UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO-UEMA
PROGRAMA ENSINAR DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
POLO: PASTOS BONS

ANA MARIA DA GAMA CURCINO
LAUDELICIA BARROS FERREIRA
LIDIANE DA COSTA SILVA

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA AO ENSINO DA GEOMETRIA A PARTIR DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Pastos Bons–MA
2022

ANA MARIA DA GAMA CURCINO
LAUDELICIA BARROS FERREIRA
LIDIANE DA COSTA SILVA

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA AO ENSINO DA GEOMETRIA A PARTIR DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Trabalho de Conclusão/Proposta apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Programa Ensinar de Formação de Professores da Universidade Estadual do Maranhão como requisito para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Me. Renato Darcio Noleto Silva.

Pastos Bons–MA
2022

ANA MARIA DA GAMA CURCINO
LAUDELICIA BARROS FERREIRA
LIDIANE DA COSTA SILVA

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA AO ENSINO DA GEOMETRIA A PARTIR DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora como requisito de conclusão do Curso Superior de Licenciada Plena em Matemática pela Universidade Estadual do Maranhão.

Orientador: Prof. Me. Renato Darcio Noleto Silva.

Data de Apresentação:
06/08/2022

BANCA EXAMINADORA:

Renato Darcio Noleto Silva
____
Prof. Me. Renato Darcio Noleto Silva (Orientador)
Instituto Federal do Maranhão-IFMA/Universidade Estadual do Maranhão-UEMA

Evando Brito da Silva
____
Prof. Esp. Evando Brito da Silva
Universidade Estadual do Maranhão – UEMA

Sergio Nolêto Turibus
____
Prof. Dr. Sergio Nolêto Turibus
Universidade Estadual do Maranhão – UEMA

PASTOS BONS–MA
2022

DEDICATÓRIA

Dedicamos este trabalho aos nossos pais.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradecemos a Deus pelo dom da vida, por ter nos dado forças quando já não suportávamos mais, fez-nos forte nas horas que mais precisamos para poder permitir-nos chegar até aqui, por estar ao nosso lado sempre, por nunca ter abandonando-nos e nunca ter desistido de nós.

Aos nossos pais por tudo que fizeram por nós durante todo este tempo de vida e convivência.

Aos nossos professores por todo este período de ensinamentos através dos conteúdos e experiências de vida.

Aos nossos colegas de turma por todo este tempo de aprendizado, risos e angustias durante o período do curso.

Ao nosso orientador Prof. Me. Renato Darcio Noleto Silva por todo apoio para construção deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa a cerca de fatores significativos sobre a aprendizagem de geometria a partir da aplicação de uma atividade de intervenção didática baseada nas contribuições do modelo de Van Hiele. Desenvolveu-se uma pesquisa com o olhar para o Descritor 02 do Sistema de Avaliação da Educação Básica do Brasil-SAEB, que por sua vez prevê "identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais fazendo relações com suas planificações" de figuras geométricas a alunos do ensino fundamental de uma escola pública da zona rural. A metodologia adotada é aportada no Ensino por Atividades de Redescoberta a estudantes do 8° ano, donde propomos resolver questões de geometria de maneira individual e coletiva, de maneira que permitam expressar percepções, conceitos e formalização de definições a teoria adotada.

Palavras-chave: Ensino, Geometria, Atividades.

ABSTRACT

This work aims to present the results of a research about significant factors on geometry learning from the application of a didactic intervention activity based on the contributions of the Van Hiele model. A research was developed with a view to Descriptor 02 of the Basic Education Assessment System of Brazil-SAEB, which in turn provides for “identifying common properties and differences between two-dimensional and three-dimensional figures making relationships with their plans” from geometric figures to elementary school students from a public school in the rural area. The adopted methodology is introduced in Teaching through Rediscovery Activities to 8th grade students, where we propose to solve geometry questions individually and collectively, in a way that allows the expression of perceptions, concepts and formalization of definitions of the adopted theory.

Keywords: Teaching, Geometry, Activities.

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SD	Sequência Didática
EAR	Ensino por Atividades de Redescoberta

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Após alguns anos dedicados à docência, é inevitável identificar um considerável número de estudantes que apresentam dificuldades na aprendizagem da geometria, pois durante a aplicação das avaliações externas percebemos que os alunos têm muita dificuldade em resolver questões relacionadas à geometria. Motivados pela perspectiva de identificar as principais dificuldades, e de maneira sistemática organizá-las, e, posteriormente, intervir sobre ela conheceu-se a teoria de Van Hiele capaz de detalhar aspectos cognitivos do desenvolvimento do raciocínio em geometria. A escrita sugere cinco níveis hierárquicos de aprendizagem em geometria, que se julga adequados para identificação e construção de figuras planas.

Segundo Van Hiele, o pensamento geométrico dos alunos pode ser organizado por níveis a partir da ação didática direcionada pelo professor. Considerando que o estudo favorece ao professor a identificação de particularidades, ritmos e maneiras de aprender e que permitam compreender e propor alternativas de intervenção para solidificar a compreensão de conteúdos geométricos.

Escolheu-se o conteúdo de geometria por considerar de grande relevância para a formação do indivíduo e para o conhecimento de mundo, e complementarmente para cumprir os objetivos e princípios educacionais que regulamentam as avaliações externas, uma vez que existem descritores que trabalham exclusivamente esta temática e os alunos precisam estar preparados para sobressaírem-se nos indicadores externos.

Mas, quais contribuições uma sequência didática aplicada ao ensino de geometria a partir de atividades experimentais podem proporcionar para o aprendizado dos estudantes do 8° ano do ensino fundamental?

Pensando nisso o objetivo é identificar fatores significativos sobre a aprendizagem de geometria a partir da aplicação de uma atividade de intervenção baseada nas contribuições do modelo de Van Hiele.

Nessa perspectiva, percebe-se que apenas identificar as principais dificuldades não é necessário ao propósito, mas, a intervenção a partir de uma sequência didática seria mais desafiadora, porém, socialmente mais contributivo. Com isso desenvolveu um trabalho voltado para o descritor 02 do Sistema de Avaliação da Educação Básica do Brasil- SAEB, que por sua vez prevê “identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais fazendo relações com suas planificações" de figuras geométricas com alunos do ensino fundamental de uma escola pública da zona rural.

Ao propor uma intervenção de ensino baseado nos níveis de dificuldade de geometria, pretende-se utilizar um modelo proposto por Pedro SÁ (1999), elaborado no método da redescoberta que apresenta atividades experimentais e pode ser adequado ao modelo de Van Hiele.

Dessa maneira, entendeu-se que a proposta é de grande importância para os alunos, pois irá possibilitar um melhor aprendizado e maior motivação, contribuindo assim para um melhor resultado tanto nas avaliações externas quanto nas atividades que eles realizam na sala de aula, que estejam ligadas a temática apontada na sequência. Por outro lado, permitirá que outros pesquisadores analisem adequações do modelo de Van Hiele a uma realidade peculiar, como a de uma escola da zona rural.

Pretende-se com a proposta, utilizar fichas de atividades, na turma do 8° ano do ensino fundamental da Unidade Integrada Tancredo Neves para extinguir os a resolver questões de geometria de maneira individual e coletiva, escrita e verbalizada e de maneira que permitam a socialização de suas percepções, conceitos e formalização de definições até a aplicação de conhecimentos necessários conforme a teoria de Van Hiele.

As atividades elaboradas e aplicadas permitirão observar como os estudantes mobilizam ações e compreensões sobre geometria a partir da sequência didática proposta, e assim, possibilitar a identificação de contributos relevantes para a aprendizagem de uma sequência didática aplicada ao ensino da geometria a partir de atividades experimentais.

2. ESTUDOS PRELIMINARES

Com o objetivo de delimitar a amplitude da nossa pesquisa, optamos por abordar apenas por uma parte dos conteúdos de geometria, já mencionados acima, de acordo com o Descritor 02 do SAEB. Nesse sentido, preferimos uma seção (conforme a Engenharia Didática), que aborde os aspectos históricos, curriculares e matemáticos.

Procurou-se basear nos documentos que dispõe sobre o tema, os aspectos históricos, nos seguintes documentos: os Parâmetros Curriculares Nacionais PCNencarte matemática, (1998), Base Nacional Comum Curricular- BNCC (2017), emanados do ministério da educação e cultura (MEC), por sua relevância e atualidade no contexto do ensino aprendizagem de matemática do SAEB, que prevê a identificação das propriedades geométricas assim como os aspectos matemáticos.

Os aspectos matemáticos por sua vez tratam da identificação das habilidades e competências exigidas em avaliações externas, que são levadas em consideração nos objetivos das atividades propostas que deram embasamento teórico e epistemológico ao objeto da pesquisa.

2.1 Aspectos Históricos

A geometria é a parte da matemática que estuda o espaço e as figuras que podem ocupá-lo. A natureza está cheia de formas geométricas variadas: círculos, triângulos, cubos, pentágonos, hexágonos, decaedros, espirais.

