

Modelagem Matemática Fuzzy e Percepção de Risco: um estudo sobre Probabilidade Subjetiva - Guia Professor

Marilete Batista da Vitória Abadi
Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Luciano Lessa Lorenzoni

MARILETE BATISTA DA VITÓRIA ABADI
OSCAR LUIZ TEIXEIRA DE REZENDE
LUCIANO LESSA LORENZONI

**MODELAGEM MATEMÁTICA FUZZY
E PERCEPÇÃO DE RISCO: UM ESTUDO SOBRE
PROBABILIDADE SUBJETIVA
GUIA DO PROFESSOR**



Edifes
ACADÊMICO

VITÓRIA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESPÍRITO SANTO
2022



Editora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
R. Barão de Mauá, Nº 30 – Jucutuquara, Vitória - ES, 29040-689
www.edifes.ifes.edu.br | editora@ifes.edu.br

Reitor: Jadir José Pela
Pró-Reitor de Administração e Orçamento: Lezi José Ferreira
Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional: Luciano de Oliveira Toledo
Pró-Reitora de Ensino: Adriana Piontkovsky Barcellos
Pró-Reitor de Extensão: Renato Tannure Rotta de Almeida
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação: André Romero da Silva
Coordenador da Edifes: Adonai José Lacruz
Diretoria Geral: Diemerson Saquetto
Diretoria de Administração e Planejamento: André Assis Pires
Diretoria de Ensino: Fernanda Zanetti Becalli
Diretoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Extensão: Rafael Antônio Souza de Lima
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática: Manuella Villar Amado
Vice Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática: Alex Jordane de Oliveira

Conselho Editorial: Aldo Rezende * Ediu Carlos Lopes Lemos * Felipe Zamborlini Saiter * Francisco de Assis Boldt * Glória Maria de F. Viegas Aquije * Karine Silveira * Maria das Graças Ferreira Lobino * Marize Lyra Silva Passos * Nelson Martinelli Filho * Pedro Vitor Morbach Dixini * Rossanna dos Santos Santana Rubim * Viviane Bessa Lopes Alvarenga

Revisão de texto: Oscar Luiz Teixeira de Rezende

Comissão científica:

Dra. Manuella Villar Amado – (IFES)

Dr. Douglas Christian Ferrari de Melo – (UFES)

Produção e divulgação:

Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática

Avenida Ministro Salgado Filho, Nº 1000, Soteco – Vila Velha - ES – CEP: 29106-010

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
(CIP) Bibliotecária: Viviane Bessa Lopes Alvarenga CRB/06-745

Abadi, Marilete Batista da Vitória

A116m Modelagem matemática Fuzzy e percepção de risco: um estudo sobre probabilidade subjetiva [recurso eletrônico] / Marilete Batista da Vitória Abadi, Oscar Luiz Teixeira de Rezende, Luciano Lessa Lorenzoni. – Vitória, ES : Edifes Acadêmico, 2022.

PDF 1465Kb (39p.): il.

Publicação Eletrônica.

Modo de acesso: <http://educimat.ifes.edu.br/index.php/produtos-educacionais>

Inclui bibliografia

ISBN: 978-85-8263-645-9 (Guia do Professor)

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Matemática - probabilidade. 3. Matemática aplicada. 4. Conjuntos difusos. 5. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. 6. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. I. Rezende, Oscar Luiz Teixeirade. II. Lorenzoni, Luciano Lessa. III. Título.

CDD: 510.7

DOI: 10.36524/9788582636459

Esta obra está licenciada com uma Licença Atribuição - Não Comercial



Sobre os autores



MARILETE BATISTA DA VITÓRIA ABADI. Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, desenvolvendo pesquisa em Modelagem Matemática. Possui graduação em Licenciatura em Matemática – Ifes. Tem experiência na área de Educação, Ensino Fundamental e Educação Profissional. É Analista de Segurança do Trabalho em uma empresa de mineração do estado.

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4011463181107625>

E-mail: leteabadi@gmail.com



OSCAR LUIZ TEIXEIRA DE REZENDE Doutor em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa, mestre em Informática pela Universidade Federal do Espírito Santo, bacharel e licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Professor do Instituto Federal do Espírito Santo. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática Discreta, Programação Linear, Lógica Fuzzy e Estatística, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática na Educação, Otimização, Educação Estatística e Educação Matemática. Também atua no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Ifes.

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1085387566931992>

E-mail: oscar@ifes.edu.br



LUCIANO LESSA LORENZONI. Doutor e mestre em Engenharia Elétrica e graduado em Matemática, todos pela Universidade Federal do Espírito Santo. Atualmente é professor do Instituto Federal do Espírito Santo. Tem experiência na área de Matemática Aplicada com ênfase em Pesquisa Operacional e Modelagem Matemática na Educação Matemática. Atua como professor no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Ifes.

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7959495705859101>

E-mail: lllorenzoni@ifes.edu.br

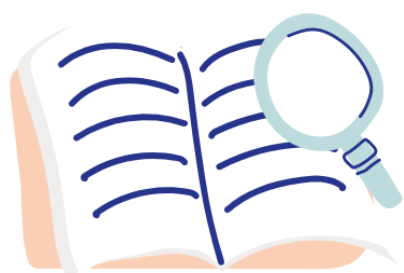
SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	9
2. INTRODUÇÃO.....	10
3. MAS O QUE É A PROBABILIDADE SUBJETIVA?	11
4. MODELAGEM MATEMÁTICA FUZZY.....	13
5. MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO- APRENDIZAGEM.....	15
6. METODOLOGIA	17
7. DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE	19
7.1. QUEBRANDO O GELO	19
7.2. VAMOS COLOCAR A MÃO NA MASSA!	23
7.3. VAMOS COMPARTILHAR OS RESULTADOS?	25
7.4. CHEGOU A HORA DE IR À CAMPO!	26
7.5. CONHECENDO A LÓGICA FUZZY.....	30
7.6. O SISTEMA BASEADO EM REGRAS FUZZY	32
7.7. CHEGAMOS AO FINAL.....	36
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	37
9. REFERÊNCIAS	38

1. APRESENTAÇÃO

Este *e-book* é o artefato educacional da pesquisa “MODELAGEM MATEMÁTICA FUZZY E PERCEPÇÃO DE RISCO: UMA PARCERIA PARA ESTUDAR PROBABILIDADE SUBJETIVA”. (ABADI, 2022).

Desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), o trabalho buscou analisar a aprendizagem da formação do conceito de Probabilidade Subjetiva dos alunos do 4º período do curso Técnico Subsequente em Segurança do Trabalho, turno noturno, na modalidade pós-médio (subsequente) do Ifes campus Vitória – ES, durante uma atividade de Modelagem Matemática Fuzzy.



A motivação por esse tema é a oportunidade de abordar outro tipo de Probabilidade para além das apresentadas e destacadas nos documentos curriculares oficiais da Educação Básica e profissional, observar as relações intuitivas dos alunos e a partir de suas concepções, construir um Sistema Baseado em Regras Fuzzy que seja capaz de quantificar a incerteza.

Identificaremos no desenvolvimento da atividade elementos que caracterizem a compreensão da Probabilidade Subjetiva por intermédio dos 6 (seis) argumentos formativos listados por Bassanezi (2013).

Professor convidamos você a inovar sua prática pedagógica ao desempenhar um papel de facilitador, e tornar o aluno protagonista com o uso da Modelagem Matemática, engajando este, a tomar decisões, argumentar, organizar dados, liderar e propor soluções para uma situação problema que faz parte de seu dia a dia a partir dos seus conhecimentos prévios e construídos durante o trabalho coletivo.

Desejamos uma ótima leitura

Os autores

2. INTRODUÇÃO

Em algum momento de sua vida você precisou tomar alguma decisão ou dar alguma opinião, seja na escolha pelo meio de atravessar a rua, segurar um corrimão ao descer escadas, mensurar a chance de chover ou não em um dia nublado ou até mesmo escolher os números em uma aposta de uma Mega – Sena.



