos seus conhecimentos.

**2º momento - Sintetizando a ação formativa: apresentando as respectivas medidas das figuras e verificando a existência da semelhança.**

A partir das discussões iniciais, os futuros professores indicaram a necessidade da medição para a determinação de semelhança entre figuras. Após esse momento, realizamos uma síntese final. Retornamos em cada um dos conjuntos de figuras mostrando as devidas medidas, tal como indicamos no conjunto 1 a seguir.



**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

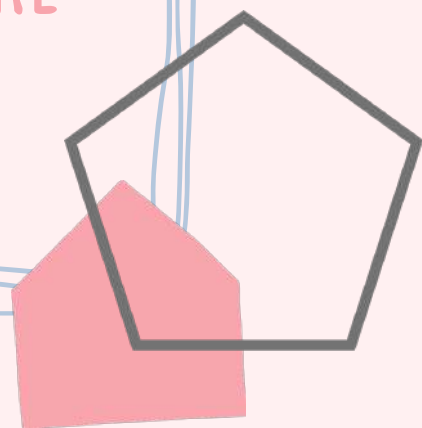
Por meio dos valores, os licenciandos conseguiram verificar se as figuras eram ou não semelhantes, evidenciando terem ciência da necessidade de verificar a proporcionalidade dos lados, conhecimentos compartilhados no momento da interação. Nessa ocasião, também ressaltamos que as figuras só são proporcionais quando os seus lados correspondentes são congruentes, contradizendo a ideia proposta inicialmente por alguns dos licenciandos.

Essa tarefa gerou discussões muito enriquecedoras. Espero que contribua no seu trabalho também!



# CAPÍTULO 5

## SEMELHANÇA ENTRE 5 FIGURAS



A terceira proposta é uma continuação da ação apresentada no capítulo anterior. Nela também realizamos comparações entre figuras que conduzem os licenciandos à necessidade das medidas dos lados para verificar a existência da semelhança.

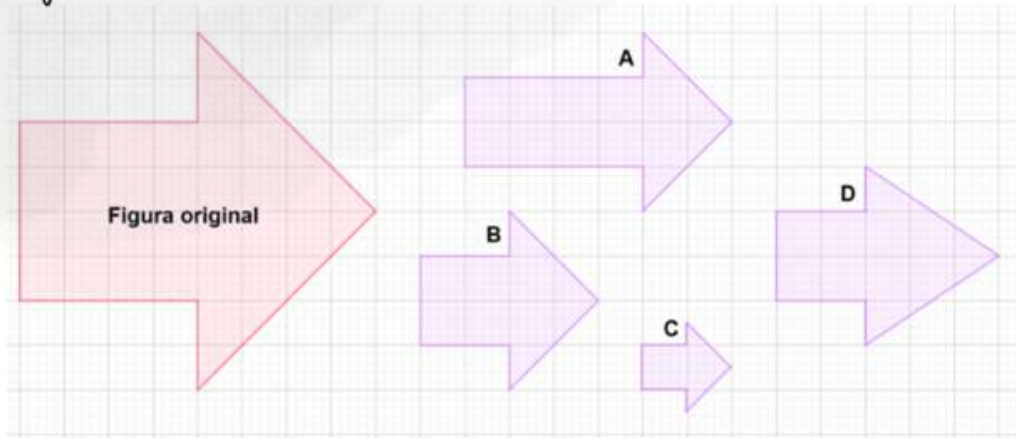
Mas será que basta as medidas correspondentes serem congruentes para que as figuras sejam semelhantes?



Foi pensando nessa questão que a ação apresentada neste capítulo foi elaborada. Ela também conduz os alunos a se questionarem sobre as demais condições existentes para que duas ou mais figuras sejam semelhantes, em especial, sobre condições relacionadas a forma e a angulação das figuras.

Iniciamos as discussões por meio da proposta apresentada a seguir:

*Exemplo: qual(is) das seguintes figuras é(são) semelhante(s) à figura original?*



**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

A intenção era discutir não apenas a proporcionalidade existente entre as figuras, mas também a possibilidade de utilizar a malha quadriculada como forma de compará-las.