A palavra é de origem grega e significa "medida da terra". Foi na Grécia que a geometria se desenvolveu como uma forma de conhecimento organizada, sem a preocupação de ter aplicações úteis. Os gregos argumentavam de maneira ordenada e tentavam explicar os porquês pelo argumento mais conciso e lógico possível (LORENZATO, 1995).

Tales de Mileto, nasceu por volta de 624.a.C. teria sido um de seus primeiros expoentes. Ele e Pitágoras, outro matemático grego, estabeleceram a geometria como teoria dedutiva, formulando claramente problemas e explicando hipóteses. No século IV antes de Cristo, Euclides de Alexandria introduziu o sistema axiomático ou dedutivo, que parte de conceitos e proposições sem demonstração, os chamados postulados ou axiomas para construir e apresentar de maneira lógica os problemas. Dos 13 livros que compõem sua obra-prima, "Os elementos", cinco são dedicados à geometria plana. Nesses livros, ele define, por exemplo, a noção de ponto, reta e superfície. A geometria que aprendemos na escola é a geometria euclidiana, aquela que estuda, entre outros conceitos, pontos, retas, planos, ângulos e objetos em três dimensões: com comprimento, largura e altura.

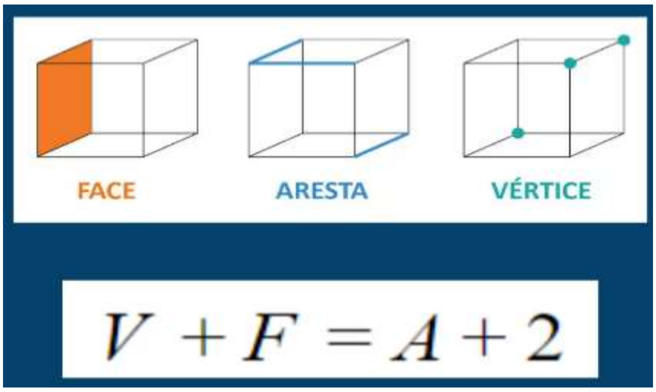
No século XVIII, surgiu um grande nome na geometria: Leonhard Euler. Matemático suíço que morou por décadas na Rússia e na Alemanha, Euler resolveu dois enigmas que há séculos esperavam por uma explicação. O primeiro problema envolvia as pontes de Konigsberg, cidade da antiga Prússia (hoje, Kaliningrado, na

Rússia). Os habitantes da cidade não conseguiam atravessar as sete pontes numa caminhada contínua, sem ter que passar duas vezes por um mesmo lugar.

Euler demonstrou que tal caminhada era, de fato, impossível. Note que, em cada porção de terra, A, B, C e D, há um número ímpar de pontes. Esse problema só tem solução em dois casos: 1) quando o número de pontes em cada porção de terra é par; 2) quando há, no máximo, duas porções de terra com um número ímpar de pontes.

O segundo problema famoso resolvido por Euler estava relacionado aos poliedros. Como saber quantos vértices, faces e arestas tem um poliedro, sem se perder na conta pelo caminho? Ele concluiu que, por maior que fosse o número de faces da figura, havia sempre uma relação entre o número de vértices e arestas. E elaborou a fórmula: a (arestas) + 2 = v (vértices) + f (faces). Por exemplo, o cubo tem 8 vértices, 6 faces e 12 arestas, e a fórmula então se confirma: 12 + 2 = 8 + 6, como mostra a figura abaixo.

Figura 1: Elementos do cubo



Fonte: https://www.educamaisbrasil.com.br.

Foi com Leonhard Euler que nasceu o fascinante campo da geometria chamado topologia. A topologia trabalha com figuras improváveis, superfícies que podem ser torcidas, empenadas, puxadas, esticadas, que sofrem, enfim, deformações. Enquanto a geometria euclidiana mede ângulos, comprimentos, áreas e volumes, a topologia trabalha, por exemplo, com buracos em uma superfície e cavidades num sólido.

De acordo com Lorenzato (1995), em topologia dois objetos são considerados idênticos se puderem ser transformados um no outro sem dobrar ou rasgar, como se fossem feitos com uma massa elástica. Assim como uma criança pega sua massa de modelar e faz primeiramente uma bola e depois um disco, os topólogos também trabalham com transformações sem que a superfície seja rasgada ou partida.

Para um topólogo, uma superfície esférica é equivalente à superfície de um copo, mas diferente de uma xícara com uma asa, porque esta última tem um buraco. Da mesma forma, uma rosquinha é equivalente a uma xícara com uma asa, mas diferente de uma xícara com duas asas. Esta última, para um topólogo, é igual a um pretzel, pois ambos têm dois furos. Parece inacreditável, mas, para um topólogo, uma esfera é igual a um cilindro e a um cubo. Esse ramo da geometria tem inúmeras aplicações: dos circuitos elétricos à economia, da elaboração de mapas às redes de computadores.

Para Pavanello (1993), em 1637, o matemático francês René Descartes, vivendo então na Holanda, publicou o livro "A Geometria", no qual estabelece uma ligação entre fórmulas e figuras, ou seja, era possível estabelecer, como em um dicionário, uma ligação entre uma figura e uma equação ou vice-versa. Descartes conseguiu unir a geometria e a álgebra.

Cerca de dois séculos depois, o matemático alemão Carl Friedrich Gauss inovaria ainda mais a geometria, estabelecendo as bases para a futura teoria da relatividade proposta por Albert Einstein no século seguinte. Gauss não via, a princípio, razão alguma para imaginar o espaço em linhas retas, como se fazia na época de Euclides. Afinal, uma linha pode ser curva, assim como uma superfície. Por que, então, o espaço não poderia ser curvo? É fácil aceitar essa possibilidade como abstração, mas parece impossível visualizar um espaço curvo.

No entanto, Gauss nunca chegou a publicar suas ideias sobre o espaço curvo, temendo as consequências de afrontar um conhecimento de quase dois mil anos, a geometria euclidiana. Mas, outro jovem matemático não teve esse temor. O húngaro Janos Bolyai publicou um novo tipo de geometria baseada no espaço curvo. Se o espaço fosse curvo, como aquele imaginado por Bolyai, então a soma dos ângulos internos de um triângulo seria menor do que 180 graus. Essa nova geometria é chamada hiperbólica. Já na geometria euclidiana, na qual o espaço é plano, essa mesma soma é sempre igual a 180 graus.

Como explica Lopes (2003), Bolyai publicou seus resultados em 1831 e os enviou a Gauss, mas este respondeu que ele, Gauss, já havia provado aqueles resultados. Bolyai ficou devastado. Pior: dois anos antes, em 1829, outro jovem matemático, o russo Nikolai Lobachevski, havia publicado exatamente as mesmas ideias. Bolyai nunca obteve um cargo como matemático profissional. Fez carreira militar, enlouquecendo ao final da vida.

Ao desafiar os conceitos básicos da geometria euclidiana, Gauss abriria uma trilha para as ideias do físico alemão Albert Einstein, quase um século depois. Mas foi um dos estudantes de Gauss, o alemão Bernhard Riemann, nascido em uma família numerosa e pobre, que trataria de pavimentar esse caminho. Riemann propôs conceitos radicalmente novos sobre a estrutura do espaço geométrico. Bolyai pensou numa nova geometria em duas dimensões. Riemann estendeu a geometria para várias dimensões, com um espaço de quatro, cinco, seis ou mais dimensões. Riemann subverteu totalmente as fronteiras da geometria tradicional, postulando espaços fantásticos de quatro ou mais dimensões.

A audaciosa concepção de Riemann não foi bem entendida em sua época, e o que hoje chamamos geometria riemanniana foi se desenvolvendo lentamente. Riemann não assistiu à revolução matemática à qual ele deu início: morreu aos 39 anos de idade.

Já a topologia se consolidou no século passado a partir dos trabalhos do matemático francês Jules Henri Poincaré, que se mostrou um prodígio desde a infância. Nessa área, Poincaré, além de grandes contribuições, deixou em aberto, no início do século passado, o que foi considerado pelos matemáticos como um tipo de Olimpo dos desafios matemáticos, a chamada Conjectura de Poincaré. Em termos simples, essa conjectura afirma que a esfera é o objeto mais simples em qualquer dimensão. A resolução desse problema levou praticamente um século, sendo completada recentemente por um matemático recluso, que não fala com a imprensa e não aceita prêmios, o russo Grigory Perelman.

A revolução iniciada por Gauss e expandida por Riemann atingiu seu clímax na década de 1910, quando o físico alemão Albert Einstein usou essas ideias sobre o espaço curvo e de várias dimensões para formular uma nova teoria da gravitação, que substituiu a de Newton mais de 200 anos depois.

Atualmente, esse tipo de matemática é empregado para tentar se chegar a uma teoria de todas as coisas, um tipo de teoria final que explicaria praticamente todos os fenômenos da natureza. Nessa teoria, chamada de supercordas, as partículas elementares, como elétrons, *quarks e fótons*, são vistas como diminutas cordas vibrantes, como as de um violino, e o espaço tem inimagináveis 10, 11 dimensões. Onde estariam, então, essas dimensões extras que não podemos enxergar ou perceber? Segundo os físicos, elas estariam compactadas e só poderiam ser vistas se observadas de muito perto.