Ao se deparar com tais questionamentos, precisamos ter uma ação ou expressar nossas opiniões, sentimentos e pontos de vista para respondê-los, influenciados por vezes, pela nossa cultura, crenças e experiências, ou seja: interpretar subjetivamente a realidade.

Muitas vezes utilizamos expressões do tipo “mais”, “menos”, “quase”, “muito”, “pouco”



para mensurar, de forma quantitativa não numérica as nossas opiniões ou a Probabilidade de algo acontecer. São expressões da nossa linguagem natural que

pela lógica binária, com dois possíveis juízos, falso ou verdadeiro, sim ou não por exemplo, podem restringir as infinitas possibilidades de percepções e resultados de uma determinada situação.

Desta forma convido a você leitor, por meio desse *e-book*, a conhecer uma proposta de atividade de construção do conceito da Probabilidade sob uma perspectiva subjetiva, que envolve as relações do indivíduo com a realidade, percepções, pontos de vistas, crenças, tomada de decisão e experiências tão importantes para a condução de nossas vidas.

Mas, antes de entendemos melhor sobre como esta Probabilidade Subjetiva pode ser desenvolvida com os alunos, iremos apresentar alguns conceitos de Probabilidade Subjetiva, Modelagem Matemática Fuzzy e Modelagem Matemática como estratégia de ensino - aprendizagem.

Vamos lá?

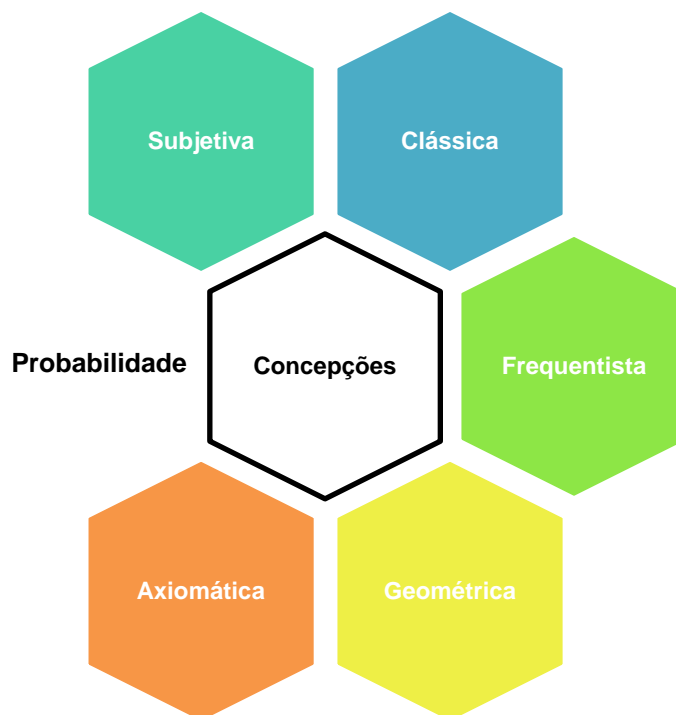
3. MAS O QUE É A PROBABILIDADE SUBJETIVA?

Diariamente, nos deparamos com fenômenos não determinísticos ou aleatórios, experimentos que mostram resultados diferentes ou incertos, dentro de condições equiprováveis, e têm como característica a possibilidade de listar o conjunto de todos os resultados possíveis.

Um ramo da Matemática que estuda esses fenômenos é a Probabilidade, que, segundo Viali (2008, p.143), “[...] pretende modelar fenômenos não determinísticos, isto é, aqueles fenômenos em que o ‘acaso’ representa um papel preponderante”.

Acaso é considerado como “[...] um conjunto de forças, em geral, não determinadas ou controladas, que exercem individualmente ou coletivamente papel preponderante na ocorrência de diferentes resultados de um experimento ou fenômeno”. (VIALI,2008, p. 144).

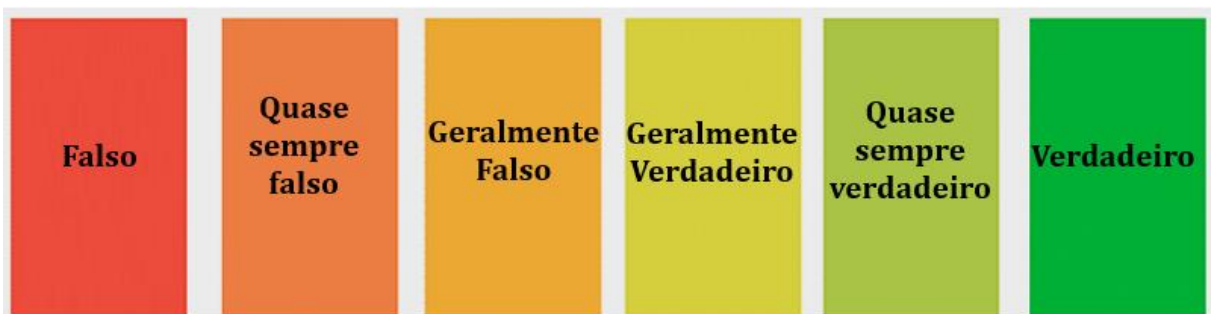
A Probabilidade é dividida em 5 (cinco) concepções:



Neste *e-book*, iremos trabalhar o conceito subjetivo da Probabilidade que, segundo Rifo, “[...] depende da pessoa que está julgando os experimentos. Ela reflete a relação entre a pessoa e o mundo em que ela está e no qual ela pensa. Duas pessoas diferentes podem perfeitamente ter probabilidades diferentes para o mesmo evento” (2017, p. 22).

Bernabeu (1999, p. 32, tradução nossa), por sua vez, define Probabilidade Subjetiva como “uma crença ou percepção pessoal. Esta mede a confiança que um indivíduo particular tem sobre a veracidade de uma posição particular e, portanto, está univocamente determinada”.

A autora também afirma que podemos utilizar expressões de linguagem comum “quase verdadeiro”, “mais provável que” para comparar eventos aleatórios.



Como essas expressões são imprecisas, devido a valores diferentes atribuídos por cada pessoa, precisam ser normalizadas e, para isso, podemos atribuir um valor na escala de probabilidade dentro de um intervalo de $[0,1]$.

Dica de vídeo sobre Probabilidade Subjetiva:
<https://www.youtube.com/watch?v=xqSlnsGPgg8>

