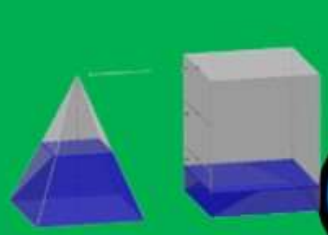
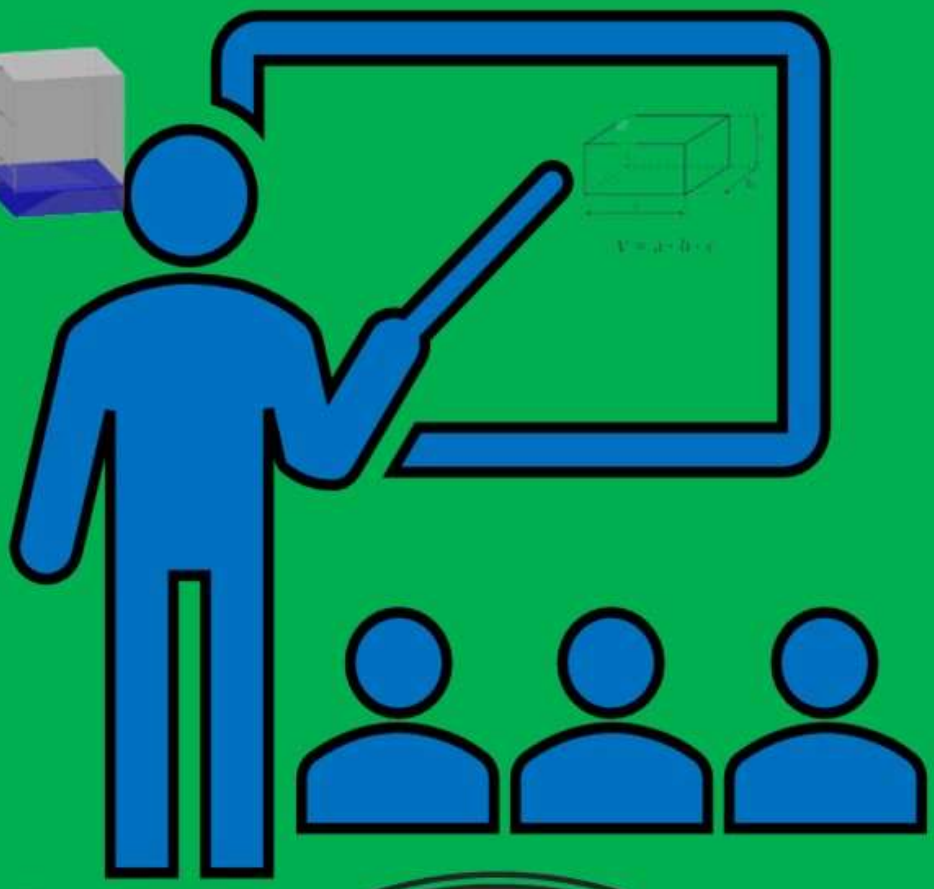
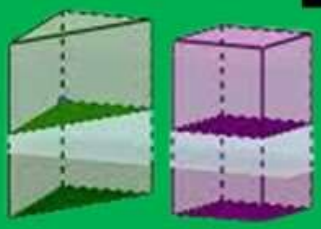
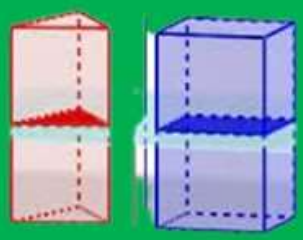
Edivan Mendes
Ana Kely Martins da Silva
Cínthia Cunha Maradei Pereira

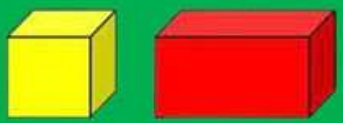


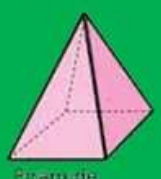


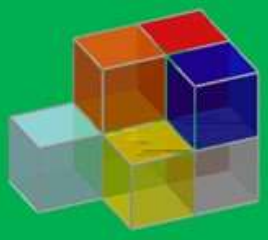




Guia de Atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides







2022

Edivan Mendes
Ana Kely Martins da Silva
Cínthia Cunha Maradei Pereira

Guia de atividades para o ensino de Volume Prismas e Pirâmides no Geogebra

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará como Exigência parcial para Obtenção de Título de Mestre em Ensino de Matemática.
Linha de Pesquisa: Matemática no Ensino Médio.
Orientadora: Profª. Dra. Ana Kely Martins da Silva
Coorientador: Profª. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira

Belém
2022

Clay Anderson Nunes Chagas

Reitor Universidade do Estado do Pará

Ilma Pastana Ferreira

Vice-Reitora Universidade do Estado do Pará

Jofre Jacob da Silva Freitas

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

Anderson Madson Oliveira Maia

Diretor do Centro de Ciências Sociais e Educação

Fábio José da Costa Alves

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Natanael Freitas Cabral

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Diagramação e Capa: Os Autores
Revisão: Os Autores

Conselho Editorial

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Prof. Dr. Antonio José Lopes
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias
Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento
Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão
Profa. Dra. Claudianny Amorim Noronha
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha
Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares
Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino
Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil
Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de Almeida

Comitê de Avaliação

Ana Kely Martins da Silva
Pedro Franco de Sá
Elielson Ribeiro de Sales

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

MENDES, Edivan, SILVA, Ana Kely Martins da, PEREIRA, Cinthia Cunha Maradei. Guia de atividades para o ensino de Volume Prismas e Pirâmides no Geogebra. Dissertação (Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

ISBN: 978-65-84998-11-7

1. Geometria-Estudo e ensino 2. Volume de prismas e pirâmides 3. Geogebra.

Regina Coeli A. Ribeiro – CRB-2/739

.

SUMÁRIO

1. Apresentação 5

2. O Geogebra 8

3. Instalação do Geogebra..... 9

4. Atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides no Geogebra..... 14

Atividade 1. Noção intuitiva de volume 16

Atividade 2. Princípio de Cavalieri 20

Atividade 3. Volume do prisma 25

Atividade 4. Demonstração do volume da pirâmide 29

Atividade 5. Volume com cubos 34

Atividade 6. Cálculo do volume de um paralelepípedo 39

Atividade 7. Volume do prisma de base regular 43

Atividade 8. Volume da pirâmide de base regular..... 47

Atividade 9. Volume do tronco da pirâmide 52

Atividade 10. Construção e planificação da superfície do cubo no Geogebra 57

Atividade 11. Construção e planificação da superfície do prisma de base regular..... 66

Atividade 12. Construção e planificação da superfície da pirâmide de base regular..... 83

5. Procedimentos para baixar e usar as atividades offline 101

6. Recomendações finais 106

Referências 108

APRESENTAÇÃO

Caro professor(a)!

Este material didático, trata-se de um produto educacional chamado “Guia de atividades”, o qual, é parte integrante do trabalho de pesquisa intitulado “O ensino de volume de prismas e pirâmides por meio de atividades no Geogebra”, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática em nível de Mestrado Profissional da Universidade do Estado do Pará, cuja finalidade é apresentar aos professores de Matemática do ensino Médio um material que auxilie o ensino de volume de prismas e pirâmides.

A partir dessa visão, nasceu a idealização deste Guia de atividades, em que propomos o uso do Geogebra em sala de aula para o ensino de volume de prismas e pirâmides, por meio do qual acreditamos que os alunos se tornarão protagonistas no processo ensino e aprendizagem.

A escolha do conteúdo volume de prismas e pirâmides está ligado a dois motivos: o primeiro é porque esse conteúdo faz parte da geometria, que infelizmente ainda é pouca explorada no ensino de Matemática e isso pude perceber durante a minha formação básica, em que os meus professores de Matemática quase não trabalharam com os conteúdos de geometria, o segundo motivo, é por perceber em minha atuação como docente que os alunos apresentam grande dificuldade em geometria.

Uma outra situação que podemos perceber, é que muitos livros didáticos de Matemática, que vinham sendo usados em sala de aula recentemente, abordavam o conteúdo de geometria nos capítulos finais, o que colaborou para pouca exploração dos conteúdos de geometria. Haja vista que, um bom número de professores costuma seguir a sequência do livro para dar suas aulas e pelo fato do conteúdo de geometria em grande parte deles ser apresentado no final, os professores não trabalhavam esses conteúdos, ou quando trabalhavam, era de forma rápida e precária.

As situações abordadas acima estão de certa forma relacionadas ao processo histórico ocorrido no ensino de Matemática durante o período do Movimento Matemática Moderna que ocorreu na década de 60, período em houve a desvalorização do ensino da geometria (PAVANELLO, 1989).

A não abordagem dos conteúdos de geometria somada com uma prática de ensino precária, que não desperta o interesse do aluno em aprender e que o coloca na condição de um simples receptor, reproduz um ensino e uma aprendizagem deficiente. É por isso que muitos alunos apresentam dificuldades na hora de resolver problemas que exigem o conhecimento geométrico.

Entretanto, sabemos que a geometria tem grande importância para a sociedade e, portanto, os alunos precisam do conhecimento geométrico para resolver várias situações problemas do cotidiano. Mediante essa necessidade, percebemos que os currículos de Matemática elaborados atualmente no Brasil, buscam contemplar o ensino desta área da Matemática. Principalmente, por serem elaborados com base nos PCNs e mais recentemente na BNCC, documentos estes que destacam a importância do ensino da geometria.

Os parâmetros ressaltam que no desenvolvimento do ensino da geometria deve-se entender que:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de matemática do ensino fundamental, pois através deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 2001, p. 55).

Por meio dessa citação, notamos que a assimilação dos conceitos geométricos permite aos alunos descrever situações e resolver problemas relacionados com o cotidiano. Sendo essencial para compreensão de vários elementos que nos cercam, inclusive para resolver questões de outras áreas de conhecimento.

A BNCC também destaca a importância do ensino da geometria, pois apresenta a geometria como parte importante do currículo de Matemática. Conforme este documento a organização do currículo de Matemática está estruturado em unidades temáticas definidas da seguinte forma: Números, Álgebra, **Geometria**[1], Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Ainda com base na BNCC “a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2017, p. 271).

Os pontos destacados em relação a geometria são aplicáveis ao conteúdo volume de prismas e pirâmides, visto que, este conteúdo está inserido na geometria

[1] Grifo nosso

e, consequentemente, todos os acontecimentos apresentados no ensino da geometria, é visto também no processo de ensino volume de prismas e pirâmides.

Desse modo, verificamos que o processo de ensino de geometria tem passado por mudanças significativas. As quais visam despertar os sistemas educacionais e professores para a relevância que a geometria possui para a sociedade e para a formação dos alunos, ou seja, seu ensino não pode ser deixado de lado.

Diante da necessidade de abordagem dos conteúdos de geometria, de modo que proporcione um ensino e uma aprendizagem mais eficaz, eu e minha orientadora professora Ana Kely Martins Silva, idealizamos este Guia de atividades no Geogebra.

A escolha por usar o Geogebra resulta da compreensão que temos desse software e por verificar que existem muitas propostas de ensino realizadas com o uso desse recurso tecnológico, que apresentaram resultados significativos, satisfatórios e produtivos. Os quais destacamos alguns na dissertação que escrevemos, como o trabalho de Santos (2017), Sampaio (2018), Coutinho Júnior (2018) e Silva (2019), que mostram que o Geogebra, constitui-se um bom recurso para o ensino de volume de sólidos geométricos.

Dessa maneira, apresentamos este material didático para o ensino de volume de prismas e pirâmides, composto por: apresentação, atividades para o ensino de volume de prismas e pirâmides produzidas no Geogebra.

Para construção das atividades utilizamos produções próprias no Geogebra e de outros autores. As atividades valorizam a exploração visual e dinâmica dos sólidos geométricos, permitindo que os alunos interajam com as construções e percebam as características e propriedades relacionadas ao volume dos poliedros, podendo compreender e analisar os elementos que influenciam no volume desses sólidos.

Assim esperamos contribuir com os professores no desenvolvimento do ensino do conteúdo apresentado neste Guia, de maneira que alcancem resultados satisfatórios com uso do Geogebra em sala de aula. Ressaltamos que os professores podem alterar e adaptar as atividades de acordo com as necessidades de sua sala de aula.

O Geogebra é um software de Matemática dinâmica desenvolvido em 2001 pelo matemático austríaco Markus Hohenwarter, com a finalidade de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Para isso, combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação e pode ser utilizado em todos os níveis de ensino[2].

Inicialmente foi criado para ser usado em computadores, mas sofreu modificações que o tornou mais acessível e prático. Hoje o Geogebra pode ser utilizado em dispositivos móveis como tablets, smartphones Android, iPads e iPhones (COUTINHO JÚNIOR, 2018).

Atualmente, o Geogebra está presente em praticamente todos os países e a sua popularidade tem crescido cada vez mais, alcançando milhões de usuários em praticamente todos os países. Tornou-se um líder na área de softwares de Matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (GEOGEBRA, 2019).

O Geogebra é um software de Geometria dinâmica

A geometria dinâmica, diz respeito ao uso de ferramentas tecnológicas, que possibilitam construir e movimentar as figuras geométricas.

O termo dinâmico pode ser entendido como oposição a estrutura estática das construções da geometria tradicional (aquela de régua e compasso), ou seja, na geometria dinâmica o aluno realiza as construções e manipula os objetos, sem alterar suas propriedades originais. (ISOTANI; BRANDÃO, 2006)

[2] Parágrafo elaborado com base nas informações disponíveis no site https://www.geogebra.org/ e https://www.pucsp.br/geogebrasp/.

Instalação do Geogebra

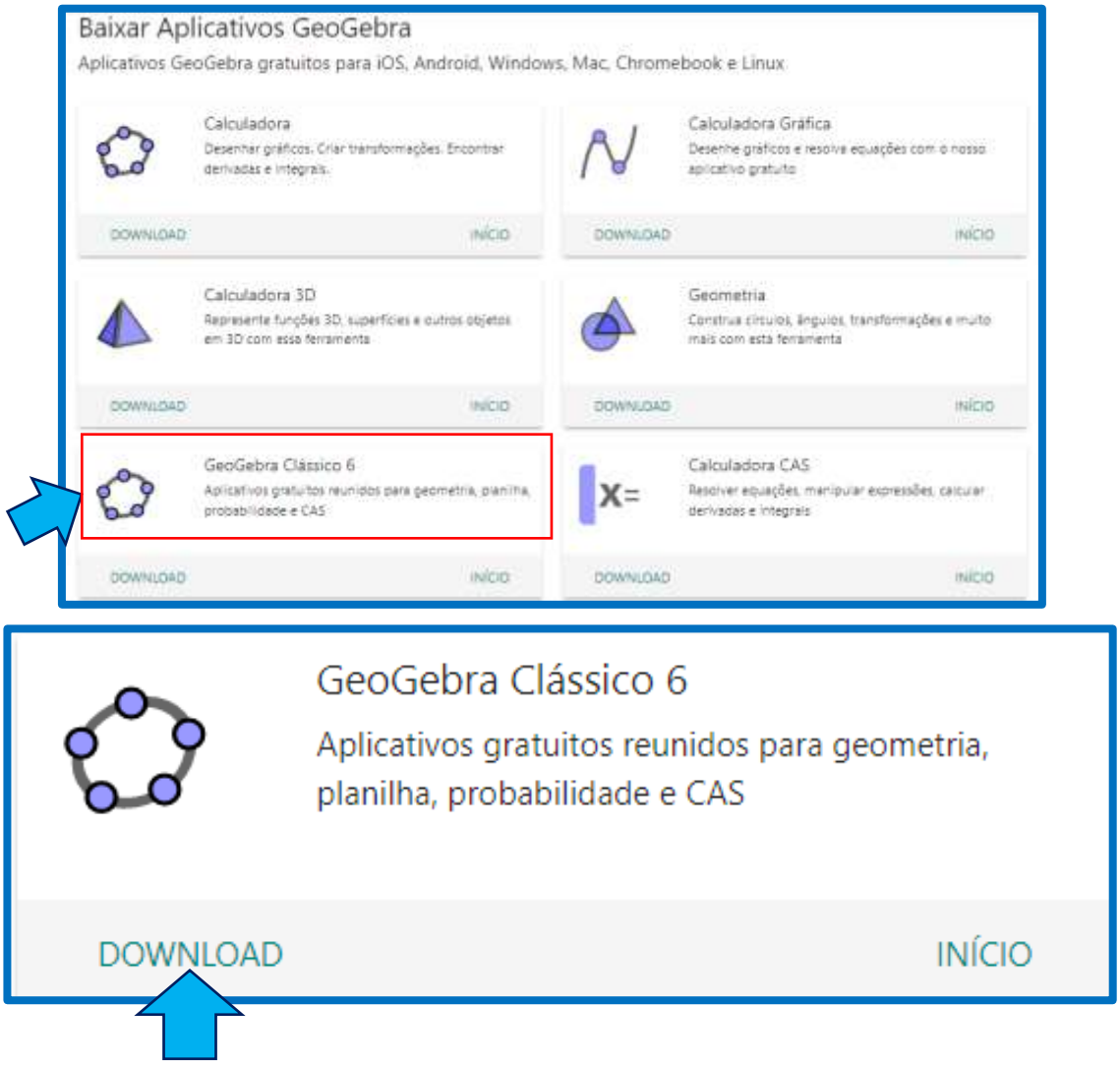
Para realização das atividades será necessário que os alunos utilizem smartphone, tablet ou computador com o GeoGebra instalado ou com acesso à internet que possibilite a utilização do GeoGebra online. Os aplicativos do Geogebra podem ser instalados gratuitamente em aparelhos iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux.

Caso a escola laboratório de informática, sugerimos que os professores utilizem o laboratório, pois o manuseio no computador é mais fácil e prático.
Se o professor for realizar as atividades online, não será preciso fazer a instalação do software.

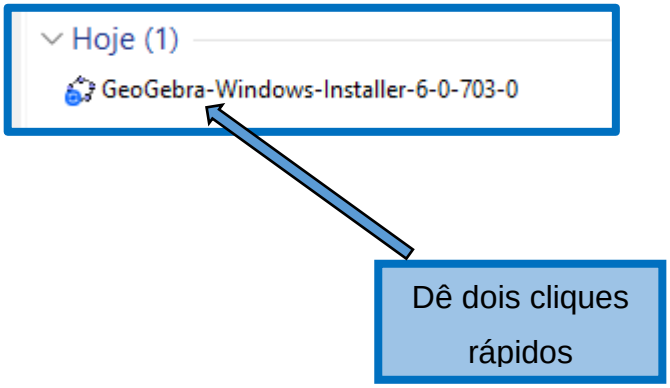
Como é mais comum o uso de aparelhos com Windows e Android, apresentaremos aqui o tutorial de instalação em um computador com Windows e nos aparelhos com Android.

Instalação do Geogebra no computador com Windows

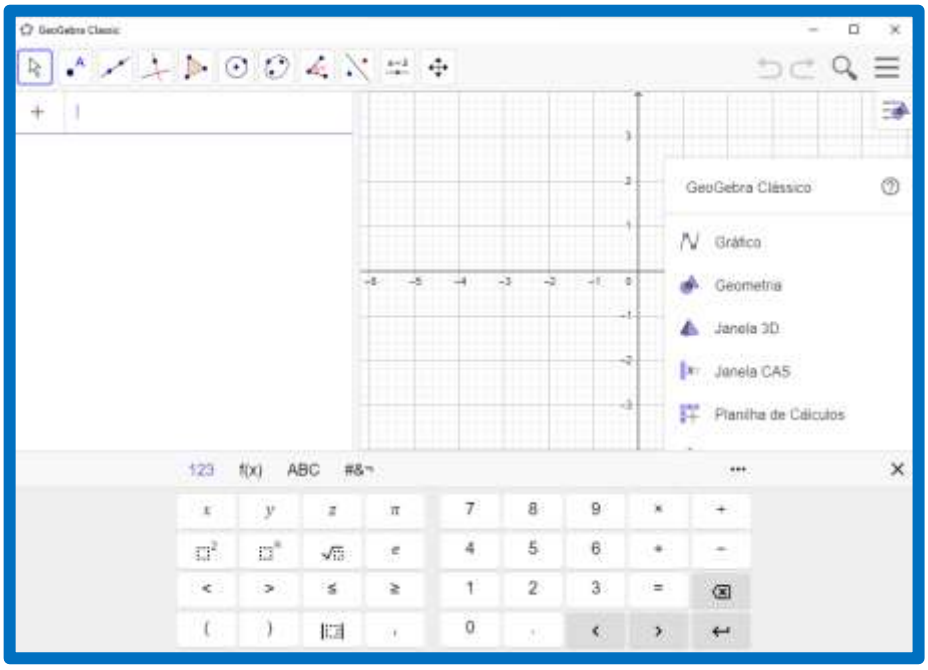
Use o link abaixo para baixar o Geogebra no computador: https://www.geogebra.org/download, escolha a opção Geogebra Clássico 6 e clique na opção download, conforme a imagem abaixo.



Após o download do arquivo, dê dois cliques no ícone do arquivo baixado para realizar a instalação. Espere um pouco e aparecerá a interface do Geogebra 6.



Após a conclusão da instalação, o aplicativo estará pronto para uso e aparecerá a janela conforme a imagem abaixo.



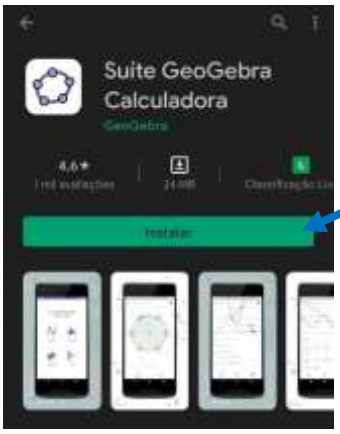
Caso encontre dificuldades de baixar e instalar o aplicativo, sugerimos que acesse o link: https://www.youtube.com/watch?v=KmZpuF818a8 e assista o vídeo no youtube sobre download e instalação do Geogebra Classic 6.

Instalação no tablet ou smartphone

Para baixar o Geogebra no tablet ou smartphone com Android, basta o usuário acessar o aplicativo Play Store no seu aparelho com acesso à internet e na pesquisa digitar “geogebra”, aparecerá vários aplicativos do Geogebra, depois basta clicar no aplicativo escolhido e depois na opção instalar, aguarde a conclusão da instalação para poder utilizar o aplicativo. Sugerimos que instale o Suíte Geogebra Calculadora, pois é o aplicativo mais completo do Geogebra.

Digite na pesquisa o nome geogebra.

Escolha Suíte GeoGebra

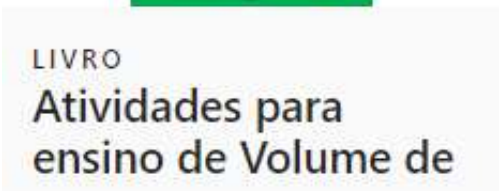


Clique em instalar e aguarde concluir a instalação.

Concluída a instalação o aplicativo está pronto para uso.

Após as instalações dos aplicativos do Geogebra os professores poderão acessar as atividades por meio dos links disponibilizados em cada atividade deste Guia. Entretanto, para facilitar o acesso a todas as atividades, construir um livro dinâmico na plataforma do Geogebra, por meio do qual, o usuário deste Guia poderá ter acesso a todas as atividades. Basta acessar o link a seguir: https://www.geogebra.org/m/zjjrzfuf.

Capa do livro com as atividades no Geogebra



Acesse o livro pelo link: https://www.geogebra.org/m/zjjrzfuf

A seguir apresentamos as atividades criadas no Geogebra para o ensino de volume de prismas e pirâmides.

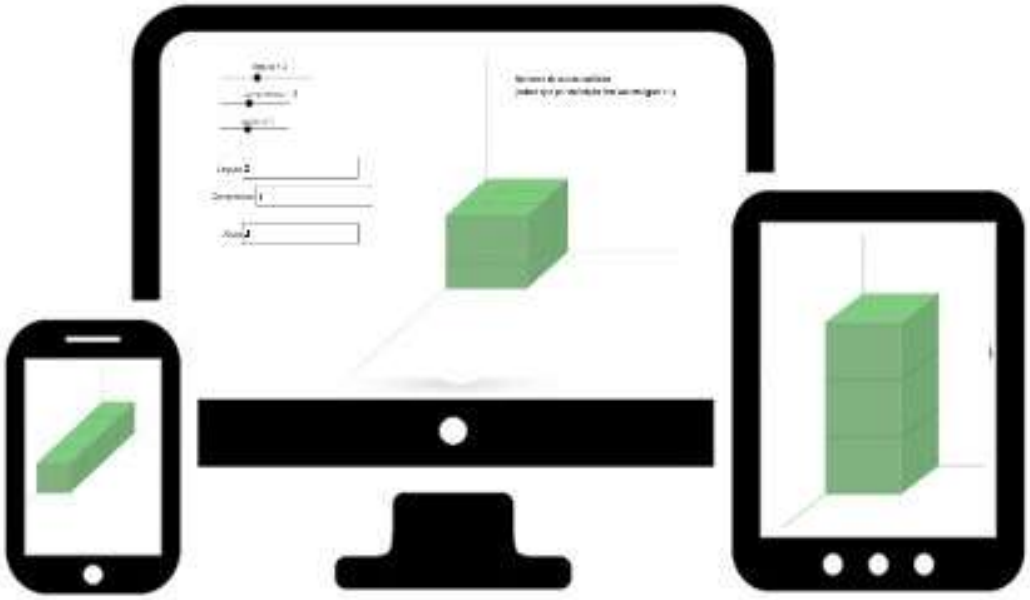
As atividades deste Guia correspondem aos poliedros convexos prismas e pirâmides.

ATIVIDADES PARA O ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÃMIDES NO GEOGEBRA

Olá, Professores!

- *As atividades deste guia foram elaboradas para serem feitas preferencialmente online, mas você pode baixá-las para uso offline. Ao final das atividades apresento o passo a passo para baixar as atividades.*
- *Para o uso offline, você precisará baixar o applet e deve imprimir as questões para os alunos.*
- *Os applets são as construções dinâmicas no Geogebra.*
- *As questões apresentadas aqui são sugestivas, mas os professores poderão alterá-las ou elaborar outras, em conformidade a necessidade da aula.*
- *A sequência das atividades também é sugestiva, o professor pode adaptar de acordo com aula.*
- *O professor poderá ou não usar todas as atividades, pois deve escolher a que melhor se encaixa com a necessidade de seus alunos.*

Atividade 1



Noção intuitiva de volume

COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE

- Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC.
- Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre ideia intuitiva de volume.
- 7 questões para serem resolvidas com auxílio do applet.

"A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la." (Johannes Kepler)

Conteúdo	Objetivos
Noção Intuitiva de Volume	➢ Compreender a noção Intuitiva de Volume a partir da utilização de cubos unitários. ➢ Determinar o volume de um bloco retangular.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas**.**	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

A atividade consiste em fazer com que o aluno interaja com o sólido por meio dos controles deslizantes ou preenchendo as caixas, executando os comandos pedidos nas questões e à medida que executa as ações, espera-se que ele consiga perceber a regularidade apresentada, extraindo as conclusões desejadas.

Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/mm4ebtek

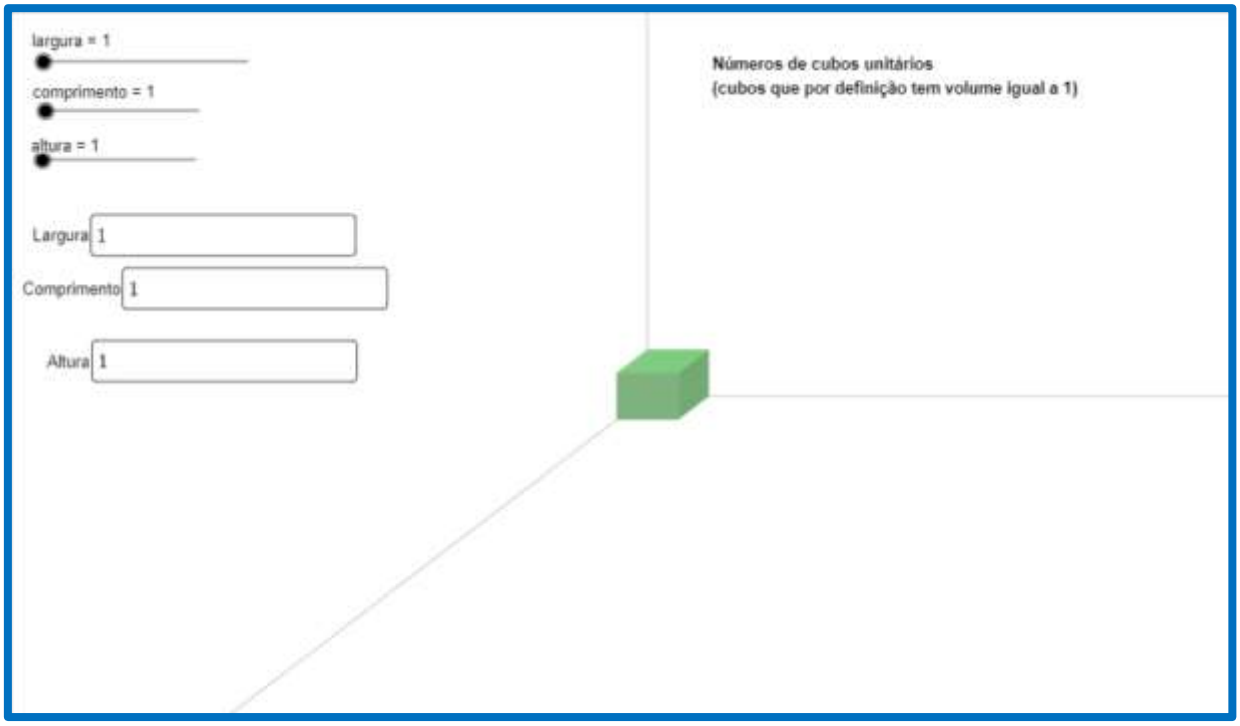
Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Ao acessar atividade pelo computador, tablet ou celular, devem utilizar os controles deslizantes altura, comprimento e largura ou se preferirem podem preencher

os campos abaixo com as medidas indicadas. Em seguida devem responder as questões:

Figura 1. Imagem do applet da atividade 1



Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/mm4ebtek

O volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada (isto não é uma definição matemática, mas apenas uma ideia intuitiva). Para medir a grandeza "volume" compará-la com uma unidade.

Questões apresentadas na atividade

1) No applet acima, utilize os controles deslizantes ou preencha os campos e crie um bloco retangular, medindo 3 na largura, 1 no comprimento e 1 na altura. Observe a imagem e diga quantos cubos compõem esse bloco retangular ou prisma?

Resposta: 3 cubos

2) Construa um bloco retangular, medindo 3 na largura, 2 no comprimento e 1 na altura. Observe a imagem e diga quantos cubos compõem esse bloco retangular ou prisma?

   Resposta: 6 cubos

3) Construa agora, um bloco retangular, medindo 4 na largura, 3 no comprimento e 3 na altura. Observe a imagem e diga quantos cubos compõem esse bloco retangular ou prisma?

   Resposta: 36 cubos

4) Observando as questões anteriores, diga como podemos determinar o número de cubos facilmente sem manusear a construção?

   Resposta: basta multiplicar a largura pelo comprimento e pela altura

5) Considerando que os cubos são unitários, ou seja, que o volume desses cubos mede 1 por definição, estabeleça a relação entre o número de cubos e as dimensões (largura, comprimento e altura) do bloco retangular. Depois responda como podemos determinar o volume desse bloco formado.

   Resposta: O número de cubos é igual ao produto da largura pelo comprimento e pela altura, como o volume do cubo é 1, o volume do bloco será igual a quantidade de cubos unitários.

6) Considere agora que seja formado um bloco retangular com largura medindo ***a***, comprimento ***b*** e altura ***c***. Diga como podemos obter o seu volume?

   Resposta: *Volume = a x b x c*

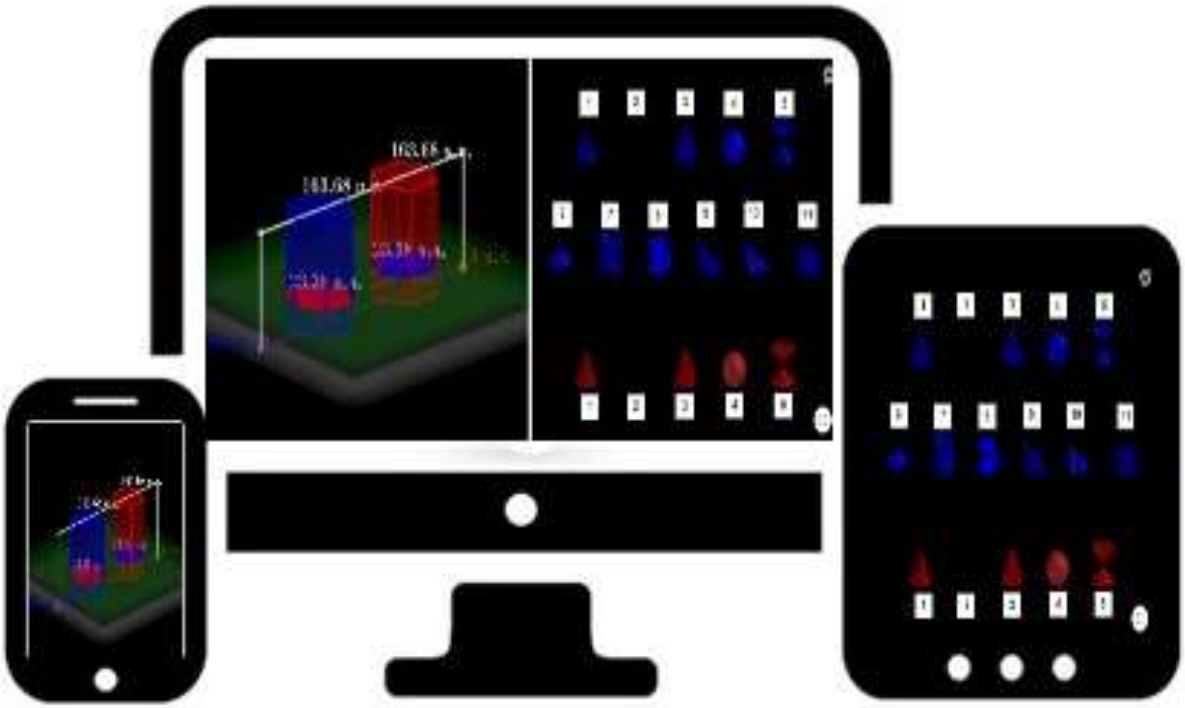
7) O que podemos concluir sobre o volume do bloco retangular?

   Resposta: Que o volume do bloco retangular é igual ao produto das suas dimensões.

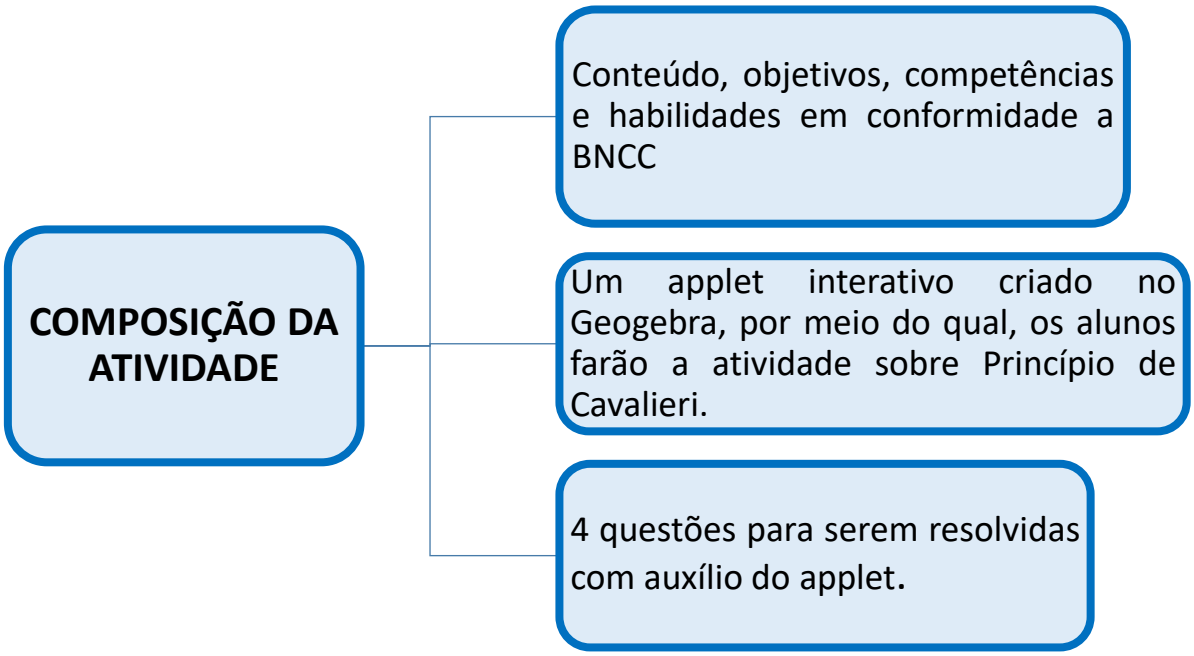
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

Toda a atividade foi produzida pelo autor, deste da construção do apllet até a elaboração das questões.