2.2 Aspectos Curriculares do objeto de pesquisa

Os parâmetros curriculares nacionais foram elaborados, procurando respeitar as diversidades regionais, culturais e políticas, criando condições nas escolas que permitam aos alunos acesso ao conjunto de conhecimentos. Nesse sentido, PCN's (2000, p.40) enfatizam que, "no ensino fundamental, o conhecimento de números é construído pelo aluno quando ele trabalha com situações em que o número aparece como instrumento na resolução de problemas e também como objeto de estudo em si mesmo".

É importante explicar o conceito de número, quando estar diante de conjuntos ou grandezas não enumeráveis. Ou seja, quando observam suas propriedades, relações e o modo como o conceito de número foi historicamente construído. E seguindo diante desta lacuna com relação aos descritores da prova Brasil, explica Bagno (2007, p. 122) em que: "procedimentos de leitura; implicações do suporte, do gênero e/ou do enunciador na compreensão do texto, relação entre textos, coerência e coesão no processamento do texto, relações entre recursos expressivos e efeitos de sentido, variação linguística".

Esta articulação e formação continuada através destes descritores como explica Bagno (2007), sendo através desta sequência didática quando bem elaborada, ajuda os conhecimentos prévios dos alunos, favorecendo que eles argumentem e apresentem hipóteses, favorecendo uma boa interação entre colegas e professores. E segundo este entendimento de acordo com o "estudo dos fenômenos relacionados ao ensino aprendizagem de matemática pressupõe a análise de variáveis envolvidas nesse processo aluno, professor e saber matemático, assim como das relações entre elas (PCN´s, 2000 p. 35)".

Sabemos que o ensino da matemática ao longo dos tempos tem passado por várias evoluções e o professor como mediador e facilitador da aprendizagem tem grande relevância nesse processo de ensino, buscando novas didáticas que facilite aos seus alunos o conhecimento e entendimento de determinado conteúdo, seguindo as competências atuais. Consta nos PCN´s (2000, p. 122).

Situações cotidianas e o exercício de diversões profissões como a engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica etc. Demanda do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente. Também é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno.

O desenvolvimento do conhecimento na área da geometria é tão indispensável quanto às outras, e que através de uma proposta sistematizada é possível atrair os alunos para a compreensão e educação nessa abordagem.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento nacional que mostra quais conhecimentos são necessários que os alunos da educação básica aprendam. Sendo ela obrigatória, espera-se que a desigualdade no ensino diminua, sendo democrático para todos.

> A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (Brasil, 2017, p. 9).

Os alunos da educação básica precisam do conhecimento geométrico, pois sabem da importância do processo letivo, e no dia a dia seu conhecimento tornam o aluno mais crítico e sabedor da importância do seu conhecimento com a geometria em todas as suas dimensões. Um bom estudo para os alunos é dever do país, e a BNCC veio para implementar esse ensino, para que os índices de aprendizagem melhorem a cada dia.

Então, “a BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, a apresentação de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações”. (Brasil, 2017, p. 278).

Os descritores são elementos que descrevem as habilidades trabalhadas nas avaliações externas, como a prova do SAEB, a partir dos quais são elaboradas as questões dessas mesmas avaliações em massa. Por meio do resultado dessas avaliações é possível mapear o domínio dos estudantes nas habilidades e a proficiência nas áreas do conhecimento, a fim de propor um planejamento pedagógico direcionado as necessidades de cada estudante, turma, escola.

Em sala de aula pode trabalhar com os descritores, no qual esse trabalho refere-se ao D2, levando avaliações já aplicadas em anos anteriores, questões da habilidade específica. Mas é importante destacar que as matrizes de referências não se confundem com os currículos, que são mais amplos, e não pode ser confundida com procedimentos, estratégias de ensino ou orientações metodológicas, pois são recortes dos conteúdos curriculares.

D2 identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.

O SAEB pode ser compreendido como um conjunto de avaliação externas em larga escala que permite ao Inep realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do aluno. Por meio de testes e questionário, aplicados a cada dois anos na rede pública e em uma amostra da rede privada, o Saeb reflete os níveis de aprendizagem demostrados pelos estudantes avaliados.

Tal sistema avaliativo permite que as escolas e as redes municipais e estaduais de ensino avaliem a qualidade da educação oferecida aos estudantes. O resultado da avaliação é um indicativo da qualidade do ensino, as medias que são apuradas no Saeb juntamente com as taxas apuradas no censo escolar, compõem o IDEB (índice de desenvolvimento da educação básica).

Desde 2019, o Saeb passa por um momento de mudanças no qual as matrizes utilizadas desde 2001estão sendo substituídas por aquelas elaboradas em conformidades com a BNCC. Observando a habilidade, pode-se ver que a finalidade do desenvolvimento da geometria não envolve apenas construção de figuras planas, é uma área de conhecimentos e conceitos amplos e de ferramentas disponíveis a serem explorados no processo educativo do aluno da educação básica.

2.3 Aspectos Matemáticos

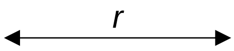
A geometria espacial estuda as figuras no espaço que possuem três dimensões, isto é, altura, largura e comprimento. A geometria espacial estuda as figuras geométricas no espaço. Usando a localização de pontos, é possível traçar retas no espaço que formam planos e definem formas e estruturas geométricas.

De toda a cultura humana, talvez as duas áreas mais utilizadas no dia a dia sejam a linguagem e a geometria. Na geometria espacial, são conceitos primitivos: o ponto, a reta e o plano. Habitualmente é usada a seguinte notação:

Pontos: letras maiúsculas do nosso alfabeto (*A, B, C*,...)

• *A*

Retas: letras minúsculas do nosso alfabeto (*r, s, t,* ...).



Planos: letras minúsculas do alfabeto grego (*α, β, γ*, ...).

A reta é infinita, ou seja, contém infinitos pontos;

Por um ponto podem passar infinitas retas;

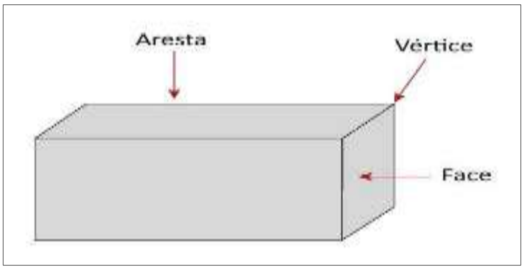
Por dois pontos distintos passa apenas uma reta;

Um ponto qualquer de uma reta divide-a em duas semirretas.

Figuras geométricas espaciais são aquelas que têm três dimensões: comprimento, altura e largura. Essas figuras são divididas em dois grupos: os corpos redondos (delimitados por alguma superfície arredondada) e os poliedros (superfícies delimitadas por figuras geométricas planas).

Com relação aos poliedros são figuras formadas por três elementos básicos: vértices, arestas e faces. Seus principais representantes são as pirâmides e os prismas:

Figura 2: Elementos do poliedro



Fonte: https://www.educamaisbrasil.com.br.

Os poliedros recebem nomes especiais de acordo com número de faces. Confira abaixo:

- Tetraedro: quatro faces;
- Pentaedro: cinco faces;
- Hexaedro: seis faces;
- Heptaedro: sete faces;
- Octaedro: oito faces;
- Decaedro: dez faces;
- Dodecaedro: doze faces;
- Icosaedro: vinte faces.

Na geometria espacial, os poliedros ainda são classificados em:

- Convexos: quando os poliedros se encontram totalmente no semiespaço que essa face determina.
- Côncavos: quando duas das faces do poliedro não estão contidas em apenas um semiespaço.

Dentre os poliedros convexos existem os poliedros regulares (Sólidos Platônicos ou Poliedros de Platão). São figuras que todos os lados possuem a mesma medida e com ângulos internos congruentes entre si. Existem apenas cinco poliedros regulares: tetraedro, hexaedro, dodecaedro, icosaedro e octaedro. Já os poliedros irregulares são sólidos geométricos com faces formadas por polígonos regulares e irregulares. Os dois tipos mais conhecidos são: as pirâmides e os prismas.

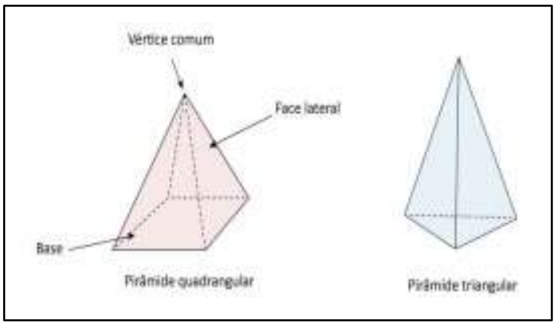
O matemático suíço, Leonhard Euler, desenvolveu uma relação que é aplicada a todos os poliedros convexos. Teorema ou Relação de Euler calcula o número de arestas (A), faces (F) e vértices (V) da figura, desde que haja dois valores.

$$F + V = 2 + A \text{ ou } V - A + F = 2$$

Onde, F: número de faces | V: número de vértices | A: número de arestas.

