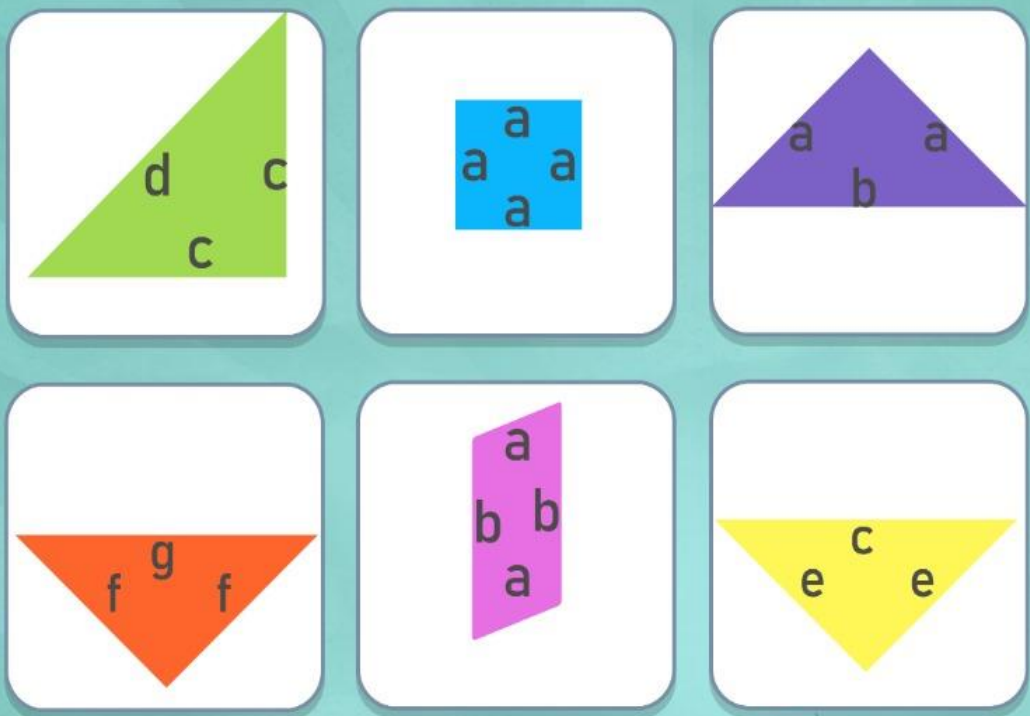
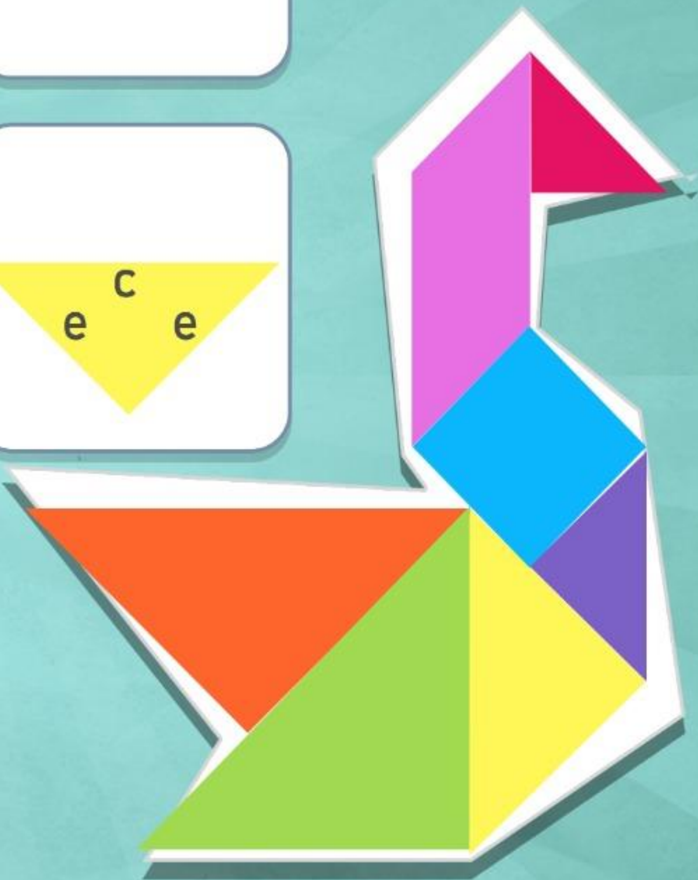
BETÂNIA DE ALMEIDA PRESTES
NATANAEL FREITAS CABRAL





UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

PRODUTO EDUCACIONAL

BELÉM
2023

Betânia de Almeida Prestes
Natanael Freitas Cabral

Uma sequência didática para o ensino de Expressões Algébricas

Produto Educacional

Produto educacional vinculado à dissertação "**Potencialidades de uma Sequência Didática com uso de Tangram para o ensino de Expressões Algébricas**" do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará.

Belém/PA
2023

Clay Anderson Nunes Chagas
Reitor Universidade do Estado do Pará

Ilma Pastana Ferreira
Vice-Reitora Universidade do Estado do Pará

Renato da Costa Teixeira
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

Anderson Madson Oliveira Maia
Diretor do Centro de Ciências Sociais e Educação

Fábio José da Costa Alves
Coordenador do PPGEM

Natanael Freitas Cabral
Vice coordenador do PPGEM

Diagramação e Capa: Os autores

Revisão: Os autores

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Prestes, Betânia de Almeida

Potencialidades de uma sequência didática com uso de tangram para o ensino de expressões algébricas /Betânia de Almeida Prestes; orientação de Natanael Freitas Cabral. - Belém, 2023

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Belém, 2023. **ISBN: 978-65-84998-24-7**

1. Álgebra-Estudo e ensino. 2.Tangram. 3.Sequência didática.4. Prática de ensino. I. Cabral, Natanael Freitas (orient). II. Título.

CDD 23ed. 512

Regina Coeli A. Ribeiro - CRB-2/739

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO/DIVISÃO DE PROJETOS
UNIDADE DE ENSINO: EMEF Prof.ª. MARIA NADIR FILGUEIRA VALENTE
DIRETORA MÁRCIA DE PAULA DA SILVA GONÇALVES MEDEIROS
VICE-DIRETORA: MARIA DA CONCEIÇÃO DO CARMO SANCHES
SERETÁRIA: ELIZETE MAIA DA SILVA
SUPORTES PEDAGÓGICOS: DORIVAM COSTA OLIVEIRA
RITA DOLORES DOS SANTOS CANTÃO

DECLARAÇÃO

Eu, MARCIA DE PAULA DA SILVA GONÇALVES DE MEDEIROS, diretora da E.M.E.F. Profª Maria Nadir Filgueira Valente, localizada na travessa Dom Pedro I, 800 bairro Matinha, Cametá-Pa, cujo o CEP 68400000 , declaro que a mestranda **BETÂNIA DE ALMEIDA PRESTES**, vinculada ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática do curso de Mestrado Profissional em Ensino de matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), experimentou e validou o Produto Educacional denominado **"UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS"**, nesta instituição de ensino nas turmas que a mesma leciona, sob a supervisão da coordenadora pedagógica DORIVAM COSTA DE OLIVEIRA, nas turmas do 8º ano A e B, no turno da manhã, nos dias 21, 27, 28 de maio, 11, 18 e 28 de junho de 2022, para fins de comprovação junto ao referido Programa de Pós- Graduação e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal em Nível Superior (CAPES). As atividades desenvolvidas na aplicação do referido produto educacional contribuíram de maneira positiva para a melhoria do ensino e aprendizagem da escola.

Cametá (PA), 27 de março de 2023.

Marcia de Paula da Silva G. Medeiros
Administração Escolar
CONSEP Nº 369/05

MARCIA DE PAULA DA SILVA GONÇALVES DE MEDEIROS
Diretora

Dorivam Costa Oliveira
Coordenadora Pedagógica

DORIVAM COSTA DE OLIVEIRA
Coordenadora pedagógica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

(X) Sim, onde: Escola Profª Maria Nádia Filgueira Valente - EF. (Cametá-Pa)

( ) Não, justifique: ____________________

( ) Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(X) Sim, onde: Médio, EJA

( ) Não, justifique: ____________________

( ) Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

(X) Sim, onde: idem. EEMEF

( ) Não, justifique: ____________________

( ) Não se aplica

d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

(X) na escola, como atividade regular de sala de aula

( ) na escola, como um curso extra

( ) outro: ____________________

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

(X) Alunos do Ensino Fundamental

( ) Alunos do Ensino Médio

(X) Professores do Ensino Fundamental

( ) Professores do Ensino Médio

( ) outros membros da comunidade escolar, tais como ____________________

( ) outros membros da comunidade, tais como ____________________

O produto educacional foi considerado:

(X) APROVADO ( ) APROVADO COM MODIFICAÇÕES ( ) REPROVADO

MEMBROS DA BANCA Assinaturas

Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral (Presidente)
Doutor em Ciências Humanas
IES de obtenção do título: PUC/RJ

Prof. Dr. Miguel Chaquiam (Examinador 01)
Doutor em Educação
IES de obtenção do título: UFRN

Prof. Dr. Alailson Silva de Lira (Examinador 02)
Doutor em Educação, Ciências e Matemáticas
IES de obtenção do título: IFPA

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A sequência didática para o ensino de Expressões Algébricas foi construída no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, como produto de uma pesquisa dissertação de mestrado.

Este produto educacional é destinado para professores e estudantes da educação básica para ensino e aprendizagem de Expressões Algébricas. Trata-se de um produto didático validado experimentalmente que apresentou potencialidades quantitativas e qualitativas para o objetivo a que se destina: ensinar Expressões Algébricas de forma lúdica e interativa, por meio da promoção de aprendizagem colaborativa e com participação ativa do educando.

Ao longo da pesquisa de mestrado que resultou neste produto foram identificadas as dificuldades de ensino e aprendizagem no estudo de Expressões Algébricas, bem como um estudo minucioso em pesquisas na área e um aprofundamento epistemológico sobre o objeto matemático de estudo. Neste produto estabelece-se uma relação entre três elementos: professor, aluno e saber matemático, e, desenvolvem-se as potencialidades didáticas elencadas a seguir:

Pedagógica **Professor / Aluno**	**Epistemológica** **Professor/ Saber**	**Aprendizagem** **Aluno / Saber**
- Interação dialógica; -Possibilidade de negociar ideias; - Mediação da construção de conhecimentos; -Autonomia para redescobertas e auto-correção; -Acompanhamento das empirias realizadas; -Apresentação das conexões entre o conhecimento abstrato e a realidade; -Aprendizagem colaborativa; -Feedback sobre a aprendizagem; -Criação de ambiente agradável, criativo e lúdico; -Confiança e liberdade de fala.	- Fundamentação teórica e metodológica; -Aprofundamento epistêmico e histórico sobre o objeto matemático; - Consciência dos possíveis obstáculos didáticos; - Controle relativo do processo didático; - Experiência direta com diferentes concepções sobre o ensino de Álgebra; -Desenvolvimento de habilidades de pesquisadora professora; -Visão ampla sobre as aplicações e recursos didáticos possíveis de serem adotados no ensino de Expressões Algébricas.	-Alcance dos níveis epistemológicos de aprendizagem: perceptivo/intuitivo, empírico e teórico sobre Expressões Algébricas; -Desenvolvimento do pensamento algébrico; -Desenvolvimento da linguagem algébrica simbólica; -Exercício da oralidade sobre Expressões Algébricas, linguagem retórica; -Aprimoramento conceitual gradual do saber; - Potencialidade da relação afetiva com a Matemática; -Autoestima intelectual.

Nosso constructo trata-se de uma sequência didática composta de seis atividades articuladas entre si e que cumpre orientações curriculares atuais para o ensino de matemática e que desenvolve, dentre outras, as habilidades sobre: o pensamento algébrico; conversão da linguagem natural para a algébrica simbólica; leitura e interpretação de situações problemas que envolvem expressões algébricas; Resolver, construir, modelar, reelaborar formulações algébricas; Relacionar Expressões Algébricas com outros objetos matemáticos; Desenvolvimento da Linguagem algébrica retórica e simbólica; Desenvolvimento de conhecimento abstrato matemático por meio de observação e generalização de comportamentos em objetos concretos.

Neste material contém toda o aporte teórico e metodológico que fundamentou a construção da Sequência Didática, a apresentação e instruções de uso do material e um aprofundamento epistêmico para o professor de matemática.

Desejamos um excelente jogo didático aos leitores.

Betânia de Almeida Prestes
Natanael Freitas Cabral

1 APORTES TEÓRICOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção apresentamos a fundamentação teórica e metodológica deste produto educacional, isto é, sob quais teorias e procedimentos metodológicos da educação matemática foi embasada a estrutura da Sequência Didática para o ensino de Expressões Algébricas. Os aportes estão correlacionados aos elementos estruturantes da pesquisa em que foi realizado esse constructo disponível na íntegra na dissertação de Mestrado intitulada: *Potencialidades de uma Sequência Didática com uso de Tangram para o ensino de Expressões Algébricas*, estando no Quadro 1 apenas os aportes de construção e aplicação.

Quadro 1 - Aportes teóricos e metodológicos.

Aporte / Teórico	Elementos	Justificativa
Teoria das Situações Didática - **Guy Brousseau**.	Sujeitos (Com quem?) Contextos (Onde e quando?)	Buscou-se entender como ocorrem as interações entre professor, aluno e saber, como se dão as dificuldades de ensino e aprendizagem do objeto matemático: Expressões Algébricas. Tais constatações permitiram definir os objetivos de aprendizagem a serem desenvolvidos.
Sequência Didática Estruturada como Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual **Cabral (2017)**	Objeto matemático (O que?) Instrumentos (De que forma?) Experimentação (Como fazer?)	Um estudo minucioso e profundo do objeto matemático justificou o encadeamento e as formalizações matemáticas nas atividades da sequência didática, de modo a minimizar possíveis erros conceituais, capacitando o professor para realizar intervenções no momento da experimentação de modo a garantir os objetivos de aprendizagem. Nesta fase adotou-se o material manipulável concreto Tangram.

Fonte: Adaptado de Prestes (2023, p. 20)

Além dos aportes teóricos e metodológicos apresentados no quadro 1, esta pesquisa se embasou em orientações curriculares para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental. Nessa perspectiva curricular a álgebra deve ser desenvolvida de forma articulada com a Aritmética e a Geometria, além de promover o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

> Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. (BRASIL, 1998, p.116)

Nessa citação extraída da Base Nacional Comum Curricular em vigor, temos que o estudo dessa unidade temática Álgebra tem papel importante no desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que este é essencial para o uso em modelos matemáticos na compreensão e representação com letras e símbolos.

A ideia de enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem de generalizações e a interdependência de grandezas está vinculada no processo de ensino e aprendizagem em todo o nível fundamental. É evidente que no ensino fundamental dos anos iniciais não se apresentará o uso de letras, no entanto faz-se necessário iniciar o desenvolvimento do pensamento algébrico desde o início da escolarização.

De acordo com os estudiosos Lins e Gimenez (2001), o ensino de Expressões Algébricas é caracterizado como atividade e educação algébrica em quatro concepções. Aqui descrevemos apenas três, quais sejam: letrista, letrista facilitadora e modelagem matemática.

Na concepção Letrista, a Álgebra é caracterizada pelo uso de determinadas notações e aos alunos apresentados como uma sequência de algoritmo ou técnica prática. Na concepção letrista facilitadora, o uso de material concreto ou manipulativo deve ajudar a formalizar a estrutura algébrica, como por exemplo, no estudo dos polinômios.

E por último, quanto a concepção da álgebra segundo Lins e Gimenez (2001), temos a modelagem matemática, que se refere a construção de um modelo, o qual ocorre durante a produção do conhecimento algébrico ou na organização dos dados de uma situação real.

Incorporando a esta pesquisa todas essas possibilidades de abordagem da Álgebra, temos a convicção de que o processo de produção de significados sólidos para Álgebra é necessário para que o aluno adquira um conhecimento aprofundado e possa desenvolver um conceito algébrico apropriado para cada situação. Abaixo, segue o quadro resumo das concepções analisadas segundo os interlocutores algébricos e os objetos matemáticos que pretendemos estudar.

Quadro 2 - Síntese da relação das concepções e o objeto matemático.