#### **DICA:**

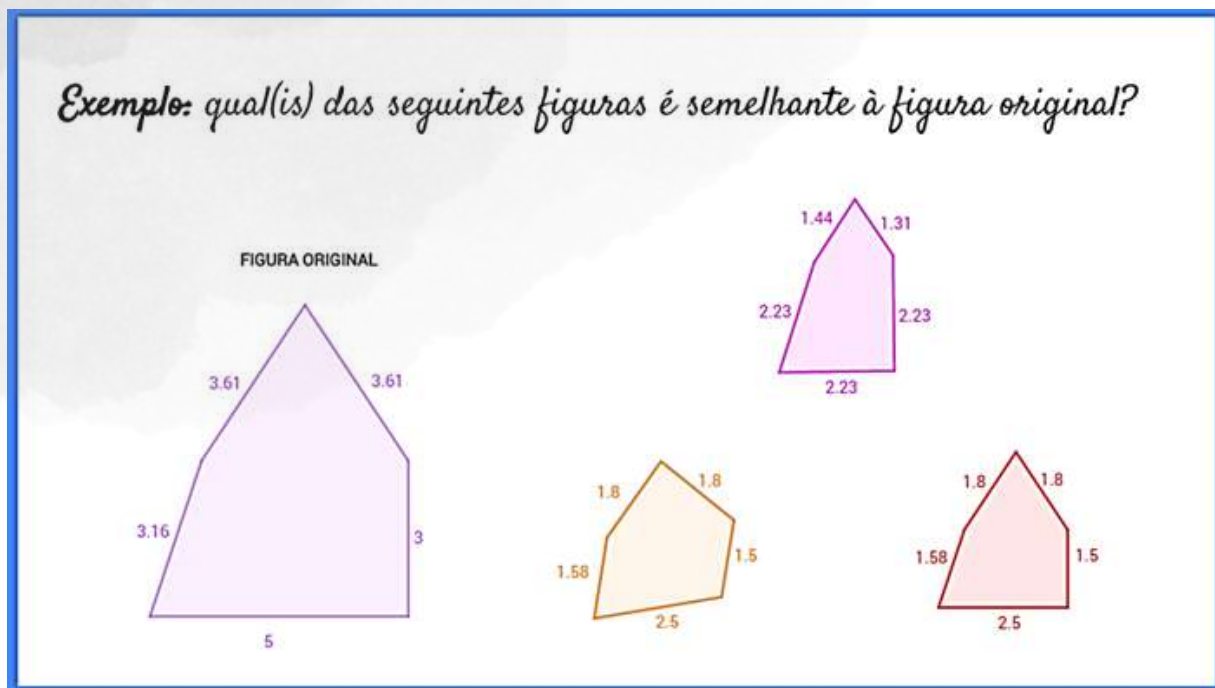
Inicialmente, apresente a tarefa sem uso da malha quadriculada. É provável que nesse momento os alunos sintam a necessidade das medidas, te dando oportunidade para trabalhar o ensino de que o quadrilátero é uma estratégia de verificar se há ou não semelhança entre as figuras.



Em um segundo movimento, as discussões ocorreram por meio da proposta apresentada a seguir:



*Exemplo: qual(is) das seguintes figuras é semelhante à figura original?*



**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

A tarefa é composta por quatro pentágonos irregulares. O maior é o original, e os demais devem ser analisados para verificar se são ou não semelhantes à figura original. Nessa proposta, esperávamos que os licenciandos concluíssem que não basta que os lados correspondentes das figuras sejam proporcionais, mas que também é necessário que a forma se mantenha, o que leva à discussão sobre os ângulos correspondentes.



**DICA:**

Primeiro apresente a tarefa sem as medidas. Assim como na tarefa anterior, aqui os alunos podem criar hipóteses que também levem à necessidade desse conceito.

A nossa ação formativa evidenciou que, inicialmente, os alunos consideram apenas as medidas para a verificação da existência da semelhança, mesmo percebendo que as formas eram diferentes.

- **Gabiroba:** Então, as duas de baixo elas têm as mesmas medidas, né? Elas só estão organizadas de uma forma diferente, um pouquinho, aparentemente. Mas elas têm as mesmas medidas. Estranho que se elas têm as mesmas medidas elas tinham que ter o mesmo formato, né?
- **Vinícius:** [...] a laranja tem a medida proporcional, mas aparentemente não parece. [...]
- **Kaleb:** [...] vou na ideia de que somente a vermelha é proporcional, logo só ela tem a mesma forma do que a figura original. Só a vermelha!
- **Rayara:** Pela questão da forma?
- **Gabiroba:** Mas a proporção tá associada à medida, né? Não à forma.

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

Porém, as interações, o compartilhamento de ideias, de conhecimentos e as mediações realizadas oportunizaram reflexão e reconstrução de suas aprendizagens, concluindo que se as formas modificam, então as figuras não são semelhantes, tal como evidenciamos no diálogo a seguir.

- **Kaleb:** [...] se você mudar a angulação interna ou externa da figura geométrica, muda a área dela, logo, a forma dela também muda. Seria uma relação tanto de comprimento dos lados, da medida dos lados, quanto como que esses lados se arranjam pra formar a área da figura.

