

## Atividades Investigativas - Gravidade

José Izaias Moreira Scherrer Neto

PPGEnFis UFES

## **Apresentação**

Prezado professor (a),

Esse material é o resultado de um trabalho de pesquisa de mestrado, que tem como objetivo intentar novas práticas pedagógicas, nas aulas de Física, trabalhando em articulação com os ramos da Física Clássica e Contemporânea. As atividades presentes neste produto permitem trabalhar, sistematicamente, todo o conceito de Gravidade, anteriormente adquirido, incluindo as recentes descobertas. Vale ressaltar que existe uma diversidade enorme no sistema educacional, em que há uma pluralidade cultural, econômica, social e intelectual presente nas escolas, sendo necessários um aperfeiçoamento e uma adaptação constante para que as demandas, em sala de aula, sejam atendidas. Essa é uma experiência vivenciada que influenciará várias outras, parecidas ou não, mas que poderá ser adaptada, conforme o contexto escolar.

Boa leitura e um excelente trabalho!

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>4</b>
<b>2 ABORDAGEM INVESTIGATIVA.....</b>	<b>6</b>
<b>3 GRAVITAÇÃO.....</b>	<b>7</b>
<b>4 MODELO GEOCÊNTRICO.....</b>	<b>8</b>
<b>5 MODELO HELIOCÊNTRICO.....</b>	<b>9</b>
<b>6 LEIS DE KEPLER E O MOVIMENTO DOS PLANETAS.....</b>	<b>9</b>
6.1 Primeira Lei de Kepler.....	10
6.2 Segunda Lei de Kepler.....	12
6.3 Terceira Lei de Kepler.....	13
<b>7 LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL.....</b>	<b>14</b>
<b>8 DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE GRAVITACIONAL.....</b>	<b>16</b>
<b>9 PESO.....</b>	<b>16</b>
<b>10 MOVIMENTO DOS SATÉLITES.....</b>	<b>18</b>
<b>11 VELOCIDADE DE ESCAPE .....</b>	<b>21</b>
<b>12 DA RELATIVIDADE GERAL AO BURACO NEGRO.....</b>	<b>22</b>
<b>13 ESPAGUETIFICAÇÃO.....</b>	<b>27</b>
<b>14 RAIO DE SCHWARZCHILD.....</b>	<b>29</b>
<b>15 VELOCIDADE DE ESCAPE E A DENSIDADE.....</b>	<b>30</b>
<b>16 DESCOBRINDO UM BURACO NEGRO.....</b>	<b>31</b>
<b>17. ATIVIDADES PARA O ENSINO DA GRAVITAÇÃO.....</b>	<b>33</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>55</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Essa sequência didática, com enfoque em atividades investigativas, aborda o tema Gravitação, desde os primórdios da construção desse conceito, até as descobertas recentes feitas pela ciência. Tem como intuito trabalhar a Física Clássica e Contemporânea de forma interligada, mostrando o conhecimento dessa área sendo gradativamente adquirido e aperfeiçoado com o passar do tempo, tendo a sua importância e efeito em cada período. As atividades foram construídas para a primeira série do ensino médio, a fim de trabalhar de forma diferenciada e com objetivo de fazer com que os alunos se envolvam e sejam protagonistas em sala de aula.

O entusiasmo dos alunos, assim como uma liberdade intelectual que facilite a aprendizagem, só é possível, utilizando-se ferramentas educacionais que possibilitem uma mudança da didática em sala de aula. Esta sequência terá dez aulas e em cada aula serão abordados tópicos diferentes da Gravitação, exceto nas duas primeiras aulas, desenvolvidas para tratar do mesmo conteúdo, sendo a segunda aula continuação da primeira. As atividades seguirão uma ordem cronológica, a fim de construir esses conceitos, até se chegar nos buracos negros.

Sequência de ensino investigativo			
1 <sup>a</sup> atividade	Levantamento de conhecimento prévio	Modelo planetário	2 aulas
2 <sup>a</sup> atividade	Atividade investigativa	A órbita dos satélites	1 aula
3 <sup>a</sup> atividade	Atividade investigativa	Velocidade de escape	1 aula
4 <sup>a</sup> atividade	Atividade Histórica-investigativa	Linha do tempo	3 aulas
5 <sup>a</sup> atividade	Demonstração experimental	Cama elástica	2 aulas
6 <sup>a</sup> atividade	Atividade investigativa	Buraco negro	1 aula
7 <sup>a</sup> atividade	Atividade investigativa	Raio de Schwarzschild	1 aula
8 <sup>a</sup> atividade	Atividade investigativa	Espaguetificação da astronauta"	1 aula

Mesmo que os alunos sejam os protagonistas da construção do conhecimento, o professor tem um papel extremamente importante e indispensável em todo o processo, tanto na preparação das aulas, como no domínio do conteúdo a ser trabalhado em sala, já que toda a mediação será feita por ele, promovendo debates, encorajando a participação e o posicionamento dos alunos, criando um ambiente de discussão e de novas ideias e mantendo uma postura questionadora, a fim de criar um ambiente, potencialmente, investigativo. Para isso, a preparação e o planejamento são inevitáveis, para que se alcance o objetivo de aprendizagem em sala de aula. Além das atividades com enfoque na abordagem investigativa, o professor também terá um capítulo de todo o conteúdo a ser desenvolvido nessa sequência didática, que auxiliará na aplicação em sala de aula.

## 2 ABORDAGEM INVESTIGATIVA

Para compor essa sequência didática, atividades que permitam aos alunos ter maior liberdade intelectual e sejam estimulados a buscar o conhecimento serão utilizadas, tendo uma atitude mais questionadora. As atividades foram desenvolvidas para que os alunos formulem questões, levantem hipóteses, analisem evidências e compartilhem os resultados. É dentro dessa perspectiva que o uso da abordagem investigativa será apontado, que segundo SÁ (2007), é uma excelente estratégia para promover essas atitudes nos estudantes.

