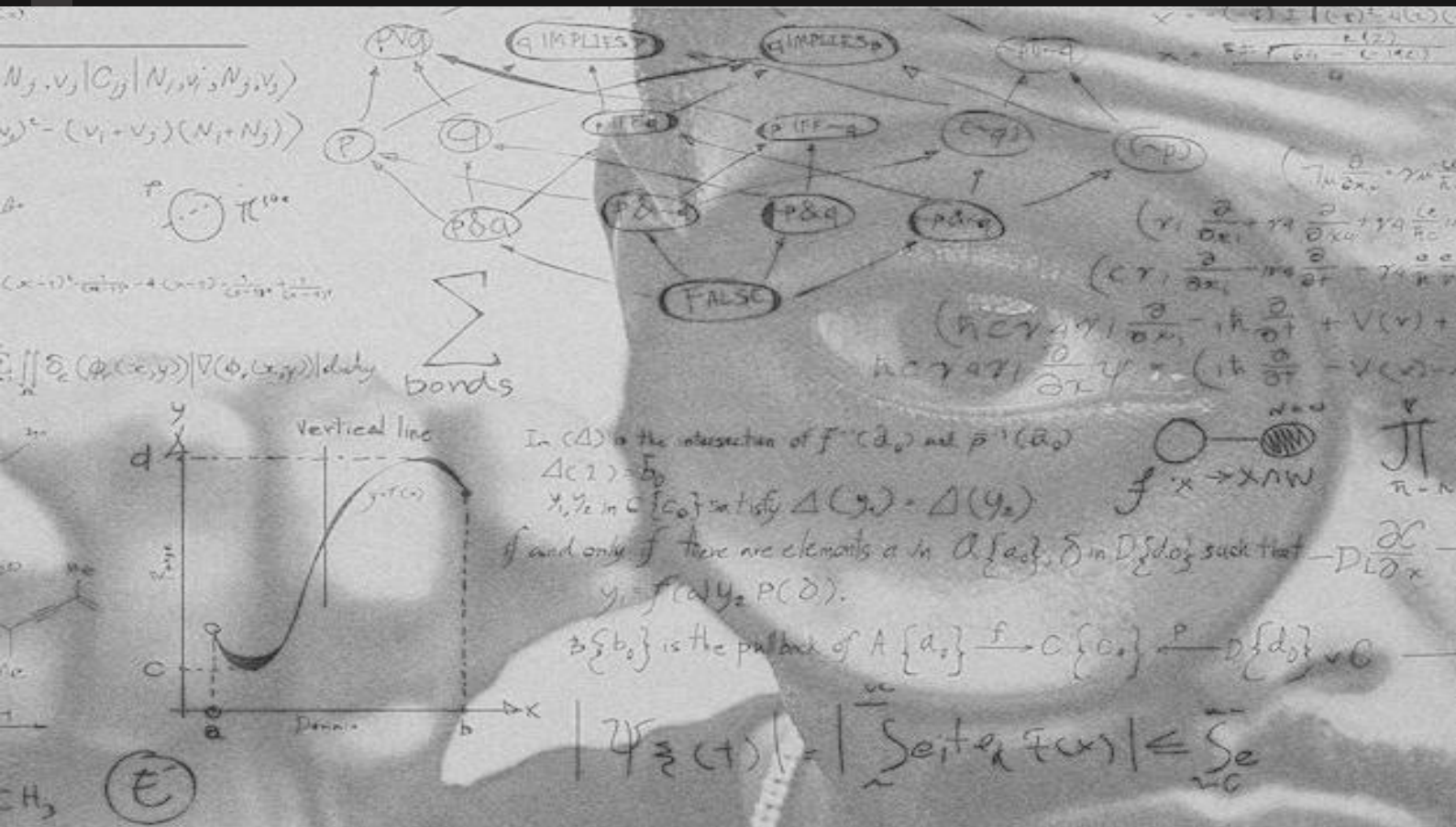


Eder Joacir de Lima

LABORATÓRIO DE ENSINO DA MATEMÁTICA (LEM)



Atividades para serem desenvolvidas no contexto do LEM

© 2022 – Forma Educacional Editora Didática

www.formaeducacional.com.br

formaeducacional@gmail.com

Organizador

Eder Joacir de Lima

Editor Chefe: Jader Luís da Silveira

Editores e Arte: Resiane Paula da Silveira

Capa: Freepik/MultiAtual

Revisão: Respective autores dos artigos

Conselho Editorial

Ma. Heloisa Alves Braga, Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, SEE-MG

Me. Ricardo Ferreira de Sousa, Universidade Federal do Tocantins, UFT

Me. Guilherme de Andrade Ruela, Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF

Esp. Rícael Spirandeli Rocha, Instituto Federal Minas Gerais, IFMG

Ma. Luana Ferreira dos Santos, Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC

Ma. Ana Paula Cota Moreira, Fundação Comunitária Educacional e Cultural de João Monlevade, FUNCEC

Me. Camilla Mariane Menezes Souza, Universidade Federal do Paraná, UFPR

Ma. Jocilene dos Santos Pereira, Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC

Ma. Tatiany Michelle Gonçalves da Silva, Secretaria de Estado do Distrito Federal, SEE-DF

Dra. Haiany Aparecida Ferreira, Universidade Federal de Lavras, UFLA

Me. Arthur Lima de Oliveira, Fundação Centro de Ciências e Educação Superior à Distância do Estado do RJ, CECIERJ

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

L732I Lima, Eder Joacir de
Laboratório de Ensino da Matemática (LEM): Atividades para serem desenvolvidas no contexto do LEM / Eder Joacir de Lima (organizadora). – Formiga (MG): Forma Educacional, 2022. 74 p. : il.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-85175-00-5

DOI: 10.5281/zenodo.7357518

1. Laboratório de Ensino da Matemática. 2. LEM. 3. Atividades. 4. Educação. 5. Contexto do LEM. I. Lima, Eder Joacir de. II. Título.

CDD: 510.07

CDU: 51

Os artigos, seus conteúdos, textos e contextos que participam da presente obra apresentam responsabilidade de seus autores.

Downloads podem ser feitos com créditos aos autores. São proibidas as modificações e os fins comerciais.

Proibido plágio e todas as formas de cópias.

Forma Educacional Editora Didática

CNPJ: 35.335.163/0001-00

Telefone: +55 (37) 99855-6001

www.formaeducacional.com.br

formaeducacional@gmail.com

Formiga - MG

Catálogo Geral: <https://editoras.grupomultiatual.com.br/>

Acesse a obra originalmente publicada em:

<https://www.formaeducacional.com.br/2022/11/laboratorio-de-ensino-da-matematica-lem.html>



**Laboratório de Ensino da Matemática (LEM): Atividades para
serem desenvolvidas no contexto do LEM**

Eder Joacir de Lima

APRESENTAÇÃO

O ensino de matemática nas escolas da Educação Básica vem passando por diversas transformações nas últimas décadas, especialmente no que diz respeito a forma como o professor ensina matemática aos seus alunos. Nesse cenário, da década de 1980 para cá, surgiram diversas tendências dentro da educação matemática, como a resolução de problemas, modelagem matemática, entre outras. O que há de comum em muitas dessas tendências é fato de colocar o aluno como protagonista do processo de ensino-aprendizagem, e abordar a construção do conhecimento matemático por meio de situações que envolvam o cotidiano dos alunos.

Nesse sentido, também a partir da década de 1980, os cursos de formação inicial de professores de matemática, passam a incluir em suas ementas, disciplinas específicas que abordam a utilização do Laboratório de Ensino da Matemática (LEM). Em geral, essas disciplinas têm como objetivo propiciar práticas de ensino aos futuros professores, elaborar materiais pedagógicos que podem ser utilizados pelos mesmos posteriormente em sala de aula, e incentivar os licenciandos a elaborarem situações didáticas desafiadoras, que rompam com o paradigma de aulas tradicionais no ensino de matemática na educação básica.

Assim, esse material tem por objetivo fazer uma breve discussão sobre a importância da utilização dos recursos do LEM para o ensino da matemática nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio, e apresentar algumas sugestões de sequências didáticas que foram elaboradas pelos licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática (IFMT-UAB), durante a disciplina de Laboratório de Ensino da Matemática III, no ano letivo de 2021.

Essas sequências didáticas podem ser utilizadas por professores do ensino fundamental e médio, independente da escola possuir ou não um laboratório de matemática, pois, são atividades que podem ser desenvolvidas em sala de aula, e envolvem materiais de baixo custo.

Esperamos que esse material possa contribuir com a formação de novos Licenciandos em Matemática, e com o trabalho de professores que atuam na educação básica, e buscam um ensino de matemática mais dinâmico e atrativo.

SUMÁRIO

1 - Laboratório de Ensino de Matemática e sua importância no processo de ensino-aprendizagem	8
1.1 Introdução	8
1.2 O Laboratório de Ensino de Matemática	10
1.3 – Construção e composição de um LEM	11
2 – O ensino de matemática por meio de propostas didáticas no contexto do LEM	12
2.1 - Bingo das funções	13
2.2 - Função Mágica e Jogo da Memória de Conjuntos	17
2.3 - Jogo das funções representadas por linha reta	23
2.4 - Bingo das funções	27
2.5 - Teodolito caseiro	30
2.6 - Tabuleiro da probabilidade	34
2.7 - Demonstração do Teorema de Pitágoras com material manipulável	39
2.8 - Bambolê trigonométrico	45
2.9 - Estudando análise combinatória e probabilidade por meio do jogo do palitinho	50
2.10 - Estudando cônicas por meio de dobradura	57
2.11 - Construção de uma elipse no Geogebra	65
2.12 - Construção de poliedros com material de baixo custo	71

1 - Laboratório de Ensino de Matemática e sua importância no processo de ensino-aprendizagem

Eder Joacir de Lima

1.1 Introdução

No decorrer dos tempos, em diferentes épocas, diversos educadores defenderam o uso de materiais didáticos no processo de ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos. Segundo Lorenzato (2012), desde o século XVII, estudiosos já escreviam que o ensino deveria acontecer do concreto ao abstrato, e reconheciam a importância da experiência sensível para construção do conhecimento. Mais recentemente, grandes pensadores como Vygotsky e Bruner defendiam que as experiências ligadas ao mundo real constituem um importante caminho para a construção do raciocínio das crianças.

Nesse sentido, já no final do século XIX e início do século XX, desenvolve-se entre educadores matemáticos a concepção de uma escola nova, fundamentado na pedagogia da ação, em que o ensino deveria transitar entre o concreto e o abstrato, rompendo com ensino tradicional transmissivo. Como consequência disso, há uma grande produção de materiais didáticos e recursos para o ensino da matemática e desponta a ideia de haver nas escolas de ensino elementar e secundário, um laboratório de matemática que oportunizasse aos alunos o desenvolvimento de experiências matemáticas (VARIZO, 2011).

Apesar disso, a utilização do laboratório de matemática e até mesmo de materiais didáticos passa a ser negligenciado pela maioria dos professores de matemática, que continuam, na maior parte dos casos a ensinar a matemática pelo método tradicional transmissivo.

Varizo (p.5, 2011), entende

“que falta muito para se superar a tradição do ensino de matemática fundamentado na concepção de que o professor é, prioritariamente, instrumento de transmissão de saberes produzidos por outros, apesar de a escola fundamental, principalmente nas cinco primeiras séries, mostrar-se mais sensível a mudanças que as de ensino médio e universitário. Passados mais de 100 anos do advento da Pedagogia da Ação, as concepções emanadas dessa tendência foram incorporadas de forma muito tímida pela comunidade de docentes de matemática.”

A partir da década de 1980, depois do fracasso do Movimento da Matemática Moderna em nosso país, surgem novas tendências de ensino de matemática que colocam o aluno como protagonista no processo de construção do conhecimento matemático, e valorizam a importância do lúdico, e do material didático para a aprendizagem. Nesse contexto, volta a ganhar força sobretudo nos cursos de formação inicial de professores a utilização do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) com o objetivo de ampliar o campo de vivência e reflexão sobre a prática docente dos licenciandos (VARIZO, 2011).

Nas últimas décadas houve uma inserção considerável do LEM nas discussões, tanto na formação inicial como na formação continuada de professores. Além disso, houve um crescimento nas pesquisas envolvendo o assunto. Muitas dessas são aplicadas e focam na utilização dos recursos do LEM para ensinar determinado conteúdo do currículo escolar, outras focalizam na formação docente (inicial ou continuada).

Mesmo assim, há um número grande de professores nas escolas da educação básica que nunca estudaram sobre o assunto, desconhecendo as vantagens da utilização do LEM para o ensino da matemática. Boa parte desses docentes utilizam poucos recursos didáticos. Geralmente suas aulas são fundamentadas no método tradicional transmissivo: utilizam quadro para fazer explanações, demonstrações, resolução de exemplos, para depois aplicarem listas de exercícios de fixação, onde os alunos devem reproduzir passivamente o conteúdo transmitido pelo professor.

Romper com esse modelo de ensino arcaico que perdura mais de dois séculos é necessário e fundamental, para uma melhor aprendizagem do conteúdo matemático e para a formação integral e humana de nossos alunos.

O LEM pode ser um importante meio para que isso aconteça, pois, os recursos que ele oferece e as atividades que podem ser propostas por intermédio dele, podem ser um importante recurso a ser utilizado no processo de ensino-aprendizagem e formação docente.

Mas, o que é um LEM? Como montar um em nossas escolas? Como desenvolver aulas por meio do LEM que contribuam para a aprendizagem do aluno? Tentaremos responder essas questões na sequência. Em seguida, compartilharemos sugestões de atividades que podem ser desenvolvidas pelo professor em sala de aula, no contexto do LEM.

1.2 O Laboratório de Ensino de Matemática.

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) pode ser usado de diversas formas, conforme a necessidade de cada escola. Ele pode ser um espaço para guardar materiais didáticos, um local para aulas de matemática e para atendimento a alunos, um espaço para planejamento de aulas e atividades pelos professores, um local para discussão de projetos, tendências e inovações entre os professores, ou ainda um espaço para criação, produção e desenvolvimento de materiais didáticos que possam auxiliar a prática pedagógica dos professores, tornando o ensino da matemática mais compreensível aos alunos.

De acordo com Lorenzato (2012, p. 6-7) numa concepção ampla,

“o LEM deve ser o centro da vida matemática da escola; mais que um depósito de materiais, sala de aula, biblioteca ou museu de matemática, o LEM é o lugar da escola onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos [...], o LEM nessa concepção é uma sala ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender.”

Nessa perspectiva, tão importante quanto ter um LEM na escola, é ter professores preparados e capacitados para utilizar esse importante recurso. É necessário que o professor tenha conhecimento sobre como utilizar esse espaço e seus recursos para atingir o objetivo principal de sua aula, que é de ensinar os conceitos matemáticos aos alunos.

Assim, o Laboratório de Ensino de Matemática deve ser um lugar onde o professor leva o aluno a pensar por si mesmo, a questionar, a hipotetizar, a testar, observar padrões e generalizar, levando-o a um processo de investigação.

O LEM pode tornar o trabalho do professor altamente gratificante e a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno, mesmo em condições desfavoráveis e adversas. Para isso, é importante que o professor possua conhecimento, crença e engenhosidade. Conhecimento porque, é preciso conhecer o que se vai ensinar, e para isso é importante o professor possuir uma boa formação matemática e pedagógica. Crença porque, é preciso acreditar

naquilo que se deseja fazer. Engenhosidade porque, muito frequentemente, é exigido do professor uma boa dose de criatividade, e num espaço que oferece múltiplas possibilidades para se ensinar matemática, isso é importante (LORENZATO, 2012).

1.3 – Construção e composição de um LEM

Segundo Lorenzato (2012), a composição de um LEM deve ser feita com qualquer recurso que o professor julgar importante à aprendizagem: livros didáticos e paradidáticos, artigos de jornais e revistas, problemas interessantes e questões de vestibulares, ilusões de óptica, jogos, quebra-cabeças, figuras, sólidos, modelos, desafios, artefatos, réplica, embalagens, murais, pôsteres, material didático industrializado, material didático produzindo pelos alunos e professores, instrumentos de medida, vídeos, softwares, calculadoras, computadores, sucatas, etc.

Além disso, é importante destacar que no processo de construção de um LEM os alunos devem estar sempre envolvidos, juntamente com professores da área de matemática e demais áreas. Sobre a composição, convém destacar que dentre os recursos listados acima, deve-se levar em consideração as particularidades de cada região, e o contexto que envolve a sociedade local, no qual os alunos estão inseridos.

Caso a escola não tenha um espaço apropriado para virar um laboratório de matemática, isso não quer dizer que o professor não possa transformar sua sala de aula em um LEM. Para isso ele deve elaborar propostas didáticas que objetivem ensinar conceitos matemáticos por meio de recursos que podem ser construídos por ele, ou por seus alunos, com materiais de baixo custo e materiais recicláveis.

Na sequência, apresentamos algumas propostas didáticas que podem ser desenvolvidas no LEM, ou em sala de aula, que tem por objetivo abordar o ensino de conceitos matemáticos. Essas propostas foram elaboradas pelos alunos do curso de licenciatura em matemática na disciplina de Laboratório de Ensino da Matemática III, que é ofertado pelo Instituto Federal de Mato Grosso, campus Cuiabá Bela Vista, na modalidade à distância.

2 – O ensino de matemática por meio de propostas didáticas no contexto do LEM

2.1 - Bingo das funções

Alan dos Santos Moreira
Elias Germano dos Santos
Jairo Patrick Domingos Lazari
Joilson dos Santos
Marcos José de Almeida
Ronailson Rodrigues
Tatiana Lima Pereira Meira

Descrição da atividade

O referido material proposto nesta atividade teve o intuito de desenvolver a confecção do jogo matemático, para melhor expandir o nível de conhecimento proposto neste trabalho, foi acrescentado algumas linhas de pesquisa em prol de melhoria nesta apresentação, ao qual gerou um nível de satisfação e conhecimento do mesmo. A princípio todas as buscas de materiais adicionados nesta atividade se encontram no anexo da bibliografia.