- **Gabioba:** Não, eu entendi a sua posição. É porque na minha cabeça, assim, como não tem... como as medidas são as mesmas, aí consideraria a imagem não real, só as medidas, entendeu? Mas eu entendi o seu ponto de vista, eu concordo com ele também.

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

Tendo em vista as reflexões expostas ao longo das discussões geradas durante o desenvolvimento da tarefa, entendemos, que por meio dessa tarefa os alunos têm a oportunidade de se apropriarem de aprendizagens novas, uma vez que “[...] aprendizagem não é apenas a aquisição de um domínio do conhecimento; é principalmente um processo de mudança, de reorganização” (DAVIDOV; MARKOVA, 1987, p. 6)

Após os próprios alunos compreenderem as relações de medidas, de forma e de ângulos de figuras para determinar se havia ou não semelhança entre elas, apresentamos a definição de Figuras Semelhantes.

**Duas figuras “são semelhantes se possuem as medidas de comprimento dos respectivos lados proporcionais e os respectivos ângulos internos congruentes” (CHAVANTE, 2018, p. 104)**

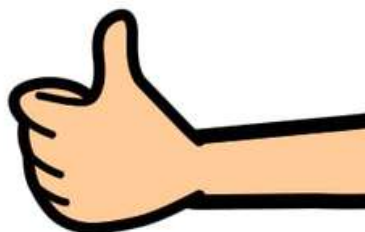
### **ATENÇÃO PROFESSOR:**

Cuidado com a definição que você apresentará aos alunos. Na literatura, encontramos tanto definições mais amplas quanto mais simplificadas. Use uma que facilite a aprendizagem e que não exclua algum elemento que você não gostaria de excluir.

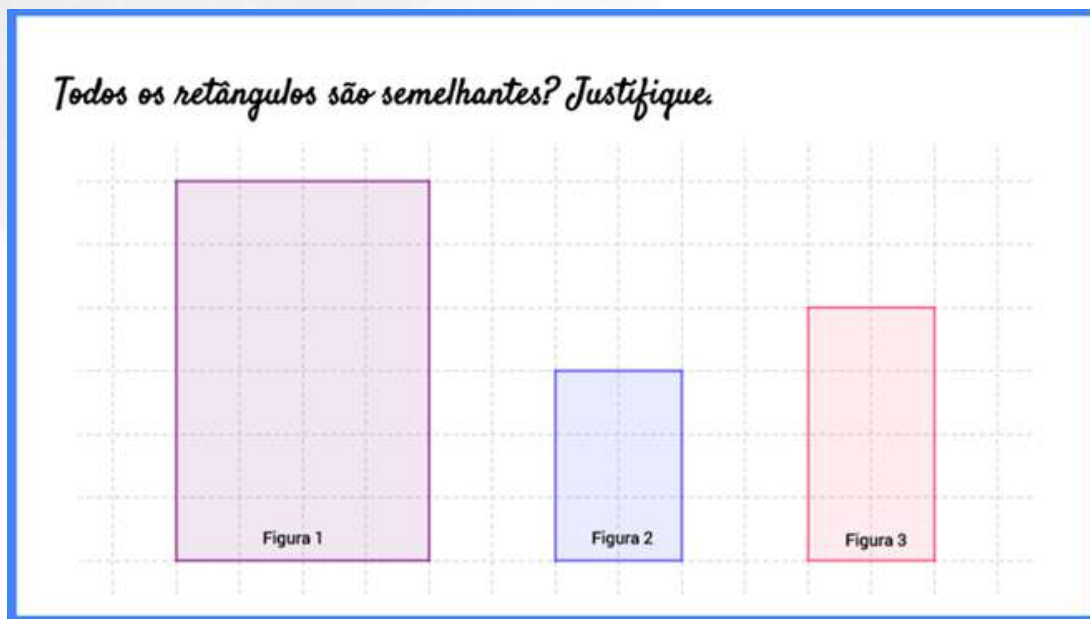


### **DICA:**

Após a discussão da definição, convém retornar às tarefas e realizar as discussões e reflexões a partir dos novos conhecimentos teóricos.



Para finalizar a ação proposta, realizamos uma breve discussão sobre a semelhança entre retângulos por meio da tarefa a seguir.



**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

A discussão realizada deu base para a última proposta apresentada nessa terceira ação.