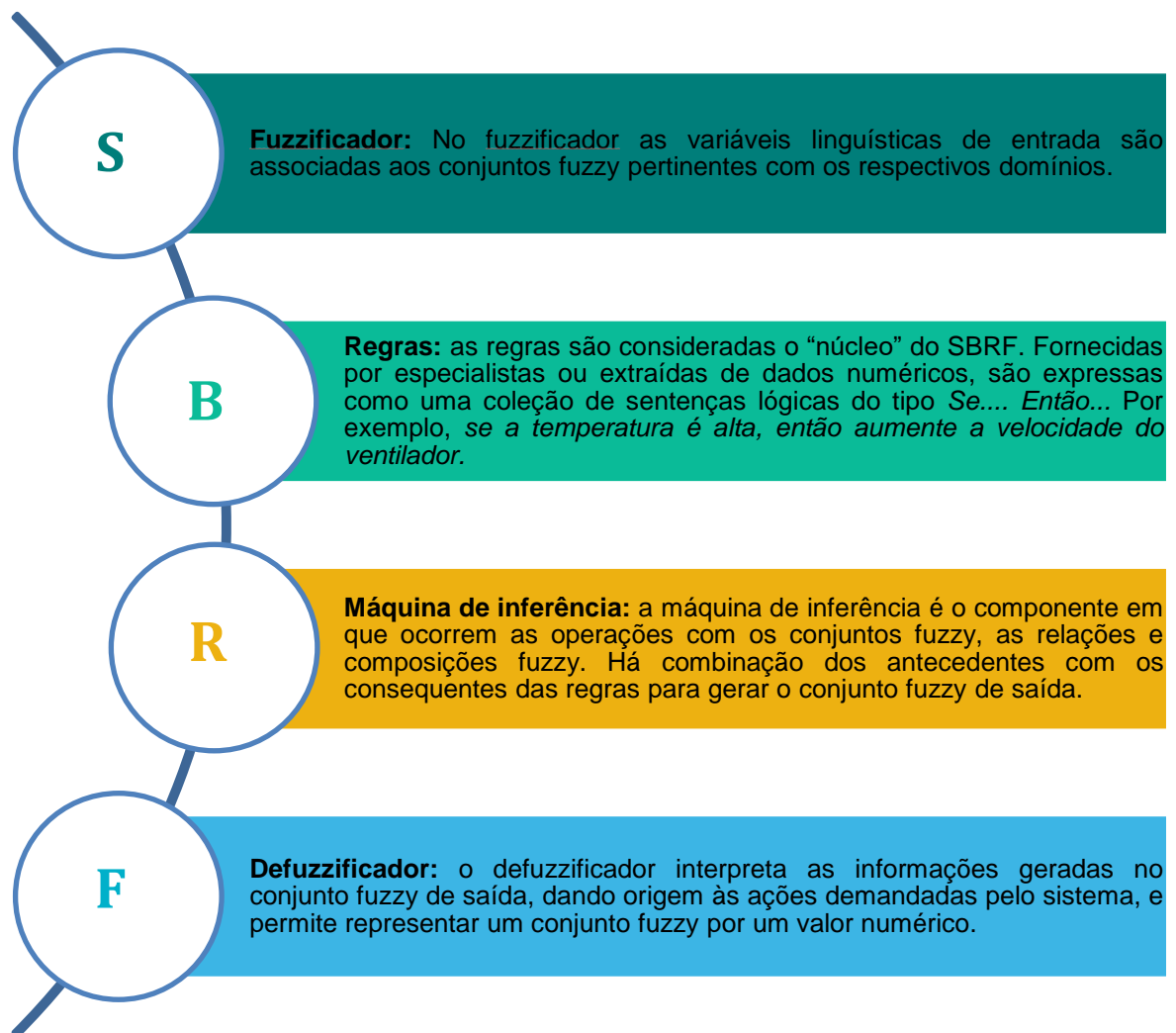
Na pesquisa apresentada neste e-book, utilizou-se a concepção de Probabilidade Subjetiva de Bernabeu, pois, sua definição e tratamento matemático, se aproximam da ideia de Modelagem Matemática Fuzzy.

4. MODELAGEM MATEMÁTICA FUZZY

A Modelagem Matemática Fuzzy segundo as concepções de Barros e Bassanezi (2006), é uma Modelagem Matemática que utiliza um Sistema Baseado em Regras Fuzzy (SBRF), isto é, “uma técnica que utiliza os princípios teóricos da Logica Fuzzy, para abordar problemas em que os métodos convencionais de modelação não são suficientes para resolvê-los ou não apresentam soluções convenientes” (SILVA, 2018, p. 29).

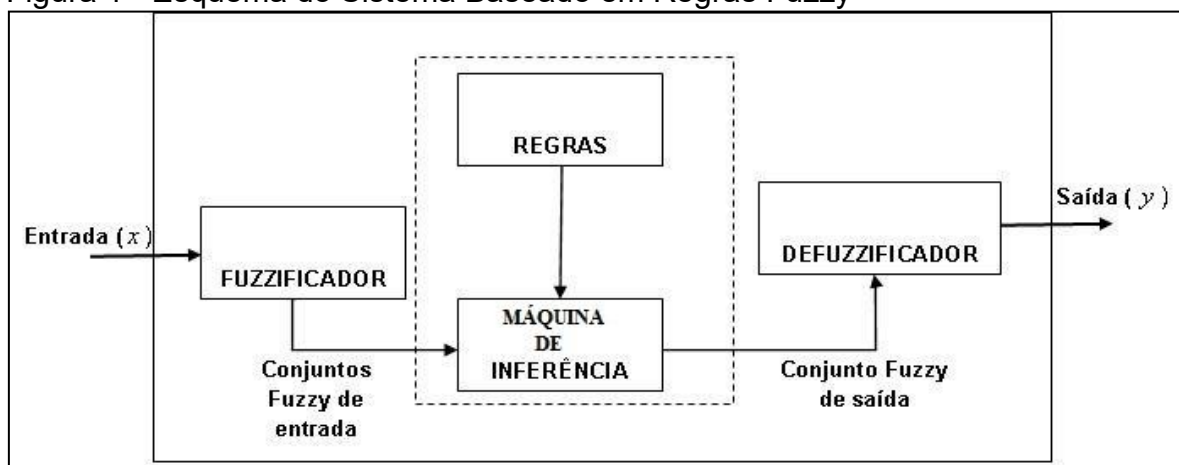
O SBRF está estruturado em quatro componentes básicos: fuzzificador, regras, máquina de inferência e defuzzificador.

Vamos te explicar, resumidamente, cada um dos componentes do SBRF:



O Sistema Baseado em Regras Fuzzy pode ser interpretado como um mapeamento de entrada e saída representado pelo modelo matemático $y=f(x)$, em que o valor de y é obtido pela transformação de x , que é operado pela função $f(x)$, ao percorrer as linhas cheias, como mostra a Figura 1.

Figura 1 - Esquema do Sistema Baseado em Regras Fuzzy



Fonte: Rezende (2012, p. 30)

Na Figura 1, x representa as variáveis linguísticas de entrada, $f(x)$ é uma função constituída pelas operações executadas nos componentes básicos – fuzzificador, regras, máquina de inferência e defuzzificador – e y refere-se às variáveis numéricas de saída, que executam as ações demandadas pelo sistema.

Neste *e-book* será apresentado um Sistema Baseado em Regras Fuzzy, desenvolvido pelos alunos do Ifes-Vitória, que teve como objetivo apresentar a Probabilidade de Acidentes no Ifes-Vitória, baseado nas percepções subjetivas de risco dos usuários do ambiente e dos alunos em formação técnica.

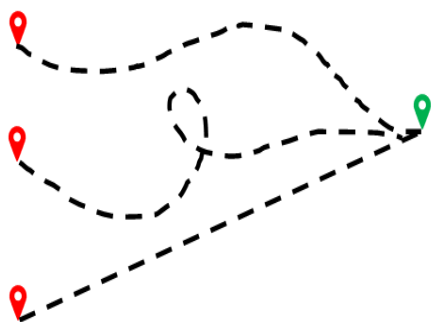
5. MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM

O uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem tem sido uma alternativa para professores que buscam desenvolver um conteúdo a partir de fenômenos e necessidades presentes no cotidiano dos alunos, que podem ser resolvidas a partir de ferramentas matemáticas.

Bassanezi (2013, p.17) define a Modelagem Matemática como “um processo que alia a teoria e prática, motiva seu usuário a procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la”. O mesmo (p. 36-37) fundamenta a Modelagem Matemática como estratégia de ensino – aprendizagem com base em seis argumentos:

- 1. Argumento formativo:** enfatiza aplicações matemáticas e a performance da modelagem matemática e resolução de problemas como processos para o desenvolver capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas.
- 2. Argumento de competência crítica:** focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos.
- 3. Argumento de utilidade:** enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.
- 4. Argumento intrínseco:** considera que a inclusão de modelagem, resolução de problemas e aplicações fornecem ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas.
- 5. Argumento de aprendizagem:** garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria matemática.
- 6. Argumento de alternativa epistemológica:** A modelagem também se encaixa no Programa Etnomatemática, indicado por D’Ambrosio (1990, 1993) “que propõe um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega, de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica”, atuando, desta forma, como uma metodologia alternativa mais adequada as diversas realidades sócio – culturais.

