FICHA DE TRABALHO para Professor – FTp – Problema 01

2021

Autor: Eric Robalinho – e-mail: ericrobalinho@yahoo.com.br

PROBLEMA 01 - Condução com geração numa parede plana

Área: transferência de calor

Ref.: exercício 3.6, Incropera, 4ª ed.

ENUNCIADO:

Considere uma parede plana composta por duas camadas de materiais, A e B. A camada do material A possui uma geração de calor uniforme q'=1,5 x 10^6 W/m3, condutividade térmica kA = 75 W/m.K e espessura LA = 50 mm. A camada do material B não apresenta geração de calor, tem condutividade kB = 150 W/m.K e espessura LB = 20 mm. A superfície interna da parede (material A) está perfeitamente isolada, enquanto a superfície externa (material B) é resfriada por uma corrente de água com T(ext) = 30'C e h = 1000 W/m2.K.

Proposta de trabalho:

Fazer a análise do problema, plotando a distribuição de temperatura na parede composta em condições de estado estacionário. Determinar as temperaturas das superfícies e fazer um estudo paramétrico em relação a q', kA, kB e h. Para estas atividades, você deverá utilizar o *script* em GNU Octave disponível como referência.

Realizar as Tarefas propostas nesta Ficha de Trabalho. Para isso, faça consultas e pesquisas em referências bibliográficas confiáveis e procure a orientação do Professor da disciplina.

Definição de constantes e valores de contorno e iniciais:

T0 = 0; T1 = 0; T2 = 0;   temperaturas nas superfícies

kA = 75;   [W/m.K]   condutividade térmica do material A

kB = 150; [W/m.K] condutividade térmica do material B

LA = 0.05; [m] espessura do material A

LB = 0.02; [m] espessura do material B

h = 1000; [W/m^2.K] coeficiente de transferência de calor por convecção

Text = 30; [C] temperatura externa (água)

qfluxA = 1.5*10^6; [W/m^3] taxa de geração de calor do material A

qfluxB = 0; [W/m^3] taxa de geração de calor do material B

Balanços de energia, para uma área superficial unitária:

Tarefa 1: explicar o porquê das equações (1) e (2), como chegamos a elas?

qqfluxA = h * (T2 - Text); eq. (1)

qqfluxA = qfluxA * LA; eq. (2)

Resposta:

Observando a Figura 1 abaixo, e de acordo com as condições dadas no enunciado do problema, entendemos que a distribuição de temperatura na parede composta possui algumas características: é parabólica na camada do material A; é linear na camada do material B. Em T0, que representa a superfície isolada, temos a derivada igual a zero.

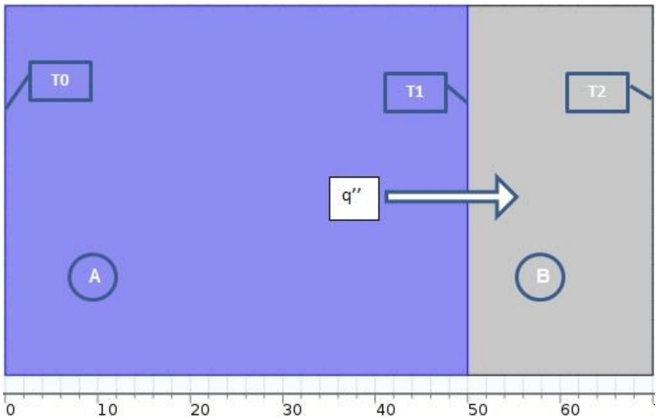


Figura 1 – Domínio do problema 01.

A temperatura na superfície externa (T2) será calculada por meio de um balanço de energia. Podemos imaginar um volume de controle ao redor da camada do material B. Lembramos que não há geração de calor no material B, ou seja, considerando-se o estado estacionário (para uma área unitária), o fluxo de calor que entra na superfície T1

(L = 50 mm), deverá ser igual ao fluxo que sai na superfície T2, por convecção. Dessa maneira, escrevemos:

qqfluxA = h * (T2 - Text), que é a equação (1).