Objetivos da atividade

- Constatar através da avaliação diagnóstica as deficiências no aprendizado do aluno no conteúdo proposto;
- Familiarizar o discente com o material a ser utilizado;
- Jogar por jogar, para facilitar a compreensão das regras do jogo e conhecimento do conteúdo de função afim;
- Fazer intervenção pedagógica, pois o jogo possibilitará na prática o conhecimento do conteúdo proposto;
- Utilizar os conceitos matemáticos;
- Desenvolver na escrita as atividades através dos jogos;
- Desenvolver atividades problemas da função afim;

Material necessário/recursos

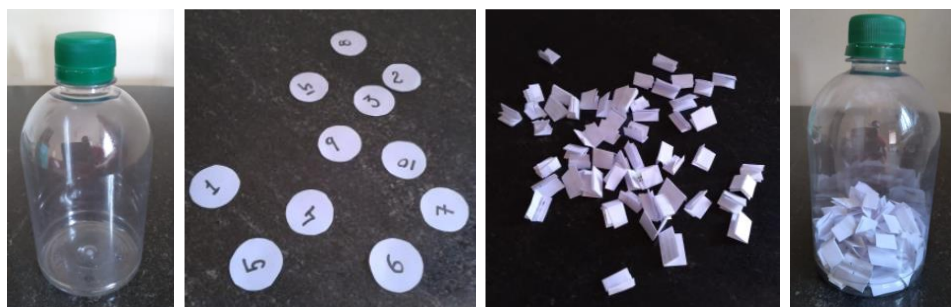
- Cartolina;
- Papel A4;
- Caneta hidrocor;

- Régua;
- Garrafa descartável;
- Círculos numerados de 1 a 50;
- Cópias da folha de atividades;

Confeção dos materiais necessários

O jogo da função, é um material simples de se montar, neste processo podemos utilizar os próprios alunos na sua confecção, são materiais de fácil desenvolvimento no manuseio da montagem, alguns são recicláveis. Como exemplo utilizamos uma garrafa pet qualquer tamanho, para embaralhar as fichas a serem sorteadas, utilizaremos uma régua na montagem das cartelas com os respectivos números naturais e sua função (Figura 2). Além disso, devem ser confeccionados 50 números (1 a 50) em papel A4. Esses números devem ser dobrados e introduzidos dentro da garrafa para servir de sorteio (Figura 1).

Figura 1- Garrafa PET com números para sorteio



Fonte: Acervo próprio

Figura 2 – Modelo de cartela a ser utilizada no bingo

$F(x) = x + 2$			
3	16	31	48
7	20	15	22
10	13	45	36

Fonte: Acervo próprio

Procedimentos

Como estamos trabalhando com conceito de função afim, seria mais propício o professor antes do início do jogo, fazer uma breve revisão e discussão dos conteúdos que serão abordados no decorrer do jogo, mas, isso pode também ser feito no decorrer do jogo, conforme as dificuldades dos alunos aparecem.

O desenvolvimento do jogo segue a mesma sequência de um bingo tradicional.

A seguir demonstraremos o passo a passo do jogo:

1º passo:

O jogo pode ser individual, com cada aluno recebendo uma cartela, ou em grupo, nesse caso cada grupo recebe uma cartela para jogar.

2º passo:

O professor deverá entregar as diferentes cartelas contendo a tabela com os números que deverão ser assinalados e as respectivas funções.

3º passo:

Iniciando o jogo, o professor fará o sorteio dos números que estão na garrafa que contém os 50 números naturais.

4º passo:

Sorteado um número, o aluno (ou grupo) deverá procurar o valor de $f(x)$ da função que está em sua cartela, ou seja, o número sorteado deverá ser substituído no lugar de “ x ” na que está na cartela. Por exemplo, se o número sorteado for 14, o grupo deverá desenvolver as operações para encontrar o valor de $f(14)$ como no exemplo abaixo:

$$f(x) = x + 2$$

$$f(14) = 14 + 2$$

$$f(14) = 16$$

5º passo:

Caso a cartela contenha o valor encontrado para $f(x)$ o aluno ou grupo deverá marcar esse valor na cartela.

O professor segue fazendo os sorteios e aguardando um tempo para que os alunos efetuem os cálculos. O jogo termina quando algum aluno (ou grupo) preencher toda a cartela.

Convém ressaltar, que o professor poderá fazer adaptações a esse jogo para abordar outros conceitos relacionados a funções. Fica a critério do professor usar sua criatividade para adaptar o material didático a diferentes circunstâncias.

Referências bibliográficas

BORBA, Fabiana Machado; **Jogos matemáticos para o ensino de função**. 2008.

140 f. Dissertação (Mestre em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade

Luterana do Brasil, Canoas, Rio Grande do Sul, 2008. Disponível em:

<http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgcecim/article/view/95>.

Acesso em:

25 de ago de 2021.

SANTOS, A. L. C; BARBOZA, G. S; ROCHA, J. A. S; COUTINHO, L. P. M. "Afim" da função. In: Secretaria de Estado de Educação; **MATEMÁTICA SUAS TECNOLOGIAS**. Volume 1, Módulo2. Disponível em:

http://projetoceeduc.cecierj.edu.br/eja/recurso-multimedia-pr_ofessor/matematica/novaeja/m2u14/Matematica_Mod02_Professor_unid4.pdf

Acesso em: 25 de ago de 2021.

2.2 - Função Mágica e Jogo da Memória de Conjuntos

Rafael Leôncio do Espírito Santo,
Francieli Gasperini,
Vanisse Lúcia Borges,
João Batista dos Santos,
Vanderley Luiz Hoffmann
Divino Pires Mateus.

Descrição da atividade

As atividades propostas Função Mágica e Memorizar de Conjuntos, se tratam de materiais didáticos – MDs criados pelo grupo supramencionado, a fim de atender a proposta da disciplina LEM III.

o *Atividade 1 (Função Mágica)* – Trata-se de um jogo que consiste em encontrar os dois números que somados fornecem o resultado proposto e que esses mesmos dois números multiplicados geram o produto proposto.

De modo que pode ser disputado por dois grupos ou por dupla, e os participantes têm um tempo de resposta baseado no tempo de uma ampulheta. Quando esse tempo cessa, espera-se que seja fornecida uma resposta, e assim que a mesma for fornecida, então, se verifica a resposta correta existente no cartão, valendo-se do uso de radiação ou luz ultravioleta – UV.

Assim sendo, a resposta da função aparece como mágica. Pois a tinta é invisível para o comprimento de onda de luz visível, contudo é visível no comprimento de onda na radiação UV, ou popularmente conhecida como luz negra.

o *Atividade 2 (Memorizar de Conjuntos)* – Consiste em um jogo de memória, o qual se vale de símbolos relacionados aos a cada tipo de conjunto, e também relaciona exemplos contidos nos conjuntos para que seja identificado e relacionado. O grupo que mais desvirar pares correspondentes ganhará.

Objetivos da atividade

o Atividade 1 (Função Mágica)

Objetiva-se que o jogo (Função Mágica) seja uma proposta de material didático – MD aplicado no Laboratório de Ensino de Matemática - LEM, o qual tenha a capacidade de

facilitar o aprendizado significativo, concernente a metodologia soma e produto, a qual pode ser utilizada na resolução de equações de 2º grau (que se trata de um caso particular de funções de 2º grau). Espera-se que a Função Mágica estimule os aprendizes, devido a sua interatividade social-competitiva e ludicidade.

o Atividade 2 (Memorizar de Conjuntos) – Objetiva-se que o jogo de memória (Memorizar de Conjuntos) seja uma proposta de MD aplicada no LEM, o qual fomente a construção do conhecimento, gerando assim, aprendizado significativo, referente a teoria de conjuntos. Espera-se que o Memorizar de Conjuntos estimule os aprendizes, devido a sua interatividade social competitiva e ludicidade.

Material necessário/recursos

o Atividade 1 (Função Mágica)

- Cartões de cor amarela;

Figura 01 – Cartão de cor amarela.



Fonte: Autores

- Marca texto amarelo;

Figura 02 – Marca texto.



Fonte: Autores

- Caneta Mágica de cor invisível a luz visível, mas visível no UV;

Figura 03 – Caneta Mágica.



Fonte: Autores

- Ampulheta para marcar o tempo de resposta;

Figura 04 – Caneta Ampulheta



Fonte: Autores

- Lanterna de UV, ou seja, luz negra.

Figura 05 – Lanterna UV



Fonte: Autores

○ *Atividade 2 (Memorizar de Conjuntos)*

- Cartões de cor amarela;

Figura 06 – Cartão de cor amarela.



Fonte: Autores

- Marca texto amarelo para fazer a margem;

Figura 07– Marca texto amarelo



Fonte: Autores

- Marca texto azul para preencher a inscrição central.

Figura 08– Marca texto azul



Fonte: Autores

Procedimentos

o Atividade 1 (Função Mágica)

- Dividir as equipes adversárias ou a dupla adversária;
- Embaralhar o monte de cartas, o qual é composto por 10 cartas;
- Tirar par ou ímpar para ver quem começa;
- O que ganhar começa virando a carta e nesse momento o professor vira a ampulheta para contabilizar o tempo de resposta;

- Com a resposta dada dentro do intervalo de tempo proposto, então, o professor ilumina o cartão utilizando a lanterna com comprimento de onda ultravioleta – UV;

- Se estiver certa a resposta o professor computa um ponto para a equipe, caso contrário

deixa de marcar;

- O grupo que mais acertar as respostas dentro dos 10 cartões do baralho, esse então

vencerá.

Figura 09 – Amostra da carta questionário sem UV e depois do tempo transcorrido carta com incidência de UV.

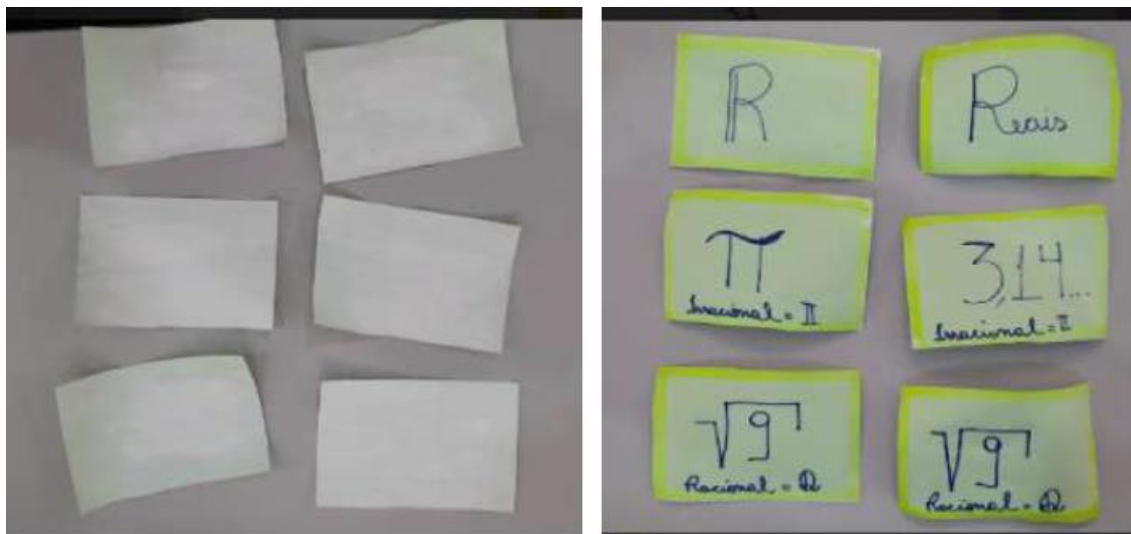


Fonte: Autores

o Atividade 2 (Memorizar de Conjuntos)

- Dividir as equipes adversárias ou a dupla adversária;
- Embaralhar das cartas;
- Tirar par ou ímpar para ver quem começa;
- O iniciante poderá virar duas cartas, se as mesmas formarem o par correto, então, se prossegue virando mais duas cartas até que erre o acerte todas;
- Caso erre, então o outro grupo tem a chance de virar duas cartas, a fim de formar o par correto;
- O grupo que mais completar os pares de cartas, esse vencerá.

Figura 10 – Jogo de memória com verso e aversos de algumas cartas.



Fonte: Autores

Referências bibliográficas

Katia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz, EDUCAÇÃO / Métodos & Materias de Ensino / Matemática, 9ª Ed., 2013.

PEREIRA, R. S. Ludicidade, infância e educação: uma abordagem histórica e cultural. Revista HISTEDBR On-line, Campinas, SP, v. 15, n. 64, p. 170-190, nov. 2015. ISSN 1676-2584. Disponível em: . Acesso em: 10 jul. 2018. doi: <https://doi.org/10.20396/rho.v15i64.8641935.51>

PIMENTEL, A. A. Ludicidade na educação infantil: uma abordagem histórico-cultural. Psicol. educ., São Paulo, n. 26, p. 109-133, jun. 2008

RAU, M. C. T. D. A ludicidade na educação: uma atitude pedagógica [livro eletrônico]. Curitiba: Intersaberes, 2012. 2 Mb. PDF.

2.3 - Jogo das funções representadas por linha reta

Ilza Tomaz
Poliana Aparecida Dias dos Santos
Terezinha Aparecida Tait
Tiago Geller
Vanilza Fatima de Figueiredo Ferreira

• Descrição da atividade

Para tornar as aulas de matemática mais dinâmicas, optamos em propor a utilização de metodologias em que o aluno seja protagonista, ou seja, além da teoria sobre funções afim, analisamos a função pedagógica do uso de jogos em sala de aula como agente facilitador da aprendizagem, utilizando o lúdico como ferramenta que pode promover a interação social e o estudo da matemática. O objeto de estudo desse trabalho é o Jogo de Funções Representadas por Linha Reta, que pode ser aplicada em turmas de Ensino Médio. Esse jogo é composto por representações gráficas, equações das funções e informações sobre elas. Estes tipos de atividades quando utilizadas em sala de aula, estimulam os educandos a participar de forma mais ativa das aulas, proporcionando aulas menos tradicionais.

Esta atividade foi realizada para a disciplina de Laboratório de Ensino da Matemática III. É resultado de pesquisas realizadas na internet, conforme citado nas referências bibliográficas.

Objetivos da atividade

O objetivo da atividade proposta nesse trabalho é auxiliar as aulas de matemática especificamente na resolução de problemas sobre Função Afim. Além disso, é objetivo também, tentar envolver o máximo possível os alunos para participarem de atividades mais lúdicas, estimulando-os e proporcionando maior compreensão e interação, para que haja aprendizagem do conteúdo proposto.

Material necessário/recursos

O material necessário para realização dessa atividade, são cartas que podem ser impressas pelo professor em cartolina, ou papel cartão. Caso prefira, o professor pode pedir a própria turma para confeccionar as cartas conforme o modelo abaixo (Figura 1). As cartas que contém representações gráficas podem ser confeccionadas em *softwares* específicos, como o *Geogebra*, ou podem ser desenhadas pelos alunos.

Figura 1 – Cartas que compõe o jogo

			$y = 2x$	Representa grandezas diretamente proporcionais.	É uma função crescente.
			$y = 2x - 1$	Gráfico passa pelo ponto (0, -1).	É representada por uma reta paralela ao gráfico da função $y = 2x$.
			$y = \frac{1}{2}x$	(2, 1) pertence ao gráfico da função.	$D = \mathfrak{R}$

Fonte: <https://www.laboratoriosustentaveldematematica.com/2018/08/jogo-de-funcoes-representadas-por-linha.html>

Figura 2 – Cartas que compõe o jogo

$y = -2x + 1$	$\frac{1}{2}$ é raiz da função.	(0, 1) pertence ao gráfico da função.	$y = \frac{1}{2}x - 2$	A raiz da função é igual a 4.	É representada por uma reta paralela ao gráfico da função $y = \frac{1}{2}x + 2$.
$y = \frac{1}{2}x + 2$	- 4 é raiz da função.	2 é o valor do coeficiente linear.	$y = -\frac{1}{2}x$	(0,0) pertence ao gráfico da função.	É representada por uma reta perpendicular ao gráfico da função $y = \frac{1}{2}x + 2$.
$y = -2x$	O número 0 é raiz da função.	O coeficiente angular vale - 2.	$y = 3$	A função não tem raiz real.	É representada por uma reta paralela ao eixo horizontal.

Fonte: <https://www.laboratoriosustentaveldematematica.com/2018/08/jogo-de-funcoes-representadas-por-linha.html>

Procedimentos

Antes de iniciar o jogo, é importante que o professor peça aos alunos que organizem as representações gráficas com as suas respectivas funções e demais informações, para que verifiquem quais as informações se enquadram com cada uma das funções que compõe as cartas do baralho.

O jogo é composto por trinta e seis cartas (9 cartas com representação gráfica, 9 com funções e 18 com outras informações sobre as funções). Podem jogar de três a quatro alunos e seu objetivo é formar o maior número de quartetos.

O jogo inicia com a distribuição, por igual, das cartas entre os participantes. O participante, que iniciar o jogo, deve colocar uma das cartas na mesa. A seguir, cada participante, na sua vez, aproxima uma de suas cartas abaixo de uma colocada (se a informação for compatível) ou do lado (se a informação não for compatível). Quando o jogador completar um quarteto, ele ganha as cartas que o formaram. O jogo termina quando um dos participantes

terminar as suas cartas. Vence o jogar que tiver o maior número de cartas em mão.

Convém ressaltar, que esse mesmo jogo pode ser adaptado para os demais tipos de função. Basta que sejam refeitas as cartas com gráficos e informações de funções quadráticas, exponenciais, logarítmicas, modulares, entre outras.