### **- Refletindo sobre a semelhança de retângulos por meio da manipulação dos papéis A0, A1, A2, A3, A4, A5...:**

A partir das discussões sobre os retângulos, apresentamos uma proposta em que abordava a proporcionalidade nos papéis A0, A1, A2, A3, A4, A5..., tendo em vista que essas folhas são semelhantes entre si, e que elas são muito utilizadas nos processos de ampliação e redução de figuras para manter a proporção entre elas. A proposta é apresentada a seguir:

*Faça o que se pede:*

- divida a folha A4 ao meio e recorte;
  - divida uma das folhas A5 ao meio e recorte;
  - divida uma das folhas A6 ao meio e recorte;
- Repita esse processo até onde você conseguir!*

*Após, junte o vértice de todas as folhas e trace a diagonal!*

**O QUE ACONTECE?**

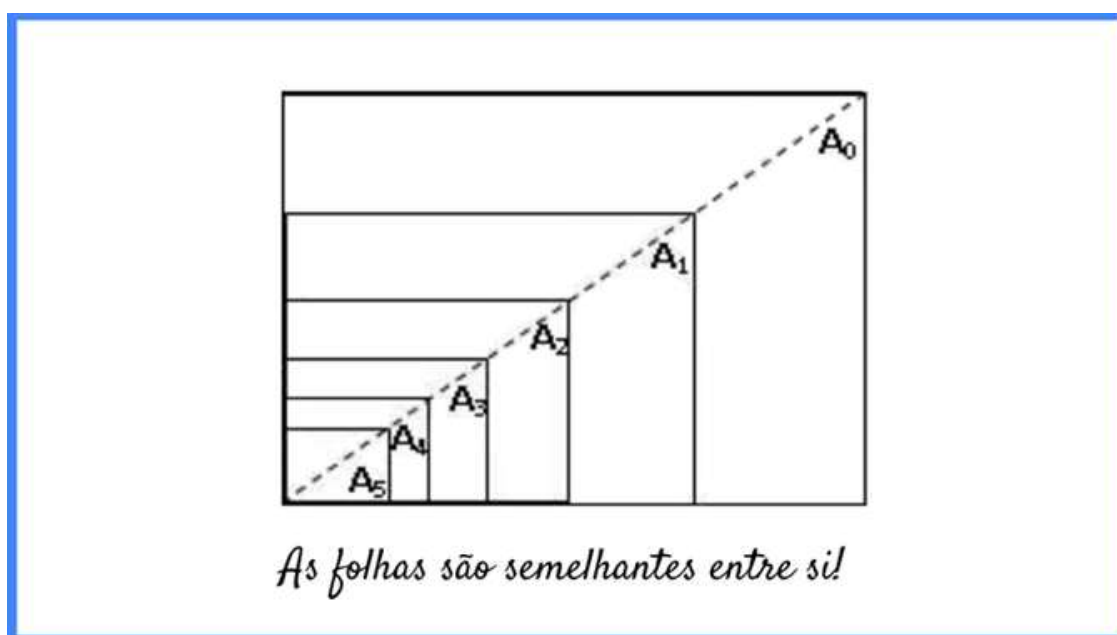
**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

Essa proposta consistia nos alunos perceberem que, quando colocamos todos os retângulos no mesmo vértice, as diagonais ficam sobre uma mesma linha, garantindo a proporcionalidade entre eles.

E por que isso acontece?



Quando traçamos uma diagonal no retângulo, vamos formar dois triângulos congruentes. Assim, caso a diagonal de um retângulo coincidir com a diagonal de outro, então, os triângulos correspondentes formados por essas diagonais terão os ângulos congruentes, o que já garante a proporcionalidade. Vemos essa situação na figura a seguir.



**Fonte:** Dados da pesquisa, 2021.

O artigo de ROSANO, Pedro. A incrível relação entre o papel A4 e o tamanho da Terra, 2017, aborda uma discussão interessante sobre a relação das folhas de papel A. Esse material está disponível em: <https://bibliotecaucs.wordpress.com/2017/06/15/a-incrivel-relacao-entre-o-papel-a4-e-o-tamanho-da-terra/>. Acesso: 01 maio 2021.

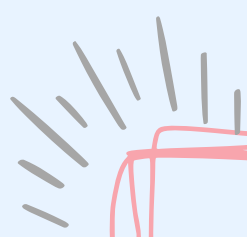
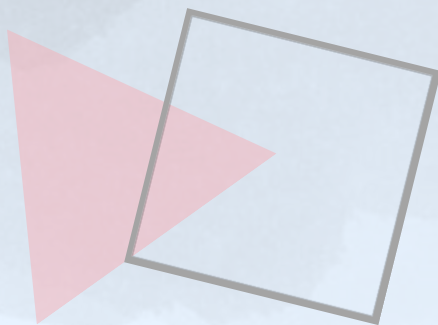
**DICA:**

No final da proposta, peça aos alunos para dividirem retângulos aleatoriamente e, em seguida, traçar a diagonal. Eles perceberão que as diagonais não irão coincidir com os do padrão A.



Você sabia dessa relação entre as folhas A e a proporcionalidade? E os seus alunos? Caso não conheçam, está aqui uma proposta que, além de educativa, pode ser bastante interessante.