Pirâmides - sólido formado por uma base poligonal e um vértice que une todas as faces laterais triangulares. De acordo com sua inclinação, elas podem ser classificadas em retas (ângulo de 90º) ou oblíquas (ângulos diferentes de 90º).

Figura 3: Elementos e tipos de pirâmides



Fonte: https://www.educamaisbrasil.com.br.

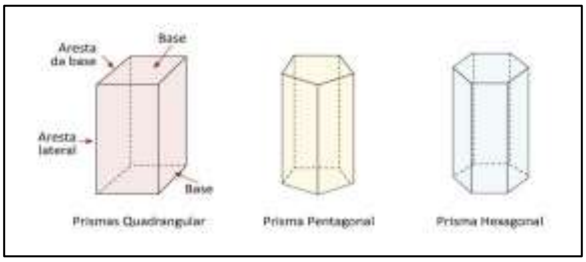
Fórmulas:

Área total: $A_t = A_l + A_b$

Volume: $V = \frac{1}{3}.A_b.h$

Prismas são sólidos geométricos formados por duas faces planas e congruentes e laterais compostas de paralelogramos ou quadriláteros. De acordo com sua inclinação, o prisma pode ser reto (a aresta e a base fazem um ângulo de 90º) ou oblíquo (ângulos diferentes de 90º). Cubos e paralelepípedos são considerados especiais dentro da geometria espacial.

Figura 4: Elementos e tipos de prismas



Fonte: https://www.educamaisbrasil.com.br.

Fórmulas:

Área da Face: $A_f = a.h$

Área Lateral: $A_l = 6a.h$

Área da base: $A_b = 3.a3.\sqrt{\frac{3}{2}}$

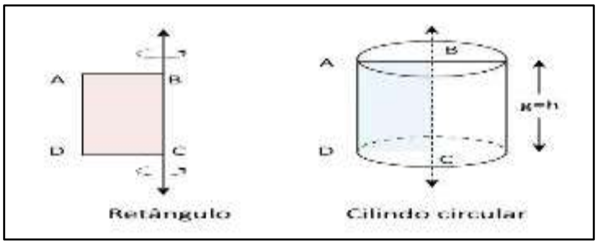
Volume: $V = A_b.h$

Onde, A_b: Área da base | h : altura

Dentro da geometria espacial existem os corpos redondos, figuras geométricas que apresentam pelo menos uma parte arredondada em sua superfície. Cilindro, esfera e cone são exemplos.

Cilindro: corpo redondo formado por duas bases circulares, altura e geratriz. No cilindro reto (gerado a partir da rotação completa do triângulo retângulo), a geratriz forma com a base um ângulo de 90°, enquanto no cilindro oblíquo as geratrizes são oblíquas às bases.

Figura 5: Formação do retângulo e cilindro



Fonte: https://www.educamaisbrasil.com.br.

Fórmulas:

Área lateral: $A_l = 2.p.r.h$

Área da base: $A_b = p.r^2$

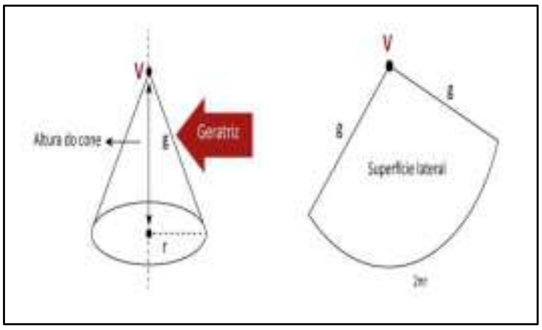
Área total: $A_t = A_l + 2.A_b$ ou $A_t = 2.\pi.r(h + r)$

Volume: $V = A_b.h$V

Onde, A_t: área total | A_b: área da base | A_l: área lateral | π(Pi): 3,14 | r: raio | h: altura | V: volume.

Cone - sólido formado por uma base circular, com altura, vértice e geratriz. Podendo ainda ser classificado em reto (quando a altura forma um ângulo de 90° com a base) ou oblíquo (o eixo não é perpendicular à base da figura). Essa figura também recebe o nome cone de revolução, pois foi gerado a partir da rotação completa de um triângulo retângulo.

Figura 6: Elementos de um cone



Fonte: https://www.educamaisbrasil.com.br.

Fórmulas:

Área da base: $A_b = \pi . r^2$

Área lateral: $A_l = \pi . r . g$

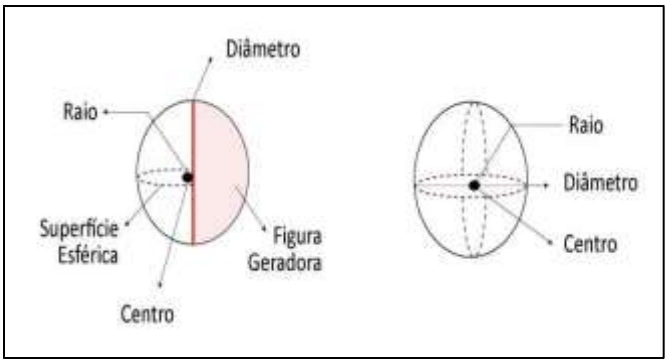
Área total: $A_t = \pi . r(g + r)$

Volume: $V = \frac{1}{3} . \pi . r^2 . h$

Onde, A_b: área da base | π = 3,14 | r: raio | A_l área lateral | h altura | g: geratriz.

Esfera - figura formada por uma superfície de curva contínua, centro, raio e diâmetro. A figura geradora da esfera é o semicírculo, que através do processo de rotação gira em torno de seu eixo e forma uma superfície esférica.

Figura 7: Formação e elementos da esfera



Fonte: https://www.educamaisbrasil.com.br.

Fórmulas:

Área: $A_e = 4\pi . r^2$

Volume: $V_e = \frac{4\pi.r^3}{3}$

Onde, A_e: área da esfera | V_e: volume da esfera | π = 3,14 | r: raio.

Para Dante (2007), as práticas do estudo das possíveis causas das dificuldades de aprendizagem da matemática curricular podem estar relacionadas há vários fatores como atenção o aluno, os métodos dos professores, a família e a escola. Contudo, algumas atividades para o aprendizado do aluno com relação à sequência didática aplicada ao ensino da geometria têm como finalidade auxiliar na prática docente, possibilitando ao professor que suas aulas sejam mais motivadas, eficientes e eficazes.

Para Smole e Diniz (2006), ler, escrever e resolver problemas são habilidades escolares básicas para aprender qualquer coisa na vida do aluno, e com os estudos com relação à didática que é aplicada no processo do ensino da geometria traz consigo, um aprendizado diferenciado, onde o educando para observar que não é somente uns traços geométricos, e sim, um processo de aprendizado para sua formação profissional futura.

Explica Rogenski e Pedroso (2007), o ensino dos traços geométricos incluso no ensino da matemática é considerado com uma das disciplinadas com maiores de dificuldades para os alunos, nos diversos níveis do processo do ensino aprendizagem. No entanto, os gestores e professores devem buscar as melhores estratégias para mediar os conhecimentos e conteúdos aos seus educandos. O estudo da matemática é importante na medida em que a sociedade necessita e se utilizam seus conhecimentos para a formação profissional do cidadão.

E seguindo nesta mesma linha de pensamento em que os estudos voltados para a sequência didática da geometria em sala de aula, precisam serem cada vez mais elaborados métodos que possa facilitar o aprendizado dos alunos, conforme Martins (2013, p.35) que assevera “ao nos depararmos com a realidade em sala de aula, no ensino de geometria espacial, observamos que os discentes estão presos a fórmulas e em sua maioria não conseguem relacionar conceitos, identificar os elementos do sólido ou ainda estabelecer relação entre dois sólidos”.

Na colocação de Castejon e Rosa (2017, p.37) que menciona que “acreditam que o maior problema no processo de ensino-aprendizagem da matemática recai na forma tradicional e mecanizada que a mesma ainda é ensinada em sala de aula”. Haja vista que, outro pensador é René Descartes, que criou a geometria analítica, uma das bases da engenharia, e também Tales de Mileto que em sua homenagem foi criado o “Teorema de Tales”, que afirma que a interseção entre duas retas paralelas e transversais formam segmentos proporcionais.

3. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLOGIA

Nesta seção, abordaremos os fundamentos teóricos que sistematizarão cientificamente nossa escrita. Nos apegaremos à Engenharia Didática, por acreditar que a escrita adequa-se aos propósitos do trabalho como metodologia de pesquisa adequada à Educação Matemática. Para analisar as dificuldades dos estudantes, utilizaremos a teoria de Van Hiele e objetivando propor uma intervenção, no valemos do Ensino por atividades baseado no método da redescoberta".

3.1 Engenharia Didática

As pesquisas em educação Matemática por meio da metodologia da Engenharia Didática consistem em sistematizar operações didáticas que permitem validar experimentos didáticos e validá-los (ou não) sob as condições previamente planejadas. Nela coloca-se a importância de uma aprendizagem significativa de conceitos matemáticos voltados para a vida real a partir de vários esforços que podem ser percebidos na construção de sequências didáticas e materiais didáticos.