Referências bibliográficas

SANTOS, Bruno. **Jogo de Funções Representadas por linha reta: Investigações nas aulas de funções polinomiais do 1º grau.** Disponível em: <https://www.laboratoriosustentaveldematematica.com/2018/08/jogo-de-funcoes-representadas-por-linha.html> . Acesso em: 31 ago. 2021.

SILVA, Caio Robério Barpp da et al. **A UTILIZAÇÃO DO JOGO TRILHA DAS FUNÇÕES NA SALA DE AULA.** Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6227_4091_ID.pdf. Acesso em: 31 ago. 2021.

2.4 - Bingo das funções

Alan dos Santos Moreira
Elias Germano dos Santos
Jairo Patrick Domingos Lazari
Joilson dos Santos
Marcos José de Almeida
Ronailson Rodrigues
Tatiana Lima Pereira Meira

Descrição da atividade

O referido material proposto nesta atividade teve o intuito de desenvolver a confecção do jogo matemático, para melhor expandir o nível de conhecimento proposto neste trabalho, foi acrescentado algumas linhas de pesquisa em prol de melhoria nesta apresentação, ao qual gerou um nível de satisfação e conhecimento do mesmo. A princípio todas as buscas de materiais adicionados nesta atividade se encontram no anexo da bibliografia.

Objetivos da atividade

- Constatar através da avaliação diagnóstica as deficiências no aprendizado do aluno no conteúdo proposto;
- Familiarizar o discente com o material a ser utilizado;
- Jogar por jogar, para facilitar a compreensão das regras do jogo e conhecimento do conteúdo de função afim;
- Fazer intervenção pedagógica, pois o jogo possibilitará na prática o conhecimento do conteúdo proposto;
- Utilizar os conceitos matemáticos;
- Desenvolver na escrita as atividades através dos jogos;
- Desenvolver atividades problemas da função afim;

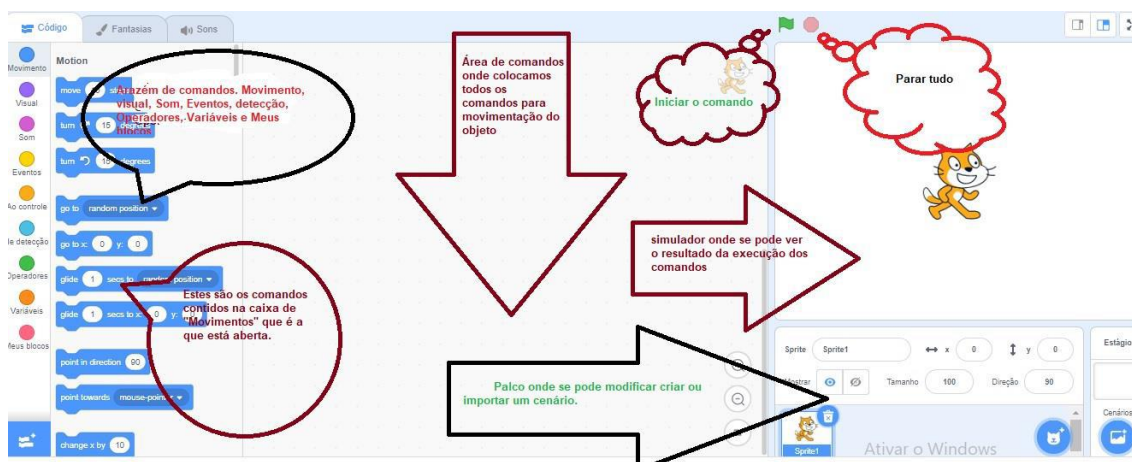
Material necessário/recursos

Laboratório de informática, computadores, *Software Scratch*.

Procedimentos

Antes de ir ao laboratório, em sala de aula o professor juntamente com os alunos elabora problemas envolvendo funções. Caso preferir o professor pode utilizar situações problema que constam no livro didático utilizado pela turma. Em seguida, os estudantes irão para o laboratório de informática conhecer o *software Scratch*, suas ferramentas e funções. A interface do *software*, mostra uma linguagem de programação baseada em blocos e no recurso de arrastar e soltar, que lembram um quebra-cabeça. Do mesmo modo, os blocos são concebidos para serem encaixados, assim, não possibilitando encaixes com erros. Este recurso possibilita ao usuário a criação de animações e simulações, o desenvolvimento de histórias interativas e jogos, integrando gráficos, imagens, textos e sons. Essas criações podem ser compartilhadas em rede. Para isso basta fazer um cadastro no site do *Scratch*. Quando abrimos este programa na tela indicada, aparece a imagem mostrada na Figura 1, abaixo.

Figura 1: Interface do *Scratch*



Fonte: Acervo próprio

Nesse ambiente poderão ser desenvolvidos os exercícios e problemas listados a seguir.

Exercícios/problemas a serem desenvolvidos

Problema 1: Ana é vendedora e ganha um salário mensal de R\$ 1500. Além disso, a cada produto vendido, ele ganha uma comissão de 3%. Se ele vendeu 150 peças, qual será o seu salário neste mês?

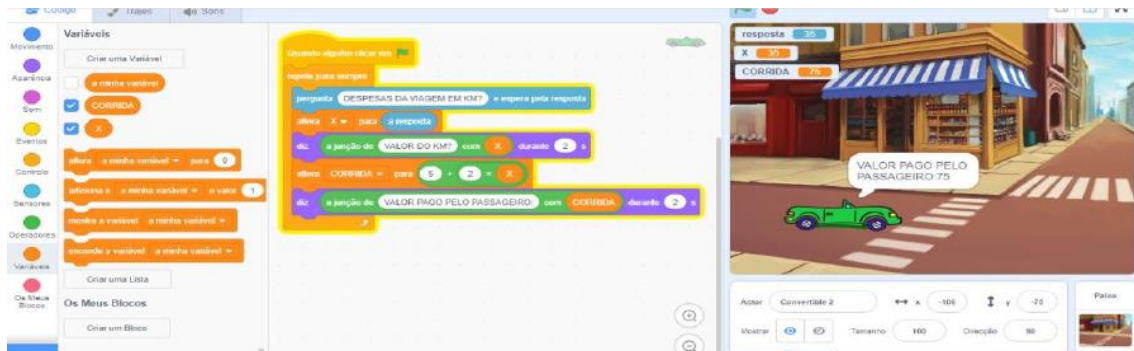
Figura 2: Interface do *Scratch* para o problema proposto



Fonte: Acervo próprio

Problema 2: Um motorista de táxi cobra, para cada corrida, uma taxa fixa de R\$ 5,00 e mais R\$ 2,00 por quilômetro rodado. Feito uma corrida de 35 km, qual valor que deverá ser pago pelo passageiro?

Figura 3: Interface do *Scratch* para o problema proposto



Fonte: Acervo próprio

Nesse ambiente o professor pode explorar pelo *Scratch* diversas situações envolvendo a resolução de problemas sobre funções.

Referências bibliográficas

MIOTTO Polyana, CARDOSO Cezar. **A Utilização do Software Scratch para o Ensino e a Aprendizagem do Conceito de Função.** Os Desafios da Escola pública paranaense na perspectiva do Professor PDE Artigos. Volume I, versão online. 2014.<
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uem_mat_artigo_polyana_miotto.pdf > Acessado 25 de agosto 2021.

2.5 - Teodolito caseiro

Ana Paula de Souza Dutra.
Hozani Okada de Moura Oliveira.
Flávia Cristina Smith de Souza.
Maria dos Santos Balbino.
Ludmila Silva Andrade.
Síntia Rodrigues Dalmaso.

Descrição da atividade

Essa atividade foi desenvolvida na disciplina de Laboratório de Ensino da Matemática III com o objetivo de construir uma sequência didática para trabalhar o conteúdo de trigonometria mais especificamente o cálculo de tangente. Para isso, escolhemos o teodolito caseiro que pode ser construído pelos próprios alunos, com materiais de baixo custo. Com esse instrumento, os alunos poderão medir ângulos e calcular distâncias inacessíveis usando os conceitos da trigonometria. Essa proposta é uma adaptação de trabalhos já realizados, os quais constam nas referências bibliográficas.

Objetivos da atividade

- Reconhecer a importância do estudo da trigonometria para o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos;
- Aprofundar os estudos relativos à trigonometria no triângulo;
- Aprender a deduzir e manipular adequadamente as diversas fórmulas e identidades trigonométricas;

Material necessário/recursos

Para construir o teodolito caseiro, podem ser utilizados materiais recicláveis, o que torna o custo acessível aos alunos.

Materiais necessários para a construção do teodolito caseiro:

- 1 cano (iremos utilizar caneta sem carga);
- 1 transferidor;

- Fita adesiva ou cola quente;
- Peça de linha (35 cm);
- 1 chumbada de pesca;

Para o desenvolvimento da aula serão necessários os seguintes recursos:

- Teodolito caseiro;
- Fita métrica (trena);
- Prédio ou outro objeto para se medir a altura;

Confecção do teodolito caseiro

Inicialmente cole o transferidor ao cano utilizando a fita adesiva ou cola quente. Em seguida amarre a linha ao cano de tal forma que ele fique no meio do transferidor. Na outra ponta da linha amarre a chumbada de pesca, ou outro tipo de peso que preferir. O teodolito caseiro deve ser montado conforme a Figura 1.

Figura 1: Modelo de teodolito caseiro



Fonte: Beck (2017)

Procedimentos

De posse do teodolito caseiro construído, os alunos devem ser orientados sobre como utilizar esse instrumento em conjunto com uma trena (fita métrica)

para determinar medidas e encontrar distâncias inacessíveis, por exemplo, a altura da escola (Figura 2).

Figura 2 – Imagem da escola



Fonte: Acervo próprio

Com o teodolito aos seus olhos, o aluno deve posicionar o transferidor de forma a obter a linha na posição de 90° , garantindo que a linha horizontal do transferidor fique paralela ao chão. Sem alterar a altura do teodolito aos olhos, o aluno deve então apontar o cano do teodolito para o final do prédio da escola, alterando o ângulo marcado pela linha no transferidor e assim buscando um novo ângulo. Nesse momento o aluno deve anotar o ângulo formado com o ponto mais alto do prédio. A posição da qual o aluno fez a medição do ângulo deve ser marcada no chão. Logo após, deve-se medir a distância da base da parede do prédio até esse ponto no qual fez a medição do ângulo.

De posse dessas medidas, deve-se elaborar um modelo matemático similar a figura 3, indicando a distância do aluno ao prédio e o ângulo encontrado na medida feita com o teodolito caseiro.

Figura 3 – Modelo matemático para resolver o problema



Fonte: Internet

Após encontrar as medidas e elaborar o modelo matemático, o aluno deve determinar a altura do prédio utilizando as relações trigonométricas apropriadas. No caso do exemplo descrito nesse trabalho, por meio da tangente o aluno encontrará a medida inacessível.

O professor pode propor outras situações a turma em que os alunos deverão utilizar outras relações trigonométricas.

Referências bibliográficas

BECK, Miguel. (2017). Uso do Teodolito caseiro para o ensino de razões trigonométricas na Rede Municipal de Porto Alegre.

SOUSA, Miguel Ângulo M. Experimentos de trigonometria em sala de aula. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará (PROFMAT) UFOPA, Santarém, 2014.

2.6 - Tabuleiro da probabilidade

Adriana da Silva Pereira
Adriana Maria Ribeiro da Silva
Aldair Matias Oliveira
Edna Cristiane Marcolini
Eliane Alves Miras
Lediane Cristina Jacomini
Rivaldo da Silva Alves

Descrição da atividade

O jogo “Tabuleiro da Probabilidade” foi desenvolvido para auxiliar a aprendizagem dos elementos básicos da Estatística e Probabilidade. Para isso, é preciso que os alunos saibam distinguir entre o que são resultados favoráveis e possíveis para compreender as diferenças entre o experimento aleatório e um experimento determinístico. Propomos situações-problemas para que as ideias de aleatoriedade sejam levantadas e discutidas na turma. Com isso eles irão identificar a existência de evento certo, provável e impossível, compreendendo melhor as chances de um evento acontecer.

Neste sentido, os alunos deverão fazer a interpretação e organização de dados, construção de tabelas e gráficos, concepção e compreensão de espaço amostral, média, moda, mediana e indicação da probabilidade de um evento por meio de uma razão, probabilidades condicionais e análises sobre aumento ou redução de chances. No decorrer do jogo serão apresentados exercícios que envolvam situações-problemas, do cotidiano e da atualidade e curiosidades com o objetivo do aluno construir seu pensamento estatístico e probabilístico, desenvolvendo a interpretação, concentração, estratégias pessoais e cálculos mentais.

Objetivos da atividade

- Desenvolver a concentração e raciocínio lógico matemático;
- Desenvolver a cooperação, interação e trocas de experiências em grupo;

- Proporcionar discussões conceituais sobre os fundamentos e conceitos clássicos de probabilidade;
- Proporcionar que o aluno tenha conhecimento sobre o desenvolvimento de modelos probabilísticos aplicáveis a análise de problemas reais.

Material necessário/recursos

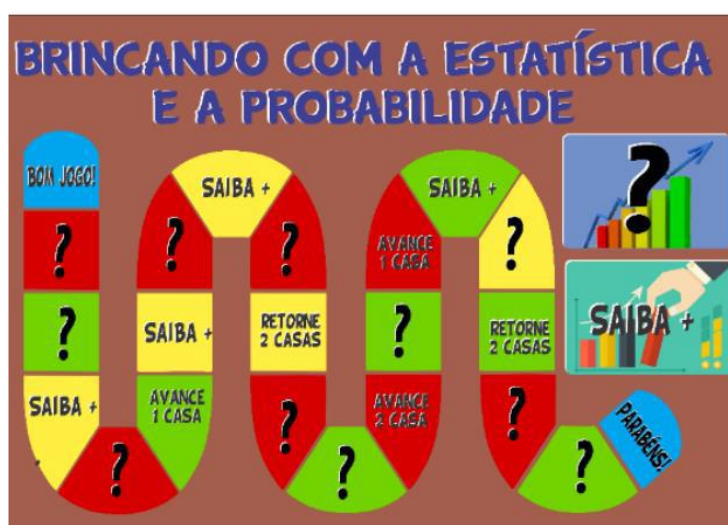
Recursos utilizados para confecção do jogo:

- Cartolina;
- Papel cartão;
- Caneta permanente;
- Caneta colorida;
- Post – it colorido;
- Cone colorido para identificação do grupo;
- Um dado comum de seis faces;

Confecção dos materiais necessários

Para confecção do tabuleiro, a turma pode utilizar um pedaço de cartolina e post-it colorido. O tabuleiro deve ser construído conforme a Figura 1.

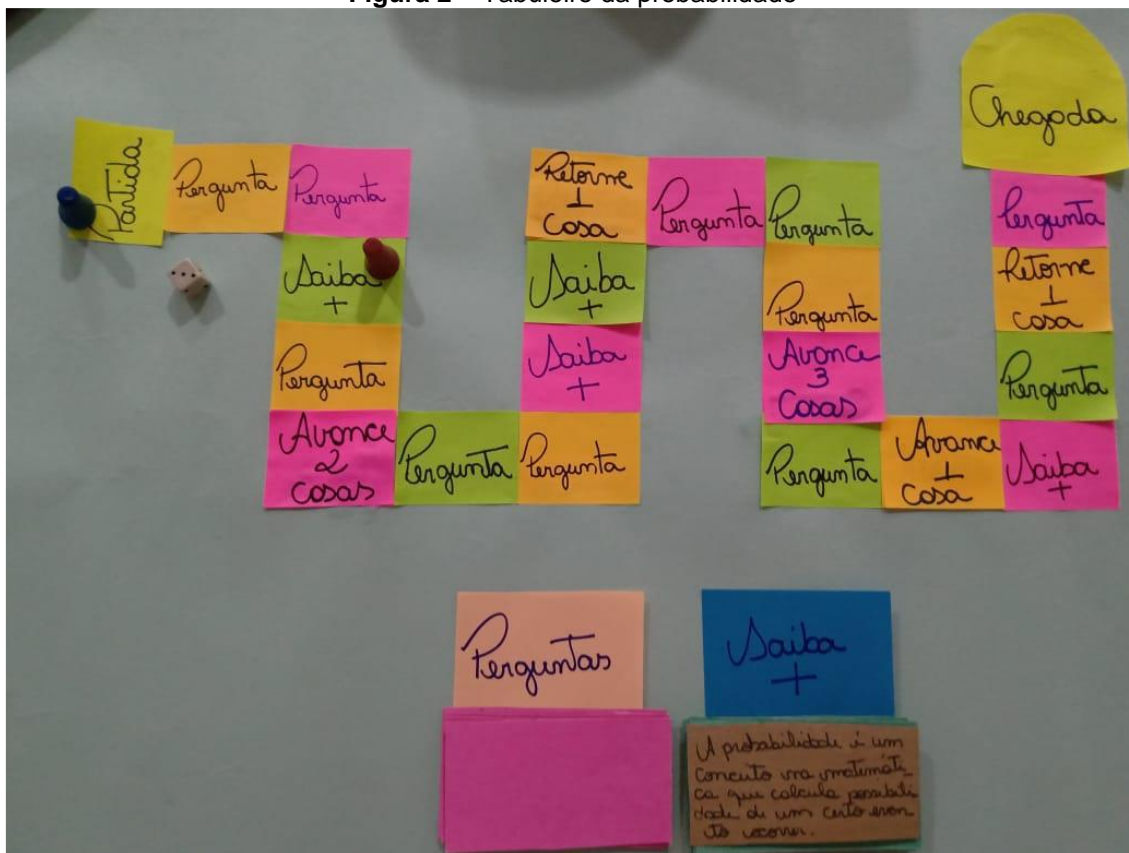
Figura 1 – Tabuleiro da probabilidade



Fonte: BRUNEHILDE, Carina et al, 2018, p. 21.