Diariamente, nas aulas de Física, os alunos são conduzidos a gravar conteúdos e respostas corretas, seguindo o raciocínio do professor e, apenas, preocupando-se em entender o que está sendo exposto por ele. Com esse ensino, centralizado no professor, os alunos deixam de aperfeiçoar e estimular a sua capacidade de resolver problemas, tornando a aprendizagem frágil e inconsistente. Segundo CARVALHO (2013), propor problemas a serem resolvidos pelos alunos, proporciona liberdade de raciocínio e de construção de conhecimento, fazendo com que o ensino não seja mais centralizado no conteúdo exposto por somente uma pessoa e sim, em uma construção coletiva e democrática, tendo os discentes um papel muito maior do que apenas receptores de conteúdo.

O problema deve despertar o interesse e a vontade para que os estudantes procurem respostas e, com esse sentimento, os alunos são inseridos no processo de investigação, sem que seja necessário o professor apontar, passo a passo, para a resolução e sim seja apenas um mediador para que, individualmente ou coletivamente, resolvam o problema proposto. Mesmo sendo uma abordagem em que a centralidade está no aluno, o papel do professor é fundamental para a criação de um ambiente investigativo, em sala de aula. O professor é o agente que promove oportunidades para que os alunos se relacionem com os novos conhecimentos, sendo responsável por fomentar o debate e estimular a participação. Sabendo que questões divergentes e posicionamentos diferentes aparecerão, é importante que o professor encoraje os alunos a se expressar e expor suas opiniões, a fim de combater a inibição e a apatia do seu alunado.

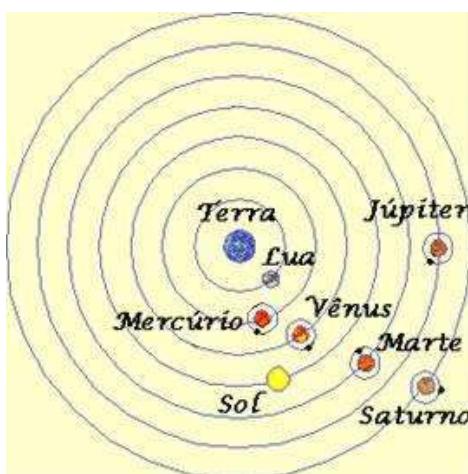
### 3 GRAVITAÇÃO

A gravidade é uma das quatro formas de interação presentes na natureza, sendo as outras, eletromagnética, interação forte e interação fraca. Essa forma de interação foi a primeira a ser estudada e observada, devido à necessidade de entender e explicar questões surgidas, ao se olhar para o céu e, até mesmo, ao observar um objeto cair. Porém, antes das definições sobre a gravidade, serão expostos sobre os modelos planetários, para os quais grandes esforços dos estudiosos, físicos e filósofos da época foram demandados, com intuito de explicar o movimento celeste e o lugar do homem no universo. O primeiro a criar um modelo capaz de trazer alguma explicação foi o matemático e astrônomo Cláudius Ptolomeu, que modulou a teoria que conhecemos como Geocentrismo.

## 4 MODELO GEOCÊNTRICO

Apresentado por volta do ano 150, esse modelo é baseado na hipótese de que a Terra estaria fixa no centro do Universo e o Sol com os demais planetas giravam em torno dela. Mantendo uma órbita circular, a Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno giravam nessa mesma ordem. Mesmo sendo uma teoria que deixou várias questões sem respostas, era um modelo simples e bastante convincente, que conseguia prever a localização dos planetas, sustentada pelos dogmas religiosos da época.

FIGURA 1: MODELO GEOCÊNTRICO



*No modelo previsto por Ptolomeu, os planetas giram em um grande círculo chamado **deferente**, enquanto giram em um pequeno círculo denominado **epicíclo**...*

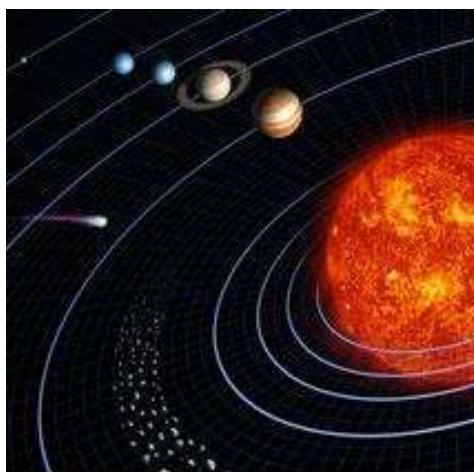
FONTE: FRANCISCO, WAGNER DE CERQUERIA, 2020.

Por longos 1300 anos, essa teoria foi aceita, mas começou a perder sua credibilidade, no surgimento de equipamentos mais precisos e o aprimoramento das observações. O movimento planetário foi um dos pontos importantes para perceberem que a teoria precisava de modificações. Por volta do século XVI, Nicolau Copérnico reformulou a antiga teoria, colocando o Sol no centro e os demais planetas em órbitas circulares, tendo extrema oposição da Igreja Católica Apostólica Romana, na época, que conduzia seus estudos com base no Geocentrismo. Mesmo estando em meio aos conflitos, o modelo Heliocêntrico foi ganhando espaço, sendo aceito, até os dias de hoje, no meio científico.

## 5 MODELO HELIOCÊNTRICO

Tendo o Sol no centro e os demais planetas orbitando-o, por ordem de distância, tem-se: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno, nessa mesma ordem em órbitas circulares, Copérnico conseguiu explicar, de forma simples, o movimento dos planetas. Definindo que planetas com distâncias menores do Sol, sua velocidade orbital seria maior, em relação a planetas que estejam mais afastados, explicando assim, sem a necessidade do epiciclo, o movimento retrógrado observado.

FIGURA 2: MODELO HELIOCÊNTRICO



*Invertendo a Terra e o Sol de posição, quebra-se um paradigma de que a Terra estaria em um lugar privilegiado no centro do Universo...*

FONTE: FRANCISCO, WAGNER DE CERQUERIA, 2020.