Nesta perspectiva, a questão consiste em afirmar a possibilidade de agir de forma racional, com base em conhecimentos matemáticos e didáticos, destacando a importância da realização didática na sala de aula como pratica de investigação. Para Chizzotti, (1991, p.26) explica:

> A experimentação significa que se recorre à experiência, ou seja, os fatos e acontecimentos são apreendidos em um contexto de normas constantes e, por isso, podem ser sistematicamente observados, deliberadamente organizados e sujeitos a uma intervenção planificada para permitir inferências e previsões sobre os fatos que se deem nas mesmas condições.

Com uma boa ideia de planejamento e uma proposta bem fundamentada, onde se acredita que a experimentação matemática sob o olhar da educação matemática possa contribuir para a criticidade do pesquisador, para a melhoria da qualidade da proposta de intervenção e para contributos didáticos para o ensino. A metodologia da Engenharia Didática compreende quatro fases: análises preliminares; concepção e análise a priori; aplicação da sequência didática; análise a posteriori e validação.

3.2 Análises Preliminares

Está apoiada em um referencial teórico já obtido e analisa como se encaminha determinado conhecimento no estudante, como se dá o ensino atual em relação àquele conhecimento, as concepções dos estudantes, as dificuldades e ingerências, que segundo Artigue (1996) marcam a evolução do conteúdo a ser estudado.

Nesta etapa, portanto, realiza-se uma revisão literária envolvendo as condições e contextos presentes nos vários níveis de produção didática e no ambiente onde ocorrerá a pesquisa, assim como uma análise geral quanto aos aspectos histórico-epistemológicos dos assuntos do ensino a serem trabalhados e dos efeitos por eles provocados, da concepção, das dificuldades e obstáculos encontrados pelos alunos dentro deste contexto de ensino.

3.3 Análise a Priori

Envolve a definição das variáveis que estarão sob controle, que para Artigue (1996) comporta uma parte descritiva e outra preditiva, onde o comportamento do estudante é o ponto principal da análise. Nesta etapa, Machado (2002) ressalta que a pesquisa delimita as variáveis de comando, que são as variáveis locais ou globais pertinentes ao Sistema Didático (professor/aluno/saber) que podem ser consideradas pelo pesquisador/professor para que sejam abordadas as várias sessões ou fases de uma Engenharia Didática.

3.4 Aplicação da Sequência Didática

Que é ação de ir à escola para aplicação da sequência didática, com população predefinida e os registros das observações realizadas na investigação. Dessa maneira, a experimentação pressupõe a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa a população de estudantes que participará da experimentação; o estabelecimento do contrato didático; a aplicação do instrumento de pesquisa; o registro de observações feitas na experimentação (MACHADO, 2002).

No contrato didático é essencial à consciência da não interferência explícita de conhecimentos, evitando-se explicações ou ‘dicas’ cita Brousseau (1996), facilitando as resoluções dos estudantes, propiciando assim condições que permitam sua mobilização em enfrentar o problema e em resolvê-lo, mesmo que parcialmente, através da lógica e dos conhecimentos anteriores.

3.5 Análise a Posteriori e Validação

Que se assenta na amálgama de dados coletados quando da experimentação, mas também na construção de conhecimentos dos estudantes em sala de aula e fora dela. Para Artigue (1996), os dados são geralmente completados por dados obtidos pela utilização de metodologias externas: questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizados em diversos momentos do ensino ou a partir dele.

Esta etapa se caracteriza pelo tratamento dos dados colhidos e a confrontação com a análise a priori sugere a autora, permitindo a interpretação dos resultados e em que condições as questões levantadas foram respondidas. Assim, é possível analisar se ocorrem e quais são as contribuições para a superação do problema, caracterizando a generalização local que permitirá a validação interna do objetivo da pesquisa.

O aporte da engenharia didática para o ensino como campo metodológico, refere-se à possibilidade de apresentar a fundamentação teórica para que o professor conheça o significado e amplie o leque de opções, formando elo entre a teoria e a prática de sala de aula. Baseado nessa premissa que o artigo justifica sua importância.

Diante desta lacuna para Pais (2001), discorre em que considerar que um ponto do sistema didático pode parecer por razões de natureza diversos e com isso pouco satisfatória, e sobre o ponto de vista metodológico a validação é considerada uma fase em que a vigilância dever ser reforçada pelos os professores, visto que se trata de certificar a existência do caráter científico, cuja validade é interna e permeia o contexto da pesquisa realizada que se busca determinar as condições de um aprendizado para o aluno.

4. TEORIA DE VAN HIELE NO ENSINO DA GEOMETRIA

O método dos pesquisadores Van Hiele possui contribuições significativas que permitem identificar o nível de aprendizagem que os alunos se encontram e o roteiro a ser seguido para a formação de conceitos e na construção do seu próprio conhecimento a partir de uma elaboração sequencial didática e hierárquico que contemple o nível de aprendizagem de um determinado conceito geométrico. Para pesquisadores, o mais importante na sua teoria é a participação ativa do estudante, tendo assim uma alternativa ao defasado modelo de aula predominante expositiva ainda presente em nossas escolas.

Para Lorenzato (2009), referindo-se a esse método, destaca que respeitar a sequência didática significa não saltar etapas ou níveis no ensino. E para a compreensão e desenvolvimento das habilidades geométrica o casal Van Hiele subdivido em cinco níveis, são elas:

Sequencial

O aluno deve, necessariamente, passar por todos os níveis, uma vez que não é possível atingir um nível posterior sem dominar os anteriores. Com isso neste modelo é considerado a parte da teoria construtivista, sendo que o educando passa por diversos níveis de aprendizagem.

Avanço

A progressão ou não de um nível para outro depende mais dos métodos de ensino e do conteúdo do que da idade ou maturação biológica. Nenhum método de ensino permite ao aluno pular um nível, alguns alunos acentuam o progresso, mas, há alguns que retardam.

Intrínseco e Extrínseco

Os objetivos implícitos num nível tornam-se explícitos no nível seguinte, ou seja, no primeiro destaca-se o que está dentro, que faz parte, ou seja, característica que lhe é peculiar do processo de aprendizagem do aluno, e com relação ao extrínseco é o que vai para fora, com exemplo, que tipo de motivação que este educando tem para aprender determinados conteúdos.

Linguística

Cada nível tem sua própria linguagem e um conjunto de relações interligando-os. Assim uma relação que é correta em certo nível, pode se modificar em outro nível. Citando como exemplo, nos níveis que são de 0 até 1, pode-se considerar correto, quando este educando pode afirmar que o quadrado é diferente de um retângulo, e em outro nível que é o 2, essa afirmação é mudada para que todo o quadrado seja um retângulo.

Combinação inadequada

O professor e o aluno precisam raciocinar em um mesmo nível, caso contrário, o aprendizado não acontece. Ou seja, professor, material didático, conteúdo e vocabulário devem estar no nível do entendimento do aluno. Para complementar o raciocínio dos alunos e alcançar os níveis de aprendizagem, o casal Van Hiele propõe cinco fases de aprendizagem seguidas por uma sequência didática.

Onde cada nível de aprendizagem passa por uma fase para em seguida dar continuidade com atividades da próxima fase até o aluno obtiver o conhecimento esperado nessa fase e está pronto para acompanhar as outras fases. Nessa expectativa apresentaremos as fases que os Van Hiele sugeriram para os professores ajudarem os seus alunos no desenvolvimento do raciocínio.

Fase 1 → Informação/interrogação

O professor deve identificar os conhecimentos prévios que os alunos possuem sobre o assunto a ser trabalhado, através de um diálogo versando sobre o material a ser estudado, nesse momento são feitas observações, questões são levantadas, e o vocabulário específico do nível é introduzida.

Fase 2 → Orientação dirigida

Os estudantes realizam uma sequência de atividades didáticas elaboradas minuciosamente pelo professor a respeito do conceito a ser desenvolvido neste nível. Essa sequência deve possuir um nível gradual de dificuldade composto por pequenas tarefas a serem executadas para responder a questões específicas sobre o tópico.

Fase 3 → Explanação

Esta fase é baseada em experiências anteriores. Aos alunos devem ser capazes de expressar através da linguagem oral ou escrita os resultados obtidos a partir de suas experiências e argumentar sobre estas com o professore os outros alunos. Nesta fase o papel do professor é mínimo, deixando o aluno independente na busca da formação do sistema de relações em estudo.

Fase 4 → Orientação livre

Os estudantes devem utilizar os conhecimentos adquiridos para realizar atividades e problemas diferentes dos anteriores. Nesta fase as tarefas apresentadas devem ser de múltiplas etapas, que levem os alunos a várias maneiras de serem resolvidas, ganhando assim experiências na busca de suas próprias resoluções de tarefas, procurando o caminho para a descoberta de seus objetivos.