TRILHA: A HERANÇA  
DE NILTON



Finalizamos as ações com a tarefa intitulada “Trilha: a herança e Nilton”. Essa proposta consiste em uma história que busca desencadear a aprendizagem da proporcionalidade na relação de triângulos semelhantes.

A tarefa foi realizada a partir de 3 ações:

1. Apresentando a história.
2. Pensando hipóteses e resolvendo o problema.
3. Síntese da tarefa proposta.

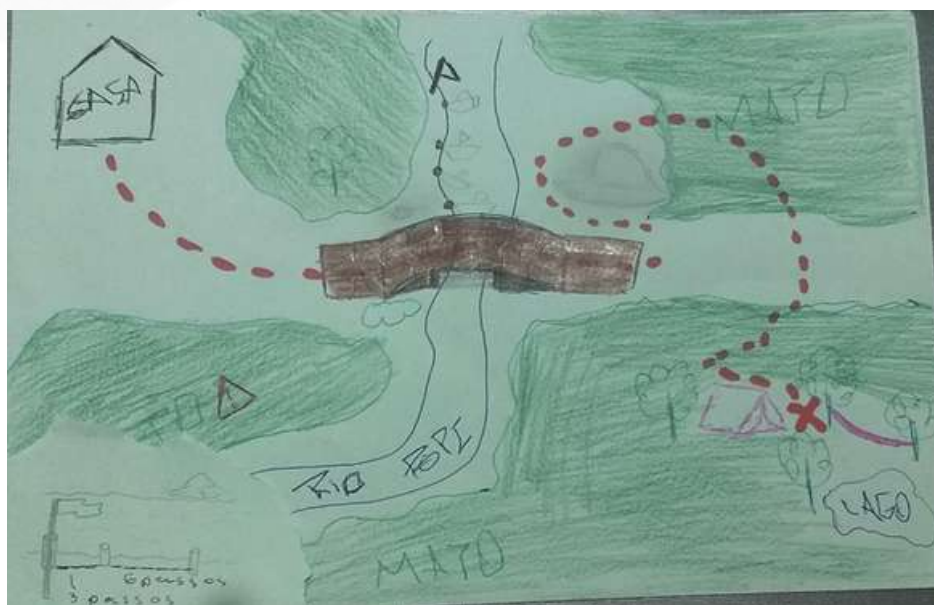


### **1º momento - Apresentando a história**

Iniciamos a ação por meio da apresentação da história virtual.

## História “Trilha: a herança e Nilton”

O bisavô de Carlinhos amava fazer trilhas desde criança e encontrou um lugar perfeito para passar as tardes de verão, o que lhe rendeu histórias incríveis. Quando Nilton, avô de Carlinhos, era criança, ouvia as maravilhosas histórias e, quando o pai faleceu, desejou fazer a mesma trilha e encontrar o tal lugar perfeito. Como todos da família sabiam disso, Nilton recebeu de herança o único mapa da trilha.



Infelizmente, Nilton precisou mudar de estado e nunca pôde percorrê-la, apesar de sempre desejar. Em seu aniversário de 60 anos, Carlinhos fez a melhor das surpresas: organizou uma viagem de três dias entre avô e neto para a cidade natal de Nilton para que os dois percorressem a famosa trilha perfeita, que levava menos de um dia.

A trilha era formada por duas partes separadas por um rio com ponte. Entretanto, após a primeira parte do percurso, encontraram um obstáculo para seguir a trilha: a ponte havia desabado. Carlinhos observou, também, que o avô não sabia nadar e que não haviam transportes aquáticos por perto. O desejo de Nilton era tão grande de concluir a trilha indicada pelo bisavô que ele e Carlinhos pensaram em estratégias que pudessem fazê-los atravessar o rio, mesmo que fosse em outro momento.

Pensaram então em medir a largura do rio para propôr a construção de uma ponte para o acesso ao local. Até porque, se o lugar era tão incrível como o bisavô de Carlinhos dizia, nada melhor do que uma ponte para dar acesso a todos que quisessem percorrer a mesma trilha.

Desse modo, como Carlinhos e o avô podem determinar a largura do rio, sabendo que não é possível atravessá-lo?

Fonte: acervo da pesquisa, 2021.

O problema da história consistia, portanto, nos alunos responderem como poderíamos determinar a largura do rio.