## 6 LEIS DE KEPLER E O MOVIMENTO DOS PLANETAS

Johannes Kepler nasceu no ano de 1571, na cidade da Alemanha Weil der Stad, tendo uma vida bastante conturbada, formou-se pela Universidade Tubingen, e foi professor de matemática na Universidade de Graz, na Áustria. Por apoiar o Heliocentrismo foi pressionado a deixar a cidade e se mudou para Praga, tornou -se auxiliar do astrônomo Tycho Brahe que, por sua vez, tinha condições financeiras e políticas para se dedicar à astronomia. Após a morte do astrônomo, Kepler herdou todo o seu enorme acervo de observação, construído devido ao apoio financeiro do governo dinamarquês, que possibilitou a

construção de um centro de pesquisa, com instrumentos de alta precisão. Foi apoiado nas observações de Tycho Brahe, que Johannes Kepler formulou as suas três leis que demonstram o movimento planetário.

### 6.1 Primeira Lei de Kepler

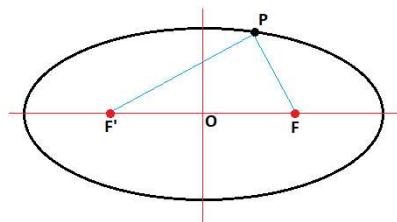
Também conhecida como a Lei das Órbitas, essa é a primeira das três leis que Kepler formulou com um método de tentativa e erro e foi publicada em 1609 no livro *Astronomia Nova*.

*Os planetas movimentam, descrevendo uma órbita elíptica em torno do Sol, estando ele em um dos focos da elipse.*

Com essa lei, Kepler contradiz a definição de Copérnico, em relação às órbitas dos planetas que, segundo ele, estariam em uma órbita circular. Com essa nova definição o movimento realizado pelos planetas deixou de ser circular e uniforme.

O que é uma elipse?

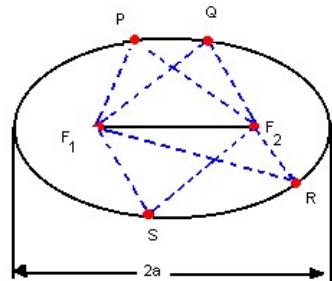
Figura 3: Elipse



Fonte: Internet

A elipse, geometricamente, é uma curva, que possui um eixo maior e um eixo menor. No eixo maior, definem-se dois pontos, denominado foco  $F_1$  e  $F_2$ , em que a soma da distância desses dois focos, para qualquer ponto da elipse, é constante, não varia.

Figura 4: Focos da elipse

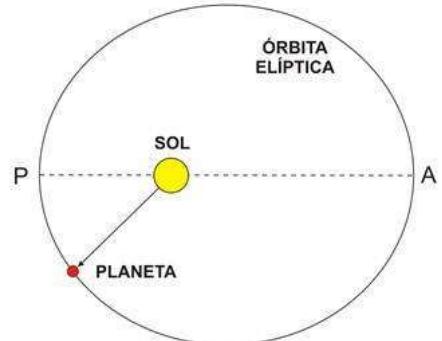


Fonte: Só Matemática, 2020.

A excentricidade de cada elipse varia, de acordo com a distância de seus focos. Para uma excentricidade maior, seus focos devem estar mais afastados. Utilizando uma linguagem popular, ela estará mais achatada, já para uma excentricidade menor, essa distância diminui fazendo com que ela se aproxime de uma circunferência.

FIGURA 5: EXCENTRICIDADE DA ÓRBITA

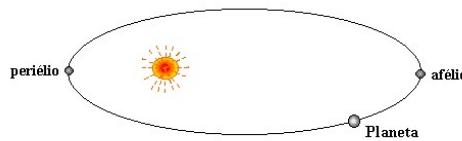
Tendo suas excentricidades próximas de zero, variando de 0,0068 para Vênus e 0,2056 para Mercúrio, as órbitas são bem próximas de serem circulares.



Fonte: VARELLA, I. G, 2006

Em suas órbitas, os planetas, quando localizados na região mais próxima do Sol, estão no periélio (ponto de menor distância entre o planeta e o Sol), e quando se localizam na região mais afastado do Sol, estão no afélio (ponto de maior distância entre o planeta e o Sol).

Figura 6: Periélio e afélio



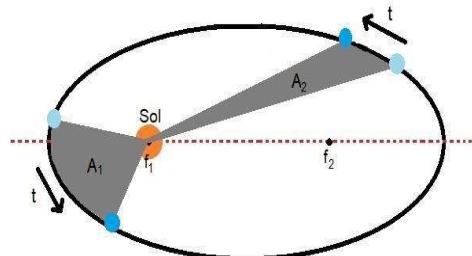
FONTE: GOMES, JAIRO, 2006.

## 6.2 Segunda Lei de Kepler

Essa é a Segunda Lei que demonstra o movimento planetário e, também, pode ser chamada de Lei das Áreas. Utilizando dados precisos do planeta Marte, Kepler observou que, quando o planeta estava mais próximo do Sol, movia-se com uma velocidade maior do que aquela que ele possuía, quando orbitando mais afastado.

*Ligando uma linha no Sol aos planetas, essa varrerá áreas iguais em tempos iguais.*

FIGURA 7: LEI DAS ÁREAS



$$\frac{A_1}{t} = \frac{A_2}{t};$$

A área varrida é diretamente proporcional ao intervalo de tempo

Fonte: Bertelli, Miguel. 2019.

A razão entre a área e o intervalo de tempo é um valor constante para cada planeta, denominado velocidade areolar, porém a velocidade de

translação, chamada de velocidade escalar orbital dos planetas não é constante. Se o planeta estiver próximo ao periélio, terá uma velocidade maior que se próximo ao afélio.

FIGURA 8: MOVIMENTO ACCELERADO E RETARDADO



Fonte: ALVES, NATÁLIA. Acesso em 2020.