Fase 5 → Integração

Os alunos reveem e sintetizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral e uma nova rede interna de conhecimentos aprendidos. Esse roteiro metodológico é fundamental para que o aluno avance para um nível posterior. Ressalte-se que em um mesmo nível podem existir alunos executando atividades relativas a diferentes fases de aprendizagem, e ainda que o progresso ao longo dos níveis depende mais da sequência de atividades aplicadas do que da idade ou da maturidade.

5. ORGANIZAÇÃO DE UMA ATIVIDADE DE REDESCOBERTA

Para a compreensão de uma atividade por redescoberta, precisamos destacar a necessidade de um ensino próximo à realidade do aluno, sendo preponderante o papel do estudante no processo, onde sempre encontrar a oportunidade de resolver situações inacabadas e valorização das ideias em detrimento dos cálculos, onde a memorização encontra-se em segundo plano.

Segundo Sá (1999, p. 32) Uma aula por meio de atividade de redescoberta apega-se aos seguintes momentos: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.

Organização

No momento da organização a turma deve ser, preferencialmente, organizada em equipes com no máximo 4 alunos e no mínimo 2. Mas, pode também ocorrer de forma individual o que não é recomendável por não estimular a troca de ideias que é fundamental para o processo de aprendizagem.

Apresentação

Durante esta etapa da apresentação da atividade compete ao professor distribuir o material necessário para a realização da atividade incluindo o roteiro da mesma. O roteiro pode ser impresso ou disponibilizado no quadro o que vai depender das condições estruturais da escola. Para atividades com procedimento mais longo é preferível que o roteiro seja disponibilizado de forma escrita para economizar tempo.

Execução

A execução corresponde à etapa da experimentação quando o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas e/ou cálculo, compara e/ou observa. Neste momento, numa aula por atividade experimental, espera-se que cada equipe realize os procedimentos estabelecidos para a atividade

Registro

O registro corresponde ao momento da sistematização das informações na pesquisa cientifica. Neste momento espera-se que cada equipe registre as informações obtidas durante a execução dos procedimentos no respectivo espaço destinado no roteiro.

Análise

Este momento é crucial para o bom andamento da atividade devido, ser o momento quando os alunos deverão ter o primeiro acesso a informação desejada pelo professor. Neste momento da análise espera-se que cada equipe analise as informações que foram registradas e descubram uma relação válida entre as informações registradas.

Institucionalização

A institucionalização é o momento em que será produzida a conclusão oficial da turma a partir das conclusões que cada equipe elaborou no momento da análise. O momento da institucionalização corresponde grosso modo ao momento da elaboração das considerações finais de um trabalho cientifico.

O enunciado elaborado na primeira atividade realizada por uma turma sem experiência com o ensino por atividades costuma não atender as condições de um texto de natureza conclusiva. É comum os estudantes reproduzirem na conclusão a relação obtida no momento da análise. Isto não é motivo de grandes preocupações devido ser uma consequência da pouca experiência dos aprendizes em realizarem atividades que solicitem a elaboração de textos conclusivos.

6. APLICAÇÃO DIDÁTICA E ANÁLISE

Nesta seção vamos caracterizar o *lócus*, os sujeitos e o desenvolvimento do experimento, seguidos da análise das atividades segundo o quadro teórico e a metodologia da pesquisa.

6.1 A escola

A aplicação didática foi desenvolvida na Unidade Integrada Tancredo Neves localizada na rua Adão Leandro s/n°, no Povoado Cocos município de Benedito Leite – MA. Fundada no ano de 1983, pelo então administrador o senhor Raimundo Benjamin Coelho. A escola recebeu este nome em homenagem ao presidente Tancredo Neves. Na época a escola era utilizada apenas para o ensino fundamental menor (1ª a 4ª série). Em 1998 foi implantado o ensino fundamental maior (antigo ginásio), o qual funcionava no período noturno.

A partir de 2009 foi implementado o ensino médio funcionando como anexo do centro de ensino Lucas Coelho, situado na sede do município. Atualmente a escola é administrada pela gestora Maria Lúcia Carreiro Mendes e conta com 4 salas de aula, uma cantina, 3 banheiros sendo dois para alunos e 1 para os funcionários, um total de 22 funcionários distribuídos entre diretores, coordenadores, professores, secretários escolares, agentes pedagógicos e ASG atende uma quantidade de 112 alunos, sua missão é através do trabalho de educadores comprometidos procurar restaurar no homem os princípios básicos para a boa convivência e procedimentos na sociedade, baseada na união, e na paz da felicidade comum. Os alunos atendidos na referente escola são todos residentes no povoado Cocos.

6.2 Sujeitos

Na fase de instrumentalização participaram 12 (doze) alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II, para aplicação da sequência didática experimental sobre a geometria plana.

Quadro 1: Codificação da identificação dos estudantes

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Aluno	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}

Fonte: Autoras (2022)

A turma foi dividida em 3 grupos de quatro alunos. Cada grupo teve acesso um geoplano, elástico e uma atividade impressa. Aplicou-se apenas uma atividade com duração de duas horas/aulas que correspondem a 100 minutos, durante a atividade foi deixado que os alunos ficassem a vontade para troca de ideias sobre a atividade proposta.

O conteúdo abordado na atividade foi sobre “a soma dos ângulos internos dos triângulos”. Durante a aplicação percebeu-se que os alunos não tinham conhecimento do material (geoplano), no entanto, não tiveram dificuldade para construir as figuras descritas na atividade, porém, em relação à soma dos ângulos foi notada a grande dificuldade pelo fato deles ainda não terem um estudo aprofundado sobre ângulos.

Essa dificuldade segundo a professora e os alunos se deu pelo fato de os mesmos terem ficado dois anos fora da sala de aula por conta da pandemia do COVID 19, nesse caso passaram o 6° e 7° ano com aulas remotas apenas com atividades postadas nos grupos de WhatsApp.

Sabemos que este trabalho encaixa-se como proposta pedagógica, não havendo a necessidade de aplicação, no entanto, necessitamos compreender os aspectos estruturais da aula em confronto com a teoria de Van Hiele. Assim, optou-se por aplicar ao menos uma das atividades por redescoberta.

7. OS RESULTADOS

Nesta etapa apresentaremos a análise a *posteriori* da atividade “pavimentação no plano”. Além de descrever como recurso utilizado (geoplano) pode ajudar na aprendizagem do conteúdo soma dos ângulos internos das figuras citadas na atividade.

As atividades foram desenvolvidas em grupos. Os componentes do grupo 1 foram os alunos A_{1}, A_{2}, A_{3}, A_{4}; O Grupo 2 foi formado pelos estudantes: A_{5}, A_{6}, A_{7}, A_{8}; por fim, o Grupo 3 foi constituído pelos alunos: A_{9}, A_{10}, A_{11}, A_{12}.

Sobre a aplicação da atividade, resolveu-se compreender se o nível sequencial proposto por Van Hiele, desconsiderado para a escolha e aplicação da atividade. Ressalta-se a importância de considerar tal característica, pois se percebeu que todos os grupos tiveram dificuldades.

Após a construção das figuras geométricas pedidas na atividade, os alunos colocaram suas conclusões. Seguindo as orientações responderam cada questão, nesta atividade nem todos os estudantes identificaram a medida da soma dos ângulos internos das figuras corretamente, como pode ser observado nos resultados abaixo.

Com relação às atividades do primeiro grupo, conforme explicado abaixo:

Figura 8: Utilização do geoplano em sala de aula A.

Faça isso com as figuras citada no quadro abaixo.

Figuras	Números de lado da figura	N	Soma dos ângulos
Triângulo	3	1	180°
Quadrado	4	4	720°
Pentágono	5	4	720°
Hexágono	6	4	720°

Fonte: Autoras (2022)

Com relação aos alunos que realizaram esta atividade, conseguiram formar as figuras no geoplano utilizando os elásticos, onde apresentaram dificuldade para encontrar a quantidade de ângulos das figuras e mais ainda de encontrar a soma dos ângulos, devido os mesmos terem estudado o conteúdo.

Seguindo na atividade nos resultados do segundo grupo, observa:

Figura 9: Utilização do geoplano em sala de aula B.

Faça isso com as figuras citada no quadro abaixo.

Figuras	Números de lado da figura	N	Soma dos ângulos
Triângulo	3	1	180°
Quadrado	4	4	720°
Pentágono	5	3	900°
Hexágono	6	6	1.080°

Fonte: Autoras (2022)

Com relação às respostas dos alunos do primeiro grupo, informaram em que "acharam fácil "formar as figuras no geoplano utilizando os elásticos, já tinham estudado sobre as figuras geométricas da atividade e somente tiveram um pouco de dificuldade para encontrar a quantidade de ângulos das figuras e dificuldade de encontrar a soma dos ângulos, devido não terem conhecimento do assunto, por falta de estudo. Os demais também afirmaram o mesmo.

E por fim, no grupo três com relação às figuras responderam em que:

Figura 10: Utilização do geoplano em sala de aula C

Faça isso com as figuras citada no quadro abaixo.