A Figura 2, mostra o tabuleiro criado pelo grupo para o desenvolvimento do jogo em sala de aula.

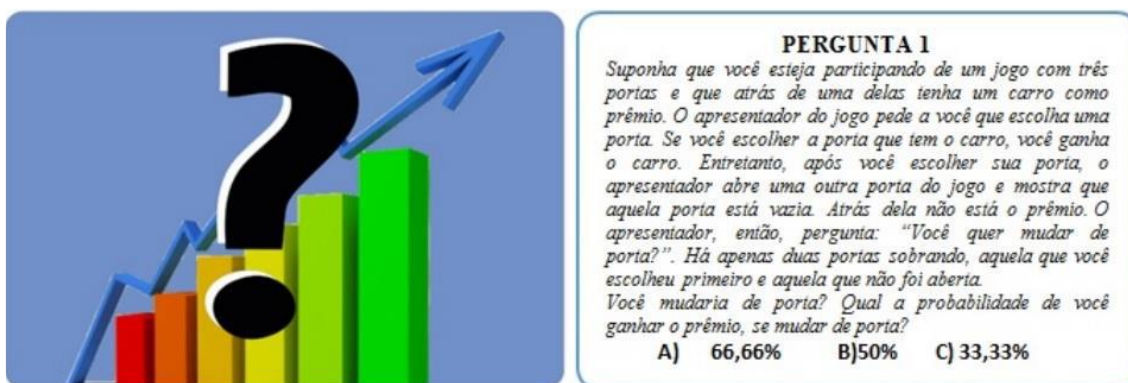
Figura 2 – Tabuleiro da probabilidade



Fonte: Os autores

Os cartões contendo as perguntas, que serão feitas no decorrer do jogo, podem ser confeccionadas em cartolina, ou papel cartão, conforme o exemplo mostrado na Figura 3.

Figura 3 – Exemplo dos cartões contendo as perguntas



Fonte: BRUNEHILDE, Carina et al, 2018, p. 22.

Além disso, é necessário criar os cartões “saiba +”, que deverão conter informações e curiosidades envolvendo probabilidades, conforme o exemplo mostrado na Figura 4.

Figura 4 – Exemplo do cartão “saiba +”



Fonte: BRUNEHILDE, Carina et al, 2018, p. 22.

Para a confecção dos peões podem ser montados pequenos cones coloridos de cartolina ou papel cartão, a partir das planificações de um cone reto. Caso não possua um dado, o aluno poderá construir em papel cartão, ou cartolina, a partir da montagem da planificação de um hexaedro regular.

Procedimentos

Orientações para o jogo:

- Para a realização dessa atividade, a turma pode ser dividida em grupos, ou o jogo pode ser individual, com um aluno jogando contra o outro. Isso depende do número de tabuleiros existentes;
- Iniciando o jogo cada grupo (ou aluno) escolhe uma cor de cone e na sequência coloca sobre a parte inicial do jogo;
- Feito isso, cada grupo (ou aluno) terá a oportunidade de lançar o dado uma vez;
- O grupo (ou aluno) que iniciará o jogo será o que obtiver maior pontuação no lançamento do dado;
- O grupo (ou aluno) vencedor retira do banco de questão uma pergunta na qual terá 2 minutos para responder;
- Se o grupo (ou aluno) acertar a questão avança uma casa;
- Caso o grupo (ou aluno) não acerte a pergunta feita, ele perde o direito da reposta, permanece na mesma casa e passa a vez para o outro grupo;
- Se parar no espaço “avance” ele terá a chance de avançar a quantidade de casas que o jogo estipular;

- Caso pare no espaço “retorne”, terá que retornar a quantidade de casas que o jogo estipular;
- Se parar na questão “saiba +” um integrante do grupo vai retirar no banco de informações “saiba +” uma orientação que terá que ler a mesma em voz alta para toda a turma, após isso, passa a vez ao oponente e permanece nessa casa do tabuleiro;
- Ganha a partida o grupo que completar uma volta no tabuleiro;

Após o encerramento do jogo, sugerimos que o professor discuta com a turma sobre as dificuldades encontradas pelos alunos em responder certas perguntas.

Sugerimos que os problemas abordados nessa atividade sejam trabalhos posteriormente com todos os alunos da classe, oportunizando ao grupo (ou aluno) que resolveu cada um deles, socializar seu processo de resolução.

Referências bibliográficas

BRUNEHILDE, Carina et al. **Jogando com Probabilidade e Estatística**. Disponível em: < <https://www.sbm.org.br/wp-content/uploads/2018/04/Jogando-com-Probabilidade-e-Estatistica.pdf> > Acesso em: 09 de set. de 2021.

MOURA, Marcia da Fonseca. **Matemática: 1º ano ensino médio**: livro do professor / Marcia da Fonseca Moura reformulação dos originais de Maria Martini Campagnaro; Maria Fernanda Martini Campagnaro reformulação dos originais de Marcia da Fonseca Moura (livro de atividades); ilustrações Divo... [et al.]. – Curitiba; Positivo, 2018.

2.7 - Demonstração do Teorema de Pitágoras com material manipulável

Amarildo Cesar de Oliveira
Edilson de Oliveira
Edivan Caetano dos Santos
Emanuelle Carvalho de Araújo
Gilson de Souza Santos
Jose de Ascis da Silva
Thaísa de Sousa Silva

Descrição da atividade

A atividade apresentada nesse trabalho, consiste na conceituação e demonstração não formal do Teorema de Pitágoras através de material manipulável, que pode ser produzido pelos próprios alunos no contexto do Laboratório de Ensino de Matemática.

O material usado para a atividade será baseado em um material manipulável encontrado em um pequeno vídeo no *Youtube*, onde é exibido brevemente uma demonstração da validade do Teorema de Pitágoras por meio da manipulação de pequenos “quadrados” que são utilizados para demonstrar que em um triângulo retângulo, *a área ocupada pelo quadrado da hipotenusa (lado maior), é igual à soma dos quadrados dos catetos (os outros lados do triângulo)*. A partir desse vídeo, montamos uma atividade a ser desenvolvida com os alunos com o objetivo de contribuir para a aprendizagem desses conceitos. Chama-nos atenção a simplicidade dos materiais utilizados, mas que mesmo assim proporcionam uma experiência didática interessante.

A proposta é que essa atividade seja usada em sala de aula, como elemento introdutório para o ensino do conteúdo abordado. Partindo de um caso específico, chega-se à generalização, apresentando o Teorema de Pitágoras que é válido para qualquer triângulo retângulo.

Portanto, é no decorrer da atividade com o material didático aqui proposto, que eles teriam o seu primeiro contato com o teorema, de maneira informal. Após isso, de maneira formal o professor explora o Teorema de Pitágoras com a turma.

Ao final das explicações e apresentação dos alunos ao teorema, propomos a realização de alguns exercícios e problemas organizados em ordem

crecente de dificuldade para possibilitar a construção do conhecimento pelos alunos, de forma que ao final eles estejam preparados para aplicar o que aprenderam na sua realidade fora da escola.

Objetivos da atividade

- Elaborar um material didático para introduzir o Teorema de Pitágoras, por meio de uma demonstração informal do teorema.
- Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo por intermédio da manipulação do material didático proposto.
- Facilitar a compreensão do Teorema de Pitágoras.

Material necessário/recursos

EVA colorido, régua, cola, tesoura, lápis, borracha, caderno.

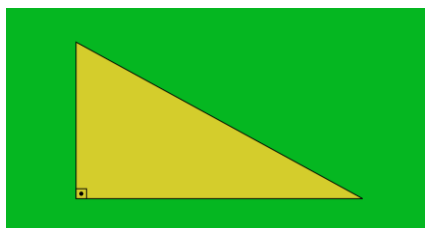
Confeção dos materiais necessários

Para a confecção do material didático, será necessário EVA colorido, o qual será utilizado para criar a estrutura a ser usada e os quadradinhos que servirão como unidade de medida para a demonstração.

Os alunos serão instruídos a confeccionar o material manipulável em grupos de até cinco alunos. Cada grupo deverá fazer 25 quadradinhos de EVA, medindo 3 cm de largura cada, e montar a estrutura que irá receber esses quadradinhos.

Inicialmente os alunos serão orientados a desenhar um triângulo retângulo no EVA, com medidas dos lados menores iguais a 3 e 4 unidades de medida conforme a Figura 1.

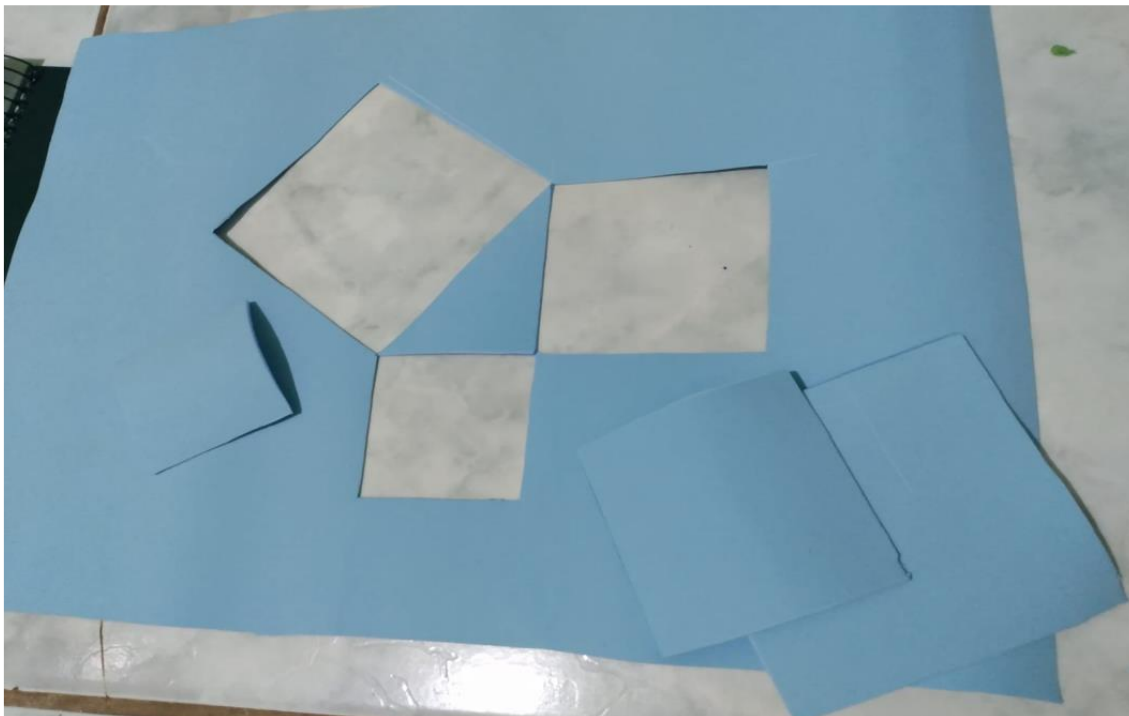
Figura 1 – Exemplo do triângulo a ser desenhado no EVA



Fonte: Internet

Congruente a cada lado desse triângulo eles deverão recortar um quadrado com a mesma medida de cada lado, conforme a Figura 2.

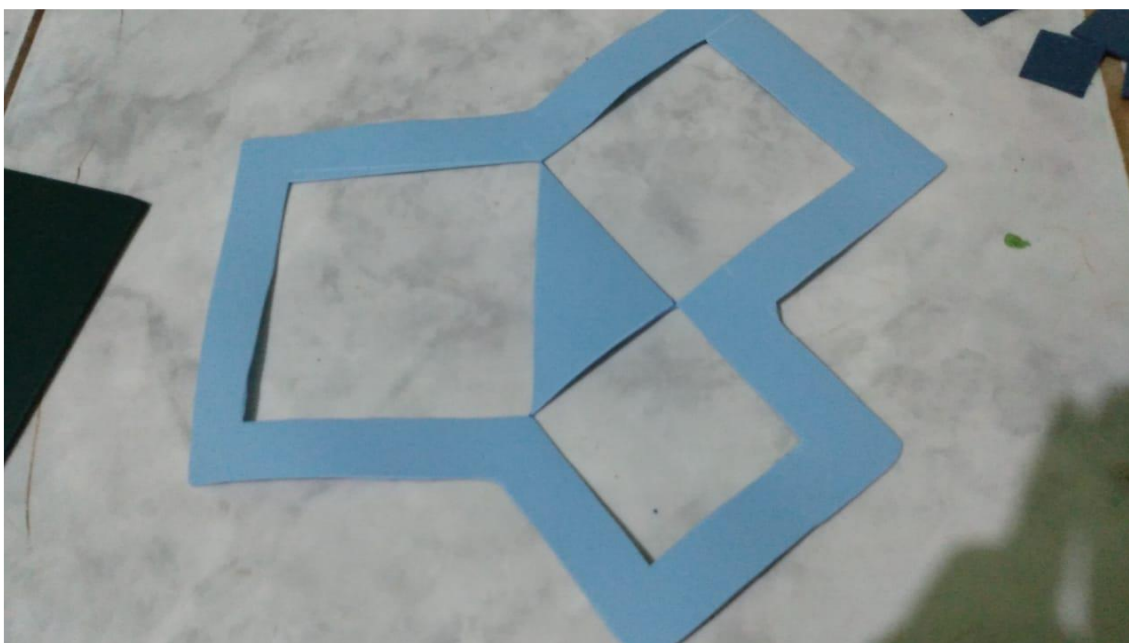
Figura 2 – Recorte dos quadrados



Fonte: Os autores

Depois deverão recortar as bordas de cada quadrado, deixando uma margem de 3 cm de EVA, conforme indicado na Figura 3.

Figura 3 – Exemplo de como deve ficar o molde em EVA



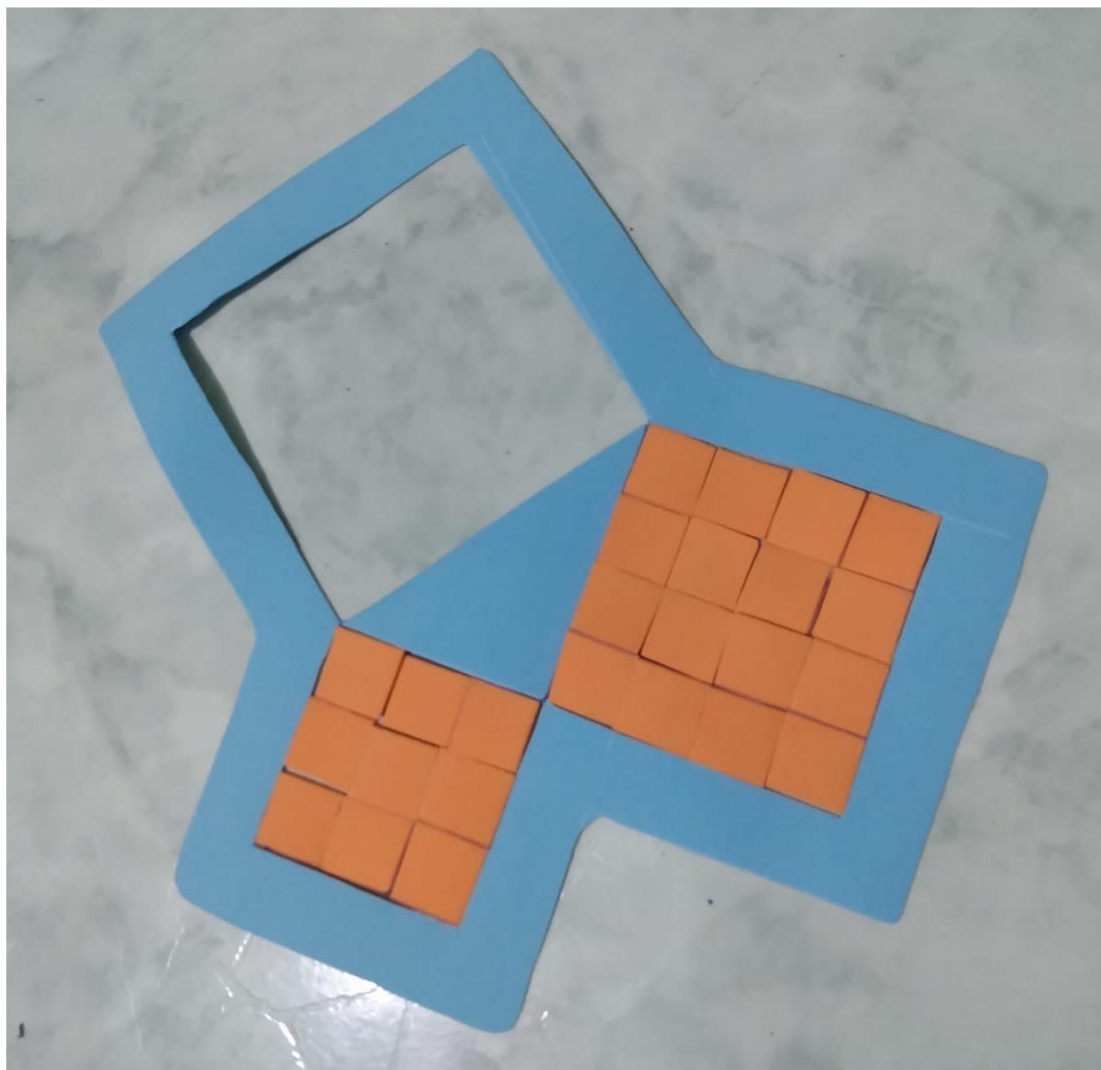
Fonte: Os autores.