Interlocutores algébricos/Ano	**Concepções da Álgebra**	**Objeto matemático**
Fiorentini, Miorim e Miguel (1993)	✓ Concepção linguístico-pragmática ✓ Fundamentalista-estrutural ✓ Fundamentalista-analógica	✓ inguagem algébrica;

Usiskin (1995)	✓ Aritmética generalizada ✓ Resoluções de problemas ✓ Relações entre duas grandezas ✓ Estrutura	✓ xpressão algébrica; ✓ ermos de uma expressão algébrica; ✓ lassificação de uma expressão algébrica; ✓ perações básicas com expressões algébricas
Lins e Gimenez (2001)	✓ Letrista ✓ Letrista facilitadora ✓ Modelagem	

Fonte: Prestes (2023, p. 48)

O estudo das Expressões Algébricas vem trabalhar de forma articulada na progressão das habilidades do 8º ano do ensino fundamental com a aprendizagem proposta em anos anteriores, ou seja, desde os anos iniciais do fundamental, mas é, especialmente, a partir do 7º ano que há uma introdução do conceito e suas indicações de estudo para o ano posterior em que há a perspectiva de o saber elaborar e resolver problemas por meio de equações ou inequações.

A finalidade de desenvolver o pensamento algébrico está descrito na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), onde há o entendimento de que a escola visa garantir gradativamente um ensino mais próximo da realidade vivida pela comunidade escolar, como também um ensino que desenvolva o letramento matemático e favoreça as habilidades do aluno em permitir, não somente raciocinar e argumentar, mas estabelecer conjecturas na formulação de situações-problema envolvida e manifestada em seu dia a dia.

Para que o aluno seja capaz de assimilar com mais clareza os significados abordados no ensino fundamental, o pensamento abstrato deve ocorrer de maneira gradativa e significativa, o que leva a melhoria do ensino e aprendizagem da Álgebra no ensino fundamental, como nos sugere os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> [...] para que a aprendizagem possa ser significativa é preciso que os conteúdos sejam analisados e abordados de modo a formarem uma rede de significados. Se a premissa de que compreender é apreender o significado, e de que para apreender o significado de algum objeto ou acontecimento é preciso vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos, é possível dizer que a ideia de conhecer assemelha-se a ideia de tecer uma teia (BRASIL, 1998, p. 75)

É importante que o professor, a partir de suas experiências de aprendizagem com significado, dê a esse aluno oportunidade de vivenciar situações em que ele possa perceber esses diferentes papéis, sem, no entanto, exigir dele o domínio da nomenclatura citada.

Acreditamos que o professor de matemática do ensino fundamental deva conhecer e praticar essas concepções para organizar suas aulas e promover a construção dos significados algébricos aos seus alunos. Haja vista, que o ensino dessa unidade temática não surgiu por acaso, mas da necessidade de resolver, construir, modelar, reelaborar e se relacionar com outras áreas de conhecimento e isso deve ficar claro aos nossos discentes.

Neste material indicamos que as diferentes abordagens para o ensino de Expressões Algébricas não anulam umas as outras, pelo contrário, podem contribuir de forma colaborativa em diferentes situações e contextos de ensino conforme o público, modalidade, ensino e critérios que o professor julgar adequado. Assim, neste produto educacional agregamos em diferentes momentos e com diferentes objetivos cada uma dessas concepções como apresentado nas seções que seguem.

1. 1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) é uma proposta metodológica implementada na França no século XX, que surgiu a partir dos estudos desenvolvidos no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM) pelo professor e pesquisador da Didática da Matemática, Guy Brousseau, desde 1986, cuja teoria foi muito bem aceita pelos pesquisadores didatas. Segundo Silva, Ferreira e Tozetti (2015) o objetivo do IREM ao desenvolver uma complementação na formação de professores de Matemática foi produzir materiais de apoio para serem utilizados em sala de aula, tais como textos, jogos, problemas, exercícios e experimentos de ensino.

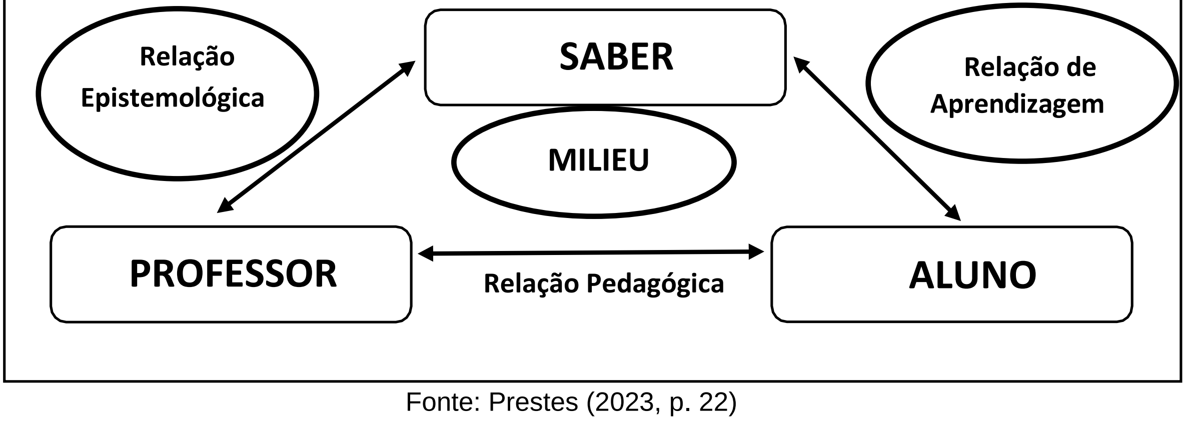
A TSD é uma teoria de aprendizagem construtivista, pois é baseada nos estudos de Jean Piaget (1896-1980) e Lev Vygotsky (1896-1934) devido a observação da forma como os alunos adquirem conhecimento, ou seja, a relação de ensino e aprendizagem. Essas fortes influências cognitivista de Piaget, são baseadas em dois processos: a *aculturação e a adaptação independente*, em que a primeira está relacionada ao conjunto de mudanças resultantes de diferentes culturas ou saberes quando colocados em contato contínuo; e a segunda, seria o processo ao qual o aluno vai se adaptar ao meio, isto é, no desenvolvimento de uma atividade proposta, conforme Silva, Ferreira e Tozetti (2015, p. 19952-19953)

Neste sentido, acredita-se que Brousseau criou essa teoria devido a necessidade de valorizar o pensamento cognitivo do aluno, de forma que sua aprendizagem aconteça por tentativas pertinentes para a construção de conceitos. Essas questões relacionadas a um mesmo conceito matemático podem apresentar diferentes dificuldades e, devido a isso, gerar diferentes estratégias e maneiras de conhecer um mesmo conceito.

Além disso, Brousseau (2008) afirma ter sido influenciado pelo meio sociocultural na interação social de Vygotsky (1998) por considerar que os meios contribuem para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem do aluno. Para o teórico, o objetivo da TSD é de propiciar a reflexão sobre as relações entre os conteúdos do ensino e os métodos educacionais, visto que o ensino é concebido a partir de relações entre o sistema educacional e o aluno, vinculado à promoção de um determinado conhecimento. Essa promoção de um determinado conhecimento ocorre pela percepção que o aprendiz adquire numa situação proposta pelo educador de forma a equilibrar o saber matemático ao saber ensinado para que o aluno seja motivado a querer aprender.

Por esse motivo, a TSD considera o meio (*milieu*) como papel fundamental no processo de ensino e deve ser usado de maneira organizada e planejada pelo professor para que a interação entre aluno e o objeto de ensino aconteça. Veja abaixo, na figura 01, a relação entre os três elementos do processo de ensino e aprendizagem de acordo com a TDS.

Figura 1 - Relação entre os elementos do processo de ensino.



Fonte: Prestes (2023, p. 22)

Esse meio foi denominado por Brousseau (1986) como *milieu,* ou seja, como uma situação de ensino planejada pelo professor para sala de aula para que o aluno seja motivado a aprimorar gradualmente sua percepção a respeito de um determinado objeto de aprendizagem no decorrer do processo do episódio didático. O *milieu* pode ser promovido inicialmente por um jogo, um problema, uma atividade com um material manipulável ou um exercício, de forma que o professor possa prolongar o máximo possível o momento da conceituação do objeto e proponha ao aprendiz se apropriar da produção de significados para, em seguida, validá-la.

Segundo Brousseau (1986) apud D'Amore (2007) essas situações no contexto de sala de aula são desenvolvidas como situações didáticas, não-didáticas e a-didáticas. Na primeira, a situação é organizada e planejada pelo professor com a intenção de ensino para que favoreça a execução de uma determinada tarefa. Na segunda situação, o professor não constrói um ambiente didático específico para o saber, porém este saber tem uma grande possibilidade de ocorrer devido ao conhecimento e experiências que o aprendiz traz consigo e tenta relacionar às informações recebidas.

Na situação a-didática, esta não é prevista dentro de uma sequência contextualizada de ensino, em que o professor organiza os passos de cada etapa da atividade, mas ao contrário, o aluno toma para si a responsabilidade de ser capaz de construir seus meios para se chegar ao seu próprio saber, para que em seguida esse conhecimento concebido possa ser refinado e validado pelo professor.

Por outro lado, temos em D'Amore (2007) que enfatiza a TSD como uma teoria de aprendizagem construtivista por provocar no aluno a vontade de tecer estratégias para solucionar o problema. Sendo assim, o autor faz análise dessas situações propostas por Brousseau pelo ponto de vista do aluno em quatro fases: ação, formulação, validação e institucionalização.

- *Fase de ação*: O aluno é instigado a buscar estratégias para resolver uma determinada situação;
- *Fase da formulação*: O aluno deve expor seu entendimento ao professor e/ou a turma de forma a explanar as estratégias tomadas na fase anterior. Essa comunicação deve ocorrer em uma linguagem clara para que todos os envolvidos possam participar e construir juntos um modelo que generalize o raciocínio do processo de aprendizagem;
- *Fase da validação*: o modelo encontrado pelo aluno deve ser verificado e justificado para o grupo para que o raciocínio utilizado seja validado;
- *Fase da institucionalização*: O professor institucionaliza o modelo construído e valida os conhecimentos relevante adquirido nas fases anteriores.

Nas três primeiras fases, o aluno é identificado como ator principal do processo de aprendizagem, ou seja, como aquele que age, reflete e evolui de forma que possa desenvolver suas considerações a respeito de uma determinada situação proposta a ele e tenta convencer seus pares e o professor, de forma oral ou escrita, a respeito de suas conclusões, os significados adquiridos para serem validados.

Contudo, na última fase, o professor intermedia essa aprendizagem com poucas intervenções nas demais fases para não influenciar a construção do conhecimento, pois é ele o qual institucionaliza o pensamento do aluno com o objeto do saber para não permitir que o aprendiz envereda para um caminho equivocado do conhecimento.

Considerando os pressupostos da TSD, nesta pesquisa buscamos entender as especificidades do ensino e aprendizagem de Expressões Algébricas por meio dos estudos preliminares realizados sobre as relações existentes entre os elementos aluno, professor e saber. Para tanto, construímos uma sequência didática que pudesse favorecer essas relações e proporcionar uma aprendizagem sobre Expressões Algébricas com significado, em diferentes situações e com construção autônoma de conhecimentos, porém com certo controle por parte do professor, evitando erros conceituais e superação de obstáculos de aprendizagem. Na seção seguinte falamos de forma mais detalhada sobre a metodologia de ensino Sequência Didática (SD)

1. 2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Tratamos de Sequência Didática como uma metodologia de ensino planejada, que, segundo Cabral (2017), Araújo (2013) e Zabala (1998), tem o objetivo promover argumentação e sistematização de conhecimentos organizados em atividades de ensino, numa concepção em que o objeto do saber a ser ensinado seja num gênero textual com uma natureza escrita ou oral. Deste modo esses dois gêneros se equiparam em relevância, pois são interações promovidas em contextos que os direcionam para a aprendizagem sobre os objetos em que o professor buscará apresentar e motivar a aprender, haja vista que:

> Esses registros escritos são direcionados e redirecionados pelas interações promovidas oralmente pelo professor que observa com atenção a condução dos aprendizes diante dos objetos que lhes

> desafiam. Essas intervenções orais são como uma espécie de chave reguladora que procura manter o foco dos aprendizes em torno dos objetivos de aprendizagem e são, neste sentido, determinantes para o sucesso do processo. (Cabral & Costa, 2019, p. 26)

Nesse sentido, é necessário esclarecer que embora a sequência didática possa apresentar um protocolo escrito elaborado pelo professor de modo a conduzir a construção de saberes, não se anula a necessidade de intervenções orais ao longo do processo didático, logo não anula o papel do professor, mas proporciona ao educando um papel mais ativo e autônomo sobre a sua aprendizagem, além de promover integração entre conteúdos, pois a Sequência Didática trata-se de:

> um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino aprendizagem. (OLIVEIRA, 2013, p. 39 apud COSTA, 2019, p. 18).

Quanto ao modelo sugerido por Zabala (1998), Cabral (2017) discorda, em partes, da definição de Sequências Didáticas como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (Cabral, 2017, p.18), pois desconhece que o professor possa *prever* como esse conhecimento possa ser finalizado pelo aluno, uma vez que o aprendiz terá um percurso de conhecimentos *a traçar* até chegar a construção do conceito esperado.

Em contrapartida, é importante frisar que o modelo de SD sugerido por Zabala (1998) têm uma organização de atividades criteriosamente elaboradas que obedecem a uma ordenação, estruturação e articulação que faz os alunos seguirem os procedimentos sugeridos ao serem desafiados.

Esses procedimentos sugeridos para alcançar o objetivo da maturação do conhecimento pelo aprendiz fazem parte de um conjunto de intervenções com fortes influências do modelo estrutural da concepção da escola de Genebra, que se estruturam em quatro fases, quais sejam: *apresentação da situação de ensino, a produção inicial, os módulos e a produção final.*

Na *apresentação da situação de ensino*, o professor deverá explicar como se conduzirá o processo de ensino por essa estrutura metodológica apresentada e as etapas que o aluno precisará percorrer para se traçar estratégias de aprendizagem para que o objetivo seja alcançado. Na fase de *produção inicial*, o docente fará um diagnóstico dos conhecimentos prévios de seus alunos a respeito de conteúdos relacionados ao novo objeto matemático a ser ensinado.

Essa produção inicial é muito importante que seja verificada, pois será nessa análise que o professor organizará estratégias para executar a próxima fase.

Na terceira fase, temos a apresentação e execução dos *módulos*, ou seja, de atividades elaboradas minunciosamente a partir de resultados adquiridos da diagnose dos conhecimentos prévios. Esses módulos, poderão ocorrer por oficinas e atividades que satisfazem e ajudam a eliminar as dificuldades encontradas na etapa anterior e podem se apresentar com avaliações exploratórias com questões abertas, fechadas e outras, como enumera Cabral (2017).

Na última fase, temos uma etapa muito delicada que precisa ser bastante apreciada pelo aluno e por isso o professor necessita estar atento a toda e qualquer forma de manifestação de entendimento do aprendiz, pois na produção final tem-se o retorno do progresso alcançado por cada aprendizado adquirido em torno dos desafios resolvidos por ele. Portanto, é nessa fase que o aluno deverá expressar seus conhecimentos atingidos.

Sobre os objetivos de aprendizagem almejados, Costa (2019) descreve são alcançados por meio de um planejamento sistematizado e minucioso com adaptações em muitas necessidades dos alunos. Porém, essas atividades devem ser construídas, segundo Zabala (1998), por meio de um conjunto de intervenções necessárias que devem ocorrer no desenvolvimento no momento da sala de aula.

Dentre essas intervenções que Zabala (1998) especifica, pode-se destacar: o comportamento flexível do professor no momento da aplicação da atividade; a colaboração do conhecimento do aluno no início e durante a realização da atividade; a ajuda do professor em fazer os alunos identificarem o que precisam fazer, o que podem fazer e o que é importante fazer; metas estabelecidas dentro da possibilidade de serem superadas com o esforço do aluno; ajuda adequada ao aluno quando este mostrar dificuldades no decorrer do processo de construção do conhecimento; atividade propiciada para constituir relações com o novo conteúdo; construir ambiente e relações de respeito mútuo; e avaliar os alunos conforme suas capacidades e esforço.

Em relação ao conteúdo a ser abordado numa Sequência Didática, Costa (2019) indica três categorias: os conteúdos atitudinais, os conteúdos conceituais e os conteúdos procedimentais. Os conteúdos atitudinais são “aqueles que envolvem valores, atitudes e normas. Estão incluídos nesses conteúdos, por exemplo, a cooperação, a solidariedade, o trabalho em grupo, o respeito, a ética e o trabalho com a diversidade” (COSTA, 2019, p. 20)

Os conteúdos conceituais são aqueles que envolvem os conceitos e símbolo. E os conteúdos procedimentais são aqueles que envolvem a tomada de decisões, realização de ações para atingir uma meta. Esses conteúdos, segundo Zabala (1998) fazem parte de um conjunto de aprendizagens denominado “conteúdos de aprendizagem”, e servem para explorar todas as capacidades do aluno e para compor o ensino aprendizagem de forma ampla.