Nessa perspectiva, o professor propõe um problema, preferencialmente do cotidiano do aluno, para ensinar algum conteúdo e, ao longo da atividade, observa se ele contemplou esses argumentos, validando se houve indícios de aprendizagem do conteúdo em questão.



De acordo com Bassanezi (2013), o importante durante a atividade não é a construção de um modelo bem-sucedido, e sim o caminho até este, bem como a interação entre ambiente – professor - aluno.

Este *e-book* sugere uma atividade em que foi modelada as questões intuitivas dos docentes, a fim de transformá-las em um Índice de Probabilidade Subjetiva sobre acidentes no Ifes-Vitória dado por um modelo Matemático Fuzzy. A construção do conceito de Probabilidade Subjetiva, também pode ser verificada por meio dos argumentos Bassanezi, durante o desenvolvimento da atividade.

6. METODOLOGIA



A atividade de Modelagem Matemática Fuzzy da pesquisa foi desenvolvida com objetivo verificar de forma subjetiva a Probabilidade de Acidentes no Ifes-Vitória. Para alcançar tal objetivo os alunos construíram um índice de Probabilidade Subjetiva sobre a Probabilidade de Acidentes no Ifes-Vitória, a partir de um Sistema Baseado em Regras Fuzzy.

Optamos por trabalhar a Modelagem Matemática Fuzzy para desenvolvimento da atividade desta pesquisa, pois essa metodologia permite transformar a subjetividade expressa por vezes em termos linguísticos em termos numéricos.

A seguir iremos apresentar uma sequência didática desenvolvida com 28 alunos do 4º período, turno noturno, na modalidade de pós-médio (subsequente) do curso Técnico em Segurança do Trabalho do Ifes-Vitória, que pode ser adaptável conforme situação-problema da realidade e motivações dos alunos.

Como estamos tratando de uma atividade de Modelagem é importante ressaltar que durante o desenvolvimento desta pode haver adaptações, do tipo, quantidade de aulas, tempo, reprogramações, recursos necessários, não se limitando a estas, para sua conclusão.

Em uma atividade de Modelagem Matemática o importante é o caminho até construção do modelo destacando sempre as interações entre os envolvidos. Isso deve acontecer em um ambiente colaborativo que proporcione ao aluno o prazer de criar, elaborar e modelar suas ideias para a construção do próprio conhecimento matemático.

A seguir apresentamos a sequência didática da atividade desenvolvida na pesquisa:

Quadro 1 - Cronograma da Atividade

Atividade	Dinâmica da atividade	Ações pedagógicas	Carga Horária
Encontro 1	Ambientação	<ul style="list-style-type: none"> • Levantar opiniões, pontos de vista e crenças a partir de imagens, perguntas e diálogos sobre situações que envolvem incerteza. • Apresentar definições da Probabilidade Clássica, Frequentista, Axiomática e Geométrica. • Apresentar os objetivos da atividade. • Formar os grupos e definir os ambientes para inspeção. 	45 min
Encontro 2	Estudo e construção do questionário	<ul style="list-style-type: none"> • Inspeccionar o ambiente escolhido. • Informar os riscos neste ambiente. • Elaborar uma pergunta sobre percepção do usuário. • Elaborar uma pergunta sobre percepção técnica. 	45 min
Encontro 3	Resultado da atividade de campo	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentar os riscos identificados e as perguntas do usuário e técnica. 	45 min
Encontro 4	Construção do questionário	<ul style="list-style-type: none"> • Construir e validar o questionário. • Realizar entrevistas 	45 min
Encontro 5	Lógica Fuzzy	<ul style="list-style-type: none"> • Explicar os conceitos da Lógica Fuzzy. • Realizar o tratamento matemático dos termos linguísticos subjetivos das respostas dos questionários. 	45 min
Encontro 6	Sistema Baseado em Regras Fuzzy	<ul style="list-style-type: none"> • Construir o Sistema Baseado em Regras Fuzzy 	45 min
Encontro 7	Validação de Dados	<ul style="list-style-type: none"> • Validar o Sistema Baseado em Regras Fuzzy • Discutir sobre o conceito de Probabilidade Subjetiva • Comentários finais sobre o trabalho 	45 min
Carga Horária Total			315 min

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

No próximo capítulo apresentaremos separadamente em subcapítulos como podem ser desenvolvidas cada etapa da atividade conforme planejamento estabelecido.

7. DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

7.1. QUEBRANDO O GELO

O primeiro encontro é um momento de ambientação entre o professor e aluno, onde é apresentado a atividade e seus objetivos.



Professor, como estamos tratando a subjetividade é importante que seja abordado um tema que possibilite o aluno expressar sua opinião, ponto de vista e crenças, sobre situações que envolvam incerteza preferencialmente que façam parte do seu cotidiano.



Como fomentar o tema?

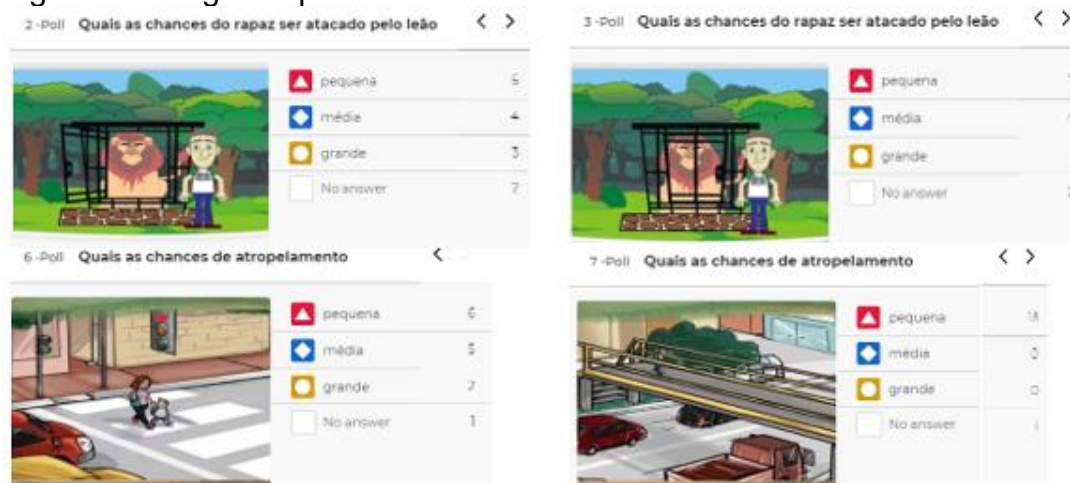
- ✓ Diálogo
- ✓ Pesquisa de opinião
- ✓ Relato de experiências

Quais ferramentas usar?

- ✓ Plataforma de pesquisa de opinião
- ✓ Imagens
- ✓ Entrevistas

Na turma em que foi aplicada a pesquisa, apresentou-se sete imagens de condições distintas, para escolha entre as alternativas (pequena, média e alta), a chance do homem ser atacado por um leão e chances de atropelamento ao atravessar a rua.

Figura 2 - Imagens apresentadas



Fonte: Arquivo dos autores (2019)



Professor, você pode fazer perguntas do tipo: Qual a chance de tirar nota máxima na prova? Qual a Probabilidade de ser assaltado ao andar da escola até o ponto de ônibus?

Para familiarizar com a atividade da pesquisa, a professora trouxe exemplos reais (Figura 3) de condições de risco no Ifes-Vitória, para que os alunos identificassem os riscos existentes e a Probabilidade de ocorrer um acidente, questionamentos que seriam o cenário para o desenvolvimento da atividade da pesquisa.

Figura 3 - Imagens de condições de risco no Ifes-Vitória.