Figuras	Números de lado da figura	N	Soma dos ângulos
Triângulo	3	1	180°
Quadrado	4	4	360°
Pentágono	5	4	720°
Hexágono	6	5	540°

Fonte: Autoras (2022)

As respostas dos alunos são de encontro de que nunca tinham visto o conteúdo de um geoplano, mas, não tiveram dificuldade de fazer as figuras da atividade, só tiveram dificuldade de encontrar os triângulos em cada figura e mais dificuldade ainda em encontrar a soma dos ângulos.

Após a construção das figuras geométricas pedidas na atividade, os alunos colocaram suas conclusões. Seguindo as orientações responderam cada questão, nesta atividade, nem todos os estudantes identificaram a medida da soma dos ângulos internos das figuras.

8. CONCLUSÃO

Após o desenvolvimento das etapas propostas nesta pesquisa, os alunos demonstraram que no campo didático, a teoria e a experiência necessitam serem consideradas instâncias complementares da aprendizagem, ou seja, todos os processos de avaliação ou mesmo de aprendizagem dos alunos, necessita de um cuidado e também formação dos professores. Sendo em que, a técnica da engenharia didática tem como cunho de interligar o aspecto científico com a prática pedagógica que se insere na defesa desse pressuposto.

Nesta lacuna toda racionalização deve ser apreciada de uma verificação experimental e, semelhantemente, toda experiência deve ser submetida a um exame racional, para que haja todo este processo de aprendizagem dos alunos nestes conteúdos referente à geometria.

Identificou-se que a docente que aplicou a atividade não utilizou necessariamente as características previstas por Van Hiele, assim coube-nos refletir e propor um caminho, organizar a primeira intervenção com a atividade proposta com base na teoria apresentada:

Quadro 2: Sugestão de aplicação da Atividade por Redescoberta conforme Nível 2 de Van Hiele.

Fase	Descrição	Exemplo
Informação/ interrogação	Momento inicial em que professor e alunos deverão abordar o tema de maneira informal através de diálogo e desenvolvem atividades que levam em conta o conteúdo e o nível, com o propósito de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos.	O professor deverá questionar aos alunos sobre perguntas como: o que é um triângulo ? Todos os triângulos são iguais? Quais são os elementos de um triângulo?
Orientação dirigida	O professor irá orientar os educandos a realizar as atividades, desenvolvendo atividades de acordo com cada nível de conhecimentos dos alunos e específicos.	Os alunos deverão construir um triângulo com cada base regular diferente com canudos; Identificar elementos do triângulo com o auxílio de fichas das atividades; Proposto da construção do triângulo no papel com o uso de régua e em seguida efetuar o levantamento de relações entre elementos, bem como sua planificação;

		Pesquisar e listar de fórmulas para cálculo de área e volume do triângulo.
Explanação	Nesta fase, o professor deverá orientar os alunos como será realizado as atividades, buscando informar de maneira clara e objetiva.	Os alunos discutirão quais são os elementos indispensáveis que aparecem nas fórmulas, capazes de garantir o cálculo da área da base e do volume da do triângulo; Estudar as fórmulas da área da base e do volume dos triângulos;
Orientação livre	As atividades devem ser propostas pelo educador precisam ganhar maior complexidade e resolução dos problemas na atividade.	Deverão resolver questões contemplando a área da base e o volume dos triângulos regulares; Deverão ser propostas duas questões de demonstração e relação entre fórmulas para o cálculo do volume de um triângulo a partir da medida do lado.
Integração	Revisão das atividades e realizar o sumário pelos educandos de cada atividade, com objetivo de revisar para o estudo e ter uma visão geral da atividade.	Socialização dos alunos no desenvolvimento das atividades e verificação suas dificuldades até a resolução da mesma.

Fonte: Villiers (2010). Adaptado pelas autoras (2022).

Durante a realização deste trabalho, percebeu-se que, apesar da grande importância de se dar início ao ensino da Geometria nos primeiros anos de escolarização, seu ensino encontra-se bastante deficitário agravado pela Pandemia do COVID-19. Percebeu-se que que os professores não priorizam a Geometria para o atendimento curricular anual, quando abordam, restringem-se às figuras geométricas, focando apenas no básico, como por exemplo, a nomenclatura, a quantidade de faces (lados), vértices e arestas, classificados pela teoria de Van Hiele como níveis iniciais.

Identificou-se que os principais recursos utilizados são livro didático e vídeo, excluindo recursos manipulativos. Por outro lado, a metodologia empregada ainda é aula expositiva e dialogada, sem jogos, sem brincadeiras, sem algo que provoque a atenção do aluno.

O trabalho permitiu verificar que os professores apresentam dificuldades em ensinar geometria a partir de sua manifestação verbal. Segundo a professora ouvida, um dos fatores é a falta de recursos materiais e humanos oferecidos pelas escolas públicas, problema este encontrado na maioria dessas escolas e principalmente nas escolas de zona rural. Outro fator relatado é que o professor não saber o que ensinar e nem como ensinar na Geometria.

Porém, não se pode atribuir responsabilidades apenas ao fato de as escolas não darem o devido suporte, compreendendo que por parte de muitos professores também existe uma grande contribuição para a defasagem no ensino da Geometria, pois desconhecem sistematicamente os níveis de aprendizagem proposto por Van Hiele.

Ao final desta proposta, tem como concepção que os educadores façam uso dos conteúdos e das atividades apresentadas, através da mesma, em suas práticas pedagógicas, de forma contínua, propiciando, assim, o pleno desenvolvimento de seus alunos.

Podemos concluir que algumas contribuições do Teorema de Van Hiele podem ser de perceber o nível e a adequação dos conteúdos e da prática docente no ensino do Descritor 02 da prova Brasil, os níveis, e as fases para o ensino adequado de Geometria. As atividades por redescoberta podem contribuir sistematicamente para a estruturação do conhecimento a partir do método científico como recurso de construção da aprendizagem. Assim, inserir as condições ideais para o desenvolvimento das atividades propostas: conhecimento prévio dos conteúdos de pré-requisito; hábito na utilização de materiais concretos manipuláveis; recomendam aos docentes fazerem uso destes materiais.

Assim, conclui-se que o ensino da Geometria nas escolas brasileiras atualmente tem passado por várias transformações. As maneiras de trabalhar com conceitos geométricos que estão cada vez mais importantes no processo de aprendizagem dos alunos, amenizando e desvinculando os grandes problemas da rede de ensino brasileiro. Com essa maneira, esta pesquisa contribui com uma reflexão possível que esteja relacionada à dificuldade que muitos alunos têm quando trabalham ao ensino da geometria no ensino público.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S; Ag; DE QUEIROZ, C; COUTINHO, S. **Engenharia Didática**: características e seus usos em trabalhos apresentado**s** no GT-19/ANPEd. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008.

ARTIGUE, M. **Engenharia didática.** In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BAGNO, Marcos. **Nada na língua é por acaso**: por uma pedagogia da variação linguística. São Paulo: Parábola, 2007.

BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular. MEC, Brasília, 2017. http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 14/06/2022.

BROUSSEAU, G. **A teoria das situações didáticas e a formação do professor.** Palestra. São Paulo: PUC, 1996.

CASTEJON, Marângela; ROSA, Rosemar. **Olhares sobre o ensino da matemática**: educação básica. Uberaba–MG: IFTM, 2017.

CHIZZOTTI A. **Pesquisas em ciências humanas e sociais**. 3ª ed. São Paulo: Cortez Editora. 1991.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2007.

EDUCA+BRASIL, site. **Geometria espacial**. Disponível em: <https://www.educamaisbrasil.com.br>. Acesso em 14 jun. 2022.

GIL, A. C. **Métodos técnicas de pesquisas sociais.** 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LOPES, Maria da Penha. **Geometria e educação matemática**. In: Encontro Mineiro de Educação Matemática, Belo Horizonte, 2003, Minas Gerais. Anais. Minas Gerais, 2003.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar geometria?** Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 4, p. 3-13, jan. /jun. 1995.

MACHADO, S. D. A. **Engenharia didática.** In: MACHADO, S. D. A. (org.). Educação Matemática: Uma introdução. 2ª ed. São Paulo: Educ., 2002.

MARTINS, José do Prado. **Didática geral**. São Paulo: Ática, 2013.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. 2º. ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2001.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil**: causas e consequências. Revista Zetetiké. Campinas: UNICAMP/FE/CEMPEM, v.1, n.1 marco, p.7-17, 1993.

ROGENSKI, Maria Lucia Cordeiro, PEDROSO, Sandra Mara Dias. **O ensino da geometria na educação básica**: realidade e possibilidades. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br. Acesso em: 14/06/2022.

SÁ, P.F. de. **Ensinando matemática através da redescoberta**. Revista Traços, v. 2, n. 3, 1999.

SMOLE, Kátia Stocco, DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VILLIERS, M. **Algumas reflexões sobre a teoria de Van Hiele**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.12, n.3, pp. 400-431, 2010.