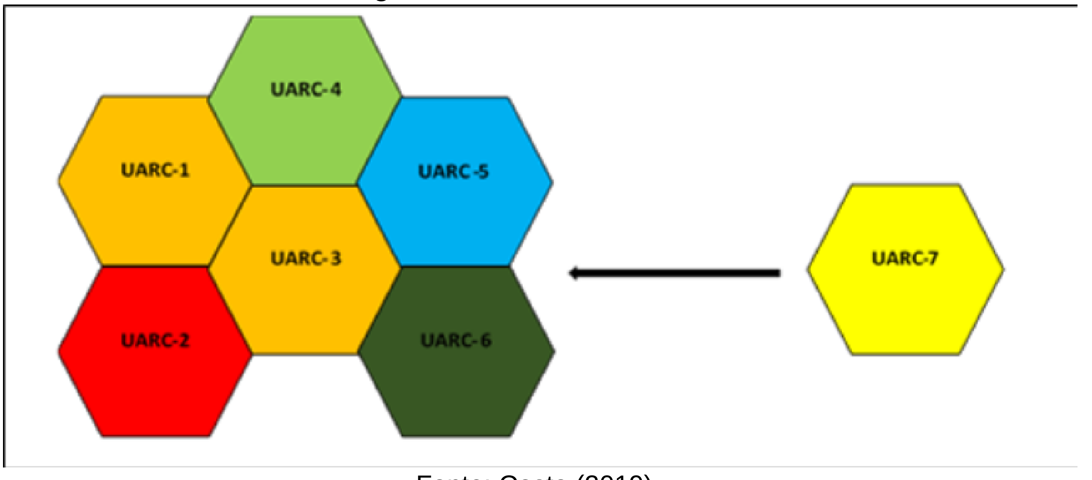
De um modo geral, avalia-se separadamente, cada componente imprescindível de uma Sequência Didática para adquirir pressupostos para aplicá-la. Desta maneira, não existe uma estrutura única de SD a ser adotada. Dentre as possíveis formas de se estruturar uma Sequência Didática, Cabral (2017) teorizou uma estrutura a qual intitulou Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) para o ensino de Matemática com o objetivo de possibilitar ao aluno a (re)construção mais significativa de conhecimentos como apresentamos na subseção a seguir.

1. 2. 1 A estrutura UARC para SD de Cabral (2017)

A Sequência Didática para o Ensino de Expressões Algébricas a ser apresentada, foi estruturada como UARC conforme Cabral (2017). Esse teórico define Sequência Didática como sendo um dispositivo comunicacional escrito ou oral sistematizado de forma articulada e intencional para estimular a aprendizagem de conteúdos matemáticos “a partir da percepção de regularidades e do estabelecimento de generalizações adotando-se uma dinâmica de interações empírico-intuitivas” (CABRAL, 2017, p. 12).

A ideia de (re)construção de conceitos durante as aulas de matemática é reforçada pelo teórico, que concebeu um construto teórico denominado de Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual (UARC) consolidado a partir de uma série de categorias de Intervenções Estruturantes, ou seja, o teórico propõe um modelo estruturante para a produção de SD voltadas para o ensino de Matemática com o objetivo de possibilitar ao aluno a (re)construção mais significativa, articulada conforme ilustra a figura 2.

Figura 2 - Estrutura UARC.



Fonte: Costa (2019).

Com o objetivo de uma melhor compreensão da UARC, Cabral (2017) as descreveu em termos de seis categorias estruturantes que objetivam a elaboração de um texto de uma Sequência Didática, quais sejam: A Intervenção Inicial (I_i), na qual o professor precisa criar uma situação, seja ela um problema, um jogo, o uso de material manipulável, um trecho informativo, que envolva o aluno no objeto matemático; A Intervenção Reflexiva (I_r), que, em geral, é um questionamento feito pelo professor sobre o conceito do objeto de reconstrução e o aprendiz refletirá sobre a mesma, em relação a este trabalho, o qual será aplicado sobre o objeto matemático Expressões Algébricas; Intervenção Exploratória (I_e), quando o aluno planeja comandos para executar uma tarefa.

A quarta categoria é a Intervenção Formalizante (I_f), isto é, o momento no qual o professor formaliza matematicamente aquilo que o aluno aprendeu. A quinta, é a Intervenção Avaliativa Restrita (IA_r), esta avalia e justifica os procedimentos adotados pelo discente e estabelece-os em reconstruções conceituais. E a última, Intervenção Avaliativa Aplicativa (IA_a), nela o professor apresenta um novo problema para diagnosticar se o aluno consegue resolvê-lo ao aplicar os conhecimentos até então construídos.

Ao longo das intervenções, as interações dialógicas que acontecem entre professor e aluno e entre os alunos nada mais são do que o teórico chama de uma “espécie de ping-pong discursivo” (CABRAL, 2017, p. 45). Além das intervenções escritas elencadas, existem as intervenções orais de manutenção Objetiva (I-OMO).

> Na verdade essa última categoria de intervenção pode ser entendida como uma espécie de Sequência Didática implícita complementar que é sustentada no discurso do professor durante todo o processo de ensino-aprendizagem e que permite a ele fazer as reformulações

> emergentes inevitáveis no processo de reconstrução conceitual (CABRAL, 2017, 45)

O modelo adotado sugere a apresentação de um cenário para a construção do conhecimento a partir de uma Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual- UARC para a elaboração de uma boa SD aplicada ao nível escolar fundamental e médio, no nosso caso adotaremos no nível fundamental.

Este modelo, segundo o próprio autor, exige do professor capacidade de planejamento e sistematização de uma produção de texto escrito que lhe sirva de subsídio para conduzir as ações de aprendizado dos alunos, além de domínio conceitua sobre o objeto matemático. Para a elaboração desse modelo, Cabral (2017) teve influências das escolas francesas e das perspectivas vertentes do Interacionismo Sócio Discursivo de Vygotsky, sugere que o professor deve escolher a SD mais adequada para atender as necessidades do aluno.

Para um embasamento teórico mais compreensivo das UARC na reconstrução conceitual dos alunos supervisionado pelo professor, é necessário materializar um cenário para uma SD de acordo com as adaptações necessárias para o ensino e aprendizagem de Matemática destinada a Educação Básica com o intuito de promover, de acordo com os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural de Vygotsky, as Zonas de Desenvolvimento Proximal (ZDP) que permitem ao aprendiz avançar de um Nível de Desenvolvimento Potencial (NDP) para o Nível de Desenvolvimento Efetivo (NDE) e ainda, as subdividem em uma organização que permite a interação entre essas intervenções, quais sejam: pré-formais, formal e pós-formal.

Conforme Vygotsky (1994 apud Costa 2019), as crianças iniciam as relações de desenvolvimento e aprendizagem antes de chegar à escola e essa aprendizagem se amadurece a partir dos novos conhecimentos adquiridos na escola e das relações sociais.

Nesse sentido, tem-se o desenvolvimento real, caracterizado por aquilo que a criança consegue realizar sozinha e o desenvolvimento potencial, indica o que a criança pode fazer com a ajuda de outra pessoa. Dessa forma, o caminho entre esses dois níveis de desenvolvimentos é chamado de zona de desenvolvimento potencial ou proximal. Essa concepção de zona de desenvolvimento proximal, conforme Cabral (2017), é muito importante, pois a partir dela pode-se pesquisar e avaliar, pesquisar o desenvolvimento e o plano educacional para se elaborar estratégias pedagógicas para que a criança possa evoluir na aprendizagem.

No que tange a esta pesquisa os objetivos de aprendizagem foram levantados por meio de pesquisa preliminar apresentada nos capítulos 2 e 3, que foram de fundamental importância para criar as intenções de aprendizagem de cada intervenção. Como o elemento de análise de aprendizagem neste constructo é a comunicação escrita e oral, ao analisarmos os dados desta pesquisa extraídos de sua experimentação por meio de coleta de áudio-transcrições e de registros escritos, definimos como teorias assessórias para análise de resultados a Analise Microgenética e Análise do discurso que serão apresentadas na seção seguinte.

1. 3 MATERIAL MANIPULÁVEL NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Aliado as teorias que nos embasaram como aportes deste produto educacional, apresentamos também a orientação do currículo de matemática sobre o uso de diversificados recursos didáticos no ensino de Matemática, como forma de mobilizar a reflexão e a gradual formalização de conhecimentos.

> Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BRASIL, 2017, p. 278)

Essa é uma conduta que dialoga com nossos aportes teóricos ao que diz respeito a inicialização de processos de formalização, isto é, algo que relacione e leve a reflexão coletiva entre os pares (alunos). No ensino fundamental, fase de transição da infância para a adolescência, onde há necessidade de criar cenários propícios a concentração e ao mesmo tempo a criatividade, é importante adotar recursos didáticos compatíveis com essa faixa etária. Os PCN reforçam a respeito da motivação dos professores proporcionarem um cenário motivador: “as aprendizagens só serão possíveis na medida em que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias” (BRASIL, 1997, p.31)

Dentre os diversos recursos didáticos indicados para o ensino de matemática, os materiais manipuláveis são uma das opções com potencialidades de boa relevância. Para nos aprofundar sobre a importância da utilização e a potencialidade do uso do material didático manipulável no ensino da matemática foram consultadas publicações relevantes, sistemáticas em bancos de dados eletrônicos, os quais demos destaque aos estudos de Cavalcanti (2006), Rodrigues e Gazire (2012) e Moura e Pires (2021) que se embasaram em Fiorentini e Miorim (1990), Lorenzato (2006), Passos (2006), Rêgo e Rêgo (2006) e Turrioni e Pérez (2006).

Rodrigues e Gazire (2012) e Moura e Pires (2021) usam Lorenzato (2006) para definir o material didático como "qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem" (LORENZATO, 2006, p. 18) e Passos (2006), que define esse recurso didático de uma forma mais ampla, ao caracterizá-los como objetos ou instrumentos capaz de fazer os alunos experimentar, tocar, manipular e movimentar por ter a finalidade de auxiliar, instigar, promover e desenvolver o raciocínio matemático.

De acordo com Lorenzato (2006), o material didático concreto manipulável pode ser classificado em: *estático* por ter a finalidade demonstrativa, isto é, não permite a transformação por continuidade e que durante a atividade experimental, o sujeito apenas manuseia e observa o objeto na tentativa de abstrair dele algumas propriedades; e *dinâmico***,** por ter a finalidade mais ampla, pois possibilitam a transformação por continuidade, ou seja, a estrutura física do material muda à medida em que ele sofre transformações manipulada pelo sujeito.

Corroboramos com as ideias de Moura e Pires (2021 apud TURRIONI E PÉREZ 2006) ao afirmarem que o material concreto é fundamental para o ensino experimental, uma vez que "facilita a observação, análise, desenvolve o raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos". (TURRIONI; PEREZ, 2006, p. 61).

A eficiência do uso do material didático manipulável depende de como o professor irá utilizá-lo em sua aula para assegurar uma aprendizagem significativa, caso contrário, o material manipulável se torna apenas um brinquedo, com apenas funções lúdicas, sem fins educativos. O cuidado que se deve ter ao utilizar este recurso didático é o de haver um equilíbrio entre as funções lúdicas e as funções educacionais.

Moura e Pires (2021) citam Vale (1999) ao ressaltar que a construção da formalização dos conceitos matemáticos é um processo demorado e que requer uma participação ativa e gradual por parte dos alunos ao observar a interação da experimentação, da criação de conexões e, por consequência, vem o aprendizado.

Rodrigues e Gazire (2012) reforçam em Passos (2006) a preocupação em mostrar essa relação:

> Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma a ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam. (PASSOS, 2006, p. 81).

Passos (2006) defende que o professor deve garantir ao aluno, reflexões a respeito do objetivo que o uso do material didático propõe, ou seja, que esse recurso deva servir de mediador na construção do conhecimento, "facilitando a relação professor/aluno/conhecimento" (PASSOS, 2006, p. 78). Durante a utilização do material didático, Rodrigues e Gazire (2012 apud Rêgo e Rêgo 2006, p.54) destacam que cabe ao professor alguns cuidados básicos, quais sejam:

> I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
> II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
> III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
> IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
> V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
> VI. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material. (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 54).

Por isso, em nosso estudo, nos preocupamos em adotar um recurso didático manipulável que, além de incentivar a comunicação das ideias em nossa sequência didática, esteja em sintonia com o objetivo do objeto matemático e do ensino e aprendizagem em sala de aula.

Nesta pesquisa, adotamos um material manipulável concreto estático chamado Tangram, que é um quebra-cabeça chinês formado por sete peças: um quadrado, um paralelogramo, dois triângulos isósceles congruentes maiores, dois triângulos menores também isósceles e congruentes e um triângulo isósceles médio. Esse quebra-cabeça foi trazido da China para o Ocidente por volta da metade do século XIX, segundo Souza et al., (1997), cuja a tradução como significado seria as "sete peças da sabedoria" que tem a finalidade de montar figuras usando as sete peças sem que haja sobreposição das mesmas.

Figura 3 - Modelo das peças do jogo Tangram.

Fonte: Google imagens.

Neste sentido, o Tangram foi utilizado como um material manipulável *estático* com a finalidade de envolver os alunos com sua relação de proporcionalidade entre suas peças para a representação algébrica de suas medidas, pois aproveitaremos a sua utilidade em estimular os estudantes na assimilação de muitos conceitos matemáticos, como por exemplo, na geometria. Essa expectativa de envolver as relações de proporcionalidade entre suas peças foram de grande valia para que os estudantes pudessem construir a formalização da representação algébrica das medidas das peças deste quebra-cabeça com a ajuda da mediação do professor.

Assim, temos que o manuseio livre e as apresentações das peças do Tangram possam emergir uma exploração inicial lúdica que proporcionará uma relação harmoniosa com a expectativa das funções educacionais que esse recurso didático venha trazer para que o aprendiz se envolva e represente algebricamente as medidas das peças deste quebra-cabeça, de forma a responder as interações escritas e orais para que o objetivo da sequência construída seja validada.

No quadro 3 apresentamos a relação entre o uso de material manipulável e os aportes teóricos e procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa.

Quadro 2 - Relação do material manipulável aos aportes teóricos.

Teoria das Situações Didáticas	**SD por UARC Intervenções**	**Material Manipulável Estático**
Ação	Inicial	Função lúdica

Formulação Validação	Reflexiva	Função educacional
Ação	Exploratória	Função lúdica e educacional
Institucionalização	Formalizante	Não se aplica
Ação e validação	Avaliativas	Função educacional
Formulação e Validação	IOMO	Função educacional

Fonte: Adaptado Prestes (2023, p. 43)

No quadro 3, temos a relação estabelecida entre os aportes do produto educacional, embora tenham sido adotados em diferentes objetivos, estão inter-relacionados pela intenção de cada situação (TSD), cada intervenção (UARC) e desenvolvendo as funções lúdica e educacional ao adotar material manipulável. Tais aportes teóricos foram adotados em fases diferentes da pesquisa, e estão em sintonia com a intenção do professor e valoriza a qualidade do processo de aprendizagem.

Na seção que segue apresentamos a Sequência Didática para o ensino de Expressões Algébricas com as devidas instruções ao professor e com o material escrito a ser reproduzido para o estudante e para professores.

2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A Sequência Didática para o ensino de Expressões Algébricas possui 6 atividades, as quais foram estruturadas como Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual conforme Cabral (2017), com os objetivos de aprendizagem e material utilizado descrito no quadro 4:

.

Quadro 4 - Descrição das atividades.

TÍTULO	OBJETIVO	MATERIAL
UARC 1- Representação algébrica de medidas congruentes com o quebra-cabeça Tangram	Representar medidas congruentes (generalização).	Caneta colorida, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.
UARC 2 - Expressão algébrica e suas representações	Definir a expressão algébrica a partir da representação do perímetro das peças do Tangram com valores algébricos.	Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática
UARC 3 - Adição de termos algébricos	Somar monômios para obter o perímetro de figuras.	Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.
UARC 4 - Classificação de polinômios	Classificar as expressões algébricas quanto ao número de termos.	Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.
UARC 5 - Multiplicação algébricas de monômios	Multiplicar algebricamente os monômios.	Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.
UARC 6 - Multiplicação de polinômios	Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação para multiplicar polinômios	Caneta ou lápis, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.