O lado esquerdo desta equação, que representa o fluxo de calor, pode ainda ser calculado usando-se um segundo balanço de energia que considera a camada do material A. Na camada do material A existe uma taxa de calor gerada em seu interior, mas a superfície T0 (L = 0 mm), é adiabática, ou seja, a taxa de calor que sai desta camada deverá se igualar à taxa gerada. Escrevemos, então:

qqfluxA = qfluxA * LA, que é a equação (2).

Podemos agora igualar as duas equações para determinar a temperatura da superfície externa, conforme descrito em seguida nesta FTp.

Lembramos que na parede plana considerada, fizemos algumas considerações para simplificar os cálculos, por exemplo, a geração de calor é uniforme, por unidade de volume; as superfícies estudadas são mantidas nas temperaturas calculadas, não existindo variações de temperaturas em tais superfícies; a condutividade térmica é constante (k = constante). Estas e outras simplificações são normais quando aplicamos os conceitos físicos aos fenômenos que queremos estudar, pois dessa maneira conseguimos resolver as equações encontradas. Neste exemplo, a equação do calor é associada às Leis de Fourier e do resfriamento de Newton.

Portanto, igualando (1) e (2), temos:

h * (T2 - Text) = qfluxA * LA;

e, portanto,

T2 = Text + (qfluxA * LA)/h;

<u>Determinação de T1</u> - circuito térmico:

Resistências térmicas: RcondB e Rconv:

ResCondB = LB/kB; é a resistência térmica de condução, do material B, para uma área superficial unitária;

ResConv = 1/h; é a resistência térmica de convecção, para uma área superficial unitária;

Temos, portanto,

T1 = Text + (RcondB + Rconv) * qqfluxA;

Determinação de T0:

Condução com geração de calor, numa parede plana:

Tarefa 2: mostrar a dedução da equação do calor (eq. 3), explicando a simetria em relação ao plano intermediário, para a condução com geração uniforme de energia térmica, numa parede plana. Dar a expressão da distribuição da temperatura na parede.

Resposta:

A partir do princípio de conservação de energia e das definições de taxas, obtemos o equacionamento para a equação do calor, que nos diz que em qualquer ponto do meio, a taxa líquida de transferência de energia por condução para o interior de um volume unitário somado à taxa de geração de calor (volumétrica) deve ser igual à taxa de variação de energia térmica armazenada no interior deste volume. Assim, considerando a condutividade térmica constante, geração uniforme de calor e regime estacionário, a equação da difusão do calor pode ser escrita como:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

Cuja solução geral é

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + C_1x + C_2$$

Na qual C_1 e C_2 são as constantes de integração.

Supomos agora as condições de contorno (dadas pelo exercício), das temperaturas nas superfícies:

$$T(-L) = T_{sup,1} \quad e \quad T(L) = T_{sup,2}$$

Dessa forma, calculamos C_1 e C_2:

$$C_1 = \frac{T_{sup,2} - T_{sup,1}}{2L} \quad e \quad C_2 = \frac{\dot{q}}{2k}L^2 + \frac{T_{sup,1} + T_{sup,2}}{2}$$

E a distribuição de temperatura em qualquer ponto da parede fica:

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{sup,2} - T_{sup,1}}{2}\frac{x}{L} + \frac{T_{sup,1} + T_{sup,2}}{2}$$

Portanto, o fluxo de calor poderá ser determinado em qualquer ponto da parede usando-se esta expressão. Podemos simplificar esse resultado caso consideremos que as duas superfícies estão a uma mesma temperatura (T_{sup}). Neste caso, podemos reescrever esta expressão como:

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_{sup}$$

E a temperatura máxima (T_0) é observada no plano intermediário, para este caso:

$$T(0) = T_0 = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_{sup}$$

Cuja expressão nos fornece a equação (3).

A temperatura na superfície isolada termicamente, T0, pode ser determinada com o uso da equação:

T0 = ((qfluxA * LA^2)/2*kA) + T1;   eq. (3)

Gráficos e estudos paramétricos:

Para a determinação da distribuição da temperatura no material A, precisamos da expressão:

(Tx - T0)/(T1 - T0) = (x/LA)^2;

No material B, onde não há geração de calor, a temperatura deverá decair linearmente.

Tarefa 3: Mostre este resultado!