## **2º momento - Pensando hipóteses e resolvendo o problema**

Para solucionar o problema proposto, os alunos inicialmente sugeriram diversas possibilidades práticas, tal como usarmos elementos da natureza, objetos ou instrumentos de medidas - como corda, goniômetro, transferidor, fita métrica, drone e trena à laser. Porém, compreendemos que



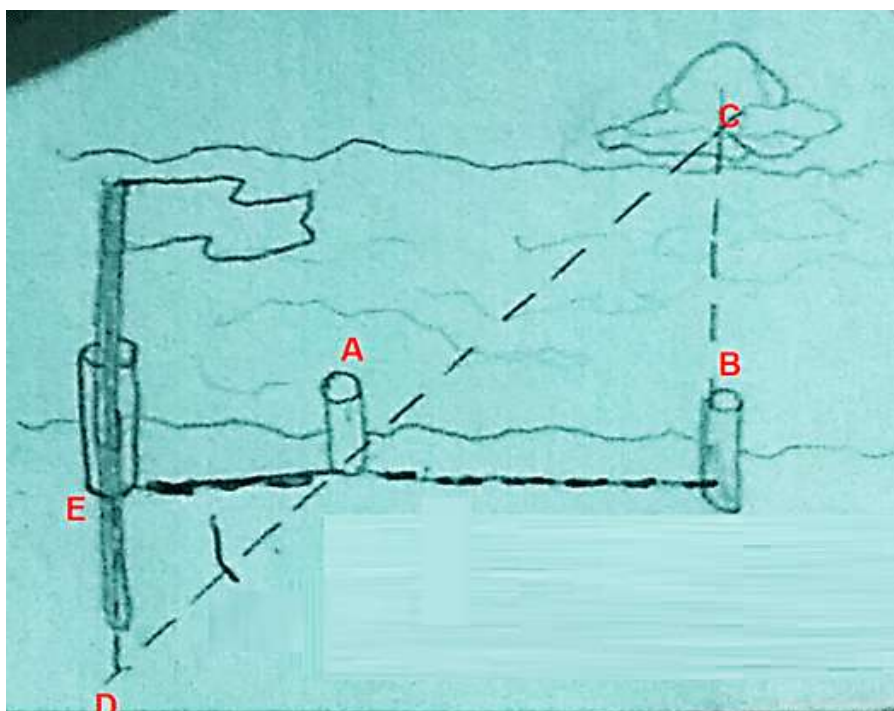
O aluno precisa vivenciar uma experiência social parecida como a construída histórica e culturalmente pela humanidade [...]. Precisa compreender que o conceito inserido em um determinado objeto é fruto de uma elaboração humana, para atender a uma determinada necessidade e que a maneira que se apresenta na atualidade é a forma mais elaborada que se construiu (TOREZANI, 2020, p. 88).



### DICA:

caso os seus alunos também sugeriram medir o rio com objetos, realize questionamentos como “mas será que eles levariam esse objeto para a trilha?”, de modo que os estudantes possam refletir sobre a experiência vivenciada na história.

Após concluírem que, provavelmente, Nilton e o neto não teriam objetos disponíveis para realizar a medição, os licenciandos pensaram em estratégias associadas à trigonometria. No entanto, logo compreenderam que, para que fosse possível determinar a largura do rio por meio da trigonometria, também seria necessário ter algum instrumento de medida. Propuseram, então, a realização de dois triângulos retângulos, conforme a figura a seguir, de modo que a distância  $AB$  fosse o dobro da distância  $AE$ .



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Nesse momento, solicitamos que nomeassem os vértices, para que pudéssemos realizar as discussões com base nesses dados.

De acordo com os alunos, D era a sombra da bandeira em um determinado momento do dia, e o ângulo  $\hat{A}B\hat{C}$  deveria ser reto “porque  $90^\circ$  garante menor distância entre B e C” (enunciado do aluno Kaleb), e, conseqüentemente, a largura do rio.

Assim, tendo em vista que ambos os triângulos são retângulos e que eles possuem ângulos opostos pelo vértice – sendo, portanto,  $\hat{B}A\hat{C}$  congruente a  $\hat{E}A\hat{D}$  – os estudantes determinaram que  $\hat{C}$  e  $\hat{D}$  também são congruentes. Assim, considerando a congruência dos três ângulos e as propriedades dos triângulos, concluíram que ABC e ADE são triângulos semelhantes.

Portanto, como os alunos representaram os triângulos de maneira que a distância AB fosse o dobro da distância AE, finalizaram a solução do problema afirmando que: para determinar BC, basta calcular a distância de ED e, em seguida, multiplicá-la por 2.

.....

A proposta apresentada pelos licenciandos se assemelha à história de como Tales de Mileto realizou a altura da pirâmide de Queóps. Ele determinou a altura a partir de uma vara e duas sombras - da pirâmide e da vara. Para saber mais sobre essa história, indicamos o trabalho de Miguel, Brito, Carvalho e Mendes (2009).

.....