Fonte: Prestes (2023, p. 109).

Como recurso didático, foi adotado um jogo geométrico chamado Tangram. Trata-se de um quebra cabeça de sete peças, sendo quatro triângulos isósceles, um quadrado e um paralelogramo com detalhamento na seção 1.3.

Na classificação de Lorenzato (2006) apresentada na seção 1.3, Tangram é classificado como material didático concreto manipulável sendo manuseado na tentativa de abstrair dele algumas propriedades e desenvolver conhecimentos sobre Expressões Algébricas, orientados pelo protocolo escrito elaborado e pelas intervenções orais do professor.

2.1 ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Para a aplicação da sequência didática validada para o ensino de expressões algébricas, alguns conhecimentos básicos são de fundamental importância: noção do estudo de paralelismo, perímetro e área de figuras, multiplicação potencias de bases iguais, estudo de arredondamento, simetria e propriedade da multiplicação. O professor que for adotar este produto deve nivelar esses conhecimentos por meio de oficinas, revisões ou exercícios para uma aplicação bem sucedida.

Cada uma das atividades deve ser aplicada de forma ordenada como ilustrada no quadro 4. Apresentamos a seguir instruções mais precisas sobre cada uma das atividades são após apresentadas nas versões para professor e para estudantes, podendo ser reproduzidas para uso em sala de aula.

Atividade 1- Representação algébrica de medidas congruentes com o quebra-cabeça Tangram.

Esta atividade tem como objetivo fazer o aluno reconhecer a representação generalizada das medidas congruentes. Trata-se de apresentar as figuras geométricas que fazem parte do jogo e descobrir as medidas das peças e quais são congruentes. Inicia-se com um cenário a-didático recreativo, pois o professor propõe a turma que conheça um quebra-cabeça chinês, Tangram, que possui 7 peças geométricas planas.

Durante esta intervenção inicial, o professor estimulará a participação dos estudantes nas regras do jogo, no conhecimento das peças e bem como, nas medidas das dimensões de cada peça.

Após a primeira intervenção exploratória, o professor deve verificar se os estudantes conseguiram medir corretamente as peças e fazer as correspondências entre elas por meio de suas congruências.

As intervenções reflexivas e exploratória, desenvolvem o papel da construção dos conceitos pretendidos com a da observação de generalização de padrões das medidas, isso deve ocorrer na socialização dos grupos, juntamente com a mediação do professor para apresentar a formalização da representação algébrica das medidas.

Ao apresentar essa formalização o professor deve relacioná-la aos conceitos pré-formais que os próprios estudantes concluíram nas intervenções e promover a conversão da linguagem intuitiva por eles adotadas para a linguagem algébrica, a qual possui o rigor matemático e simbólico.

Para garantir que os conceitos foram devidamente assimilados e o aprendiz tenha se familiarizado com a linguagem algébrica, são propostas duas intervenções, uma restritiva e outra aplicativa, de verificação de aprendizagem para a generalização de uma única representação e garantir o elo com a próxima UARC.

Atividade 2- Expressão Algébrica e suas representações

O objetivo desta atividade é definir a expressão algébrica e o termo algébrico a partir da representação do perímetro das peças do Tangram com valores algébricos. O professor deve verificar, por meio da intervenção oral, o conhecimento dos alunos a respeito do conceito de perímetro e orientá-los a respeito do preenchimento do quadro com informações anteriores encontradas.

Ao passo que os alunos preenchem os quadros das intervenções exploratórias, com as informações das peças encontradas, espera-se que eles possam ter clareza na associação de congruência que as peças têm entre si.

A intervenção exploratória da atividade 2, permite que os alunos desenvolvam o perímetro das figuras com variáveis associadas para a representação generalizada, como define Usiskin (1993).

Após as intervenções, exploratórias e reflexivas propostas, o professor-mediador deve formalizar com seus discentes o conceito de expressões algébricas e aplicar uma intervenção avaliativa para diagnosticar o conhecimento adquirido pelo aprendiz.

Atividade 3 - Adição de termos algébricos

Esta atividade tem o objetivo de somar termos semelhantes para obter o perímetro de figuras. As intervenções ocorrem com o intuito de instigar o aluno a relacionar o conceito de perímetro com as operações algébricas construídas na atividade e enfatizar que uma soma de valores iguais pode ser representada por uma multiplicação.

A partir das intervenções, será possível estabelecer generalizações algébricas entre os perímetros de cada figura geométrica do quebra-cabeça e sistematizar o conceito de monômio como termo algébrico por meio das intervenções aplicadas.

O professor deve enfatizar como um monômio é representado em suas partes: literal e numérica. Após a formalização há duas intervenções avaliativas para verificação de aprendizagem.

Atividade 4 - Classificação de polinômios

Esta atividade tem como objetivo classificar expressões algébricas quanto ao número de termos. Neste sentido, o professor deve orientar os aprendizes no preenchimento do quadro apresentado para a classificação da expressão algébrica a partir de seus termos presentes nas intervenções exploratórias.

As intervenções exploratórias apresentadas na atividade 4, propõem que os alunos possam comentar a respeito de monômios com a parte literal diferente. Essa observação está de acordo com os estudos de Lin e Gimenez (2001) quando definem a concepção letrista facilitadora, em que o uso de material concreto ou manipulativo deve ajudar a formalizar a estrutura algébrica, como na classificação dos polinômios.

Temos ainda nesta atividade, três intervenções avaliativas, sendo duas restritivas e uma aplicativa.

Atividade 5 - Multiplicação algébricas de monômios

Nesta atividade, o objetivo é multiplicar algebricamente os monômios, para isso o professor deve orientar os alunos na multiplicação algébrica dos monômios e retomar a maneira de calcular numericamente a área de um polígono.

No estudo de expressões algébricas, particularmente sobre suas operações, é utilizado de forma recorrente as figuras geométricas para aplicação de cálculo de área para dar significado as generalizações. Assim, nesta atividade podemos identificar a concepção fundamentalista-analógica apresentada por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) para justificar o uso de recursos geométricos-visuais, como as peças do Tangram.

A compreensão do preenchimento da tabela da intervenção exploratória e diante das respostas das intervenções reflexivas, é possível formalizar o conceito da multiplicação de monômios.

Após a formalização, será aplicada duas atividades avaliativas, uma restritiva e outra aplicativa.

Atividade 6 - Multiplicação de polinômios

A última atividade desta sequência didática tem como objetivo multiplicar polinômios pela aplicação da propriedade distributiva de acordo com a orientação da manipulação do cálculo algébrico no estudo dos polinômios e retomar as medidas das peças do jogo encontradas na primeira atividade de maneira que possa fechar o ciclo de aprendizado proposto pela sequência didática no modelo das UARC de Cabral (2017) e todas as atividades estejam em sintonia harmoniosa.

Após o preenchimento das respostas nas intervenções exploratórias presente nesta atividade, há as intervenções reflexivas para que o aprendiz possa manifestar seu entendimento quanto a representação generalizada formada nos cálculos algébricos.

Ao responder a todas as intervenções, exploratórias e reflexivas na atividade 6, será possível, a partir dos conhecimentos preliminares sobre a distributiva da multiplicação formalizar o conceito de multiplicação de polinômios.

Esta atividade se encerra com as intervenções avaliativas para verificar o que foi compreendido pelo aprendiz.

2. 2 MATEIAL DO PROFESSOR

SEQUÊNCIA DIDÁTICA para **O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS COM O AUXÍLIO DO JOGO TANGRAM**

TÍTULO: **REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DE MEDIDAS CONGRUENTES COM O QUEBRA-CABEÇA TANGRAM**

OBJETIVO: Representar genericamente as medidas congruentes das peças Tangram.

ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: Apresentar as figuras geométricas que fazem parte do jogo e descobrir as medidas das peças e quais são congruentes. Esta atividade, inicia-se com um cenário a-didático recreativo, pois o professor propõe a turma que conheça um quebra-cabeça chinês, Tangram, que possui 7 peças geométricas planas. Durante esta intervenção inicial, o professor estimulará a participação dos estudantes nas regras do jogo, no conhecimento das peças e bem como, nas medidas das dimensões de cada peça.

MATERIAL UTILIZADO: caneta colorida, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.

PROCEDIMENTO: Fazer uma breve explicação do jogo Tangram e suas 7 peças. Fazer algumas intervenções orais a respeito das formas geométricas das peças a fim de reconhecer o que cada aluno assimila do jogo. Propor que os alunos montem o quebra-cabeça ao formar um quadrado com todas as suas peças

Após a leitura do texto use as sete peças do Jogo Tangram para formar um quadrado.

O Tangram é um antigo jogo chinês, que consiste na formação de figuras e desenhos por meio de 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). Não se sabe exatamente quando o jogo surgiu, embora exista uma lenda sobre tal criação. De qualquer forma, o tangram é jogado há séculos em todo o Oriente. De lá, o quebra-cabeça chinês se espalhou por toda a Ásia, Europa e Estados Unidos, tendo sido, inclusive, fonte de inspiração para a criação de muitos outros tipos de brinquedos. O tangram não exige grandes habilidades dos jogadores; basta ter criatividade, paciência e tempo. Durante o jogo, todas as peças devem ser utilizadas; além disso, não é permitido sobrepor nenhuma peça.

Publicado por Tiago Dantas em https://mundoeducacao.uol.com.br/curiosidades/tangram.htm

01) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_1$ (I$_E$): Com o auxílio de uma régua, preencha a tabela com as medidas dos lados de cada peça do jogo. Para medidas iguais use canetas de mesma cor.

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	MEDIDAS (em centímetros)		
1	Quadrado			
1	Paralelogramo			
1	Triângulo Médio			
2	Triângulo Grande			
2	Triângulo Pequeno			

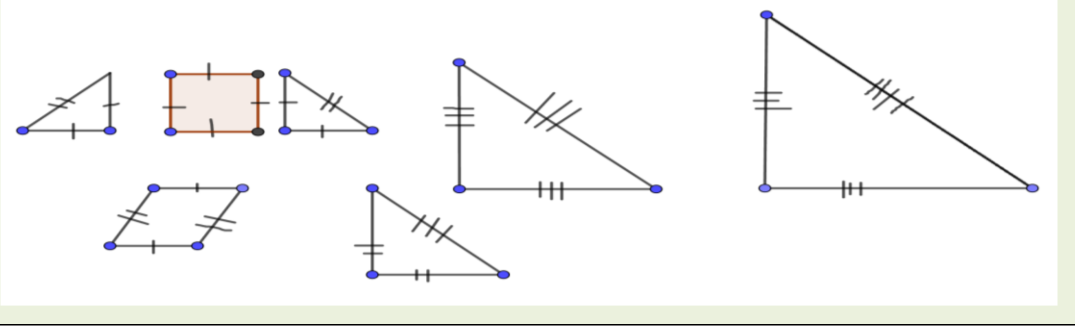
02) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_1$ (I$_R$): Você conseguiu medir cada peça com facilidade? Observe o quadro e diga quais peças diferentes possuem lados de medidas congruentes.

03) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_2$ (I$_R$): Qual a importância das congruências de medidas para o encaixe de peças do jogo Tangram?

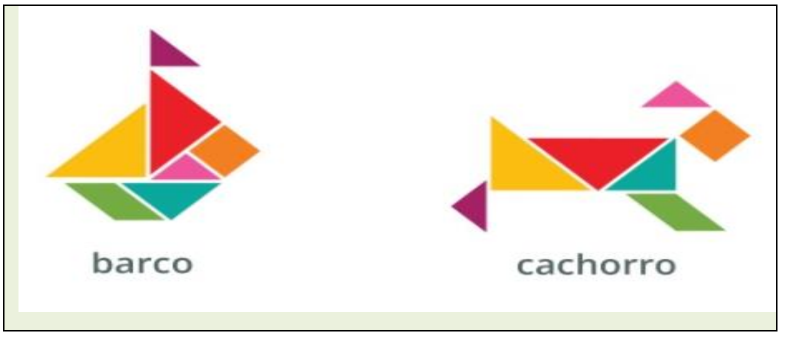
INTERVENÇÃO FORMALIZANTE$_1$: As figuras geométricas que formam o tangram possuem medidas congruentes para que o quebra-cabeça se encaixe.

Para facilitar a construção de objetos geométricos é possível representar a congruência de medidas por meio de cores, traços, símbolos, letras e números. quando a representação das medidas é feita por letras, chamamos de representação algébrica.

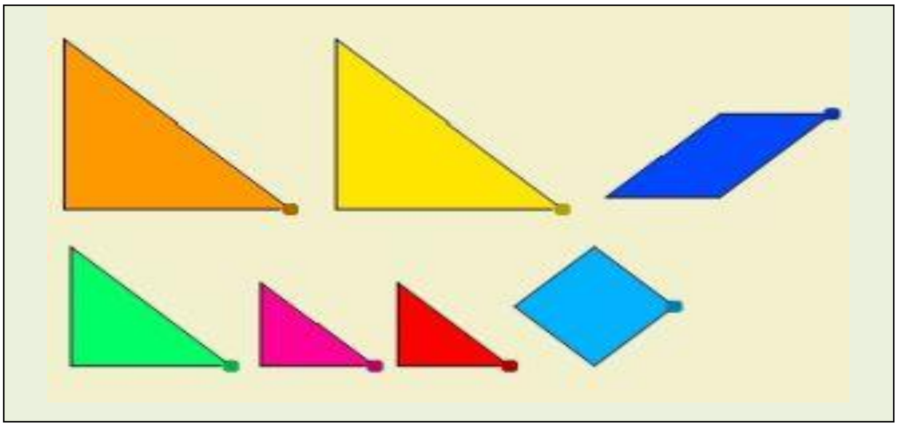
Ex: A seguir as medidas das peças do Tangram serão representadas por mesma quantidade de tracinhos para lados de mesma medida.



05) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA: Utilize as peças do quebra-cabeça Tangram e monte as figuras abaixo, considerando a congruência das medidas das peças, sem sobrepô-las.



06) INTERVENÇÃO AVALIATIVA APLICATIVA: Nas peças do Tangram espalhadas abaixo, use letras para representar os lados congruentes em uma mesma peça ou em peças diferentes.



ATIVIDADE 2: EXPRESSÃO ALGÉBRICA E SUAS REPRESENTAÇÕES
OBJETIVO: Definir a expressão algébrica e termo algébrico a partir da representação do perímetro das peças do Tangram com valores algébricos.
ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: O professor deve verificar o conhecimento dos alunos a respeito do conceito de perímetro e enfatizar a substituição de um valor numérico para um valor algébrico sem que ocorra mudança na situação.
MATERIAL UTILIZADO: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

1) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_1$ (I_E): O quadro abaixo faz referência aos dados coletados na primeira atividade anterior. Preencha as medidas encontradas na atividade anterior e substitua os "valores" por variáveis (letras) no quadro abaixo:

<table>
<tr><th>QTDE DE PEÇAS</th><th>FIGURA GEOMÉTRICA</th><th colspan="6">MEDIDAS (em centímetros)</th><th colspan="6">Variáveis respectivas associadas</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Quadrado</td><td colspan="6"></td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td>1</td><td>Paralelogramo</td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>1</td><td>Triângulo Médio</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>2</td><td>Triângulo Grande</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>2</td><td>Triângulo Pequeno</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

2) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_1$ (I_R): Descreva a relação das medidas das figuras do Tangram entre si representadas por variáveis.

3) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_2$ (I_R): A partir das variáveis utilizadas e sabendo que o perímetro é a soma das medidas de cada peça, como você representaria o perímetro de cada peça?

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO
1	Quadrado	
1	Paralelogramo	
1	Triângulo Médio	
2	Triângulo Grande	
2	Triângulo Pequeno	

4) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_3$ (I_R): Como você explicaria a representação do resultado do perímetro de cada peça?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE1 (I_F): As Expressões Algébricas são formadas por letras, números e operações matemáticas. E o termo algébrico ou monômio é toda expressão algébrica representada por um número, uma incógnita ou por um produto de um número e incógnitas.

5) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.

....

Atividade 3: ADIÇÃO DE TERMOS ALGÉBRICOS

OBJETIVOS: - Somar termos semelhantes para obter o perímetro de figuras.
ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: O professor deve verificar o conhecimento dos alunos a respeito do conceito de perímetro e enfatizar que uma soma de valores iguais pode ser presentada por uma multiplicação.
MATERIAL UTILIZADO: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_1$ (I_E): Utilize a representação feita na última questão da atividade anterior para preencher o quadro abaixo:

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	Soma de letras para obter o perímetro de cada peça	Quantas vezes a mesma letra foi somada?
1	Quadrado		
1	Paralelogramo		
1	Triângulo Médio		
2	Triângulo Grande		
2	Triângulo Pequeno		

02) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_1$ (I_R): Sobre o quadrado, como você expressaria de maneira geral o seu perímetro?

03) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_2$ (I_R):Considerando o que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro de um quadrado cujo lado medisse 10 cm?

04) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_3$ (I_R): Sobre os triângulos, como você expressaria de maneira geral o perímetro de cada um?

05) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_4$ (I_R): Considerando o que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro do triângulo médio se os lados medissem 7cm, 7 cm e 10 cm?

06) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_5$ (I_R): Sobre o paralelogramo, como você expressaria de maneira geral o perímetro de cada um?

07) INTERVENÇÃO REFLEXIVA[6] (I_R): Considerando a soma de letras iguais para obter o perímetro do paralelogramo, qual seria o valor do perímetro se os lados paralelos medissem 7 cm e 5 cm, respectivamente?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE[1] (I_F): Monômio é uma representação algébrica de valores desconhecidos que ao serem somados podem ser simbolizados pelo produto do número pela qual a letra que foi somada sucessivamente. A letra é o valor desconhecido chamado de *incógnita ou parte literal*. O número é a quantidade de vezes que uma mesma incógnita (semelhantes) se apresenta na expressão, a ele, chamamos de coeficiente numérico ou *parte numérica.*

Ex: Na soma algébrica: 2x + x + 3x, podemos representá-la equivalentemente com o monômio 6x. Nesta expressão algébrica, temos as seguintes partes:

Coeficiente ou parte numérica = **6**

Incógnita ou parte literal= **x**

08) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Indique por meio de um monômio:

a) A quantidade de pernas dos passageiros que estão em um ônibus em uma quantidade desconhecida de passageiros.

b) A quantidade de rodas em um estacionamento para carros.

c) O valor a ser pago por uma determinada quantidade de canetas que custam R$ 5,00.

d) O lucro de uma vendedora de açaí que ganha R$ 3,00 por cada litro de açaí vendido.

09) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): O monômio 0,5. L representa o valor da fatura da conta de água. Sendo 0,5 o coeficiente numérico que representa o valor por litro de água consumido e L a quantidade de litros de água consumido. Calcule o valor da fatura de uma família que consumiu:

a) 10000 litros de água.

b) 15000 litros de água

10) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.

....

Atividade 4: CLASSIFICAÇÃO DE POLINÔMIOS

OBJETIVO: **CLASSIFICAR EXPRESSÕES ALGÉBRICAS QUANTO AO NÚMERO DE TERMOS**.
ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: O professor deve orientar os aprendizes no preenchimento do quadro apresentado para a classificação da expressão algébrica a partir de seus termos.
MATERIAL UTILIZADO: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática

1) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_1$ (I_E): Utilize as informações sobre a representação algébrica dos perímetros calculados na atividade anterior e diga em quantas somas de monômios resultaram.

FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO (com soma de termos semelhantes)	Nº DE MONÔMIOS
Quadrado		
Paralelogramo		
Triângulo Médio		
Triângulo Grande		
Triângulo Pequeno		

02) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_2$ (I_E): Qual figura o perímetro resultou em 1 monômio, por que isso aconteceu?

03) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_3$ (I_E): Qual figura o perímetro resultou em 2 monômios, por que isso aconteceu?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE$_1$ (I_F): As Expressões Algébricas são classificadas de acordo com número de termos (monômios) somados.

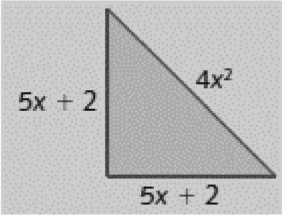
CLASSIFICAÇÃO DE POLINÔMIOS	**Nº DE TERMOS**
Monômio	1 termo
Binômio	2 termos
Trinômio	3 termos
Polinômios	4 termos ou mais

Quando uma Expressão Algébrica possui um termo sem incógnita dizemos que se trata de um termo independente.
Ex.: $2a + 2b – 3$; trata-se de um trinômio em que “**-3**” é o termo independente.

04) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}):Some as expressões abaixo, depois classifique os resultados como monômio, ou binômio, ou trinômio ou polinômio

a) $2x - x + 3x$ b) $3a - b – a + 2b + c + 2$ c) $y + 3x + 2 – x$

05) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Observe a figura:



Calcule e marque a alternativa que apresenta o polinômio ao qual representa o perímetro do triângulo acima?

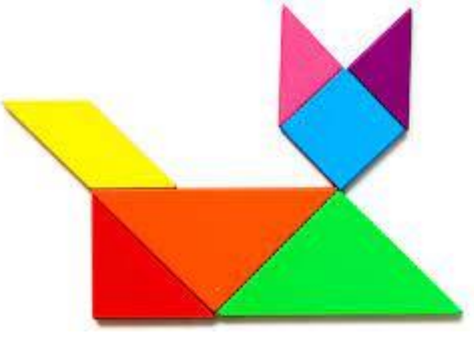
a) ( ) $4x^2 + 5x + 2$

b) ( ) $4x^2 + 10x + 4$

c) ( ) $5x^2 + 4x + 4$

d) ( ) $5x^2 + 10x + 2$

06) INTERVENÇÃO AVALIATIVA APLICATIVA (I_{Aa}): Com o quebra-cabeça Tangram construa a seguinte figura mostrada abaixo. Identifique as arestas do contorno da figura algebricamente, depois calcule seu perímetro. Ao final, classifique a expressão algébrica encontrada.



Atividade 5: **MULTIPLICAÇÃO ALGÉBRICAS DE MONÔMIOS**

Objetivo: Multiplicar algebricamente os monômios.
Material utilizado: Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática
ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR: O professor deve orientar os alunos na multiplicação algébrica dos **monômios** e ter retomado a maneira de calcular numericamente a área de um polígono.

01) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_1$ (I_E): Preencha o quadro com letras que representem a altura e comprimento das figuras das peças do Tangram as quais você identificou na primeira atividade. Depois expresse algebricamente como seria a área de cada uma das figuras.

FIGURA GEOMÉTRICA	**Altura**	**Comprimento**	**Expressão da área**
Quadrado			
Paralelogramo			
Triângulo Médio			
Triângulo Grande			
Triângulo Pequeno			

02) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_1$ (I_E): Como ficariam as representações algébricas que você fez sem o sinal da multiplicação?

03) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_2$ (I_E): Como ficaria a representação algébrica da área do quadrado considerando regras de potenciação?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE (I_F): Na multiplicação algébrica de monômios, multiplica-se os coeficientes. Quanto a parte literal, se estes forem iguais, aplica-se a regra de potenciação para a multiplicação de bases iguais; se a parte literal dos termos forem diferentes, representa-se em ordem alfabética um ao lado do outro sem o sinal da multiplicação.

EX: a) dxd = d^2 b) axc= ac c) 2a x 3a= $6a^2$ d) 5m x 3n = 15mn

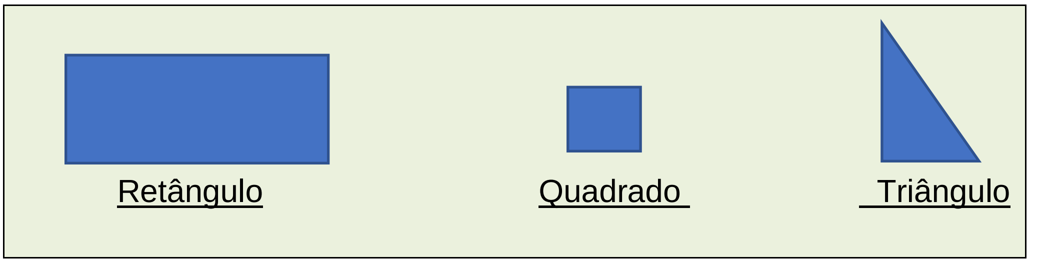
04) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Calcule os seguintes produtos entre monômios:

a) (2ab). (a^2) =

b) $(-3ab).(a^2b) =$

c) $(4x^2).(3xy^3) =$

05) INTERVENÇÃO AVALIATIVA APLICATIVA (I_{Aa}): Calcule algebricamente as áreas das seguintes figuras sabendo que: o comprimento do retângulo é o dobro de sua altura; O lado do quadrado tem a metade da altura do retângulo; e que a altura do triângulo é o triplo do lado do quadrado e ainda, o comprimento do triângulo mede 3cm.



Atividade 6- Multiplicação de polinômios
OBJETIVO: Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação para multiplicar polinômios **Material utilizado:** caneta ou lápis, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática. **ORIENTAÇÃO PARA O PROFESSOR**: O professor deve orientar os alunos na multiplicação algébrica dos **polinômios** e retomar as medidas das peças do jogo encontradas na primeira atividade de maneira que o aprendiz possa calcular algebricamente a área de cada figura.

01) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_1$ (I_E): Utilize as peças, “quadrado” e “triângulo maior” do seu Tangram, para executar as seguintes tarefas:

a) Aproveite as medidas dos lados dessas figuras retiradas na atividade 1 e registre abaixo o valor arredondado (sem a parte decimal).

b) Desenhe cada uma dessas figuras com a indicação de aumento de seus lados perpendiculares aumentadas em “**a**” unidades.

c) Represente algebricamente a área das figuras aumentadas em “**a**” unidades?

02) INTERVENÇÃO EXPLORATÓRIA$_2$ (I_E): Utilize os seus conhecimentos sobre área de figuras planas para preencher o quadro abaixo com uma expressão algébrica que represente a área do que se pede:

Figura	Área algébrica da figura original	Área algébrica da figura com medida aumentada em “a” unidades
Quadrado		
Triângulo		

03) INTERVENÇÃO REFLEXIVA$_1$ (I_E): O que resultaria ao utilizar a propriedade distributiva da multiplicação nas expressões algébricas da área das figuras com medidas aumentadas em “a” unidades?

INTERVENÇÃO FORMALIZANTE (I_F): Na multiplicação de polinômios, aplica-se a propriedade distributiva da multiplicação entre os termos e faz-se, em seguida, a adição algébrica dos termos encontrados até a representação do polinômio reduzido na operação algébrica.

Ex:

a) $(x + 1).(x + 2) = x.x + 2.x + 1.x + 1.2 = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$

6) INTERVENÇÃO AVALIATIVA RESTRITIVA (I_{AR}): Calcule os seguintes produtos:

a) $(b + 1).(b + 1)$

b) $(a + 2).(b + 2)$

c) $(x - 2).(x + 2)$

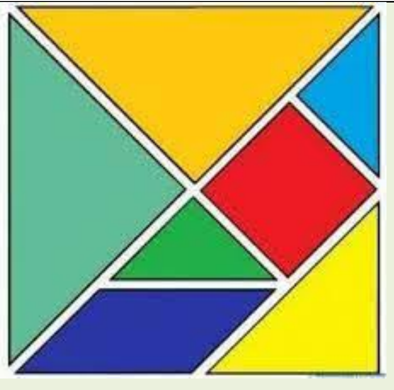
d) $(x + 2).(x + y - 3)$

2. 3 MATERIAL DO ALUNO

Sequência Didática para **O ENSINO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS COM O AUXILIO DO JOGO TANGRAM**

Atividade 1- Representação algébrica de medidas congruentes com o quebra-cabeça Tangram
Objetivos: Representar de medidas congruentes (generalização).
Material utilizado: caneta colorida, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.

Após a leitura do texto use as sete peças do Jogo Tangram para formar um quadrado.



O Tangram é um antigo jogo chinês, que consiste na formação de figuras e desenhos por meio de 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). Não se sabe exatamente quando o jogo surgiu, embora exista uma lenda sobre tal criação. De qualquer forma, o tangram é jogado há séculos em todo o Oriente. De lá, o quebra-cabeça chinês se espalhou por toda a Ásia, Europa e Estados Unidos, tendo sido, inclusive, fonte de inspiração para a criação de muitos outros tipos de brinquedos. O tangram não exige grandes habilidades dos jogadores; basta ter criatividade, paciência e tempo. Durante o jogo, todas as peças devem ser utilizadas; além disso, não é permitido sobrepor nenhuma peça.

Publicado por Tiago Dantas. em https://mundoeducacao.uol.com.br/curiosidades/tangram.htm

01) Com o auxílio de uma régua, preencha a tabela com as medidas dos lados de cada peça do jogo. Para medidas iguais use canetas de mesma cor.

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	MEDIDAS (em centímetros)		
1	Quadrado			
1	Paralelogramo			
1	Triângulo Médio			
2	Triângulo Grande			
2	Triângulo Pequeno			

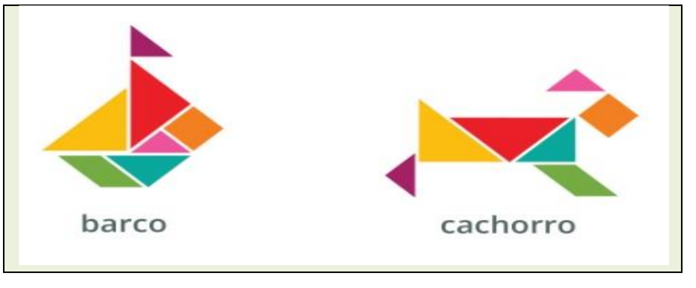
02) Você conseguiu medir cada peça com facilidade? Observe o quadro e diga quais peças diferentes possuem lados de medidas congruentes.

03) Qual a importância das congruências de medidas para o encaixe de peças do jogo Tangram?

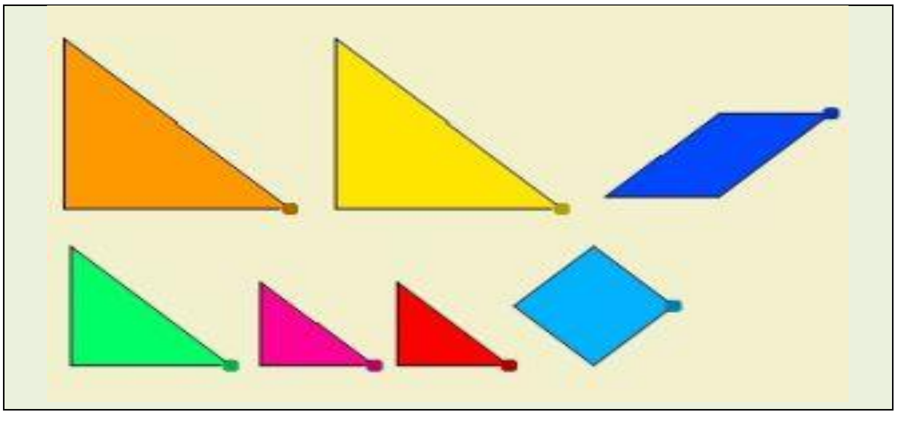
04)Imagine que você desejasse reproduzir um Tangram maior ou menor que esse que está com você. Como você projetaria as peças?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

05) Utilize as peças do quebra-cabeça Tangram e monte as figuras abaixo, considerando a congruência das medidas das peças, sem sobrepô-las.



06) Nas peças do Tangram espalhadas abaixo, use letras para representar os lados congruentes em uma mesma peça ou em peças diferentes.



ATIVIDADE 2: EXPRESSÃO ALGÉBRICA E SUAS REPRESENTAÇÕES

OBJETIVO: Definir a expressão algébrica a partir da representação do perímetro das peças do Tangram com valores algébricos.

MATERIAL UTILIZADO: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática

1) O quadro abaixo faz referência aos dados coletados na primeira atividade anterior. Preencha as medidas encontradas na atividade anterior e substitua os "valores" por variáveis (letras) no quadro abaixo:

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	MEDIDAS (em centímetros)			Variáveis respectivas associadas		
1	Quadrado						
1	Paralelogramo						
1	Triângulo Médio						
2	Triângulo Grande						
2	Triângulo Pequeno						

2) Descreva a relação das medidas das figuras do Tangram entre si representadas por variáveis.

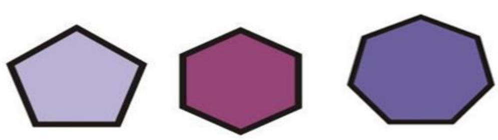
3) A partir das variáveis utilizadas e sabendo que o perímetro é a soma das medidas de cada peça, como você representaria o perímetro de cada peça?

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO
1	Quadrado	
1	Paralelogramo	
1	Triângulo Médio	
2	Triângulo Grande	
2	Triângulo Pequeno	

4) Como você explicaria a representação do resultado do perímetro de cada peça?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

5) Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.