Fonte: Arquivo dos autores (2019)

Na sequência apresentou as 5 (cinco) concepções de Probabilidade:

Clássica: “Razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis, assumindo implicitamente a equiprobabilidade de todos os acontecimentos do espaço amostral” (CAVALCANTE et al., 2016, p.445).

Frequentista: “É entendida como um acontecimento que emerge do processo de experimentação” (CAVALCANTE et al., 2016, p.445).

Geométrica: “[...] os possíveis acontecimentos podem ser representados por pontos de um segmento de reta, por figuras planas ou ainda por sólidos” e a definição da Probabilidade de um evento pode ser “[...] de uma maneira natural e calculá-la segundo considerações geométricas” (LOPES et al., 2013, p. 48).

Formal ou Axiomática: Formalizada em 1933 por Kolmogorov, que sistematizou os Cálculos de Probabilidade já utilizados em 3 axiomas (GONÇALVES, 2004, p.37):

Axioma 1: Para qualquer evento (isto é, qualquer subconjunto do espaço amostral S), a probabilidade desse evento satisfaz a relação: $0 \leq P(A) \leq 1$.

Axioma 2: A probabilidade associada ao evento certo (S) é $P(S) = 1$.

Axioma 3: Se dois eventos forem mutuamente exclusivos, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Subjetiva: “[...] depende da pessoa que está julgando os experimentos. Ela reflete a relação entre a pessoa e o mundo em que ela está e no qual ela pensa. Duas pessoas diferentes podem perfeitamente ter probabilidades diferentes para o mesmo evento” (RIFO, 2017, p. 22).



Que tal perguntar aos alunos quais dessas concepções podem expressar as opiniões, sentimentos e pontos de vista, influenciados, por vezes, pela nossa cultura, crenças e experiências!

Para finalizar o primeiro encontro os alunos devem ser divididos em grupos e estes, devem escolher situações, preferencialmente distintas, a serem debatidas.

Na pesquisa citada neste *e-book* os alunos foram divididos em dez grupos. Cada grupo escolheu dez ambientes distintos no Ifes-Vitória para investigar os riscos ambientais que poderiam gerar acidentes.



Os argumentos de Bassanezi precisam ser identificados durante os encontros para verificar a aprendizagem da formação conceito de Probabilidade Subjetiva.



Na pesquisa sobre a construção do conceito de Probabilidade Subjetiva os argumentos de Bassanezi foram encontrados nos seguintes momentos:

Quadro 2 - Argumentos Bassanezi identificado na aula ambientação

Argumento	Momento
Competência Crítica	Ao criticar o comportamento dos alunos ao se expor a uma condição de risco (queda de mesmo nível) ao andar sobre a poça d'água.
Alternativa epistemológica	A Modelagem Matemática é utilizada como metodologia alternativa para mostrar problemas da realidade escolar dos alunos. Nesta atividade, as condições de risco e a probabilidade de acidentes nas dependências do Ifes-Vitória.
Utilidade	O uso da Matemática como ferramenta para resolver problemas em um processo cognitivo e natural sob a ótica da Probabilidade Subjetiva.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)



Para identificação dos argumentos, pode-se utilizar anotações em diários de bordo, gravações de áudio-vídeo e materiais escritos pelos alunos, coletados ao longo da atividade.

7.2. VAMOS COLOCAR A MÃO NA MASSA!

O segundo encontro é o momento de “colocar a mão na massa”, ou seja, ir a campo. Os alunos irão analisar a situação escolhida, realizar conjecturas com o conteúdo trabalhado, propor ações que envolvam incerteza a fim de expressar opiniões e coletar esses dados.

Em nossa atividade os grupos foram a campo realizar inspeções nos ambientes escolhidos identificando riscos de acidentes, para que posteriormente elaborassem as perguntas sobre percepção do usuário e percepção técnica, estruturadas em um questionário, que serviria de instrumento de coleta de opiniões.



Professor, caso utilize questionário, é importante que explique suas características, os tipos de questões (abertas, fechadas ou mistas), vantagens e desvantagens.



Sobre as possíveis respostas do questionário, recomenda-se utilizar os termos linguísticos para expressar suas opiniões pois estamos trabalhando com a Modelagem Matemática Fuzzy e Probabilidade Subjetiva.

Sugestão de material sobre questionários:

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D.T.(organizadoras). Métodos de Pesquisa. 1ª Ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/52806/000728684.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Assim, os alunos da pesquisa definiram que as seguintes respostas para as perguntas dos questionários:

- Percepção do Usuário: poucas vezes, às vezes e muitas vezes.
- Percepção Técnica: ruim, mais ou menos e boa.



Na pesquisa sobre a construção do conceito de Probabilidade Subjetiva os argumentos de Bassanezi foram encontrados nos seguintes momentos:

Quadro 3 - Argumentos Bassanezi na aula estudo e construção do questionário

Argumento	Momento
Aprendizagem e Competência crítica	No momento em que os alunos, individualmente, atribuíram o próprio grau de credibilidade para a ocorrência do evento, por meio de variáveis linguísticas.
Formativo	Durante o convite aos alunos a explorar os ambientes para realizar inspeções de segurança, a fim de identificar os riscos ambientais, criar as perguntas para os questionários e argumentar com habilidade sobre possíveis respostas, durante a elaboração das alternativas.
Competência Crítica	Os alunos vivenciaram o ofício de um Técnico em Segurança do Trabalho ao criticarem a segurança do ambiente escolar, ao estabelecer conjecturas no que diz a legislação e a realidade, além de verificar as opiniões dos usuários desse ambiente.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

7.3. VAMOS COMPARTILHAR OS RESULTADOS?

No encontro 3 os grupos apresentam os resultados da atividade de campo.



Professor estimule os alunos a apresentar os resultados coletivamente para que haja um compartilhamento de opiniões e sugestões de melhoria.



Experiências cotidianas, dados coletados em campo e conteúdos já aprendidos possibilitam estratégias para resolução do problema.

Na turma em que foi realizada a pesquisa, durante a apresentação dos riscos ambientais, das perguntas de percepção técnica e do usuário foi necessário realizar ajustes. A professora pesquisadora precisou auxiliar alguns grupos para a identificação dos riscos e elaboração das perguntas, ratificando mais uma vez a flexibilidade da Modelagem Matemática e ajustes no planejamento.

Quadro 4 - Exemplos de alterações realizadas

Grupo	Ambiente	Pergunta inicial	Comentários	Pergunta alterada
9	Laboratório de Segurança	A baixa iluminação o em uma sala de aula te prejudica na sua visão quanto à atividade no quadro?	Os alunos solicitaram a substituição do termo “baixa iluminação”, pois ao dizer essa informação na pergunta, já oferecia indícios da condição do ambiente.	A iluminação em uma sala de aula te incomoda quanto à visualização de atividades no quadro?

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

7.4. CHEGOU A HORA DE IR À CAMPO!

O encontro 4 tem por objetivo a estruturação final do método de coleta de dados e ir à campo realizar o levantamento das informações. Na proposta de atividade da pesquisa foi escolhido o questionário e entrevista estruturada para coleta de informações.



Professor caso utilize o método de entrevista, aconselhamos a utilizar do tipo estruturada pois possui perguntas pré-definidas.