Para finalizar a confecção do material didático proposto, os alunos devem recortar quadradinhos em EVA de cor diferente a utilizada no molde da Figura 3. com o lado medindo o mesmo valor unitário usando no triângulo retângulo acima. É necessário fazer uma quantidade de quadradinhos que seja capaz de cobrir a toda a área dos quadrados que formam os lados menores do triângulo, no exemplo acima, serão necessários 25 quadradinhos. Se possível 16 de uma cor e 9 de cor diferente.

Procedimentos

De posse do material didático elaborado, oriente os alunos a preencher os quadrados menores com os “quadrinhos” feitos anteriormente, conforme a Figura 4.

Figura 4 – Lados menores preenchidos

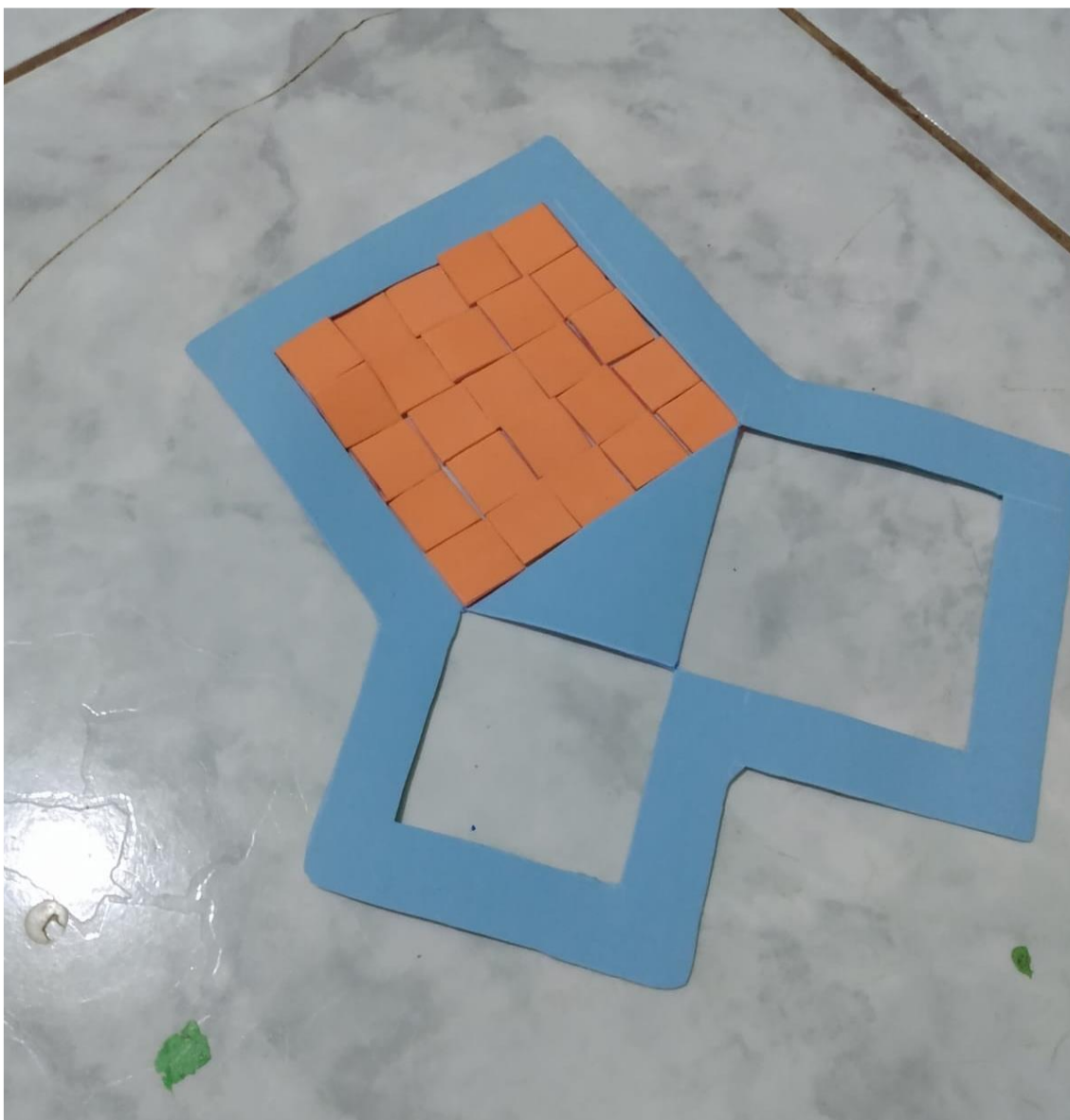


Fonte: Os autores

Em seguida provoque seus alunos com a seguinte pergunta: Se tirarmos esses quadradinhos dos quadrados menores e colocarmos no quadrado maior, sobrarão ou faltará espaço?

Após os alunos manifestarem suas opiniões, peça então que verifiquem por conta própria. Eles observarão que o quadrado maior ficará completamente preenchido ao colocarmos todos os “quadradinhos” nele, como mostra a Figura 4.

Figura 4 – Lado maior preenchido com os quadradinhos dos lados menores



Fonte: Os autores

A partir daí o professor pode pedir para que a turma construa hipóteses sobre o que isso significa, ajudando-os, se necessário, a deduzir o Teorema e

que depois pode ser apresentado em sua definição formal, através de uma explanação e apresentação de algumas situações envolvendo o teorema.

Após essas atividades, os alunos, ainda em grupos, deverão responder alguns exercícios e problemas para consolidar o que aprenderam.

Algumas observações devem ser feitas à essa atividade: O professor deve estar preparado para explicar, se algum aluno perguntar, por que essa atividade com o material manipulável não serve para demonstrar o teorema para qualquer medida de triângulo retângulo. Exemplo: Em um triângulo com medidas dos catetos 3 e 5 não seria possível preencher o quadrado da hipotenusa, pois ele teria o lado medindo aproximadamente 5,83, e os quadradinhos possuem uma medida fixa, que só compreende números inteiros, desse modo só serviria para casos em que todos os quadrados são perfeitos.

Uma segunda observação seria para alertar aos alunos para tomarem cuidado com as generalizações, no caso citado, a generalização foi possível, mas ela deve ser provada, a matemática é precisa!

Referências bibliográficas

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. 2. ed. – São Paulo: Moderna, 2013.

RUIVO, José. **Demonstração do Teorema de Pitágoras com EVA**. Youtube. 16 set. 2016. Disponível em: <<https://youtu.be/44Jk1eCNhLY>> Acesso em: 16 set. 2021.

2.8 - Bambolê trigonométrico

Ualter dos Santos Rojas
Leandro Ferreira Santana
Rodolfo Santana Magalhães
Danielle Cristine Gabriel de Moraes
Elena Pereira de Souza
Eder Jesus de Souza
Gilmar da Silva Dias

Descrição da atividade

A atividade foi baseada na execução de um Material Didático, que denominados de “Bambolê Trigonométrico” e fora desenvolvido pelo grupo para auxiliar os professores de matemática no ensino da disciplina, especificamente do conteúdo de estudo dos quadrantes e do ciclo trigonométrico.

Objetivo da atividade

Espera-se que durante a realização da atividade, os alunos possam compreender os conceitos e aplicações dos conteúdos acima mencionados, de modo que possam visualizar o que se propõe. Busca-se ainda que o aluno sinta-se como sujeito ativo no processo de ensino-aprendizagem e se sinta motivado a participar das atividades e contribuir com seus colegas.

Material necessário/recursos

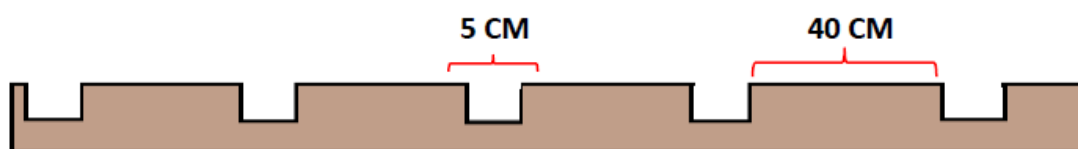
- 1 Viga de madeira com cortes de 5cm de largura a cada 40 centímetros;
- 6 Bambolês de cores variadas;
- 1 Fita adesiva;
- Cola de secagem rápida;
- 3 lixas nº 220;
- 2 lixas nº 320;
- Tinta guache;

- 1 pincel 1 cerda para pintura;
- Transferidor de madeira;
- Adesivos de 4 cores diferentes;
- 04 Canetas para escrever em adesivos.

Confecção do bambolê trigonométrico

Será necessário comprar uma viga de madeira em uma marcenaria, e solicitar que sejam realizados cortes de 5cm de largura a cada 40 centímetros, conforme a Figura 1.

Figura 1 – Modelo viga de madeira

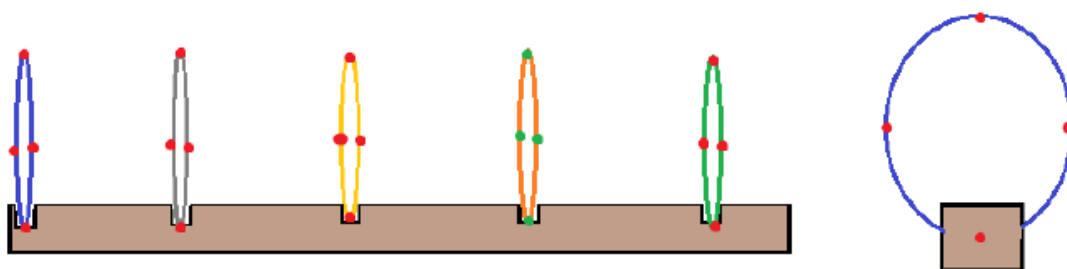


Fonte: Os autores

Após essa atividade, será necessário utilizar a lixa nº 220 para alisar a superfície da madeira, e posteriormente fazer o acabamento com a lixa nº 320, de forma a evitar ferimento nos envolvidos na execução da atividade. Em seguida, deverá pegar os bambolês e, com o auxílio da cola de secagem rápida realizar a colagem dos mesmos nos cortes de 5cm realizados na viga de madeira.

Após a secagem, passaremos a marcar os seguintes ângulos: 0° , 90° , 180° e 270° nos bambolês com a tinta guache, contudo não é necessário escrever o grau que representa, pois espera-se que o aluno já tenha esse conhecimento prévio, e que também será reforçado na explicação da atividade. A régua de bambolês deve ficar conforme a Figura 2.

Figura 2 – Régua de bambolês



Fonte: Os autores

É importante ressaltar que os ângulos devem ser marcados com o auxílio de um transferidor, para que a atividade seja matematicamente correta.

Na régua confeccionada acima, sugerimos que sejam utilizados bambolês coloridos, para que cada uma das cores identifique um período no ciclo trigonométrico.

Pronto, agora que montamos nossa régua de bambolê, vamos passar para a explicação da atividade, suas regras e a forma que o professor poderá avaliar a participação dos alunos.

Procedimentos

Para a realização desta atividade, é necessário que os alunos já tenham aprendido sobre os quadrantes e sobre o ciclo trigonométrico, pois ela consiste em uma aplicação prática. Pontuado isto, passaremos a descrição da atividade:

Etapa 01: Revisar o conteúdo de transformação de π radianos para graus e vice-versa. Após a revisão deste conteúdo, o professor regente deverá trabalhar com os alunos a localização dos quadrantes (1° , 2° , 3° e 4°), para que posteriormente seja ensinado sobre os períodos do ciclo trigonométrico.

Etapa 02: Explicar que o ciclo trigonométrico é um círculo que possui raio 1 e centro O. Esse centro é colocado no ponto $O = (0,0)$ de um plano cartesiano. Cada ponto dessa circunferência está associado a um número real, geralmente expresso em função de π , que, por sua vez, relaciona-se a um ângulo desse círculo. Como esse círculo possui raio 1, seu comprimento é igual a 2π . Mas focar que embora seu comprimento seja igual a 2π ou 360° , existem outros períodos, o que significa que poderão ser somados quantos círculos quiser, atribuindo o nome a cada um deles de período. Por exemplo, primeiro período, segundo período, terceiro período e assim por diante.

Mas é importante destacar que a cada período acrescentado, soma-se mais 360° , de forma que o primeiro período equivale a 360° , o segundo a 720° o terceiro a 1.080° e assim sucessivamente.

Etapa 03: Como exemplo, demonstrar na régua do bambolê trigonométrico a localização dos ângulos 310° , 480° e 926° , determinando o quadrante e o período.

310° - 1º Período e 4º Quadrante;

480° - 2º Período e 2º Quadrante;

926° - 3º Período e 3º Quadrante;

Caso o aluno não tenha compreendido, você pode dizer que ele precisa analisar quantas voltas foi necessário dar no círculo para que se chegasse aquele determinado valor, lembrando que cada volta equivale a 2π ou 360° .

Etapa 04: Agora chegou a hora de colocar em prática os conhecimentos que os alunos adquiriram durante a aula, e realizar a verificação de aprendizagem.

Após organizarem as carteiras de forma a desocupar o centro da sala de aula, separe os alunos em 4 grupos diferentes e entregue a cada grupo uma lista de atividades contendo alguns valores em π radianos, eles deverão realizar a conversão para graus e posteriormente tentar localizar na nossa régua de bambolês, o período e o quadrante de cada um dos valores.

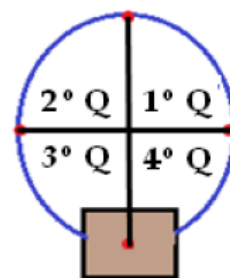
Podem ser realizadas 4 rodadas diferentes, com quatro listas de atividades contendo 6 questões cada. O grupo que obtiver ao final da quarta rodada o maior número de acertos, será consagrado o campeão.

É importante frisar que nas 3 primeiras rodadas devem ser aplicadas atividades do tipo:

a) $\{3\pi - [30^\circ + (2\pi - 3\pi/2) * 2^\circ]\} = 330^\circ$, localizado no 1º período e 4º quadrante.

Ao passo que na quarta rodada, podem ser utilizadas questões que exigem maior interpretação dos alunos, como por exemplo:

b) Em uma terça-feira às 15 horas, Pedro envia um slide para sua professora de matemática, referente à sua apresentação sobre trigonometria que ocorrerá às 19:35 horas da quinta feira. Com base nas informações, considere que o primeiro valor corresponda 0° , agora identifique qual o período e o quadrante que se encontrará os ponteiros do relógio no momento em que foi marcada a apresentação de Pedro.



Resposta: Espera-se que o aluno se lembre que o relógio completa duas voltas para poder concluir um dia, ou seja, a cada 12 horas o relógio completou um período. Assim, observe

que 2 dias e 19:35 horas, portanto, o relógio completou 5 períodos e neste horário se encontrará no 4º quadrante.

Etapa 05: Após a resolução das atividades, os alunos deverão determinar um participante do grupo para colar um adesivo com o número da atividade em nosso bambolê trigonométrico. Cada grupo terá adesivos de cores diferentes, lembrando que cada rodada terá tempo igual a 20 minutos, independente se o grupo terminar a atividade ou não. Portanto, indica-se que os alunos colemb seus adesivos ao final de cada uma das resoluções.

Etapa 06: Realizar a verificação de aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos nessa atividade. A avaliação desta atividade seria realizada a partir da verificação de participação de todos os indivíduos, bem como o desempenho de cada um na cooperação durante a construção do material, na cooperação durante a realização da atividade e nos acertos em relação às questões propostas.

Referências bibliográficas

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar: Trigonometria**. Vol. 3. São Paulo: Atual, 1995.

REIS, Frederico. **Matemática: Arcos e ciclo trigonométrico**. Vol. 1. São Paulo: Bernoulli.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. "O que é círculo trigonométrico?"; **Brasil Escola**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-circulo-trigonometrico.htm>. Acesso em 24 de agosto de 2021.

2.9 - Estudando análise combinatória e probabilidade por meio do jogo do palitinho

Cleide Elizabete Feier Defacci
Franciele Aparecida Da Silva
Gizeli Vieira Martins Portolan
Maria Aparecida Raimundo De Assis

Descrição

Essa proposta de atividade foi elaborada com a proposta de ensinar análise combinatória e probabilidades a alunos de ensino médio. O jogo do palito, porrinha ou purrinha (expressão brasileira) é um jogo, que pode ser jogado com várias pessoas, em que se usam pedaços de palitos quebrados (ou algo pequeno que possa ficar facilmente escondido dentro da mão). Contrariando o que muitos pensam, esse jogo envolve raciocínio, e quando jogado entre duas pessoas, quem dá o primeiro palpite geralmente fica em desvantagem, pois, o adversário poderá tirar alguma informação do palpite.

Objetivos

Com essa atividade pretende-se:

- Observar situações de aleatoriedade;
- Desenvolver argumentos sólidos alicerçados na interpretação das informações, utilizando conhecimentos sobre probabilidades;
- Assimilar eventos aleatórios, sendo “pouco” ou “muito provável”, “improvável” ou “impossível”.

Materiais necessários/recursos

- Palitos de fósforo;
- Regras do jogo impressa;
- Folha com tabelas para marcação;
- Duas mãos;
- Lápis ou caneta para marcação;

– Caderno da disciplina de matemática.

Procedimentos/regras do jogo

A atividade proposta permitirá que os alunos vivenciem na prática o jogo de habilidades, conhecido popularmente como palitinho ou “purrinha”. A Figura 1, ilustra o jogo do palitinho.

Figura 1 – Jogo do palitinho



Fonte: <https://www.zigg.com.br/downloads/purrinha/iphone>

Objetivo do jogo:

Adivinhar a soma formada pelos palitos que os dois ou mais jogadores têm nas mãos

Como se joga:

1º Momento: cada jogador escolhe a quantidade de palitos que desejar (de zero a três) colocar em sua mão. Se sobrarem palitos, estes devem ficar oculto dos demais participantes na outra mão.