PENTÁGONO HEXÁGONO HEPTÁGONO

....

Atividade 3: ADIÇÃO DE TERMOS ALGÉBRICOS
Objetivos: Somar monômios para obter o perímetro de figuras.
Material utilizado: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) Utilize a representação feita na última questão da atividade anterior para preencher o quadro abaixo:

QTDE DE PEÇAS	FIGURA GEOMÉTRICA	Soma de letras para obter o perímetro de cada peça	Quantas vezes a mesma letra foi somada?
1	Quadrado		
1	Paralelogramo		
1	Triângulo Médio		
2	Triângulo Grande		
2	Triângulo Pequeno		

02) Sobre o quadrado, como você expressaria de maneira geral o seu perímetro?

03) Considerando o que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro de um quadrado cujo lado medisse 10 cm?

04) Sobre os triângulos, como você expressaria de maneira geral o perímetro de cada um?

05) Considerando o que você expressou na questão anterior, qual seria o perímetro do triângulo médio se os lados medissem 7cm, 7 cm e 10 cm?

06) Sobre o paralelogramo, como você expressaria de maneira geral o perímetro de cada um?

07) Considerando a soma de letras iguais para obter o perímetro do paralelogramo, qual seria o valor do perímetro se os lados paralelos medissem 7 cm e 5 cm, respectivamente?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

08) Indique por meio de um monômio:

a) A quantidade de pernas dos passageiros que estão em um ônibus em uma quantidade desconhecida de passageiros.

b) A quantidade de rodas em um estacionamento para carros.

c) O valor a ser pago por uma determinada quantidade de canetas que custam R$ 5,00.

d) O lucro de uma vendedora de açaí que ganha R$ 3,00 por cada litro de açaí vendido.

09) O monômio 0,5. L representa o valor da fatura da conta de água. Sendo 0,5 o coeficiente numérico que representa o valor por litro de água consumido e L a quantidade de litros de água consumido. Calcule o valor da fatura de uma família que consumiu:

a) 10000 litros de água.

b) 15000 litros de água

10) Escreva uma expressão algébrica para representar a medida do perímetro de cada polígono regular.

....

Atividade 4: CLASSIFICAÇÃO DE POLINÔMIOS
Objetivo: Classificar as expressões algébricas quanto ao número de termos.
Material utilizado: lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) Utilize as informações sobre a representação algébrica dos perímetros calculados na atividade anterior e diga em quantas somas de monômios resultaram.

FIGURA GEOMÉTRICA	PERÍMETRO (com soma de termos semelhantes)	Nº DE MONÔMIOS
Quadrado		
Paralelogramo		
Triângulo Médio		
Triângulo Grande		
Triângulo Pequeno		

02) Qual figura o perímetro resultou em 1 monômio, por que isso aconteceu?

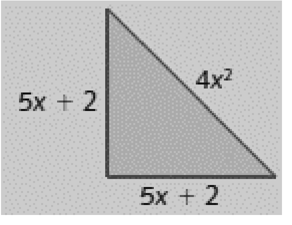
03) Qual figura o perímetro resultou em 2 monômios, por que isso aconteceu?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

04) Some as expressões abaixo, depois classifique os resultados como monômio, ou binômio, ou trinômio ou polinômio

a) $2x - x + 3x$ b) $3a - b – a + 2b + c + 2$ c) $y + 3x + 2 – x$

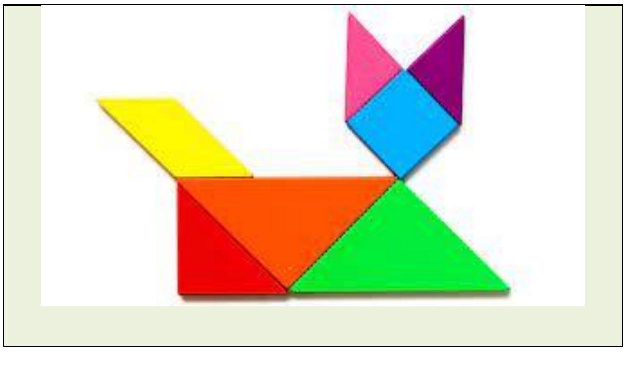
05)Observe a figura:



Calcule e marque a alternativa que apresenta o polinômio ao qual representa o perímetro do triângulo acima?

a) ( ) $4x^2 + 5x + 2$
b) ( ) $4x^2 + 10x + 4$
c) ( ) $5x^2 + 4x +4$
d) ( ) $5x^2 + 10x + 2$

06) Com o quebra-cabeça Tangram construa a seguinte figura mostrada abaixo. Identifique as arestas do contorno da figura algebricamente, depois calcule seu perímetro. Ao final, classifique a expressão algébrica encontrada.



Atividade 5: **MULTIPLICAÇÃO ALGÉBRICAS DE MONÔMIOS**
Objetivo: Multiplicar algebricamente os monômios.
Material utilizado: Lápis ou caneta e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) Preencha o quadro com letras que representem a altura e comprimento das figuras das peças do Tangram as quais você identificou na primeira atividade. Depois expresse algebricamente como seria a área de cada uma das figuras.

FIGURA GEOMÉTRICA	**Altura**	**Comprimento**	**Expressão da área**
Quadrado			
Paralelogramo			
Triângulo Médio			
Triângulo Grande			
Triângulo Pequeno			

02) Como ficariam as representações algébricas que você fez sem o sinal da multiplicação?

03) Como ficaria a representação algébrica da área do quadrado considerando regras de potenciação?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

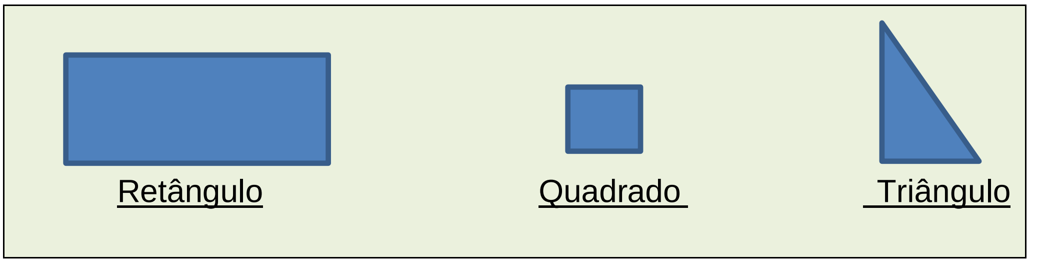
04) Calcule os seguintes produtos entre monômios:

a) $(2ab).(a^2) =$

b) $(-3ab).(a^2 b) =$

c) $(4x^2).(\ 3xy^3) =$

05) Calcule algebricamente as áreas das seguintes figuras sabendo que: o comprimento do retângulo é o dobro de sua altura; O lado do quadrado tem a metade da altura do retângulo; e que a altura do triângulo é o triplo do lado do quadrado e ainda, o comprimento do triângulo mede 3cm.



Atividade 6- Multiplicação de polinômios
Objetivos: Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação para multiplicar polinômios **Material utilizado**: caneta ou lápis, régua, as peças do jogo e a ficha instrucional com a sequência didática.

01) Utilize as peças, “quadrado” e “triângulo maior” do seu Tangram, para executar as seguintes tarefas:

a) Aproveite as medidas dos lados dessas figuras retiradas na atividade 1 e registre abaixo o valor arredondado (sem a parte decimal).

b) Desenhe cada uma dessas figuras com a indicação de aumento de seus lados perpendiculares aumentadas em “**a**” unidades.

c) Represente algebricamente a área das figuras aumentadas em “**a**” unidades?

02) Utilize os seus conhecimentos sobre área de figuras planas para preencher o quadro abaixo com uma expressão algébrica que represente a área do que se pede:

Figura	**Área algébrica da figura original**	**Área algébrica da figura com medida aumentada em “a” unidades**
Quadrado		
Triângulo		

03) O que resultaria ao utilizar a propriedade distributiva da multiplicação nas expressões algébricas da área das figuras com medidas aumentadas em “a” unidades?

Copie aqui a FORMALIZAÇÃO do professor

6) Calcule os seguintes produtos:

a) (b + 1).(b + 1)

b) (a + 2).(b + 2)

c) (x - 2).(x + 2)

d) (x + 2).(x + y - 3)

3. ESTUDO DO OBJETO MATEMÁTICO

Nesta seção, apresentaremos uma investigação sobre o estudo do objeto matemático Expressões Algébricas, para proporcionar um aprofundamento epistemológico sobre esse objeto aos leitores desta pesquisa e para melhor compreensão do significado dos objetivos de aprendizagem abordados na Sequência Didática que construímos.

Para isso, realizamos um recorte histórico sobre a constituição da álgebra simbólica representada no diagrama-metodológico proposto por Chaquiam (2020, 2017) que relaciona contextos históricos da época do personagem Viète, conhecido como o pai da álgebra. Esse recorte histórico faz referência a evolução algébrica e tem uma contribuição inclusa ao proposto produto educacional na formação continuada do professor para o aprofundamento de conhecimentos sobre a constituição do objeto matemático estudado. Deste capítulo resultou um artigo científico publicado na X Bienal de Matemática 2022.

Ainda neste capítulo, temos as análises das concepções algébricas segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Usiskin (1995) e Lins e Gimenez (2001), quais sejam os interlocutores algébricos responsáveis em fundamentar os tópicos matemáticos relacionados.

3.1. ESTUDO HISTÓRICO

Foi desenvolvido num estudo sobre o ensino de expressões algébricas, por meio de um recorte histórico construído na perspectiva do diagrama-metodológico proposto por Chaquiam (2020, 2017), que sistematiza o desenvolvimento histórico de determinado objeto matemático na perspectiva de personagens que colaboraram na evolução desse objeto, bem como os contextos que influenciaram nessa evolução. Para isso, “deve-se caracterizar o cenário mundial da época do personagem principal tendo em vista à vinculação da história da Matemática a história” (CHAQUIAM, 2017, p. 34)

Inicialmente, faz-se necessário retomar a etimologia da palavra "álgebra”, por ser uma variante latina da palavra árabe al-jabr usada no título de um livro, Hisab al-jabr w'al-muqabalah, escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al Khowarizmi. Uma tradução literal e original a álgebra seria equações, no entanto, essa palavra tem, atualmente, um significado polissêmico e uma definição satisfatória que requer um enfoque em duas fases:

(1) Álgebra antiga (elementar), o estudo das equações e métodos de resolvê-las;

(2) Álgebra moderna (abstrata), o estudo das estruturas matemáticas, tais como grupos, anéis e corpos.

A fase antiga (elementar), que abrange o período de 1700 a.C. a 1700 d.C., aproximadamente, caracterizou-se pela invenção gradual do simbolismo e pela resolução de equações (em geral coeficientes numéricos) por vários métodos, apresentando progressos pouco importantes até a resolução "geral" das equações cúbicas e quárticas e o inspirado tratamento das equações polinomiais em geral feito por François Viète, também conhecido por Vieta (1540-1603).

Segundo Eves (1995), o desenvolvimento da notação algébrica evoluiu desde a Babilônia ao longo de três estágios: o retórico (ou verbal), o sincopado (no qual eram usadas abreviações de palavras) e o simbólico. No último estágio, a notação passou por várias modificações, até tornar-se razoavelmente estável ao tempo de Isaac Newton.

Embora seja um longo percurso evolutivo, tendo em vista a pesquisa que motivou este estudo histórico, buscou-se responder a seguinte questão: Como se deu o nascimento da álgebra simbólica ensinada atualmente na Matemática da Educação Básica? Assim, considerando-se a contribuição de François Viète e de seus contemporâneos para o desenvolvimento da álgebra, estabeleceu-se como objetivo desta pesquisa apresentar uma sistematização de recorte histórico sobre o nascimento da álgebra simbólica com ênfase no contexto histórico vivenciado por François Viète.

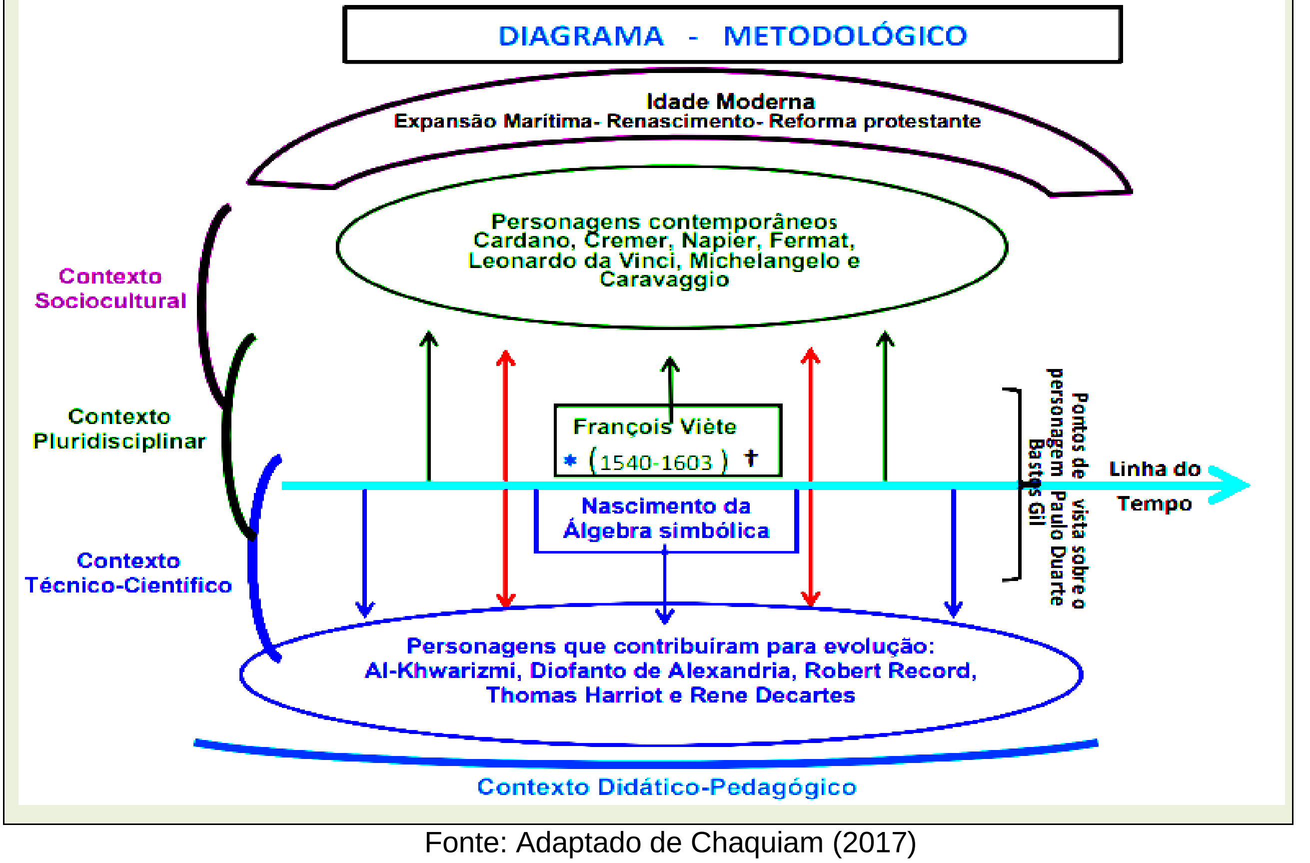
Para o alcance desse objetivo adotou-se o diagrama metodológico de Chaquiam (2017), que segundo Chaquiam (2020) tem gerado trabalhos de conclusão de curso em Licenciatura em Matemática que podem ser utilizados em sala de aula. E, nessa perspectiva de colaborar com o ensino de matemática, apresenta-se a seguir os contextos históricos que envolvem o personagem principal, quais sejam: sociocultural, pluridisciplinar, técnico-científico e didático-pedagógico. Além disso, apresenta-se como alguns personagens contemporâneos a François Viète, matemáticos ou não, se interrelacionam nesses contextos.