Sugestão de abordagem para realização de entrevistas:



Identifique-se



Explique o motivo da entrevista



Informe as alternativas de respostas



Não há necessidade de coletar informações pessoais do entrevistado



O entrevistado deverá responder todas as perguntas



Se possível, fotografe

Sugestão de material sobre tipos de entrevistas e métodos de coleta de dados:

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D.T.(organizadoras). Métodos de Pesquisa. 1ª Ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/52806/000728684.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

A seguir os questionários elaborados pelos alunos participantes da pesquisa:

Figura 4 - Questionário: percepção do usuário

QUESTIONÁRIO: PERCEPÇÃO DO USUÁRIO	
1) Quando você utiliza a escada, você usa o corrimão?	<input type="checkbox"/> Poucas vezes <input type="checkbox"/> Às vezes <input type="checkbox"/> Muitas vezes
2) Quando você utiliza o banheiro, com que frequência observa se o piso está molhado?	<input type="checkbox"/> Poucas vezes <input type="checkbox"/> Às vezes <input type="checkbox"/> Muitas vezes
3) Na sua opinião, com que frequência pode vir acontecer um acidente de atropelamento no estacionamento do Ifes?	<input type="checkbox"/> Poucas vezes <input type="checkbox"/> Às vezes <input type="checkbox"/> Muitas vezes
4) O ruído do ar condicionado nas salas te incomoda?	<input type="checkbox"/> Pouco <input type="checkbox"/> Mais ou menos <input type="checkbox"/> Muito
5) Você acha que a área onde fica o micro-ondas (refeitório) está sujeita a algum risco de acidentes?	<input type="checkbox"/> Pouco <input type="checkbox"/> Mais ou menos <input type="checkbox"/> Muito
6) Na sua opinião, as catracas da entrada impedem uma rápida evacuação de pessoas?	<input type="checkbox"/> Pouco <input type="checkbox"/> Mais ou menos <input type="checkbox"/> Muito
7) Quando você anda pelos corredores da escola você observa se existem poças d'água?	<input type="checkbox"/> Poucas vezes <input type="checkbox"/> Às vezes <input type="checkbox"/> Muitas vezes
8) Você acha que às pessoas se lesionam na quadra?	<input type="checkbox"/> Pouco <input type="checkbox"/> Às vezes <input type="checkbox"/> Muito
9) A iluminação em uma sala de aula te incomoda quanto à visualização de atividades no quadro?	<input type="checkbox"/> Poucas vezes <input type="checkbox"/> Às vezes <input type="checkbox"/> Muitas vezes
10) Ao frequentar a arquibancada você percebe algum risco de acidente?	<input type="checkbox"/> Poucas vezes <input type="checkbox"/> Às vezes <input type="checkbox"/> Muitas vezes

Fonte: Arquivo dos autores (2019)

Figura 5 - Questionário: percepção técnica

<p style="text-align: center;">QUESTIONÁRIO: PERCEPÇÃO TÉCNICA</p> <p>1) Qual a condição das sinalizações nas escadas fixas do Ifes? () Ruim () Mais ou menos () Boa</p> <p>2) Como você classifica o tipo de piso utilizado no banheiro do Ifes? () Ruim () Mais ou menos () Bom</p> <p>3) Conforme a NR 26 – Sinalização de Segurança, como você avalia as condições do estacionamento do Ifes? () Ruim () Mais ou menos () Boa</p> <p>4) Como você classifica as condições de ruído do ar condicionado das salas de aula? () Ruim () Mais ou menos () Bom</p> <p>5) Qual a sua opinião referente às condições de ordem, arrumação, limpeza e sinalização na área do micro-ondas (Refeitório)? () Ruim () Mais ou menos () Boa</p> <p>6) Em caso de incêndio, como você avalia as condições para o fluxo de pessoas na área de entrada? () Ruim () Mais ou menos () Bom</p> <p>7) Como estão as sinalizações dos corredores que tenham pisos molhados/poças d'água no trajeto? () Ruim () Mais ou menos () Boa</p> <p>8) Como você classifica as questões de segurança na quadra? () Ruim () Mais ou menos () Boa</p> <p>9) De acordo com seu conhecimento, como você avalia a iluminação no laboratório de segurança do trabalho? () Ruim () Mais ou Menos () Boa</p> <p>10) Com base na NR 17, considerando os riscos ergonômicos, como você avalia as condições de uso da arquibancada? () Ruim () Mais ou Menos () Boa</p>

Fonte: Arquivo dos autores (2019)



Na pesquisa sobre a construção do conceito de Probabilidade Subjetiva os argumentos de Bassanezi foram encontrados nos seguintes momentos:

Quadro 5 - Argumentos Bassanezi na aula construção do questionário

Argumento	Momento
Aprendizagem	Quando os alunos identificaram, mesmo involuntariamente, argumentos matemáticos que estão presentes na abordagem subjetiva da Probabilidade.
Intrínseco	Ao classificar o resultado dos eventos, envolvendo o acaso, utilizando os termos linguísticos “poucas vezes”, “às vezes”, “muitas vezes”, “nunca”, “sempre”, “pouco”, “médio” e “muito”.
Formativo	Durante a aprendizagem novos conteúdos, a capacidade de identificar novas condições de risco, conhecer a opinião do outro diante da mesma situação e experimentar atribuições de um Técnico em Segurança do Trabalho.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

7.5. CONHECENDO A LÓGICA FUZZY

No Encontro 5 o professor deve trabalhar os conceitos básicos da Lógica Fuzzy para realização do tratamento matemático dos termos linguísticos subjetivos.

Sugestão de Material sobre Lógica Fuzzy:
 SOUZA, O. N. *Introdução à Teoria dos Conjuntos Fuzzy e à Lógica Fuzzy*. Disponível em:
<http://www.ime.unicamp.br/~valle/PDFfiles/osmar10.pdf>.

Na pesquisa desenvolvida, as respostas linguísticas dos questionários de percepção do usuário e de percepção técnica foram transformadas em valores de 0, 5 e 10 pontos.

Quadro 6 - Conversões fuzzy realizadas na pesquisa

Respostas		Pontos
Percepção técnica	Percepção do usuário	
Ruim	Poucas vezes	0
Mais ou menos	As vezes	5
Boa	Muitas vezes	10

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

Figura 6 - Sugestão de material para o tratamento matemático dos termos linguísticos

QUESTIONÁRIO PERCEPÇÃO TÉCNICA				QUESTIONÁRIO PERCEPÇÃO DO USUÁRIO					
Pergunta	Respostas			Pontos	Pergunta	Respostas			Pontos
1	A (0)	B (5)	C (10)		1	A (0)	B (5)	C (10)	
2	A (0)	B (5)	C (10)		2	A (0)	B (5)	C (10)	
3	A (0)	B (5)	C (10)		3	A (0)	B (5)	C (10)	
4	A (0)	B (5)	C (10)		4	A (0)	B (5)	C (10)	
5	A (0)	B (5)	C (10)		5	A (0)	B (5)	C (10)	
6	A (0)	B (5)	C (10)		6	A (0)	B (5)	C (10)	
7	A (0)	B (5)	C (10)		7	A (0)	B (5)	C (10)	
8	A (0)	B (5)	C (10)		8	A (0)	B (5)	C (10)	
9	A (0)	B (5)	C (10)		9	A (0)	B (5)	C (10)	
10	A (0)	B (5)	C (10)		10	A (0)	B (5)	C (10)	
Total					Total				

Fonte: Arquivo dos autores (2019)

Para avaliar a percepção do usuário, cada grupo fez cinco entrevistas, totalizando 50 entrevistas. Para avaliar a percepção técnica, cada grupo respondeu, de forma consensual, um único questionário.



Na pesquisa sobre a construção do conceito de Probabilidade Subjetiva os argumentos de Bassanezi foi encontrado no seguinte momento:

Quadro 7 - Argumentos Bassanezi na aula lógica fuzzy

Argumento	Momento
Aprendizagem	Durante as conversões dos termos linguísticos subjetivos, provenientes das entrevistas, para valores numéricos. Manipulação característica da Lógica Fuzzy.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

7.6.O SISTEMA BASEADO EM REGRAS FUZZY

Neste encontro os alunos construirão o Sistema Baseado em Regras Fuzzy.