Atividade 2



Princípio de Cavalieri



"O universo é geométrico, a geometria é universal!" (Ilan Hudson Gomes de Santana)

Conteúdo	Objetivo
Princípio de Cavalieri	➢ Conhecer o princípio de Cavalieri, verificando sua aplicação para obtenção do volume dos sólidos geométricos.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Ao acessar a atividade os alunos escolherão os sólidos dois a dois, depois devem manipular o controle deslizante plano de corte, comparando as áreas das secções formadas e verificando se são iguais ou não em qualquer altura do sólido. Após essa constatação devem verificar o valor do volume de cada sólido, identificando se são iguais ou não. Ao executar esse processo os alunos deverão estabelecer a relação entre as secções e os sólidos de volumes iguais.

Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/s8h9ys88

Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

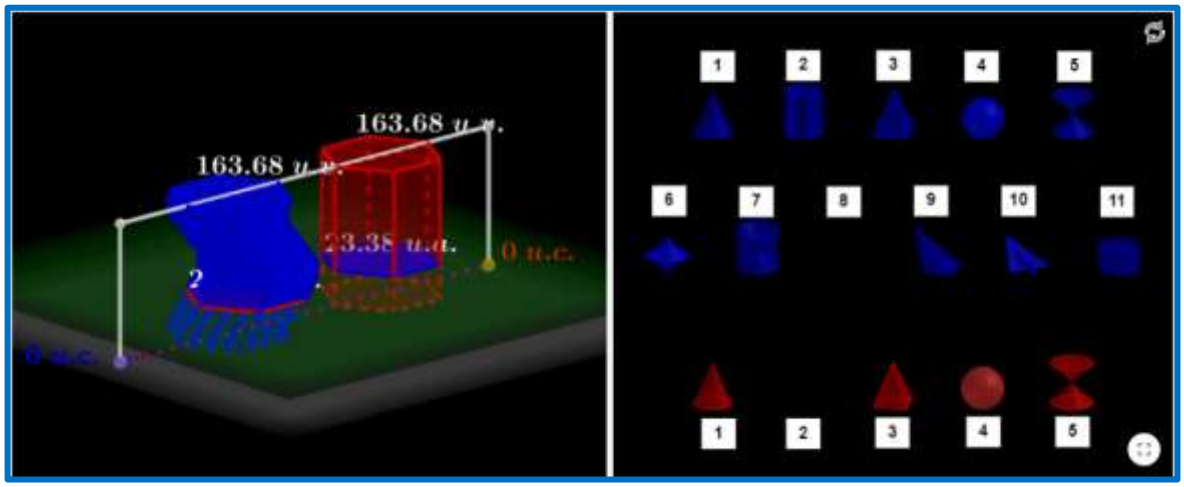
ORIENTAÇÕES PARA MANIPULAR A CONSTRUÇÃO

Clique nas imagens reduzidas dos sólidos numerados para que estes sejam exibidos na janela de visualização 3D. Selecione a opção **corte** para exibir o plano esverdeado e use o controle deslizante para modificar a altura do corte. Para medir a altura dos sólidos clique na opção **alturas** e arraste para cima os pontos que aparecem nos pés da trave branca até que não seja mais possível subir com o ponto. Com a opção **corte** selecionada, clique na opção **áreas** para visualizar melhor as regiões formadas pela interseção entre os sólidos e o plano. É possível também visualizar os sólidos por diferentes ângulos e ampliar as imagens na janela de visualização 3D. Para voltar ao estado inicial clique no botão de reiniciar a construção no canto superior direito e selecione novamente o par de sólidos desejado.

ATIVIDADE

Para cada um dos pares de sólidos indicados abaixo verifique, usando a construção acima, se possuem a mesma altura, se as interseções destes com o plano de corte produz sempre seções de mesma área e se possuem o mesmo volume.

Figura 2. Imagem do applet da atividade 2



Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/s8h9ys88

Sejam A e B dois sólidos. Se qualquer plano horizontal secciona A e B segundo figuras planas com áreas iguais, então volume de A = volume de B". (LIMA, 1991, p. 71)

Questões apresentadas na atividade

Par de sólidos	Mesma altura?	Seções de mesma área sempre?	Mesmo volume?
Sólidos 1 e 2	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 1 e 3	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 1 e 9	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 1 e 10	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 11 e 10	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 9 e 10	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 3 e 10	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 3 e 9	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 6 e 9	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 8 e 9	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 8 e 2	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 4 e 7	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não
Sólidos 5 e 6	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não	☐ Sim ☐ Não

1) As respostas para as duas primeiras questões são sempre afirmativas quando os sólidos possuem o mesmo volume?

Resposta: Não. Pois existem casos de sólidos que possuem o mesmo volume sem que possuam a mesma altura ou que as áreas das seções sejam sempre iguais. É o que podemos concluir pelos casos dos pares formados pelos sólidos 5 e 6 e pelos sólidos 11 e 10.

2) E a recíproca, é verdadeira? Quer dizer, sempre que as duas primeiras perguntas têm respostas afirmativas podemos garantir que os sólidos possuem o mesmo volume?

Resposta: Sim, a recíproca é verdadeira e é conhecida como Princípio de Cavalieri.

3) O que você pode concluir da atividade?

Resposta: Que quando os sólidos têm área da base igual e altura igual e que seccionados em qualquer altura apresentarem áreas iguais, eles possuem também o mesmo volume.

4) Pelo Princípio de Cavalieri podemos concluir que:

A) Dois sólidos quaisquer, que tenham alturas iguais e se seccionarmos esses sólidos a uma mesma altura, se essas secções sempre tiverem a mesma área, o volume desses sólidos é igual.

B) O volume de dois sólidos é igual, quando possuem mesma altura.

C) O volume de dois sólidos é igual, quando os dois possuem bases de áreas iguais.

D) O volume de dois sólidos é igual, somente se estes dois sólidos forem semelhantes.

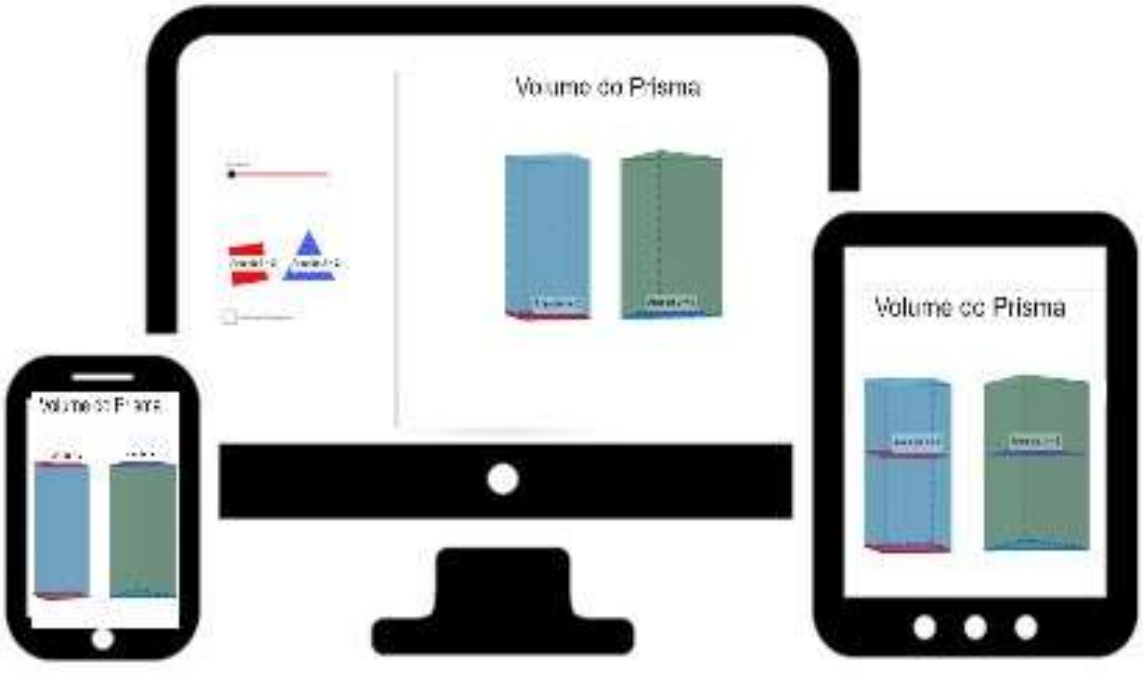
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

A atividade foi produzida pelo professor Aroldo Eduardo Athias Rodrigues da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), a partir das ideias que o professor Pedro Franco Sá da Universidade do Estado do Pará, teve com base na proposta deste Guia de atividades.

Bonaventura Cavalieri (1598 - 1647) foi um matemático e monge italiano. Ele desenvolveu um precursor do cálculo infinitesimal e é lembrado pelo princípio de Cavalieri para encontrar o volume de sólidos na geometria.

Cavalieri também trabalhou em óptica e mecânica, introduziu logaritmos na Itália e trocou muitas cartas com Galileu Galilei. (Texto retirado do site: https://pt.mathigon.org/)

Atividade 3



Volume do prisma

COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE

- Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC
- Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre o volume do prisma.
- 4 questões para serem resolvidas com auxílio do applet.

"A Natureza insiste em ser geométrica. De fato, existe um Caso de Amor entre a Natureza e a Matemática"
Pedro Alexandre Borges Mendes

Conteúdo	Objetivo
Volume do prisma	➢ Utilizar o princípio de Cavalieri para deduzir a fórmula de calcular o volume do prisma.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

A atividade consiste em levar o aluno perceber por meio da interação com o applet, que pelo princípio de Cavalieri, o volume do prisma sempre será o produto da área da base pela altura, independente do polígono que forma sua base. Assim, espera-se que os alunos ao usarem o controle deslizante, verifique que a qualquer altura a área da base é a mesma e, portanto, pode-se aplicar o Princípio de Cavalieri.

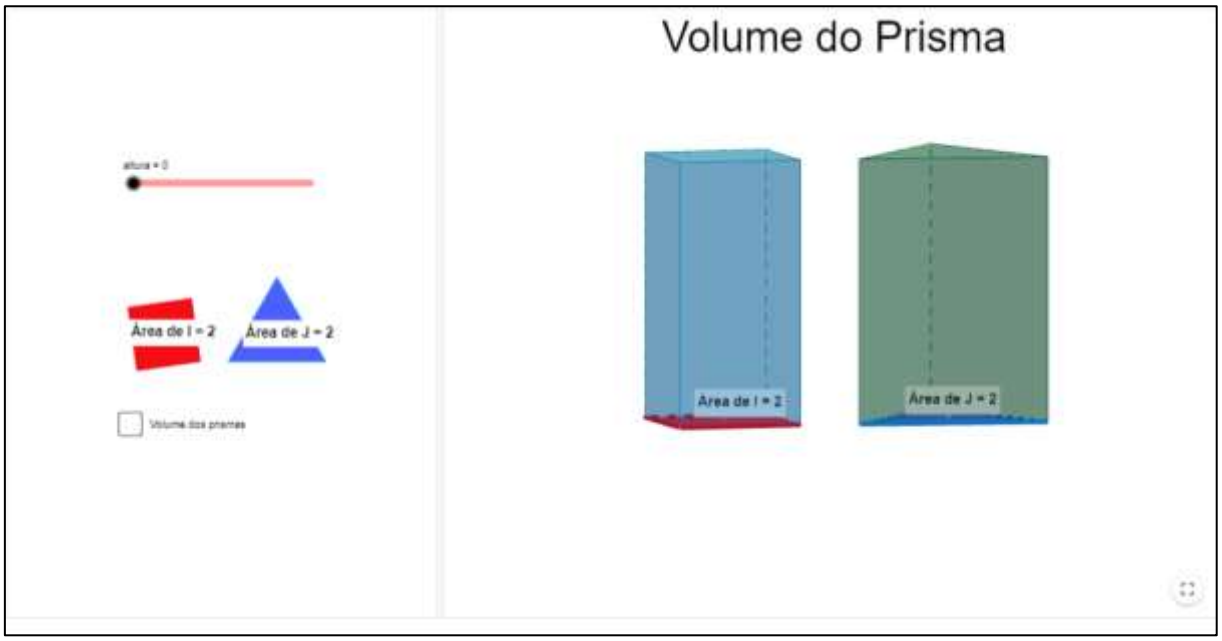
Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/q5wgrz47

Suponhamos que dois sólidos (um paralelepípedo e um prisma) sejam cortados por um plano horizontal, que produz seções de áreas A_1 e A_2, no paralelepípedo e no prisma, respectivamente. Ora, o paralelepípedo é também um prisma e, sabemos que todo prisma, as seções paralelas à base são congruentes a essa base. Portanto, como figuras congruentes tem mesma área, temos que $A_1 = A_b = A_2$, assim pelo Princípio de Cavalieri, os dois sólidos têm mesmo volume. Como o volume do paralelepípedo é o produto ***(área da base) x (altura)***, ou seja, $A_b.h$, o volume do prisma é também o produto ***(área da base) x (altura).***

Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Figura 3. Imagem do applet da atividade 3



Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/q5wgrz47

Na construção acima temos um bloco retangular (ou prisma de quadrangular) e um prisma de base triangular. Clique no controle deslizante (altura) e movimente-o, observando a área das seções I e J a cada valor da altura. Depois responda as questões abaixo.

Questões apresentadas na atividade

1) Variando a altura, a área das seções formada pela interseção do plano nos sólidos varia ou não?

A) Sim

B) Não

2) Como as bases desses dois sólidos possuem área iguais. Pelo princípio de Cavalieri, o que podemos garantir em relação ao volume desses sólidos? Confirme clicando na caixa de seleção volume dos prismas.

Resposta: O volume desses sólidos é igual.

3) De acordo com a atividade 1, como podemos determinar o volume do bloco retangular (ou prisma quadrangular) em função da área da base?

Resposta: O volume do bloco retangular é igual ao produto da área da base pela altura.

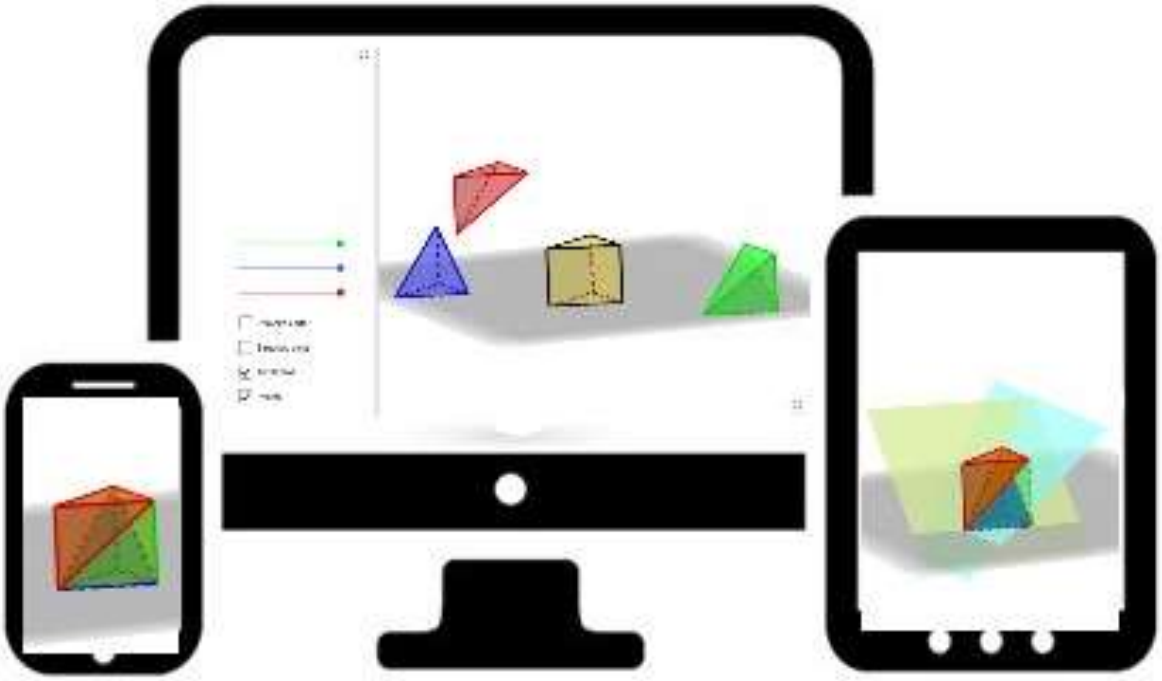
4) Com base nas questões anteriores o que você pode concluir sobre o volume do prisma?

Resposta: Que o volume do prisma é igual ao produto da área da base pela altura.

CRÉDITOS DA ATIVIDADE

Toda atividade foi construída pelo autor, ou seja, tanto o applet quanto as questões.

Atividade 4



Demonstração do Volume da pirâmide

COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE

- Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC
- Dois applets interativos criados no Geogebra, por meio dos quais, os alunos deduzirão o volume da pirâmide.
- 4 questões para serem resolvidas com auxílio dos applets.

Conteúdo	Objetivo
Volume da Pirâmide	➢ Deduzir a partir da comparação com o prisma, a fórmula de calcular o volume da Pirâmide.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

A atividade consiste em fazer que o aluno perceba por meio da interação com os applets, que o volume da pirâmide corresponde a 1/3 do volume do prisma. Nesse processo, espera-se que os alunos percebam no primeiro applet que o prisma pode ser dividido em três pirâmides com volumes iguais e utilize o segundo applet para confirmar a dedução realizada no primeiro.

Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/w2ybswqf

Execução da atividade

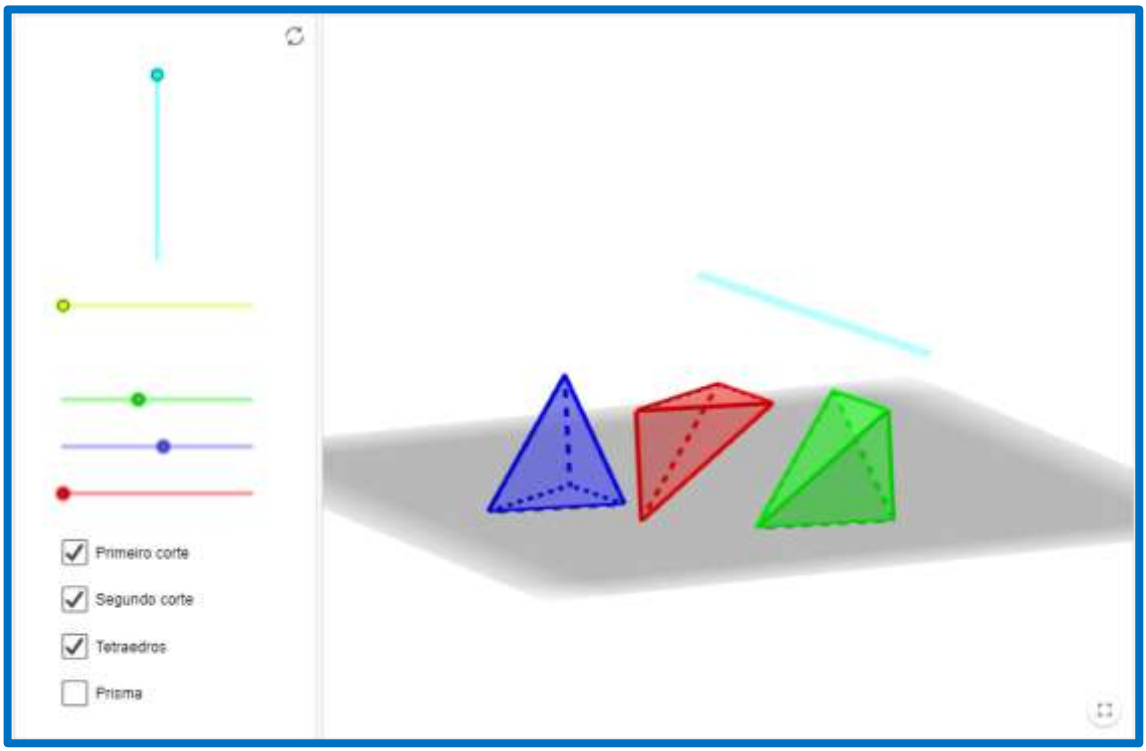
Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Orientação para manusear o applet 1.

Clique na caixa de seleção prisma, para exibir um prisma de base triangular. Em seguida clique na caixa de seleção Primeiro corte e aparecerá um controle

deslizante de cor azul na vertical, movimente o ponto para baixo realizando o Primeiro corte no prisma, depois clique na caixa de seleção Segundo corte, aparecerá um outro controle deslizante de cor amarela disposto na horizontal, movimente o ponto da esquerda para a direita, realizando o Segundo corte no prisma. Por último clique na caixa de seleção Tetraedros e aparecerá três controles deslizantes, arraste os pontos da esquerda para direita para separar os tetraedros do prisma. Após esse processo responda as questões abaixo:

Figura 4. Imagem do Applet 1 da atividade 4



Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/w2ybswqf

- Duas pirâmides de mesma base e mesma altura têm mesmo volume.
- O volume de uma pirâmide triangular é igual a um terço do produto da área da base pela altura.
- O volume de qualquer pirâmide é igual a um terço do produto da área da base pela altura.

Questões apresentadas na atividade

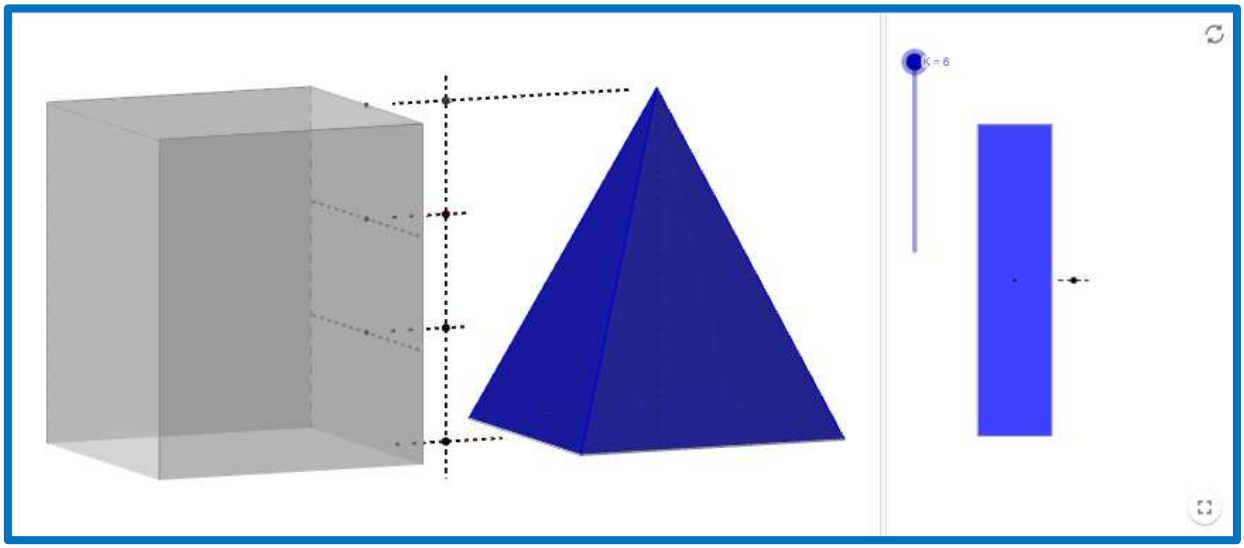
1) A partir do manuseio do applet 1 e sabendo que pirâmides de mesma base e mesma altura têm mesmo volume. Verifique que a pirâmide azul (1) tem uma base e a altura igual à do prisma, do mesmo modo, a pirâmide vermelha (2). Assim podemos concluir que o volume da pirâmide azul (1) é igual o volume da pirâmide vermelha (2). Uma outra análise que podemos fazer é que a parte que está de cor laranja é comum na pirâmide vermelha (2) e na pirâmide verde (3), utilizando-a como base, perceberemos que essas duas pirâmides possuem essa base igual e a partir dessa base possuem mesma altura, assim podemos verificar que o volume dessas duas pirâmides também é igual. Portanto, se o volume de (1) = volume de (2) e o volume de (2) = volume de (3), o que podemos concluir do volume de cada uma dessas pirâmides em relação ao volume do prisma?

Resposta: Que o volume de cada pirâmide corresponde a 1/3 do volume do prisma ou que o volume do prisma é 3 vezes o volume de cada uma dessas pirâmides.

2) Dado que o volume do prisma é igual a V= área da base x altura. A partir dessa fórmula o que podemos fazer para encontrar o volume da pirâmide?

Resposta: Basta dividir o volume do prisma por 3, assim teremos que o volume da pirâmide = (área base x altura)/3.

Figura 5. Imagem do Applet 2 da atividade 4



Utilize o applet 2 para confirmar a relação acima.

3) Movimente o controle deslizante **k**, de modo que o líquido azul da pirâmide, passe para o prisma. Após esse processo, verifique quanto do volume do prisma foi preenchido pelo líquido, depois conclua qual relação entre o volume da pirâmide e o volume do prisma.

Resposta: O volume da pirâmide é 1/3 do volume do prisma.

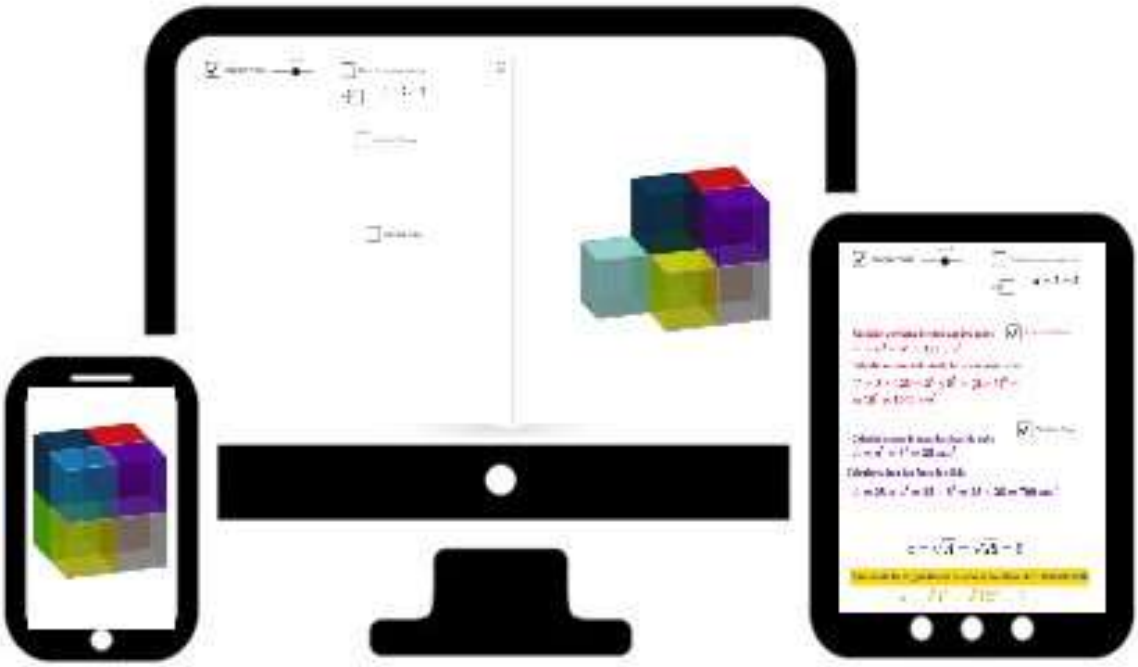
4) Escreva a fórmula para calcular o volume da Pirâmide.

Resposta: $V = \frac{1}{3}$ área da base x altura

CRÉDITOS DA ATIVIDADE

O applet 1 desta atividade foi construído pelo professor Aroldo Eduardo Athias Rodrigues, o applet 2 foi construído por Jairo R. A. Chaves e as questões foram elaboradas por mim.

Atividade 5



Volume com Cubos

COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE

- Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC
- Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre volume de um sólido geométrico, utilizando cubos.
- 7 questões para serem resolvidas com auxílio do applet.

"A geometria é uma ciência sobre as propriedades do espaço de forma sintética e ainda determinado a priori."

Immanuel Kant

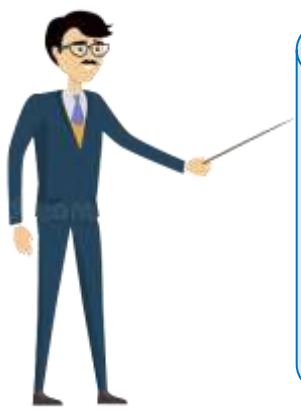
Conteúdo	Objetivo
Volume do cubo	➢ Identificar a importância da aresta no cálculo do volume do cubo.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos modificarão a medida da aresta dos cubos por meio do controle deslizante ou preenchendo a caixa de isenção do valor da aresta, e a partir dessas medidas poderão obter o valor do volume dos cubos pequenos e do sólido formado pela junção desses cubos.

Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/xpgupska



"Se um sólido está dividido em vários outros, então, seu volume é a soma dos volumes de suas partes" (LIMA et al., 2016, p. 246).

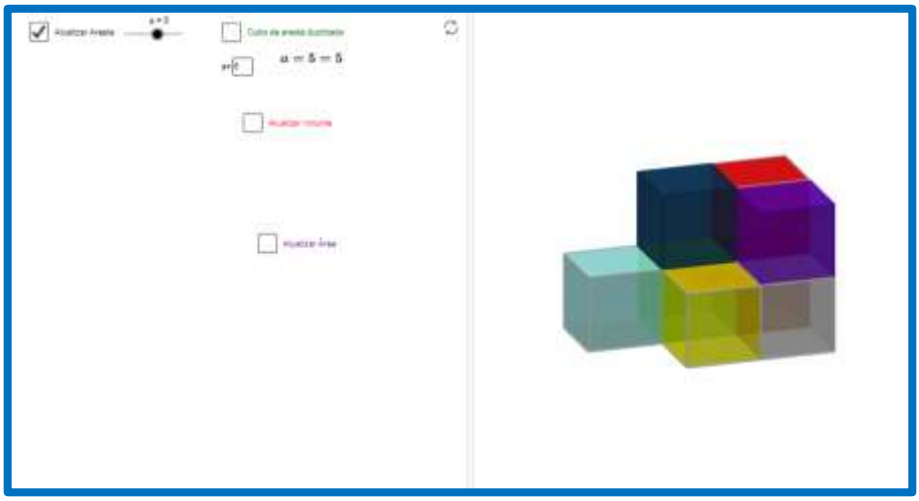
Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Orientações para uso do applet.

Para executar a atividade você deve clicar na caixa de seleção "**Atualizar Aresta**", aparecerá um controle deslizante e uma caixa para inserir o valor da aresta com um texto ao lado informando esse valor, que também aparecerá escrito na forma de fração. Observação: O valor da aresta presente no controle deslizante ou inserido na caixa é de cada um dos cubos que formam o sólido e seu valor no applet varia de 1 a 8. Em seguida você deve clicar na caixa de seleção "**Atualizar Volume**", onde obterá o cálculo do volume de cada um dos cubos, o cálculo do volume do sólido formado pela junção dos cubos e o cálculo da raiz cúbica do volume dos cubos. Se você clicar na caixa de seleção " **Atualizar Área**", aparecerá o cálculo da área de uma das faces do cubo, o cálculo da área de todas as faces do sólido formado pela junção dos cubos e a raiz quadrada da área do cubo. Se você clicar na Caixa de seleção " Cubo de aresta duplicada" o sólido formado pela junção dos cubos se tornará um cubo maior com o dobro da aresta dos cubos menores.

Figura 6. Imagem do applet da atividade 5



Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/xpgupska

Questões apresentadas na atividade

1) Movimente o controle deslizante ou insira o valor na caixa, depois responda, qual o volume de um cubo de aresta igual a 3 cm?

Resposta: 27 cm^3

2) Qual a área de cada face do cubo de aresta igual a 3 cm^2 e qual a área total da superfície do cubo de mesma aresta?

Resposta: área da face 9 cm^2 e área total 6 x 9 cm^2 = 54 cm^2

3) Conforme a imagem do sólido formado pelos cubos, diga qual o volume e a área total do sólido formado pelos cubos de aresta igual 3 cm?

Resposta: Volume igual a 216 cm^3 e área igual a 252 cm^2

4) Ao clicar na caixa de seleção "cubo de aresta duplicada", a junção dos cubos formará um cubo maior, com aresta igual ao dobro dos cubos menores, conforme ilustra a construção ao lado. Ao selecionar a caixa "Atualizar Volume" e "Atualizar Área", mantendo o mesmo valor 3 para a aresta, percebe-se que, o valor do volume não alterou, mas o valor da área do sólido alterou. De acordo com o que você observou, por que o volume não alterou, visto que o formato do sólido foi modificado?

Resposta: porque a quantidade de cubos não alterou e o volume está relacionado a quantidade de cubos que formam o sólido.

5) A raiz cúbica do volume do cubo e a raiz quadrada da área de uma das suas faces, resulta em que medida do cubo?

Resposta: na medida da aresta

6) Mantendo a caixa " Cubo de aresta duplicada" selecionada, encontre o valor do volume dos cubos de aresta medindo 4 e depois com aresta igual a 5. Compare o volume dos cubos menores de aresta 4 com o cubo formado pela junção desses cubos cuja aresta é duplicada, e depois faça o mesmo com os cubos de aresta 5. Agora responda: Se duplicarmos o valor da aresta de um cubo, o seu volume será duplicado também? Justifique.

Resposta: Não. Porque o volume do cubo é igual a aresta elevado a 3, portanto, o volume com aresta duplicada será igual a $(2a)^3$, ou seja, $V= 2^3a^3$, que resulta em $V = 8a^3$.