Resposta:

Observando que a expressão obtida na Tarefa 2, para a distribuição de temperatura é

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_{sup}$$

Podemos, então, reescrever esta expressão subtraindo o valor de T_0 obtido anteriormente, como:

$$T(x) - T_0 = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_{sup} - \left(\frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_{sup}\right)$$

Portanto,

$$\frac{T(x) - T_0}{T_{sup} - T_0} = \left(\frac{x^2}{L^2}\right) = \left(\frac{x}{L}\right)^2$$

Que e o resultado que queríamos mostrar.

Portanto, neste caso, usamos a expressão:

Tx = (T2 - T1) * (x/LB) + T1;

A variação do valor de h está relacionada ao tipo de fluido usado para retirar o calor do material B, uma vez que este fluido estará em contato com a superfície cuja temperatura denominamos T2.

Cada material tem uma temperatura máxima permitida de operação, que não deve ser ultrapassada a fim de evitar a fadiga térmica desse material.

A ideia é utilizar valores diferentes de h, por exemplo, os valores 400, 600, 800 e 1000 (valor original), comparando as respostas em termos de temperaturas ao longo da parede composta. Verificaremos, assim, se as temperaturas alcançadas pelos materiais estão de acordo com nossa expectativa de projeto.

<u>Dicionário de variáveis:</u>

kA = 75;	[W/m.K]	condutividade térmica do material A
kB = 150;	[W/m.K]	condutividade térmica do material B
LA = 0.05;	[m]	espessura do material A
LB = 0.02;	[m]	espessura do material B

h = 1000; [W/m^2.K]   coeficiente de transferência de calor por convecção

Text = 30; [C]   temperatura externa (água)

qfluxA = 1.5*10^6; [W/m^3]   taxa de geração de calor do material A

qfluxB = 0;   [W/m^3]   taxa de geração de calor do material B

qqfluxA   [W/m^2]   fluxo térmico do material A

ResCondB = LB/kB;   resistência térmica de condução, do material B, para uma área superficial unitária

ResConv = 1/h;   resistência térmica de convecção, para uma área superficial unitária

T0, T1 e T2   temperaturas das superfícies (calculadas)

<u>Sugestões para DESAFIOS:</u>

(obs.: para gerar gráficos diversos use o comando figure(N); antes do comando plot)

<u>Desafio-1</u>: altere o valor das espessuras (LA e LB) e refaça o gráfico. Este resultado está condizente com as espessuras escolhidas por você?

<u>Desafio-2</u>: altere o valor de Text e refaça o gráfico. Qual o significado físico da mudança desse valor? Justifique.

<u>Desafio-3</u>: altere o valor de h e verifique o que ocorre com o gráfico. Explique fisicamente o significado desta mudança, para o problema.

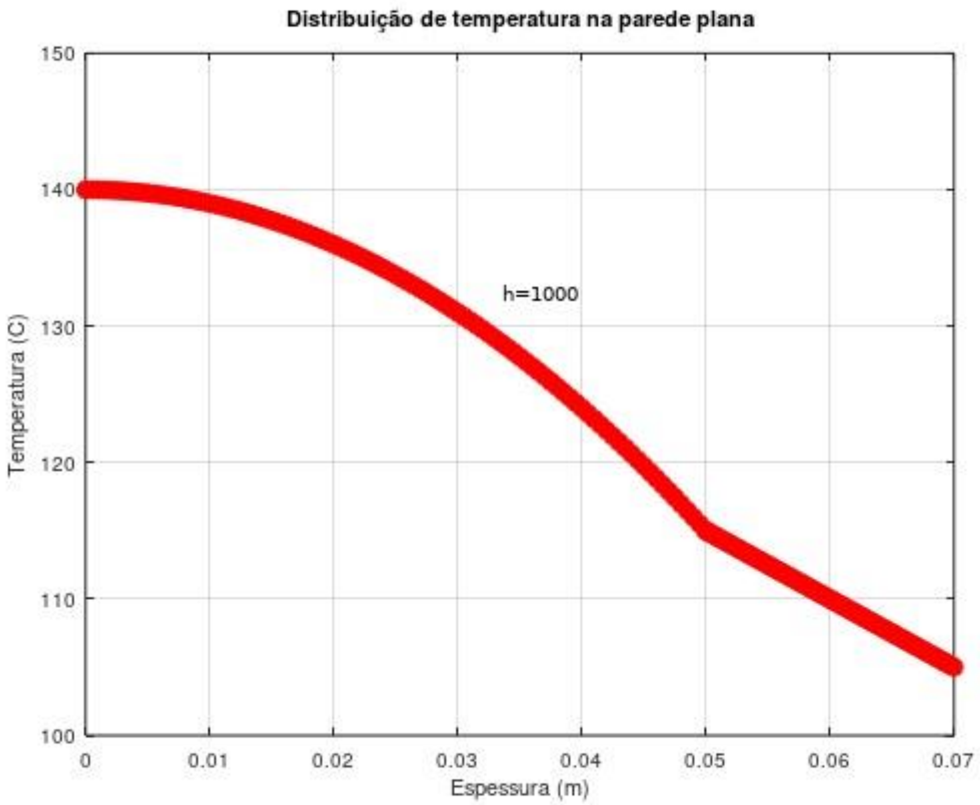
<u>Desafio-4</u>: altere o valor das taxas de geração de calor (qfluxA e qfluxB), refazendo o gráfico. Relacione essas alterações com o resultado original. Justifique.