2º Momento: com uma das mãos à frente, mas ainda fechadas, cada jogador deve dar seu palpite, sobre a soma formada pelos palitos nas mãos dos jogadores.

3º Momento: os jogadores abrem as mãos, ganha um ponto quem acertar a soma dos palitos apresentados.

Final: os jogadores devem combinar quantos pontos devem ser obtidos para que o jogo acabe.

Sugestão: que sejam contabilizados no total de dez pontos, uma vez que, os participantes terão tempo para analisar as variáveis do jogo.

Comentários: no segundo momento, em que os participantes precisarem dar seu palpite sobre a soma, apresente a discussão sobre quem deve dar o palpite primeiro. Encorajamos os participantes para que eles tratem qual a melhor forma de fazer isso. As soluções apontadas pelos participantes devem ser discutidas e analisadas.

Uma observação importante, é que, quem palpita primeiro está em desvantagem, pois o adversário poderá extrair alguma informação do palpite feito. Por exemplo, se um jogador pede quatro, o adversário sabe que ele tem pelo menos um ponto na mão. Outra coisa notável é quando um desafiante pede seis "tudo". Quando isto acontece, o outro já sabe que ele tem três na mão e, somando com sua própria quantidade poderá dar o palpite exato. Entretanto, duas coisas podem acontecer: uma delas é os dois terem três moedas, e por pura sorte aquele que pediu seis acertou; ou senão o que pediu seis, sem ter 3 na mão e o fez apenas para prejudicar seu adversário, fazendo ele perder o jogo apesar de sacrificar sua jogada

Sugestões de atividades a serem desenvolvidas a partir do jogo

Atividade: Aplicando a probabilidade no jogo de Palitos (Purrinha).

Questão 1: após o período exploratório, entregue aos alunos a folha com a tabela de dupla entrada e peça que eles a completem com as somas obtidas.

Figura 2 – Exemplo da tabela que pode ser utilizada

+	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

Fonte: dos próprios autores.

Questão 2: peça então, que completem a segunda tabela contida na folha, essa, com as somas possíveis e suas respectivas ocorrências, por exemplo, a soma 4 pode ocorrer em três situações: (2, 2), (3, 1) e (1, 3) onde a ordem dos pares é

dada para diferenciar as quantidades de palitos de cada aluno (aluno 1, aluno 2).

Figura 3 – Sugestão de modelo de tabela a ser utilizada

Frequências Possíveis	Frequências (pares ordenados)			

Fonte: dos próprios autores.

Após o preenchimento das tabelas, peça a eles que respondam os seguintes questionamentos, registrando em seus cadernos, respostas para as respectivas perguntas:

Questão 3- Quantas são as somas possíveis?

Questão 4 - Quais são, respectivamente, a menor e a maior soma possível?

Questão 5 - De quantas formas diferentes podem acontecer, respectivamente, a menor e a maior soma possível?

Questão 6- De quantas formas diferentes pode ocorrer:

6.1 - Soma igual a 2?

6.2 - A sequência das somas 1, 2, 3, 4, 5 e 6?

6.3 - Soma menor que 3?

6.4 - Soma maior ou igual a 3?

6.5 - Quantas somas diferentes podemos obter?

6.6 - Em relação ao total de adições, qual a probabilidade de ocorrer as somas descritas nos itens 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4?

Questão 7: represente, por meio de um gráfico de barras, a relação de cada soma com o número de sua ocorrência (frequência).

Soluções para as atividades propostas.

- *Questão 1:*

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	4
2	2	3	4	5
3	3	4	5	6

Fonte: dos próprios autores.

- *Questão 2:*

Frequências Possíveis	Frequências (pares ordenados)
0	(0, 0)
1	(1, 0), (0, 1)
2	(1, 1), (2, 0), (0, 2)
3	(1, 2), (2, 1), (3, 0), (0, 3)
4	(2, 2), (3, 1), (1, 3)
5	(2, 3), (3, 2)
6	(3, 3)

Fonte: dos próprios autores.

- *Questão 3:* 7 somas possíveis.

- *Questão 4:* 0 e 6.

- *Questão 5:* Uma única forma possível nos dois casos.

Aquisição da menor soma possível: nenhum palito nas mãos de cada jogador: (0, 0) Aquisição da maior soma possível: 3 palitos nas mãos de cada jogador: (3, 3)

- *Questão 6:*

6.1: Três formas diferentes: (2, 0), (1, 1) e (0, 2)

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	4
2	2	3	4	5
3	3	4	5	6

Fonte: dos próprios autores.

6.2: Duas formas diferentes:

1ª forma: (0, 1) → (0, 2) → (0, 3) → (1, 3) → (2, 3) → (3, 3).

2ª forma: $(1, 0) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 3)$.

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	4
2	2	3	4	5
3	3	4	5	6

Fonte: dos próprios autores.

6.3: Seis formas diferentes: $(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (2, 0)$.

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	4
2	2	3	4	5
3	3	4	5	6

Fonte: dos próprios autores.

6.4: 10 formas diferentes: $(0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3)$.

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	4
2	2	3	4	5
3	3	4	5	6

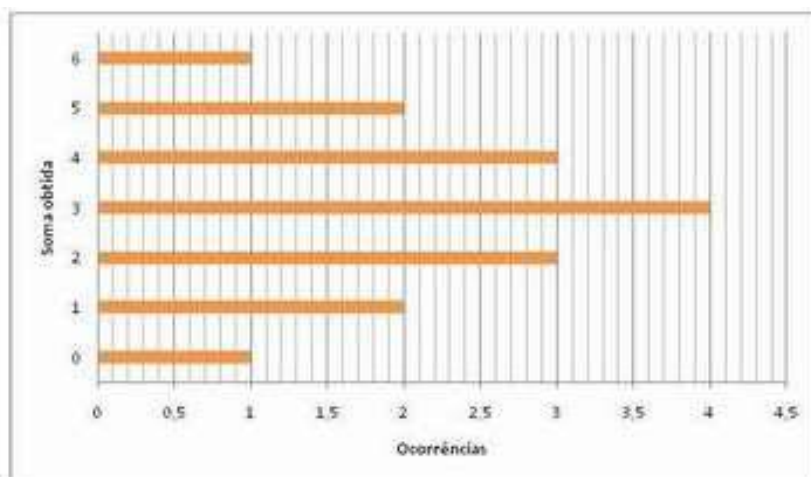
Fonte: dos próprios autores.

6.5: 16 maneiras diferentes.

6.6: Total das somas:

- a) soma igual a 2: 3 em 16 ou $3/16 = 0,1875 \sim 19\%$
- b) a sequência das somas 1, 2, 3, 4, 5 e 6: 2 em 16 ou $2/16 = 0,125 \sim 12\%$
- c) soma menor que 3: 6 em 16 ou $6/16 = 0,375 \sim 38\%$
- d) soma maior ou igual a 3: 10 em 16 ou $10/16 = 0,625 \sim 62\%$

- *Questão 7:*



Referências bibliográficas

PORRINHA. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2021. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Porrinha&oldid=62491087>. Acesso em: 26 nov. 2021.

2.10 - Estudando cônicas por meio de dobradura

Ana Paula Avrella Furin
Bruna Stefanny Gomes Dallabrida
Glécio de Jesus Ribeiro
Valdeci Padilha de Lima
Viviane Rosa Siqueira biberg.

Descrição da atividade

O objetivo deste trabalho é explorar o ensino das Seções Cônicas de maneira a desenvolver atividades diversificadas visando a construção coletiva do conhecimento, sem deixar de lado o formalismo necessário no estudo de matemática. As atividades foram desenvolvidas a partir da leitura e compreensão de artigos e monografias sobre o tema, os quais foram estudados através de seminários de discussão e do desenvolvimento de exercícios, demonstrações e atividades práticas utilizando o processo de dobraduras para a construção de cada uma das cônicas. As atividades práticas apresentadas podem ser desenvolvidas em sala de aula sem muita dificuldade.

Essa proposta de atividade a ser desenvolvida em sala de aula é uma adaptação de uma atividade de pesquisa desenvolvida no Grupo PET Conexões de Saberes da Matemática do CPTL/UFMS, por alunos do curso de licenciatura em matemática.

Objetivo da atividade

Considerando as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006) nosso trabalho partirá do princípio de que toda situação de ensino e aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o “pensar matematicamente”, dando prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdo a serem trabalhados. Assim, o objetivo dessa proposta é realizar um estudo teórico/prático sobre a construção das cônicas através do processo de dobraduras.

Material necessário/recursos

Para construção de cada uma das cônicas, devemos ter em mãos: folha vegetal tamanho A4, régua, compasso, lápis e borracha;

Procedimentos para construção das cônicas por meio de dobradura

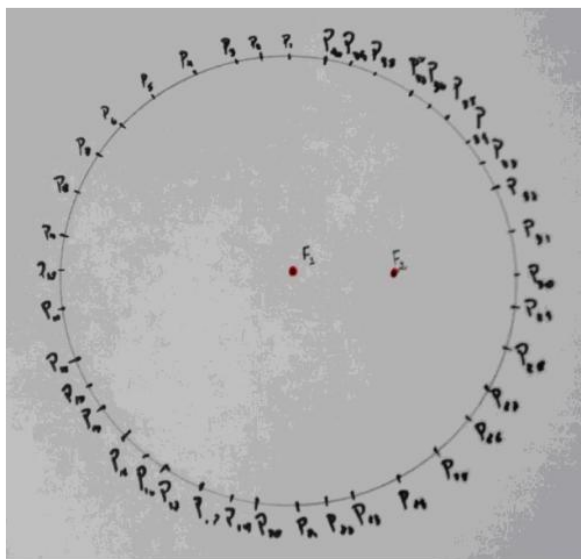
Devemos seguir alguns passos, conforme mostrado a seguir para cada uma das delas. Começaremos pela Elipse.

➤ Elipse

Para construir a elipse será necessária uma folha de papel, se for papel vegetal fica melhor, se não tiver como comprar, pode ser papel A4 mesmo. Siga os procedimentos abaixo:

1º Passo: Desenhe uma circunferência de raio r e de centro $F1$ e marque um ponto $F2$ interior da circunferência. Marque sobre a circunferência de raio r , n pontos $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, conforme a Figura 1.

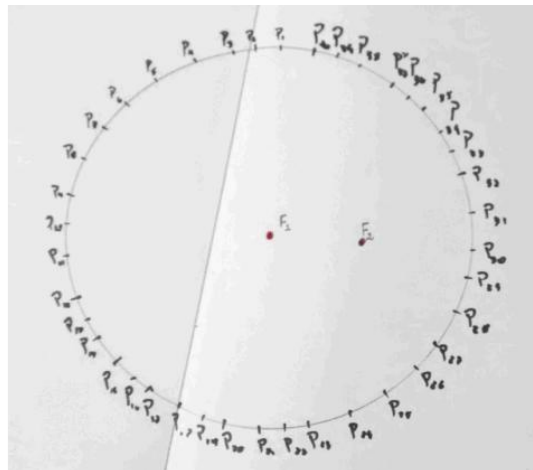
Figura 1 – Primeiro passo para construção da elipse



Fonte: Os autores.

2º Passo: Faça a primeira dobra de maneira que o ponto $F2$ coincida com o ponto $P1$ feito na circunferência. Desdobre a folha, voltando-a para a posição inicial. Temos assim o primeiro vinco, onde se deve traçar a reta $M1$, conforme a Figura 2.

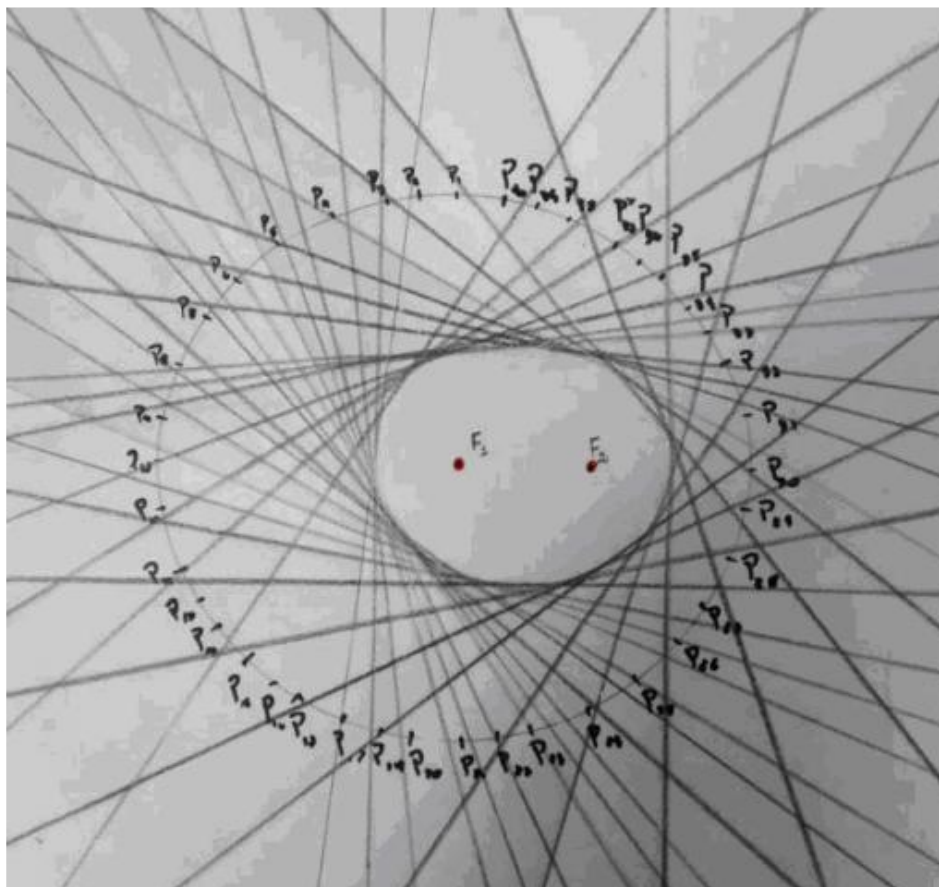
Figura 2 – Segundo passo da construção da elipse



Fonte: Os autores

3º Passo: Faça isso para todos os pontos da circunferência, assim obteremos as mediatrizes Mn dos segmentos $F2Pn$ e como consequência a elipse de focos $F1$ e $F2$, conforme a Figura 3.

Figura 3 – Elipse por meio de dobraduras



Fonte: Os autores

4º Passo: Após, destaque a elipse construída usando uma canetinha colorida, e defina o centro dessa elipse.

➤ **Hipérbole**

Para construir a hipérbole será necessária uma folha de papel, se for papel vegetal fica melhor, se não tiver como comprar, pode ser papel A4 mesmo. Siga os procedimentos abaixo:

1º Passo: Desenhe uma circunferência de raio r e de centro $F1$ e marque um ponto $F2$ exterior a mesma. Ainda, marque sobre a circunferência de raio r , n pontos $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, conforme a Figura 4.

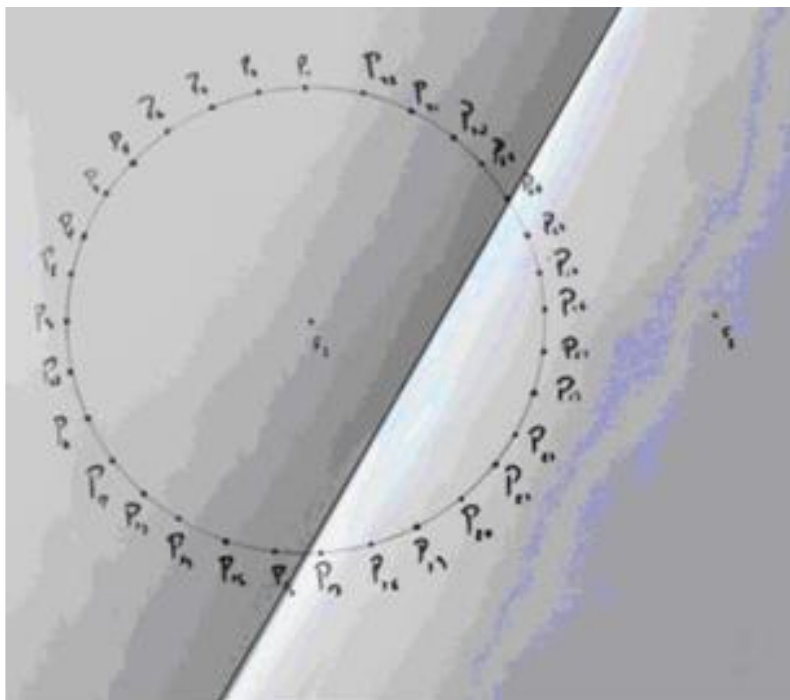
Figura 4 – Primeiro passo para construção da hipérbole



Fonte: Os autores

2º Passo: Faça a primeira dobra de maneira que o ponto $F2$ coincida com o ponto $P1$ feito na circunferência. Desdobre a folha, voltando-a para a posição inicial. Temos assim o primeiro vinco, onde se deve traçar a reta $M1$, conforme a Figura 5.