### **3º momento - Síntese da tarefa proposta**

Compreendemos que a proposta apresentada nesta última ação se tornou desafiadora, pois os alunos tiveram que organizar os seus conhecimentos já apropriados para, a partir dessa organização, elaborar estratégias de solução para o problema proposto.

Com base nos resultados desta tarefa, destacamos que é importante estar preparado(a) para possíveis respostas que envolvam, por exemplo, o uso de objetos que, provavelmente, não fariam parte da história em um contexto real. Quando forem levantadas hipóteses que não condizem com a proposta, é necessário que o professor realize questionamentos aos alunos, para que esses sujeitos se imaginem dentro da história e identifiquem a necessidade que gerou o problema.

Essas indagações devem ocorrer de modo que conduza os estudantes a buscarem novas possibilidades de solução, para que assim a solução encontrada faça sentido e acrescente novas qualidades em sua aprendizagem.







# CAPÍTULO 7



REFLETINDO SOBRE O  
MOVIMENTO FORMATIVO

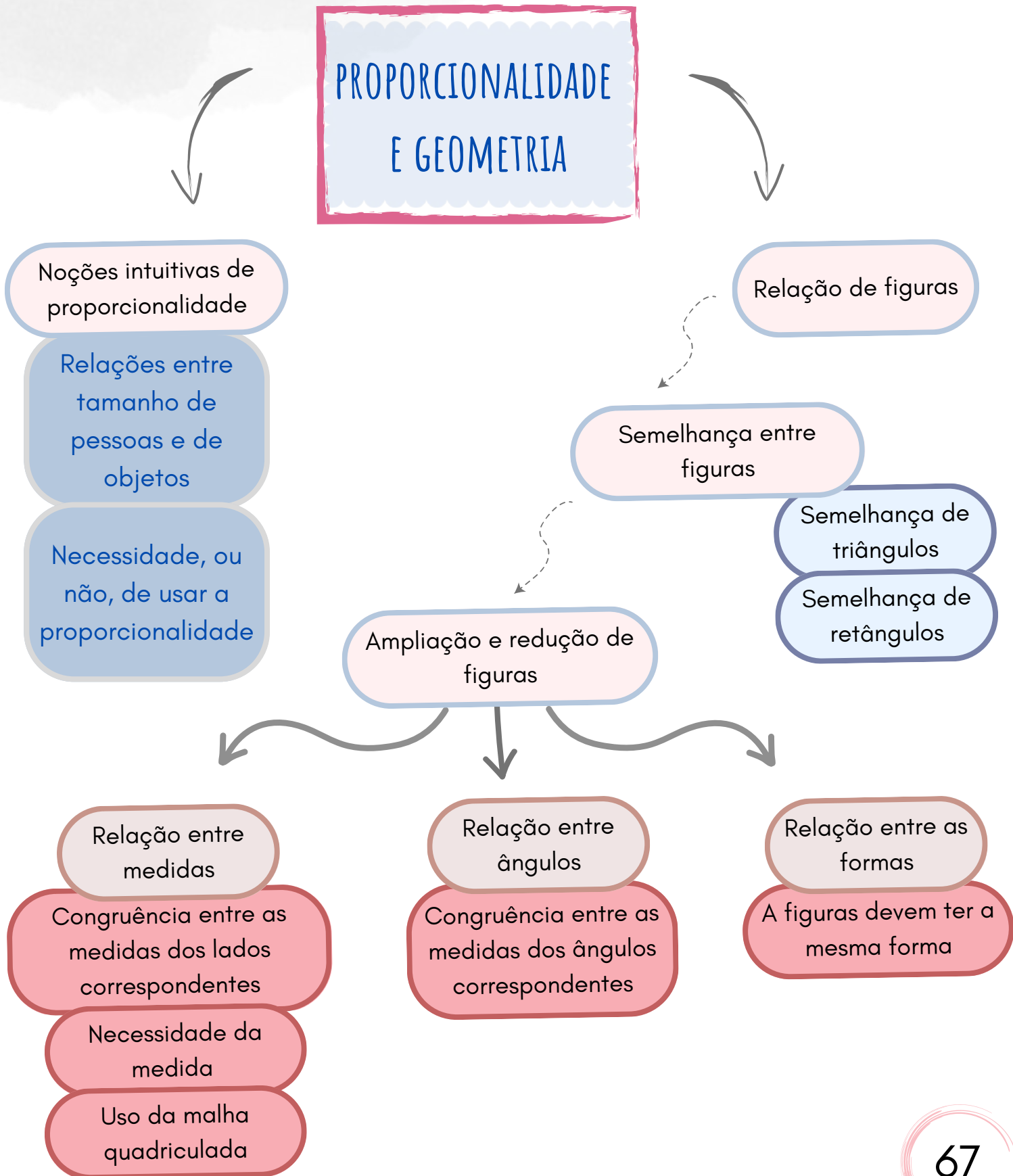


Chegar a este capítulo nos faz voltar e refletir sobre os motivos que nos impulsionaram a produzir este livro como sistematização do produto educacional trabalhado durante a pesquisa. Inicialmente, a sua elaboração partiu de um dos requisitos para a conclusão de um mestrado profissional. Porém, as ações ocorridas durante o movimento formativo evidenciaram contribuir para a formação de professores.