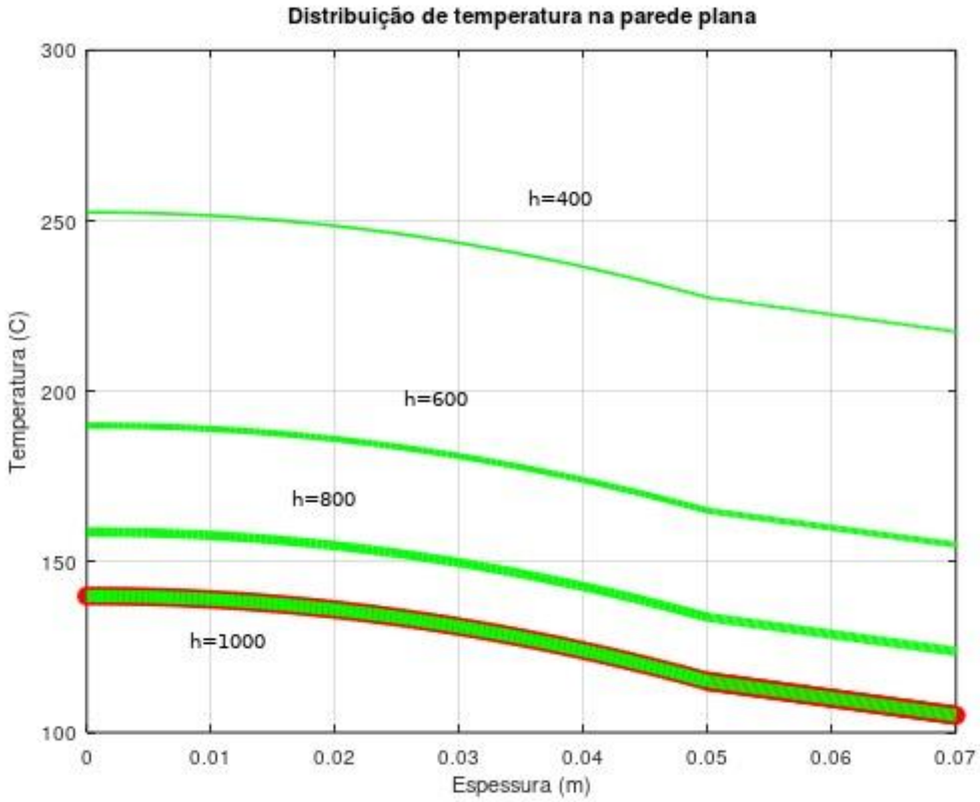
Desafio-5: suponha que o material B não suporte temperaturas acima de 110 graus Celsius. Alterando o valor de h original, seria possível resolver este problema? Dê possíveis soluções.

Referência:


```
John W. Eaton, David Bateman, Søren Hauberg, Rik Wehbring (2021).
 GNU Octave version 6.4.0 manual: a high-level interactive language
for numerical computations.
 URL https://octave.org/doc/v6.4.0/
```


Resultados gráficos obtidos no Octave, a partir desse *script*:




Distribuição de temperatura na parede plana
300
250
200
150
100
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
Temperatura (C)
Espessura (m)
h=400
h=600
h=800
h=1000