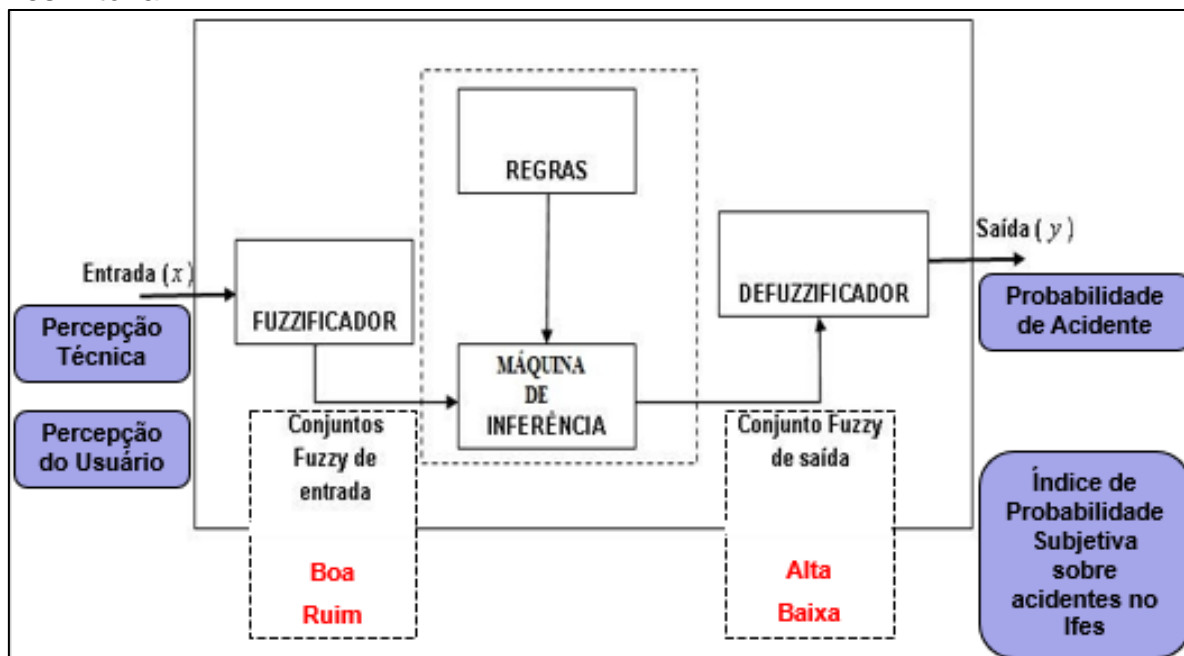


Professor leve exemplos de Sistemas Baseados em Regras Fuzzy como auxílio para construção.

Sugestão de material sobre SBRF:
SABINO, W. S. **Subjetividade no Ensino Médio**, 201. 80 f. Tese (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Federal do ABC, Santo André, 2013.

Na atividade proposta, o Sistema Baseado em Regras Fuzzy (Figura 7) era composto por duas variáveis de entrada: a percepção técnica e a percepção do usuário. Cada uma com dois conjuntos fuzzy (ruim e bom). Já a variável de saída do sistema apresenta a Probabilidade de Acidente, com dois conjuntos fuzzy (alta e baixa).

Figura 7 - Sistema Baseado em Regras Fuzzy sobre Probabilidade de Acidentes no Ifes-Vitória



Fonte: Arquivo dos autores (2019)

Vamos conhecer cada etapa realizada na pesquisa deste e-book?

FUZZIFICAÇÃO

Na etapa de fuzzificação, as entradas (percepção do usuário e percepção técnica) foram modeladas em dois conjuntos fuzzy (boa e ruim), conforme as funções de pertinência (Figuras 8 e 9) com universo do discurso variando no intervalo de $[0, 100]$.

Figura 8 - Função de pertinência para percepção do usuário

Percepção do Usuário	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
Boa																					
Ruim																					

Fonte: Arquivo dos autores (2019)

Figura 9. Função de pertinência para percepção técnica

Percepção Técnica	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
Boa																					
Ruim																					

Fonte: Arquivo dos autores (2019)

Cada grupo atribuiu um grau de pertinência, dentro do intervalo entre 0 e 1 para cada possível valor obtido nos questionários.

Disponibilizamos, também, a tabela (Figura 10) para a variável linguística de saída Probabilidade de Acidente, com a função de pertinência de valores alta ou baixa:

Figura 10 - Função de pertinência Probabilidade de Acidente

Probabilidade de Acidente	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
Alta																					
Baixa																					

Fonte: Arquivo dos autores (2019)



Os graus de pertinências atribuídos pelos grupos vão muito além do tratamento de informações, eles refletem suas crenças e a produção do conhecimento por meio dos significados particulares alcançados até o momento, que é uma das características da Probabilidade Subjetiva.

BASE DE REGRAS e MÁQUINA DE INFERÊNCIA

A base de regras do Sistema Baseado em Regras Fuzzy, é composta pelos conjuntos fuzzy, combinada de acordo com o julgamento dos alunos, e com as sentenças lógicas do tipo “se..., então...”.

Para fazer a composição entre as regras na pesquisa utilizou-se o Método de Inferência de Mamdani, o qual propõe uma relação fuzzy binária por meio de proposições linguísticas do tipo SE (premissa) ENTÃO (conclusão), e aplicando o operador “mínimo” com o conectivo lógico “e”.

Figura 11 - Base de Regras do SBRF Probabilidade Subjetiva de Acidentes no Ifes-Vitória

REGRAS					
	Grau de pertinência		Grau de pertinência		Menor Grau de pertinência
SE	Percepção do Usuário BOA	E	Percepção Técnica BOA	ENTÃO	Probabilidade de Acidente
SE	Percepção do Usuário BOA	E	Percepção Técnica RUIM	ENTÃO	Probabilidade de Acidente
SE	Percepção do Usuário RUIM	E	Percepção Técnica BOA	ENTÃO	Probabilidade de Acidente
SE	Percepção do Usuário RUIM	E	Percepção Técnica RUIM	ENTÃO	Probabilidade de Acidente

Fonte: Arquivo dos autores (2019)

Baseado nas regras, o processo de inferência possibilitou calcular a variável de saída (Probabilidade de Acidente) com os valores das variáveis de entrada. Houve um “confronto” entre os dados de entrada (conjuntos fuzzy de entrada *boa* ou *ruim*) e as regras de decisão, para uma posterior tomada de decisão, gerando um conjunto fuzzy de saída (*alta* ou *baixa*).

Após elaborar o SBRF, cada grupo inseriu as respostas dos participantes, a fim de se alcançar a formalização matemática da subjetividade dos entrevistados (usuários e técnicos) por meio do índice que determina a Probabilidade Subjetiva de acidentes no Ifes-Vitória.

Ao confrontar os dados de entrada com cada regra de decisão, é possível observar na Figura 12 os resultados da Probabilidade de Acidentes de um dos grupos participantes da pesquisa.

Figura 12 - Base de regras do grupo 6

Percepção do Usuário (PU)	Nota do questionário de PU	Conjunto	Grau de pertinência	Percepção Técnica (PT)	Nota do questionário de PT	Conjunto	Grau de pertinência
	60	BOA	0,8			45	BOA
		RUIM	0,4			RUIM	0,55

REGRAS								
	Grau de pertinência		Grau de pertinência		Probabilidade de Acidente	Menor Grau de pertinência		
SE	Percepção do Usuário BOA	0,6	E	Percepção Técnica BOA	0,45	ENTÃO	Boixa	0,45
SE	Percepção do Usuário BOA	0,6	E	Percepção Técnica RUIM	0,55	ENTÃO	Alto	0,55
SE	Percepção do Usuário RUIM	0,4	E	Percepção Técnica BOA	0,45	ENTÃO	Boixa	0,4
SE	Percepção do Usuário RUIM	0,4	E	Percepção Técnica RUIM	0,55	ENTÃO	Alto	0,4

Fonte: Arquivo dos autores (2019)

DEFUZZIFICAÇÃO

A última etapa, a defuzzificação, originou as ações da máquina de inferência, com a extração do conjunto fuzzy de saída, que foi convertido em um número real.