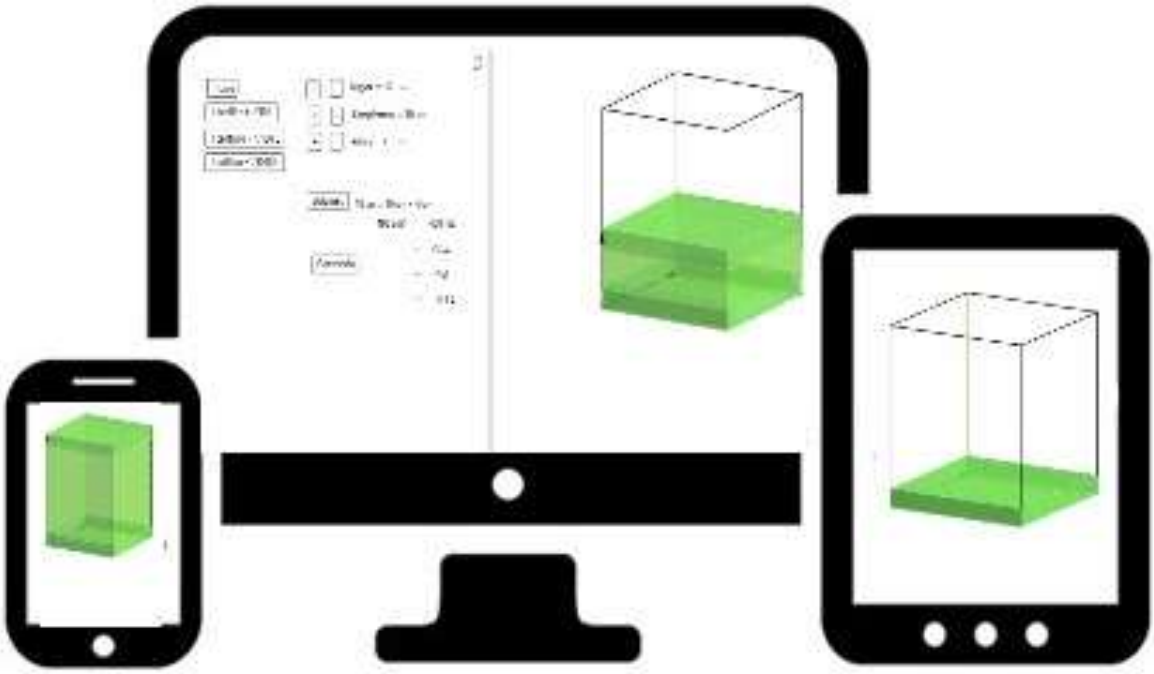
7) Utilizando os valores 4 e 5 para aresta do cubo e com a caixa "**Cubo de aresta duplicada**" selecionada, encontre o valor da área total de um dos cubos menores e compare o volume do cubo maior de aresta duplicada, depois responda as questões abaixo: Se duplicarmos o valor da aresta de um cubo, a área total da superfície do cubo será duplicada também? Justifique.

Resposta: Não. Porque a área total do cubo é igual a $6.a^2$, portanto, se a aresta for duplicada teremos $V= 6.(2a)^2$, ou seja, $V= 6. 2^2a^2$, que resulta em $V = 24.a^2$.

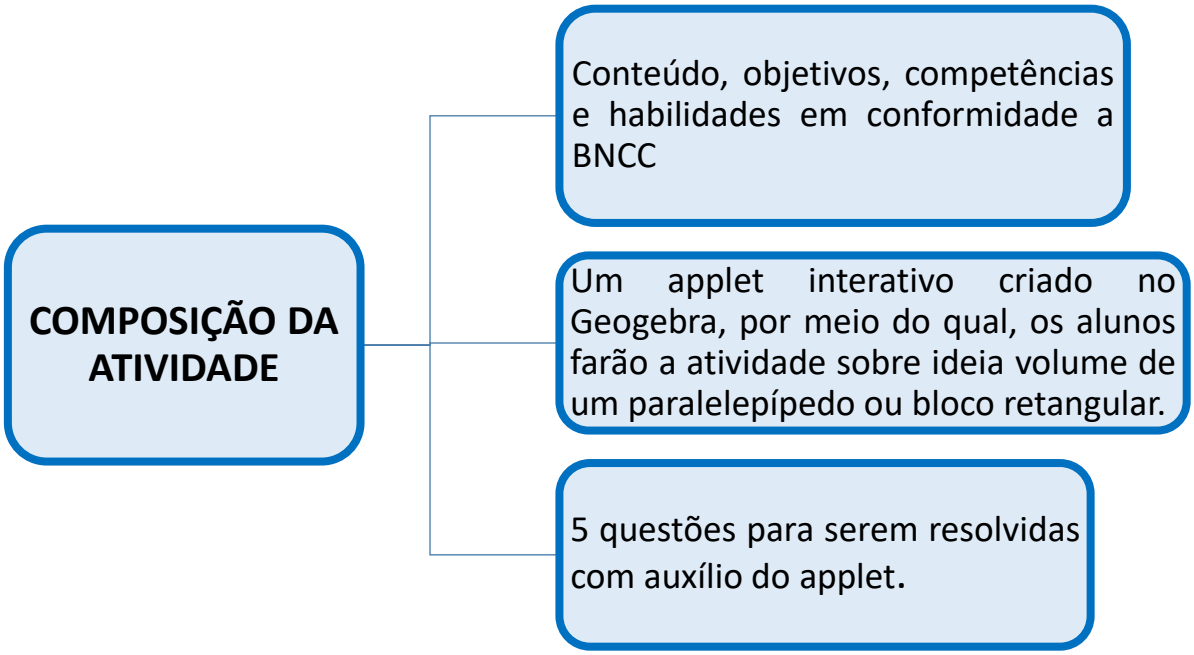
CRÉDITOS DA ATIVIDADE

O applet utilizado nesta atividade foi construído por Лилия Кованова e as questões foram elaboradas por mim.

Atividade 6



Cálculo do volume de um paralelepípedo



"A geometria, em geral, passa ainda por ser a ciência do espaço." (Couturat)

Conteúdo	Objetivos
Volume do Paralelepípedo	➢ Calcular o volume do paralelepípedo e comparar as medidas de volume e de capacidade. ➢ Comparar as medidas de volume com as medidas de capacidade.

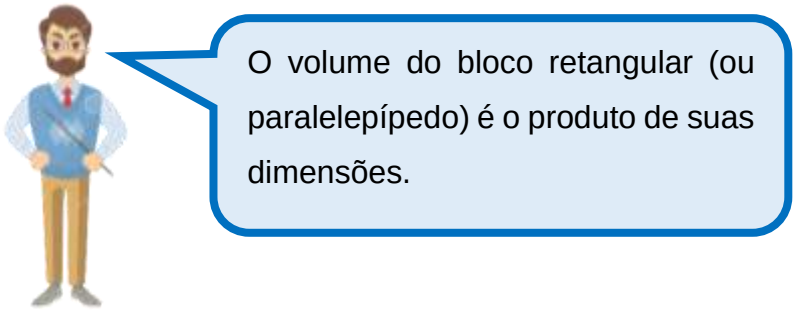
Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de

registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume do paralelepípedo, sendo que, o resultado será obtido em cm^3. Depois poderão fazer a conversão para litro ou para algum submúltiplo do litro. Dessa forma, espera-se que os alunos compreendam a relação entre as medidas de volume e as medidas de capacidade.

Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/gx4czb3h



Execução da atividade

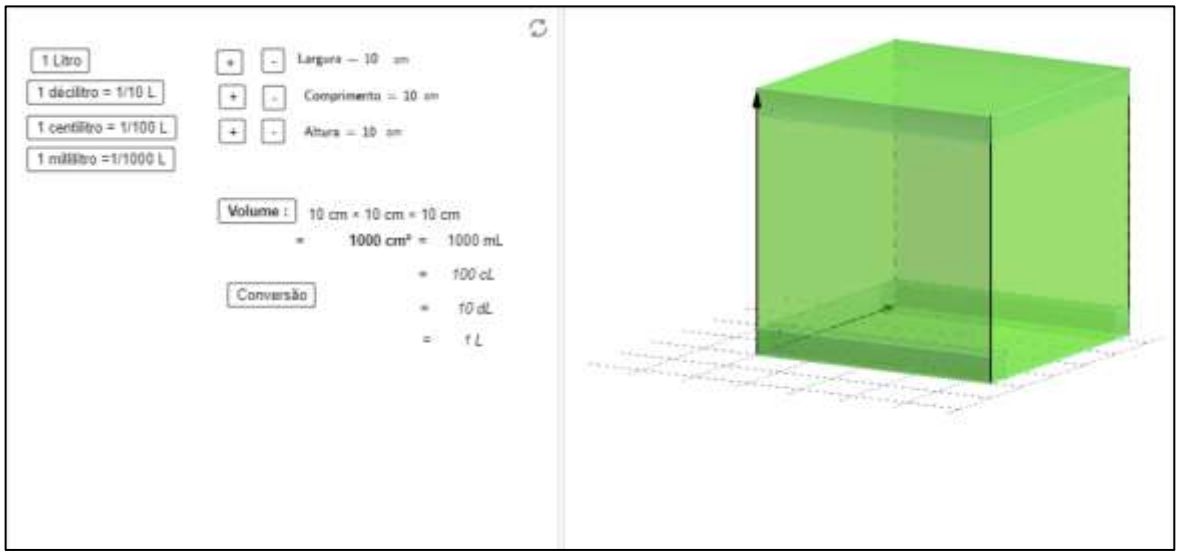
Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Orientações para uso do applet

Use os botões +(mais) ou - (menos), para aumentar ou diminuir os valores das medidas largura, comprimento e altura, definimos 1 como valor mínimo e 60 como valor máximo para essas medidas. Depois clique no botão volume para obter o valor do volume do paralelepípedo de cor verde apresentado na imagem, em seguida, clique no botão conversão para obter a medida que está em cm^3, em mililitro, centilitro, decilitro e litro. Ao clicar no botão litro, as medidas do sólido serão mostradas de modo

que ao ser convertidas representem 1 litro, da mesma forma se clicar no botão decilitro, centilitro e mililitro, as medidas do sólido serão mostradas de forma a representar cada uma dessas medidas.

Figura 7. Imagem do applet da atividade 6



Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/gx4czb3h

O litro e o metro cúbico são medidas que podem ser relacionadas. Diante disso, existe uma correspondência entre os múltiplos e submúltiplos dessas duas medidas, por exemplo: 1 metro cúbico (m^3) corresponde à capacidade de 1000 litros. 1 decímetro cúbico (dm^3) corresponde à capacidade de

Questões apresentadas na atividade

1) Qual o volume em cm^3 de um recipiente em forma de paralelepípedo com largura 8 cm, comprimento 10 cm e altura 5 cm?

Resposta: 400 cm^3

2) Determine a medida encontrada na questão anterior em litros.

Resposta: 0,4 litros

3) Determine em cm^3 o volume de um recipiente paralelepípedo que mede 12 cm de largura, 15 cm de comprimento e 6 cm de altura.

Resposta: 1080 cm^3

4) Qual o valor em litros da medida obtida na questão anterior?

Resposta: 1,08 litros

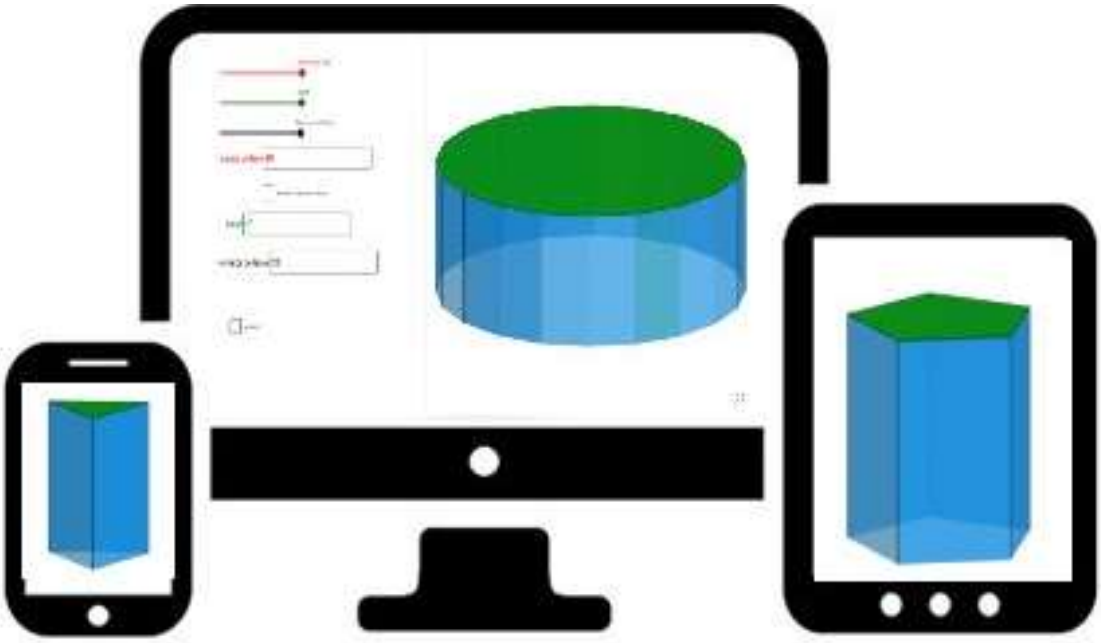
5) Qual a relação entre cm^3 e litros e vice-versa?

Resposta: 1 cm^3 equivale 0,001 litros ou 1 litro equivale a 1000 cm^3

CRÉDITOS DA ATIVIDADE

O applet utilizado nesta atividade foi construído por François Byasson. Fiz algumas alterações no applet, pois o mesmo não foi construído em português, assim tive que traduzir e modificar as configurações, em seguida, elaborei as questões para a atividade.

Atividade 7



Volume do prisma de base regular

COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE

- Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC
- Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre volume do prisma de base regular.
- 5 questões para serem resolvidas com auxílio do applet.

Conteúdo	Objetivos

"O espaço é o objeto que o geômetra deve estudar". (Poincaré)

Volume do Prisma	➢ Verificar como a medida do lado, a altura e o número de lados, influencia na medida do volume do prisma.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	**Habilidades**
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume do prisma regular, em que, utilizarão os controles deslizantes ou as caixas para inserir os valores da medida do lado, a altura e o número de lados, os quais modificam o volume e a forma do prisma, que aparece na visualização ao lado.

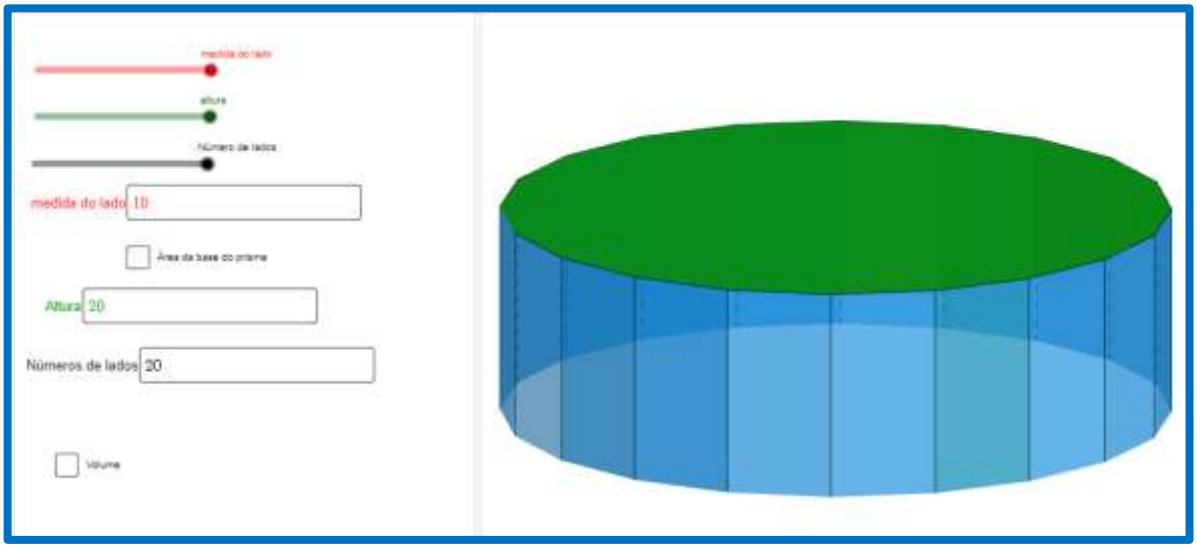
Através desta atividade espera-se que os alunos percebam como essas medidas influenciam na variação do volume de um prisma.

Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/dzvps88h

Execução da atividade

Professor peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Figura 8. Imagem do applet da atividade 7



Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/dzvps88h

Utilize o applet acima para responder as questões abaixo. Use os controles deslizantes **medida do lado, altura** e **número de lados** ou você pode preencher os campos **medida do lado**, **altura** e **número de lados** com os valores indicados nas questões. Para saber a área da base dos prismas, basta clicar na caixa de seleção área da base do prisma e para saber o volume clique na caixa volume do prisma. Caso necessite movimentar a imagem, basta clicar diretamente na parte de visualização e movimentar de acordo com a necessidade.

Questões apresentadas na atividade

1) Calcule o volume de um prisma regular de base triangular, com altura de 20 cm e aresta da base medindo 10 cm.

Resposta: 866,03 cm^3

2) Determine o volume de um prisma reto com altura de 15 cm e base quadrada de lado 8 cm.

Resposta: 960 cm^3

3) Dado dois prismas regulares, um de base heptagonal (formada por um polígono regular de 7 lados) e o outro de base eneagonal (formada por um polígono regular de 9 lados). Qual o número de vértices e arestas que possuem esses prismas?

Resposta: O prisma hexagonal tem 14 vértices e 21 arestas, já o prisma de base eneagonal tem 18 vértices e 27 arestas.

4) Um prisma tem base hexagonal com aresta medindo 12 cm e altura do prisma de 20 cm. Determine o volume deste prisma.

Resposta: 7482,46 cm^3

5) Utilize o applet acima para fazer o cálculo do volume e da área da base de outros prismas, e verifique que valor podemos dizer que representa a razão entre o volume e a área da base dos prismas.

Resposta: a altura do prisma

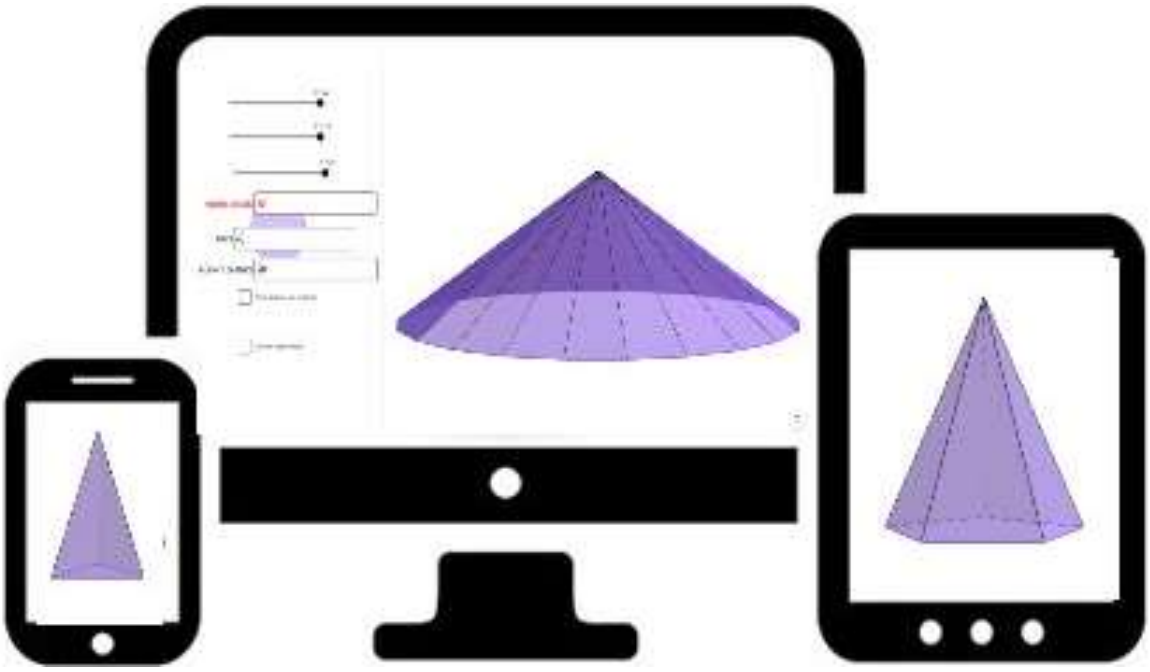
Atenção, não esqueça!

Para calcular a área da base (Ab) de um prisma deve-se levar em conta o polígono que forma a base. Por exemplo, se for um prisma triangular, a área da base será a área do triângulo, se for um prisma pentagonal, a área da base será a área do pentágono e etc.

CRÉDITOS DA ATIVIDADE

Toda atividade foi desenvolvida pelo autor

Atividade 8



Volume da Pirâmide de base regular

COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE

- Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC
- Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre volume da pirâmide de base regular.
- 5 questões para serem resolvidas e discutidas com auxílio do applet.

Conteúdo	Objetivo

"A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida". (Jacques Bernoulli)

Volume da Pirâmide	➢ Verificar como a medida do lado, a altura e o número de lados, influencia na medida do volume da pirâmide.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume da pirâmide, em que, utilizarão os controles deslizantes ou as caixas para inserir os valores da medida do lado, a altura e o número de lados, os quais modificam o volume e a forma da pirâmide, que aparece na visualização ao lado.

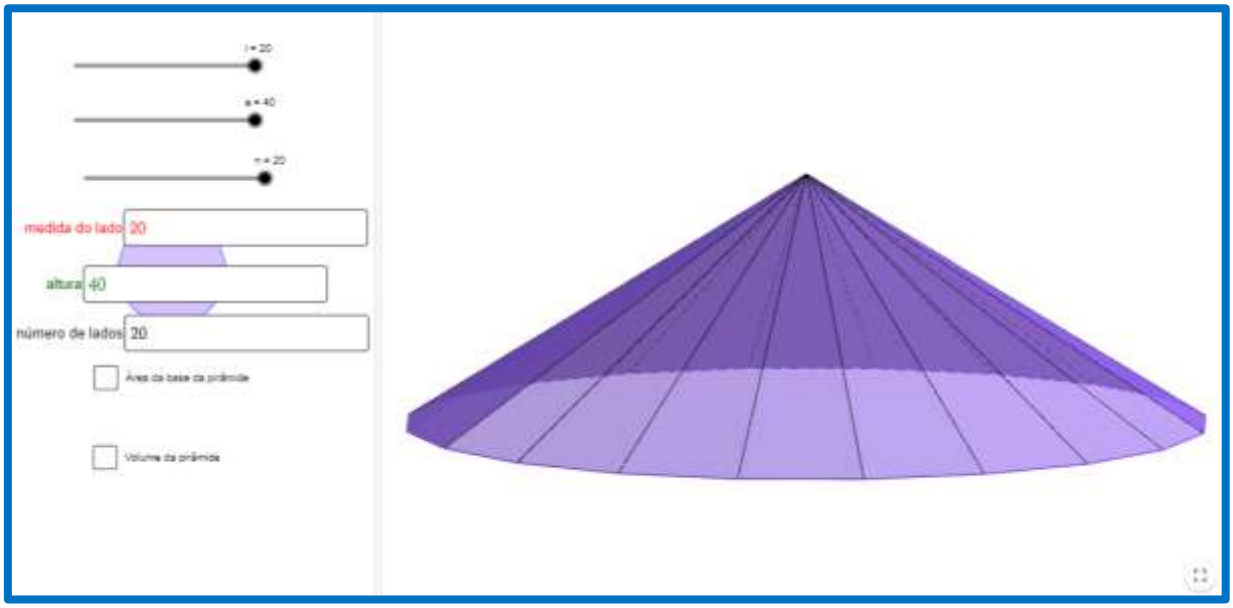
Através desta atividade espera-se que os alunos percebam como essas medidas influenciam na variação do volume de uma pirâmide.

Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/qcj4rnze

Execução da atividade

Professor, peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

Figura 9. Imagem do applet da atividade 8



Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/qcj4rnze

Utilize o applet acima para responder as questões abaixo. Use os controles deslizantes **l, a** e **n** ou você pode preencher os campos medida do lado, altura e número de lados com os valores indicados nas questões. Para saber a área da base das pirâmides, basta clicar na caixa de seleção área da base da pirâmide e para saber o volume clique na caixa volume da pirâmide. Caso necessite movimentar a imagem, basta clicar diretamente na parte de visualização e movimentar de acordo com a necessidade.

Questões apresentadas na atividade

1) Uma pirâmide regular de altura 20 cm tem por base um quadrado de lado 10 cm. Calcule a área da base dessa pirâmide e seu volume.

Resposta: Área da base 100 cm^2 e volume da pirâmide 666, 67 cm^3

2) Uma pirâmide possui base formada por um triângulo equilátero cujos lados medem 15 cm e a altura dessa pirâmide é de 10 cm. Então, o volume dessa pirâmide, em cm^3, é igual a:

a) 154,76 cm^3

b) 197, 43 cm^3

c) 228,42 cm^3

d) 320, 5 cm^3

e) 324,76 cm^3

3) Projete no applet acima, a imagem de uma pirâmide de base heptagonal (7 lados) e escreva o número de vértices e arestas dessa pirâmide.

Resposta: 8 vértices e 14 arestas.

4) Analisando as pirâmides de base pentagonal (5 lados) e de base hexagonal (6 lados). Qual das alternativas abaixo está correta? Para responder essa questão projete as pirâmides no applet acima.

a) A pirâmide pentagonal possui 10 arestas, já a pirâmide hexagonal possui 12 arestas.

b) A pirâmide pentagonal possui 5 vértices, enquanto a pirâmide hexagonal possui 6 vértices.

c) Considerando as duas pirâmides possuem 12 m de lado nas suas bases e 18 m de altura, a razão entre os volumes dessas pirâmides é de aproximadamente 3/10.

d) A área das bases dessas pirâmides é igual.

e) Considerando que a pirâmide pentagonal e a pirâmide hexagonal possuem mesma medida para o lado das bases, sendo que a altura da pirâmide pentagonal é o dobro da pirâmide hexagonal, então seu volume também é o dobro.

5) Considerando duas pirâmides de regulares de bases diferentes, o que é necessário de acordo com o princípio de Cavalieri para que elas tenham volumes iguais?

Resposta: Que tenham iguais, a área da base e a altura.

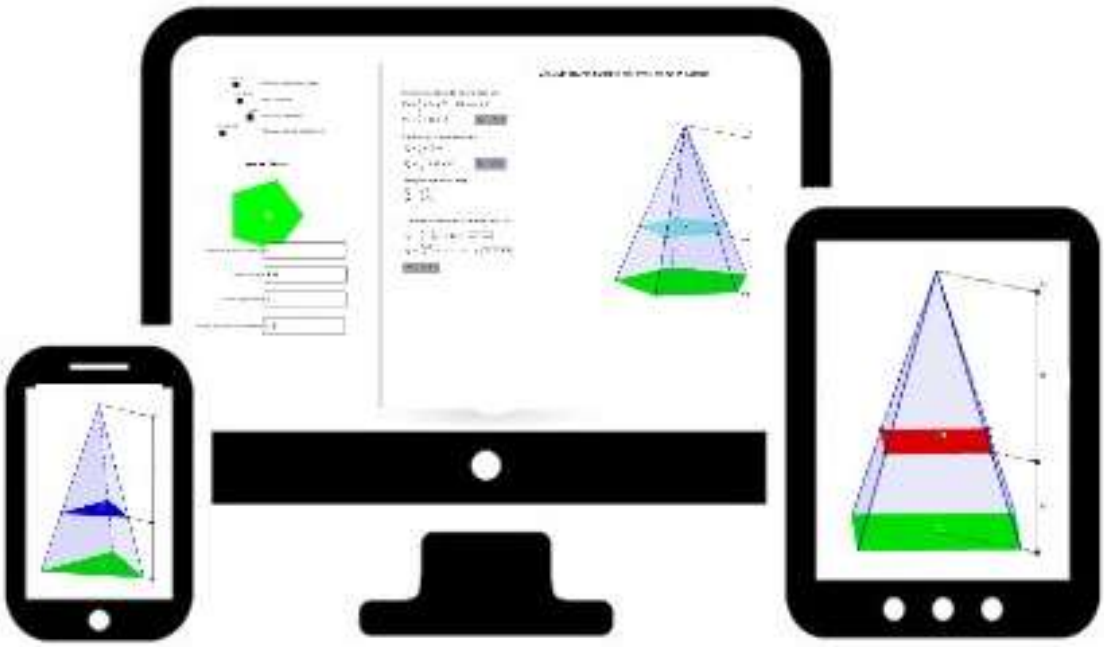
Atenção, não esqueça!

Assim como no prisma, para calcular a área da base (Ab) de uma pirâmide deve-se levar em conta o polígono que forma a base. Por exemplo, se for uma pirâmide de base triangular, a área da base será de um triângulo, se for uma pirâmide de base hexagonal, a área da base será de um hexágono e etc.

CRÉDITOS DA ATIVIDADE

Toda atividade foi desenvolvida pelo autor

Atividade 9



Volume do tronco da pirâmide

COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE

- Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC
- Um applet interativo criado no Geogebra, por meio do qual, os alunos farão a atividade sobre volume da pirâmide e volume do tronco da pirâmide.
- 8 questões para serem resolvidas com auxílio do applet.

"Entre dois espíritos iguais, postos nas mesmas condições, aquele que sabe geometria é superior ao outro e adquire um vigor especial". (Pascal)

Conteúdo	Objetivo
Volume do tronco da Pirâmide	Compreender o cálculo do volume do tronco da pirâmide, a partir do volume da pirâmide.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos utilizarão o applet para realizar o cálculo do volume da pirâmide maior, volume da pirâmide menor (cuja base resulta da secção horizontal na pirâmide maior) e o volume do tronco da pirâmide.

No desenvolvimento da atividade, os alunos poderão realizar o cálculo dos volumes apresentados no parágrafo acima, de várias pirâmides, em que utilizarão os controles deslizantes para alterar as medidas e o tipo de pirâmide, podendo comparar esses volumes, destacando que o volume do tronco se obtém a partir da subtração entre o volume da pirâmide maior com o da pirâmide menor.

Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/frgkfsqj

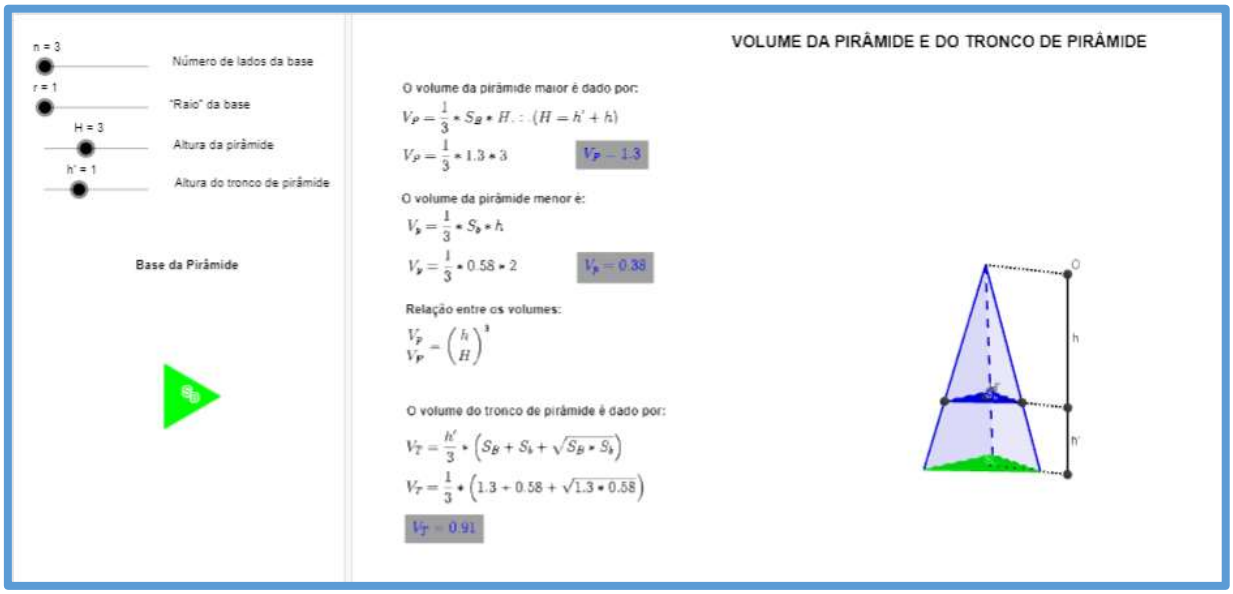
O volume do tronco de pirâmide é obtido fazendo a diferença entre o volume da pirâmide original e o volume da pequena pirâmide formada após a intersecção do plano. Dessa maneira, obtemos a fórmula que determina o volume do tronco de qualquer pirâmide.

Execução da atividade

Professor, peça aos alunos que abram a atividade no Geogebra com o link informado ou repasse aos alunos o applet que você baixou coma as questões impressas e instrua-os, conforme o descrito na atividade e peça para eles responderem as questões sugeridas.

O applet desta atividade foi desenvolvido para estudo do volume da pirâmide e tronco da pirâmide, de acordo com o número de lados da base, o raio, a altura da pirâmide e do tronco.

Figura 10. Imagem do applet da atividade 9



Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/frgkfsqj

Questões apresentadas na atividade

Na construção acima, percebemos que ao traçarmos uma seção horizontal na pirâmide, ela será dividida em duas partes (uma pirâmide menor) e (tronco da pirâmide maior). Ao lado da construção temos a informação do cálculo do volume da pirâmide maior, o cálculo do volume da pirâmide menor e o cálculo do volume do tronco da pirâmide. Temos também, os controles deslizantes: número de lados da base, raio da base, altura da pirâmide (maior) e altura do tronco da pirâmide. Tendo em vista as informações acima e utilizando os controles deslizantes, encontre os seguintes valores:

1) O volume de uma pirâmide triangular com raio da base = 3 e altura H= 5.

Resposta: 19,49 u.v

2) O volume do tronco dessa pirâmide triangular com raio da base = 3 e altura H= 5 e altura do tronco igual a 2.

Resposta: 15, 28 u.v

3) usando as mesmas medidas descritas acima, determine o volume da pirâmide menor, que está acima da seção horizontal.

Resposta: 4,21 u.v

4) Encontre o volume da pirâmide maior, o volume da pirâmide menor e o volume do tronco da pirâmide, colocando as medidas n = 4, r = 2, H = 4 e h' = 3.

Resposta: Volume da pirâmide maior é 10,67 u.v, o volume da pirâmide menor é 0,17 u.v e o volume do tronco da pirâmide é 10,5 u.v.

5) Compare esses volumes e diga como podemos determinar o volume do tronco da pirâmide com base no volume da pirâmide maior e o volume da pirâmide menor?

Resposta: Basta fazer a diferença entre o volume da pirâmide maior e o volume da pirâmide menor.

6) Faça o teste com mudando os valores e verifique a relação que você colocou acima.

Resposta: pessoal

7) Verifique para os casos acima a relação entre os volumes das pirâmides maior e menor, conforme descrito na construção.

Resposta: Volume do tronco = volume da pirâmide maior – volume da pirâmide menor.

8) Transcreva a fórmula utilizada para calcular o volume do tronco da pirâmide.

Resposta: $V_T = \frac{h'}{3}(s_B + s_b + \sqrt{s_B + s_{b)}}$

CRÉDITOS DA ATIVIDADE

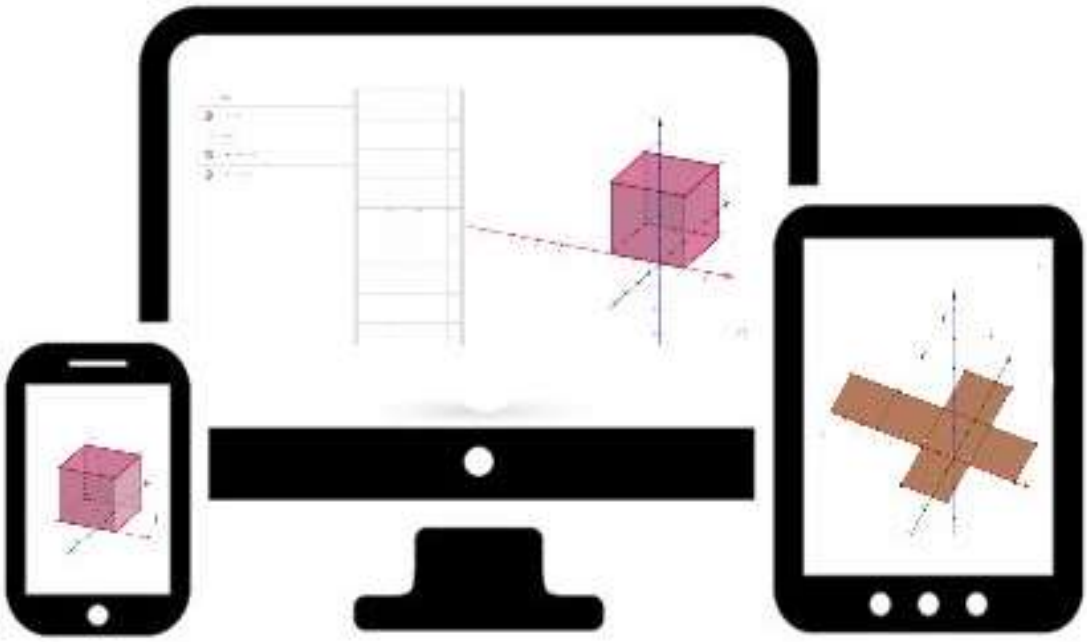
O applet desta atividade foi construído por Jayrton Carvalho, porém foram necessários fazer algumas correções, para que o applet estivesse apto para uso.

As questões foram elaboradas pelo pelo autor deste guia.

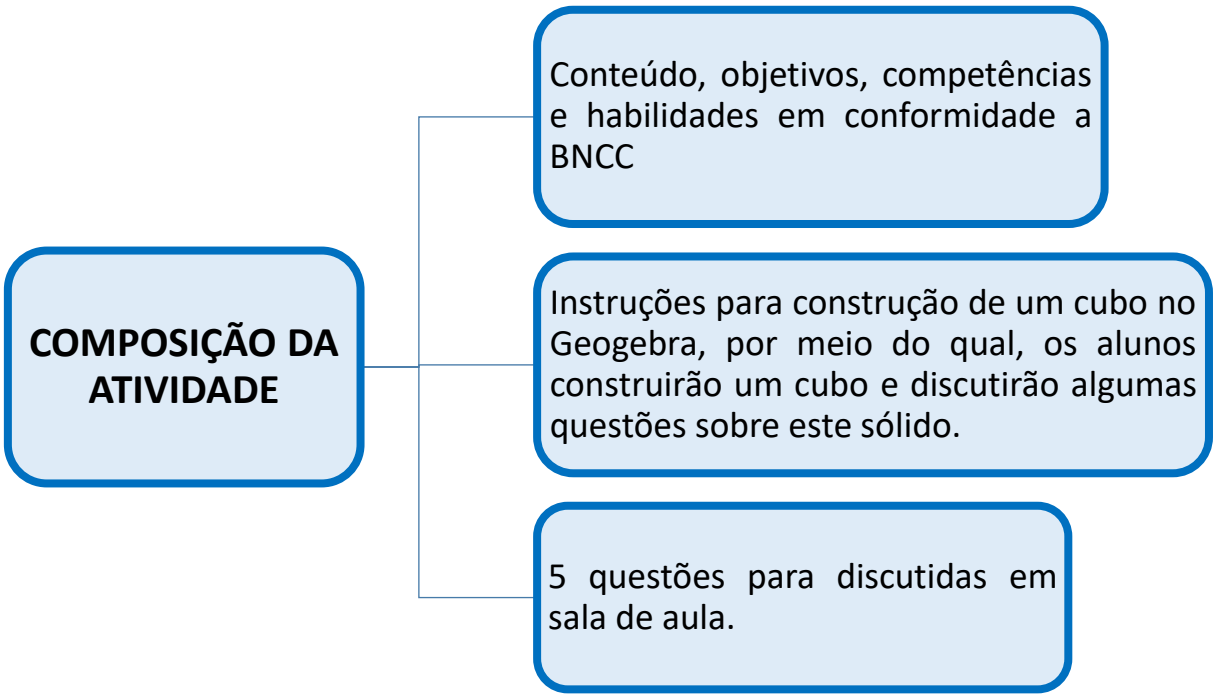
ATENÇÃO PROFESSORES!

As atividades 10, 11 e 12, não estarão presentes no livro dinâmico na Plataforma do GEOGEBRA, pois os aplets serão construídos pelos alunos, portanto deverão ser feitas offline.

Atividade 10



Construção e planificação do cubo no Geoegebra



"Uma verdade matemática não é simples nem complicada por si mesma. É uma verdade". (Emile Lemoine)

Conteúdo	Objetivo
Cubos	➢ Construir, planificar e calcular a área e o volume do cubo no Geogebra.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos terão que construir um cubo no Geogebra, seguindo os passos de orientação apresentados na atividade, em seguida farão a planificação e determinarão a área de uma das faces e o volume desse cubo.

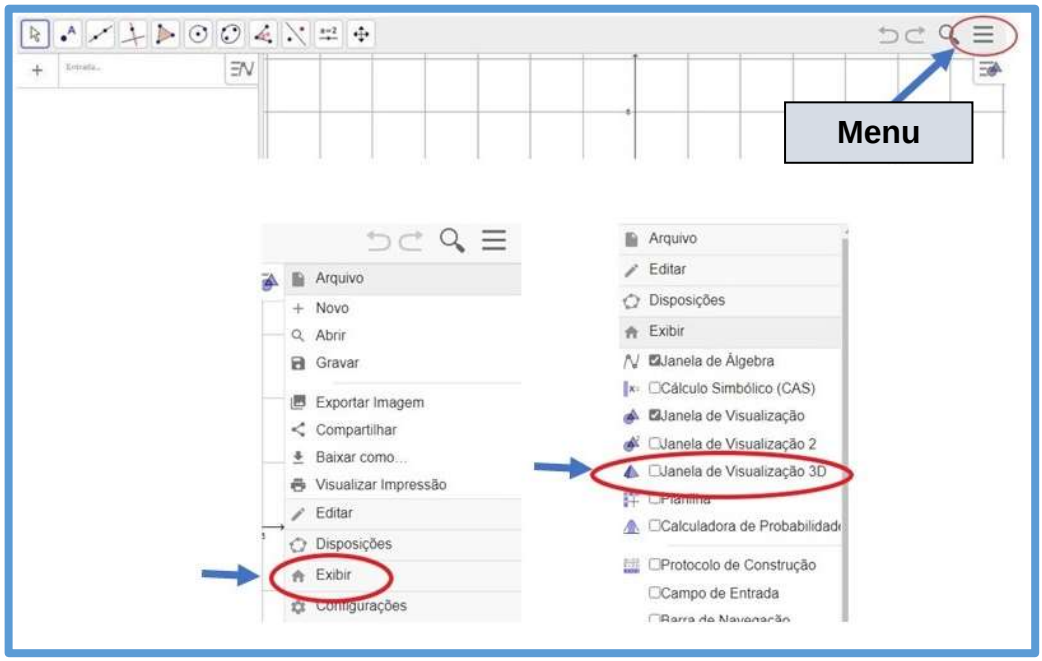
Através desta atividade espera-se que o aluno consiga se familiarizar com o Geogebra, ao mesmo tempo que, experimenta a sensação de protagonismo ao construir e interagir com o sólido.

Execução da atividade

Professor, peça aos alunos que abram o aplicativo do Geogebra no computador e oriente-os na construção e planificação do cubo, depois peça para eles determinarem a área de uma de suas faces e o seu volume.

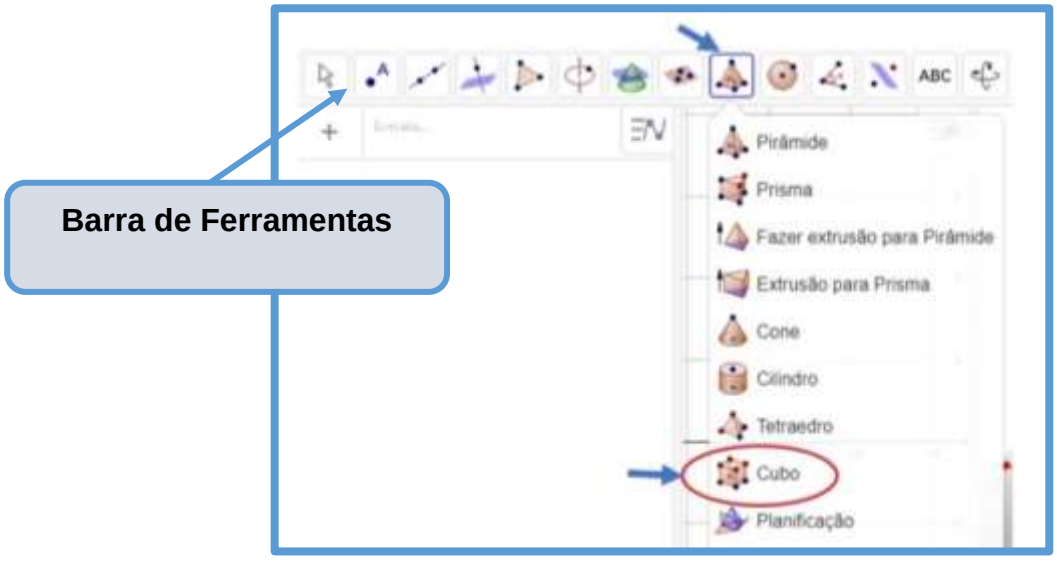
Passos

1. No menu superior do Geogebra Classic, localizado na parte superior do lado direito, selecione a janela de visualização 3D, conforme indica as imagens abaixo.

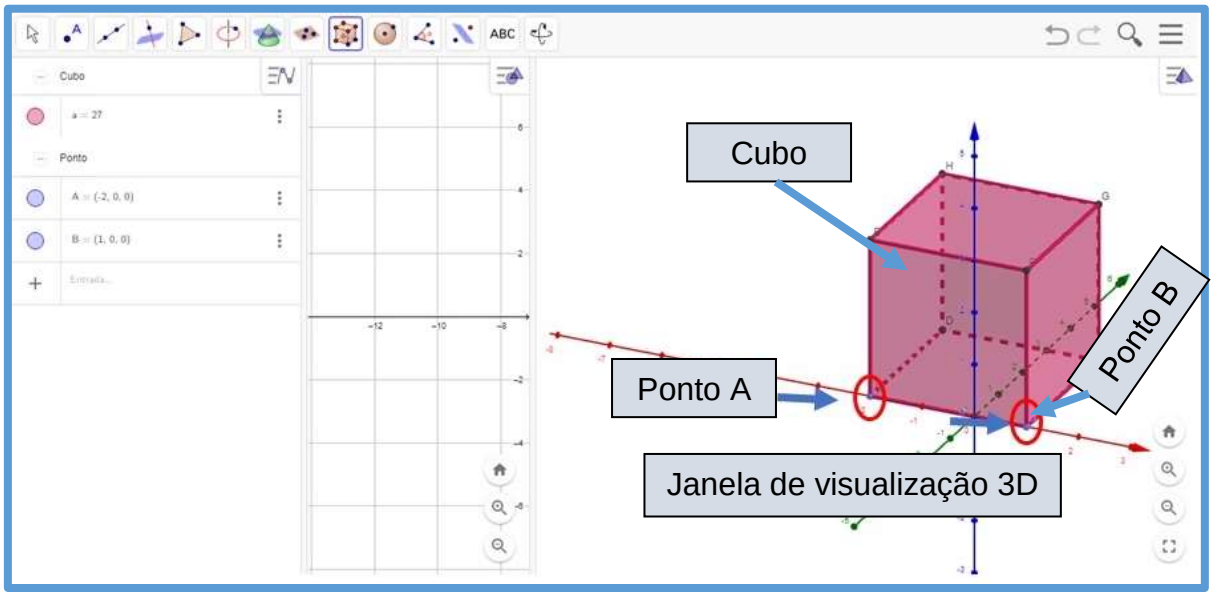


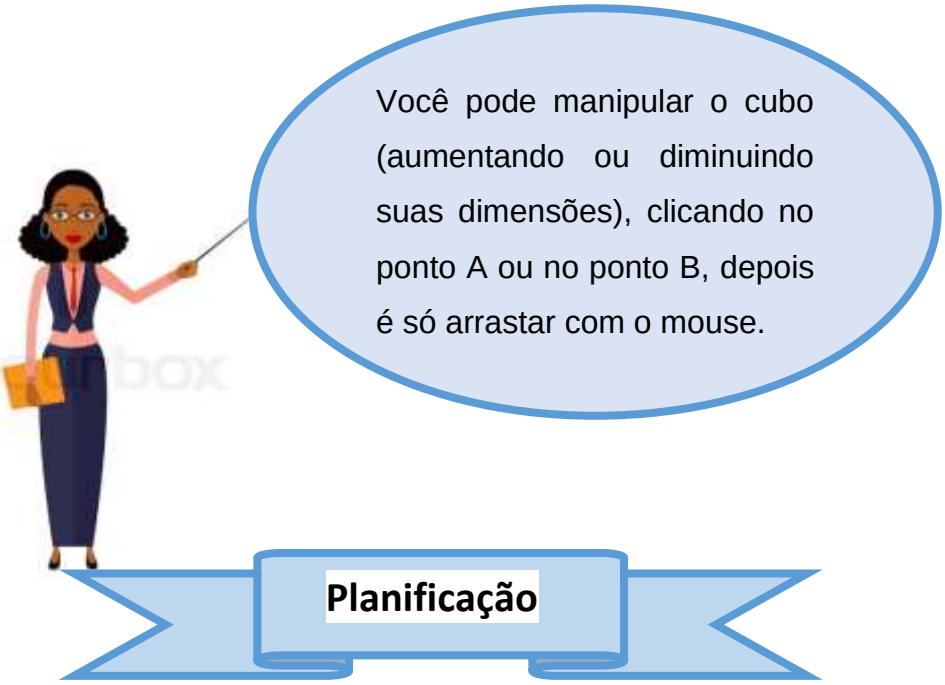
Observação: Caso não apareça os eixos na janela de visualização 3D, clique no lado direito do mouse, depois clique com o mouse na opção exibir eixos.

2. Após clique na janela de visualização 3D, depois selecione na 9ª caixa da Barra de Ferramentas, a ferramenta Cubo.

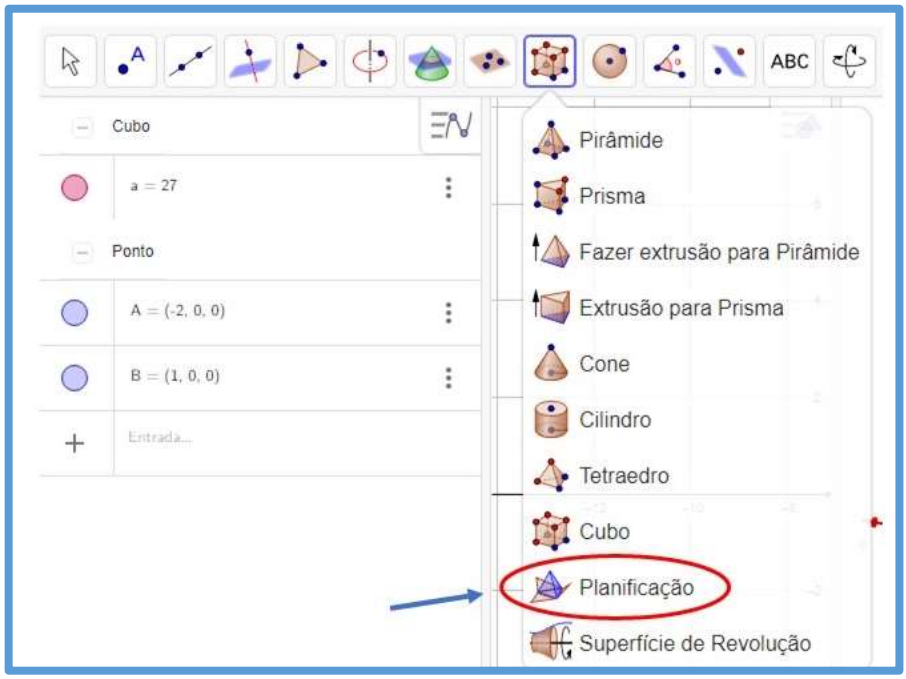


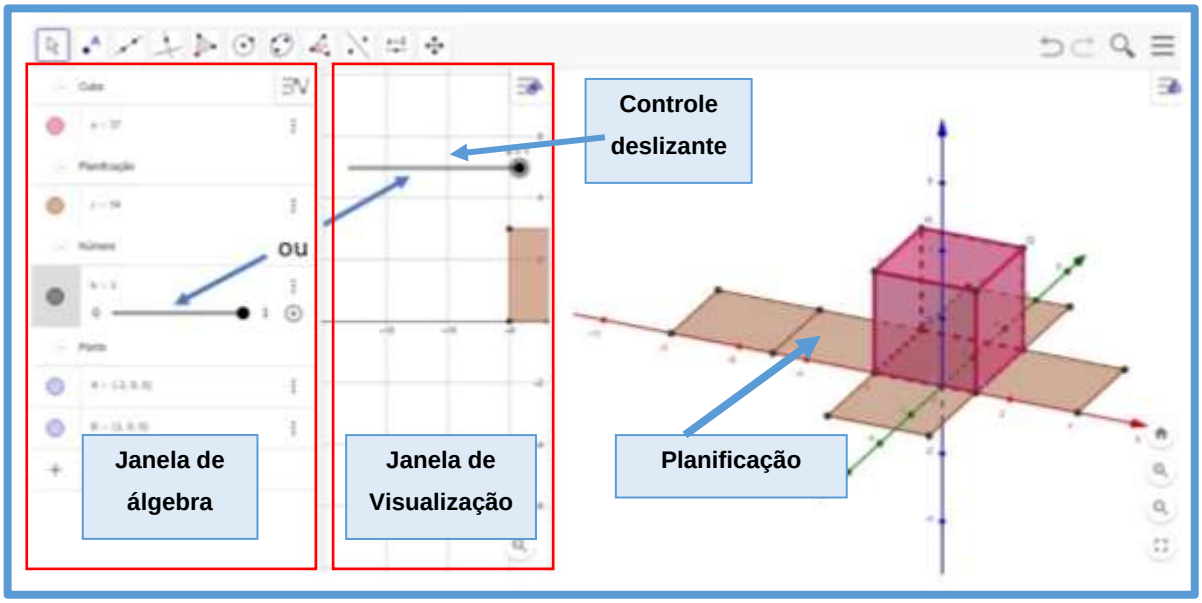
3. Marque dois pontos na janela de visualização 3D. Para isso, basta clicar diretamente na janela marcando os pontos.





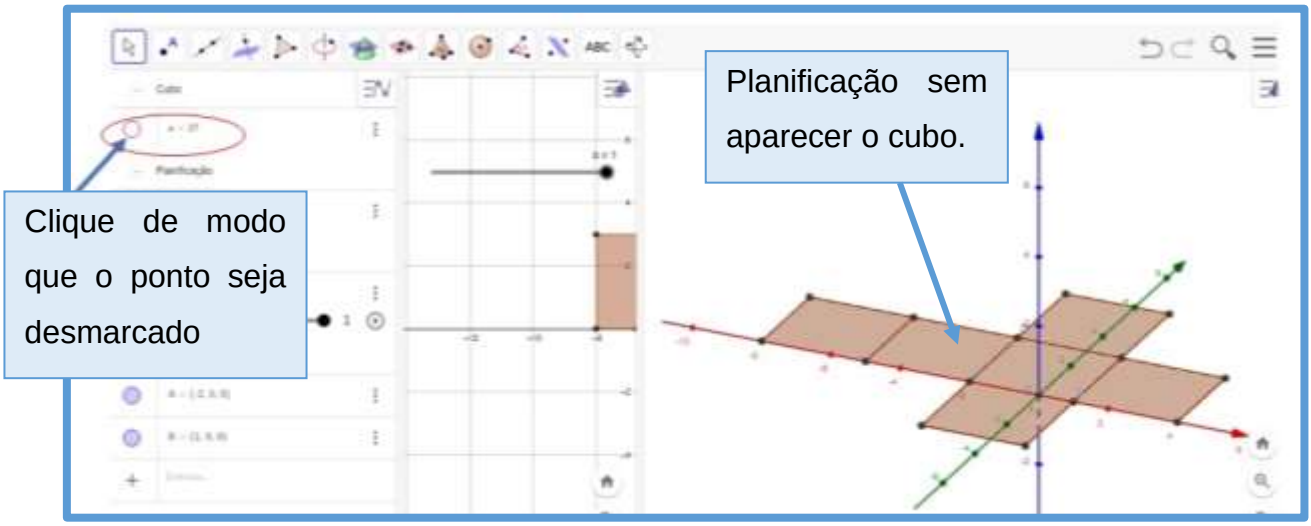
4. Para planificar o cubo, selecione na 9ª caixa a opção planificação. Depois clique com o mouse no cubo, assim aparecerá a planificação do cubo. Após esse processo, você poderá manipular a planificação, movimentando o controle deslizante que aparecerá na janela de álgebra e na janela de visualização, por meio do qual poderá abrir ou fechar a planificação.





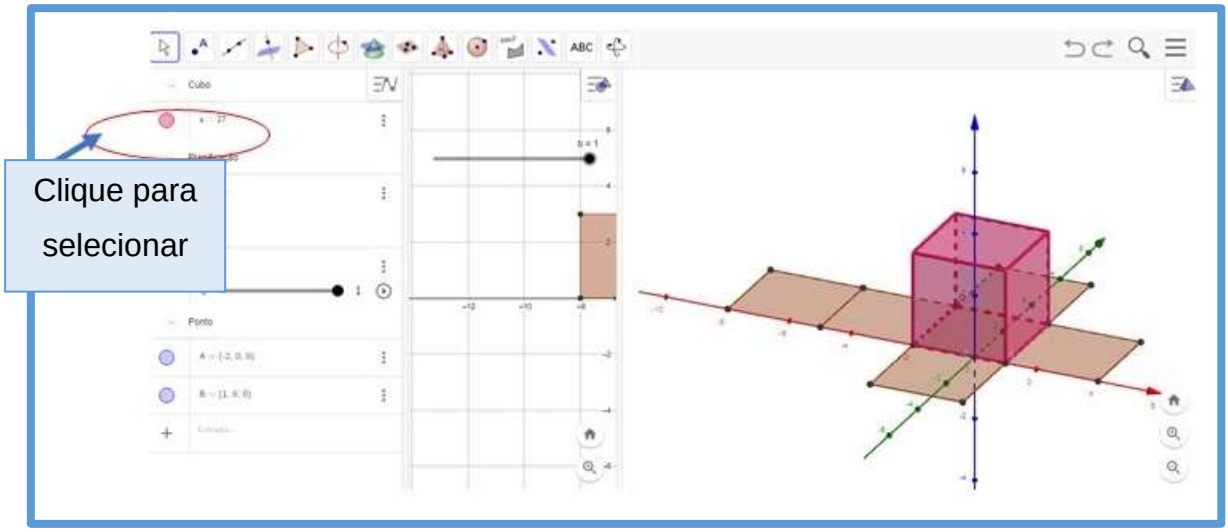
Para fechar a planificação mova o controle deslizante para 0 e para abrir mova o controle deslizante para 1.

5. Desmarque a seleção do cubo na janela de álgebra para exibir apenas a planificação.

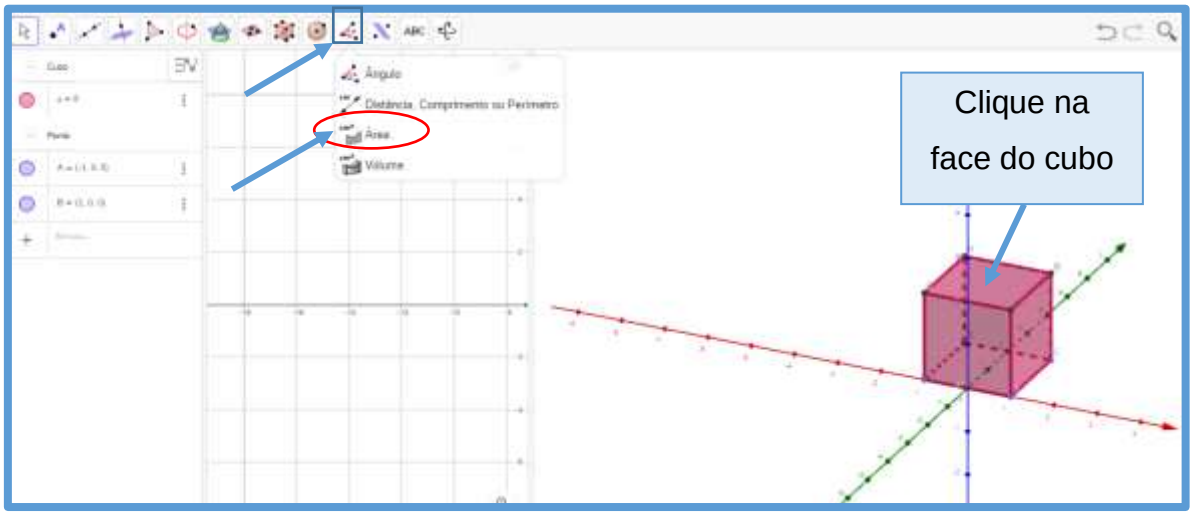


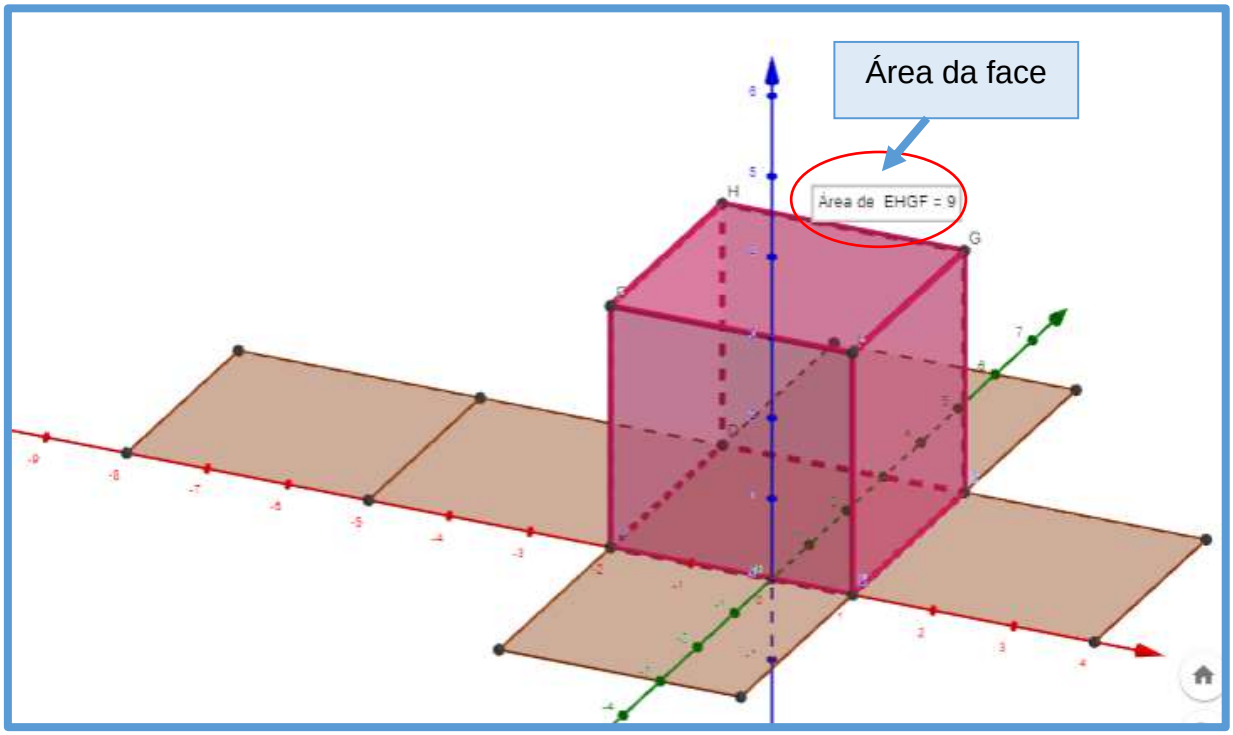
Área e Volume

6) Selecione novamente o cubo na janela de álgebra para poder determinar a área de uma das faces e o volume do cubo.

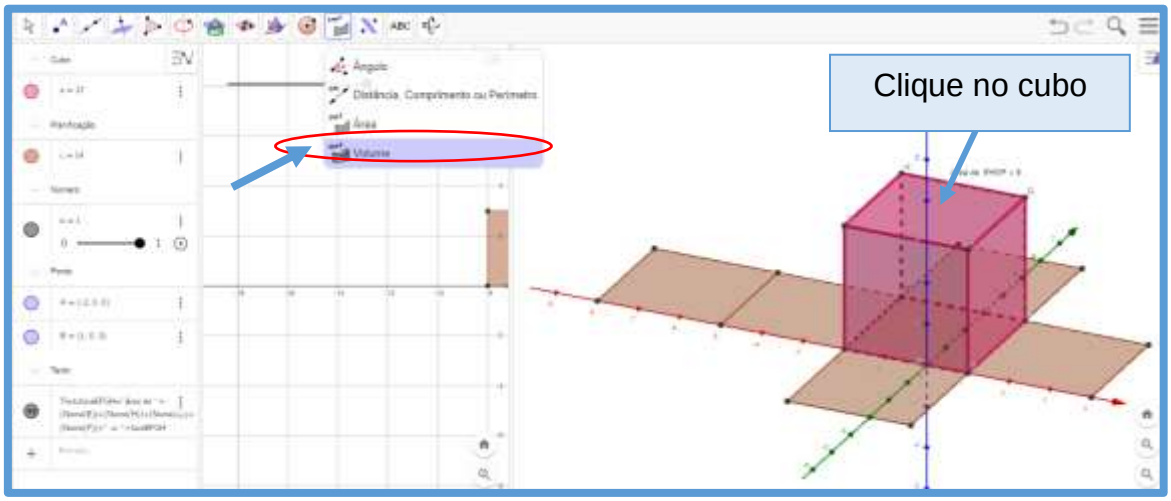


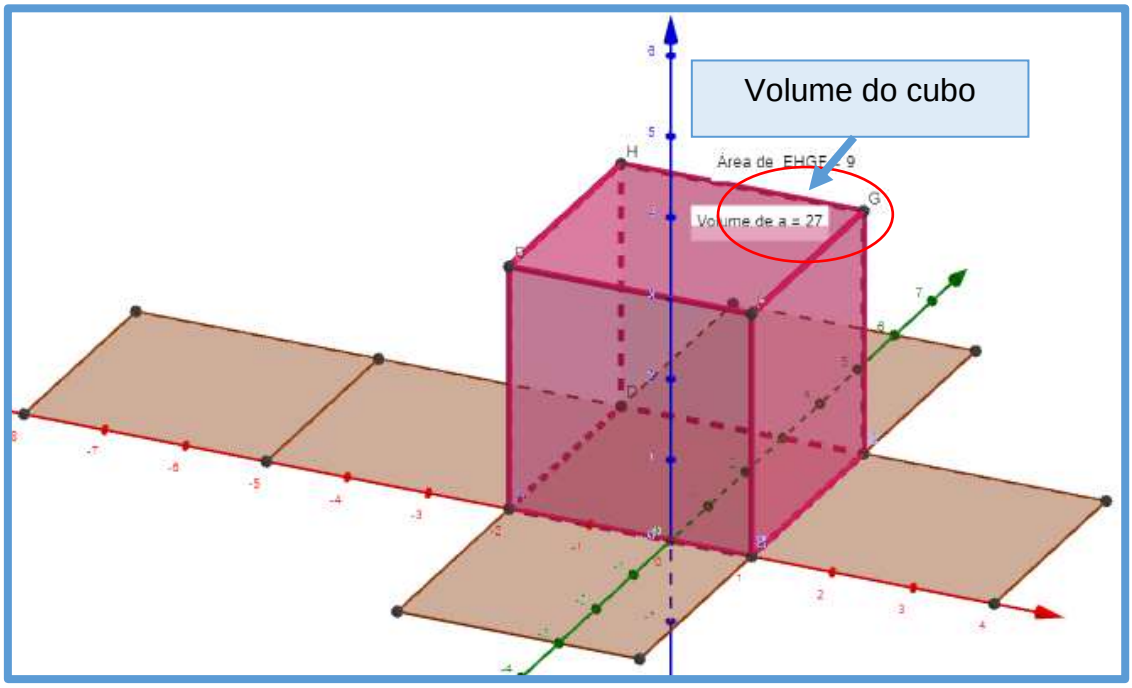
Para determinar a área de uma das faces, clique na 10ª caixa na barra de ferramentas e escolha a opção área, depois clique em uma das faces do cubo para aparecer o valor da área da face.





Para determinar o volume do cubo, clique na 10ª caixa na barra de ferramentas e escolha a opção volume, depois clique no cubo para aparecer o valor do volume.





Para mover a posição da faixa de exibição da área ou do volume, clique em ESC no teclado ou na ferramenta mover na barra de ferramentas. Depois clique e segure com o mouse o retângulo branco que aparece o valor da área ou do volume e movimente-os até ficar em uma posição desejável.

Questões para discussão

1) Quantos quadrados apareceu na planificação do cubo?

Resposta: 6 quadrados

2) A planificação facilitou a sua percepção da quantidade de faces de um cubo?

Resposta: Pessoal

3) Qual o número de arestas e vértices que possui o cubo?

Resposta: 12 arestas e 8 vértices

4) Qual a área de uma das faces e o volume do cubo que você construiu?

Resposta: Pessoal

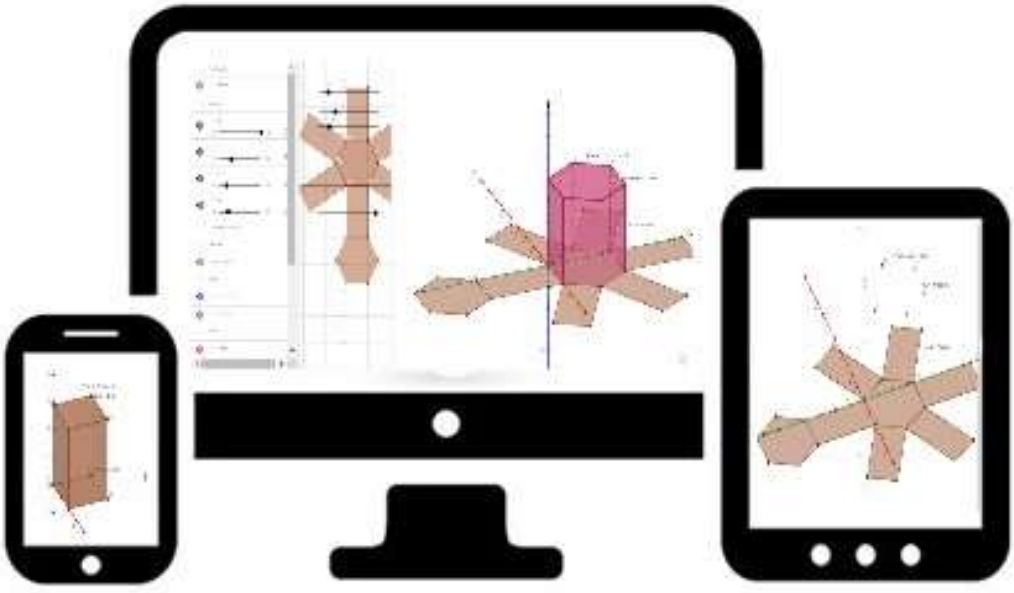
5) Qual a área total da superfície do cubo que você construiu?

Resposta: Pessoal

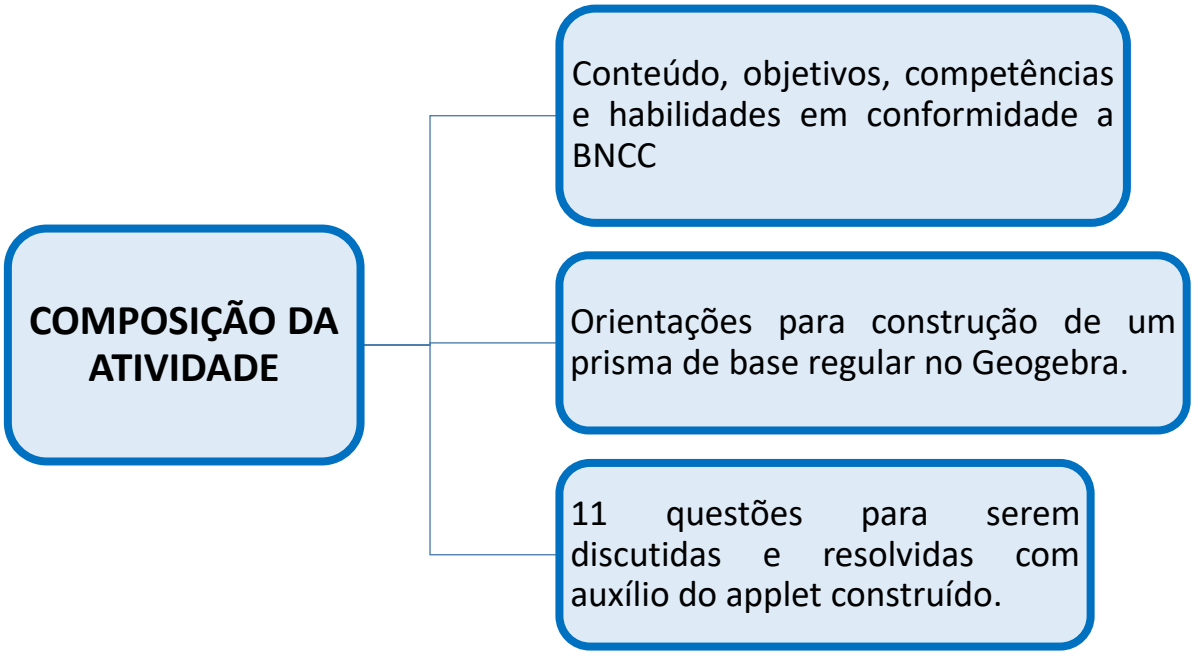
Sugestão:

Professor, ao término das atividades 10, 11 e 12, é interessante os alunos apresentarem suas construções e socializarem com os colegas os resultados.

Atividade 11



Construção e planificação de prismas de base regular



"Uma geometria não pode ser mais verdadeira do que outra; poderá ser apenas mais cômoda". (Poincaré)

Conteúdo	Objetivo
Prismas	Construir prismas de base regular, obter sua planificação no Geogebra e determinar a área e o volume desses prismas.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos terão que construir um prisma de base regular no Geogebra, em seguida, escolherão um tipo de prisma, farão a planificação e determinarão a área de uma das faces laterais, área de uma das bases, e o volume do prisma escolhido.

Através desta atividade espera-se que o aluno consiga aprofundar o conhecimento do Geogebra e dos prismas, além de desenvolver a capacidade criativa.

Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/us2sen4m

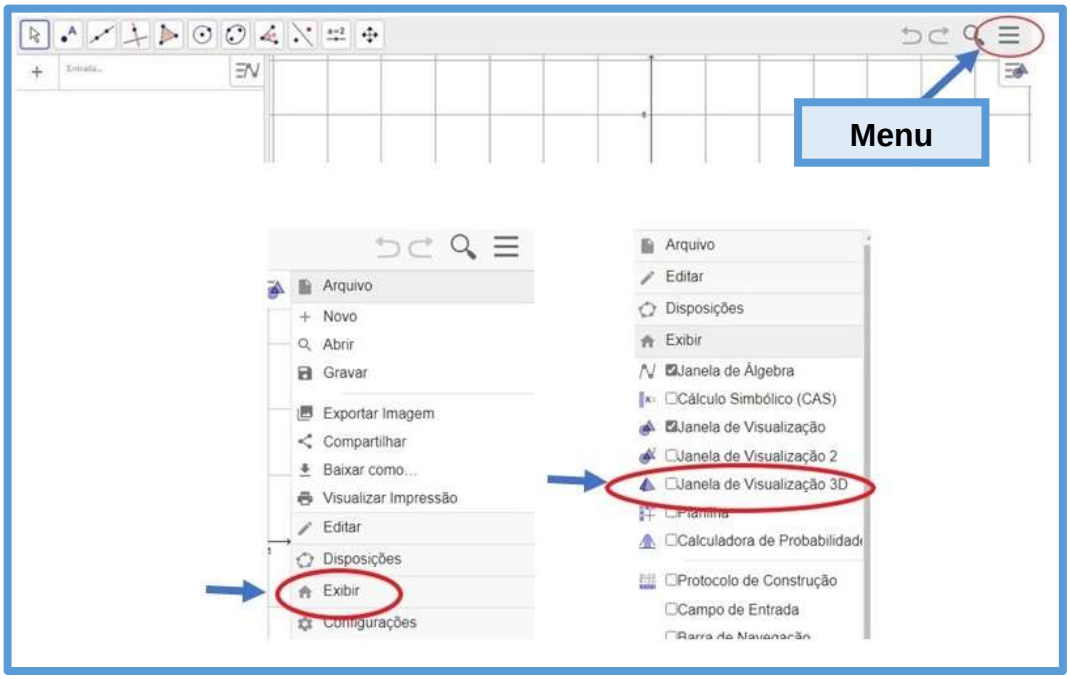
Execução da atividade

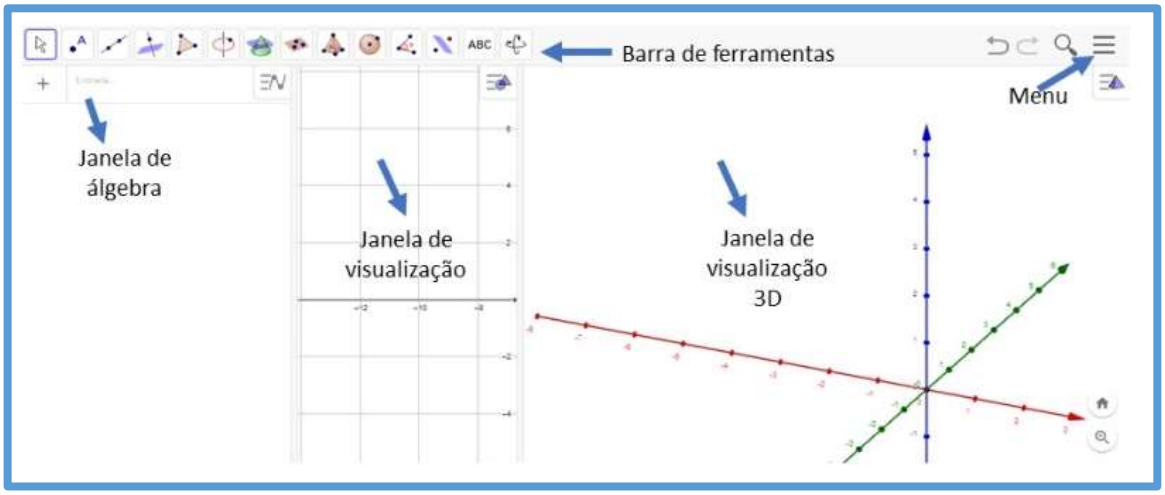
Professor, peça aos alunos que abram o aplicativo do Geogebra no computador e oriente-os na construção e planificação de um prisma de base regular, depois peça para eles determinarem a área de uma de suas faces laterais e da base e o volume.

O processo inicial da atividade é semelhante a atividade anterior. Por isso, vou repetir os passos iniciais da atividade 10. Ao finalizar discuta as questões sugeridas.

ATENÇÃO!

Se a janela de visualização 3D, estiver aberta, você não precisa realizar o processo para exibi-la.

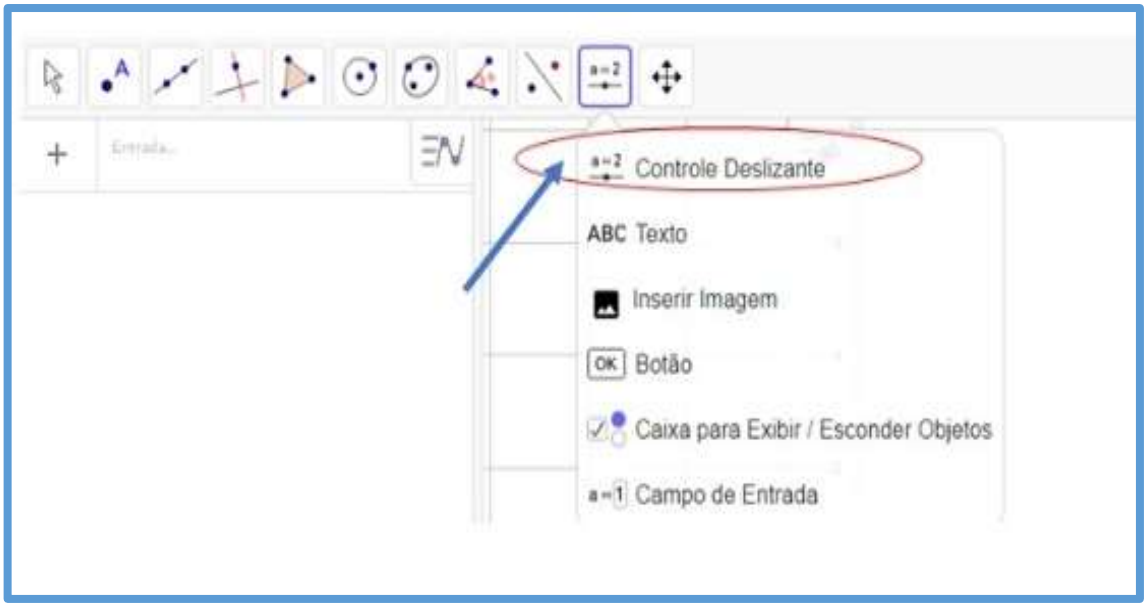




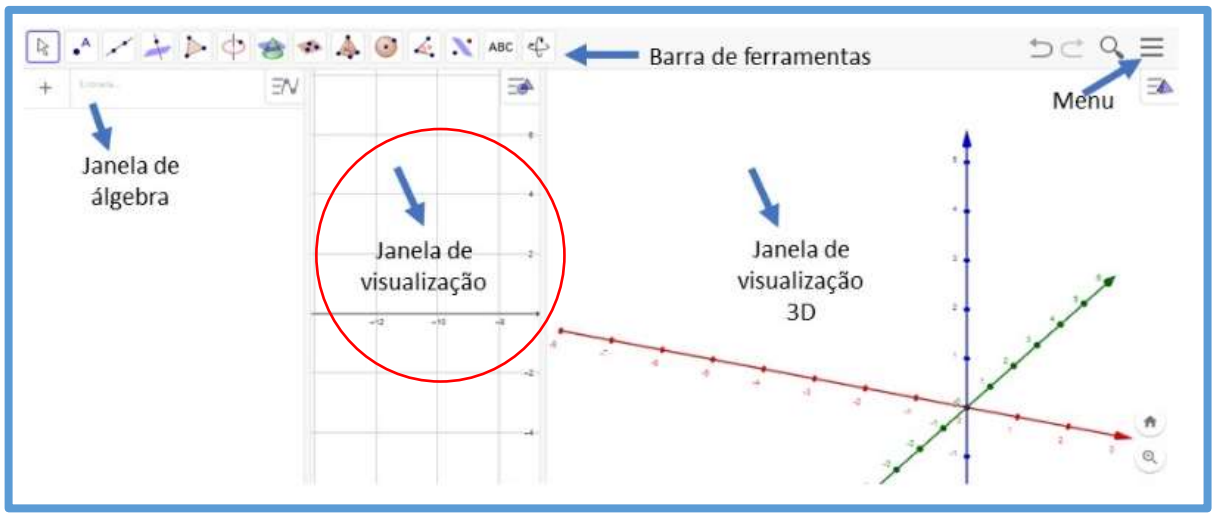
OBSERVAÇÃO

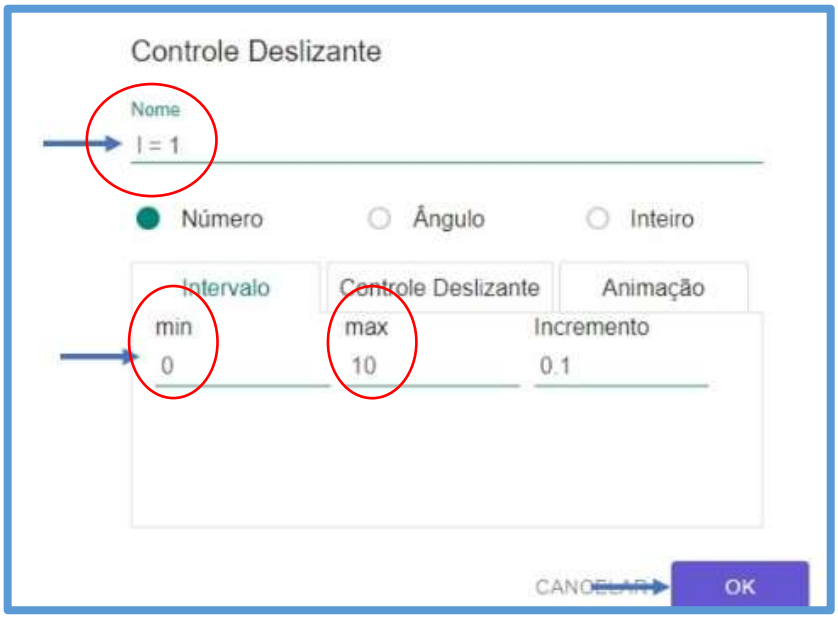
Caso não apareça os eixos na janela de visualização 3D, clique no lado direito do mouse, depois clique com o mouse na opção exibir eixos.

2. Na janela de visualização construa um polígono regular. Para isso, dê um clique na janela de visualização, depois escolha na barra de ferramentas na 10ª caixa a opção controle deslizante, em seguida, clique novamente na janela de visualização, nesse momento, aparecerá uma caixa para colocar as informações do controle deslizante, substitua a letra **a** pela letra **l,** coloque para o valor mínimo 0 e para o valor máximo 10, depois clique em OK.



Clique na janela de visualização





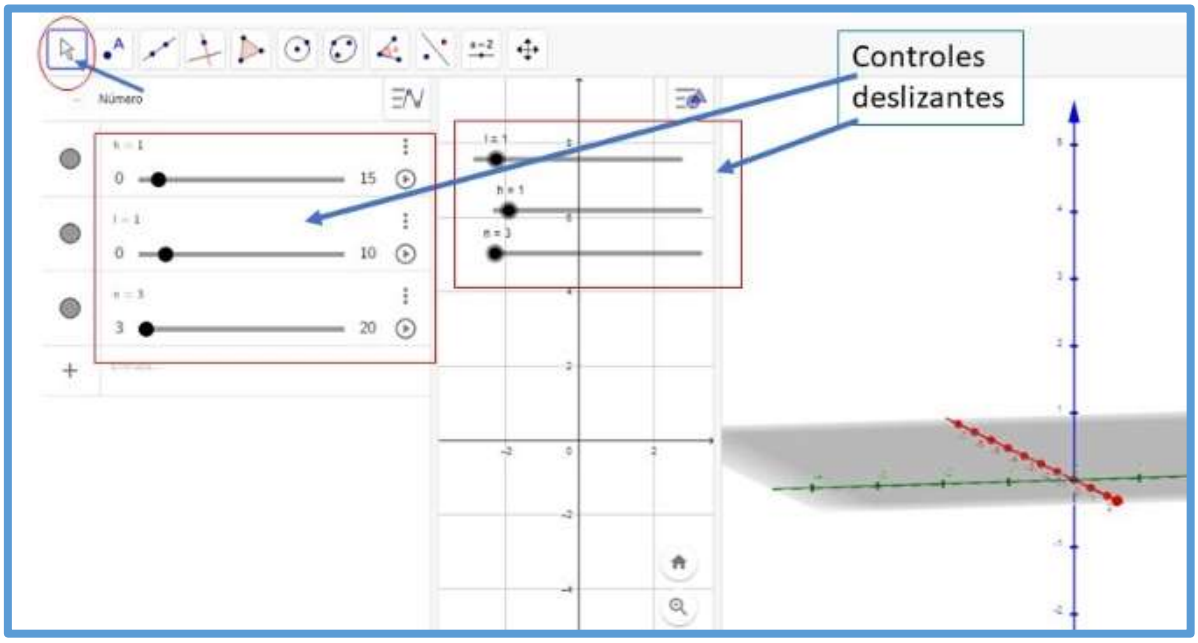
Repita o processo anterior e crie mais dois controles deslizantes, um controle deslizante **h**, que representará a altura do prisma que será construído e um controle deslizante **n,** que representará o número de lados do polígono da base.

Para criar o controle deslizante **h**, substitua a letra **a** por **h**, insira para o valor mínimo 0 e para o valor máximo 15, depois clique em OK.

Para criar o controle deslizante **n**, substitua a letra **a** por **n**, troque o valor 1 por 3 no nome. Depois insira para o valor mínimo 3 e para o valor máximo 20, mude o incremento para 1, depois clique em OK.

ATENÇÃO!

- Os valores inseridos na opção máximo são sugestivos, o professor poderá inserir outros valores se preferir.
- O valor mínimo 3 para **n,** é devido o polígono com menor número de lados ser o triângulo
- O incremento 1 para n, é devido o número de lados do polígono ser um número natural.

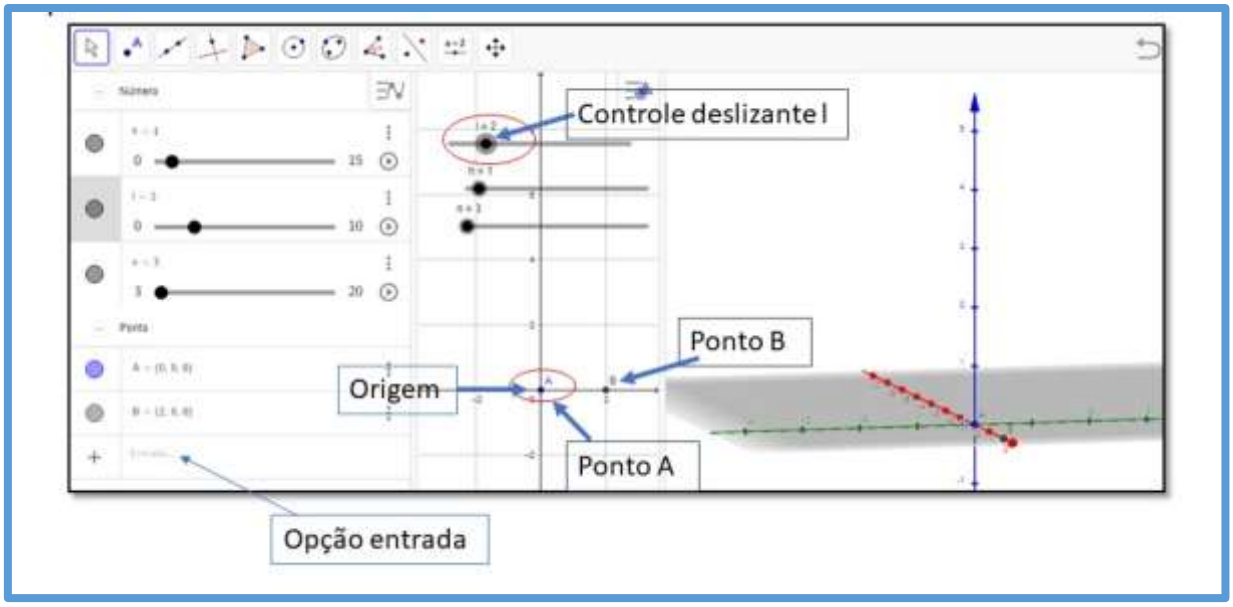


Após criar os controles deslizantes, clique em Esc no teclado do computador ou selecione a ferramenta mover no ícone

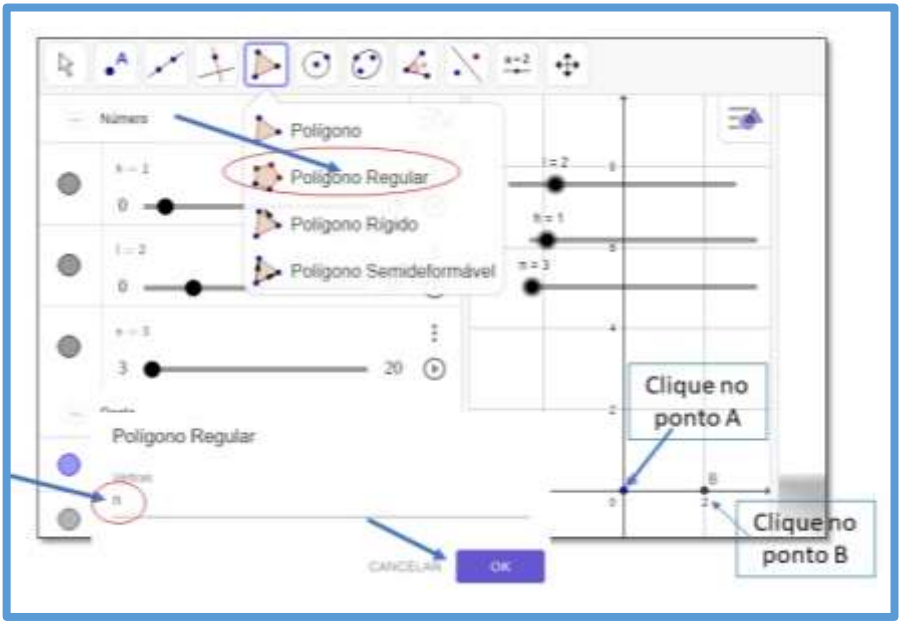
Para organizar os controles deslizantes, clique e segure com o lado esquerdo do mouse, despois arraste-os para a posição que desejar.

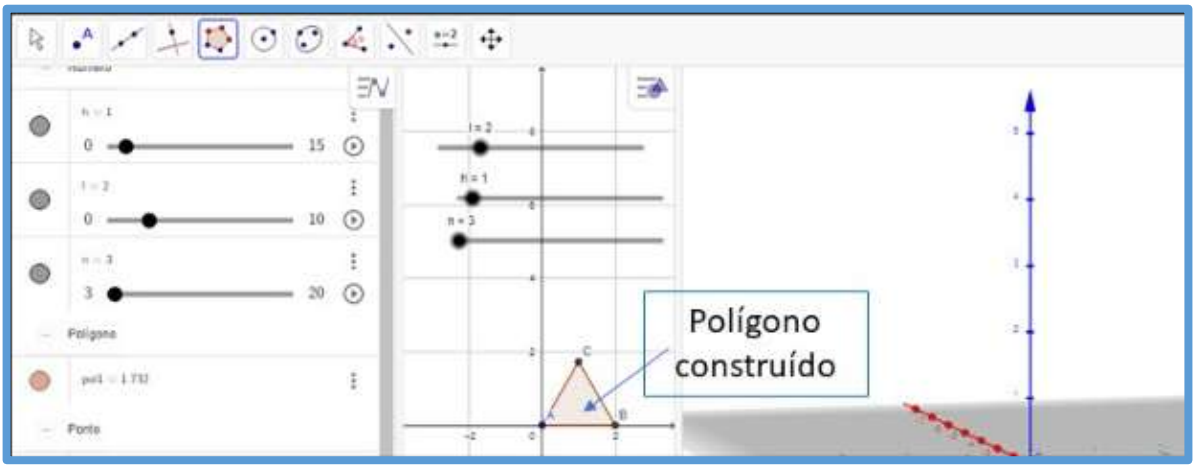
Para verificar a utilidade do controle deslizante **l**, arraste o ponto no controle deslizante **l** para o valor 2, ou para outro valor de sua preferência.

Clique na janela de visualização e arraste o gráfico segurando o botão esquerdo do mouse até aparecer a origem do sistema cartesiano (ponto onde as retas x e y se cruzam). Em seguida, crie dois pontos na janela de álgebra, para isso, na opção entrada na janela de álgebra digite **A= (0,0,0)** dê enter e **B= (l,0,0)** dê Enter, assim terá criado os dois pontos.

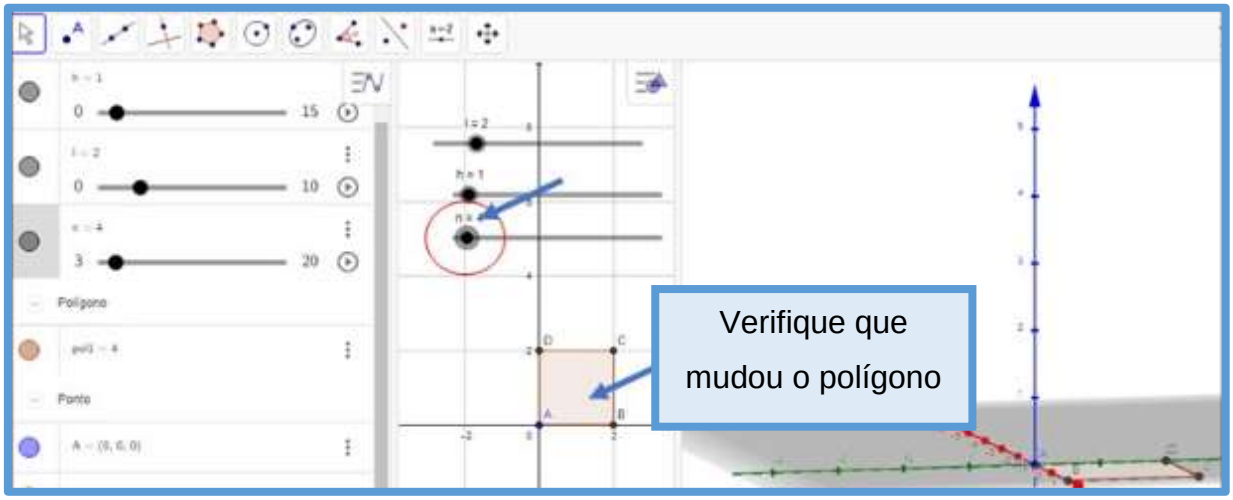


Agora crie um polígono regular que contenha o ponto A e o ponto B. Para isso, vá na barra de ferramentas e escolha na 5ª caixa a opção polígono regular e depois clique no ponto A e no ponto B para criar o polígono. Aparecerá uma janela para colocar a quantidade de vértice do polígono, informe a letra **n** e clique em OK.

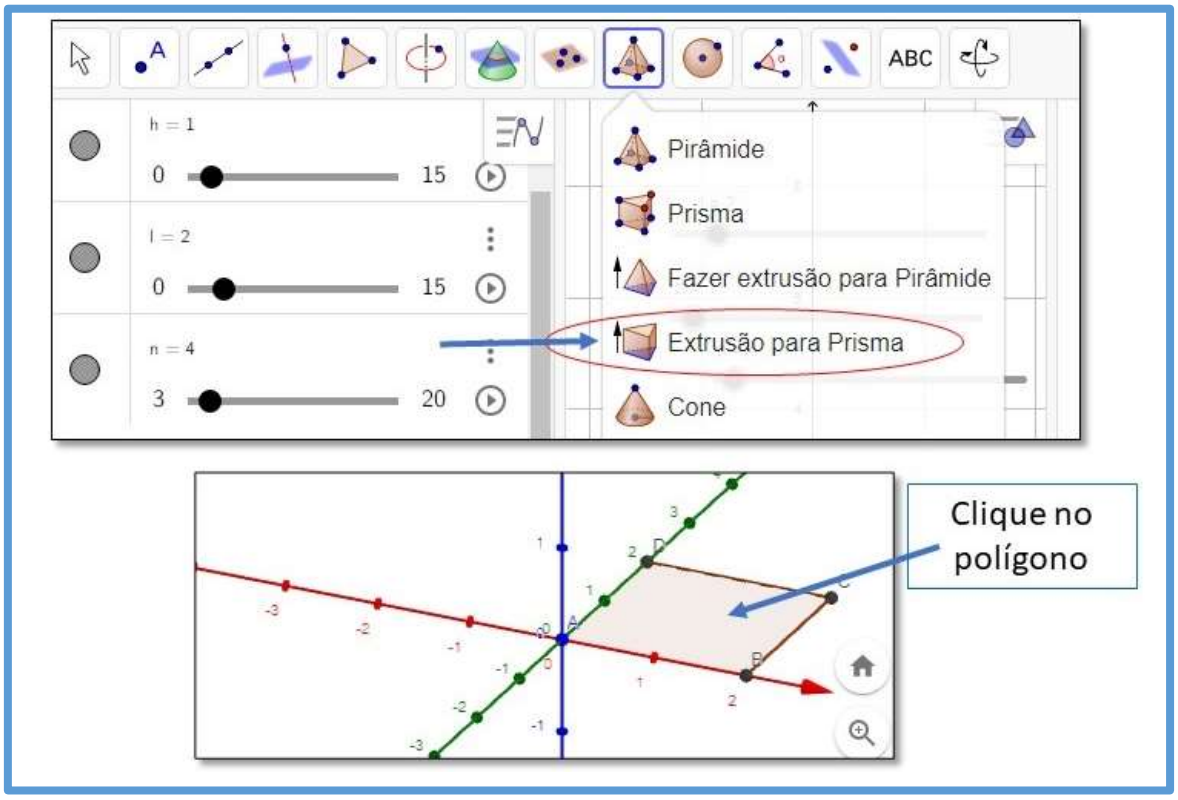


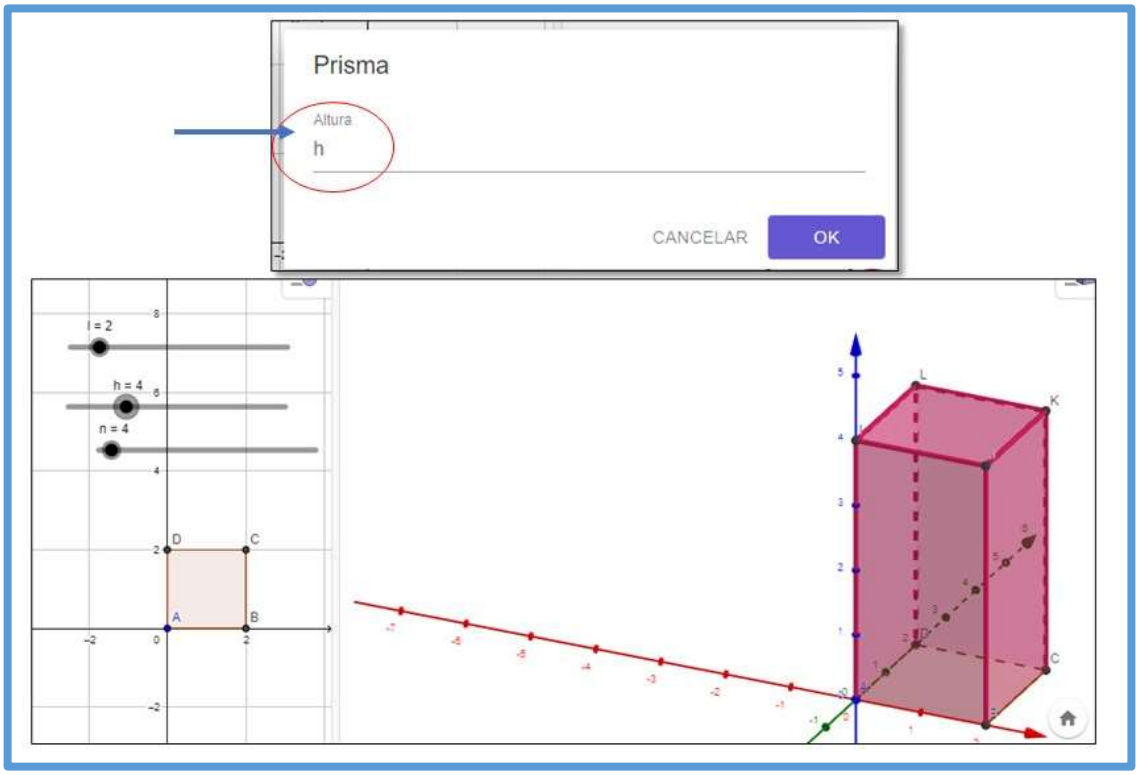


Após criar o polígono, verifique a utilidade do controle deslizante **n**, movendo o seu valor para 4, ou outro de sua preferência.



4. Crie a partir do polígono formado um prisma. Para isso, clique com o mouse na janela 3D, depois selecione na barra de ferramentas a 9ª caixa e escolha a opção **Extrusão para Prisma** e clique no polígono criado na janela de visualização 3D, nesse momento, aparecerá uma janela para você informar o valor da altura, informe a letra **h**. Assim terá criado o prisma.

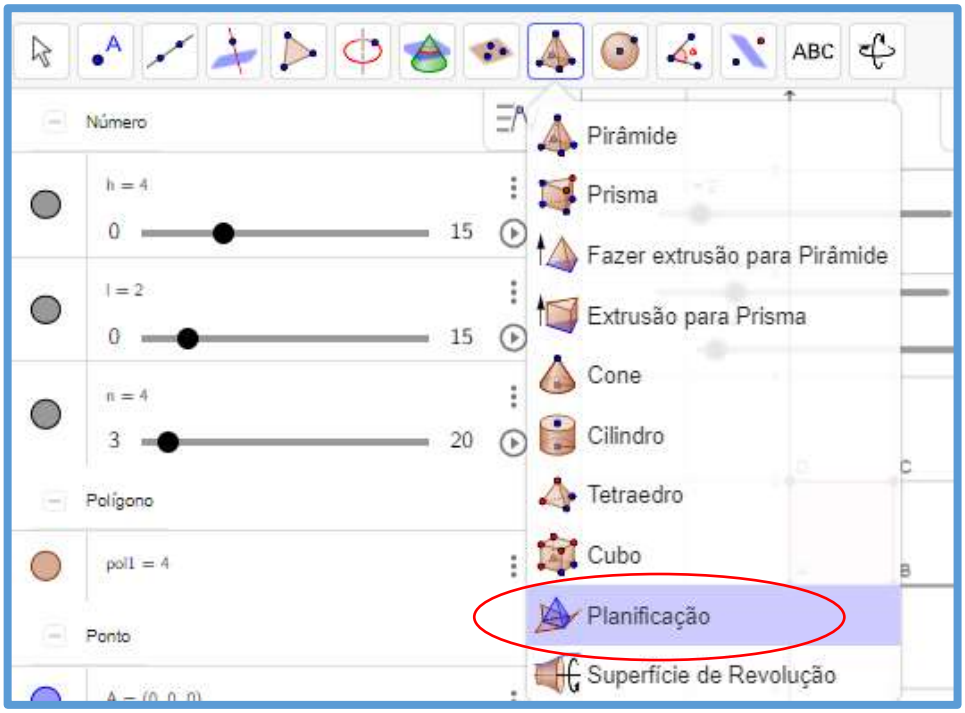


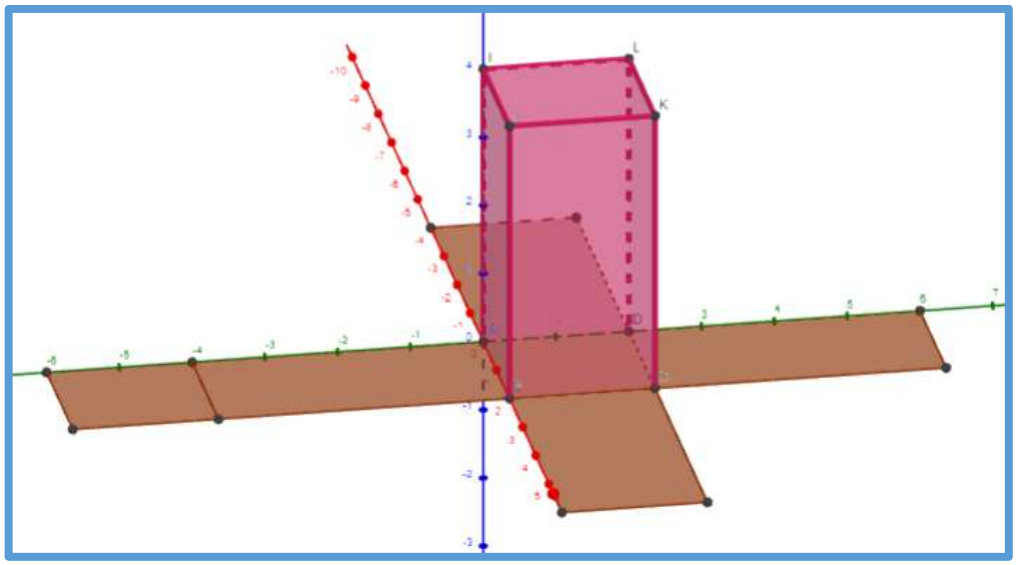


Se você movimentar o controle deslizante **l**, mudará a medida do lado, se movimentar o controle deslizante **h**, mudará a altura e se movimentar o controle deslizante **n**, mudará o número de lados do polígono da base.

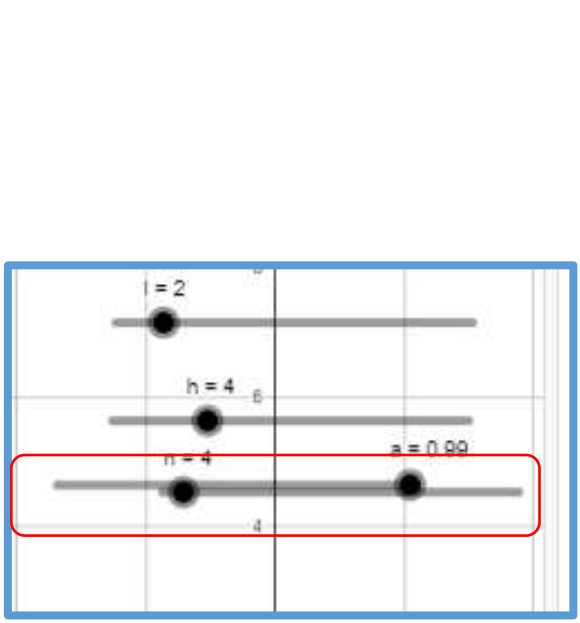
Planificação

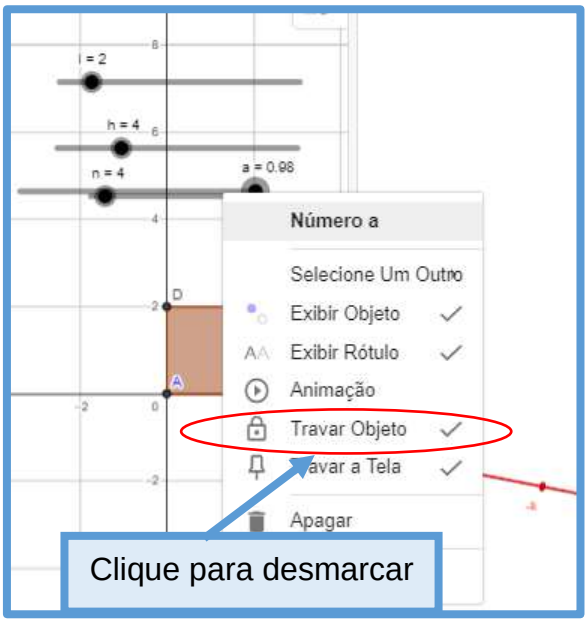
5. Para planificar o prisma, basta seguir o mesmo processo que foi feito na planificação do cubo. Assim selecione na 9ª caixa a opção planificação. Depois clique com o mouse no prisma, aparecerá a planificação do Prisma. Após esse processo, você poderá manipular a planificação, movimentando o controle deslizante que aparecerá na janela de álgebra e na janela de visualização, por meio do qual poderá abrir ou fechar a planificação.

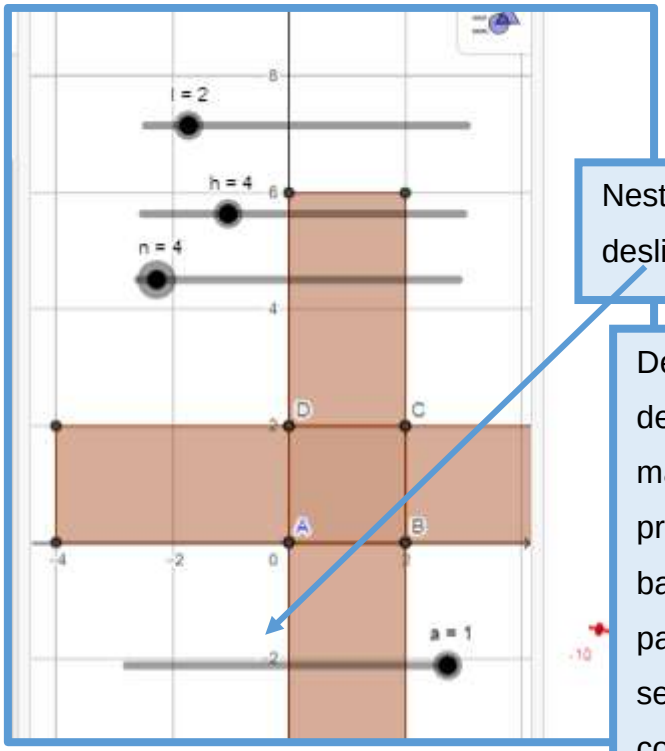




Ao realizar o processo de planificação vai ser criado um controle deslizante para a planificação e pode ocorrer que ele apareça em cima de outro controle deslizante, dessa forma, você terá que organizar a posição dos controles deslizantes. Para isso, clique no controle deslizante, clique no lado direito do mouse e desmarque a opção trava do objeto, depois segure o lado esquerdo do mouse no controle deslizante e arraste-o a uma posição que não interfira a movimentação do outro.



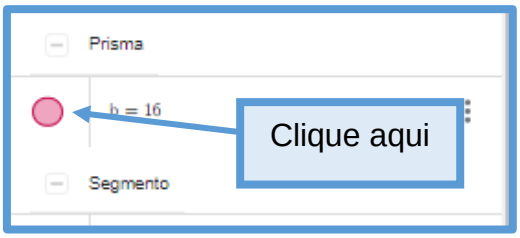


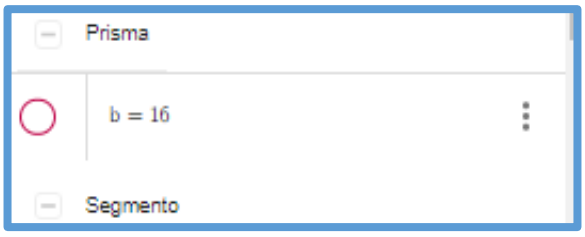


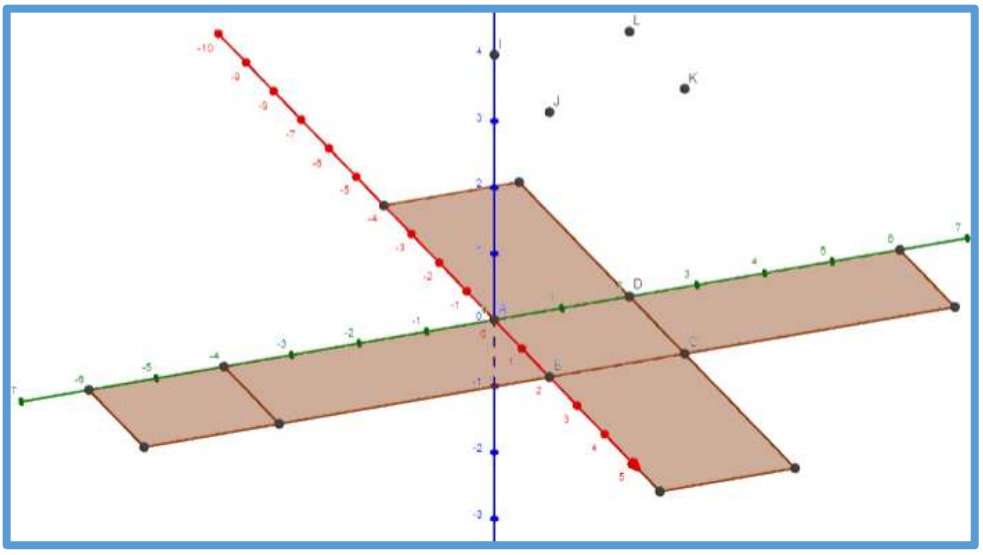
Neste caso arrastei o controle deslizante para baixo.

Depois você deve travar o controle deslizante novamente para poder manuseá-lo sem dificuldades e para prejudicar a organização. Para isso, basta seguir o mesmo processo feito para desmarcar. Esse processo serve também para os outros controles caso precise organizá-los.

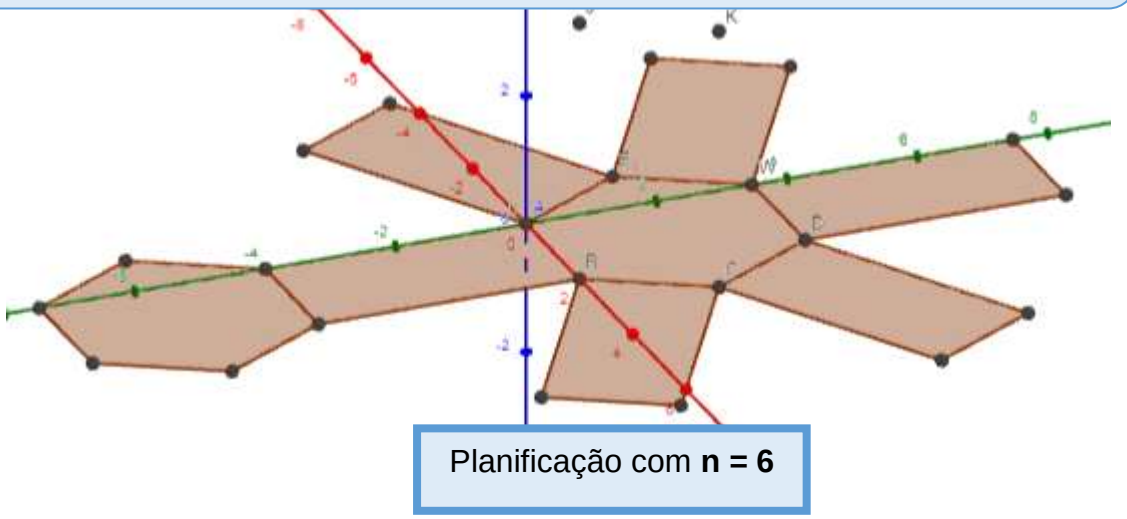
6. Caso queira exibir apenas a planificação, desmarque a seleção do prisma na janela de álgebra.







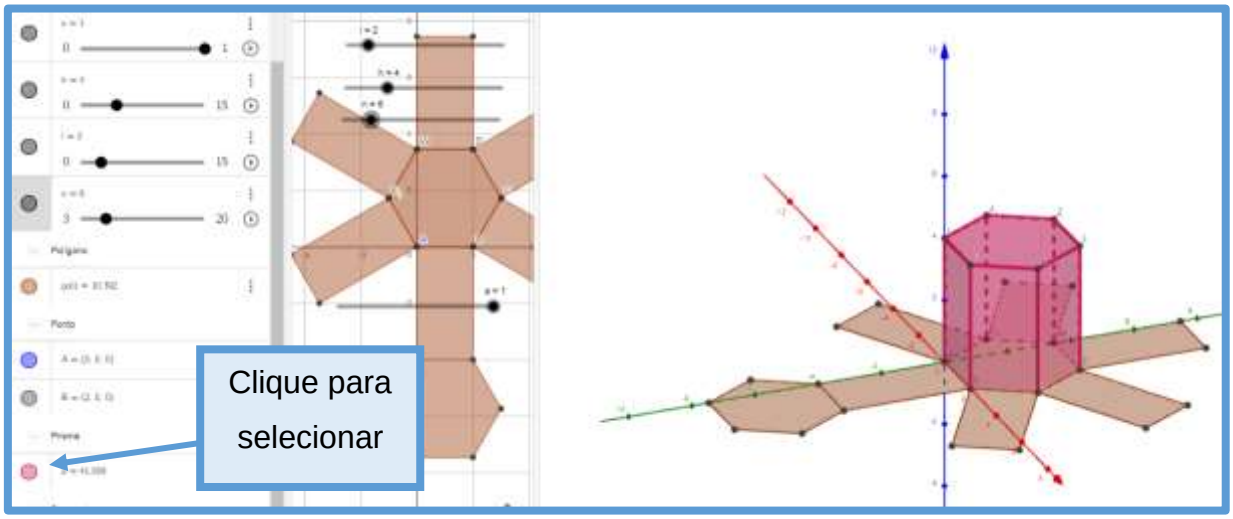
Se você modificar o valor de **n** no controle deslizante **n,** a base do prisma modificará e também a imagem da planificação.



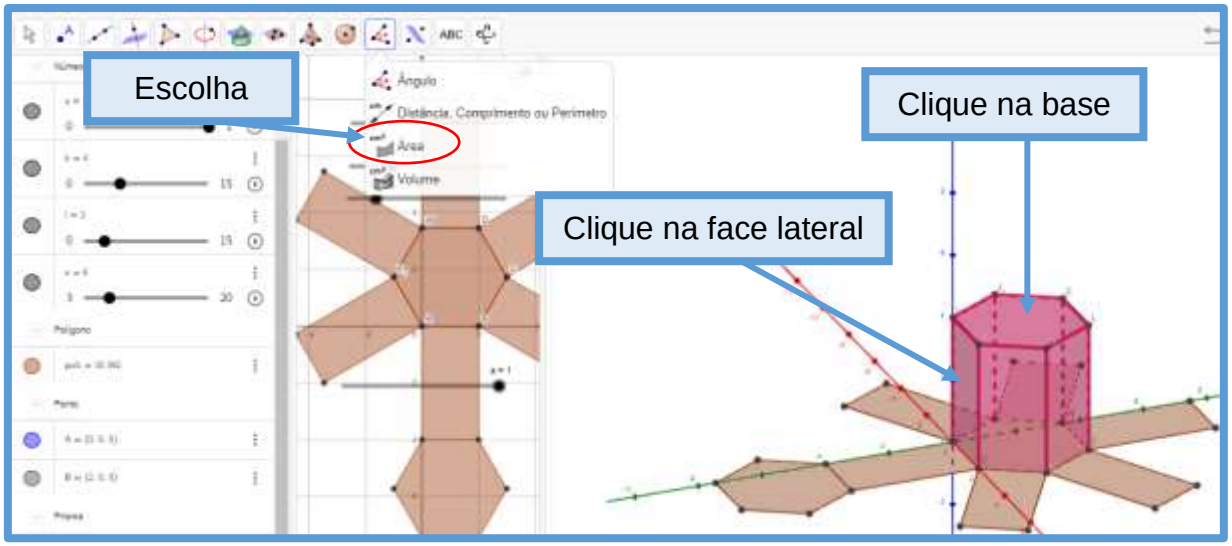
Planificação com **n = 6**

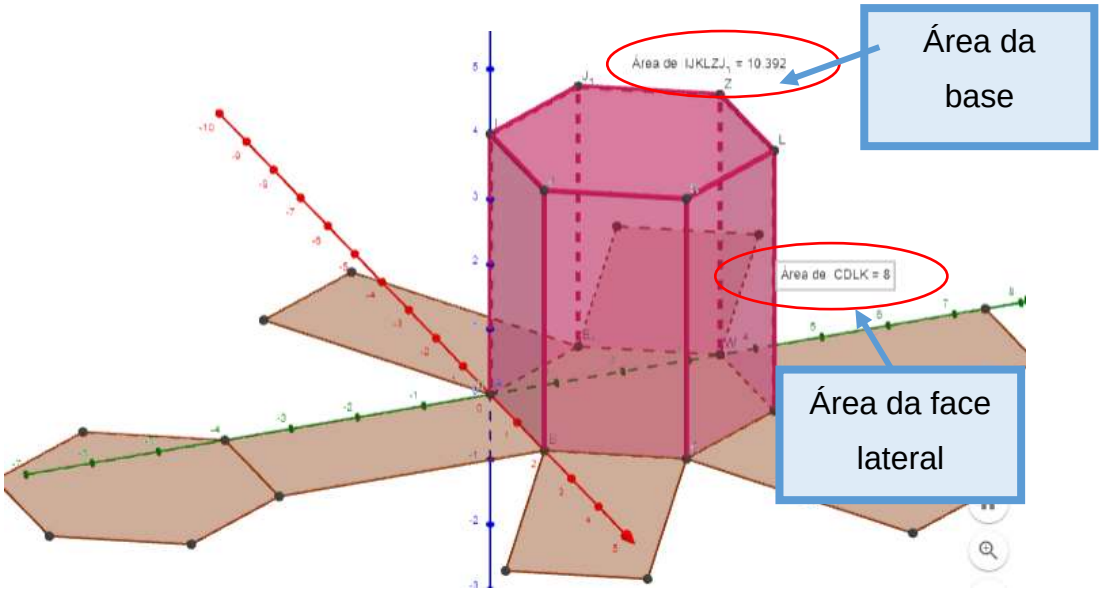
Área e Volume

7. Selecione novamente o prisma na janela de álgebra para poder determinar a área de uma das faces e o volume do prisma.

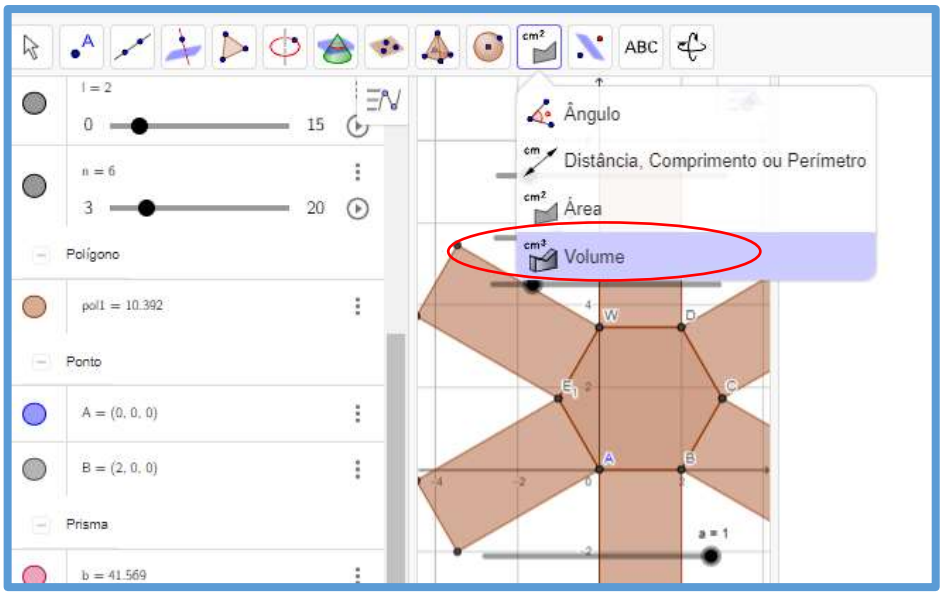


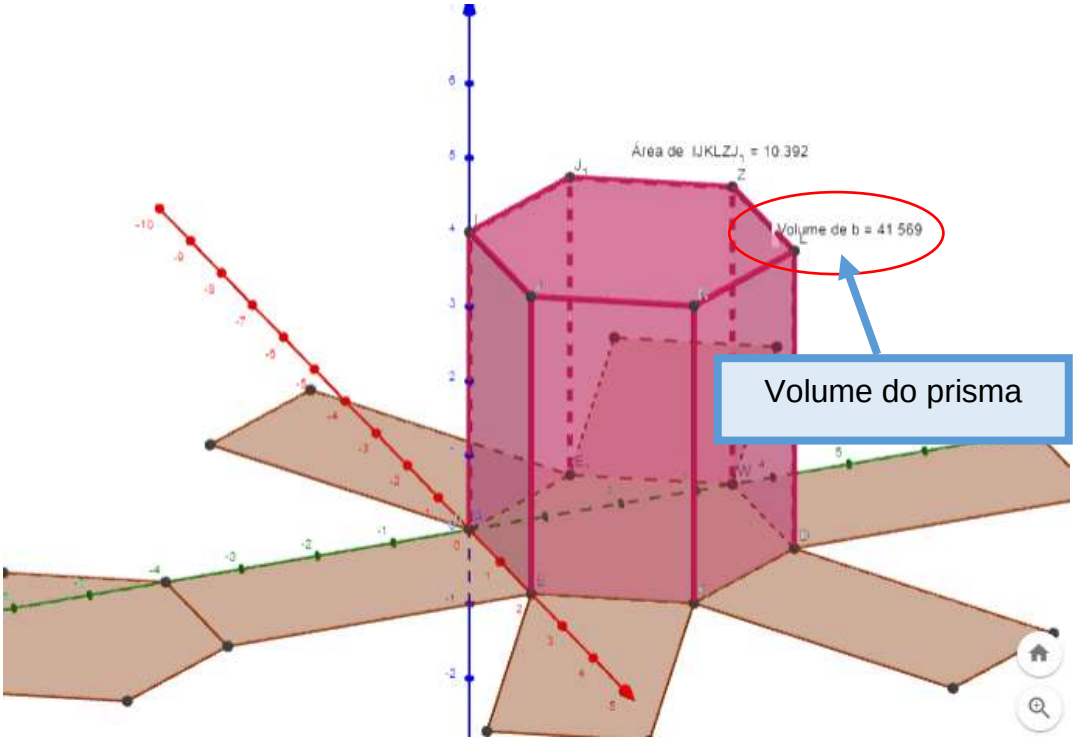
Para determinar a área de uma das faces e a área da base, clique na 10ª caixa na barra de ferramentas e escolha a opção área, depois clique em uma das faces lateral do prisma para aparecer o valor da área da face e depois clique em uma das bases para aparecer a área da base.





Para determinar o volume do prisma, clique na 10ª caixa da barra de ferramentas e escolha a opção volume, depois clique no prisma para aparecer o valor do volume.





Para mover a posição da faixa de exibição da área ou do volume, clique em ESC no teclado ou na ferramenta mover na barra de ferramentas. Depois clique e segure com o mouse o retângulo branco que aparece o valor da área ou do volume e movimente-os até ficar em uma posição desejável.

Questões para discussão

1) Faça a planificação de prismas com número de lados diferente e diga o que você percebeu de diferente entre elas e o que é igual?

Resposta Pessoal

2) Faça a planificação de um prisma cujo base é um hexágono (polígono com 6 lados) e diga quantos retângulos apareceu na planificação?

Resposta: 6 retângulos

3) Qual o número de arestas e vértices do prisma de base hexagonal?

Resposta: 18 arestas e 12 vértices

4) Faça a planificação de um prisma cujo base é um heptágono (polígono com 7 lados) e diga quantos retângulos apareceu na planificação?

Resposta: 7 retângulos

5) Qual o número de arestas e vértices do prisma de base heptagonal?

Resposta: 21 arestas e 14 vértices

6) Com base nas planificações anteriores, o que podemos verificar de comum e de diferentes entre os prismas?

Resposta: Em comum é que a lateral do prisma é sempre formada por retângulos e de diferente o polígono da base.

7) A partir do que você observou, o número de arestas e vértices do prisma é igual:

A) O número de arestas é igual ao dobro do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados desse polígono.

B) O número de arestas é igual ao dobro do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados mais 1.

C) O número de arestas é igual ao número de lados do polígono da base e o número de vértices também é igual ao número de lados desse polígono.

D) Não podemos relacionar o número de arestas e vértices com a base da pirâmide.

E) O número de arestas é igual ao triplo do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao dobro do número de lados desse polígono.

8) Represente no applet que você construiu quatro prismas com bases diferentes e determine a área de todas as faces laterais, a área das duas bases e a área total e o Volume desses prismas.

Resposta: Dependerá dos prismas escolhidos

Número de lados	Nome do prisma	Área das faces laterais (soma área de todas as faces)	Área das bases (soma da área das duas bases)	Área total

9) Com base na questão anterior, como podemos calcular a área total da superfície do prisma?

Resposta: Somando a área lateral pelo produto de duas vezes a área da base

10) Preencha o quadro abaixo, com a área de uma das bases, a altura e o volume desses prismas?

Resposta: Dependerá dos prismas escolhidos

Número de lados	Nome do prisma	Área de uma das bases	Altura do Prisma	Volume do Prisma

11) A partir do quadro, verifique como podemos determinar o volume do prisma?

Resposta: Pelo produto da área da base pela altura.

Atividade 12

Construção e planificação de pirâmides de base regular

COMPOSIÇÃO DA ATIVIDADE

- Conteúdo, objetivos, competências e habilidades em conformidade a BNCC
- Orientações para construção e planificação da pirâmide de base regular no Geogebra.
- 11 questões para serem discuitidas e resolvidas com auxílio do applet construído pelo aluno.

"Deus é o Geômetra Onipotente para quem o mundo é imenso problema matemático." (Leibniz)

Conteúdo	Objetivo
Pirâmides	Construir pirâmides de base regular, obter sua planificação no Geogebra e determinar a área e o volume das pirâmides.

Competências específicas de Matemática para o ensino médio	Habilidades
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

DETALHAMENTO DA ATIVIDADE

Nesta atividade os alunos terão que construir pirâmides de base regular no Geogebra, em seguida, farão a planificação de algumas e determinarão a área de uma das faces laterais, área da base e o volume das pirâmides escolhidas. Ao final terão que estabelecer a área total da pirâmide e a relação entre as medidas: área da base, altura e volume da pirâmide.

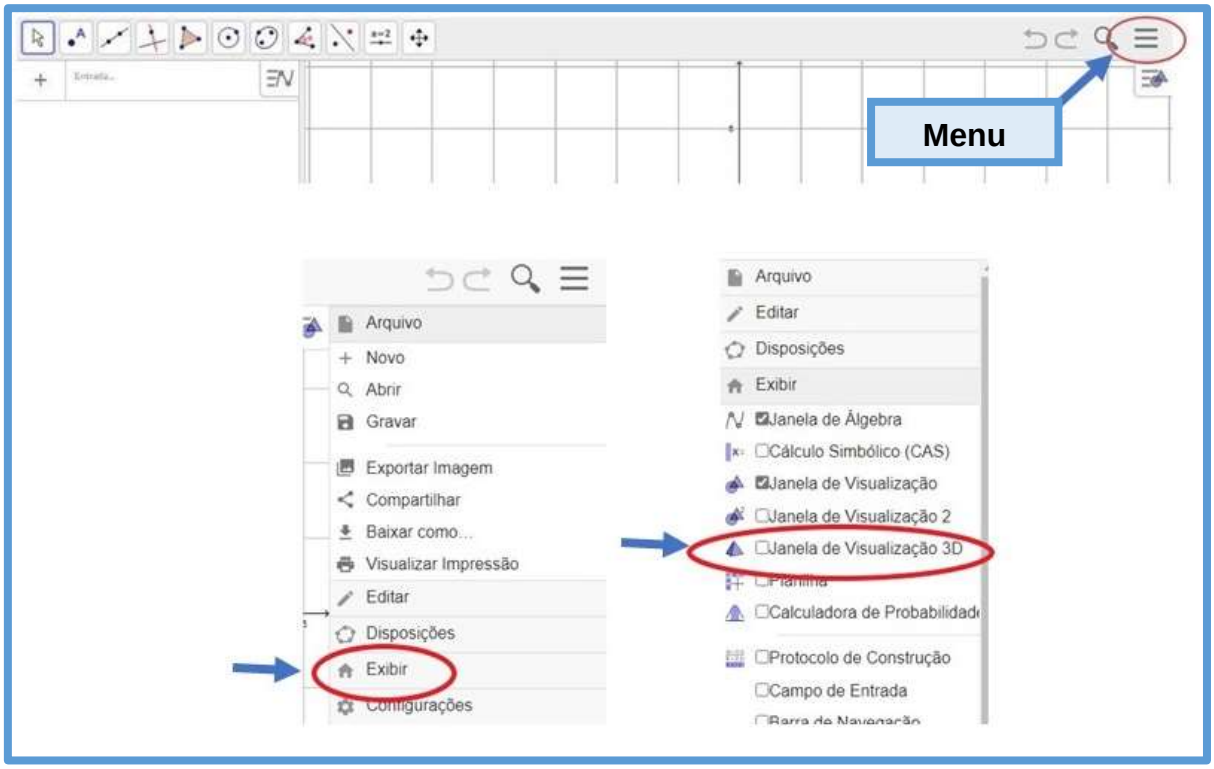
Através desta atividade espera-se que o aluno consiga aprofundar o conhecimento do Geogebra e das pirâmides, além de desenvolver a capacidade criativa.

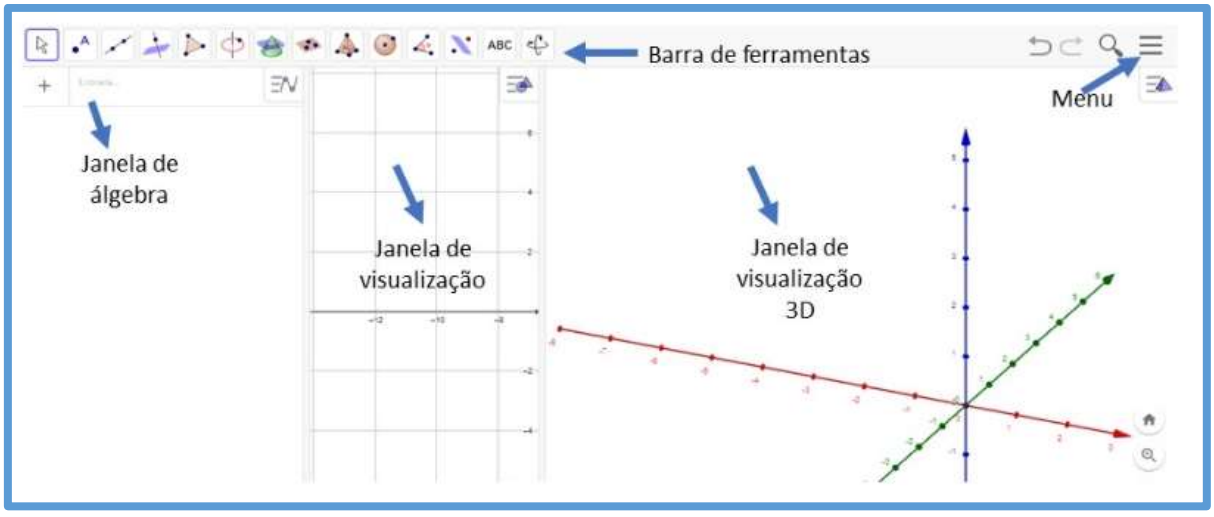
Acesse a atividade pelo link: https://www.geogebra.org/m/stu88wkk

Execução da atividade

O processo inicial da atividade é semelhante a atividade anterior. Por isso, vou repetir aqui os passos iniciais da atividade 11 e conforme descritos em cada passo, construa uma pirâmide de base regular no Geogebra, depois faça sua planificação, determine a área de uma de suas faces laterais e da base, depois encontre seu volume. Ao finalizar discuta as questões sugeridas.

1. No menu superior do Geogebra Classic, localizado na parte superior do lado direito, selecione a janela de visualização 3D, conforme indica as imagens abaixo.

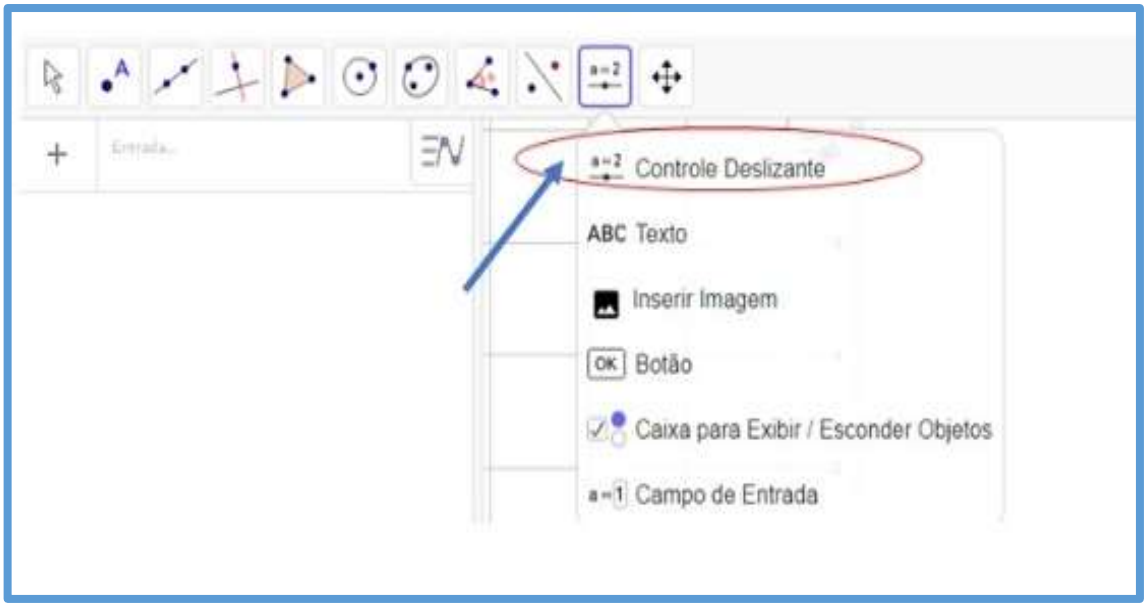




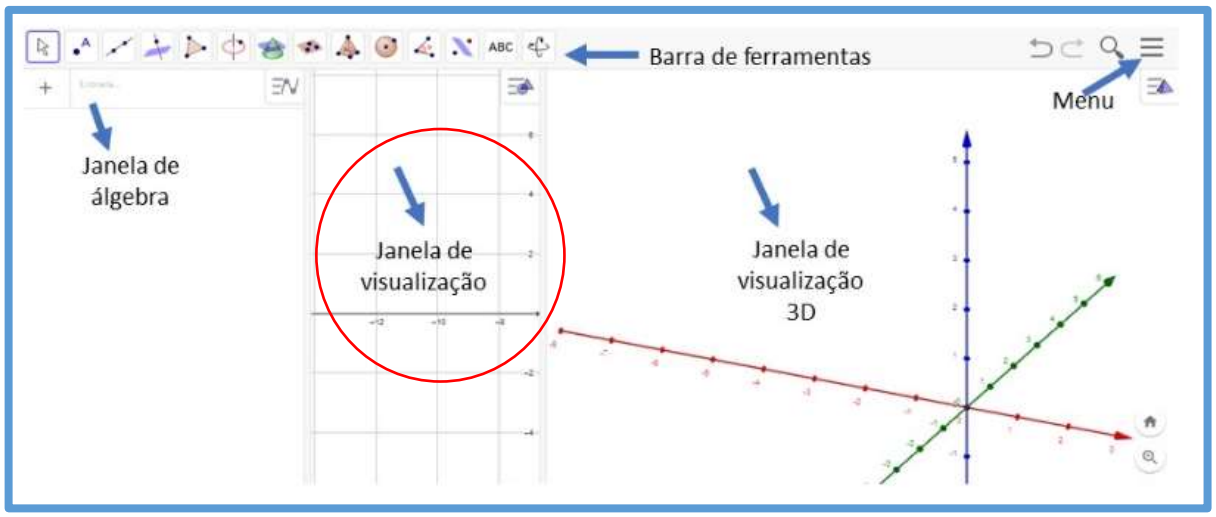
Observação

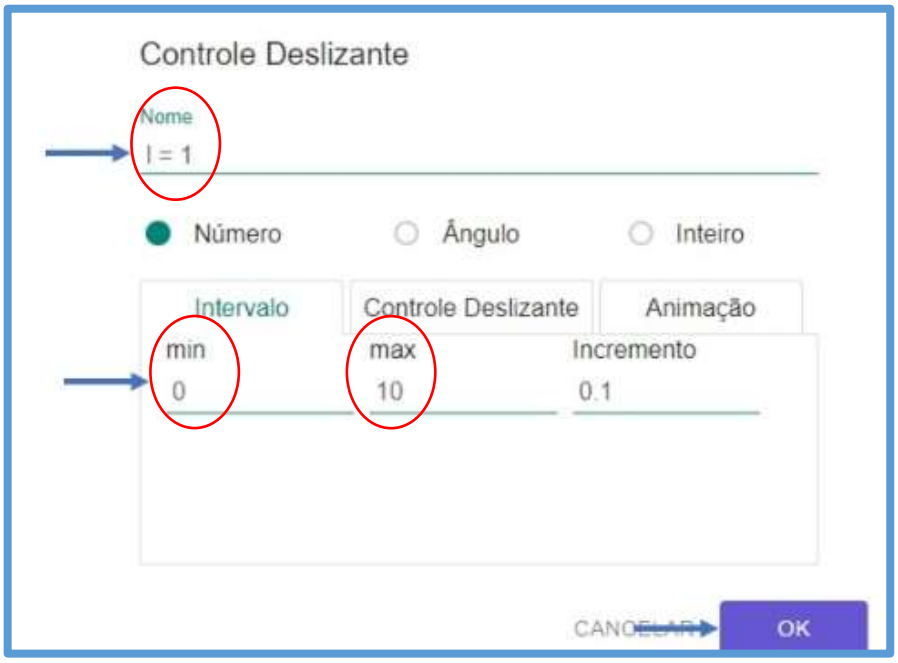
Caso não apareça os eixos na janela de visualização 3D, clique no lado direito do mouse, depois clique com o mouse na opção exibir eixos.

2. Na janela de visualização construa um polígono regular. Para isso, dê um clique na janela de visualização, depois escolha na barra de ferramentas na 10ª caixa a opção controle deslizante, em seguida, clique novamente na janela de visualização, nesse momento, aparecerá uma caixa para colocar as informações do controle deslizante, substitua a letra **a** pela letra **l,** coloque para o valor mínimo 0 e para o valor máximo 10, depois clique em OK.



Clique na janela de visualização

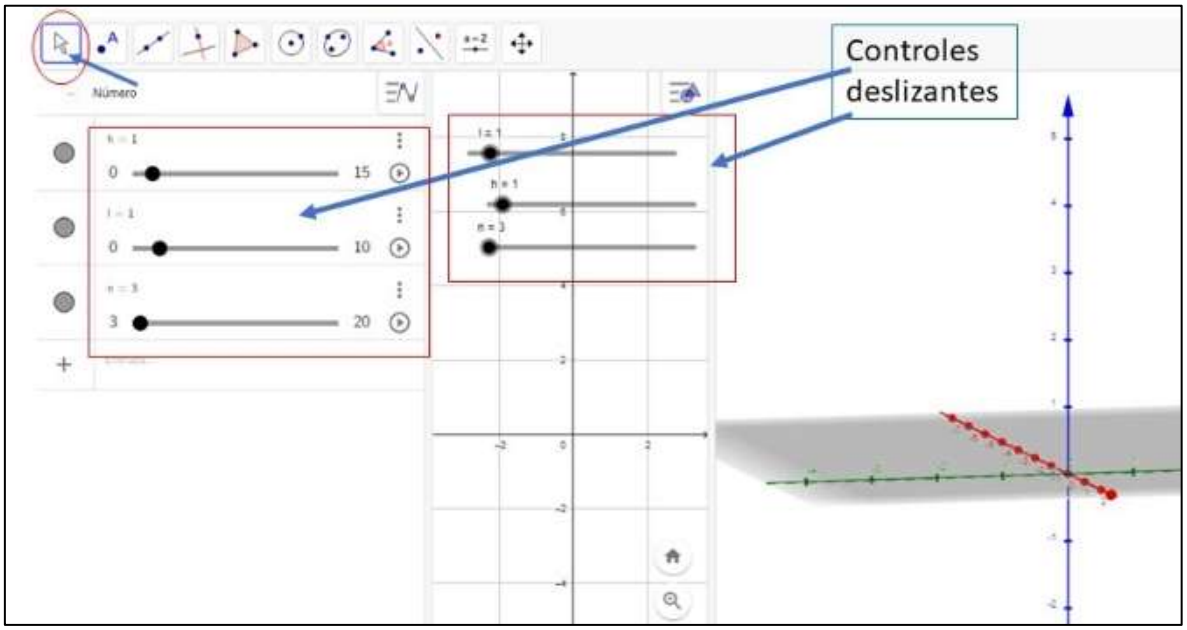




Repita o processo anterior e crie mais dois controles deslizantes, um controle deslizante **h**, que representará a altura do prisma que será construído e um controle deslizante **n,** que representará o número de lados do polígono da base.

Para criar o controle deslizante **h**, substitua a letra **a** por **h**, insira para o valor mínimo 0 e para o valor máximo 15, depois clique em OK.

Para criar o controle deslizante **n**, substitua a letra **a** por **n**, troque o valor 1 por 3 no nome. Depois insira para o valor mínimo 3 e para o valor máximo 20, mude o incremento para 1, depois clique em OK.



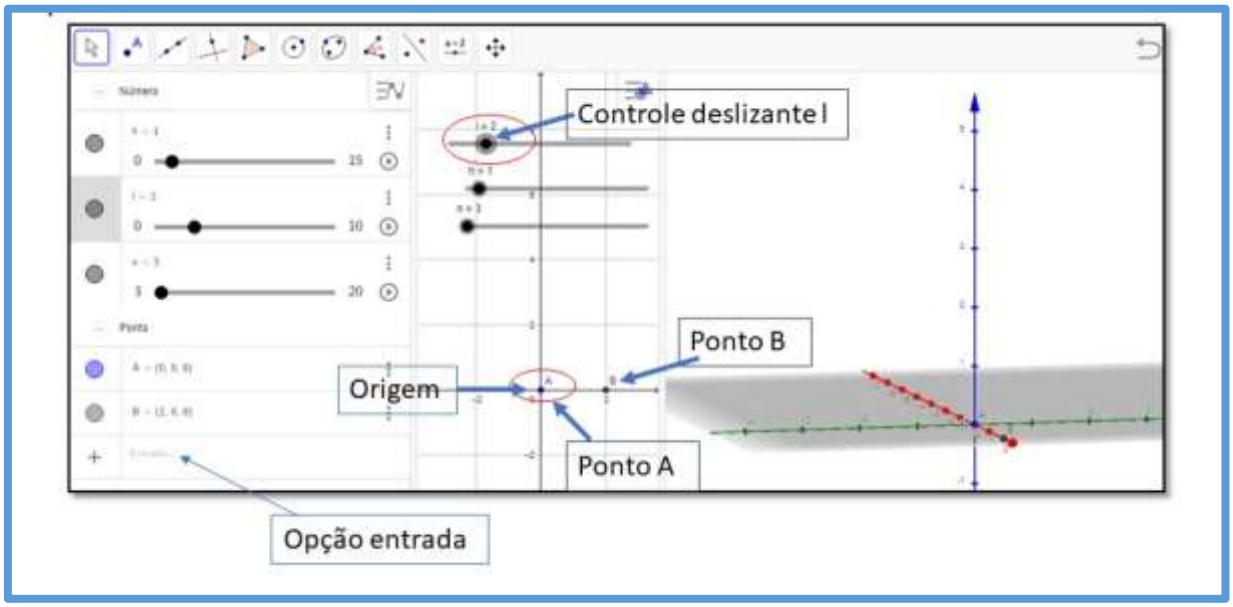
ATENÇÃO!

- Os valores inseridos na opção máximo são sugestivos, o professor poderá inserir outros valores se preferir.
- O valor mínimo 3 para **n,** é devido o polígono com menor número de lados ser o triângulo
- O incremento 1 para n, é devido o número de lados do polígono ser um número natural.

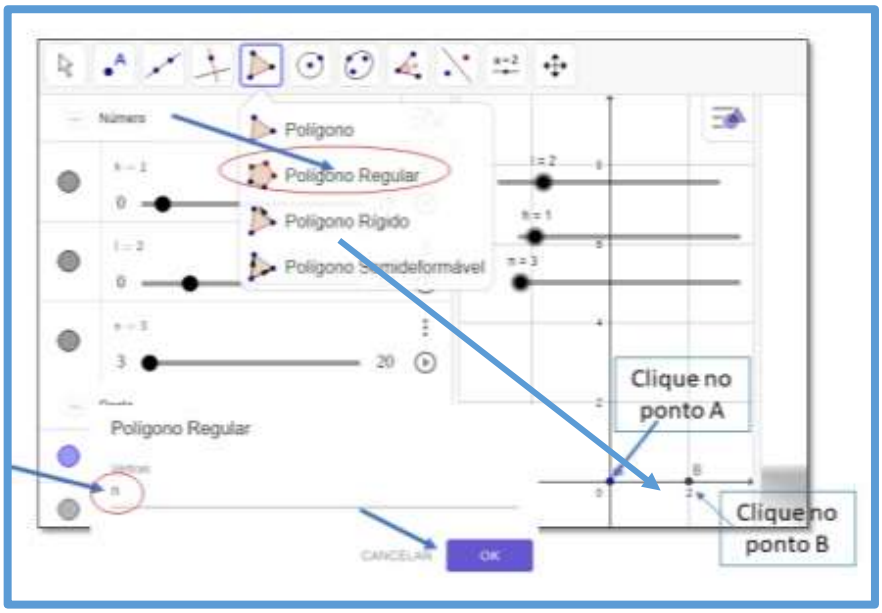
Após criar os controles deslizantes, clique em Esc no teclado do computador ou selecione a ferramenta mover no ícone

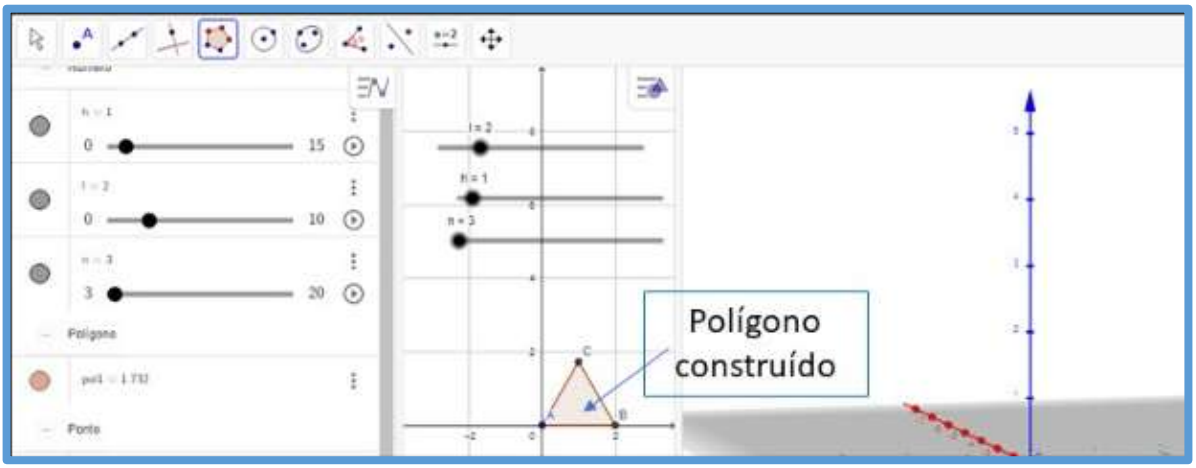
3**.** Clique na janela de visualização e arraste o gráfico segurando o botão esquerdo do mouse até aparecer a origem do sistema cartesiano (ponto onde as retas x e y se cruzam). Em seguida, crie dois pontos na janela de álgebra, para isso, na opção entrada na janela de álgebra digite **A= (0,0,0)** dê enter e **B= (l,0,0)** dê enter, assim terá criado os dois pontos.

Para verificar a utilidade do controle deslizante **l**, arraste o ponto no controle deslizante **l** para o valor 2, ou para outro valor de sua preferência.

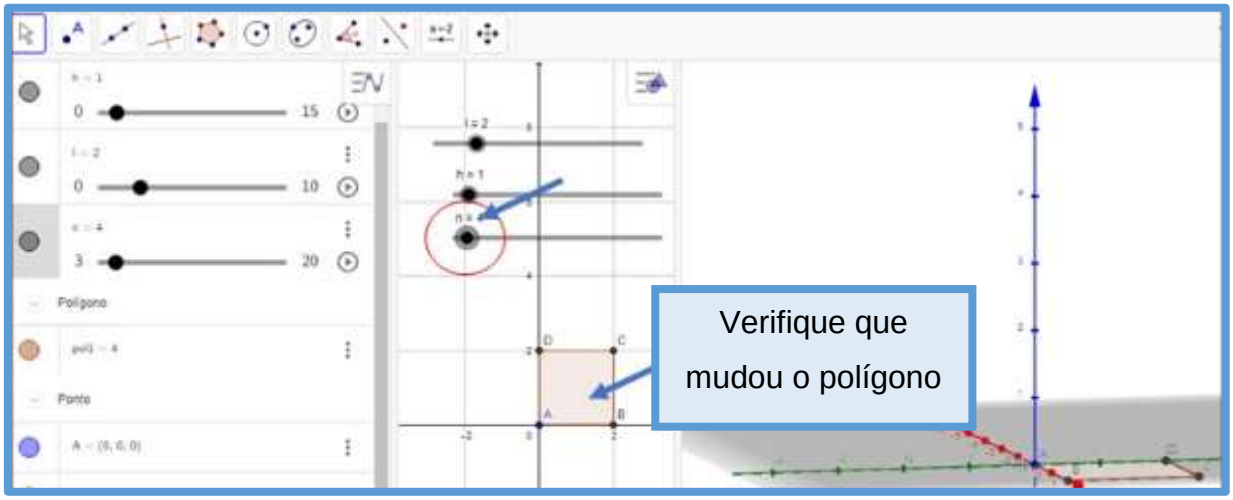


Agora crie um polígono regular que contenha o ponto A e o ponto B. Para isso, vá na barra de ferramentas e escolha na 5ª caixa a opção polígono regular e depois clique no ponto A e no ponto B para criar o polígono. Aparecerá uma janela para colocar a quantidade de vértice do polígono, informe a letra **n** e clique em OK.

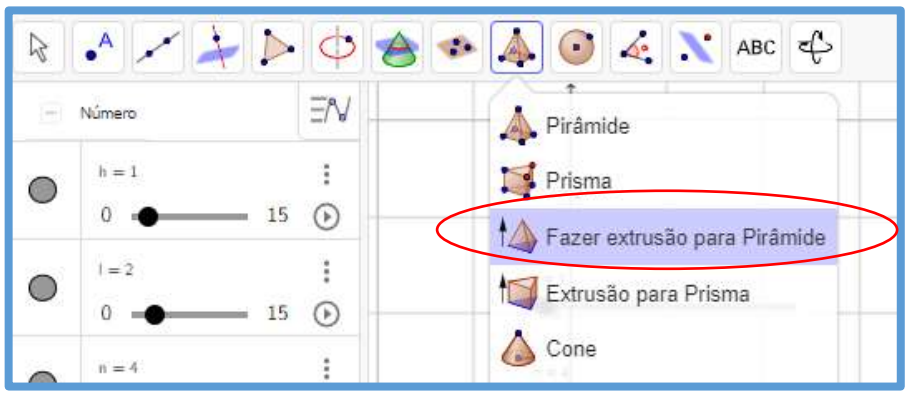


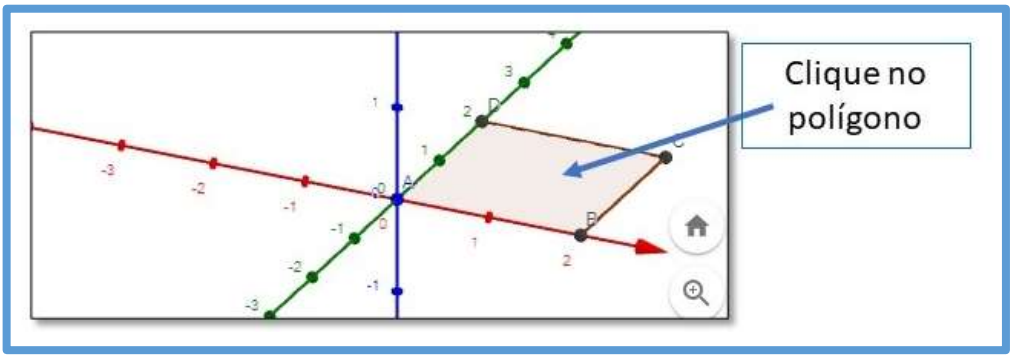


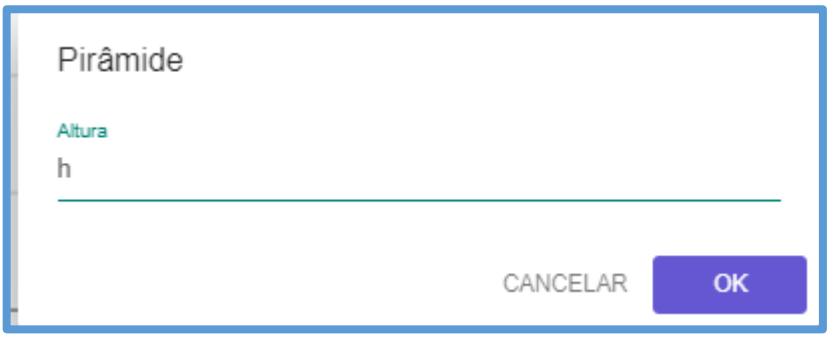
Após criar o polígono, verifique a utilidade do controle deslizante **n**, movendo o seu valor para 4, ou outro de sua preferência.

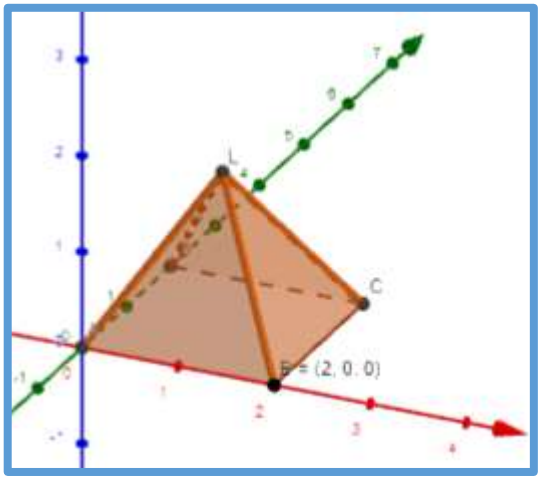


4. Crie a partir do polígono formado um prisma. Para isso, clique com o mouse na janela 3D, depois selecione na barra de ferramentas a 9ª caixa e escolha a opção **Fazer extrusão para Pirâmide** e clique no polígono criado na janela de visualização 3D, nesse momento, aparecerá uma janela para você informar o valor da altura, informe a letra **h**. Assim terá criado a pirâmide.







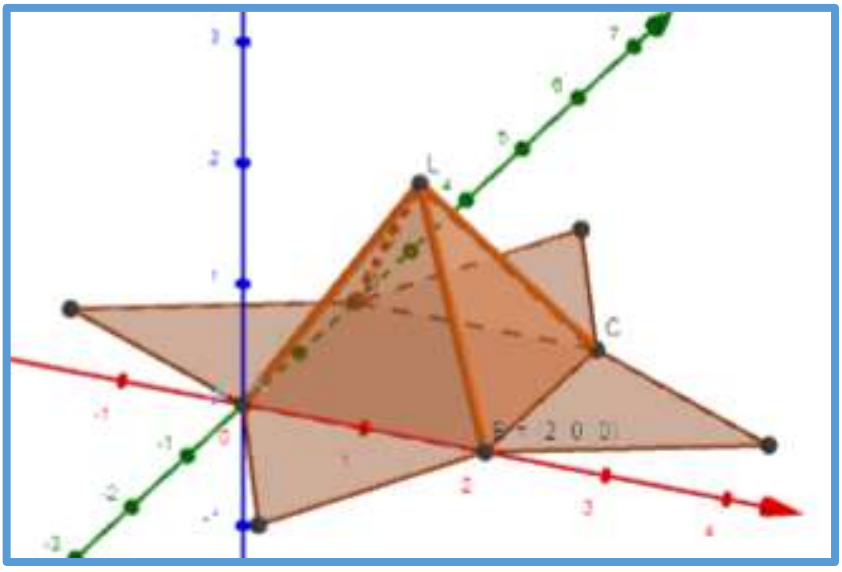


Se você movimentar o controle deslizante **l**, mudará a medida do lado, se movimentar o controle deslizante **h**, mudará a altura e se movimentar o controle deslizante **n**, mudará o número de lados do polígono da base.

Planificação

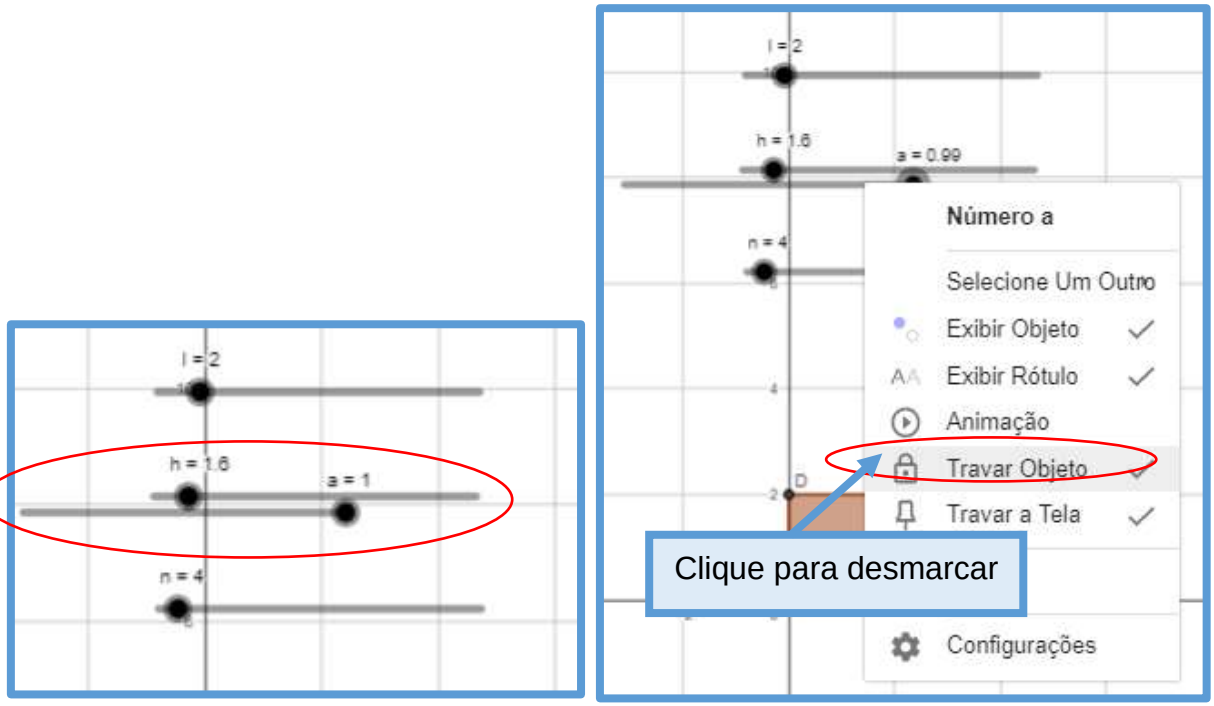
5. Para planificar a pirâmide, o processo é igual aos anteriores, ou seja, basta seguir o mesmo processo que foi feito na planificação do cubo e do prisma. Selecione na 9ª caixa a opção planificação. Depois clique com o mouse na pirâmide, aparecerá a planificação do Pirâmide. Após esse processo, você poderá manipular a planificação,

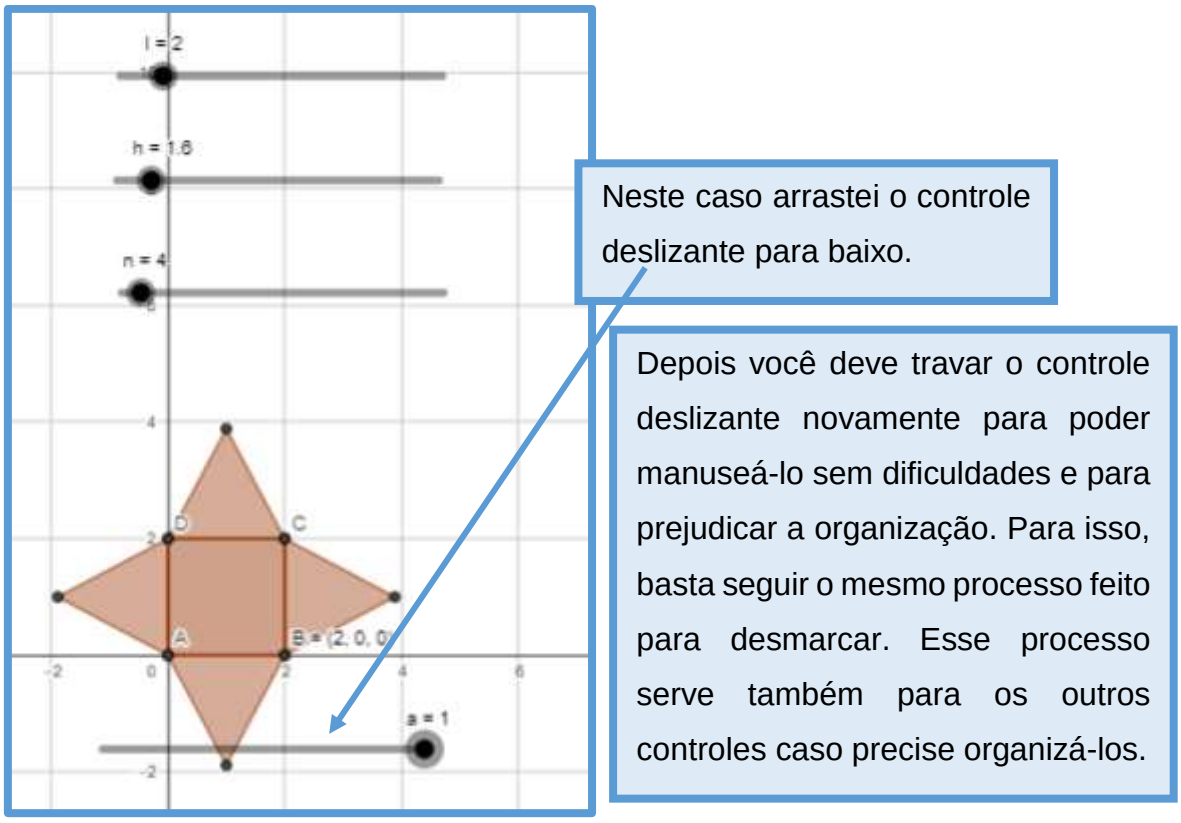
movimentando o controle deslizante que aparecerá na janela de álgebra e na janela de visualização, por meio do qual poderá abrir ou fechar a planificação.



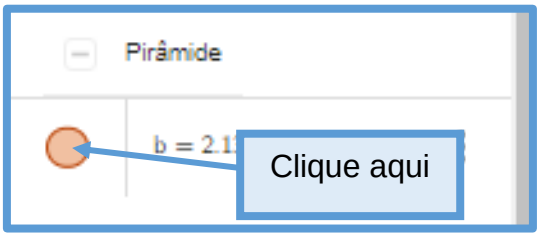
Ao realizar o processo de planificação vai ser criado um controle deslizante para a planificação e pode ocorrer que ele apareça em cima de outro controle deslizante, dessa forma, você terá que organizar a posição dos controles deslizantes. Para isso, clique no controle deslizante, clique no lado direito do mouse e desmarque a opção trava do objeto, depois segure o lado esquerdo do mouse no

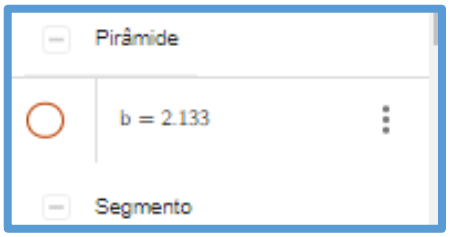
controle deslizante e arraste-o a uma posição que não interfira a movimentação do outro.

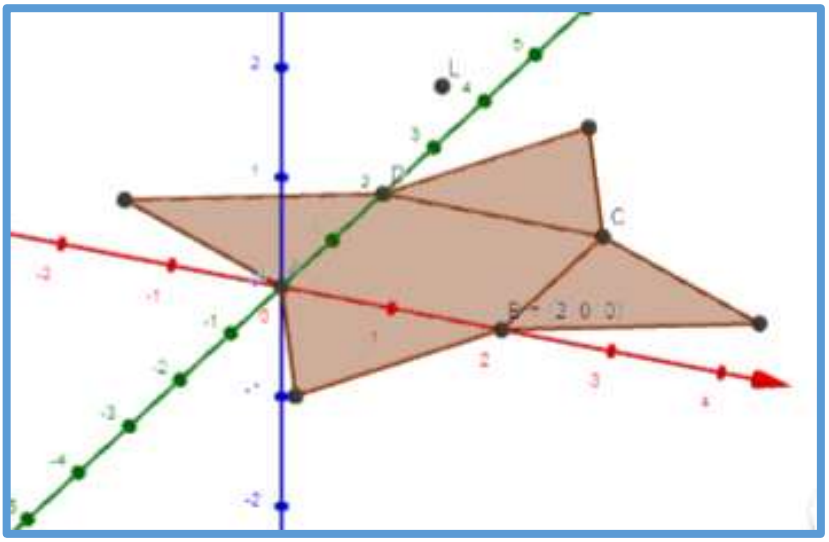




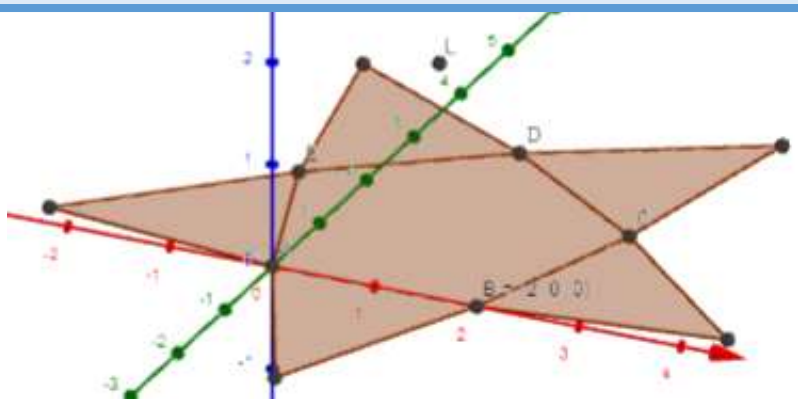
6. Caso queira exibir apenas a planificação, desmarque a seleção da pirâmide na janela de álgebra.







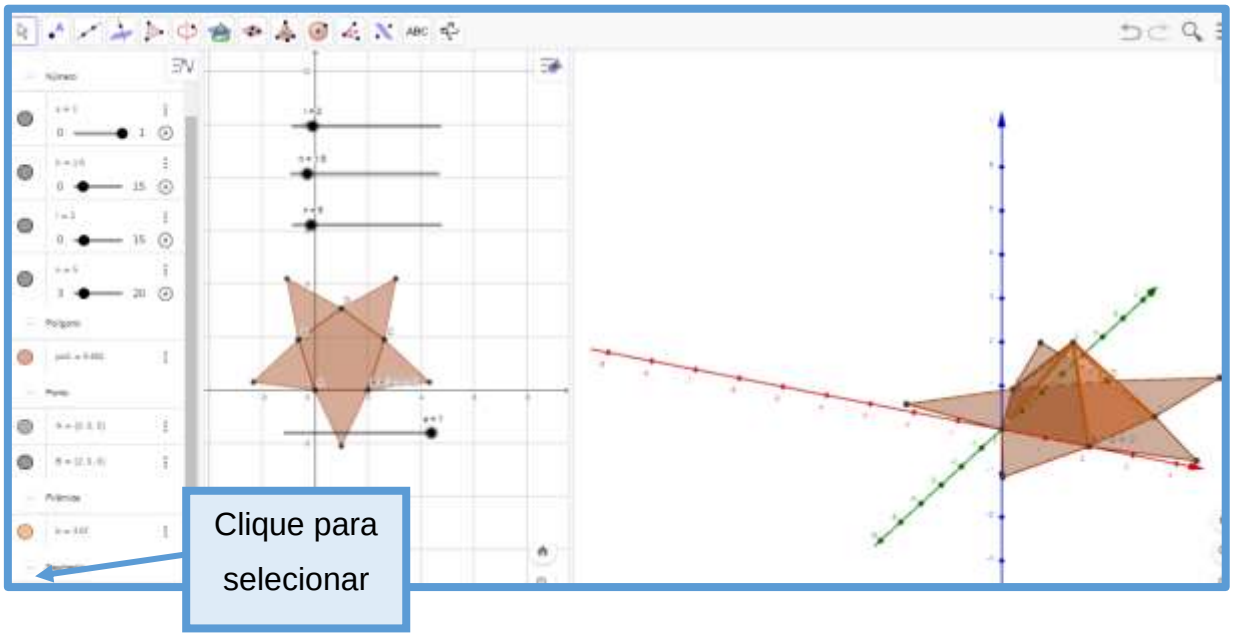
Se você modificar o valor de **n** no controle deslizante **n,** a base da pirâmide modificada e também a imagem da planificação.



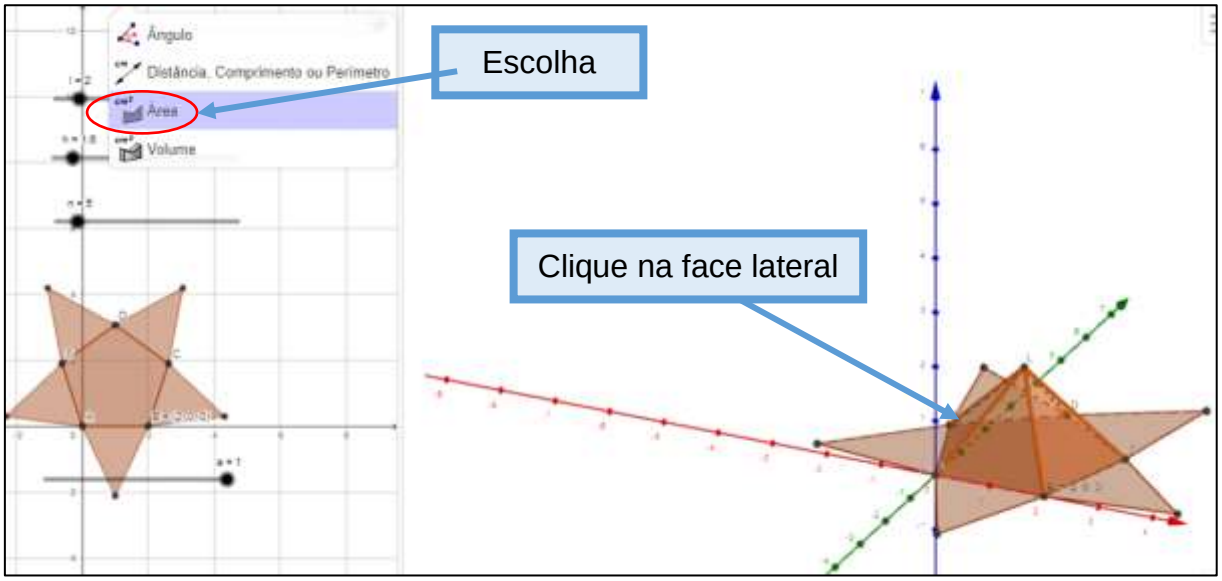
Planificação com **n = 5**

Área e Volume

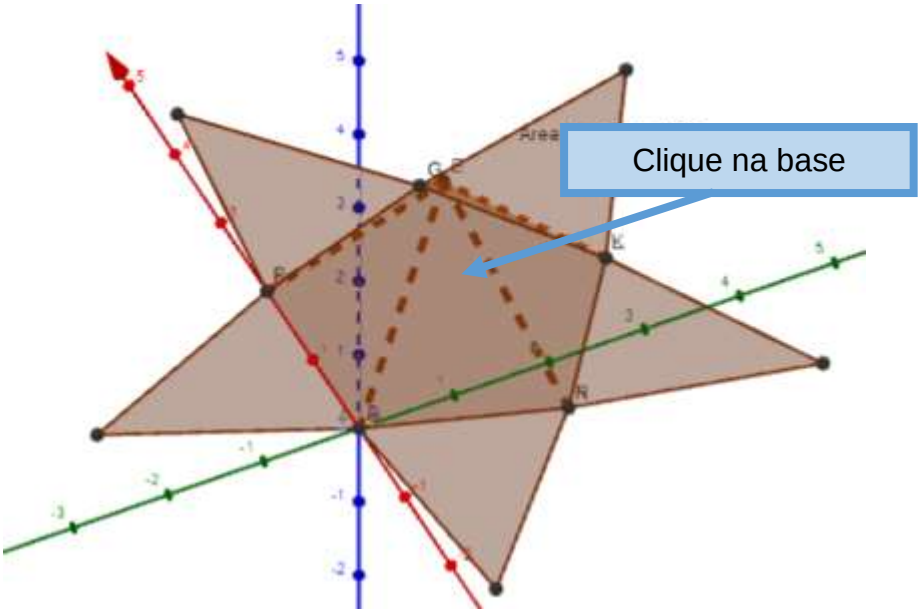
7. Selecione novamente a pirâmide na janela de álgebra para poder determinar a área de uma das faces e o seu volume.



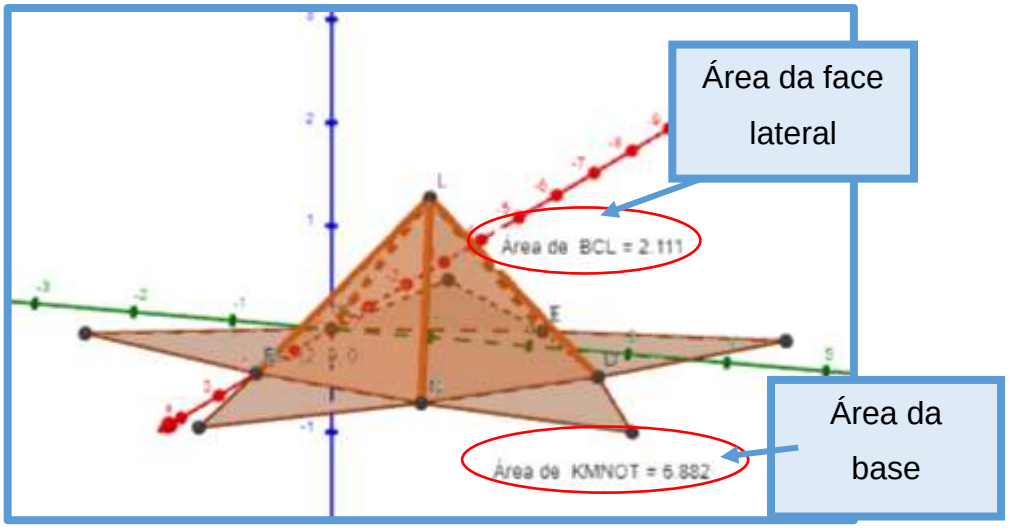
Para determinar a área de uma das faces e a área da base, clique na 10ª caixa na barra de ferramentas e escolha a opção área, depois clique em uma das faces lateral da pirâmide para aparecer o valor da área da face e depois clique na base para aparecer a área da base.



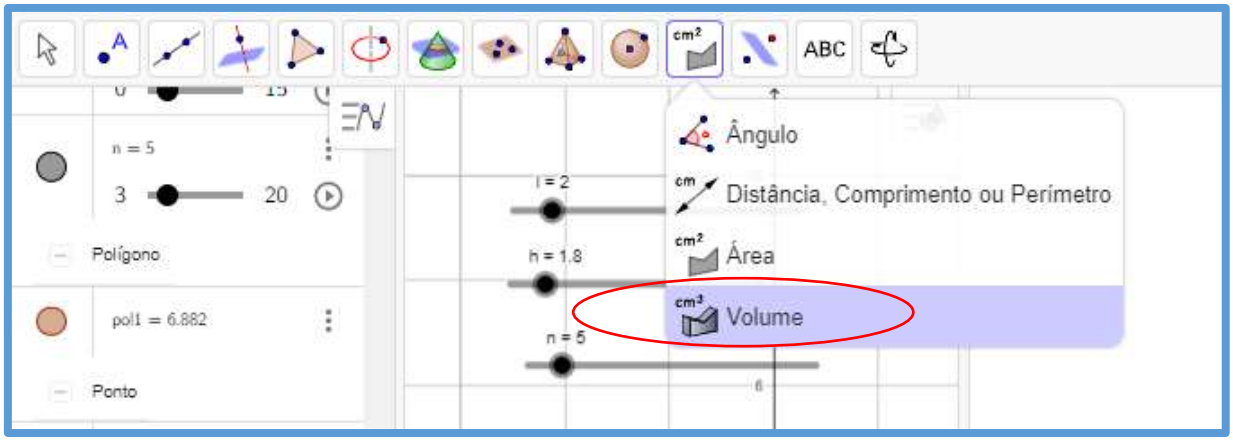
Para clicar na base você precisará mover a pirâmide de modo que a base fique visível. Para fazer esse processo selecione a ferramenta mover ou clique em ESC no teclado. Depois movimente a pirâmide, para a posição conforme a imagem abaixo, volte a escolher a opção área e clique na base.

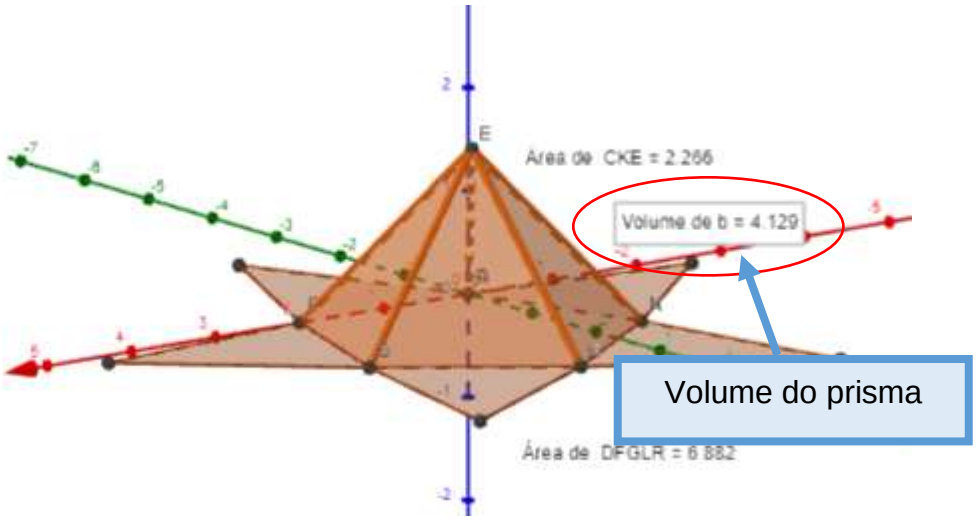


Clique em ESC ou na ferramenta mover e volte a pirâmide para a posição visual adequada. Depois clique nos valores das áreas e arraste-as para uma posição visual melhor.



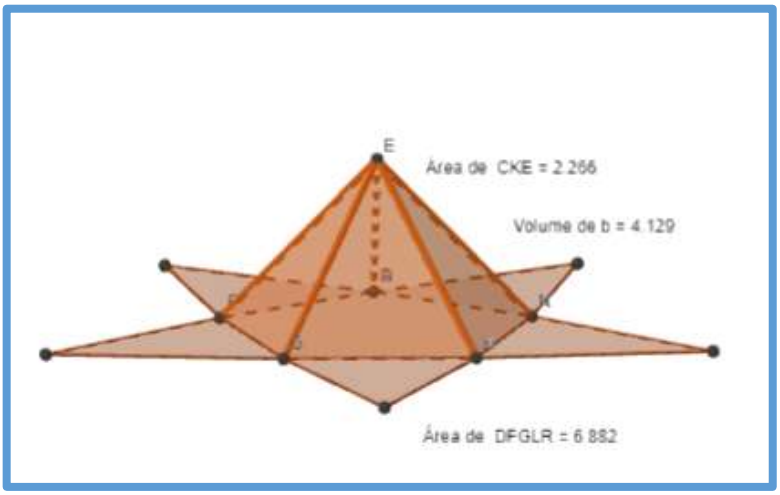
Para determinar o volume da pirâmide, clique na 10ª caixa da barra de ferramentas e escolha a opção volume, depois clique no prisma para aparecer o valor do volume.





Para mover a posição da faixa de exibição da área ou do volume, clique em ESC no teclado ou na ferramenta mover na barra de ferramentas. Depois clique e segure com o mouse o retângulo branco que aparece o valor da área ou do volume e movimente-os até ficar em uma posição desejável.

Caso você queira um efeito visual melhor, clique com o lado direito do mouse e desmarque a opção exibir eixos.



Questões para discussão

1) Faça a planificação de uma pirâmide cuja base é um hexágono (polígono com 6 lados) e diga quantos triângulos apareceu na planificação?

Resposta: 6 triângulos

2) Qual o número de arestas e vértices da pirâmide de base hexagonal?

Resposta: 12 arestas e 7 vértices

3) Faça a planificação de uma pirâmide cuja base é um quadrado e diga quantos triângulos apareceu na planificação?

Resposta: 4 triângulos

4) Qual a relação entre o número de triângulos que apareceu nas planificações e o polígono da base da pirâmide?

Resposta: O número de triângulos é igual ao número de arestas do polígono da base.

5) Qual o número de arestas e vértices da pirâmide de base heptagonal?

Resposta: 14 arestas e 8 vértices

6) Com base nas planificações anteriores, o que podemos verificar de comum e de diferentes entre as pirâmides?

Resposta: Em são as faces laterais que são triângulos e de diferente o polígono da base.

7) A partir do que você observou, o número de arestas e vértices da pirâmide é igual:

A) O número de arestas é igual ao dobro do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados desse polígono.

B) O número de arestas é igual ao dobro do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados mais 1.

C) O número de arestas é igual ao número de lados do polígono da base e o número de vértices também é igual ao número de lados desse polígono.

D) Não podemos relacionar o número de arestas e vértices com a base da pirâmide.

E) O número de arestas é igual ao triplo do número de lados do polígono da base e o número de vértices é igual ao número de lados desse polígono.

8) Represente no applet que você construiu quatro pirâmides com bases diferentes e determine a área de todas as faces laterais, a área das duas bases e a área total e o Volume dessas pirâmides.

Resposta: Dependerá das pirâmides escolhidas

Número de lados	**Nome da pirâmide**	**Área das faces laterais (soma da área de todas as faces laterais da pirâmide)**	**Área da base**	**Área total**

9) Com base na questão anterior, como podemos calcular a área total da superfície da pirâmide?

Resposta: Basta somar a área lateral com a área da base da pirâmide

10) Preencha o quadro abaixo, com a área de uma das bases, a altura e o volume dessas pirâmides?

Resposta: Dependerá das pirâmides escolhidas

Número de lados	Nome da pirâmide	Área da base	Altura da Pirâmide	Volume da Pirâmide

11) A partir do quadro, verifique o que acontece se dividirmos por 3, o produto da área da base pela altura da pirâmide?

Resposta: O volume da pirâmide

PROCEDIMENTOS PARA BAIXAR E USAR AS ATIVIDADES OFFLINE

Primeiro será necessário baixar os applets das atividades, com exceção dos applets das atividades 10, 11 e 12, que serão construídos pelos alunos, depois as questões deverão ser impressas.

Use os links abaixo e siga os passos para baixar os applets das atividades de 1 a 9.

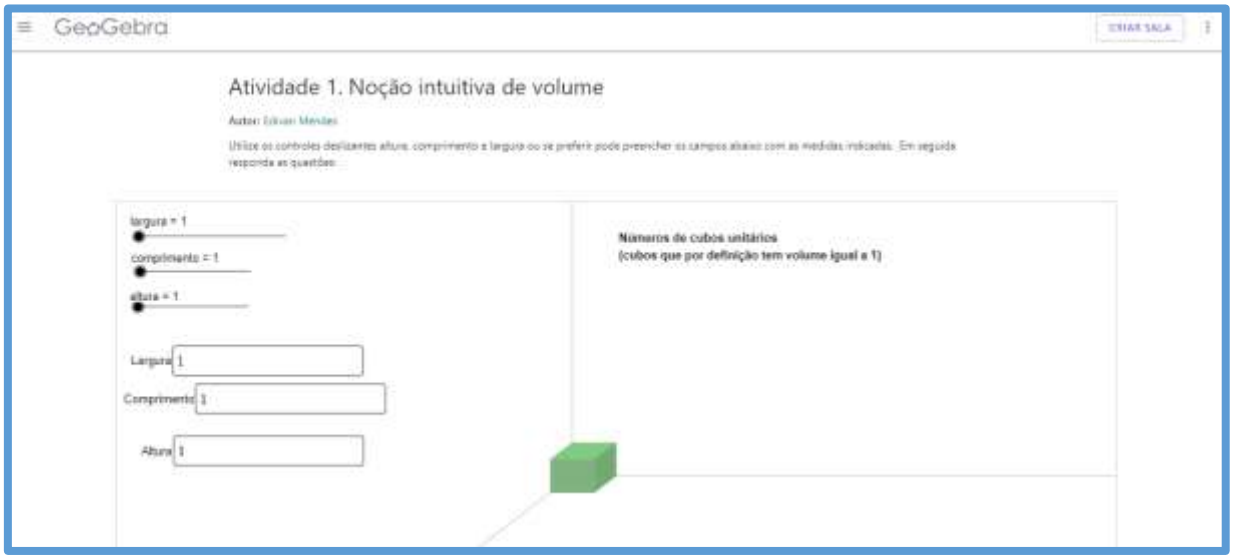
Atividades	Link para baixar o applet
Atividade 1	https://www.geogebra.org/m/mm4ebtek
Atividade 2	https://www.geogebra.org/m/s8h9ys88
Atividade 3	https://www.geogebra.org/m/q5wgrz47
Atividade 4	https://www.geogebra.org/m/w2ybswqf
Atividade 5	https://www.geogebra.org/m/xpgupska
Atividade 6	https://www.geogebra.org/m/gx4czb3h
Atividade 7	https://www.geogebra.org/m/dzvps88h
Atividade 8	https://www.geogebra.org/m/qcj4rnze
Atividade 9	https://www.geogebra.org/m/frgkfsqj

Os procedimentos para baixar os applets são iguais, ou seja, segue-se o mesmo raciocínio para baixá-los. Dessa forma apresentarei apenas o procedimento para baixar o applet 1, que servirá de modelo para os demais.

Passos

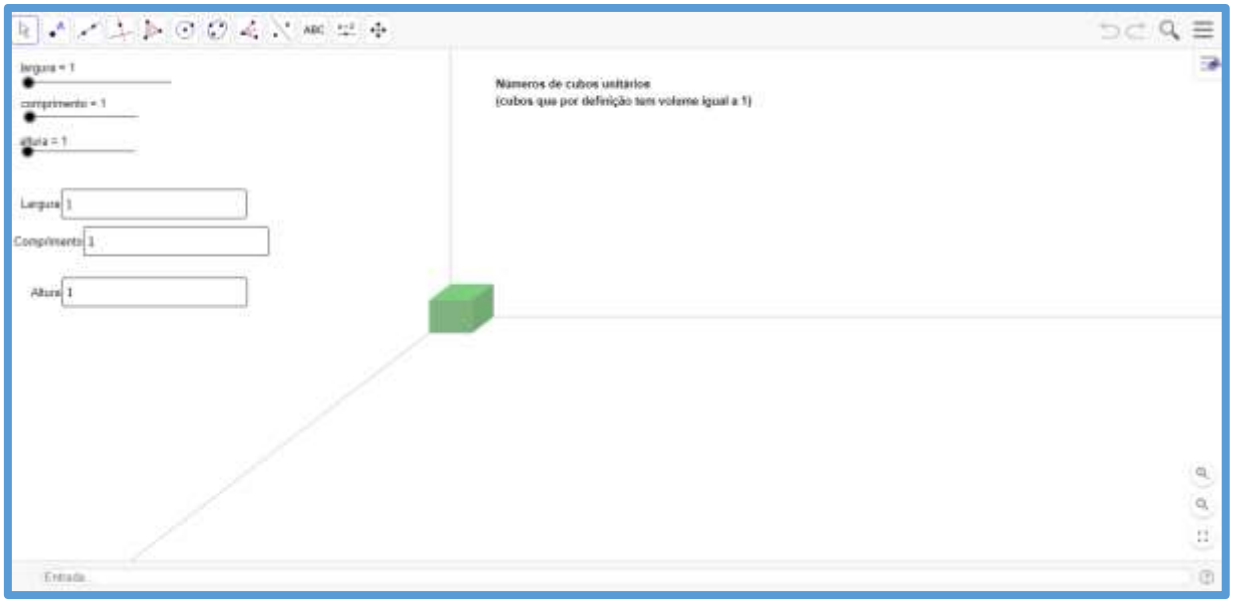
1) Copie o link disponibilizado na tabela acima e cole no seu navegador de internet e dê um enter.

Nesse momento você terá acesso a atividade.

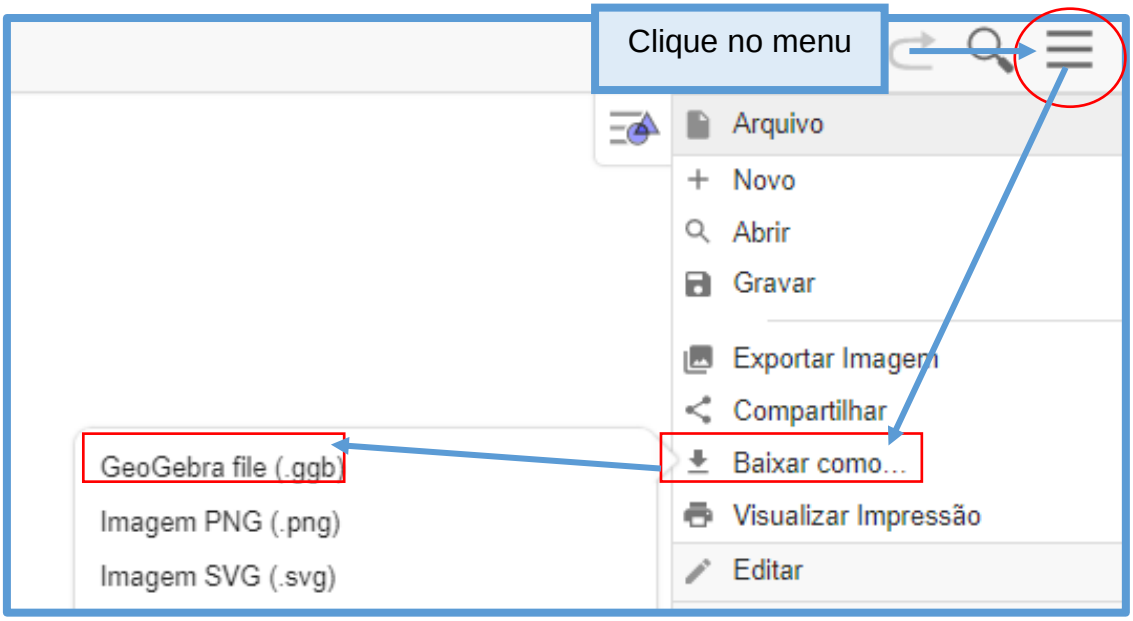


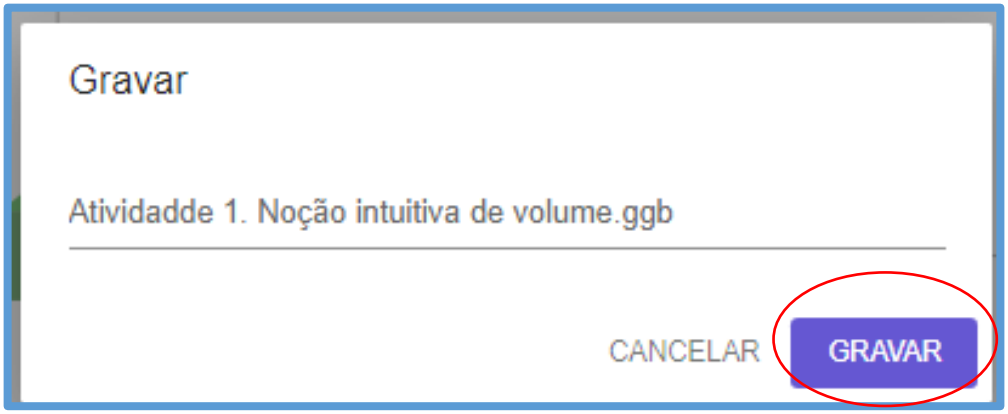
2) Clique nos três pontos que aparece na parte superior do lado direito e escolha a opção abrir com o GeoGebra App.

O applet vai ser aberto no aplicativo do Geogebra.

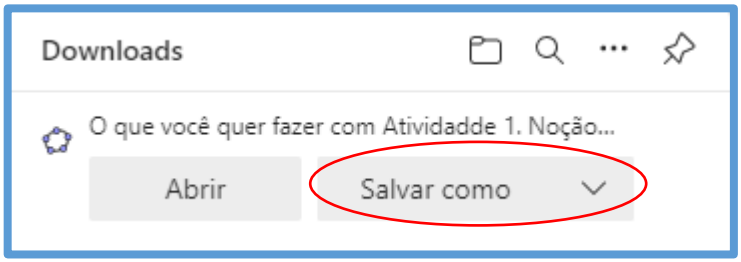


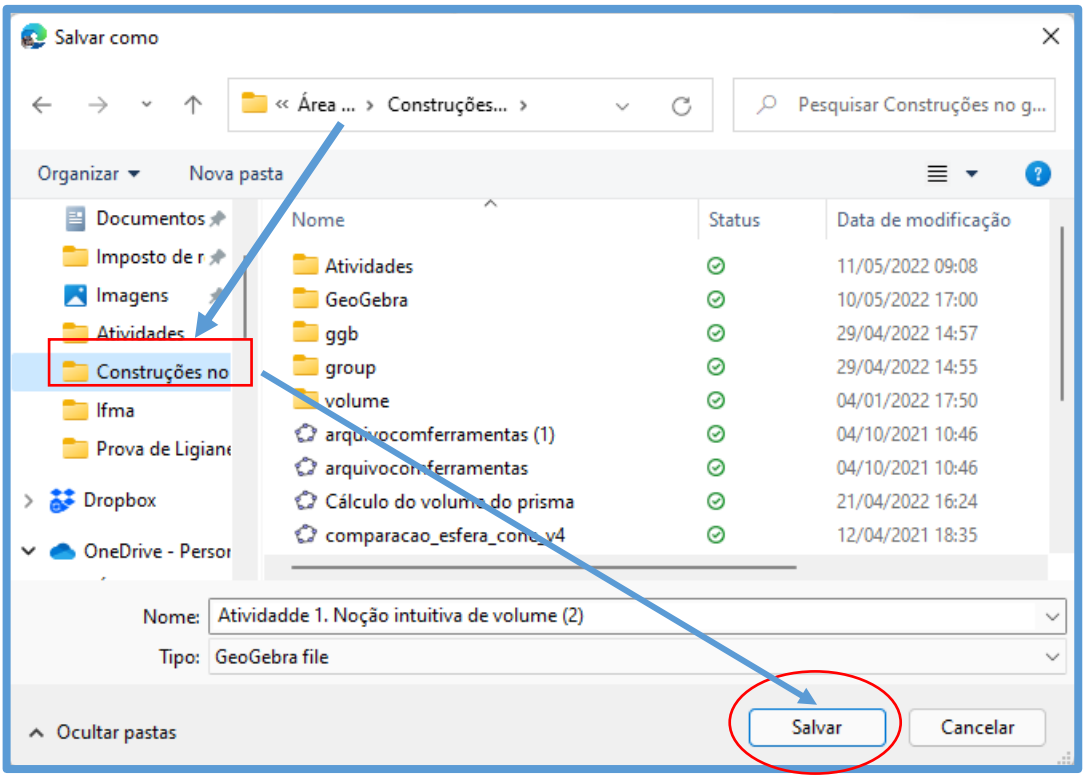
3) Clique no menu do Geogebra e escolha a opção Baixar como. Escolha a opção GeoGebra file (.ggb) e clique em gravar





4) Escolha opção Salvar como e escolha uma pasta para salvar.

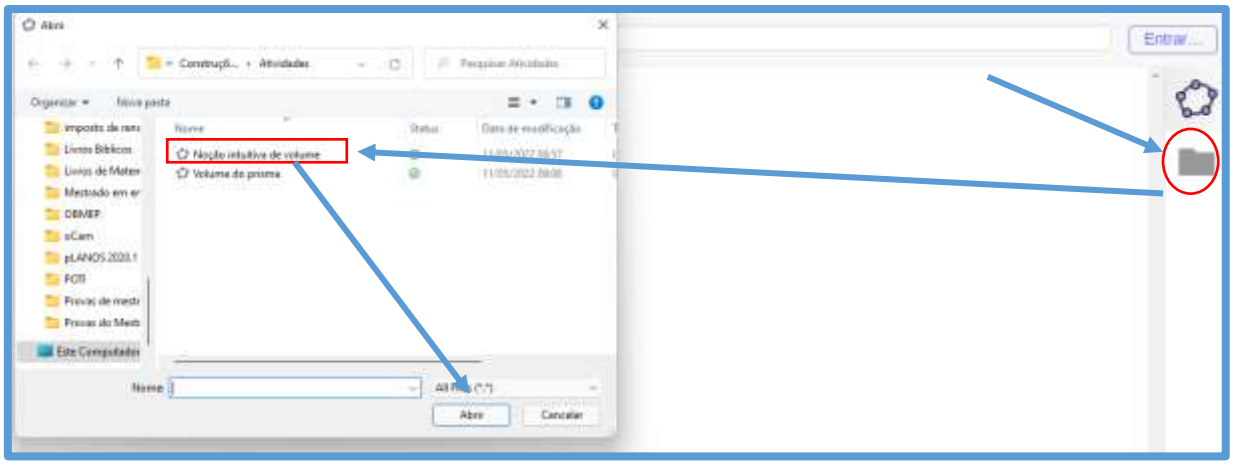


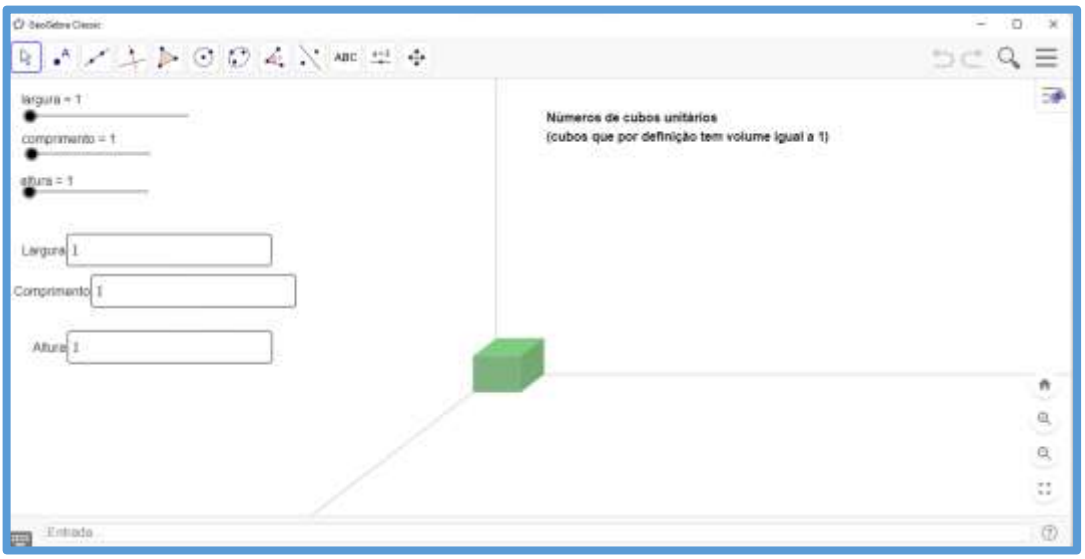


Aguarde alguns segundos e o download estará completo.

5) Para abrir o applet, dê dois cliques rápidos no arquivo baixado. Caso não apareça, abra primeiro o aplicativo do Geogebra, clique no menu e escolha a opção abrir.

Clique na pasta que fica abaixo do símbolo do Geogebra, ao aparecer a janela escolha a pasta onde o arquivo está, selecione o arquivo e clique em abrir e o applet aparecerá.





Siga os mesmos passos para baixar os outros applets. Depois faça um bom uso das atividades.

RECOMENDAÇÕES FINAIS

Este guia foi elaborado a fim de contribuir com o ensino de volume de Prismas e pirâmides, por meio do qual, apresentamos atividades construídas no Geogebra, as quais foram produzidas, tendo em vista, três aspectos: a necessidade que os professores possuem da utilização de recursos diferenciados para o ensino desse conteúdo, a possibilidade de uma aprendizagem melhor por parte dos alunos e o potencial didático do Geogebra.

A escolha de produzir as atividades no Geogebra, resultou da análise de outros trabalhos que destacaram as potencialidades que esse software oferece para o ensino de Matemática e de geometria. Assim conferimos que o ensino realizado com uso do Geogebra pode tornar o ensino mais eficaz e melhorar a aprendizagem dos alunos sobre o volume de prismas e pirâmides.

No entanto, a construção deste Guia de atividades, não seria simples, uma vez que, demandaria tempo e habilidade de manuseio do software, pois seria necessário construir as atividades na plataforma do Geogebra para depois disponibilizá-las aos professores. Nesse processo era preciso ter em mente, que um bom número de professores não possui um amplo conhecimento da ferramenta ou nunca utilizaram, assim, o material produzido deveria ser bem prático e fácil de utilizar, tanto para os professores, quanto para os alunos.

Com base nessa perspectiva, este trabalho buscou atender essas particularidades, garantindo que os professores não ficassem com receio de usar o recurso em sala de aula, mas que também, o conteúdo volume de prismas e pirâmides fosse trabalhado de forma eficiente e didática.

As atividades apresentadas aqui, foram produzidas para que qualquer professor de Matemática possa utilizar em sala de aula, mesmo aqueles que nunca utilizaram o Geogebra. As atividades 1, 2, 3, 4, 10, 11 e 12, recomendamos que sejam usadas para introduzir o conteúdo, enquanto, as atividades 5, 6, 7, 8 e 9, recomendamos o uso para aprofundamento, no entanto, ressalto que os professores podem organizá-las e utilizadas da maneira que for útil para sua sala de aula.

Assim, recomendamos o uso deste Guia de atividades pelos professores de Matemática, pois foi feito para auxiliá-los no processo de ensino de volume de prismas e pirâmides, visando um ensino mais dinâmico, atrativo, prazeroso, que produza uma aprendizagem significativa aos alunos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

COUTINHO JÚNIOR, Francisco Raimundo. **Volumes de Sólidos Geométricos**: uma proposta de ensino com o auxílio do software geogebra. 2018. 131 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, 2018. Disponível em: https://portais.univasf.edu.br/. Acesso em: 23 ago. 2021.

GEOGEBRA. **Sobre o Geogebra**. Disponível em: https://www.geogebra.org/. Acesso em: 16 ago. 2021.

ISOTANI, Seiji; BRANDÃO, Leônidas de Oliveira. Como Usar a Geometria Dinâmica? O papel do professor e do aluno frente às novas tecnologias. In: WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA, 12., 2006, Campo Grande. **Anais [...].** Campo Grande: Sbc, 2006. p. 120-128. Disponível em: https://www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/view/882. Acesso em: 16 fev. 2022.

MARTINEZ, Marcia Lorena Saurin; NOVELLO, Tanise Paula. Uma proposta para o ensino de geometria na educação básica**.** in: **congresso internacional de ensino de matemática**, 6, 2013, Canoas. **Anais...** Canoas: Ulbra, 2013. Disponível em: http://www.conferencias.ulbra.br. Acesso em: 22 de abr. 2021.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria:** visão histórica. 1989. 201 f. Dissertação (Doutorado) - Curso de Mestrado em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989. Disponível em: repositorio.unicamp.br. Acesso em: 06 out. 2021.

SAMPAIO, Raissa Samara. **Geometria e visualização**: ensinando volume com o software geogebra. 2018. 96 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita, Rio Claro, 2018. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/. Acesso em: 13 dez. 2021.

SANTOS, Ednardo Lopes dos. **Possibilidades de uso do Geogebra para compreensão de conceitos geométricos da geometria espacial:** uma experiência com alunos do terceiro ano do ensino médio**.** 2017. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Sudoesta da Bahia, Vitória da Conquista, 2017. Disponível em: http://www2.uesb.br/ppg/profmat. Acesso em: 18 jan. 2021.

SILVA, Jocélio Aguiar da. **Geometria Espacial**: volume de cilindros, cones e esferas através de resolução de problemas. 2019. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2019. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/. Acesso em: 13 dez. 2021.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: **"ENSINO DE VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES POR MEIO DE ATIVIDADES NO GEOGEBRA".**

Mestrando: **EDIVAN MENDES**

Data da avaliação: **31/08/2022**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

( ) Estudantes do Ensino Fundamental ( ) Estudantes do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental (X) Professores do Ensino Médio

( ) Outros: _____

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

( ) Sequência Didática ( ) Página na Internet ( ) Vídeo

(X) Texto Didático (alunos/professores) ( ) Jogo Didático ( ) Aplicativo

(x) Software ( ) Outro:

b) *Possui URL:* (X) Sim, qual o URL: https://www.geogebra.org/m/zjjrzfuf

( ) Não ( ) Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? _____

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? _____

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? _____

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Possui sumário:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
b) *Possui orientações ao professor:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
c) *Possui orientações ao estudante:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
d) *Possui objetivos/finalidades:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
e) *Possui referências:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
f) *Tamanho da letra acessível:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
g) *Ilustrações são adequadas:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

( ) Sim, onde:_____

( ) Não, justifique: _____

(X) Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(X) Sim, onde: Em turmas do ensino Médio de qualquer rede de ensino

( ) Não, justifique: _____

( ) Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

(X) Sim, onde: online por meio de um questionário no forms

( ) Não, justifique: _____

( ) Não se aplica

d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

( ) na escola, como atividade regular de sala de aula

( ) na escola, como um curso extra

(X) outro: Foi disponibilizado aos professores em formato pdf, os quais analisaram e avaliaram a produção e sua utilidade.

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

( ) Alunos do Ensino Fundamental

( ) Alunos do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental

(X) Professores do Ensino Médio

( ) outros membros da comunidade escolar, tais como _____

( ) outros membros da comunidade, tais como _____

O produto educacional foi considerado:

(X) APROVADO ( ) APROVADO COM MODIFICAÇÕES ( ) REPROVADO

MEMBROS DA BANCA Assinaturas

Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva (Presidente)

Ana Kely Martins da Silva.

Doutora em Educação
IES de obtenção do título: PUC/RJ

Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira (Examinador 01)

Doutora em Bioinformática
IES de obtenção do título: UFPA

Profa. Dra. Talita Carvalho Silva de Almeida (Examinador 02) Talita Carvalho Silva de Almeida

Doutora em Educação Matemática
IES de obtenção do título: PUC/SP

AUTORES:

Edivan Mendes

Possui Licenciatura em Ciências com habilitação em matemática pela Universidade Estadual do Maranhão (2014), Mestrado Profissional em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará (2022), Especialização em Ensino de Matemática e Física pelo Instituto de Ensino Superior Franciscano (2014) e Especialização em Matemática Financeira e Estatística pela Faculdade Única (2019). Atualmente é professor efetivo do Instituto Federal do Maranhão - Campus Santa Inês. (edivan.mendes@ifma.edu.br)

Ana Kely Martins da Silva

Graduada em Pedagogia pela Universidade do Estado do Pará (1992), Especialista em Metodologia da Educação Superior pela PUC/MG, Mestre em Ciências da Educação Docência Universitária - IPLAC/ UEPA (2000), Doutora em Educação pela PUC/RJ e Pós- Doutora em Educação com ênfase em Psicologia Cognitiva pela Universidade de Flores (Buenos Aires). Atua profissionalmente como professora efetiva da Universidade do Estado do Pará- UEPA, desde 1994. (anakely2@yahoo.com.br)

Possui graduação em Licenciatura em Matematica e em Tecnologia em Processamento de Dados, especialização em Informática Médica, mestrado em Ciências da Computação e Doutorado em Genética e Bilogia Molecular (Bioinformática). Participa do desenvolvimento de tecnologias aplicadas ao ensino de Matemática. Atualmente é professora adjunta da Universidade do Estado do Pará. (cinthiames@yahoo.com.br)

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Mestrado profissional em ensino de Matemática
Trav. Djalma Dutra, s/nº – Telégrafo
66050-540 Belém - PA
www.uepa.br