Considerando-se a História da Matemática como uma importante fonte de desenvolvimento epistêmico do professor de matemática, Moura e Silva (2014) afirmam que a história ajuda a compreender como a ciência é desenvolvida e sob quais influências. Assim, o diagrama metodológico desenvolvido por Chaquiam (2017):

> pode ser considerado um meio de se organizar e integrar história e matemática por meio dos diversos contextos, bem como proporcionar melhor compreensão das origens das ideias matemáticas que temos hoje, observar os diversos aspectos de seu desenvolvimento e perceber que as teorias que hoje aparecem prontas e acabadas vieram de grandes esforços e desafios enfrentados por muitos ao longo dos tempos (CHAQUIAM, 2020, p. 13)

Essa organização de contextos sobre um determinado objeto matemático eleva o pesquisador ou professor a uma visão mais detalhada dos obstáculos enfrentados em outros tempos que possam ser reconhecidos na aprendizagem de matemática, atualmente ensinada. Referindo-nos aos esforços e desafios enfrentados para a evolução da álgebra simbólica, apresenta-se a seguinte sistematização:

Figura 4: Sistematização da evolução da Álgebra Simbólica.



Fonte: Adaptado de Chaquiam (2017)

A figura 03, ilustra a sistematização adotada para o estudo da evolução da Álgebra simbólica tendo como personagem principal, François Viète. A seguir apresenta-se o personagem e os contextos históricos que o influenciaram.

3.1.1 Contexto Sociocultural

Para situar o tempo e o espaço que o personagem principal, François Viète (1540-1603), adotou-se como fonte bibliográfica, Boyer (1974), Eves (2004), Gil (2001) para elencar fatos históricos que marcaram o cenário mundial vivenciado no século XVI. Esse período foi marcado por um período histórico denominado de Idade Moderna, que destaca três acontecimentos: a Expansão Marítima, o Renascimento e a Reforma Protestante. Esses acontecimentos alteraram significativamente a política, a economia, a sociedade e a cultura e, por consequência, as pessoas passaram a adotar modos de vida diferenciados em relação aos daqueles da Idade Média.

A descoberta de novas rotas marítimas e novas terras possibilitaram a expansão na forma de se comunicar. Na religião, a Reforma Protestante, marcou o processo de decadência da Igreja católica e, consequentemente, a descentralização de seu monopólio político, pois ocorreu a formação das monarquias nacionais e marcou a submissão da nobreza e da Igreja, o que se consolidou a Idade Moderna com o surgimento dos Estados Absolutos.

François Viète nasceu no ano de 1540 em Fontenay-le-Comte, na França, e morreu no dia 13 de dezembro de 1603 em Paris. Apaixonado por álgebra, esse matemático francês foi responsável pela introdução da primeira notação algébrica sistematizada, além de contribuir para a teoria das equações.

Na álgebra, Viète adotou vogais para as incógnitas, consoantes para os números conhecidos, gráficos para resolver equações cúbicas e biquadradas (ou de 4º grau) e trigonometria, para as equações de graus mais elevados. Ele ficou conhecido como o Pai da Álgebra e um dos melhores especialistas em cifras de todos os tempos. Prova disso, que o rei Henrique IV da França, entregou a ele as mensagens espanholas na esperança de que o matemático as decifrasse. Viète teve sucesso e guardou segredo. Porém, dois anos depois, os espanhóis descobriram seu feito.

3.1.2 Contexto Pluridisciplinar

Os personagens contemporâneos que se destacaram e contribuíram para o desenvolvimento científico, foram: Leonardo da Vinci (1452-1519), que se destacou na arte por pintar os famosos quadros como Mona Lisa e Última Ceia; Michelangelo (1475- 1564), se destacou pela pintura da basílica de São Pedro e basílica de São Lourenço; Caravaggio (1571 – 16610), pintor de Medusa.

Outros contemporâneos de Viète que receberam destaques, foram: Cardano (1501-1576), John Napier (1550-1617) e Fermat (1601-1665). Gerolamo Cardano (1501-1576), de acordo com Eves (2004), foi um dos personagens mais extraordinário da história da matemática. Começou sua vida profissional como médico, mas paralelamente se dedicava à Matemática, especificamente a aritmética, ainda se dedicava a astronomia, física e outros assuntos.

Dentre seus livros, o mais importante foi Ars Magna, o primeiro grande tratado em latim exclusivamente à álgebra. Nele encontram-se alguns relatos às raízes negativas de uma equação e ao cálculo com números imaginários. Há indícios que Cardano tinha algum conhecimento da regra de sinais de Descartes.

Segundo Boyer (1974), John Napier (1550-1617) era um proprietário escocês, que administrava suas propriedades e escrevia sobre diversos assuntos. Napier, tinha interesse por assuntos matemáticos que se referiam à computação e trigonometria. Ele ficou conhecido como inventor do Logaritmo quando, em 1614, publicou o seu *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (Uma descrição do Maravilhoso Cânon de Logaritmos) que conteve uma descrição de logaritmos, um conjunto de tabelas e regras para o uso deles.

Pierre de Fermat nasceu no dia 17 de agosto de 1601 em Beaumont-de-Lomages, França e morreu no dia 12 de janeiro de 1665 em Castres, França. Foi advogado e oficial do governo em Toulouse pela maior parte de sua vida. A matemática era o seu passatempo. Em 1636, Fermat propôs um sistema de geometria analítica semelhante àquele que Descartes preconizaria um ano depois. O trabalho de Fermat estava baseado em uma reconstrução do trabalho de Apollonius, usando a álgebra de Viète. Um trabalho semelhante conduziu Fermat para descobrir métodos similares para diferenciação e integração por máximos e mínimos.

3.1.3 Contexto Técnico-Científico

A evolução da álgebra teve forte contribuição da matemática babilônica, Boyer (1974) destaca que seu desenvolvimento foi pautado na utilização do sistema numérico, que tinha como base fundamental o sessenta. Além disso, foram hábeis na elaboração de algoritmos para obtenção de raízes de equações, assim como, nos cálculos que envolviam operações aritméticas fundamentais e tabelas exponenciais.

No Egito, a álgebra surgiu quase ao mesmo tempo que na Babilônia; mas faltavam à álgebra egípcia os métodos sofisticados da álgebra babilônica, bem como a variedade de equações resolvidas, a julgar pelo Papiro Moscou e o Papiro Rhind - documentos egípcios que datam cerca de 1850 a.C. e 1650 a.C., respectivamente, mas refletem métodos matemáticos de um período anterior. A álgebra do Egito, como a da Babilônia, era retórica.

Os matemáticos europeus do século XVI tiveram de estender a noção indo-arábica de número antes de avançar significativamente, além dos resultados babilônios de resolução de equações. Assim, a álgebra introduzida na Europa (via Liber abaci de Fibonacci e traduções) obteve regressão tanto em estilo como em conteúdo. O semi-simbolismo (sincopação) de Diofanto e Brahmagupta e suas realizações relativamente avançadas não estavam destinados a contribuir para uma eventual irrupção da álgebra.

A partir do Renascimento, houve um rápido florescimento da álgebra na Europa ocasionados devido aos seguintes fatores: 1)facilidade de manipular trabalhos numéricos a partir do sistema de numeração indo-arábico, muito superior aos sistemas (tais como, o romano) que requeriam o uso do ábaco; 2)invenção da imprensa com tipos de móveis, que acelerou a padronização do simbolismo mediante a melhoria das comunicações, baseada em ampla distribuição; 3)ressurgimento da economia, sustentando a atividade intelectual; e a retomada do comércio e viagens, o que facilitou o intercâmbio de ideias tanto quanto de bens.

Por volta do ano 400 d.C., uma ideia audaciosa de um estudioso de Alexandria começou a mudar toda a história da matemática. Esse estudioso era Diofante de Alexandria, que viveu de 325 a 409 e seus estudos se basearam no uso de símbolos para facilitar a escrita e os cálculos matemáticos. Os Símbolos criados por Diofante proporcionaram as expressões, até então escritas totalmente com palavras, as quais pudessem ser representadas com abreviações.

Diofante viveu numa época muito tumultuada, presenciando, por exemplo, a queda do Império Romano, e isso, não foi nada bom para a matemática, pois teve todo um processo de desenvolvimento interrompido devido ao clima de guerra criado, e principalmente, pela destruição de muitos centros de estudos. Dessa forma, a simbologia de Diofante não saiu do estágio inicial e somente no ano de 650, aproximadamente, com a ascensão do império Árabe, foi retomada dos estudos matemáticos.

Apaixonado por álgebra, François Viète foi para a história como o principal responsável pela introdução dos símbolos no mundo da matemática e influenciador para que outros matemáticos, da mesma época, dessem suas contribuições para o aperfeiçoamento da álgebra. Entre eles, destacam -se Robert Record, inglês que criou o símbolo (=) para a expressão (igual a). Esse sinal foi usado por Thomas Harriot, também inglês, responsável pela eliminação das poucas palavras que ainda restavam na álgebra de Viète.

René Descartes, grande matemático e filósofo francês, foi o responsável pela passagem da álgebra completamente simbólica, pois introduziu as seguintes inovações para aperfeiçoar a álgebra de Viète: 1) criou o símbolo (.) para a operação de multiplicação; 2) criou a notação que usamos hoje para os expoentes de uma potenciação: 3) passou a usar as primeiras letras do alfabeto para os coeficientes da incógnita e os termos independentes (sem literais) e as últimas letras para representar as incógnitas.

3.1.4 Contexto Didático-Pedagógico

Segundo Chaquiam (2020), o contexto didático-pedagógico está relacionado à constituição de um texto como este, constituído a partir do contexto sociocultural, pluridisciplinar e contexto técnico-científico apresentando-se outros pontos de vista sobre o personagem principal ou sobre o conteúdo matemático abordado, com potencial de constituição de atividades para serem desenvolvidas em sala de aula, além de proporcionar uma discussão crítica em torno do objeto matemático em tela e das ideias matemáticas que contribuíram à sua constituição e evolução.

Assim, no que diz respeito a contribuição didático-pedagógica deste estudo evidenciou-se alguns pontos a serem considerados em sala de aula: 1) Antes da constituição do simbolismo algébrico, há a constituição retórica do significado do símbolo; 2) O pensamento algébrico é algo que é desenvolvido ao longo do desenvolvimento cognitivo e intelectual do indivíduo; 3) É importante criar experiências de aprendizagem que envolvam a álgebra falada e por meio de abreviações que representem o significado do simbolismo algébrico.

Neste sentido, a sistematização e o recorte histórico sob o contexto vivenciado por Viète pode contribuir para compreensão da afirmação do simbolismo algébrico, constante nos currículos atuais de matemática, que ora apresenta problemas de ensino e de aprendizagem.

De fato, a história ajuda a elucidar desafios enfrentados no ensino de Matemática. A metodologia adotada neste estudo se mostrou um facilitador do aprofundamento epistemológico de professores e pesquisadores na área de ensino de matemática. Em especial, no que diz respeito a pesquisa que originou este estudo.

Sendo assim, com o diagrama metodológico adotado, foi possível evidenciar que os contextos históricos ajudam a compreender a constituição do simbolismo algébrico e o quanto é importante que o seu significado seja parte integrante dos processos que envolvam o ensino e aprendizagem da álgebra, como por exemplo, o desenvolvimento do estudo a respeito do ensino de Expressões Algébricas.

3. 2 APROFUNDAMENTO EPISTEMOLÓGICO

Nesta seção trazemos alguns apontamentos que recortamos do livro espanhol *Álgebra : colección El Postulante* em Timoteo (2013), *Fundamentos de Matemática Elementar*, Volume 9 de Iezzi (1997), Lima et al (2006), *A Matemática do Ensino Médio*, e Lima (2013), *Números e Funções Reais* da Coleção PROFMAT.

3. 2. 1 Polinômios: definições elementares

Notação matemática: É o que permite diferenciar as variáveis das constantes.

$$P(x; y; z) = 2\,ax^3 - 5bxyz$$

Variáveis   Constantes

Expressões Algébricas: São aquelas expressões onde as operações que se usam são as adições, subtrações, multiplicações, divisões, potenciações, radiciações entre suas variáveis ou incógnitas, em um número limitado de combinações.

São exemplos de expressões algébricas:

- $P(x) = x^2 + 5x - 1$
- $Q(x; y) = \frac{6x-y}{\pi} + \sqrt{3}y - 5$
- $R(x; y; z) = 3 + 5x + log2/xyz$
- $T(x; y) = \frac{x-y}{\sqrt{xy}} + 6$

São exemplos de expressões não algébricas chamadas também transcendentes:

- $K(x) = cosx - 1$
- $N(x) = x^{x^x} - 1$
- $M(x; y; z) = 3 + 6x + logx/xyz$
- $R(x) = 1 + x + x^2 +...$

Aqui precisamos fazer uma reflexão sobre conceitos algebricamente isomórficos que podem causar algum estranhamento no uso, haja vista que equação, polinômio e função “quando, por exemplo, não se distingue o isomorfismo que há entre objetos com representações e definições diferentes, mas que na prática podem ter significados semelhantes” (SILVA, 2020, p. 91):

Quadro 3 - Conceitos algebricamente isomórficos.

Equação	Polinômio	Função
$y = 2x + 3$	$P(x) = 2x + 3$	$f: A \to B$ $x \mapsto f(x) = 2x + 3$
Incógnitas	Coeficientes e parte literal	Variáveis

Fonte: (Silva, 2020, p. 91)

No quadro 20 temos que a versatilidade do conceito de função, especialmente quando definida como aplicação, carrega sutis semelhanças com outros conceitos, no caso da equação, que por meio de uma igualdade deseja-se calcular um valor desconhecido ao qual denomina-se incógnita, termo adotado por conveniência didática no ensino fundamental também para polinômio, haja vista que são conteúdos em sequência, embora, a rigor, em polinômios a parte desconhecida seja chamada de parte literal.

No ensino, médio quando se estuda polinômios com valores reais ou complexos arbitrários, diferencia-se polinômio de função pelo fato desta última estabelecer uma relação de dependência com um conjunto chamado domínio pré-definido, assim o valor desconhecido percorre por possibilidades em “uma quantidade variável chamada de fluente (uma quantidade que flui)” (EVES, 2004, p.439), assim o termo variável no ensino médio é o didaticamente adotado para estudo de funções.

Em todo caso na proposta de ensino que apresentamos no capítulo 4, optamos por adotar a conveniência didática de “incógnita”. Entretanto, mais adiante, apresentamos que quando se estende a um estudo no campo dos complexos essas diferenças isomórficas se dissolvem.

Termo Algébrico: É aquela expressão algébrica na qual não se vincula as variáveis ou partes literais mediante a adição e a subtração, apresenta duas partes que são o coeficiente numérico e a parte literal ou parte variável.

No polinômio $N(x;y) = 5\pi x^2y^7$, 5π é o coeficiente numérico e x^2y^7 é a parte literal.

Outros exemplos: $P(x) = -6zx$; $Q(x;y) = 2000x^2y^7$

Vemos que as expressões N e Q apresentam diferentes coeficientes para a mesma parte literal e essas partes literais estão elevadas ao mesmo expoente. Eles são denominados termos semelhantes e têm como propriedade que a soma de termos semelhantes se reduz a um só termo semelhante e são obtidos somando os coeficientes acompanhados da mesma variável, por exemplo:

Sendo: $4x^7y; 5\pi x^7y; abx^7y \Rightarrow 4x^7y + 5\pi x^7y + abx^7y = (4 + 5\pi + ab)x^7y$

Polinômio: Se define o polinômio como a expressão algébrica onde os expoentes das variáveis são todos positivos e está definida para qualquer valor que se dê as suas variáveis ou incógnitas.

São exemplos de polinômios:

- $M(x;y) = 5x^2y + (-6x^3y^5) + 1$
- $N(x) = x^2 - 6x^3 + 5x^6 - 2$
- $T(x) = x^2 + 2x^2 + 7x^2 + 4x^2$

Grau de um polinômio

- **Polinômio de uma só variável.** O grau é dado pelo maior expoente da variável. Por exemplo:

$P(x) = x^4 + 3x^3 + 7x^6$ é de grau 6;

$N(z) = x^7 + 2z^2x - z^3 - 1$ é de grau 3. (variável z)

- **Monômios de várias variáveis.** O grau ou grau absoluto é a soma dos expoentes de todas as variáveis enquanto que seu grau em relação a uma variável ou grau relativo deve ser o expoente da variável em referência. Por exemplo:

$M(x;y) = 7x^22y^8$ é de grau absoluto: 10

Em relação a x (GR): 2

Em relação a y (GR): 8

- **Polinômio de dois ou mais termos com uma variável.** O grau ou grau absoluto é dado pelo maior grau dos monômios envolvidos, enquanto que o grau relativo (GR) o dará o maior expoente da variável de referência. Por exemplo:

$P(x;y) = 7x^2 2y^3 - 4x^5y^6 + 6x^7y^2$

Grau absoluto (GA):

Maior {5;11;9} = 11

Grau relativo (GR)

GR(x)= maior {2;5;7} = 7

GR(y) = maior {3;6;2} = 6

Representação geral de polinômios de uma só variável.