O processo de defuzzificação foi calculado pelo método centro de massa, ou seja, a média ponderada dos valores dos questionários, tendo como peso os graus de pertinência estabelecidos pela composição das regras.

Figura 13 - Índice de Probabilidade Subjetiva do Ifes do Grupo 6

$$\frac{0,45 \times 55 + 0,55 \times 55 + 0,4 \times 60 + 0,4 \times 40}{1,8}$$

índice = 52,44

Fonte: Arquivo dos autores (2019)



Na pesquisa sobre a construção do conceito de Probabilidade Subjetiva os argumentos de Bassanezi foram encontrados nos seguintes momentos:

Quadro 8 - Argumentos Bassanezi na aula Sistema Baseado em Regras Fuzzy

Argumento	Momento
Formativo	Ao atribuir os valores para os graus de pertinência, os alunos realizaram, na prática, a Probabilidade Subjetiva
Intrínseco	Ao calcular a probabilidade de um evento acontecer, pois entenderam que a soma das probabilidades dos elementos do espaço amostral é igual a 1.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

7.7. CHEGAMOS AO FINAL

O último encontro tem por objetivo analisar os SBRF elaborado na atividade e as conclusões sobre o conceito de Probabilidade Subjetiva.



Professor compare os índices gerados pelo Sistema Baseado em Regras Fuzzy a fim de verificar as distintas respostas dos modelos propostos, visto que cada participante teve a oportunidade de moderar o seu sistema.



Pergunte aos alunos, se possível coletivamente, o seu entendimento sobre o conceito de Probabilidade Subjetiva após a participação da atividade.



Se preferir, pode apresentar definições de estudiosos sobre o tema após os relatos.



Para algumas pessoas, a probabilidade mede a confiança que um indivíduo tem sobre a verdade de uma proposição particular [...] e não se pode negar que duas pessoas diante de uma mesma evidência tenham graus distintos de confiança em uma mesma proposição. (SAVAGE, 1971, p.3, tradução nossa).



É vista por como “uma medida que representa o “grau de certeza” do observador a respeito da ocorrência dos eventos”. (GNEDENKO, 2008, p. 24).



Expressa “o grau de credibilidade racional”, “...é interpretada como uma medida do grau de convicção, de informação, ou como a quantificação do ponto de vista de um indivíduo em particular” (MOREIRA, 2015, p. 28-29).



Representa até que ponto uma pessoa coerente crê que uma afirmação é certa, baseada em informações disponíveis que possui naquele momento. (MORALES e GREGORIA, 1985, p.166).

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que a Modelagem Matemática, como metodologia de estratégia de ensino-aprendizagem, não foi apenas uma ferramenta para aprendizagem do conteúdo de Probabilidade Subjetiva, mas sim uma ferramenta propulsora de mobilização de novos conhecimentos, interação com o mundo e desenvolvimento da percepção do ambiente ao redor por meio, da observação, reflexão e tomada de decisão.

Em especial, a Modelagem Matemática Fuzzy utilizada adequou-se a aprendizagem de Probabilidade Subjetiva, pois proporcionou, por meio de modelos matemáticos, a tradução do que princípio era “nebuloso”.

No exemplo de atividade deste *e-book*, trabalhamos com uma situação problema do ambiente escolar que também faria parte do mundo do trabalho dos alunos favorecendo o envolvimento da turma com o ambiente de Modelagem Matemática.

Importante destacar que nesta atividade os conteúdos matemáticos, Probabilidade Subjetiva e Lógica Fuzzy, que não faziam parte da ementa dos componentes curriculares do Projeto Pedagógico do curso Técnico em Segurança do Trabalho, evidenciando que podemos romper uma visão curricular limitada e linear de ensino.

O ensino de Probabilidade e Estatística, que na maioria das vezes, limita-se ao uso de fórmulas e cálculos, distancia os alunos do desenvolvimento crítico probabilístico de situações vivenciadas em seu cotidiano.

Professor, desejamos que por meio deste *e-book* haja o alcance de resultados satisfatórios ao fazer o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem associada a Modelagem Matemática Fuzzy na aprendizagem do conteúdo de Probabilidade Subjetiva.

9. REFERÊNCIAS

BARROS, L.C.; BASSANEZI, R.C. **Tópicos da lógica fuzzy e biomatemática**. Campinas: UNICAMP/IMECC, 2006. 354 p.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed., 4ª reimpressão, São Paulo: Contexto, 2013, 389 p

BERNABEU, C. B. **Didáctica de la Probabilidad y de la Estadística**. Universidad de Granada, Granada, 1999.

CAVALCANTE, J.L; ANDRADE, V. L. V. X.; RÉGNIER, J.C. **O conceito de probabilidade na formação docente: uma reflexão apoiada pela análise estatística implicativa**. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/1794/1750>. Acesso em: 22 set. 2018.

D'AMBROSIO, U. **As matemáticas e o seu entorno sócio-cultural**. Conferência de encerramento do I congresso Iberoamericano de Educación Matemática, Servilha, em Enseñanza Científica y Tecnológica, nº 42, p. 70 – 81, 1990.

_____. Etnomatemática um problema; Educação Matemática em Revista, SEBEM, 1, p. 5-18, 1993.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D.T. (organizadoras). **Métodos de Pesquisa**. 1ª Ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GNEDENKO, B. V. **A Teoria da Probabilidade**. Tradução Roberto Malheiros Moreira. Rio de Janeiro: Editora: Ciência Moderna Ltda. 2008.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica**. 2004. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

LOPES, J.M. *et al.* O ensino de probabilidade geométrica por meio de fractais e da resolução de problemas. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos (SP), v. 7, n. 3, p.47-62, 2013. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/500/291>. Acesso em: 16 set. 2018

MORALES, A; GREGORIA, M. **Teoría Subjetiva de La Probabilidad: Fundamentos, Evolucion Y Determinacion de Probabilidades**. Tesis Doctoral – Departamento de Estadística Y Metodos de Decision, Facultad de Ciencias Economicas Y Empresariales: Universidad Complutense de Madrid, 1985.

MOREIRA, A. P. M. **Aplicações da teoria da decisão e probabilidade subjetiva em sala de aula do ensino médio**. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~laurarifo/alunos/dissertacaoAndrea.pdf>. Acesso em: 29

out. 2018

REZENDE, O. L. T., D. Sc. **O uso da lógica fuzzy no controle das temperaturas de um conjunto gaseificador/combustor de biomassa.** Universidade Federal de Viçosa, abril de 2012.

RIFO, L. **Aspectos de teoria da decisão e probabilidade subjetiva para o Ensino Básico.** Disponível em:
https://www.ime.unicamp.br/~laurarifo/divulga/minicurso_Laura_VIII Bienal.pdf.
Acesso em: 29 out. 2018

SABINO, W. S. **Subjetividade no Ensino Médio**, 201. 80 f. Tese (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Federal do ABC, Santo André, 2013

SAVAGE, L. J. **The Foundations of Statistics.** Ed. Dover, 1971.

SILVA, J. S. **Modelagem Fuzzy e as Representações Semióticas: Um diálogo envolvendo uma atividade sobre o conforto ambiental.** Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória – Espírito Santo, 2018 - 123 p.

SOUZA, O. N. **Introdução à Teoria dos Conjuntos Fuzzy e à Lógica Fuzzy.** Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~valle/PDFfiles/osmar10.pdf>.

VIALI, L. Algumas considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 8, n. 16, p. 143–153, 2008. Disponível em:
[http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.8,%20no16,%20outubro%20\(2008\)/3%20-%20Viali%20-%20final.pdf](http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.8,%20no16,%20outubro%20(2008)/3%20-%20Viali%20-%20final.pdf).
Acesso em: 26 fev. 2020.



Edifes
ACADÊMICO

ISBN: 978-85-8263-645-9

BR



9 788582 636459