APÊNDICES

Apêndice 1: Fichas das Atividades

	ESCOLA: PROFESSOR: ALUNO:

<u>FICHA DE ATIVIDADE TCC</u>

Atividade 1

TÍTULO	Teorema de Pick.		
OBJETIVO	Descobrir uma relação da Área dos polígonos a partir dos dados estabelecidos na tabela.		
RECURSOS	Ficha de atividades, material manipulado (geoplano), lápis e borracha.		
CONTEÚDO	Área dos Polígonos	SÉRIE/ANO	8° ano
PROCEDIMENTOS	• Observe as figuras dispostas nos matérias concretos; • Utiliza-as para preencher os espaços; • De acordo com cada figura conte seus pontos internos e externos; • Registre suas percepções.	Material concreto	

Atividade 1.

Figuras	Pontos externos (PE)	Pontos internos (PI)	(PE/2 + PI)	Quantos quadrados
Quadrado unitário				1
Retângulo 2x1				2
Triangulo lado unitário				0,5
Trapézio reto unitário				1,5
Trapézio regular unitário				2

Observação:

Conclusão:

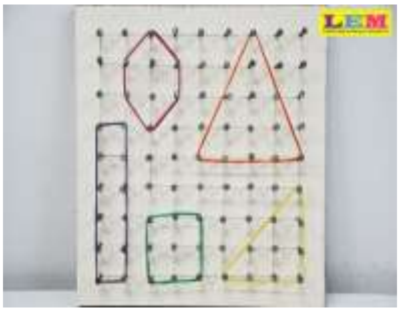
Atividade 2

Programa Ensinar Formação de Professores da UEMA	ESCOLA: PROFESSOR: ALUNO:

<u>FICHA DE ATIVIDADE TCC</u>

Atividade 2

TÍTULO	Soma do ângulo interno		
OBJETIVO	Descobrir o valor dos ângulos interno		
RECURSOS	Geoplano, Ligas, Papel e Lápis, ficha de atividades		
CONTEÚDO	Geoplano	SÉRIE/ANO	8° ano

PROCEDIMENTOS	a) No geoplano com a liga construa um triângulo; b) Conte quantos lados tem a figura; c) Em seguida partindo de um vértices veja quantos triângulos pode ser formado na figura; d) No quadro abaixo a quantidade de figuras encontrada vai ser intensificado por N; e) Sabendo que a soma dos ângulos interno de um triangulo e 180°; f) Multiplique 180° pela quantidade de triângulos encontrado na figura; Faça isso com as figuras citada no quadro abaixo.	Material concreto 

ATIVIDADE 1:

Figuras	Números de lado da figura	N	Soma dos ângulos
Triângulo			
Quadrado			
Pentágono			
Hexágono			

Conclusões:

Atividade 3

	ESCOLA: PROFESSOR: ALUNO:

<u>FICHA DE ATIVIDADE TCC</u>

Atividade 3

<table>
<tr><td>TÍTULO</td><td colspan="3">Pavimentação do Plano</td></tr>
<tr><td>OBJETIVO</td><td colspan="3">Descobrir uma relação dos ângulos que pavimentam o plano</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td><td colspan="3">Polígonos, Papel, lápis e Ficha de Atividade</td></tr>
<tr><td>CONTEÚDO</td><td>Polígonos</td><td>SÉRIE/ANO</td><td>8° ano</td></tr>
<tr><td>PROCEDIMENTOS</td><td colspan="2">Observe as figuras dispostas nos materiais concretos;
Utilize-as para pavimentar o plano;
Relate na tabela na mesma ordem descrita abaixo, quais figuras você utilizou para pavimentar o plano;
Registre suas percepções ao tentar pavimentar o plano.</td><td>Material concreto
</td></tr>
</table>

ATIVIDADE 1:

a) 6 Hexágonos
b) 6 Triângulos equiláteros
c) 6 Quadrados
d) 3 Hexágonos + 2 Triângulos Equiláteros
e) 6 Trapézios
f) 6 Paralelogramos
g) 6 Triângulos Retos
h) 4 Quadrados + 2 Triângulos Retos
i) 6 Retângulos
j) 3 Retângulos + 3 Quadrados

Quais figuras você utilizou em cada item; pavimentou sim ou não?

<table>
<tr><td rowspan="2">Figura 1</td><td rowspan="2">Figura 2</td><td rowspan="2">Figura 3</td><td rowspan="2">Figura 4</td><td rowspan="2">Figura 5</td><td rowspan="2">Figura 6</td><td colspan="2">Pavimentou?</td></tr>
<tr><td>Sim</td><td>Não</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

1) O ângulo influencia para a pavimentação do plano?

I. Observação:

II. Conclusão:

Atividade 4

	ESCOLA: PROFESSOR: ALUNO:

<u>FICHA DE ATIVIDADE TCC</u>

Atividade 4

<table>
<tr><td>TÍTULO</td><td colspan="3">A não Pavimentação do Plano</td></tr>
<tr><td>OBJETIVO</td><td colspan="3">Descobrir uma relação dos ângulos que não pavimentam o plano</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td><td colspan="3">Polígonos, Papel, lápis e Ficha de Atividade</td></tr>
<tr><td>CONTEÚDO</td><td>Polígonos</td><td>SÉRIE/ANO</td><td>Fundamental</td></tr>
<tr><td rowspan="2">PROCEDIMENTOS</td><td rowspan="2" colspan="2">Observe as figuras dispostas nos materiais concretos;
Utilize-as para pavimentar o plano;
Relate na tabela na mesma ordem descrita abaixo, quais figuras você utilizou para pavimentar o plano;
Registre suas percepções ao tentar pavimentar o plano.</td><td>Material concreto</td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

ATIVIDADE 2:

a) 3 Hexágonos + 3 Quadrados
b) 2 Triângulos Equiláteros + 3 Quadrados + 1 Losango
c) 3 Trapézios + 3 Paralelogramos
d) 3 Hexágonos + 2 Trapézios + 1 Quadrado
e) 2 Trapézios + 2 Losangos + 1 Paralelogramo +1 Triângulo Equilátero
f) 1 Hexágono + 1 Quadrado + 1 Losango + 1 Paralelogramo + 1 Triangulo Equilátero + 1 Trapézio Equilátero
g) 5 Hexágonos + 1 Losango
h) 4 Quadrados + 2 Triângulos Equiláteros
i) 5 Quadrados + 1 Triângulos Equiláteros
j) 4 Losangos + 1 Quadrado + 1 Paralelogramo

Quais figuras você utilizou em cada item¸ pavimentou sim ou não?

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Pavimentou?	
						Sim	Não

2) O ângulo influencia para a pavimentação do plano?

I. Observação:

II. Conclusão:

ANÁLISE A PRIORI

Atividade 5

	ESCOLA: PROFESSOR: ALUNO:

<u>FICHA DE ATIVIDADE TCC</u>

Atividade 5

<table>
<tr><td>TÍTULO</td><td colspan="3">Classificação de figuras geométricas</td></tr>
<tr><td>OBJETIVO</td><td colspan="3">Descobrir uma maneira de relacionar figuras geométricas a partir de sua forma</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td><td colspan="3">Blocos lógicos, ficha de atividades, lápis e borracha</td></tr>
<tr><td>CONTEÚDO</td><td></td><td>SÉRIE/ANO</td><td>8° ano</td></tr>
<tr><td>PROCEDIMENTOS</td><td>1. Realize a atividade em equipes de três estudantes.
2. Embaralhe todas as peças, independente de forma, cor ou outra característica.
3. Agrupados por forma, cor, tamanho e espessura, escreva tais características em papeis, enrolados. Ex.: no agrupamento forma (quadrado, circulo, retângulo, triângulo); cor (amarelo, azul, vermelho); tamanho (grande, pequeno); espessura (fino, grosso).
4. Cada componente da equipe, alternadamente, sorteia um papel de cada agrupamento (de características) e seleciona a figura com as características sorteadas.
5. A característica deve ser novamente enrolada e devolvida ao grupo.
6. O estudante que completar três formas com uma das características vencerá a pequena disputa.</td><td colspan="2">Material concreto
</td></tr>
</table>

Cada estudante descreve a peça selecionada após o sorteio

Aluno A

PEÇAS	CARACTERÍSTICAS
1	
2	
3	

Aluno B

PEÇAS	CARACTERÍSTICAS
1	
2	
3	

Aluno C

PEÇAS	CARACTERÍSTICAS
1	
2	
3	

Selecione um agrupamento de peças com mesmas características:

CONCLUSÃO:

Apêndice 2: Fotos dos alunos do 8º ano fazendo a atividade no geoplano

Curcino, Ana Maria da Gama. Ferreira, Laudelicia Barros. Silva, Lidiane da Costa.

Proposta Pedagógica: Uma sequência didática aplicada ao ensino da geometria a partir de atividades experimentais / Ana Maria da Gama Curcino; Laudelicia Barros Ferreira; Lidiane da Costa Silva – Pastos Bons (MA), 2022.

52 f.

Proposta Pedagógica (Graduação) – Curso de Matemática Licenciatura, Universidade Estadual do Maranhão/ Programa Ensinar, 2022.

Orientador: Prof. Me. Renato Darcio Noleto Silva.

1.Matemática. 2. Sequência didática. 3. Atividades Experimentais. I.Título

CDU: 512.1