$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 = a_3x^3 +, \ldots + a_nx^n$, onde:

$a_0; a_1; \ldots; a_n$: Coeficientes

a_n:Coeficiente principal, se $a_n \neq 0$

a_0: termo independente.

Se $a_n = 1 \Rightarrow P\ (x)$ se chama mônico.

Casos particulares

$n = 1: P(x) = a_0 + a_1x$ polinômio linear, se $a_1 \neq 0$.

$n = 2: P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$, polinômio quadrático, se $a_2 \neq 0$.

$n = 3: P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3, se\ a_3 \neq 0$, polinômio cúbico.

Polinômios Especiais

1. **Polinômio mônico.** É um polinômio com uma variável que tem coeficiente principal (termo de grau mais alto) igual a 1. São exemplos de polinômios mônicos:

$$A(x) = 1 + x^2 + 3x; B(x) + 7 - 2x^2 + x^3; C(x) = x$$

2. Polinômio homogêneo**.** É aquele em que cada termo tem o mesmo grau absoluto. São exemplos de polinômios homogêneos: $A(x;y) = 6x^4y^2 + 3xy^5 - y^6$, seu grau de homogeneidade é 6.
3. **Polinômio completo.** É aquele polinômio que apresenta todos seus desde o maior até o termo independente. São exemplos de polinômios completos:

$A(x) = 7 + 3x^2 + x + 4x^3$

$B(x;y) = xy^2 + xy + x^2$ é completo em relação a y.

$C(x;y) = x^3y + x^2y^2 + x + 2y^3$ é completo em relação a xy e também em relação a y.

4. **Polinômio ordenado. Se** os expoentes de uma variável apresentar uma ordem ascendente ou descendente em relação a está variável, será ordenada.

São exemplos de polinômios ordenados:

$P(x;y) = y^6x^2 + y^4x^3 + y^2x^5 + x^6y$ é ordenado descendentemente em relação a y enquanto que em relação a x é em forma ascendente.

Observações:

- Em todo polinômio de dois ou mais termos a soma de seus coeficientes se obtém avaliando o polinômio para coeficientes iguais a 1. É dizer, soma de coeficientes é P (1) o P(1;1) o P(1;1;1) (De acordo com a quantidade de variáveis).
- Em todo polinômio seu termo independente se obtém avaliando este polinômio para coeficientes iguais a 0. É dizer: termo independente: P (0) ou P(0;0) ou P(0;0;0) (De acordo com a quantidade de variáveis).
- Aquele polinômio que cumpre simultaneamente com a definição 3 e 4 se denominam completos e ordenados, por exemplo, $P(x) = x^3 + x^2 + 4x - 2$ é completo e ordenado descendentemente enquanto $R(x) = 1 - x - x^2 - x^3 - x^4$ é completo e ordenado ascendentemente.
- Em todo polinômio completo e ordenado o número de termos e o seu grau mais 1, o polinômio P anterior é de grau 3, vemos que a sua quantidade de termos é 4, o polinômio R é de 4 graus e tem 5 termos.

Exemplo:

Sendo $P(x-1) = x^2 + 4$, encontrar seu termo independente mais a soma de coeficientes. Aparentemente este exemplo parece óbvio, pois se pode pensar que seu termo independente é 4 e a soma de coeficientes é $1 + 4 = 5$, mas cuidado! A variável é (x-1), logo, para calcular a soma de coeficientes (1) para $x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \therefore P(1) = 2^2 + 4 = 8$, assim mesmo o termo independente P(0) para $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \therefore P(0) = 1^2 + 4 = 5$.

3. 2. 2 Polinômios com raízes Complexas

Ao trazermos este aprofundamento epistemológico para o leitor, estamos evidenciando algumas reflexões que podem ser introduzidas nas intervenções feitas aos estudantes de ensino Fundamento no ensino de Expressões Algébricas. Reflexões sobre a natureza dos valores desconhecidos (incógnitas), seriam inteiros? Poderiam ser decimais ou fracionários? Em quais situações? Se as incógnitas representam quantidades, poderiam ser números naturais? Se forem preços, podem ser decimais? Se são naturais poderiam uma incógnita ser atribuída valor negativo? Se não, quando pode? Além disso, poderíamos criar situações em que explorasse o entendimento da apresentação de expressões com mais de uma variável, como a conta de luz, rendimento da poupança, juros, etc.

Essas reflexões podem despertar gatilhos cognitivos que no futuro permitirão o educando receber de forma mais natural informações mais complexas sobre a linguagem algébrica.

O fato é que o professor de matemática precisa ter consciência do quão profundo esse tema pode ser, e no mínimo fazer provocações ao nível do entendimento do educando. Por isso, nos propusemos a apresentar algumas definições de polinômios complexos, que inclusive é temática em concursos para professor de matemática.

Definição: Uma função $p: C \rightarrow C$ é uma função polinomial complexa quando existem números complexos $a_{0,}\, a_{1,} \dots, a_{n,}$tais que

$$p(x) = a_n\, x^n + a_{n-1}\, x^{n-1} + \cdots + a_1\, x + a_0$$

para todo $x \in C$. Os números $a_{0,} a_{1,} \dots, a_{n,}$ são os coeficientes da função polinomial. Se $a_n \neq 0$, dizemos que p tem grau n. Se um número complexo α é tal que $p\,(\alpha) = 0$, dizemos que α é raiz de p. Um caso especial interessante é aquele em que os coeficientes $a_{0,}\, a_{1,} \dots, a_{n,}$são todos números reais. Nesse caso, a restrição de p ao conjunto dos reais determina a função polinomial de R em R. Exemplo: Seja $p: C \rightarrow C$ tal que $p(x) = x^2 + 1$. A restrição de p para R. É a função quadrática $f: R \rightarrow R$ tal que $f(x) = x^2 + 1$. Evidentemente, $f(x) > 0$ para todo x, o que mostra que f não tem raízes e que p não tem raízes reais. Mas p é definida em todo conjunto dos números complexos. Em particular $p\,(i) = i^2 + 1 = 0$. Por tanto i é uma raiz complexa de p.

No caso de funções quadráticas, existe uma diferença sutil entre conceito de função polinomial e o conceito de polinômio, que apresentamos a seguir.

Um polinômio é uma expressão formal do tipo

$$p(X) = a_n\, X^n + a_{n-1}\, X^{n-1} + \cdots + a_1\, X + a_0\,,$$

onde $a_{0,}\, a_{1,} \ldots, a_{n,}$ é uma lista ordenada de números reais e X é um símbolo chamada de uma indeterminada, sendo X^i uma abreviatura para $X \cdot X \cdots X$ (i fatores). Em essência, o polinômio $p(X)$ é o mesmo que a lista ordenada dos seus coeficientes. Ao escrevê-lo da maneira acima, estamos deixando explícita a intenção de somar e multiplicar polinômios como se fossem funções polinomiais, usando a regra $X^i . X^j = X^{i+j}$. Por definição, os polinômios

$$p(X) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \cdots + a_1 X + a_0$$

$$q(X) = b_n X^n + b_{n-1} X^{n-1} + \cdots + b_1 X + b_0$$

São iguais (ou idênticos) quando $a_0 = b_0, a_1 = b_{1,} \ldots, a_n = b_n$.

A cada polinômio $p(X) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \cdots + a_1 X + a_0$ faz-se correspondência a função polinomial $\underline{p}$: $R \rightarrow R$, definida por $\underline{p}(x) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \cdots + a_1 X + a_0$, para todo $x \in R$. Esta correspondência (polinômio) $\longmapsto$ (função polinomial) é sobrejetiva, pela própria definição destas funções. A discussão que Lima (2013) fez acima sobre os coeficientes de funções polinomiais iguais, significa que a polinômios distintos correspondem funções polinomiais distintas. Logo, trata-se de uma correspondência biunívoca. Por esse motivo, não há necessidade de fazer distinção entre o polinômio p e função polinomial $\underline{p}$.

Reforçamos que este aprofundamento epistêmico apresentado para o professor que ensina matemática foi pensando em consonância com nossos aportes teóricos da TSD que implica em aproximar o saber científico do saber escolar e das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual. Para isso, é necessário que o professor, arquiteto do jogo didático, estabeleça condições para o encaixe de novos conhecimentos em situações futuras didáticas ou não para o educando.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. História da Matemática. São Paulo: Blucher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Comum Curricular. Proposta preliminar. versão final**. revista Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc2versao.revista.pdf> Acesso em: 14/01/2021

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Comum Curricular. Proposta preliminar. versão final**. revista Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc2versao.revista.pdf> Acesso em: 14/01/2021

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, G. **Theory of didactical situations in mathematics**. Dordrecht: Kluwer Academic Plublishers, 1997.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e métodos da didáctica da matemática. In: BRUM, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 35-114.

CABRAL, N. F. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará, Belém, 2004.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração.** Belém-PA: SBEM/SBEM-PA, 2017.

CABRAL, N. F.; COSTA, A.C. **Sequências Didáticas: Olhares teóricos e construção.** Belém: SBEMPA, 2019, p. 60-82.

CHAQUIAM, M. **Ensaios Temáticos: História** e Matemática em sala de aula. Belém: SBEM-PA, 2017.

CHAQUIAM, M. **História e Matemática Integradas por meio de um Diagrama Metodológico**. Revista PARADIGMA, v. XLI, Nº Extra 1; abril de 2020 / 197-211.

COSTA, Airton da Silva. **O Ensino de Expressões Algébricas por Meio de Atividades**. 2019. 154 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

D'AMORE, Bruno. O triângulo: professor, aluno, saber. Transposição didática. Teoria das situações didáticas. In: D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da Matemática.** (Tradução: Maria Cristina Bonomi). São Paulo: Editora Livraria da Física. 2007a. p.221-240.

EVES, Howard. **Introdução a História da Matemática. Campinas (SP)**: Editora da UNICAMP, 1995.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas (SP): Editora da UNICAMP, 2004.

FIORENTINI; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar**. *Pró-Posições,* nº.4, v.1[10], p.78-91, mar. 1993.

FLAVELL, J. Speculations about the nature and development of metacognition. In: WEINERT, F.; KLUWE, R. (Orgs.), **Metacognition, motivation and understanding.** Hillsdale, NJ.: Lawrence Erlbaum, 1987, p. 21-29.

GIL, Paulo Duarte Bastos. **François Viète: o despontar da álgebra simbólica**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2001.

GÓES, M. D. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade**. Cadernos Cedes, SciELO Brasil, v. 50, n. 9-25, 2000.

LIMA, Elon Lages, et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 3. 6. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais**. Coleção PROFMAT. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, 2013.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI***.* Campinas: Papirus, 2001.

LINS, R C e GIMENEZ, J. P. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Papirus, Campinas. 2006.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MARTINS, Henrique Araken. **Estruturas de avaliação escolar para as Taxonomias de Bloom em questões de múltipla escolha**. Trabalho de Conclusão parcial de curso. Profmat- Mestrado profissional pela universidade Federal do ABC- Santo André- SP-2016.

MIGUEL, A. BRITO, A. J. **A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática**. Cadernos CEDES - História e Educação Matemática. Campinas (SP): Papirus, n. 40, 1996. p. 47-61

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadore**s. Revista Zetetiké. Campinas (SP): UNICAMP – FE – CEMPEM, 1997. pp. 73- 105

MORTIMER, E.F. and SCOTT, P.H. **Analysing discourse in the science classroom**. In Leach, J., Millar, R. and Osborne, J. (Eds) *Improving Science Education: the contribution of research*. Milton Keynes: Open University Press. 2000.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. **Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. Investigações em ensino de ciências**, v. 7, n. 3, p. 283–306, 2002

MOURA, Mayra Camilo Madeira de. PIRES, Diego Arantes Texeira. Análise crítica da criação de materiais manipuláveis durante a formação inicial de professores. **BJD-Brazilian Journal of Development**. Curitiba, v.7, n.9, p. 90719-90735 sep. 2021.

MOURA, Breno Arisoli; SILVA, Cibelle Celestino. **A abordagem Multicontextual da História da Ciência na Formação de Professores de Física**: análise de um estudo de caso. Revista Brasileira de História da Ciência, Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, p. 336-348, 2014.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópoles - RJ: Vozes, 2013.

PRESTES, Betânia de Almeida. **Potencialidades de uma Sequência Didática com uso de Tangram para o ensino de Expressões Algébricas**. 2023, 249f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

PRESTES, Betânia de Almeida; SILVA, Edna Machado, CHAQUIAM, Miguel. Viète e o nascimento da álgebra simbólica: um percurso histórico em quatro contextos. **Anais**. X Bienal de Matemática. UFPA- Belém-PA, 2022, p. 704-714.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39-56

RODRIGUES, Fredy Coelho; GRAZIRE, Eliane Scheid. Reflexões sobre o uso de material manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revermat: R.Eletr. de Edu. Matem**. Florianópólis, 2012, v.07, n.2, p.187-196

SANTOS. Edméa. **Curriculos- Teorias e Práticas.** Aline Andrade Weber Nunes da Rocha [et al]; organização Andrea Ramal e [Edméa Oliveira dos Santos]. Rio de Janeiro: LTC, 2012 – cap 4 – Educação- Currículos. I- Rocha, Oliveira Andrade Weber Nunes da. II. Ramal, Andrea. III – Santos, Edméa Oliveira dos, 1972, IV. Série.

SCOTT, P.H. (1998). Teacher talk and meaning making in science classrooms: A Vygotskian analysis and review. *Studies in Science Education*, 32: 45-80.

SILVA, Edna Machado. **O conceito de função e suas linguagens**. 2020, 221f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

SILVA, J. T. ***A álgebra nos livros didáticos de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental: um estudo na perspectiva histórico-cultural.*** Dissertação (Mestrado) – Universidade de Uberaba, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2015.

SILVA, J.T.; RESENDE, M. R.; IBRAHIM, S. A.; FLORENÇA, F. **As concepções de Álgebra e de educação algébrica-uma análise de livros didáticos do 8º ano.** Revista Profissional docente. Uberaba, v.15, n.33, p. 127-145. Ago-Dez.-2015.

SILVA JUNIOR. Luciano Moreira. **Um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com uso de padrões**

matemáticos: uma compreensão à luz da teoria das situações didáticas. Mestrado Acadêmico em ensino de ciências e Matemática- Universidade Estadual da Paraíba- UEPB. Campina Grande-PB. Campina Grande- PB, 2016.

SILVA, Nilson Alves da. FERREIRA, Marcus Vinícius Vieira TOZETTI, Karla Dubberstein. UM ESTUDO SOBRE A SITUAÇÃO DIDÁTICA DE GUY BROUSSEAU**. EDUCERE-XII Encontro Nacional de Educação.** 2015. PUCPR- 26 a 29 de outubro de 2015. ISSN 2176-1396

SOUZA, Eliane R. de. et al. **A matemática das sete peças do Tangram**. Vol 7. São Paulo,IME-USP, 1997.

SOUZA. Juliana Boanova. **A invisibilidade do gênero das discussões das mulheres professoras de matemática.** Porto Alegre, 2020. Dissertação de Mestrado- Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Porto Alegre-RS.

TIMOTEO, Salvador. **Álgebra**. Colección El Postulante. Editora San Marcos. Lima-Perú, 2013.

TURRIONI, A. M. S.; PÉREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, S. (Org.) **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas, SP:Autores Associados, p. 57 - 76, 2006.

USISKIN, Z. **O que é álgebra da escola média?** In: COXFORD, A. F. e SHULTE, A. *As ideias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

WERSTCH, J. V. **A necessidade a ação na pesquisa sociocultural**. In: WERSTCH, J. V.; DEL RÍO, P.; ALVAREZ, A. Estudos sociais da mente. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 56-71.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**; tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

BETÂNIA DE ALMEIDA PRESTES - Professora da Educação Básica desde 2010. Especialista em Metodologia de Ensino em Matemática e Física pela Faculdade Internacional de Curitiba, 2011 e matemática no Ensino Básico pela Universidade Federal do Pará 2012; Mestranda no Ensino de Matemática pela UEPA.

NATANAEL DE FREITAS CABRAL- Licenciado em Ciências pela Universidade Federal do Pará (1985), licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1988), bacharelado em Teologia - Seminário Teológico Batista Equatorial (1994), Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Pará (2004) e Doutor em Educação pela PUC- Rio. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Matemática. Foi professor da Educação Básica durante 36 anos na escola pública e Escola Tenente Rêgo barros; ministrou aulas no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA) no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM/UEPA).

UEPA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA