

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



Ulisses Marçal de Carvalho
Roberto Paulo Bibas Fialho
Pedro Franco de Sá

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE TRONCO DE PIRÂMIDE.

Produto Educacional

Belém
2022

Clay Anderson Nunes Chagas
Reitor da Universidade do Estado do Pará

Ilma Pastana Ferreira
Vice-Reitora da Universidade do Estado do Pará

Jofre Jacob da Silva Freitas
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

Anderson Madson Oliveira Maia
Diretor do Centro de Ciências Sociais e Educação

Fábio José da Costa Alves
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Matemática

Natanael Freitas Cabral
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Matemática

Diagramação e Capa: Diego Miranda e os autores

Revisão: Os autores

Conselho Editorial

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva
Prof. Dr. Antônio José Lopes
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha

Profa. Dra. Celsa Hermínia De Melo Maranhão

Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira

Profa. Dra. Claudianny Amauri Noronha

Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz

Prof. Dr. Dorival Lobato Junior

Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira

Profa. Dra. Eliza Souza da Silva

Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves

Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva

Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo

Profa. Dra. Glaudianny Amauri Noronha

Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias

Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares

Prof. Dr. João Claudio Brandemberg Quaresma

Prof. Dr. José Antônio Oliveira Aquino

Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento

Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo

Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz

Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos

Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha

Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo

Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil

Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho

Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva Almeida

Comitê de Avaliação

Roberto Paulo Bibas Fialho

Pedro Franco de Sá

José Messildo Viana Nunes

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém – PA

Carvalho, Ulisses Marçal de

Uma sequência didática para o ensino de tronco de pirâmide: produto educacional / Ulisses Marçal de Carvalho, Roberto Paulo Bibas Fialho, Pedro Franco de Sá. Belém - 2022.

Produto educacional vinculado à Dissertação “Ensino de tronco de pirâmide através de meios tecnológicos e materiais concretos” do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

1. Ensino de matemática. 2. Geometria espacial-Estudo e ensino. 3. Sequência didática. I. Fialho, Roberto Paulo Bibas. II. Sá, Pedro Franco de. III. Título.

CDD. 23ed. 516.23

ISBN: 978-65-00-60779-6

Elaboração da Ficha Catalográfica: Regina Ribeiro CRB-2/739



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: **“Uma sequência didática para o ensino de tronco de pirâmide”**

Mestrando (a): **ULISSES MARÇAL DE CARVALHO**

Data da avaliação: **01/09/2021**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

- () Estudantes do Ensino Fundamental (x) Estudantes do Ensino Médio
() Professores do Ensino Fundamental () Professores do Ensino Médio
() Outros: _____

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

- (x) Sequência Didática () Página na Internet () Vídeo
() Texto Didático (alunos/professores) () Jogo Didático () Aplicativo
() Software () Outro: _____

b) *Possui URL:* () Sim, qual o URL: _____
(x) Não () Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

- (x) Sim
() Não. Justifique? _____

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

- (x) Sim
() Não. Justifique? _____

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

- (x) Sim
() Não. Justifique? _____

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

- a) *Possui sumário:* (x) Sim () Não () Não se aplica
b) *Possui orientações ao professor:* (x) Sim () Não () Não se aplica
c) *Possui orientações ao estudante:* () Sim (x) Não () Não se aplica
d) *Possui objetivos/finalidades:* (x) Sim () Não () Não se aplica
e) *Possui referências:* (x) Sim () Não () Não se aplica
f) *Tamanho da letra acessível:* (x) Sim () Não () Não se aplica
g) *Ilustrações são adequadas:* (x) Sim () Não () Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

- (x) Sim, onde: Escola de ensino médio.
() Não, justifique: _____

() Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(x) Sim, onde: Escolas de ensino fundamental I e II e formação de professores.

() Não, justifique: _____

() Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

(x) Sim, onde: Escola de Ensino Médio

() Não, justifique: _____

() Não se aplica

d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

(x) na escola, como atividade regular de sala de aula

() na escola, como um curso extra

() outro: _____

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

() Alunos do Ensino Fundamental

(x) Alunos do Ensino Médio

() Professores do Ensino Fundamental

() Professores do Ensino Médio

() outros membros da comunidade escolar, tais como _____

() outros membros da comunidade, tais como _____

O produto educacional foi considerado:

(x) APROVADO () APROVADO COM MODIFICAÇÕES () REPROVADO

MEMBROS DA BANCA

Assinaturas

Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho (Presidente)

Doutora em Educação – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Universidade do Estado do Pará

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Universidade do Estado do Pará

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

Doutor em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Universidade Federal do Pará

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	8
2. ASPECTOS CONCEITUAIS DO ENSINO DE TRONCO DE PIRÂMIDE.....	10
3. ENSINO POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS	12
4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	16
4.1 ATIVIDADE 1	16
4.2 ATIVIDADE 2	20
4.3 ATIVIDADE 3	24
4.4 ATIVIDADE 4	29
4.5 ATIVIDADE 5	35
4.6 ATIVIDADE 6	40
4.7 ATIVIDADE 7.....	44
4.8 ATIVIDADE 8	48
4.9 ATIVIDADE 9	52
REFERÊNCIAS.....	56
APÊNDICE 1	57
APÊNDICE 2	58
SOBRE OS AUTORES	59

1. APRESENTAÇÃO

Este produto educacional foi construído a partir de uma dissertação intitulada “Ensino de Tronco de Pirâmide Através de Meios Tecnológicos e Materiais Concretos”, desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEM) da Universidade do Estado do Pará (UEPA) – Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.

Desta forma, propomos uma sequência de atividades baseada na metodologia da engenharia didática cujo objetivo foi a elaboração de um produto educacional que venha contribuir com o ensino de tronco de pirâmide atendendo a professores de matemática do ensino médio da educação básica, tornar-se uma alternativa para a melhoria da aprendizagem dos estudantes neste tema.

Para a construção da sequência didática que será aqui exposta utilizamos como aporte teórico da aprendizagem por (re)descoberta segundo Jerome Bruner e David Ausubel, segundo Bruner (1969) ‘a aprendizagem só ocorre, quando conceitos relevantes e inclusivos ficam disponível na estrutura cognitiva do indivíduo’ (SUCUPIRA LINS, p. 62, 2018) e Ausubel (2003) a ‘aprendizagem significativa é a organização do material na estrutura cognitiva. A experiência cognitiva é caracterizada pelo processo de integração dos conhecimentos, no qual os conceitos novos interagem com os já existentes’. (SUCUPIRA LINS, p. 63, 2018).

Desta forma, cada atividade foi pensada e elaborada, a partir das análises prévias, para proporcionar e interagir com conhecimentos prévios aos novos. Visto que, todo esse processo fez-se necessário para que pudéssemos identificar as dificuldades de aprendizagem no ensino de tronco de pirâmide e quais metodologias seriam necessárias para reduzir tais dificuldades.

Assim, a contribuição desta pesquisa aos docentes, foi para que tomassem conhecimento desses métodos de construção de atividades que proporcione ao educando uma forma diferenciada de se estudar conceitos matemáticos adotando uma melhor estratégia cognitiva na resolução de problemas de tronco de pirâmide.

Ao se proceder os diagnósticos, a partir das análises feitas nas intervenções iniciais, percebeu diversos fatores geradores de obstáculos e dificuldades epistemológica em problemas envolvendo os conceitos de tronco de pirâmides, desde a semântica do problema até a aplicação incorreta dos formulários, déficit de conceitos

não estudados anteriormente e problemas elaborados de forma a não contemplar situações exploratórias mais complexas.

A sequência didática é composta de 9 atividades que abordam os conceitos iniciais de formação e classificação de sólidos, cálculos das áreas laterais, cálculo das áreas totais e volume, este sendo possível resolvê-lo de duas maneiras distintas, de acordo com o problema; pela diferença de volumes ou pela média heroniana – a fórmula mais usada, apresentamos uma abordagem não usual de uma fórmula obtida por meio de um fator de redução da pirâmide original, para calcular o volume do tronco de pirâmide.

Utilizamos, ainda, para dar suporte na visualização das faces e cálculo de volume, dois artefatos, um tecnológico – a calculadora de volumes de tronco de pirâmide, e outro material – *Fanzine*, a partir da terceira atividade.

Objetivamos com esse trabalho apresentar uma ferramenta alternativa ao professor, para que faça uso em sala de aula e amplie sua metodologia de trabalho e que possa criar suas atividades, a partir de situações de dificuldades vivenciadas por seus alunos e, superar obstáculos epistemológicos.

Ressaltamos, ainda, que algumas atividades foram introduzidas e/ou modificadas ao longo da aplicação da Sequência Didática (SD), por se detectar inconsistências nos cálculos, pois, no momento da execução dos cálculos, alguns valores estavam inconclusos, após diálogo com os docentes, chegou-se à conclusão que deveríamos substituir algumas das imagens e suas respectivas medidas, utilizadas por outras, com novas medidas e mais precisas. As imagens substituídas, foram geradas no *software Geogebra*, o que nos permitiu uma proporção entre as medidas mais adequadas e que se chegasse aos resultados de forma mais precisa. Desta forma, as atividades apresentadas nesse produto, não foram utilizadas na aplicação da SD, mas, os demais quadros e tabelas com as respectivas indagações, não sofreram alterações. Foram, ainda, acrescentados os “exercícios de aprofundamentos” compostos de cinco questões para cada atividade apresentada como uma forma de verificar a retenção de conhecimentos anteriormente estudados, de acordo com cada atividade desenvolvida na SD.

Esperamos, com este produto educacional, colaborar com colegas professores no ensino de tronco de pirâmide e na obtenção de construções de Sequências Didáticas - SD, utilizando como metodologia a Engenharia Didática com as estratégias

apresentadas pelo Ensino por Redescoberta Experimental para as consecuições de novas SD em outros campos conceituais da Matemática.

2. ASPECTOS CONCEITUAIS DO ENSINO DE TRONCO DE PIRÂMIDE

A matemática, do jeito que a concebemos, foi construída em cima de antigos patamares conceituais criado pela mente humana, é dessa forma que ela evolui, firma-se, fazendo ligações entre um campo conceitual e outro. Dessa forma, vai-se criando modelos dentro de realidade ou dentro de seu mundo, próprio dela. Para que ela faça um *link* entre algo que só existe em determinado campo, com outro que pode estar nela, a matemática, lança mão de representações que se assemelham ao que já tem em seu domínio para construir algo até então inexistente. Assim, por exemplo, veja a questão dos números, seriam apenas quimeras não fosse os numerais, ou seja, códigos criados para representar determinada quantidade. Assim, foram surgindo os campos conceituais na matemática. É ela quem cria as “pontes” entre as representações reais, entre o mundo das coisas, das ideias e as representa de forma simbólica, em seu mundo, criando estruturas reforçadas pelas propriedades advindas daqueles patamares pé existentes. Dessa forma, valida suas novas estruturas.

O campo conceitual da Geometria Euclidiana Plana é abordado nas escolas, do nível fundamental ao médio, de forma desencadeada ou desconexa das aplicabilidades práticas ou mesmo sem nenhuma ordem específica de hierarquia, destoando da organização feita por Euclides (em grego antigo: Εὐκλείδης *Eukleidēs*; fl. c. 300 AC)¹ e organizada em seu “Os elementos”, feito que jamais foi alcançado por nenhum outro campo conceitual da Matemática ou Matemático.

Como afirma Leite (2016, p. 5)²:

A Geometria Euclidiana é uma linguagem formal, uma das mais sofisticadas e bem organizadas entre aquelas geradas pelo ser humano, praticamente a primeira ciência estabelecida a partir de um conjunto de axiomas. Apesar disto, ela se vê hoje apresentada, na maioria absoluta das escolas, como um amontoado de informações sem nenhuma conexão e praticamente sem a possibilidade de aplicação na vida escolar (como no estudo das Ciências, como a Física ou a Química) ou mesmo, minimamente, na vida prática.

¹ Segundo Os Elementos traduzido por Irineu Bicudo, Editora UNESP, 2009. (EUCLIDES. Os Elementos: tradução e introdução de Irineu Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP, 2009

² LEITE, Aury de Sá. 40 Jogos Para o Pensamento Lógico Edição Preliminar (Draft) do Volume 1 de 4 da Coleção: Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático.

Historicamente, no Brasil, o ensino de geometria espacial vem sendo trabalho nas escolas de educação básica de forma tradicional, onde se trabalha os conceitos iniciais com listas de exercícios posteriores. A situação piora no ensino de tronco de pirâmide, quando ministrado pelo professor, este é normalmente deixado para o final do ano, quando já não resta o tempo suficiente para uma abordagem mais completa, ficando este apenas na aplicação da fórmula.

A epistemologia desse campo conceitual traz uma abordagem que parte do princípio de Cavalieri para a dedução da fórmula pelas razões de semelhança ou pela média entre as bases e altura desse tronco ou média Heroniana e a partir da diferença de volumes de pirâmides.

Promover oportunidades significativa de aprendizagem aos alunos, que “levem efetivamente à Construção do Pensamento Geométrico Euclidiano tem sido um grande desafio para os educadores, não somente pela quantidade de conceitos envolvidos, mas pela dificuldade de torná-los claros e conexos para aqueles que aprendem, bem como, aplicáveis de forma efetiva à resolução de problemas.” (LEITE, 2016, p. 4).

Para uma compreensão do ensinar geometria Euclidiana Plana na educação básica, Leite (2016, p. 4) sugere, objetivando a resolução de problemas e altas habilidades pedagógicas por parte do docente, saber:

- (1) O que expor;
- (2) Em que sequência expor o conteúdo escolhido;
- (3) Como expor cada um destes conteúdos;
- (4) Como interligar ou conectar de forma significativa os diversos conceitos;
- (5) Como avaliar a aprendizagem daquilo que foi exposto.

No próximo capítulo apresentamos um breve comentário sobre a Teoria da Atividade (TA) que sustenta a construção da Sequência Didática apresentada nesse produto, para um esclarecimento mais adequado dos caminhos percorridos na execução do Ensino de tronco de pirâmide por redescoberta, proposta pelo professor Pedro Franco de Sá (SÁ, 2011).

3. ENSINO POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

A metodologia por nós adotada, para a elaboração e construção da sequência Didática foi a Teoria da Atividade (TA) de Estudo. Para Sá (2020) muito se tem discutido sobre o entendimento do que seria a palavra atividade visto que este conceito é utilizado sem nenhum cuidado com a sua correta definição.

Sá (p. 144, 2020) assevera que “Até o fim do século XIX essa palavra atividade ainda não possuía um significado técnico associado a mesma. Com o desenvolvimento da Teoria da Atividade no século XX foi produzida, entre outros resultados, a distinção entre atividade e ação”, dessa forma a TA buscou estabelecer os elementos estruturantes que compõe uma atividade e procurou diferenciar atividade praticada pelo homem das atividades praticadas pelos animais, ao afirmar que “Como consequência da diferença entre a relação do ser humano e os animais com natureza, podemos concluir que na vida humana a Atividade é determinante sobre o desenvolvimento das pessoas” (SÁ, p. 145, 2020).

Para Sá (p.146-147, 2020) apud Leontiev (1984):

“[...] a estrutura geral da atividade apresenta o objeto como o principal elemento e é composta também pela necessidade, pelo motivo–interno ou externo - e ação. Para Leontiev, a atividade direcionada a um objetivo é consequência das relações sociais, que englobam a divisão do trabalho, sendo essa atividade estimulada por seu produto, o qual, por sua vez, corresponde às necessidades de cada indivíduo envolvido no trabalho”.

Uma atividade, em síntese, de acordo com Sá (2020, p. 147) apud Leontiev (1984) possui os seguintes elementos estruturantes: a) um sujeito da atividade, b) um objeto da atividade, c) motivos d) um objetivo, e) sistema de operações, f) a base orientadora da ação g) os meios h) as condições i) o produto, que apresentamos no quadro abaixo:

Quadro 01: Características gerais de uma Atividade

ELEMENTOS DA ESTRURA FUNCIONAL DA ATIVIDADE	
O SUJEITO	É quem realiza a atividade podendo ser um sujeito ou um coletivo de sujeitos que participam da realização da mesma.
O OBJETO	É a matéria prima com a qual o(s) sujeito(s) da Atividade começa(m) a atuar para obter um determinado produto. Este objeto pode ser material ou ideal.
MOTIVOS	correspondem as motivações que levam o(s) sujeito(s) a realizar(em) as ações relacionadas a Atividade.

OBJETIVO	a representação imaginária dos resultados possíveis de se alcançar com a realização de uma ação concreta.
SISTEMA DE OPERAÇÕES	consiste dos procedimentos para realizar a ação para transformar o objeto no produto desejado.
BASE ORIENTADORA DA AÇÃO	se constitui pela imagem que o sujeito tem da ação que vai realizar, bem como também da imagem do produto a obter.
OS MEIOS	são os instrumentos adequados de que se vale o sujeito para organização e realização da Atividade.
O PRODUTO	o resultado obtido das transformações sobre o objeto da Atividade que deve coincidir com objetivo da Atividade.

Fonte: Adaptado de Sá (2020, p.147)

A atividade no ensino de matemática, segundo Sá (2020, p. 149) ocorre de diversas maneiras, porém, essas podem ser reduzidas a duas grandes categorias, com o protagonismo exclusivo docente – onde o professor apresenta os conceito, resultado ou regra, seguida de exemplos, propriedades e questões para serem resolvidas; o protagonismo compartilhado entre aluno/professor – diversos registro são encontrados possibilidades em função dos objetivos ou da participação dos envolvidos todas com organizações próprias para o seu desenvolvimento.

Ainda segundo Sá (2020, p. 150)

As maneiras de realizar o ensino de matemática com protagonismo dos estudantes são denominadas atualmente de Tendências da Educação Matemática. As Tendências em Educação Matemática no momento registradas em Brasil (1998) são as seguintes: Uso de Jogos, Resolução de Problemas, Uso da História da Matemática, Uso de Tecnologias e a Etnomatemática.

Percebe-se, no entanto, que nas abordagens para a construção das atividades da sequência didática, não utilizamos qualquer das tendências da Educação Matemática, mas, que se realiza com o protagonismo dos estudantes, são as Atividades Experimentais e que possuem os elementos funcionais de uma Atividades, processo esse denominado de Ensino de Matemática por Atividade Experimentais (SÁ, 2020, p.155).

Desta forma, assevera Sá (2020, p. 155):

[...] esta estratégia metodológica tem como característica ser a aula desenvolvida por meio da realização de tarefas experimentais, elaboradas e acompanhadas pelo docente, com o objetivo de levar o estudante ao encontro com um conhecimento matemático específico após a execução de tarefas, registro de resultados, análise e reflexões sobre os resultados obtidos culminando com a sistematização do conteúdo.

A sistemática adotada nas Atividades Experimentais é do tipo Conceituação e Redescoberta, em síntese apresentamos no quadro abaixo.

Quadro 02: Organização do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais – Tipos.

TIPOS DE ATIVIDADES	OBJETIVOS
CONCEITUAÇÃO	Levar o estudante a perceber a ocorrência de determinado tipo de situação/tipo de objeto matemático. A definição deste objeto percebido é o objetivo da atividade de conceituação.
REDESCOBERTA	levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática. Uma atividade de redescoberta não corresponde a uma demonstração de um resultado matemático, mas sim ao momento de exploração do objeto que antecede a demonstração do resultado.

Fonte: Sá (2011, p. 14-15).

De acordo com Sá (2011):

No modo de demonstração o professor realiza as ações enquanto os estudantes registram os resultados para em seguida interagirem com os resultados e chegarem ao resultado planejado para a atividade. Esta modalidade é sugerida quando há necessidade de manipulação com objetos caros ou que possam danificar ou mesmo molhar os participantes da atividade. As atividades demonstrativas podem servir tanto para conceituação como para redescoberta.” (SÁ, 2011, p. 15).

Observe o quadro 03 abaixo, onde sintetizamos os dois modos de desenvolvermos atividades de acordo com a Teoria de Atividade.

Quadro 03: Organização o Ensino de Matemática por Atividades – Modo de desenvolvimento de Atividades.

MODOS DE DESENVOLVIMENTO	OBJETIVOS	SUGESTÃO
DEMONSTRAÇÃO	O professor realiza as ações enquanto os estudantes registram os resultados para em seguida interagirem com os resultados e chegarem ao resultado planejado para a atividade. As atividades demonstrativas podem servir tanto para conceituação como para redescoberta.	Esta modalidade é sugerida quando há necessidade de manipulação com objetos caros ou que possam danificar ou mesmo molhar os participantes da atividade.
EXPERIMENTAL	O professor elabora o experimento que é executado pelos estudantes. As atividades experimentais também podem servir tanto para conceituação como para redescoberta.	-

Fonte: Sá (2011, p. 15).

Desta forma, as atividades apresentadas na SD, estão organizadas de acordo com os dois tipos apresentados no quadro 02, uma vez que, seguimos a

sugestão de Sá (2011) utilizamos esta abordagem para a organização de nossa sequência didática.

Nas atividades 01, 02 e 03, utilizamos Atividades do tipo “Conceituação” e, utilizamos o “Gerador de Figuras Planas e Espaciais”, posto que a intencionalidade é a de evitar maiores incidentes com proposto por Sá (2011, p. 15) ao afirmar que “Uma alternativa é filmar o experimento e os estudantes assistirem a filmagem para realizarem os registros, análises e produzirem suas conclusões.”

Na atividade 03 utilizando o artefato “Fanzine”, o tipo de atividade por Conceituação de modo demonstrativo, de acordo com o quadro 03.

Como se trata de atividades de “Demonstrações”, nas atividades de 04 a 08, apresentamos o tipo de atividade por “Redescoberta”, pois como assevera Sá (2011, p.29), “Uma aula por meio de atividade de redescoberta tem os seguintes momentos: **organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.**” pois segundo Sá (2011):

O ensino de matemática por meio de uma aula desenvolvida por uma atividade de conceituação pode ser dividido, didaticamente, nos seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização. (SÁ, 2011, p. 15).

Apresentamos a Sequência Didática composta por 9 atividades envolvendo os tipos de Conceituação e Redescoberta. Foram usadas 6 das atividades que compõe este produto, dado o período de pandemia pelo qual estávamos passando, dessa forma, reduzimos a quantidade de atividade para evitar ficarmos tempo demasiado do permitido. Porém, houve a necessidade de, durante a aplicação da SD, ampliarmos essa quantidade, para um trabalho futuro com os alunos envolvidos. Dessa forma, foi adicionado mais três atividades e modificadas algumas, pois, foram encontradas impossibilidades de cálculo observando algumas das imagens adotadas para o preenchimento dos quadros, principalmente nas três últimas atividades, das 6 propostas – 04, 05 e 06.

4. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A seguir apresentamos as 9 atividades de nossa sequência didática baseadas no Ensino por Atividades, com sugestões para que o professor possa aplicá-las de modo a desenvolver ao máximo a aprendizagem dos discentes.

4.1 Atividade 1

OBJETIVO: Identificar, através da observação de imagens, vários tipos de pirâmides e elementos de pirâmide.

MATERIAL: Quadro 01 com várias imagens de pirâmides e folha de atividade.

PROCEDIMENTOS:

- Observar o quadro de imagens;
- Destacar dentre as imagens, as que possuem formas de Pirâmides.

01 - (Execução e Registro) Observe as imagens no quadro abaixo, identifique as pirâmides e em seguida preencha a tabela de acordo com suas observações.

QUADRO DE IMAGENS 01

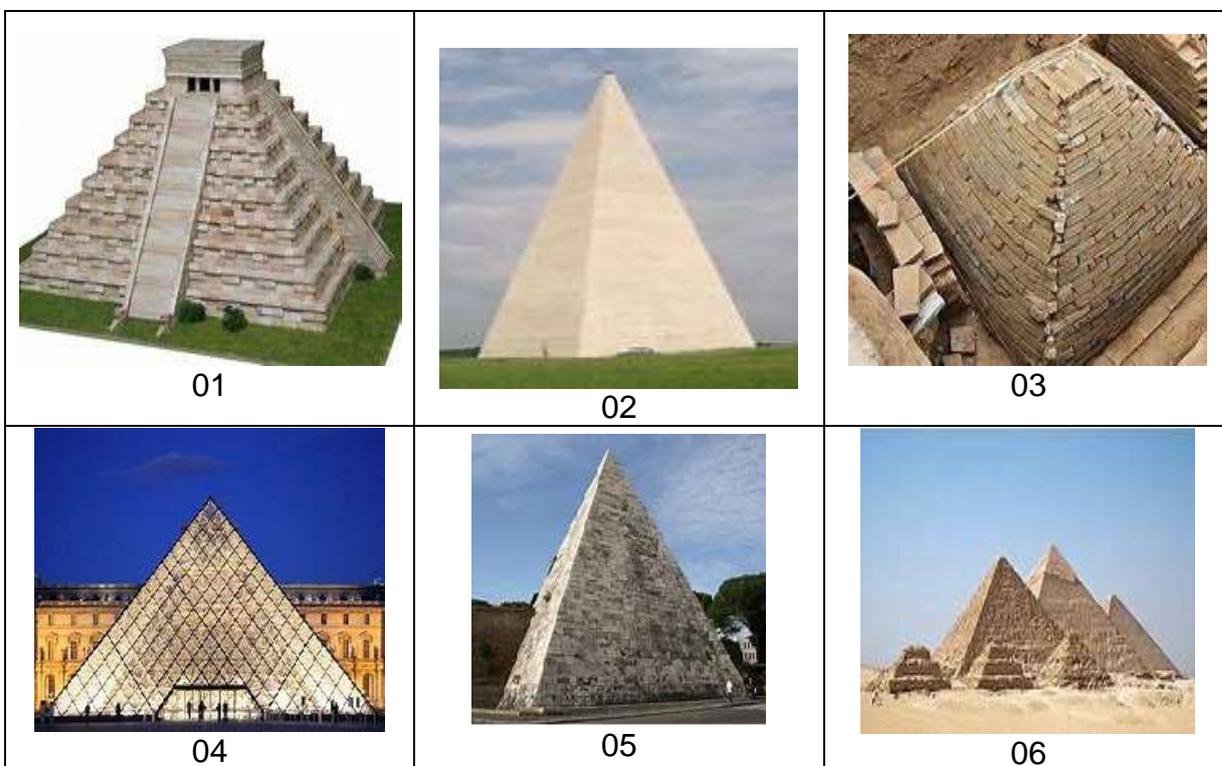




TABELA 01

<i>Figura</i>	<i>Polígono da base</i>	<i>Polígono das faces laterais</i>
<i>01</i>		
<i>02</i>		
<i>03</i>		
<i>04</i>		
<i>05</i>		
<i>06</i>		
<i>07</i>		
<i>08</i>		

02 - (Análise) Responda as seguintes reflexões:

a) Que critérios você usou para identificar a forma de pirâmide nas figuras?

b) Quais as formas geométricas das bases das figuras analisadas?

c) Qual a forma geométrica das faces laterais das figuras?

d) Estabeleça uma relação entre a forma da base e quantidade de faces laterais nessas figuras.

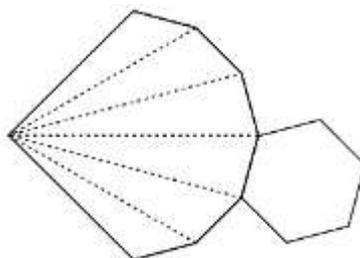
03 - (Institucionalização) Apresente uma descrição do que você concluiu sobre as características de uma pirâmide.

SUGESTÕES PARA O PROFESSOR

Essa atividade pode ser desenvolvida individualmente ou em pequenos grupos de alunos. Os estudantes possivelmente não terão dificuldades no desenvolvimento desta atividade. Atente, professor, para a figura 07 e 08, pois uma queremos utilizar somente a parte superior da figura (07), a outra, trata-se uma figura na forma cilíndrica, faça seus alunos observarem se a mesma apresenta face lateral e de que forma ela pode ser calculada. Os discentes poderão apresentar dificuldades em identificar as regularidades ou irregularidades após preencher o quadro. Conforme os passos do ensino por atividades, os alunos deverão anotar as observações feitas pelo grupo e em seguida, após a socialização com a turma e a mediação do professor, deverão chegar à institucionalização: Toda pirâmide possui uma base em forma de polígono e faces laterais triangulares (triângulo isóscele) com mesmo número de faces laterais iguais aos números de lados do polígono da base.

QUESTÕES DE APROFUNDAMENTO

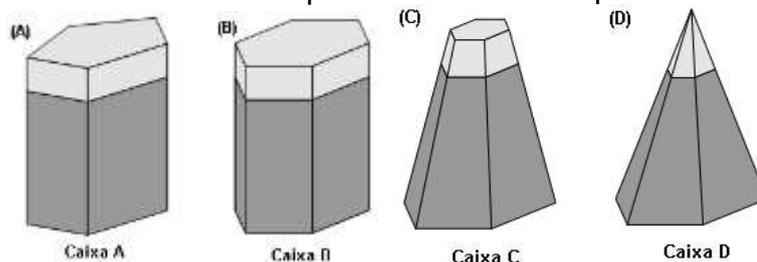
QUESTÃO 01: (Supletivo 2011). A figura, abaixo, representa a planificação de um sólido geométrico.



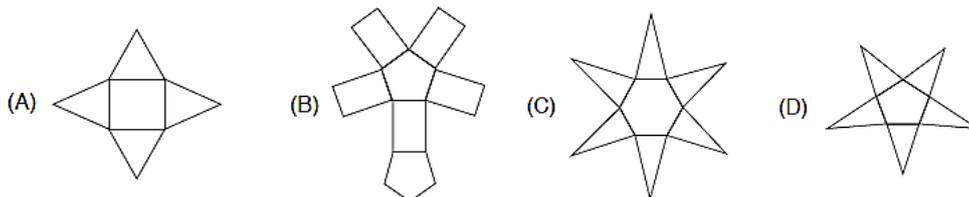
O número total de faces desse sólido é:

- a) 2.
- b) 5.
- c) 6.
- d) 7.
- e) 8.

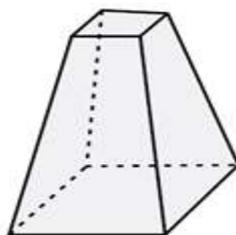
QUESTÃO 02: (GAVE). O Professor de E.V.T. pediu aos alunos da turma da Sara que levassem caixas para reaproveitar. A Sara levou uma caixa com a forma de um prisma hexagonal. Assinala a caixa que tem a forma da que a Sara levou.



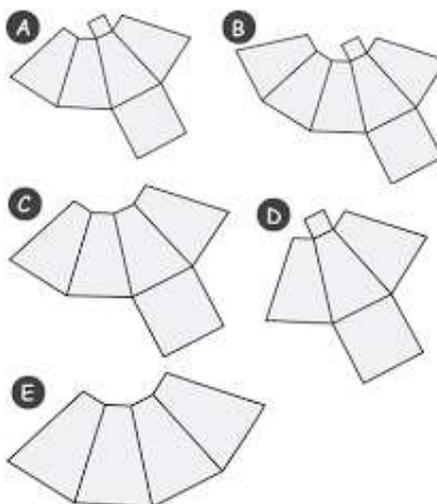
QUESTÃO 03: (Saresp 2007). Qual das figuras seguintes representa corretamente a planificação de uma pirâmide regular pentagonal?



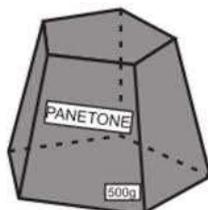
QUESTÃO 04: (SAEPI) O tronco de pirâmide desenhado abaixo foi gerado a partir da intersecção de um plano paralelo à base de uma pirâmide quadrangular reta.



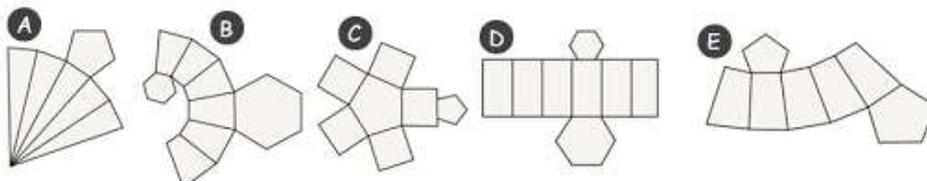
Qual dos desenhos a seguir representa uma planificação desse tronco de pirâmide?



QUESTÃO 05: (SAEPE) Aline comprou um panetone que veio em uma embalagem no formato de um tronco de pirâmide pentagonal, conforme a representada no desenho abaixo:



A planificação que melhor representa esse sólido é:



4. 2 Atividade 2

OBJETIVO: Identificar, através da observação de imagens, vários tipos de troncos de pirâmides e elementos de tronco de pirâmide.

MATERIAL: Quadro 02 com várias imagens de troncos de pirâmides e folha de atividade.

PROCEDIMENTOS:

- Observar o quadro 02 de imagens;
- Para cada imagem observada, faça prolongamentos em suas arestas laterais e verifique se formou Pirâmides.

01 - (Execução e Registro) Para cada imagem abaixo, trace segmentos de retas pelas arestas laterais, depois preencha a tabela conforme suas observações.

QUADRO DE IMAGENS 02



FIGURA 01



FIGURA 02



FIGURA 03



FIGURA 04



FIGURA 05



FIGURA 06



FIGURA 07



FIGURA 08

TABELA 02

Imagens	O prolongamento formou pirâmide?	Polígono da base	Polígono lateral
Figura 1			
Figura 2			

Figura 3				
Figura 4				
Figura 5				
Figura 6				
Figura 7				
Figura 8				

02 - (Análise) Responda as seguintes reflexões:

- Após traçar os prolongamentos das arestas, elas se intersectam? Se sim, em quantos pontos? Que figura resulta?
- Quantas bases possuem essas figuras? São iguais ou diferentes em forma e tamanho?
- Que padrão você identificou para a forma da base das figuras analisadas?
- Que padrão você identificou para a forma das faces laterais das figuras analisadas?
- Que diferenças ou semelhanças você identificou na forma das faces laterais e das bases dessas figuras em relação a forma de pirâmide?

03 - (Institucionalização) Sintetize suas observações para caracterizar as figuras analisadas.

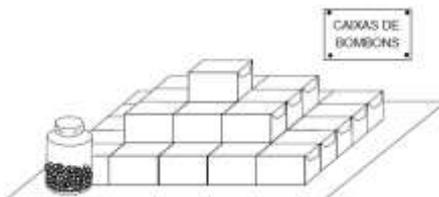
SUGESTÕES PARA O PROFESSOR

A partir da atividade anterior, utilizada como suporte, na compreensão desta segunda atividade envolvendo troncos de pirâmides, logo deverão chegar à seguinte institucionalização: Um tronco de pirâmide possui duas bases paralelas, uma maior e outra menor, e faces laterais trapezoidais, com o mesmo número de faces e lados dos polígonos das bases. Também propomos a divisão da sala em pequenos grupos de alunos para fomentar a diversidade de raciocínios e que os estudantes consigam contribuir uns com os outros. Para isso o professor deve estar acompanhando cada

grupo e incentivar a participação de todos em cada equipe, fazendo perguntas que os levem a organizar seus pensamentos, auxiliando-os em casos de distração.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

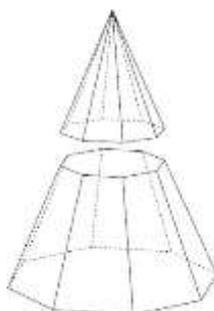
QUESTÃO 01: (GAVE). Uma das empregadas da loja de doces colocou várias caixas iguais umas sobre as outras, formando um monte como o que se vê na figura.



O preço de uma caixa é de R\$ 2,50. O valor pago por um cliente que compra todas as caixas do monte é

- (A) R\$ 70,00
- (B) R\$ 87,50
- (C) R\$ 57,50
- (D) R\$ 52,50

QUESTÃO 02³: Um sólido geométrico foi seccionado por um plano paralelo à sua base formando outros dois sólidos, como mostra a imagem a seguir:



Analisando o sólido geométrico formado pela parte inferior, pode-se afirmar que se trata de um(a)

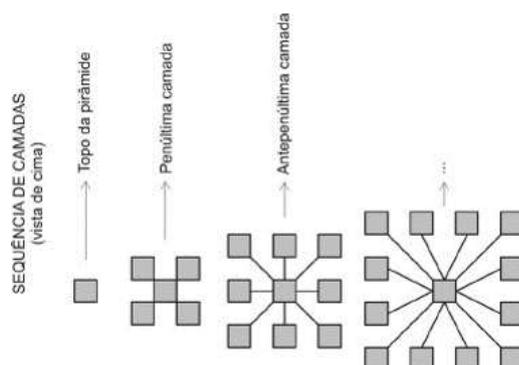
- (A) prisma de base octogonal.
- (B) pirâmide de base octogonal.
- (C) tronco de cone de base octogonal.
- (D) tronco de pirâmide de base octogonal.
- (E) paralelogramo de base octogonal.

³ <https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-tronco-de-piramide.htm>. Acesso em 16 de julho de 2021.

QUESTÃO 03: (AFA - 2018) Constrói-se um monumento em formato de pirâmide utilizando-se blocos cúbicos:



Para a formação piramidal os blocos são dispostos em uma sequência de camadas, sendo que na última camada, no topo da pirâmide, haverá um único bloco, como mostra a figura a seguir.



Na disposição total, foram utilizados 378 blocos, do topo à base da pirâmide. Havendo necessidade de acrescentar uma nova camada de blocos abaixo da base da pirâmide, obedecendo à sequência já estabelecida, serão gastos x blocos nesta camada. A quantidade total de divisores positivos do número x é igual a:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5

QUESTÃO 04⁴: Sobre o tronco de pirâmide, julgue as afirmativas a seguir:

- I → Ele pode ser obtido pela secção meridional da pirâmide.
- II → Ele é formado por duas bases formadas por polígonos semelhantes e faces laterais no formato de trapézio.
- III → Sempre possui base quadrada.

Marque a alternativa correta:

- a) Somente I é verdadeira.
- b) Somente II é verdadeira.
- c) Somente III é verdadeira.
- d) Todas são falsas

⁴ <https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-tronco-de-piramide.htm#resp-10>. Acesso em 16 de julho de 2021.

4.3 Atividade 3

OBJETIVO:

- Identificar, a partir das vistas (lateral e superior), polígonos que compõem as faces de um tronco de pirâmide.
- Identificação de polígonos (regular ou não) nas faces de troncos de pirâmides;
- Elementos de polígonos contidos nos Tronco de Pirâmides;

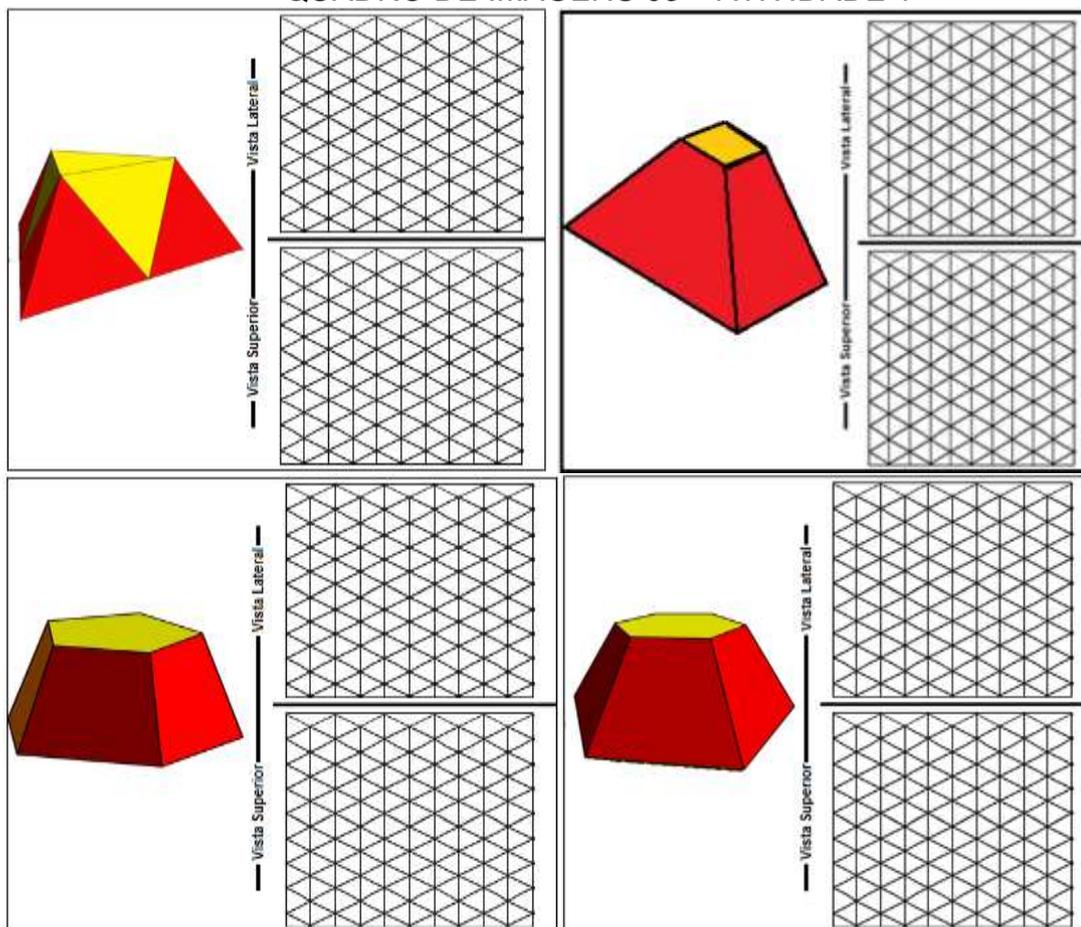
MATERIAL: Folha de atividade e *Fanzines*⁵.

DURAÇÃO: 1h/aula (45 min.)

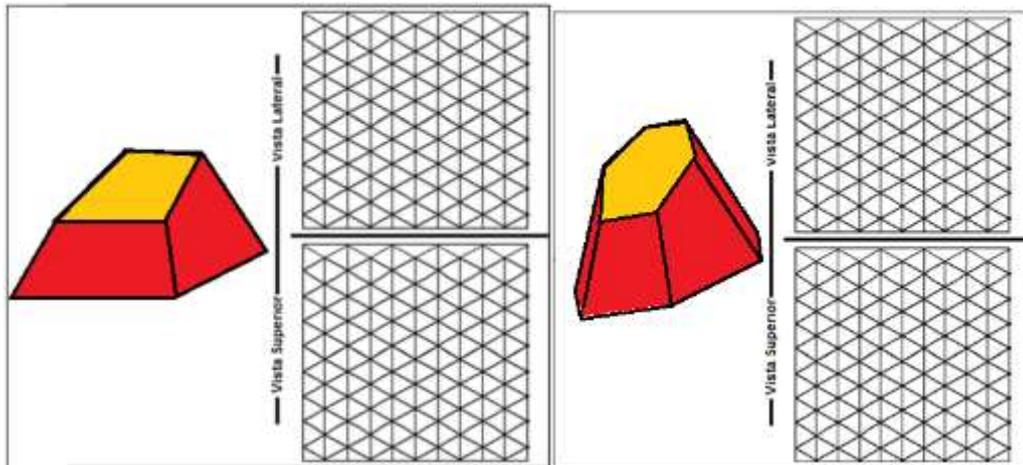
PROCEDIMENTOS: Observar as imagens dos sólidos à esquerda e a malha isométrica à direita, em seguida, fazer os desenhos das faces superiores e laterais, classificando-os.

01 - (Execução) Observe o sólido à esquerda e indique sua vista à direita.

QUADRO DE IMAGENS 03 – ATIVIDADE 1



⁵ Fanzine é a contração de duas palavras: **Fanatic** + **Magazine** = FANZINE, que significa – Revista de fã. (Minidicionário Houaiss da língua portuguesa).



02 - (Registro) Preencha a tabela abaixo de acordo com suas observações, descrevendo os polígonos que são associados à base e à vista lateral de cada imagem no formato de tronco de pirâmide. Discuta e socialize suas observações e conclusões:

TABELA 03 – ATIVIDADE 02

Figura	Polígonos da base das seções planas são regulares?		Polígonos da base das seções Oblíquas são regulares?		Polígono Lateral das seções planas possui bases paralelas?		Polígono Lateral das seções oblíquas possui bases paralelas?	
	Maior	menor	maior	menor	sim	não	sim	Não
02								
01								
03								
04								
05								
06								

03 - (Análise) Responda as seguintes reflexões:

a) Quais foram os polígonos identificados nas bases dos troncos de pirâmides?

b) Qual o polígono das faces laterais das figuras desenhadas na malha isométrica à direita?

c) Que diferenças ou semelhanças você observou entre as **faces** de troncos obtidos por seções planas e os obtidos por seções oblíquas?

d) Que diferenças ou semelhanças você observou entre as seções planas e as seções oblíquas das **bases**?

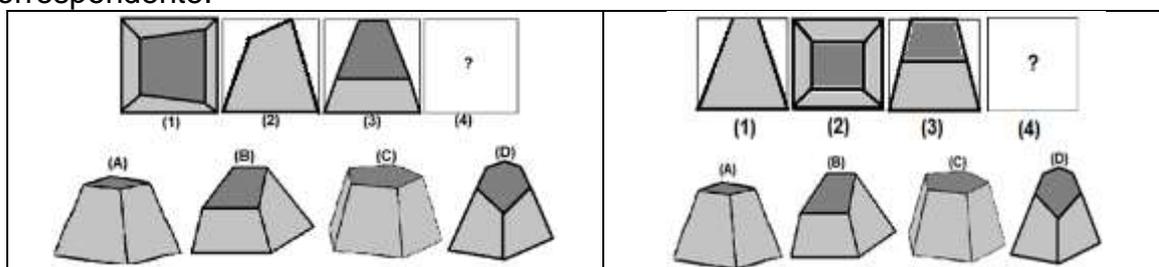
04 - (Institucionalização) Sintetize suas observações para caracterizar as figuras analisadas.

SUGESTÕES PARA O PROFESSOR

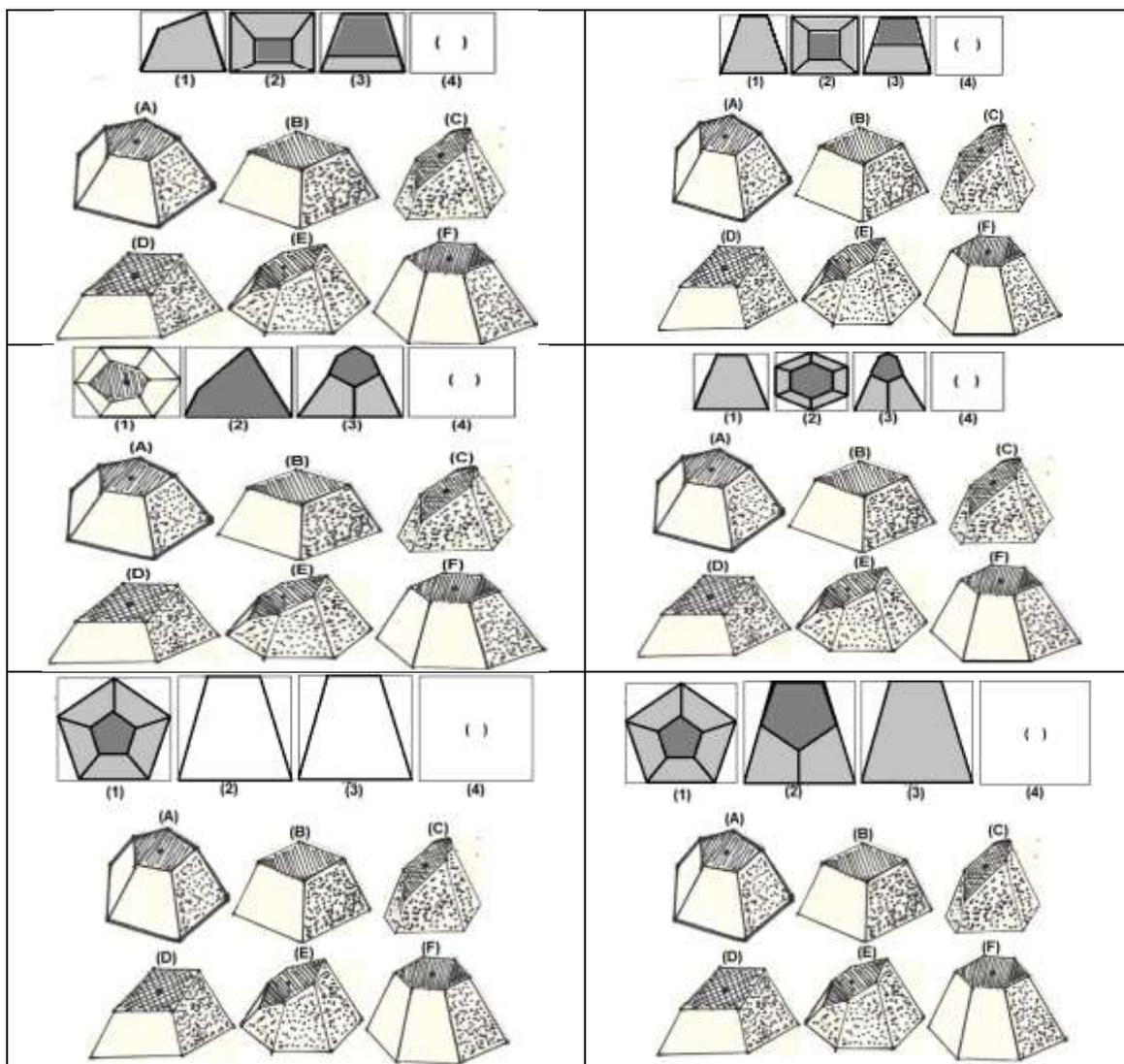
Esta atividade foi desenvolvida para trabalhar as visualizações das diversas faces que compõe o sólido, no apêndice apresentamos o Fanzine, para auxiliar o estudante na visualização das faces laterais, superior e frontal, imprima e entregue ao grupo formado ou individual. Observe, ainda que, a tabela apresenta lacunas que não devem ser preenchidas, não há necessidade de alerta seus alunos, deixem que cheguem a essa conclusão. Os desenhos a serem feitos nas malhas isométricas devem apenas dar uma orientação de como as faces devem aparecer, serve apenas de esboço, não precisa de detalhamento, pois o objetivo é o de identificar as faces e orientar os registros.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO⁶

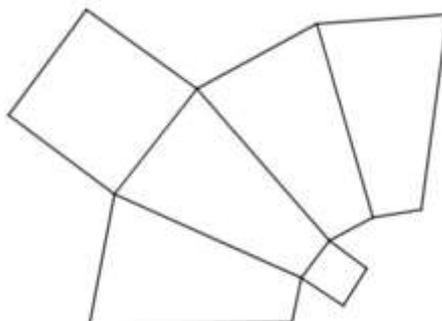
QUESTÃO 01: Para cada imagem das vistas dos sólidos, identifique o sólido correspondente:



⁶ As questões que não apresentam citações de autores, são aquelas elaboradas pelos autores. Portanto, nesta SD, todas as questões em que as fontes não foram citadas, são elaboradas pelos autores.



QUESTÃO 02⁷: Na figura abaixo, está representada a planificação de um poliedro.



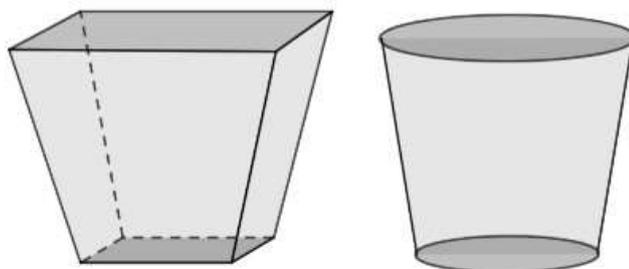
Analisando a imagem, pode-se afirmar que ela é a planificação de um(a)

- A) prisma de base trapezoidal.
- B) prisma de base quadrada.
- C) pirâmide de base trapezoidal.

⁷ <https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-tronco-de-piramide.htm>. Acesso em 16 de julho de 2021.

- D) pirâmide de base quadrada.
- E) tronco de pirâmide de base quadrada.

QUESTÃO 03⁸: Na busca por um vaso para colocar uma muda de jabuticaba, Poliana encontrou vários formatos diferentes de sólidos geométricos, entre eles, os que estão na imagem a seguir.



O nome dos sólidos geométricos que eles representam são, respectivamente,

- a) trapézio e cilindro.
- b) tronco de prisma e cone.
- c) prisma e tronco de cilindro.
- d) tronco de pirâmide e tronco de cone.
- e) cubo e prisma de base circular.

QUESTÃO 04: (Enem 2020 - Adaptada) Uma das Sete Maravilhas do Mundo Moderno é o Templo de Kukulkán, localizado na cidade de Chichén Itzá, no México. Geometricamente, esse templo pode ser representado por um tronco reto de pirâmide de base quadrada.



As quantidades de cada tipo de figuras planas que formam esse tronco de pirâmide são:

- A) 2 quadrados e 4 retângulos.
- B) 1 retângulo e 4 triângulos isósceles.
- C) 2 quadrados e 4 trapézios isósceles.
- D) 1 quadrado, 3 retângulos e 2 trapézios retângulos.
- E) 2 retângulos, 2 quadrados e 2 trapézios retângulos.

⁸ <https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-tronco-de-piramide.htm>. Acesso em 16 de julho de 2021.

4. 4 Atividade 4

OBJETIVO: Deduzir uma maneira de calcular a área lateral e a área total do tronco de pirâmide.

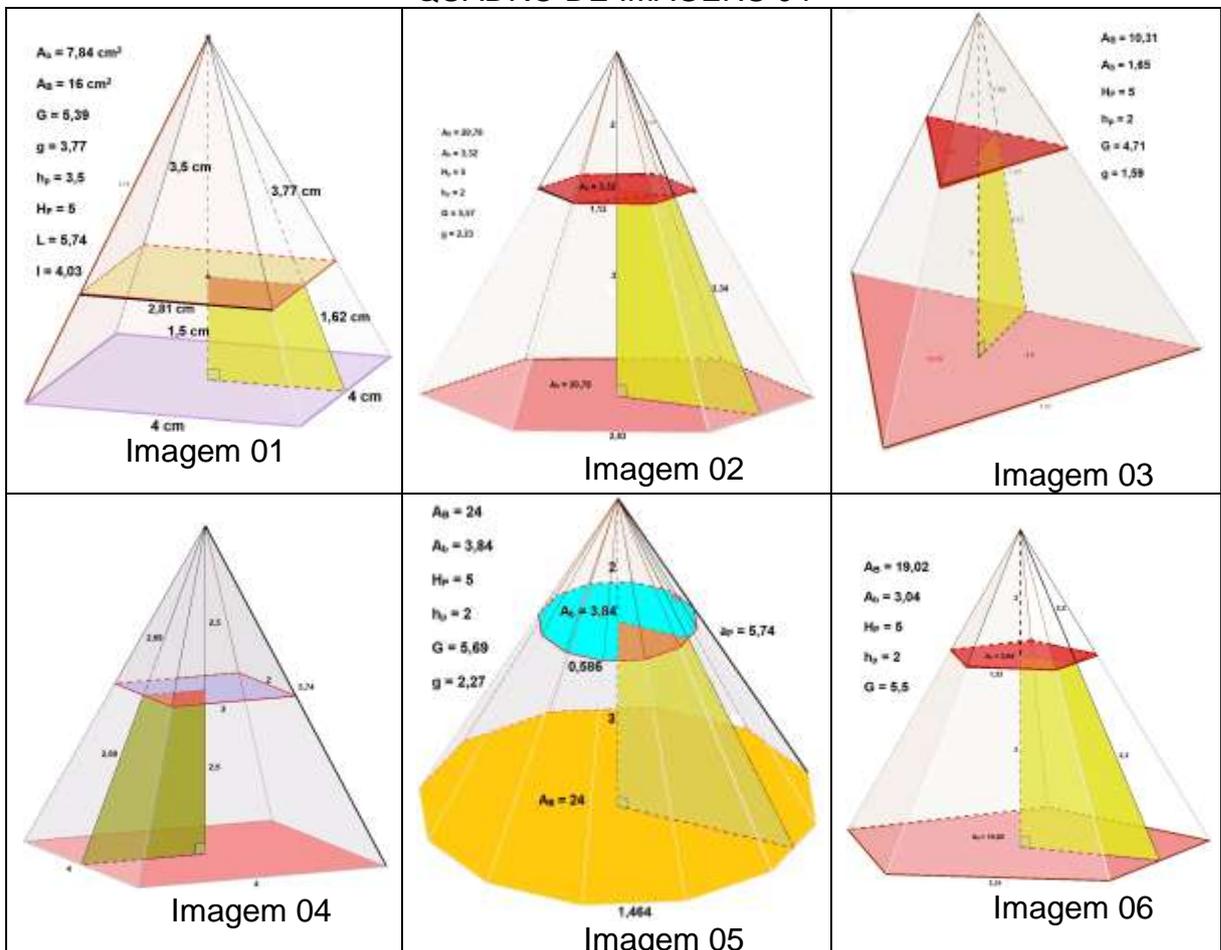
MATERIAL: Quadro 04 com várias imagens de pirâmides.

DURAÇÃO: 3 h/aula

PROCEDIMENTOS: Calcular as áreas laterais área total com base no quadro.

01 - (Execução e Registro) Observe as figuras e suas respectivas medidas na cartela abaixo. A partir de seus conhecimentos sobre área lateral e volume da pirâmide preencha as informações na tabela.

QUADRO DE IMAGENS 04



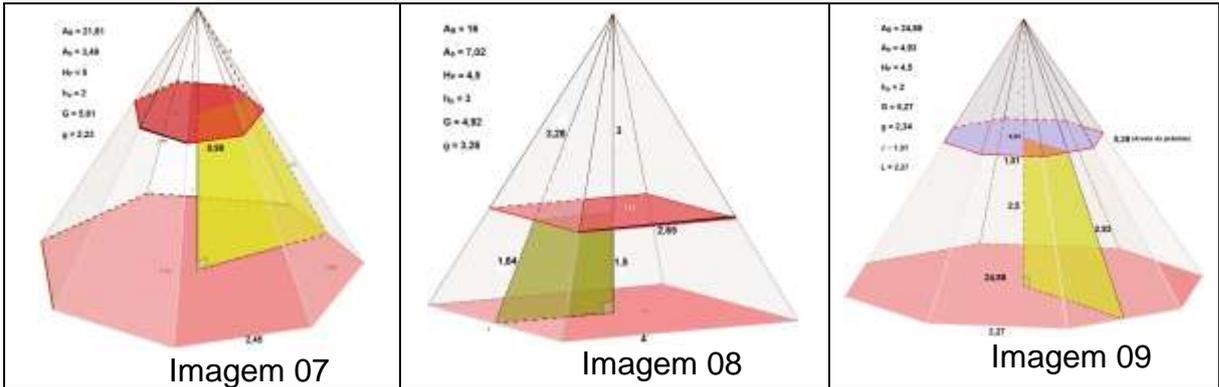


TABELA 04

PIRÂMIDES	PIRÂMIDE MAIOR			PIRÂMIDE MENOR			TRONCO DE PIRÂMIDE	
	A_B	A_L	A_T	A_b	A_l	A_t	$A_L - A_l$	$A_T - A_t + A_b$
01								
02								
03								
04								
05								
06								
07								
08								
09								

02- (Análise) Responda às seguintes reflexões:

a) Como você obteve a área lateral do tronco de Pirâmide?

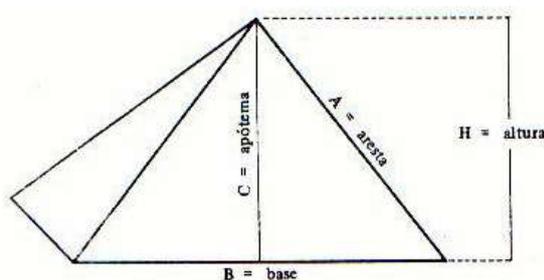
b) Como você obteve a área total do tronco de Pirâmide?

c) Qual a importância da base menor no cálculo da área total do tronco de Pirâmide?

03 - (Institucionalização) Estabeleça uma regra para calcular a área lateral e a área total do troco de pirâmide.

SUGESTÕES PARA O PROFESSOR

O objetivo desta atividade é o de determinar as áreas laterais e total do tronco de pirâmide, portanto, as figuras já estão com as indicações dessas áreas ou são de fáceis cálculos, somente nas figuras 01 e 05 é que você deve orientar para o cálculo da área de um quadrado, as demais figuras já apresentam, em seu interior, tais cálculos. Os educandos devem encontrar algumas dificuldades para calcular a área lateral nas figuras que não apresentam apótema da face e nem os lados das bases. Sugerimos que utilize os esquemas a seguir ou utilize o aplicativo de disponibilizaremos os links para serem baixados, após as referências:



$$B = \frac{2.H}{1,27324}, A = \sqrt{\frac{B^2}{2} + H^2} \text{ e } C = \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + H^2}$$

Onde:

A = Medida da aresta

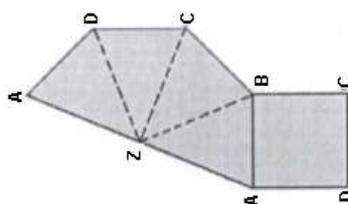
B = Medida da base

C = Medida do apótema (altura do triângulo)

H = Altura da pirâmide

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO⁹

QUESTÃO 01: (PROEB) Para desenvolver a visão espacial dos estudantes, o professor ofereceu-lhes uma planificação de uma pirâmide de base quadrada como a figura:



⁹ As questões que não apresentam citações de autores, são aquelas elaboradas pelos autores. Portanto, nesta SD, todas as questões em que as fontes não foram citadas, são elaboradas pelos autores.

A área da base dessa pirâmide é 100 cm^2 e a área de cada face é 80 cm^2 . A área total, no caso da pirâmide considerada, é igual a:

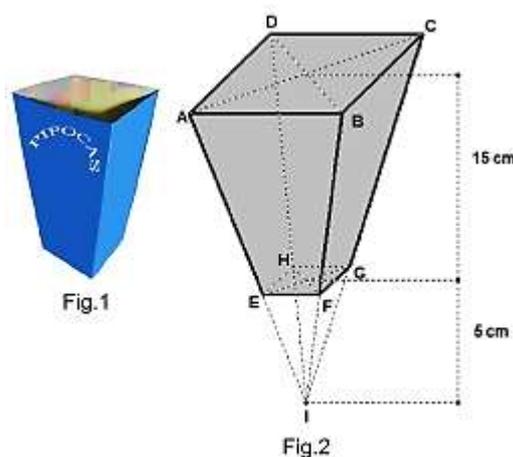
- (A) 320 cm^2
- (B) 340 cm^2
- (C) 360 cm^2
- (D) 400 cm^2
- (E) 420 cm^2

QUESTÃO 02: Um restaurante vende somente por delivery e suas refeições são servidas em embalagens no formato de tronco de pirâmide com base quadrada, sendo que a base menor possui lados que medem 10 cm e a maior, lados que medem 12 cm . Qual deve ser a altura dessa embalagem para que o seu volume seja igual a 1820 cm^3 ?

- a) 10 cm
- b) 15 cm
- c) 20 cm
- d) 25 cm
- e) 30 cm



QUESTÃO 03: (EM 2008 – 1ª CHAMADA) Na figura 1, podemos observar um pacote de pipocas cujo modelo geométrico é um tronco de pirâmide, de bases quadradas e paralelas, representado a sombreado na figura 2. A pirâmide de base $[ABCD]$ e vértice I , da figura 2, é quadrangular regular.

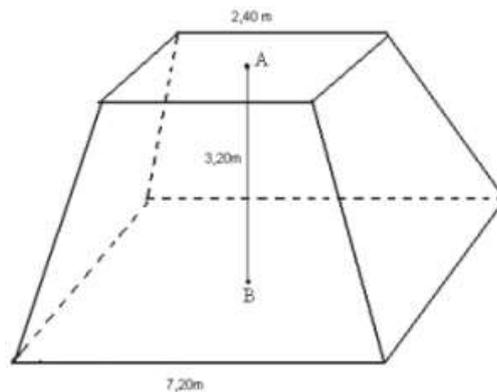


(I) Em relação à figura 2, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) A reta DH é paralela ao plano que contém a face [ABFE].
- (B) A reta CG é oblíqua ao plano que contém a face [ABFE].
- (C) A reta CB é perpendicular ao plano que contém a face [ABFE].
- (D) A reta HG é concorrente com o plano que contém a face [ABFE].

(II) Determina o volume do tronco de pirâmide representado na figura 2, sabendo que: $AB = 12$ cm, $EF = 3$ cm e que a altura da pirâmide de base [ABCD] e vértice I é 20 cm. Apresenta todos os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve a unidade de medida.

QUESTÃO 04: (EsPCEEx - 2009). Um reservatório em forma de tronco de pirâmide regular de base quadrada e dimensões indicadas na figura deverá ter suas paredes laterais externas cobertas por uma tinta impermeável, cujo rendimento é de 11m^2 por galão.

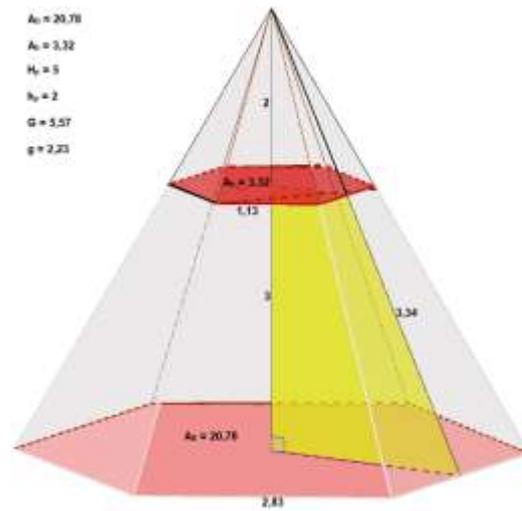


O número mínimo de galões que devem ser adquiridos para tal operação é:

- a) 6
- b) 7
- c) 9
- d) 10
- e) 11

QUESTÃO 05: Uma pirâmide de 5cm de altura foi cortada por um plano paralelo ao plano da base, formando um polígono de lado 3,32cm. Sabendo que o apótema dessa pirâmide é 5,57cm e apótema da pirâmide maior, 2,23cm. Determine:

- a) A área total da pirâmide menor;
- b) A área total da pirâmide menor;
- c) A área total do tronco



4. 5 Atividade 5: Razões entre as alturas e áreas das bases

OBJETIVO: Encontrar uma relação (razão) entre as alturas e as áreas das bases de pirâmides e seus troncos

MATERIAL: Máquina de calcular, lápis, borracha e folha de atividade e quadro.

PROCEDIMENTOS:

- Observar o quadro de imagens;
- Destacar dentre as imagens, as medidas de cada sólido e, de acordo com o quadro abaixo, preencher utilizando as razões pedidas.

01. (Execução) Utilizando um fator de redução (k) entre as alturas das pirâmides da folha de imagens, abaixo, preencha o quadro a seguir: $k = \frac{h}{H}$.

<p> $A_0 = 7,84 \text{ cm}^2$ $A_2 = 16 \text{ cm}^2$ $G = 5,39$ $g = 3,77$ $h_p = 3,5$ $H_p = 5$ $L = 5,74$ $l = 4,03$ </p> <p>4 cm</p> <p>Imagem 01</p>	<p> $A_0 = 39,76$ $A_1 = 3,32$ $H_p = 3$ $h_p = 2$ $G = 3,37$ $g = 2,22$ </p> <p>3,33</p> <p>Imagem 02</p>	<p> $A_0 = 19,31$ $A_1 = 1,55$ $H_p = 5$ $h_p = 2$ $G = 4,71$ $g = 1,59$ </p> <p>Imagem 03</p>
<p> $A_0 = 24$ $A_1 = 3,84$ $H_p = 5$ $h_p = 2$ $G = 5,69$ $g = 2,27$ </p> <p>4</p> <p>Imagem 04</p>	<p> $A_0 = 24$ $A_1 = 3,84$ $H_p = 5$ $h_p = 2$ $G = 5,69$ $g = 2,27$ </p> <p>1,464</p> <p>Imagem 05</p>	<p> $A_0 = 19,02$ $A_1 = 3,04$ $H_p = 5$ $h_p = 2$ $G = 5,5$ </p> <p>3,04</p> <p>Imagem 06</p>
<p> $A_0 = 21,87$ $A_1 = 3,88$ $H_p = 5$ $h_p = 2$ $G = 5,01$ $g = 2,25$ </p> <p>2,48</p> <p>Imagem 07</p>	<p> $A_0 = 16$ $A_1 = 7,02$ $H_p = 4,5$ $h_p = 3$ $G = 4,92$ $g = 3,28$ </p> <p>1,85</p> <p>Imagem 08</p>	<p> $A_0 = 34,98$ $A_1 = 4,05$ $H_p = 4,5$ $h_p = 2$ $G = 6,27$ $g = 2,34$ $l = 1,91$ $L = 2,27$ </p> <p>3,27</p> <p>Imagem 09</p>

02. (Registros) de acordo com cada imagem acima, preencha o quadro abaixo.

Imagem	$\frac{h}{H}$	A_b	A_B	$\frac{A_b}{A_B}$	V_m	V_M	$\frac{V_m}{V_M}$	k^2	k^3
01									
02									
03									
04									
05									
06									
07									
08									
09									

03. (Análise) Ao preencher o quadro acima, o que você observou?

04. (Institucionalização) Sintetize suas observações utilizando uma igualdade.

SUGESTÕES PARA O PROFESSOR

Atente para o preenchimento das colunas no quadro acima, as respostas devem ser as exatas ou aproximadas nas colunas 3 com a coluna 7 e da 6 com a 8.

A associação que você obteve ao preencher o quadro, comparando as colunas, chamamos de “Princípio de Cavalieri” o que simplifica bastante o cálculo de área de tronco de pirâmides, pois, um tronco de pirâmide nada mais é que uma pirâmide cortada por um plano paralelo à base. Sabendo que as duas pirâmides são semelhantes, temos que a seguinte razão:

$$RAZÃO (k) = \frac{h}{H}$$

sendo h e H as alturas respectivas das pirâmides, levando-se em conta que as áreas das bases de duas figuras semelhantes variam com o quadrado da razão de semelhança, temos que:

$$A_b = (k)^2 \cdot A_B$$

ou

$$\frac{A_b}{A_B} = (k)^2$$

Levando-se em conta que os volumes de duas figuras semelhantes variam com o cubo da razão de semelhança, temos que:

$$V_{menor} = (k)^3 \cdot V_{maior}$$

ou

$$\frac{V_{menor}}{V_{maior}} = (k)^3$$

Na justificativa dessas igualdades, os alunos devem chegar no seguinte resultado:

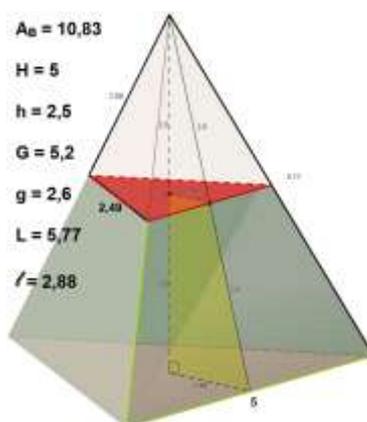
$$I) \frac{h}{H} = k \quad II) \frac{A_b}{A_B} = k^2 \quad III) \frac{V_m}{V_M} = k^3$$

Portanto, o volume de um tronco de pirâmide será o volume da pirâmide maior menos o volume da pirâmide menor. Ou seja: $V_{\text{tronco}} = V_{\text{maior}} - V_{\text{menor}}$.

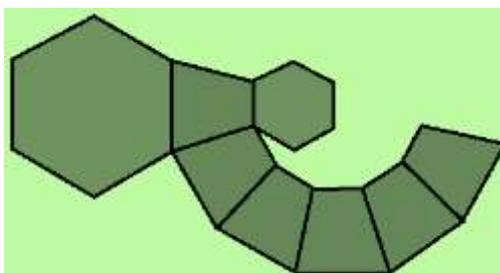
Após chegarem aos resultados acima, oriente-os para que façam os exercícios de aprofundamento abaixo, agora, utilizando os formulários obtidos na atividade anterior.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO¹⁰

QUESTÃO 01. Observando a imagem abaixo, determine a A_b , V_{PM} e V_{pm} , de acordo com as medidas apresentadas. ($H_{\text{TRONCO}} = H - h$).



QUESTÃO 02: A figura, abaixo, representa a planificação de um sólido geométrico. Sabendo que os hexágonos são regulares e de medidas de lados 6 cm e 4 cm e que cada trapézio é isóscele e de altura 5 cm.



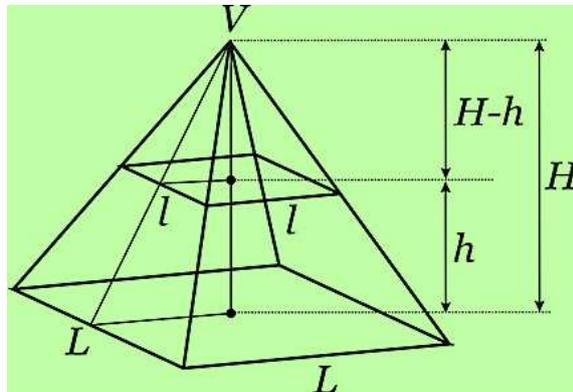
Calcule:

- O nome desse sólido.
- A área total dessa planificação;

¹⁰ As questões que não apresentam citações de autores, são aquelas elaboradas pelos autores. Portanto, nesta SD, todas as questões em que as fontes não foram citadas, são elaboradas pelos autores.

c) O Volume do sólido que deu origem a planificação.

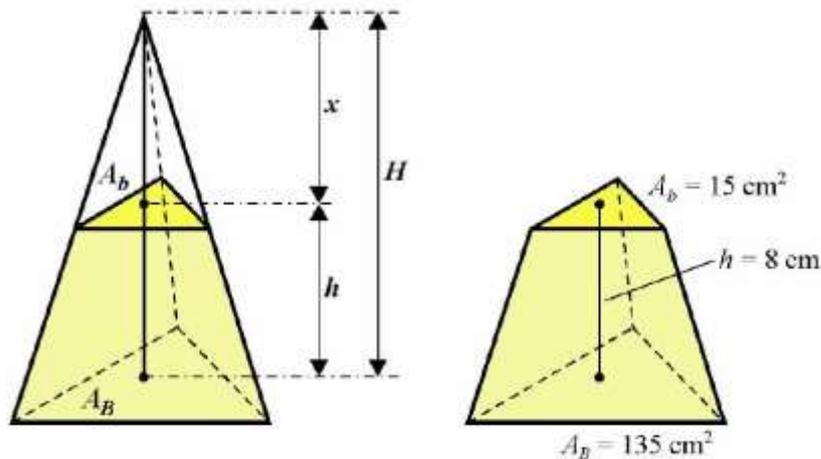
QUESTÃO 03¹¹: Uma pirâmide reta de altura 15 cm (H) foi seccionada por um Plano paralelo à base, obtendo-se assim uma pirâmide menor de volume 108 cm^3 e um tronco de pirâmide de volume 392 cm^3 .



Determine:

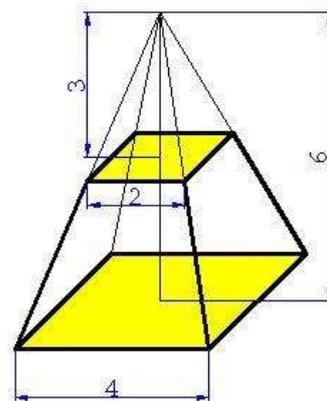
- O volume da pirâmide maior;
- A altura do tronco de pirâmide (h).

QUESTÃO 04: A pirâmide abaixo foi seccionada a uma altura de 8 cm de sua base, formando uma área de 15 cm^2 . Sabe-se que a área de sua base é 135 cm^2 , qual a altura da pirâmide obtida após o corte, a altura da pirâmide original, o volume dessa pirâmide e o volume do tronco obtido?



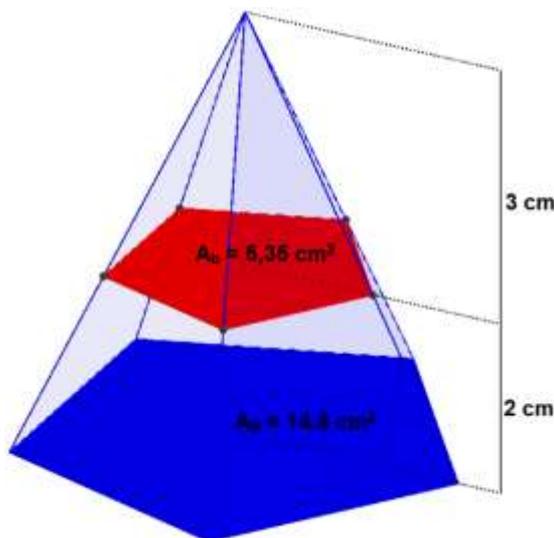
¹¹ As questões que não apresentam citações de autores, são aquelas elaboradas pelos autores. Portanto, nesta SD, todas as questões em que as fontes não foram citadas, são elaboradas pelos autores.

QUESTÃO 05: Observando a pirâmide ao lado, ela foi seccionada a uma altura de 3m de seu vértice, formando um quadrado de lado 2m, sabendo que ela possui uma altura de 6m, e medida do lado da base de 4 m. Determine:



- As áreas das bases dessas pirâmides;
- O volume da pirâmide maior;
- O volume da pirâmide menor;
- O volume do tronco dessa pirâmide.

QUESTÃO 06¹²: Uma pirâmide pentagonal regular foi seccionada a 3cm de seu vértice, gerando um tronco de pirâmide de 2cm de altura. As áreas das bases estão indicadas na figura abaixo. Determine o volume da pirâmide maior, da pirâmide menor e do tronco dessa pirâmide.



¹² As questões que não apresentam citações de autores, são aquelas elaboradas pelos autores. Portanto, nesta SD, todas as questões em que as fontes não foram citadas, são elaboradas pelos autores.

4. 6 Atividade 6

OBJETIVO: Deduzir uma maneira de calcular volume de tronco de pirâmide.

MATERIAL: Quadro de imagens 06 e Folha de atividade.

DURAÇÃO: 3 h/aula

PROCEDIMENTOS:

- Preencher tabela.
- Analisar registros.

01 - (Execução e Registro) Utilizando as informações do quadro de imagem abaixo e da tabela da e mais os seus conhecimentos sobre volume de pirâmide preencha a seguinte tabela:

QUADRO DE IMAGENS 05 – ATIVIDADE 01

<p>Imagem 01</p>	<p>Imagem 02</p>	<p>Imagem 03</p>
<p>Imagem 04</p>	<p>Imagem 05</p>	<p>Imagem 06</p>
<p>Imagem 07</p>	<p>Imagem 08</p>	<p>Imagem 09</p>

TABELA 06

Imagem	(H_T)	(A_B)	(A_b)	(V_P)	(V_p)	$V_P - V_p$
01						
02						
03						
04						
05						
06						
07						
08						
09						

02- (Análise) Responda as seguintes reflexões:

a) Explique como você obteve os volumes dos troncos de pirâmide.

b) Como ficaria a fórmula para deduzir o volume de tronco de pirâmide qualquer?

03- (Institucionalização) Estabeleça uma regra para calcular a área lateral e a área total do tronco de pirâmide.

SUGESTÕES PARA O PROFESSOR

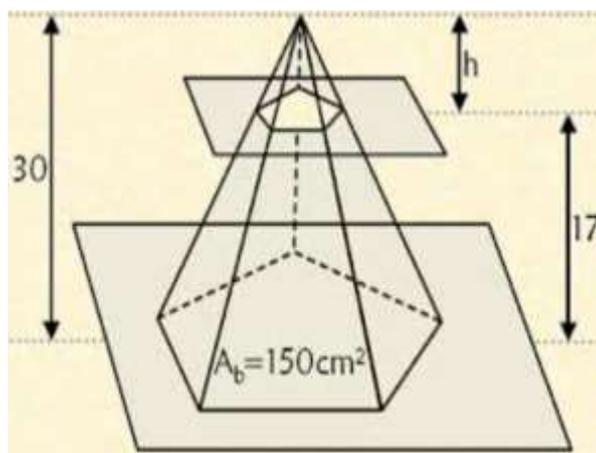
Essa atividade exige que se calcule o volume de tronco de pirâmide pela diferença de volume de pirâmide. Atente para as medidas que acompanha cada uma das 6 figuras, algumas apresentam as áreas das bases, outras, os lados dessas bases. Peça que os educandos observem os resultados obtidos na última coluna da tabela, eles devem servir para confrontar os resultados obtidos na atividade seguinte, pois abre a possibilidade de se usar os dois modos de calcular o volume de um tronco de pirâmide. Faça uso das calculadoras disponibilizadas para a verificação e confronto dos resultados.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO¹³

QUESTÃO 01: (NUCEPE – 2020) Uma pirâmide de 15 cm de altura tem por base um hexágono regular. Um plano paralelo à base secciona essa pirâmide a 5 cm do vértice, determinando na pirâmide uma seção de área 20 cm^2 . Qual o volume do tronco de pirâmide obtido?

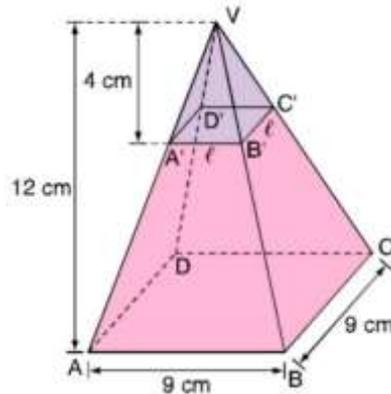
- a) 900 cm^3
- b) $800/3 \text{ cm}^3$
- c) $2300/3 \text{ cm}^3$
- d) $2500/3 \text{ cm}^3$
- e) $2600/3 \text{ cm}^3$

QUESTÃO 02: A pirâmide abaixo possui 30 cm de altura e seccionada por um plano paralelo à base a uma altura de 17 cm, como mostra a figura. Determine a área da base menor e o volume da pirâmide menor, da pirâmide maior e o volume do tronco dessa pirâmide.

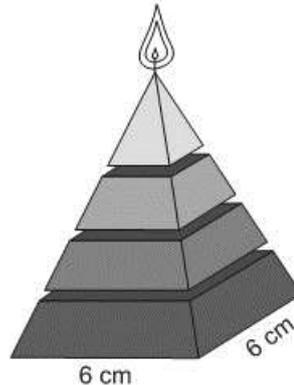


QUESTÃO 03: A pirâmide abaixo possui 12cm de altura e seccionada por um plano paralelo à base a uma altura de 4cm do vértice, como mostra a figura. Determine a área da base menor e o volume da pirâmide menor, da pirâmide maior e o volume do tronco dessa pirâmide.

¹³ As questões que não apresentam citações de autores, são aquelas elaboradas pelos autores. Portanto, nesta SD, todas as questões em que as fontes não foram citadas, são elaboradas pelos autores.

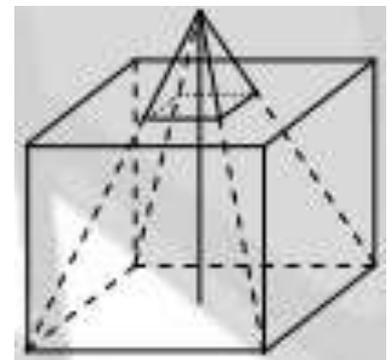


QUESTÃO 04: (ENEM/2009) Uma fábrica produz velas de parafina em forma de pirâmide quadrangular regular com 19 cm de altura e 6 cm de aresta da base. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura — 3 troncos de pirâmide de bases paralelas e 1 pirâmide na parte superior —, espaçados de 1 cm entre eles, sendo que a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto, com uma haste de ferro passando pelo centro de cada bloco, unindo-os, conforme a figura. Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?



QUESTÃO 05: (Unicamp – 95) Uma pirâmide regular, de base quadrada, tem altura igual a 20 cm. Utilizando-se a base dessa pirâmide constrói-se um cubo de modo que a face oposta à base do cubo corte a pirâmide em um quadrado de lado igual a 5 cm. O volume do cubo nessas condições é:

- a) 1000
- b) 1728
- c) 2197
- d) 3375



4.7 Atividade 7

OBJETIVO: Calcular o volume de tronco de pirâmide por meio da média Heroniana.

MATERIAL: Cartela com várias imagens de troncos e pirâmides e APP TRONCOPIRAMIDE¹⁴.

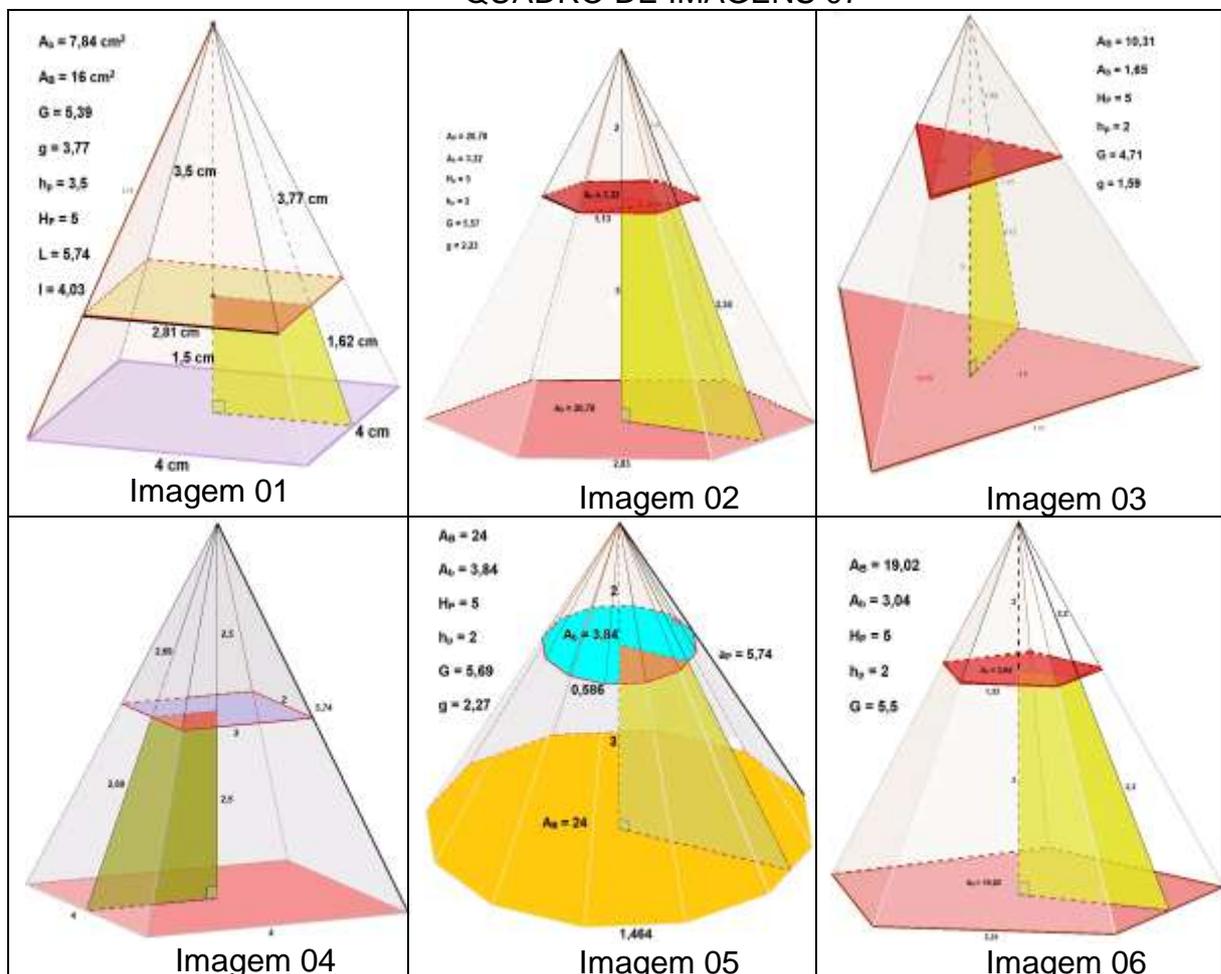
DURAÇÃO: 3 h/aula

PROCEDIMENTOS:

- Observar o quadro 07 de imagens
- Preencher as tabelas 08.

01 – (Execução e Registro) Utilizando as imagens apresentadas no quadro 05 abaixo, preencha a tabela 08.

QUADRO DE IMAGENS 07



¹⁴ Aplicativo produzido na plataforma APP INVENTOR 2, disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1z3ATY6d79wp6NUn2INe6JGFv9Ane91mY/view?usp=sharing>. Acesso em 16 julho de 2021.

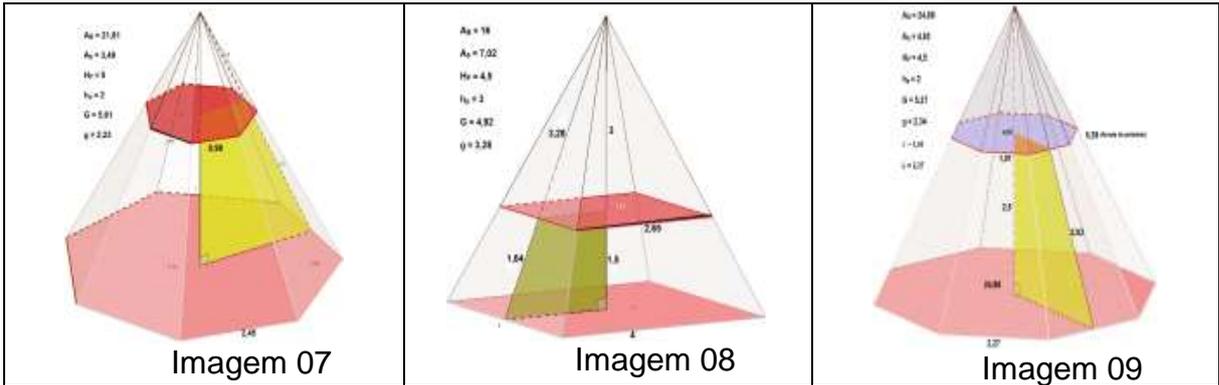


TABELA 08

Imagem	(H_T)	(A_B)	(A_b)	(V_P)	(V_p)	(V_T)	$\frac{H_T}{3} (A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})$
01							
02							
03							
04							
05							
06							
07							
08							
09							

02 – (Análises) Após o preenchimento da tabela acima, o que você observou?

03 – (Institucionalização) Qual a conclusão que você obtém, após comparar as duas últimas colunas da tabela?

SUGESTÕES PARA O PROFESSOR

Esta atividade proposta neste produto educacional trabalha a média heroniana $(\frac{H_T}{3} (A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}))$, a fórmula que calcula o volume do tronco de pirâmide. Os resultados obtidos na atividade 05 serviram para confrontar os cálculos praticados aqui. Chamamos atenção para as medidas constantes nas figuras, pois, algumas já possuem os cálculos das áreas das bases, outras, possuem somente os comprimentos dos lados, atente para as unidades que acompanham cada medida e chame atenção para que os educandos não confundam área e comprimento. Sugere-

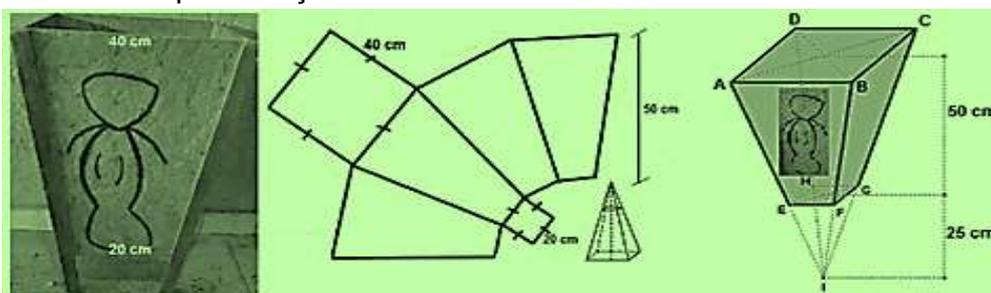
se a utilização de calculadoras e, em especial, a calculadora desenvolvida na plataforma do App Inventor 2, disponibilizada após as referências. Caso os resultados não coincidam, nas duas últimas colunas, você tem total liberdade para ajustar as medidas ou acrescentar nova, o importante é que haja a interação e discussão dos resultados.

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO¹⁵

QUESTÃO 01: Considere uma pirâmide regular, de altura 25m e base quadrada de lado 10m. Seccionando essa pirâmide por um plano paralelo à base, à distância de 5m desta, obtém-se um tronco cujo volume, em m^3 , é:

- a) 200/3
- b) 500
- c) 1220/3
- d) 1280/3
- e) 1220

QUESTÃO 02: O formato dos cestos de lixo de algumas salas de aulas do colégio ISAM¹⁶, é do formato de um tronco de Pirâmide de base quadrada, como mostra a figura abaixo e sua planificação:



Na representação acima, 40 cm é o lado da base maior, 20 cm é o lado da base menor e V é o volume do tronco de pirâmide [ABCDEFGH]. Se P é o volume total da pirâmide [ABCDI], determine:

- a) A área lateral e total do tronco [ABCDEFGH].
- b) As áreas da base desse tronco.
- c) O volume do tronco V .
- d) A área lateral da pirâmide [ABCDI].

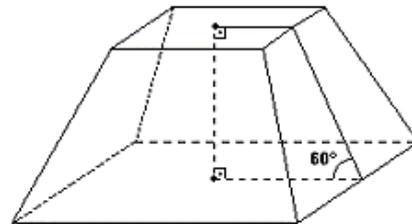
¹⁵ As questões que não apresentam citações de autores, são aquelas elaboradas pelos autores. Portanto, nesta SD, todas as questões em que as fontes não foram citadas, são elaboradas pelos autores.

¹⁶ EEEFM PROF ISABEL AMAZONAS – Localizada na cidade de Ananindeua, região metropolitana de Belém /PA.

- e) A área total da pirâmide [ABCDI].
 f) Volume da pirâmide [ABCDI].

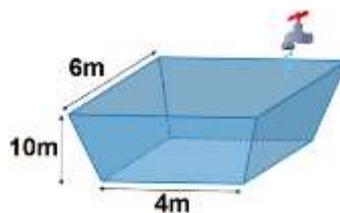
QUESTÃO 03: (Uel 1999)¹⁷ Considere o tronco de uma pirâmide regular de bases quadradas representado na figura a seguir. Se as diagonais das bases medem $10\sqrt{2}$ cm e $4\sqrt{2}$ cm, a área total desse tronco, em centímetros quadrados, é:

- A) 168
 B) 186
 C) 258
 D) 266

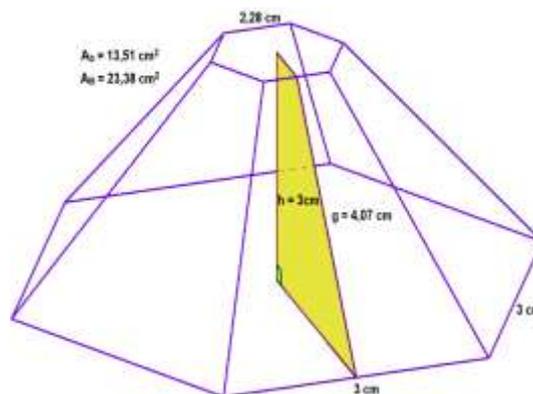


QUESTÃO 04: Um reservatório possui o formato de tronco de pirâmide, com 10 metros de altura e 2 bases quadradas com 6 metros e 4 metros. O volume desse reservatório é aproximadamente igual a:

- A) 253 m³
 B) 250 m³
 C) 247 m³
 D) 242 m³
 E) 239 m³



QUESTÃO 05¹⁸: Dado o tronco de pirâmide de base hexagonal abaixo, determine seu volume.



¹⁷http://projetomedicina.com.br/site/attachments/article/418/matematica_geometria_especial_t_roncos_exercicios.pdf. Acesso em 16 de julho de 2021.

¹⁸ As questões que não apresentam citações de autores, são aquelas elaboradas pelos autores. Portanto, nesta SD, todas as questões em que as fontes não foram citadas, são elaboradas pelos autores.

4. 8 Atividade 8

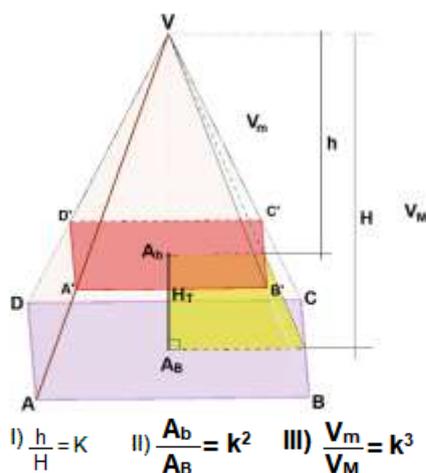
OBJETIVO: Determinar o volume de um tronco de pirâmide dado a área da base, altura e fator de redução das alturas.

MATERIAL: Máquina de calcular, lápis, borracha e folha de atividade

PROCEDIMENTOS:

- Observar a imagem da pirâmide
- Preencher o quadro, observando as medidas indicadas.

01. (Execução e Registro) Uma pirâmide de base quadrada de lado (l) 10 m e altura (H) 100 m foi seccionada por um fator “ k ” de $1/2$, $1/3$, $1/4$, ..., de sua altura original. Qual o volume do que resta dessa pirâmide? Preencha a tabela abaixo.



k	H	$h = k.H$	A_B	$(k)^2 \cdot A_B$	$\frac{H}{3} \cdot A_B$	$\frac{k.H}{3} \cdot A_b$	V_{tronco}	$\frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H \cdot (1 - (k^3))$
$\frac{1}{2}$	100	50	100	25	3.333,33	416,7	2.916,6	2.916,6
1/4	100		100					
1/5	100		100					
1/10	100		100					
1/20	100		100					
1/25	100		100					
1/50	100		100					
1/100	100		100					

Fonte: Autor (2022).

Obs.: Considerando que a altura H da pirâmide pode ser reduzida por um fator “ k ” qualquer, o fator de redução “ k ” pode ser obtido por meio do quociente $\frac{h}{H}$.

02. (Análise) O que você percebeu ao preencher o quadro acima?

03. (Institucionalização) Qual a conclusão que você obtém ao comparar as colunas? Justifique apresentando uma equivalência de fórmulas.

SUGESTÃO PARA O PROFESSOR

Esta atividade propõe o uso das razões entre as alturas, áreas das bases e volumes. Utilize a calculadora para efetuar os cálculos. O importante é verificar os cálculos aproximados e comparar as colunas no preenchimento do quadro acima. Manipule essas razões entre as alturas e áreas e entre alturas e volumes para obter as os volumes das pirâmides e, em seguida, calcular, pelas diferenças dos volumes, o volume do tronco de pirâmide. Observe, ainda, que na última coluna do quadro acima, apresentamos o cálculo desse mesmo volume, utilizando a fórmula obtida com o uso do fator de redução das alturas das pirâmides.

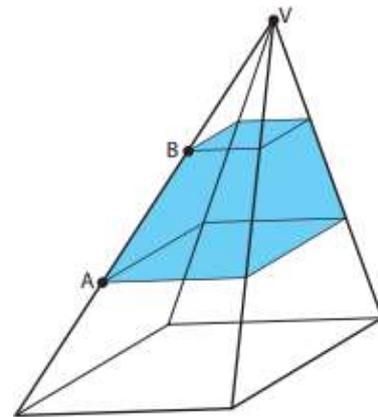
EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

QUESTÃO 01: (UERJ 2019/2) Observe na imagem uma pirâmide de base quadrada, seccionada por dois planos paralelos à base, um contendo o ponto A e o outro o ponto B. Esses planos dividem cada aresta lateral em três partes iguais. Considere as seguintes medidas da pirâmide:

- altura = 9 cm;
- aresta da base = 6cm;
- volume total = 108cm^3 .

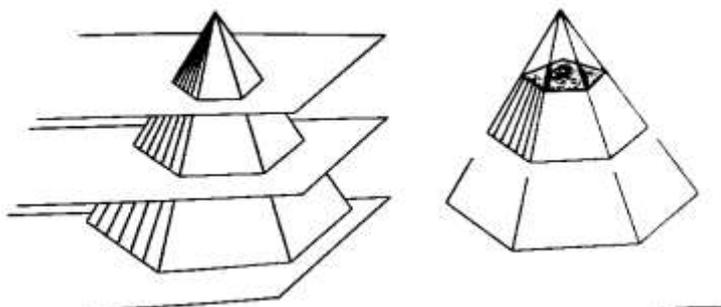
O volume da região compreendida entre os planos paralelos, em cm^3 , é:

- a) 26
- b) 24
- c) 28
- d) 30



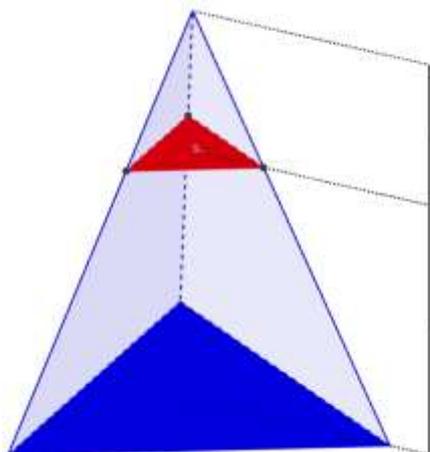
QUESTÃO 02: (E. E. MAUÁ/LINS-SP) A altura h de uma pirâmide é dividida em três partes iguais por dois planos secantes paralelos a base. Sendo B a aresta da base,

determinar o volume do tronco limitado pelas duas regiões paralelas, em função de B e h.



QUESTÃO 03: A pirâmide de base triangular regular de altura 12cm, foi reduzida a 25% de sua altura original, obtendo, um tronco de pirâmide de área da base maior de $11,69 \text{ cm}^2$. Determine:

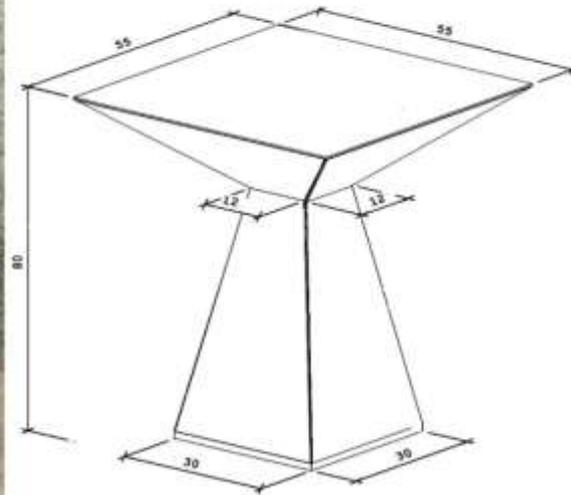
- o volume da pirâmide maior;
- o volume da pirâmide menor;
- o volume do tronco dessa pirâmide.



QUESTÃO 04¹⁹: Na recepção de uma casa de eventos encontra-se a mesinha como representado na imagem à esquerda, abaixo, composta por dois troncos de pirâmides, cujas dimensões, em centímetros, estão representadas na imagem à direita. Determine:

- A altura dos dois troncos de pirâmides
- A área de todas as bases dessa imagem;
- O volume dos dois troncos de pirâmides

¹⁹ As questões que não apresentam citações de autores, são aquelas elaboradas pelos autores. Portanto, nesta SD, todas as questões em que as fontes não foram citadas, são elaboradas pelos autores.



QUESTÃO 05: (IAVE/ Prova 92/1.^a F./Cad. 1 2022) A Figura 3 é uma fotografia de uma garrafa desenhada pelo arquiteto Siza Vieira para promover o consumo de água da torneira, em Lisboa.

Na Figura 4, está representado um modelo geométrico da parte inferior dessa garrafa.



Figura 3

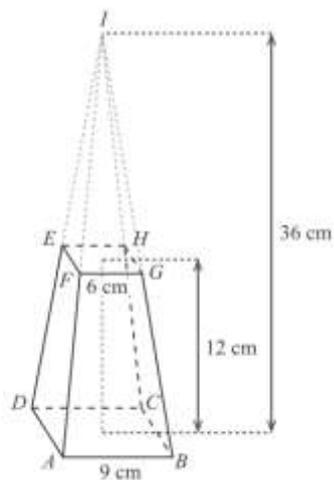


Figura 4

Relativamente à Figura 4, sabe-se que:

- [ABCDI] é uma pirâmide reta de base quadrada;
- [ABCDEFGH] é um tronco de pirâmide de bases quadradas;
- a altura da pirâmide [ABCDI] é 36 cm e a altura do tronco de pirâmide é 12 cm;
- $AB = 9$ cm e $FG = 6$ cm.

O modelo não está desenhado à escala.

Determina o volume do tronco de pirâmide [ABCDEFGH], representado na Figura 4.

4. 9 Atividade 9: Tronco de pirâmides obtido a partir do fator de redução “k”.

OBJETIVO: Explorar as possibilidades de se estabelecer soluções para as questões apresentadas, a partir dos conhecimentos adquiridos na resolução das atividades anteriores, identificando os elementos essenciais na utilização dos formulários.

MATERIAL: Máquina de calcular, lápis, borracha, imagem (Pirâmide de Quéops) e quadro de preenchimento.

PROCEDIMENTOS: Com o uso de calculadora e do formulário estudado em atividades anteriores, preencha o quadro abaixo e responda as questões solicitadas.

01. (Execução e Registros) A pirâmide de base quadrada abaixo foi seccionada em 100 seções paralelas à base. Suponhamos que essa pirâmide tenha 260 metros de altura e 19600 metros quadrados de área da base (ou 140 metros de lado da base). Qual será o volume do que resta da pirâmide quando esta foi seccionada a 50% de sua altura. Em seguida, preencha a tabela abaixo.



% da H	Nova Altura (h)	% da base maior	$V_M = \frac{H \cdot B}{3}$	$V_m = \frac{h \cdot b}{3}$	$V_M - V_m$	$\frac{h}{3} \cdot [A_B + \sqrt{B \cdot b} + A_b]$
1%	2,6	1,96	1.698.666,7	1,699	1.698.496,8	1.698.496,8
5%						
10%						
15%						
20%						
25%						
30%						
40%						
50%						
60%						
75%						
95%						

02. (Análises) Quais foram as suas observações ao preencher o quadro acima?

03. (Institucionalização) O que se observa ao comparar as duas últimas colunas do quadro acima? Justifique sua resposta por uma equivalência de fórmulas.

SUGESTÕES PARA O PROFESSOR:

Essa atividade pode ser realizada individualmente ou em pequenos grupos e requer que o professor oriente para o cálculo com percentagens de uma determinada quantidade. Utilize máquina de calcular e efetue os cálculos aproximados, oriente como abreviar corretamente um número. Pode haver alguma dificuldade na realização dos cálculos, porém, o importante é chegar numa aproximação razoável que os levem a observar as duas últimas colunas, pois, elas devem apresentar os cálculos, senão iguais, pelo menos com uma boa aproximação, para que eles possam, na institucionalização, formular a ideia de que existem várias formas de se obter o volume de troncos de pirâmides.

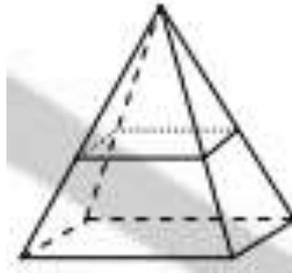
EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

QUESTÃO 01: (UFF - 2005)²⁰ A grande pirâmide de Quéops, antiga construção localizada no Egito, é uma pirâmide regular de base quadrada, com 137m de altura. Cada face dessa pirâmide é um triângulo isósceles cuja altura relativa à base mede 179m. Se pudéssemos cortar a ponta dessa pirâmide, reduzindo a sua altura para 150 m, qual seria o volume desse tronco de pirâmide, em m²?

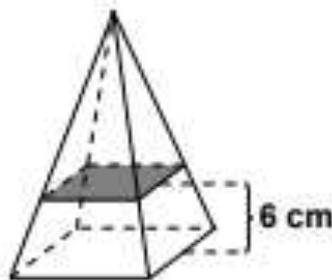


²⁰http://www.coseac.uff.br/vest2005/provas/UFF_Vestibular_2005_1aEtapa.pdf. Acesso em 16 de julho de 2021. Acesso em 16 de julho de 2021.

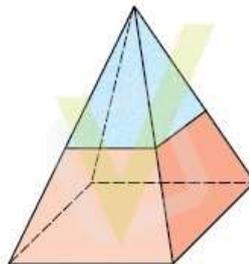
QUESTÃO 02: (Vunesp – SP) É dada uma pirâmide de altura H , $H = 9$ cm, e volume V , $V = 108$ cm³. Um plano paralelo à base dessa pirâmide corta-a determinando um tronco de pirâmide de altura h , $h = 3$ cm. Qual o volume do tronco de pirâmide resultante?



QUESTÃO 03: (UEPI – PI) Uma pirâmide de base quadrangular tem esta base com área de 64 cm². Efetuando-se nesta pirâmide um corte a 6 cm da base, obtém-se uma secção transversal com área de 16 cm². A altura da pirâmide, então, é de:



QUESTÃO 04: Em uma pirâmide regular de base quadrada, as medidas da diagonal da base e do apótema lateral são iguais a $8\sqrt{6}$ cm e 13cm, respectivamente. Do volume total dessa pirâmide, cujas faces e base são de vidro transparente, 528cm³ (V_c) estão preenchidos com areia colorida, e o volume restante (V_a), com material granulado azul.



Desconsiderando-se a espessura do vidro, é correto afirmar que $\frac{V_a}{V_c}$ é igual a:

- a) $\frac{1}{5}$
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{2}{3}$

- d) $\frac{2}{5}$
- e) $\frac{1}{3}$

QUESTÃO 05: (UNB - 1999)

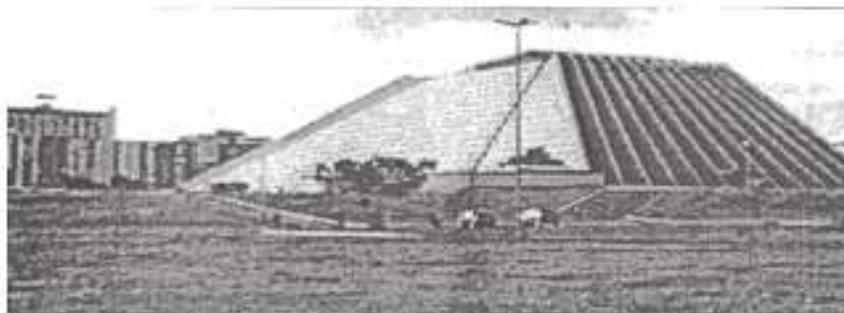


Figura I — Teatro Nacional Cláudio Santoro, Brasília-DF.

A figura II abaixo ilustra o modo pelo qual o Teatro Nacional Cláudio Santoro, mostrado na figura I, pode ser considerado como o tronco de uma pirâmide imaginária que se obtém prolongando-se suas arestas laterais.

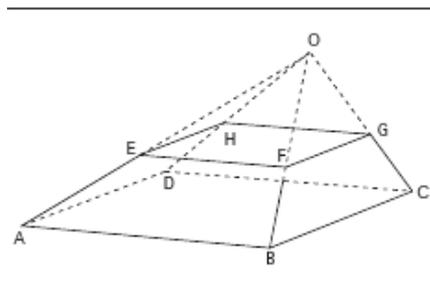


Figura II

A figura III representa uma planificação aproximada da parte aparente do Teatro, desconsiderando-se a sua cobertura. Sabendo que a altura do tronco de pirâmide da figura II é de 16 m e que as pirâmides OEF GH e OABCD são semelhantes, calcule, em decâmetros cúbicos, o volume da parte aparente do Teatro Nacional. Despreze a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

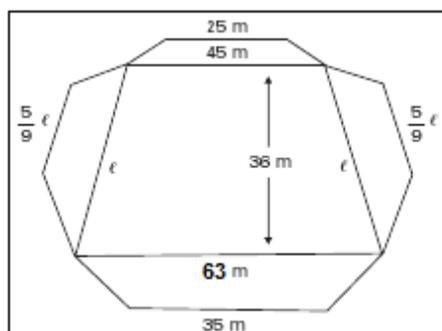


Figura III

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Sandro Antonio Godeiro de et al. **A pirâmide e seu volume**. 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/8986>. Acesso em: 13/03/2022.

DA SILVA, Maria José Ferreira; ALMOULOU, Saddo Ag. **Um Modelo Epistemológico de Referência para o estudo da planificação de superfícies de pirâmides triangulares**. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 20, n. 3, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/41210>. Acesso em: 26/11/2020.

DA SILVA, Maria José Ferreira; ALMOULOU, Saddo Ag. **Estudo de uma organização didática para construção de fórmulas para a medida de volume de sólidos**. Actas del VII CIBEM ISSN, v. 2301, n. 0797, p. 7677, 2013. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/19870/1/Ferreira2013Estudo.pdf>. Acesso em: 26/11/2020.

DE SÁ, Pedro Franco et al. **O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática: The teaching of mathematics through experimental activities in mathematics education**. Revista Cocar, n. 14, 2022. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5498>. Acesso em: 20 de agosto de 2022.

SÁ, Pedro Franco de. **As atividades experimentais no ensino de matemática**. REMATEC, v. 15, n. 35, p. 143-162, 2020. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/290>. Acesso em: 20 de agosto de 2021.

APLICATIVO ANDROID PARA O ENSINO DE TRONCO DE PIRÂMIDE

Este aplicativo tem como objetivo auxiliar no cálculo da área da base maior, área da base menor, área lateral, área total e volume de um tronco de pirâmide de base triangular, quadrada e base qualquer. Seu autor é Ulisses Marçal de Carvalho, Orientadores Prof. Dr Fábio José da Costa Alves e Prof^a. Dr^a. Cinthia Cunha Maradei Pereira.

PARA BAIXAR:

<https://drive.google.com/file/d/1z3ATY6d79wp6NUn2INe6JGFv9Ane91mY/view>

FANZINE - PARA SABER MAIS:

<https://br.video.search.yahoo.com/search/video?fr=mcafee&ei=UTF-8&p=fanzine+tutorial&type=E210BR91199G0#id=3&vid=e8d042ac44ee1fb7cbd43a734ea7efe2&action=click>

7. APÊNDICE 01 – Fanzines 01.

MATEZINE
ZINE GEOSPACIAL
Prof. Ulisses
ZMG

TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASE HEXAGONAL

SUPERIOR LATERAL

SEÇÃO PARALELA

TRONCO DE PIRÂMIDE

ZINE 011

VISTAS!

TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASE PENTAGONAL

SUPERIOR FRONTAL

SEÇÃO PARALELA

TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA

SUPERIOR LATERAL

SEÇÃO PARALELA

SEÇÃO OBLÍQUA

TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA

SUPERIOR LATERAL

TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASE HEXAGONAL

SUPERIOR LATERAL

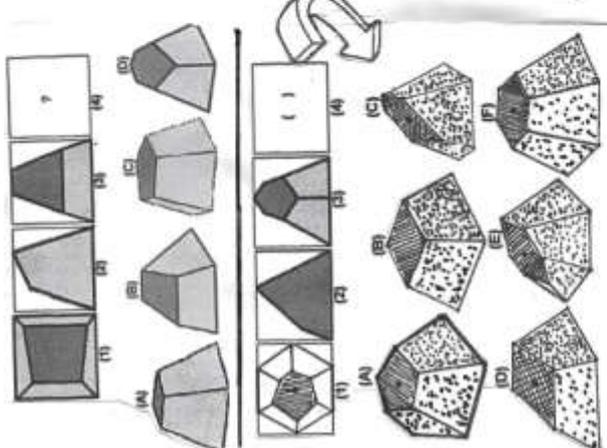
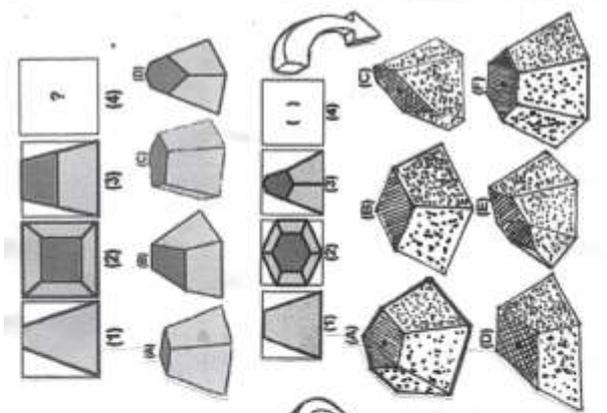
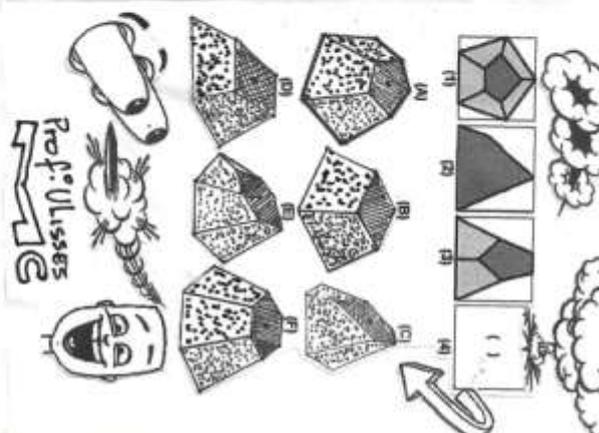
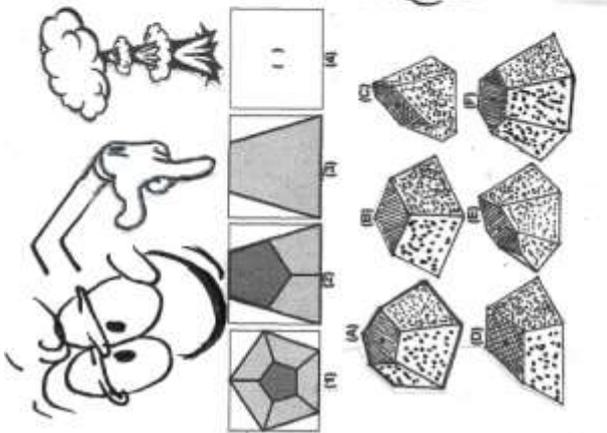
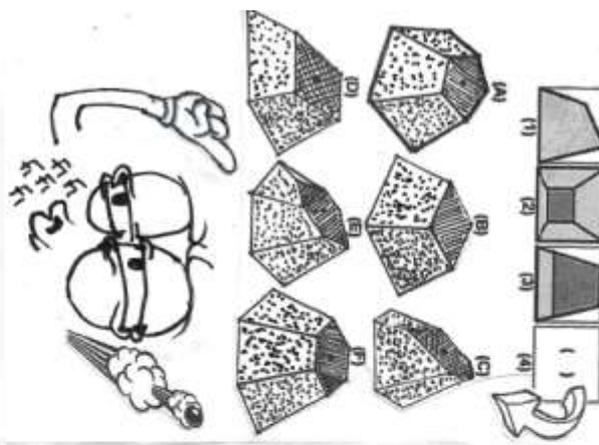
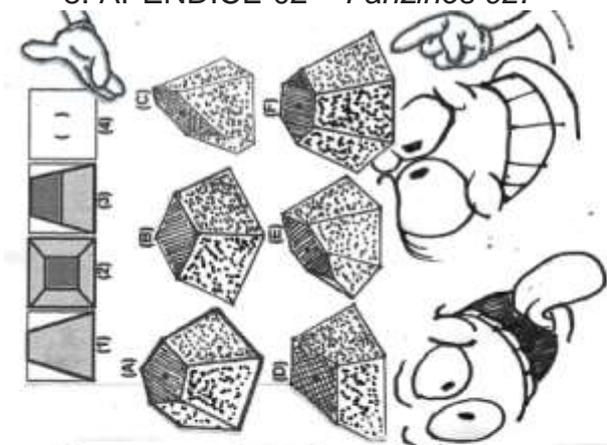
SEÇÃO OBLÍQUA

SEÇÃO OBLÍQUA

TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASE PENTAGONAL

SUPERIOR LATERAL

8. APÊNDICE 02 – Fanzines 02.



SOBRE OS AUTORES

Ulisses Marçal de Carvalho



Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1996); Especialização em Educação Matemática pela Universidade Federal do Pará (2001) e Mestrado Profissional em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará (2021). Professor da Educação Básica desde 1998, com experiência em projetos de jogos na educação. Professor efetivo de Matemática da Rede Pública Estadual (PA) desde 1998. Possui produções nas áreas de Ensino de Matemática por atividades, jogos no ensino de Matemática, Uso de Tecnologias no Ensino da Matemática e Sequência Didática para ensino de tronco de pirâmide.

Roberto Paulo Bibas Fialho



Possui graduação em Arquitetura e Urbanismo pela União das Escolas Superiores do Pará (1989), graduação em Educação Artística do 1º Grau pela Universidade Federal do Pará (1993), graduação em Educação Artística Licenciatura Plena pela Universidade Federal do Pará (1994) e mestrado em Desenvolvimento Sustentável do Trópico Úmido pela Universidade Federal do Pará - UFPA (1998). É artista plástico e especialista em educação pela UNAMA (1994) e em design de móveis pela Universidade do Estado do Pará - UEPA (2006). Desenvolve atividades como professor adjunto na Universidade do Estado do Pará e professor titular da Faculdade de Estudos Avançados do Estado do Pará - FEAPA, atuando principalmente nos seguintes temas: metodologia científica, educação matemática, psicologia e composição visual, arquitetura e design gráfico. Doutor junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM), pertencente à Universidade Federal do Pará (2013).

Pedro Franco de Sá



Possui graduação em Licenciatura Plena Em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1988), mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1996) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2003). Foi o diretor, no período de junho de 2012 à maio de 2016, do Centro de Ciências Sociais e Educação da Universidade do Estado do Pará onde é professor Titular de Educação Matemática do Departamento de Matemática, Estatística e Informática desde 2013. É docente fundador do Programa de Mestrado em Educação do CCSE- UEPA, docente fundador da REAMEC e docente fundador do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do CCSE- UEPA. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, ensino de matemática por atividades, matemática no ensino fundamental e uso de novas tecnologias em sala de aula, em particular uso didático da calculadora.



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Trav. Djalma Dutra, s/nº – Telégrafo
66113-010 Belém-PA
www.uepa.br