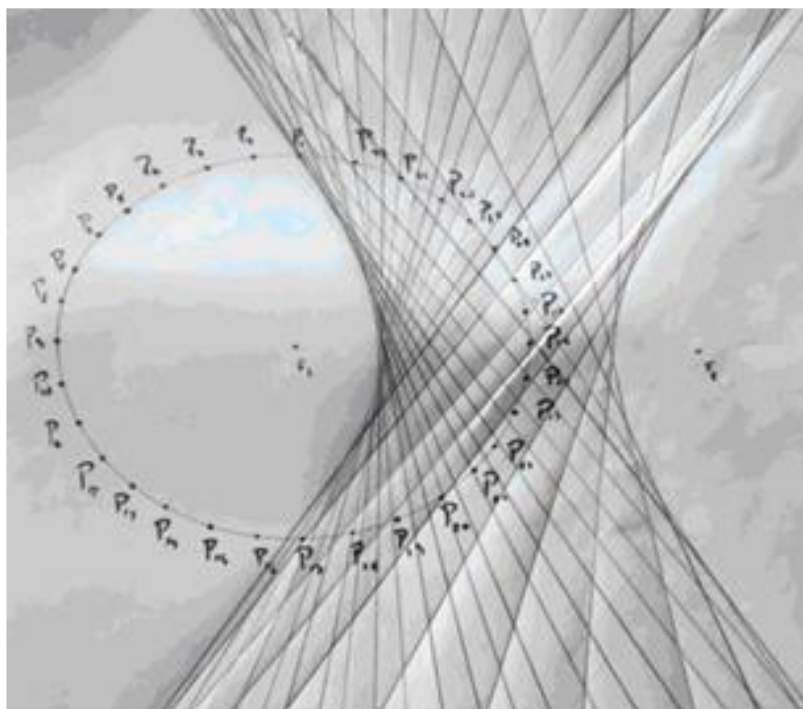
Figura 5 – Execução do segundo passo para construção da hipérbole



Fonte: Os autores

3º Passo: Faça isso para todos os pontos da circunferência, assim obteremos as mediatrizes Mn dos segmentos F_2P_n e como consequência a hipérbole de focos F_1 e F_2 , conforme a figura 6.

Figura 6 – Hipérbole construída com dobraduras



Fonte: Os autores

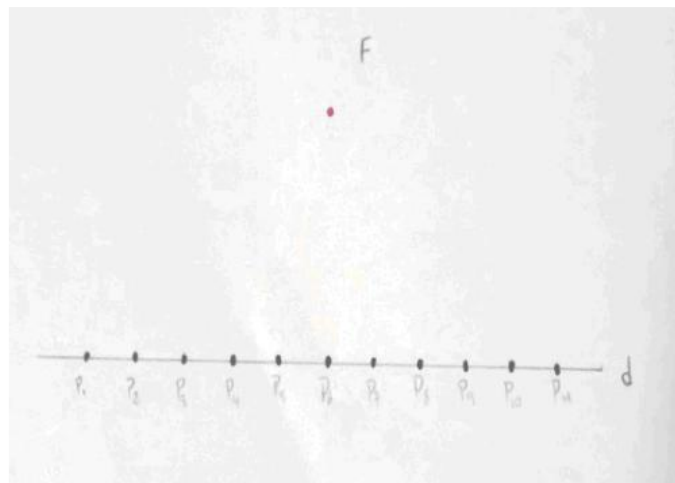
4º Passo: Após, destaque os ramos da hipérbole construída usando uma canetinha colorida, marcando onde ficam seus focos e defina o centro dessa hipérbole.

➤ **Parábola**

Para construir a parábola será necessária uma folha de papel, se for papel vegetal fica melhor, se não tiver como comprar, pode ser papel A4 mesmo. Siga os procedimentos abaixo:

1º Passo: Trace uma reta d e marque um ponto F fora da mesma. Marque ainda, pontos $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, sobre a reta d conforme a Figura 7.

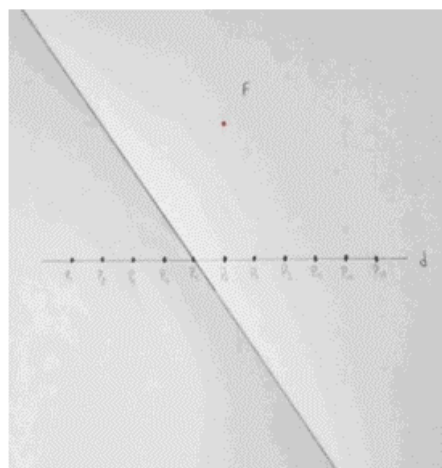
Figura 7: Primeiro passo para a construção da parábola



Fonte: Os autores

2º Passo: Faça a primeira dobra de maneira que o ponto F coincida com o ponto P_1 . Desdobre a folha, voltando-a para posição inicial. Assim, formando o primeiro vinco, onde se deve traçar a reta M_1 , conforme a Figura 8.

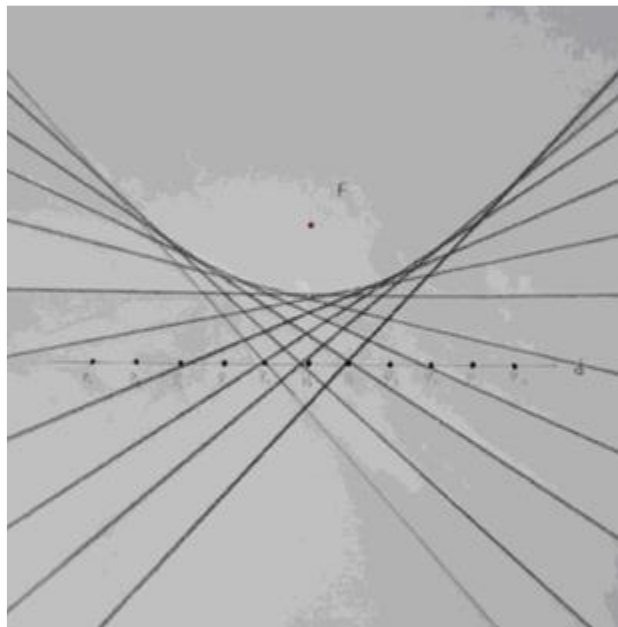
Figura 8 – Segundo passo para construção da parábola



Fonte: Os autores

3° Passo: Faça isso para os demais pontos da reta, assim, obteremos a mediatriz Mn dos segmentos FP_n e como consequência a parábola de diretriz d e foco F (Figura 9).

Figura 9 – Parábola por meio de dobraduras



Fonte: Os autores

4° Passo: Após destaque a parábola com uma canetinha, destaque também o foco, a reta diretriz d e o eixo focal.

Sugestões de atividades a serem desenvolvidas a partir do jogo

Como sugestão de atividades que podem ser propostas aos alunos após a construção das cônicas por meio de dobraduras, pode ser realizado os seguintes questionamentos:

➤ **Sobre a Elipse:**

- 1) Qual é o valor da distância focal da elipse construída? Qual é o valor do parâmetro c ?
- 2) Qual é o comprimento do eixo maior da elipse construída? Qual é o valor do parâmetro a ?
- 3) Qual é o comprimento do eixo menor da elipse construída? Qual é o valor do parâmetro b ?
- 4) Agora substitua os valores de a, b e c na equação $a^2 = b^2 + c^2$. Faça uma análise do resultado obtido.

5) Marque um ponto P qualquer sobre a elipse. Qual é o valor de distância de P a F_1 mais a distância de P a F_2 ?

6) Marque um ponto Q qualquer sobre a elipse, de modo que $Q \neq P$. Qual é o valor de distância de Q a F_1 mais a distância de Q a F_2 ?

7) O valor obtido nas duas questões anteriores é igual? Por quê?

➤ **Sobre a Hipérbole:**

1) Qual é o valor da distância focal da hipérbole construída? Qual é o valor do parâmetro c ?

2) Destaque os vértices A_1 e A_2 na hipérbole construída. Qual a distância entre A_1 e A_2 ? Qual o valor do parâmetro a ?

3) Qual o valor do parâmetro b na hipérbole construída?

4) Qual o valor da excentricidade dessa hipérbole construída? O que esse valor indica?

➤ **Sobre a parábola:**

1) O que é a distância c em uma parábola? Qual o valor de c na parábola que você construiu?

2) Marque um ponto P qualquer sobre a parábola desenhada, use uma régua para medir a distância de P até F . Qual foi o valor encontrado?

3) Qual a distância de P até a reta d ?

4) A distância entre P e F e P e d , foi igual? Por quê?

Além disso, pode ser demonstrado que cada uma das cônicas construídas com as dobraduras satisfaz as propriedades e definições delas.

2.11 - Construção de uma elipse no Geogebra

Suelton Almeida Martins
Rosana Aparecida Carvalho Barbosa
Ronicy Bueno de Souza
Rosilene Carvalho Barbosa
Antônia Cristina de Moraes
Marcos da Silva Cordeiro

Descrição da atividade

Nessa atividade será trabalhado o conteúdo de cônicas, especificamente elipse, será um passo a passo de uma construção geométrica da elipse utilizando o aplicativo GeoGebra. Depois do protocolo de construção sugerimos algumas atividades, como exemplo, que podem ser aplicadas para trabalhar características e propriedades da elipse.

Objetivo da atividade

O objetivo da atividade é o ensino e aprendizagem do conteúdo de elipse de uma forma mais dinâmica, que desperte a atenção e o interesse dos alunos e para que aprendam a utilizar as ferramentas virtuais e aplicativos visando uma melhor cooperação para o aprendizado.

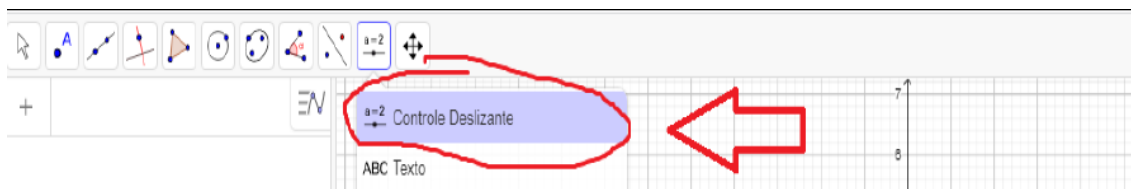
Material necessário/recursos

Para execução dessa atividade, será necessário um laboratório de informática com computadores conectados à internet, ou cada aluno pode utilizar seu smartphone e fazer o download do aplicativo. Nesse trabalho, utilizaremos o GeoGebra online disponível no link: (<https://www.geogebra.org/classic#2d>) para a construção das elipses. Para ter acesso ao material completo, já confeccionado no GeoGebra, trabalhado nessa aula é só acessar o link: (<https://www.geogebra.org/classic/wszqckqr>).

Procedimentos para construção da elipse no Geogebra

Primeiro passo: vamos criar dois controles deslizantes, acessando a opção “controle deslizante” na barra de ferramentas do GeoGebra.

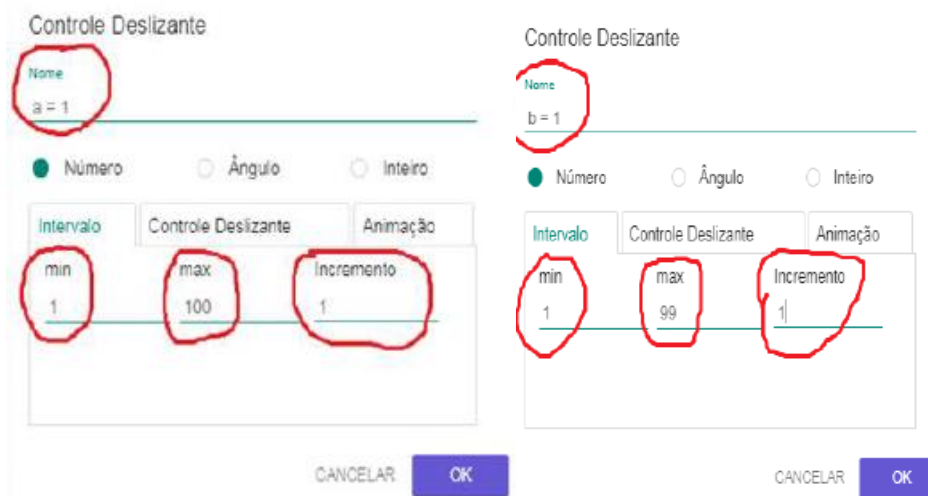
Figura 1 – Inserir controle deslizante



Fonte: Os autores.

Logo após, damos um click com o mouse na área de trabalho para aparecer as opções do controle deslizante, em “nome” vamos deixar $a = 1$, no intervalo vamos colocar de 1 a 100 com incremento 1. Depois abriremos outro controle deslizante e faremos o mesmo para $b = 1$, com intervalo de 1 a 99 e incremento 1 também.

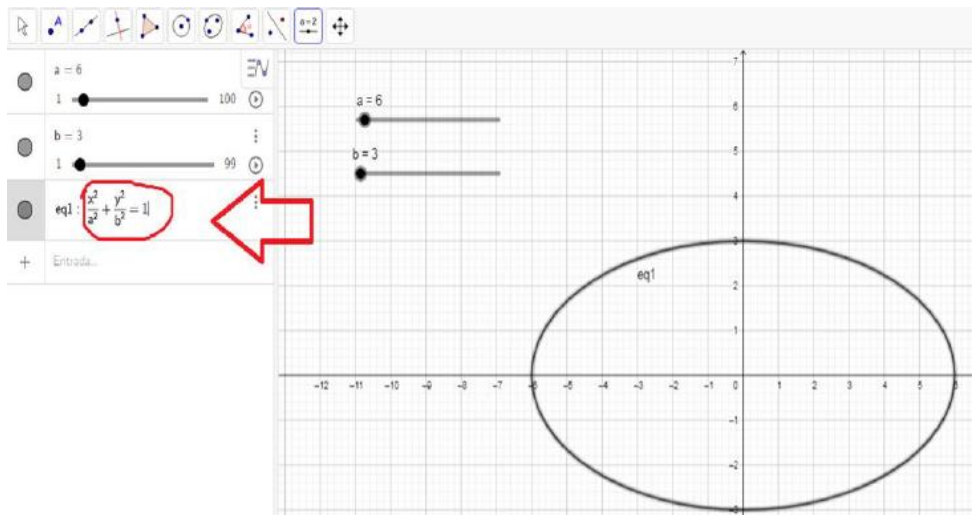
Figura 2 – Dados dos controles deslizantes



Fonte: Os autores.

Segundo passo: vamos inserir a fórmula da elipse no GeoGebra, digitando-a no campo de entrada. A fórmula é: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

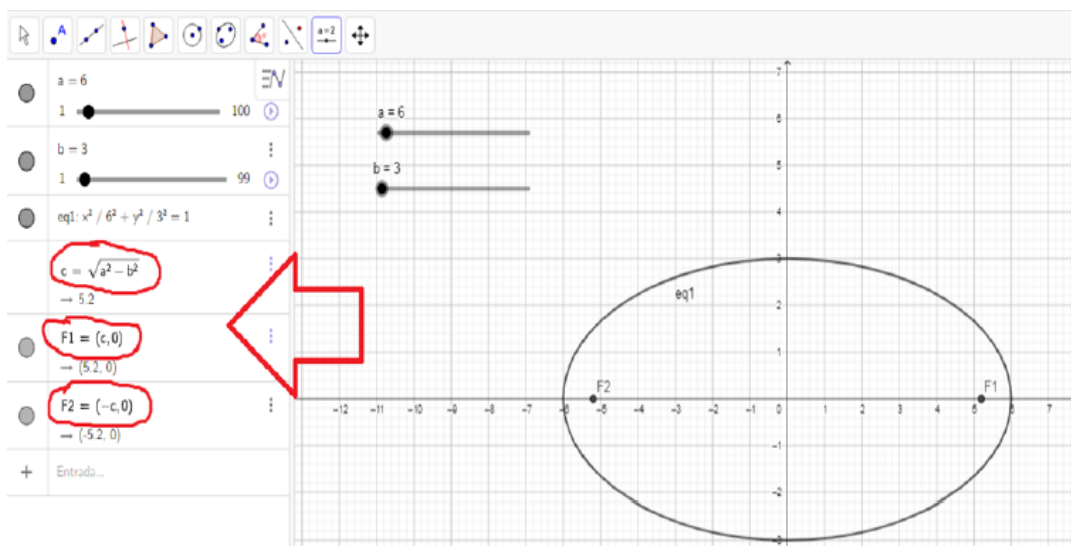
Figura 3 – Fórmula da elipse



Fonte: Os autores.

Terceiro passo: desse passo em diante vamos deixar os controles deslizantes centrados nos valores $a = 6$ e $b = 3$ para facilitar a compreensão do andamento da construção. Agora vamos inserir os focos da elipse que podem ser encontrados através da seguinte equação: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$. Digitaremos essa equação no campo de entrada do GeoGebra. Para que possa ser inserida a raiz no campo de entrada é necessário digitar “sqrt”. Logo em seguida, com o valor de c definido, iremos digitar no campo de entrada $F1 = (c, 0)$ e $F2 = (-c, 0)$.

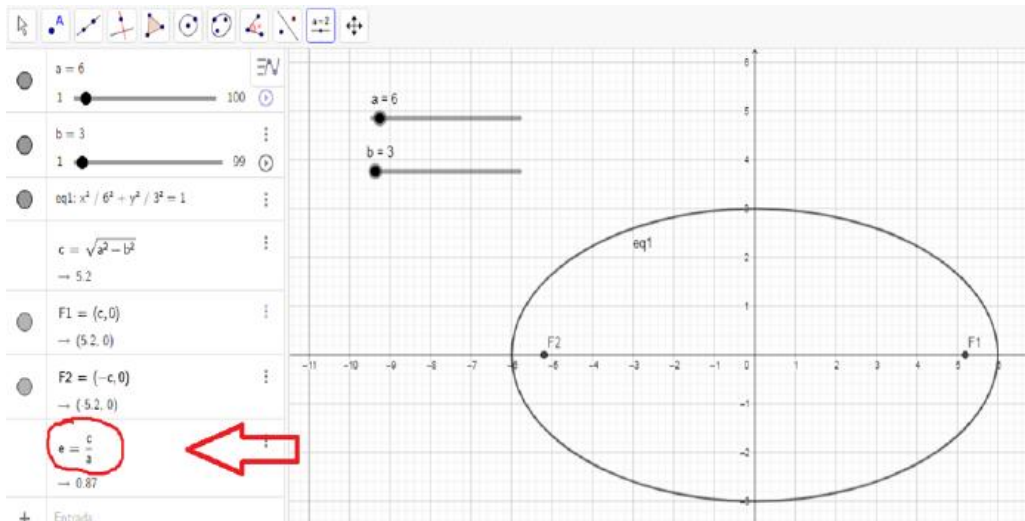
Figura 4 – Focos da Elipse



Fonte: Os autores.