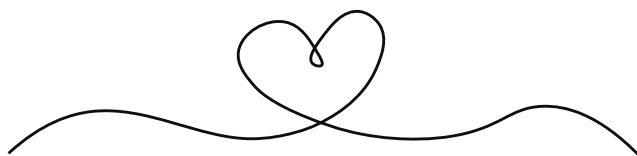
Tal contribuição ocorreu tanto na aprendizagem do conceito de proporcionalidade quanto em questões relativas à atividade de ensino – principalmente no que diz respeito à organização do ensino. Esses fatores nos conduziram a um novo motivo para a produção deste material: a necessidade em compartilhar algumas aprendizagens alcançadas e colaborar com o processo de ensino de outros professores.

Essas tarefas foram elaboradas no contexto do Clube de Matemática como sugestões de tarefas de ensino a serem desenvolvidas tanto em espaços de formação quanto na educação básica. Elas podem contribuir para que os sujeitos compreendam a proporcionalidade como uma produção humana que emergiu a partir de buscas por soluções de necessidades surgidas ao longo da história humana.

As ideias principais da proporcionalidade utilizadas nas tarefas é sintetizada a seguir:



Entendemos que o diálogo sobre o ensino de matemática, e, em especial, sobre o conceito de proporcionalidade, é amplo, e que, por esse motivo, ele está longe de acabar. Desse modo, incentivamos você, caro leitor, a continuar nesse movimento de estudos, pesquisas e compartilhamento de descobertas. E esperamos que, no decorrer desse seu processo, este material sirva de recurso potencializador das suas ações.





## REFERÊNCIAS

BOROWSKY, Halana Garcez. **Os movimentos de formação docente no projeto orientador de atividade**. 2017. 232 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais: **matemática (3° e 4° ciclos do Ensino Fundamental)**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências matemática: ensino fundamental, anos finais, 9º ano**. 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2018.

DAVIDOV, Vasily Vasilovich; MARKOVA, Aelita Kapitonovna. **La concepcion de la actividad de estudio de los escolares**. In: DAVIDOV, Vasily Vasilovich; SHUARE, Marta. La Psicología evolutiva y pedagógica em la URSS: antologia. Moscou: Progreso, 1987, p. 316-337.

LEONTIEV, Aléxis Nikolaevich. Sobre o desenvolvimento histórico da consciência. In: LEONTIEV, Aléxis Nikolaevich. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978, p. 89-142

LEONTIEV, Aléxis Nikolaevich. **O desenvolvimento do psiquismo**. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.



## REFERÊNCIAS

MIGUEL, Antonio; BRITO, Arlete de Jesus Brito; CARVALHO, Dione Lucchesi de Carvalho; MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática:** em atividades didáticas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de et al. A Atividade Orientadora de Ensino como unidade ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. de (Org.). **A atividade pedagógica na Teoria Histórico-Cultural.** Brasília: Liber Livro, 2010, p. 81-109.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A educação escolar uma atividade? In: SOUZA, Neuza Maria Marques (org.). **Formação continuada e as dimensões do currículo.** Campo Grande: Ed. UFMS, 2013, p. 85-107.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de et al. (org.). **Atividades para o ensino de matemática nos anos iniciais da educação básica:** geometria, volume 4. [S.l.]: UFG; FFCLRP; USP; UFSM, 2018.

SILVA, Mayline Regina. **Conhecimento matemático e suas significações:** professores de matemática em formação inicial no clube de matemática. 2019. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2019.



## REFERÊNCIAS

SILVA, Rayara Barroca. **Conceito de proporcionalidade em geometria:** um debate na formação inicial de professores com base na Teoria Histórico-Cultural. 2022. 219 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2022.

TOREZANI, Fabiany Cezário Dias. **Grandezas e medidas na educação infantil:** uma experiência em formação continuada. 2020. 267 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2020.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 3. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2010.



ISBN: 978-85-8263-647-3



**EDUCIMAT**  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO



**GRUPEM**  
Grupo de Pesquisa em Práticas  
Pedagógicas de Matemática  
Instituto Federal do Espírito Santo



**Edifes**  
**ACADÊMICO**

**FAPES**

Fundação de Amparo à Pesquisa e  
Inovação do Espírito Santo