Quarto passo: para calcular a excentricidade da elipse vamos inserir a seguinte equação no campo de entrada: $e = \frac{c}{a}$.

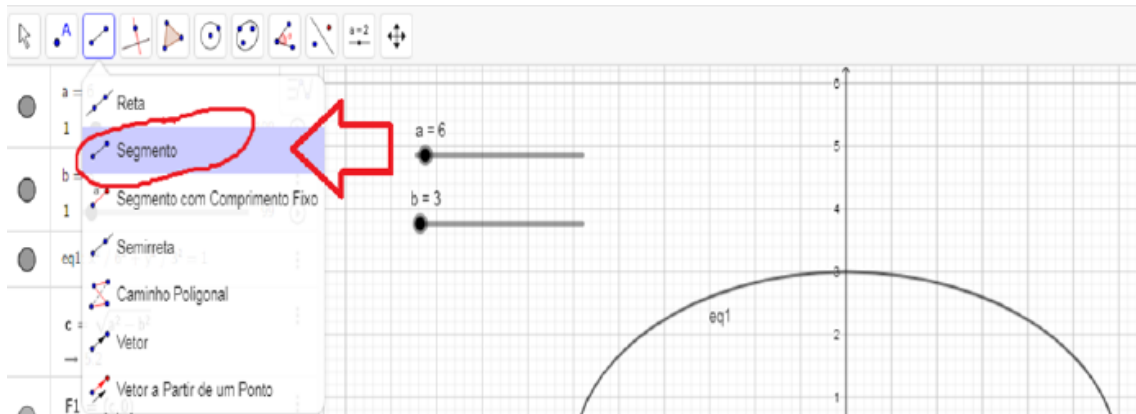
Figura 5 – Excentricidade da Elipse



Fonte: Os autores.

Quinto passo: vamos criar agora um ponto P na borda da elipse objetivando estudar o comportamento, propriedades e distâncias entre pontos. Para isso é só ir em “segmento de reta” na barra de ferramentas e clicar nele.

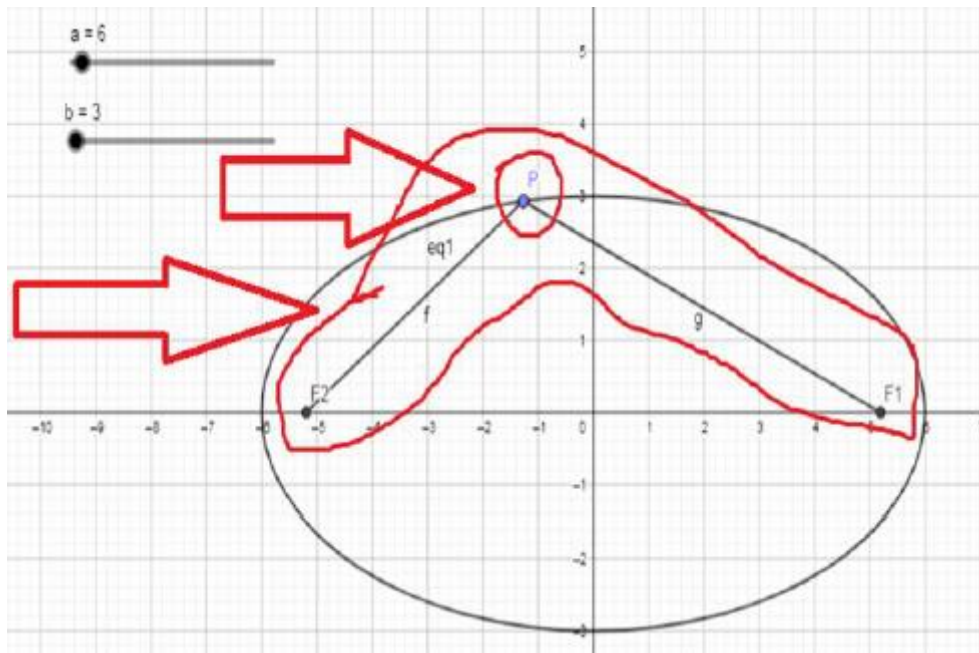
Figura 6 – Inserir segmento



Fonte: Os autores.

Depois, clicar no foco 2 ($F2$), em seguida clicar na borda da elipse e logo após clicar no foco 1 ($F1$). Serão criados dois segmentos de retas f e g que podem ser renomeados e rotacionados. Em seguida é só clicar no ponto A com o botão direito do mouse, ir em “renomear” e colocar a letra P .

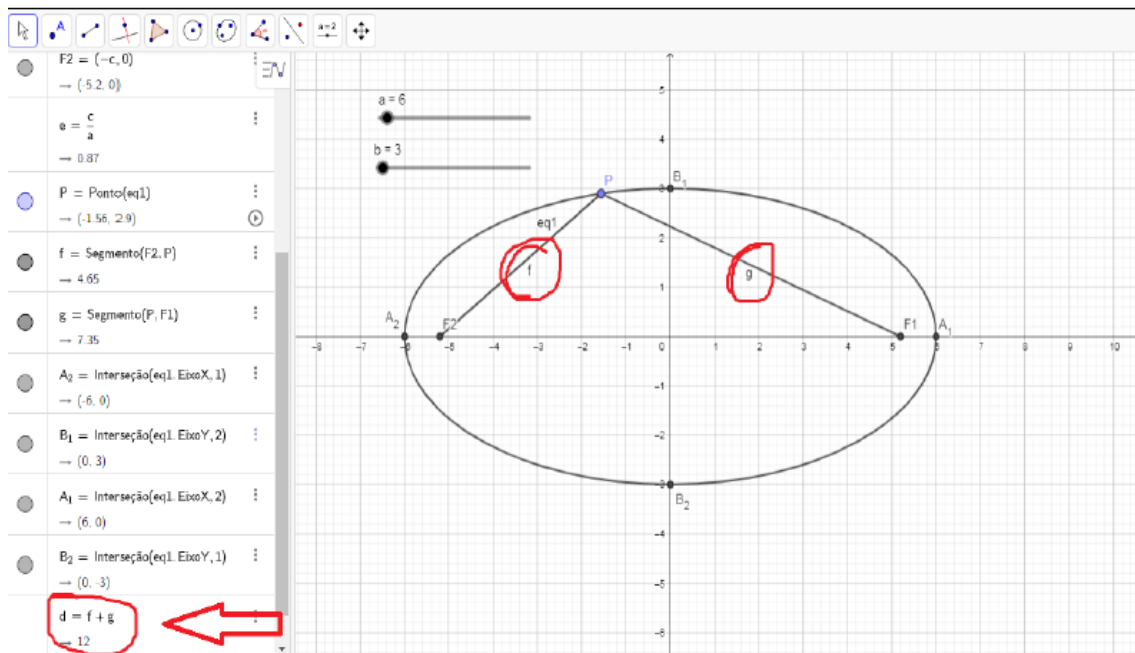
Figura 7 – Segmentos que ligam P aos focos da elipse



Fonte: Os autores.

Sexto passo: a soma dos tamanhos de f e g é a mesma em qualquer ponto da borda da elipse e para comprovar isso é só digitar no campo de entrada do GeoGebra: $d = f + g$.

Figura 8 – Propriedade da elipse

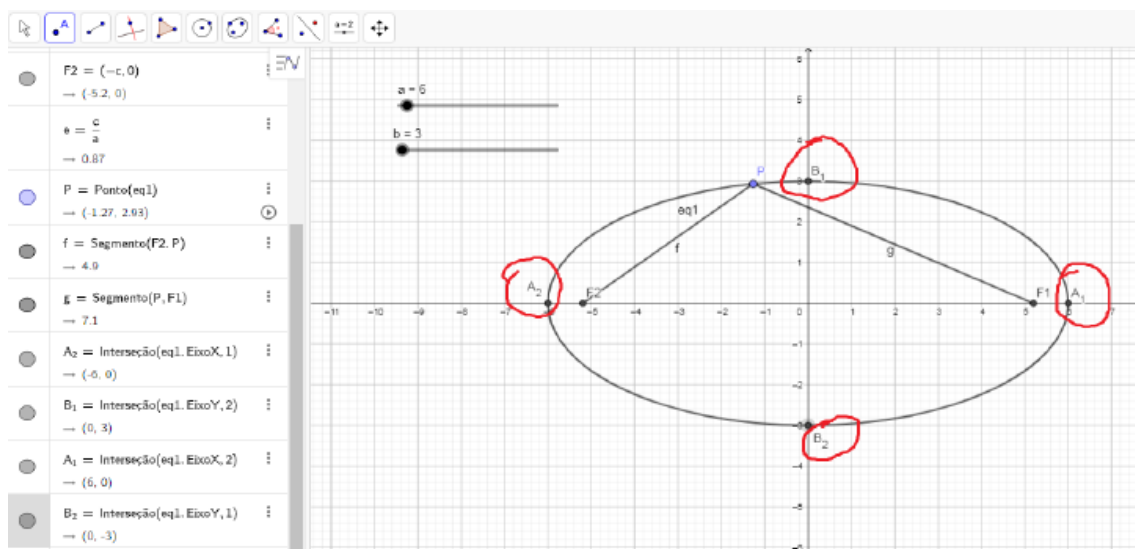


Fonte: Os autores.

Sétimo passo: e por último vamos criar e renomear os pontos de intersecção de x com a elipse que serão: A_1 (x positivo) e A_2 (x negativo). Para isso é só clicar em “Ponto” na barra de ferramentas.

Logo após, em cada uma das 4 intersecções. Os pontos terão outras letras, então é só clicar no ponto com o botão direito do mouse, ir em “renomear” e colocar A_1 e depois A_2 . Em seguida, é só fazer o mesmo com os pontos de intersecção de y com a elipse, renomeando com os nomes de B_1 (y positivo) e B_2 (y negativo).

Figura 9 – Intersecção da elipse com os eixos



Fonte: Os autores.

Pronto, agora se pode personalizar o desenho com as cores que desejar basta clicar com o botão direito em cima de qualquer borda, ponto ou reta, ir em configurações e depois em cores. Só lembrando que para caracterizar uma elipse sempre se deve manter o a maior que b .

2.12 - Construção de poliedros com material de baixo custo

Kamilla Medanha Galdino Ferreira
Alexandro Moreira de Castro
Ana Paula Gonzaga Costa
Romildo Pedrosa de Araújo
Klenia Pereira de Souza
Ney Ramos Bispo de Souza

Descrição da atividade

Essa atividade foi desenvolvida com o intuito de ensinar poliedros de Platão e relação de Euler. A atividade pode ser aplicada a alunos do ensino médio, tendo com proposta a construção de poliedros regulares que serão utilizados para realização de atividades para demonstrar a relação de Euler.

Objetivo da atividade

Desenvolver habilidades e competências que possibilitem aos estudantes criar sólidos geométricos a partir de materiais de baixo custo, para assim, compreender melhor os conceitos envolvendo poliedros regulares e a relação de Euler.

Material necessário/recursos

Os materiais necessários para execução destas atividades são basicamente: palito para espetinho; cola; borracha para soro. Material didático dos estudantes: caderno, lápis, borracha, caneta; fichas com orientação sobre as atividades.

Figura 1 – Materiais necessários



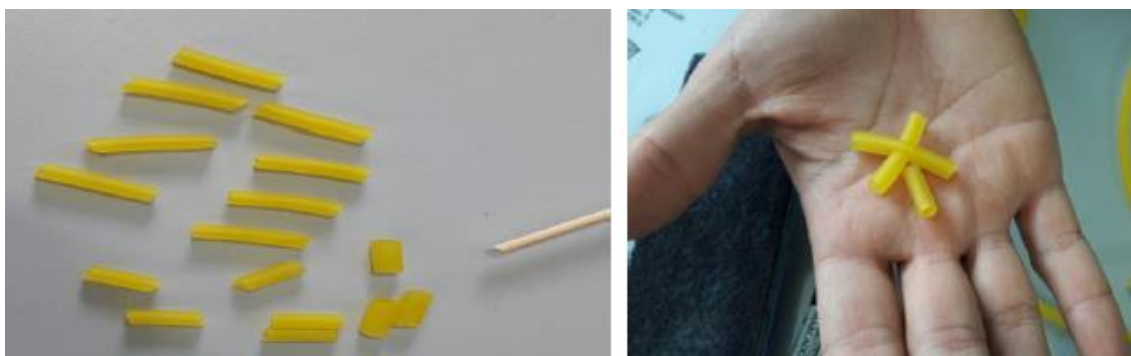
Fonte: Os autores

Procedimentos

Antes de iniciar a confecção dos poliedros de Platão utilizando os materiais descritos anteriormente, faça uma introdução sobre o assunto com a turma falando sobre os poliedros de Platão e suas características quanto ao tipo de face, número de vértices e arestas de cada um deles. Se possível mostre objetos que tenham esse formato, que podem ser construídos a partir da planificação deles. Na sequência, para construir esses poliedros usando palitos de churrasco e borracha, siga os procedimentos abaixo.

1º passo: Cortar a borracha para soro em pequenos pedaços para confecção dos vértices dos poliedros. Utilizar cola *tek bond* para colar os vértices de acordo com número de arestas a serem encaixadas. Observe a figura 2.

Figura 2 – Preparação dos vértices dos poliedros



Fonte: Os autores.

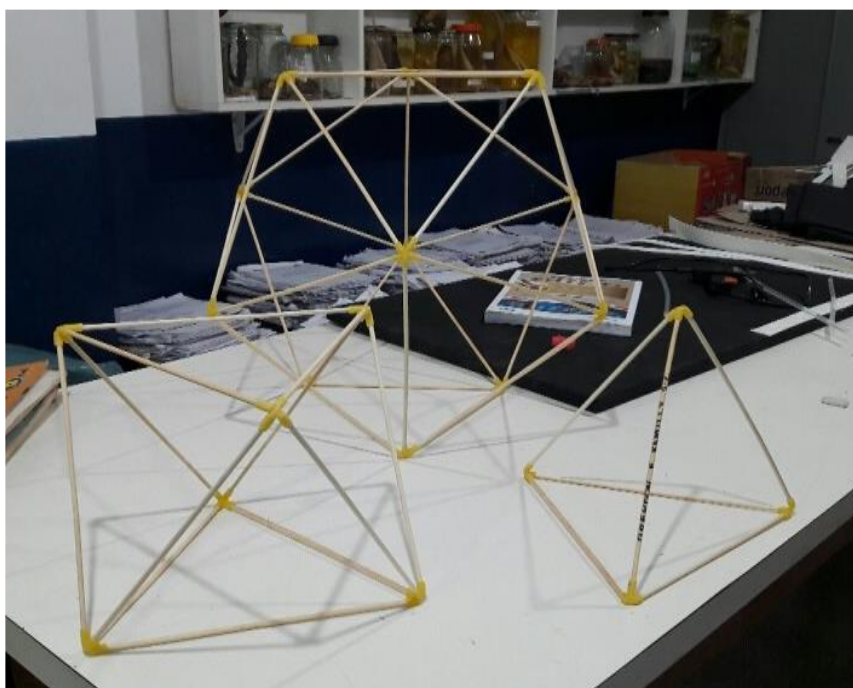
2º passo: Utilizar os palitos de espetinho como arestas. Unir vértices e arestas encaixando os palitos nas borrachas, para assim, dar forma aos poliedros de Platão, conforme as figuras abaixo.

Figura 3 – Construindo um poliedro de Platão



Fonte: Os autores

Figura 4 – Alguns poliedros criados



Fonte: Os autores

Na sequência, apresente aos alunos as três condições básicas para um poliedro ser classificado como de Platão:

- I) ser convexo (se qualquer segmento com extremidades dentro do poliedro estiver totalmente contido no poliedro);
- II) se todas as faces possuírem a mesma quantidade de arestas;
- III) se todos os vértices serem uma extremidade de uma mesma quantidade de arestas.

Peça aos alunos para verificarem essas três condições nos poliedros construídos. Indague a turma quanto aos tipos de faces que dão forma aos

poliedros de Platão. Questione os alunos se seria possível construir algum poliedro com faces hexagonais regulares que satisfaça as três condições acima. Peça a turma que experimente construir um usando o material disponível.

Peça a turma para elaborar uma tabela contendo o número de vértices, arestas e faces de cada um dos sólidos de Platão. Questione os alunos se eles conseguem identificar alguma relação envolvendo esses elementos. Os sólidos de Platão respeitam a relação de Euler que é usada para relacionar o número de face (F), vértices (V) e arestas (A) de poliedros convexos, facilitando assim, a contagem desses elementos. Estimule os alunos a identificar a seguinte fórmula nos dados anotados na tabela: $V + F = A + 2$. Explore a relação de Euler com a turma mostrando que ela é válida para todos os sólidos de Platão, e que a partir dele, é possível calcular o número de vértices, faces ou arestas de qualquer poliedro convexo, desde que você conheça ou consiga descobrir duas dessas informações.

Referências

Martins Thatielle Demski & Goldoni Viviane. **DESCOBRINDO OS POLIEDROS DE PLATÃO**. 1 Professora licenciada em Matemática pela PUCRS. E-mail: thatiellemartins@gmail.com. 2 Professora licenciada em Matemática pela PUCRS. E-mail: vivi.goldoni@gmail.com Encontrado em: <https://editora.pucrs.br/anais/erematsul/minicursos/descobrimdoospoliedros.pdf>

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. "**Sólidos de Platão**"/ "**Fórmula e Euler**"; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/os-solidos-platao.html>. Acesso em 28 de setembro de 2021.



ISBN 978-658517500-5



9 786585 175005