### 6.3 Terceira Lei de Kepler

Também conhecida como a Lei dos Períodos, é publicada por Kepler, em 1618, no livro V da Harmonia dos Mundos, com intuito de demonstrar a harmonia de todo o cosmo. Tendo os dados precisos dos períodos e do raio médio de cada planeta, a Terceira Lei de Kepler define que:

*O quadrado do período orbital é diretamente proporcional ao cubo do raio médio da órbita do planeta, sendo a razão entre eles igual para todos.*

Sendo,

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{T_3^2}{R_3^3} = \dots = K;$$

A constante de Proporcionalidade K não depende das características específicas de cada planeta, considerando-se, somente, a massa do Sol, podendo enunciar também da seguinte forma:

$$T^2 = K \cdot R^3.$$

O período de translação de um planeta, em torno do Sol, é diretamente proporcional ao raio de sua órbita, indicando que quanto mais afastado o planeta esteja do Sol, maior será o tempo para completar o seu movimento de translação.

TABELA 1: CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE (K)

PLANETA	RAIO MÉDIO DA ÓRBITA (UA*)	PERÍODO EM ANOS TERRESTRES	$T^2/R^3$
MERCÚRIO	0,387	0,241	1,002
VÊNUS	0,723	0,615	1,001
TERRA	1,000	1,000	1,000
MARTE	1,524	1,881	1,000
JÚPITER	5,203	11,860	0,999
SATURNO	9,539	29,460	1,000
URANO	19,190	84,010	0,999
NETUNO	30,060	164,800	1,000

Fonte: SILVA JUNIOR, J. S. 2020.

## 7 LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

A primeira tentativa de que se tem registro de explicar o movimento dos corpos foi do filósofo grego Aristóteles, que defendia a tendência natural dos objetos de ocuparem o seu lugar no Universo, quanto mais pesado fosse o objeto, maior seria sua tendência de ocupar o seu lugar no centro do Universo (MATSAS e VANZELLA, 2008).

Em 1590, Galileu Galilei lança seu livro *De Motu*, mencionando a respeito da queda de corpos com pesos diferentes. Ele deduz que, em uma situação ideal, corpos de pesos diferentes fariam o percurso com tempos iguais, contrapondo a ideia de Aristóteles. Introduzindo, também, nessa mesma obra, o conceito de inércia, deduzindo que a tendência dos corpos é permanecerem em repouso ou em movimento uniforme, ao menos que algum agente externo interceda.

Embora a ciência tenha dado passos importantes, foi o matemático inglês Isaac Newton, que fazendo uso dos resultados de Galileu e Kepler, formulou a primeira teoria gravitacional, conhecida como Gravitação Universal. Estipulou que a Gravidade era uma força entre corpos que atuava à distância, sendo a

primeira lei que conseguia explicar, tanto um objeto caindo, como a órbita da Lua. Newton definiu que:

Todos os corpos, existentes no Universo, que possuem massa, atraem-se com uma força diretamente proporcional às suas respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância.

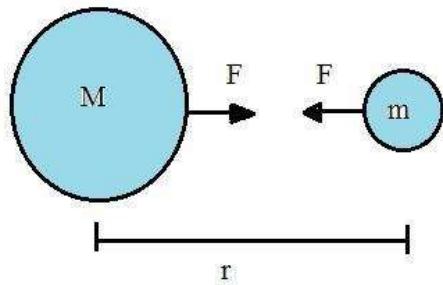
Sendo sua formulação matemática:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} .$$

F = Módulo da força gravitacional;  
 G = Constante gravitacional;  
 $m_1 \cdot m_2$  = Massas dos corpos;  
 d = Distância entre os corpos.

A força gravitacional atua como uma linha que une os corpos, formando um par de forças de ação e reação, possuindo módulos iguais, mesmo quando as massas dos corpos são diferentes.

FIGURA 9: FORÇA GRAVITACIONAL



Fonte: Tiago, 2015.

O módulo da força gravitacional que uma pessoa exerce sobre a Terra tem o mesmo valor da força exercida pela Terra sobre a pessoa.

*Isso só é possível, porque assume-se que toda a massa está concentrada em seu centro.*

## 8 DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE GRAVITACIONAL

Usando um dispositivo, denominado balança de torção, o cientista inglês Henry Cavendish, em 1798, obteve, pela primeira vez, com bastante precisão, o valor da constante gravitacional. Não dependendo da natureza dos corpos, do meio onde estão e nem da distância entre eles. Para se chegar ao valor dessa constante, é necessário medir a força gravitacional entre dois corpos de massas conhecidas, a uma determinada distância. Devido à força gravitacional entre dois corpos, produzida em laboratório, ser extremamente pequena, faz-se necessário o uso de um instrumento específico.

Usualmente, é adotado o valor para essa constante de:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} .$$

## 9 PESO

Define-se peso como a força de atração gravitacional que a Terra, ou qualquer outro corpo celeste, exerce sobre um determinado objeto, considerando que esteja na superfície. Em outras situações, em que o objeto não esteja, especificamente, na superfície, define-se que o peso é a força de atração gravitacional resultante, exercida por todos os corpos do Universo. Se a Terra for considerada como um corpo, totalmente esférico, um objeto de massa  $m$  terá seu peso  $p$  calculado:

Onde,

$$p = F_g = \frac{G \cdot m_t \cdot m}{R_t^2}; \quad \begin{aligned} p &= \text{Peso;} \\ F_g &= \text{Força Gravitacional;} \\ G &= \text{Constante Gravitacional;} \\ m_t &= \text{Massa da Terra;} \\ m &= \text{Massa do corpo;} \\ R_t &= \text{Raio da Terra.} \end{aligned}$$

Sabendo para um objeto em queda livre, o peso é uma força que produz uma aceleração  $g$ , chamada de aceleração gravitacional e apoiada na segunda lei de Newton, pode-se escrever:  $p = m \cdot g$ .

Igualando,  $m \cdot g = \frac{G \cdot m_t \cdot m}{R_t^2}$

Obtém-se:

$$g = \frac{G \cdot m_t}{R_t^2}.$$

A aceleração gravitacional  $g$  independe da massa  $m$  do objeto.

Quando o peso de um objeto, em um ponto acima da superfície da Terra, é considerado, o:

$$p = F_g = \frac{G \cdot m_t \cdot m}{r^2}.$$

Sendo  $r$ , uma altura  $r - R_t$  acima da superfície, observa-se que o peso varia com o inverso do quadrado da distância ao centro da Terra.

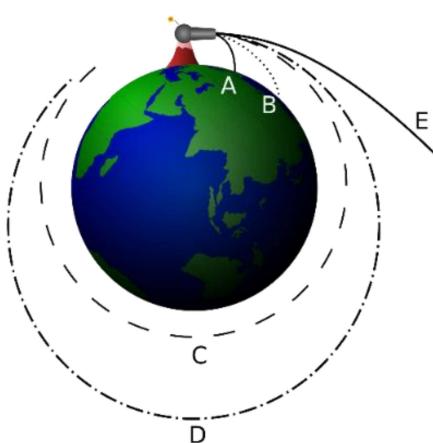
*Uma pessoa pesa menos estando em um avião a uma certa distância do centro da Terra, do que se estivesse na superfície.*

## 10 MOVIMENTO DOS SATÉLITES

Os satélites fazem parte do nosso cotidiano, embora não os vejamos, são um exemplo da tecnologia presente em nosso mundo. Alguns são usados para o sistema de GPS, para fins meteorológicos, comunicação, pesquisas e, também, existem aqueles que são considerados como lixo espacial, por estarem desativados. Existem mais de 12 mil objetos orbitando a Terra, no entanto, quais são os princípios e aspectos que fazem com que esses objetos permaneçam em órbita?

O lançamento de projéteis é o assunto que pode trazer a compreensão de como é possível colocar um satélite em órbita e o mesmo permanecer orbitando a Terra.

FIGURA 10: NEWTON BALA DE CANHÃO



Fonte: Koppens, 2019.

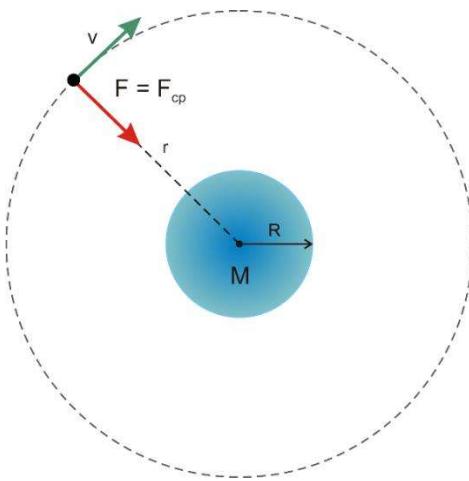
Analisemos a seguinte situação: imagine um canhão, no topo de uma montanha muito alta, na Terra, onde o mesmo, quando acionado dispara um projétil com uma determinada velocidade. Esse projétil descreve uma trajetória parabólica e logo cairá perto da base da montanha, como ilustrado na letra A.

Aumentando a sua velocidade observa-se que ele cairá cada vez mais afastado, representado pela letra B. Considerando-se o formato esférico da Terra, a partir do momento em que a velocidade aumenta e à medida que o

projétil vai caindo, a Terra se encurva em seu plano inferior, até chegar em uma velocidade, suficientemente alta, a ponto do projétil conseguir dar a volta, sem retornar ao solo, representado pelas letras C e D. As trajetórias A, B, C e D são consideradas órbitas fechadas e a letra E, órbita aberta, que cada vez mais se afasta da Terra.

Muitos dos nossos satélites descrevem órbitas quase circulares, parecidas com as realizadas pelos planetas do nosso sistema solar. Em uma órbita circular, a única força atuante será a força gravitacional, que é a resultante centrípeta, apontada para o centro da órbita, caracterizando o movimento dos satélites como circular uniforme, mantendo a velocidade constante.

FIGURA 11: FORÇA CENTRÍPETA



A força centrípeta é perpendicular à velocidade, produzindo uma aceleração centrípeta, suficiente para manter o satélite em órbita.

Fonte: Borges, Nicolau. 2012.

No movimento de queda, realizado pelo satélite, a sua velocidade, que é tangencial à órbita circular, é necessária para manter a distância do centro da Terra e não cair. Essa velocidade, que permanece constante, pode ser obtida, levando-se em consideração as características do movimento circular e a lei da gravitação universal. Sendo o raio da trajetória, medido desde o centro da Terra e a aceleração centrípeta tendo o módulo igual a:  $a = \frac{v^2}{r}$ , pode-se calcular a velocidade responsável pelo movimento, usando-se a lei da gravitação e a Segunda Lei de Newton. Como o intuito é conseguir chegar na velocidade, é só igualar:

$$m \cdot a = G \cdot \frac{m_t \cdot m}{r^2}; \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m_t \cdot m}{r^2};$$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_t}{r}}.$$

$v$  = Velocidade do satélite em órbita;  
 $G$  = Constante gravitacional;  
 $m_t$  = Massa da Terra;  
 $r$  = Raio da órbita.

A velocidade não depende da massa do satélite, apenas da massa da Terra e do raio da órbita. Não é possível escolher a velocidade, sem se atentar para o raio, tendo eles uma relação unívoca (YOUNG e FREENDMAN, 2015).

O período T é o tempo gasto para se dar uma volta completa, em torno da Terra, podendo relacioná-lo com o raio da órbita. Sabendo que a velocidade pode ser deduzida como:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}; \rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v};$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G \cdot m_t}}.$$

= Período de revolução;  
 $\pi$  = Constante gravitacional;  
 $m_t$  = Massa da Terra;  
 $r$  = Raio da órbita.

Analisando essas duas equações, pode-se observar que, em órbitas maiores, a velocidade é menor e o período maior.

## 11 VELOCIDADE DE ESCAPE

Quando qualquer objeto é jogado para o alto, logo, ele retorna para a mão, porém à medida que há maior e mais velocidade, observa-se que ele atinge alturas maiores. Será que é possível ser lançado a uma velocidade absurdamente alta, a ponto de o objeto não retornar e ir para o Universo?

Quando se lança um foguete da superfície terrestre, é necessário trabalhar com variáveis que permitam os objetos se livrarem da atração gravitacional. O que possibilita esse grande feito é a denominada velocidade de escape, podendo-se chegar em seu módulo pela conservação de energia mecânica. Para um corpo que se movimenta sob ação de forças conservativas, a consequência é a invariância da energia mecânica, assim:

$$E_{ci} + E_{pi} = E_{cf} + E_{pf};$$

Sendo a energia mecânica inicial, na superfície da Terra e a final no infinito, considera-se que esse objeto irá para o Universo e não retornará.

$$E_{ci} + E_{pi} = E_{\infty} + E_{\infty};$$

Logo, esse corpo estará em estado de repouso a uma distância infinita, consequentemente, a sua energia cinética e potencial gravitacional será zero.

$$E_{ci} + E_{pi} = \cancel{E_{\infty}} + \cancel{E_{\infty}}$$

Então,

$$E_{ci} + E_{pi} = 0.$$

Conhecendo o módulo da energia cinética e da energia potencial gravitacional a uma distância  $r$  do centro da Terra, que nesse caso é o raio, tem-se:

$$\frac{m \cdot v^2}{2} + \left( - \frac{G \cdot m_t \cdot m}{r} \right) = 0;$$

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m_t}{r}}.$$

## 12 DA RELATIVIDADE GERAL AO BURACO NEGRO

A Lei da Gravitação Universal ganhou força com seu poder de precisão e a capacidade de explicar fenômenos ocorridos, tanto na superfície terrestre, quanto no vasto e imenso Universo, porém alguns acontecimentos estavam prestes a dar um novo rumo para a Gravitação. O físico, médico, britânico, Thomas Young, através do experimento da dupla fenda, mostrou que a luz exibia fenômenos de interferência e difração, revelando a natureza ondulatória da luz, que, antes postulada como partícula, revelava um comportamento de dualidade (MATSAS e VANZELLA, 2008).

Essa descoberta, sem dúvida, instigou a muitos, despertando o interesse em conhecer essa nova característica, apresentada pela luz. Porém foi só com o desenvolvimento do entendimento da eletricidade e do magnetismo e as contribuições do físico e matemático James Clerk Maxwell, que algumas compreensões, a respeito desse novo comportamento vieram à tona. Com as equações de Maxwell, que previam, entre outras coisas, que perturbações em um campo elétrico e magnético poderiam se propagar, de maneira auto sustentadas como ondas, possibilitaram o cálculo da velocidade de uma onda eletromagnética. Os cientistas da época se surpreenderam, quando perceberam que a velocidade encontrada era a mesma que a velocidade da luz, caracterizando-a como um tipo de onda eletromagnética. Por volta de 1887, Michelson e Morley descobriram, através de experimentos, que a velocidade da luz permanecia a mesma, independente do estado de movimento do observador, contradizendo o conhecimento daquela época, que acreditava que a velocidade para um observador em movimento, em relação ao Éter, era diferente,

dependendo em qual direção que ele se movimenta (MATSAS e VANZELLA, 2008).

Foi o físico teórico alemão Albert Einstein, nascido na cidade de Ulm, em 1879, que percebeu uma maneira bastante simples de explicar por que o Éter não produzia nenhum efeito que alterasse a velocidade da luz. Primeiro, ele deixou de considerar a existência do Éter e eliminou o princípio de referencial privilegiado, postulando a velocidade da luz como uma constante, que manteria o seu valor, independente do meio, em que se movimenta, também, se manifestar-se-ia, igualmente, para qualquer observador em referenciais distintos. Contudo, o mais admirável foi a nova definição que ele deu para o tempo e o espaço, duas entidades que tínhamos como absolutas. Einstein, agora as interpreta como relativas e, antes, eram dissociadas, agora, porém, formam uma única entidade física, denominada espaço-tempo, surgindo, então, a teoria da relatividade restrita.

Apesar dessa grande descoberta, os esforços de Albert Einstein não terminam agora, todas as teorias criadas para descrever fenômenos que se desenrolam, em um tempo e um espaço absoluto, deveriam se adequar às novas propriedades da relatividade restrita, sendo uma delas a conhecida Lei da Gravitação Universal, de Isaac Newton (MATSAS e VANZELLA, 2008).

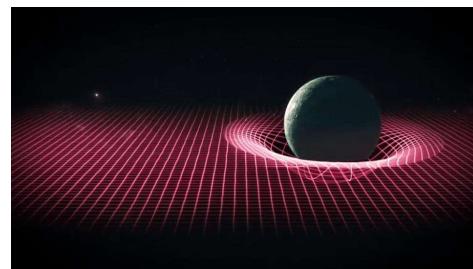
Albert Einstein deu início a sua jornada, rumo à reformulação do conceito da gravidade, com o que ele mesmo intitulou como o pensamento mais feliz, em que chegou ao princípio da equivalência, mostrando que um corpo em queda livre se comporta, localmente, como um corpo visto de um referencial acelerado na ausência de gravidade.

Segundo esse princípio, uma partícula caindo no campo gravitacional deveria ser descrita da mesma forma que uma partícula em movimento livre de forças. Contudo, ele sabia que precisaria de muito mais para conseguir criar uma nova teoria. Sabendo que teria que associar dois tipos de movimentos, o de queda e o de trajetória em linha reta, percebeu que teria que utilizar uma

matemática que, até então, não tinha sido utilizada na Física. Imaginou que a estrutura do espaço-tempo fosse curva, assim todas as partículas que tendessem a se movimentar em uma trajetória retilínea seriam obrigadas a acompanhar a curvatura do espaço-tempo, dando origem aos diversos movimentos de queda livre que se pode ter, em um campo gravitacional (MATSAS e VANZELLA, 2008).

Definiu, dessa forma, a gravidade como sendo uma manifestação da curvatura no espaço-tempo, causada por corpos com determinadas massas, fazendo com que toda matéria sinta a ação dessa deformação ao seu redor, inclusive a luz.

FIGURA 12: ESTRUTURA ESPAÇO-TEMPO



Fonte: Café e ciências, 2018

Essa teoria foi comprovada, no ano de 1919, através de um eclipse, tendo suas evidências mais precisas e nítidas coletadas na cidade de Sobral - Fortaleza, Brasil, onde, basicamente, os cientistas britânicos buscaram calcular o ângulo de deflexão da luz de uma estrela, ocasionada pela ação gravitacional do Sol.

Não obstante, mesmo antes da comprovação, em 1915, a primeira guerra mundial foi o palco de uma grande descoberta, onde o astrofísico Karl Schwarzschild, servindo a Alemanha no *front* russo, hospitalizado, devido a uma enfermidade, depara-se com a teoria da Relatividade Geral, publicada por Einstein. Dedicou-se a estudar e analisar os complicados cálculos dessa nova teoria, desenvolvendo um trabalho que investigou o campo gravitacional, na região externa de uma estrela. Os resultados alcançados por ele, sugerem,

simplesmente, que estrelas compactas estariam envoltas em uma região, considerada de não retorno. O que Schwarzschild, na verdade, tinha conseguido foi uma solução da relatividade geral que descreve o buraco negro (HORVATH e CUSTÓDIO, 2003).

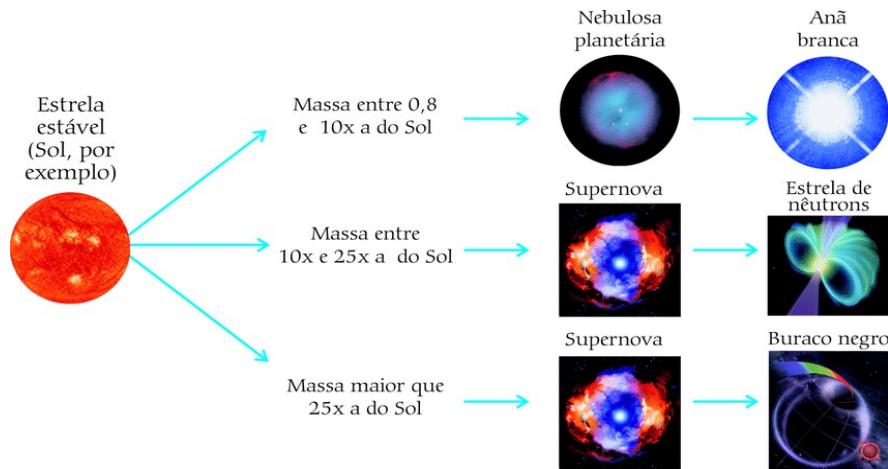
Buraco negro é o nome dado a uma região do espaço onde a gravidade é imensa, devido ao acúmulo excessivo de matéria e energia, fazendo com que nada possa escapar de seu interior. A superfície que delimita a região de não retorno é conhecida como horizonte de eventos, fazendo com que nenhum observador, que esteja fora dessa região, consiga ver o que tem dentro. Toda a energia de um buraco negro está concentrada em uma região chamada de singularidade, que pode expressar como um ponto matemático (HORVATH e CUSTÓDIO, 2003).

Esses objetos do cosmo, considerados misteriosos, existem, desde o início dos tempos, porém só com o avanço e desenvolvimento das técnicas de observação do Universo, que foi possível avançar nos estudos. Não se consegue vê-los, devido a sua própria característica peculiar, mas o seu poder gravitacional tem grande influência em seu entorno, fazendo com que a sua vizinhança seja, drasticamente, alterada. Só foi possível observar esses acontecimentos que, até então, eram desconhecidos, quando os astrônomos começaram a efetuar as observações, utilizando outros comprimentos de ondas (COUPER e HENBEST, 1996).

Nesse vasto e imensurável Universo, existem vários buracos negros e de todos os tamanhos. Têm-se os supermaciços, localizados nos centros das galáxias, surgidos desde a formação do Universo; os mini-buracos, que foram diminuindo ao passar do tempo e os provenientes de estrelas. Segundo Robert Oppenheimer e Hartland Snyder, o fim de uma estrela muito massiva deveria ser a formação de um buraco negro. A argumentação deles se sustentou, com base no trabalho realizado por Hans Bethe e Charles Cristchfield, mostrando que estrelas são gigantescas fornalhas de fusão nuclear e que quando perdem o seu combustível, começam um processo de desequilíbrio entre a pressão sofrida pela fusão e a força gravitacional, fazendo com que as estrelas comecem a colapsar. Considerando uma estrela com uma massa suficientemente grande,

esse colapso terá como resultado uma explosão titânica, denominada supernova e mesmo que se perca matéria, ainda sim, existiria matéria suficiente para que houvesse um colapso total, formando assim o buraco negro (COUPER e HENBEST, 1996).

FIGURA 13: EVOLUÇÃO DAS ESTRELAS



*Para que uma estrela se torne um buraco negro, no final de sua vida, é necessário que possua uma massa vinte e cinco vezes maior que a do Sol. Para massas menores, o fim poderá ser uma anã branca ou uma estrela de nêutrons.*

Fonte: DAMISIO e PACHECO, 2009.

Os buracos negros são caracterizados, basicamente, por sua massa, carga e rotação. Mesmo possuindo uma estrutura básica, com uma singularidade em seu centro e um horizonte de eventos, há diferentes tipos de buracos negros, sendo eles:

FIGURA 14: BURACO NEGRO DE SCHWARZSCHILD



Fonte: Própria, 2020.

*Buraco negro de Schwarzschild:* não possui carga e nem rotação, tendo uma estrutura Simples, formada apenas por um horizonte de eventos e uma singularidade (COUPER e HENBEST, 1996).

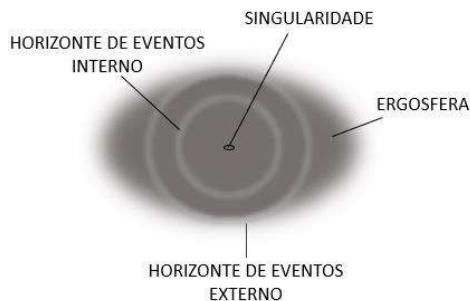
FIGURA 15: BURACO NEGRO DE REISSNER-NORDSTROM



Fonte: Própria, 2020.

*Buraco negro de Reissner-Nordstrom:* Sua solução foi obtida em 1918, e sua estrutura não possui rotação. Além de ter uma singularidade, dispõe de dois horizontes de eventos, um interno e outro externo (COUPER e HENBEST, 1996).

FIGURA 16: BURACO NEGRO DE KERR



Fonte: Própria, 2020.

*Buraco negro de Kerr: Suas características o diferenciam dos outros, possuindo uma singularidade e dois horizonte de eventos, um interno e outro externo, o seu movimento de rotação arrasta consigo o tecido espaço-tempo, formando uma região denominada ergosfera. Uma região que obriga toda a matéria girar no mesmo sentido da sua rotação (COUPER e HENBEST, 1996).*

### 13 ESPAGUETIFICAÇÃO

Os buracos negros já descobertos estão, absurdamente, distantes da Terra, tornando muito difícil saber, por meio de experimentação, o que aconteceria se uma pessoa fosse engolida por um desses insaciáveis objetos do cosmo. A Teoria da Relatividade de Einstein revela intrigantes fatores e acontecimentos dessa jornada, rumo ao interior de um buraco negro.

Para que essa situação seja melhor explorada, pode-se imaginar uma pessoa que, em um ato heroico, candidata-se a explorar o interior de um buraco negro. Para isso uma excursão de físicos e astronautas sairá da terra, rumo ao destino desejado. Enquanto esse corajoso realiza o seu feito, os demais estarão na astronave, monitorando tudo. Observado então, o homem, devidamente, trajado com uma roupa de astronauta, começa sua jornada. A espaçonave está a uma distância segura, fora da última órbita estável. Cientes de que o espaço e

tempo, supostamente, são afetados pelos buracos negros, os integrantes monitoram o relógio de pulso e também observam a luz emitida por seu traje. Nos primeiros minutos da viagem, nada parece fora do normal, seu relógio de pulso continua a marcar o tempo, igual ao do relógio, no painel de controle. À medida que se aproxima do horizonte de eventos, algumas coisas começam a acontecer, os que estão na nave observam que o relógio começa a funcionar lentamente, e a luz começa a ficar mais avermelhada, devido à perda de energia, na luta contra a gravidade. Além desses acontecimentos observados, o homem começa a perceber que seu corpo está sendo esticado, devido ao intenso efeito de maré, nas regiões do buraco negro. A gravidade atua mais forte em seu pé do que na cabeça e, por isso, que provavelmente ele será esticado como um espaguete, denominando-se o fenômeno de espaguetificação. Caso o buraco negro escolhido seja supermassivo, esse efeito poderá ser amenizado, dando a oportunidade de ele sobreviver nos demais, embora quem esteja observando na nave verá sua imagem congelada devido à gravidade afetar, drasticamente, o tempo e o espaço em seu entorno, Finkelstein ao reescrever a solução de Schwarzschild, de forma diferente, descobriu que o homem continuaria seu trajeto, embora tendo uma morte agonizante, sendo despedaçado até se tornar parte da singularidade.

Esse efeito de espaguetificação é do mesmo tipo responsável pelas marés altas e baixas que ocorrem, diariamente, onde a terra sofre os efeitos gravitacionais da lua, esticando-a em sua direção.

## 14 RAIO DE SCHWARZCHILD

O quanto uma estrela ou qualquer outro corpo celeste precisa ser compactado para ser considerado um buraco negro, aprisionando tudo, inclusive a luz, dependerá de alcançar um raio crítico, denominado raio de Schwarzschild. Esse raio terá em suas fronteiras o horizonte de eventos e pode ser obtido utilizando-se a equação de velocidade de escape, onde será relacionada a massa do corpo com o seu raio. Já se sabe que a maior velocidade obtida no

universo é a da luz, logo, qualquer corpo que tenha a velocidade de escape maior ou igual, aprisionará tudo. Então basta substituir a velocidade de escape pela velocidade da luz para se obter o raio máximo para um corpo ser considerado um buraco negro (YOUNG e FREENDMAN, 2015).

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R_S}}$$

Explicitando  $R_S$ ,

$$R_S = \frac{2 \cdot G \cdot M}{c^2}$$

$R_S$  = Raio de Schwarzschild;

$G$  = Constante gravitacional;

$M$  = Massa do buraco negro;

$c$  = Velocidade da luz.

## 15 VELOCIDADE DE ESCAPE E DENSIDADE

Para determinar o valor da velocidade de escape de um corpo esférico, é necessário saber sua massa e seu raio. Sabendo que a densidade de um corpo é a relação entre massa e volume,  $\rho = \frac{M}{V}$ , e que ao substituir, na equação da velocidade de escape, a massa por,  $\rho \cdot V$ , pode-se obter o mesmo valor, utilizando a densidade, então a expressão matemática ficará:

Sendo volume de um corpo esférico,  $\frac{4}{3} \pi R^3$ , tem-se:

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot \rho \cdot (\frac{4}{3} \pi R^3)}{R}};$$

Simplificando,

*Se um buraco negro possuir um raio menor que o raio de Schwarzschild, sua velocidade de escape é maior que a velocidade da luz.*

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{8\pi \cdot G \cdot \rho}{3}} \cdot R.$$

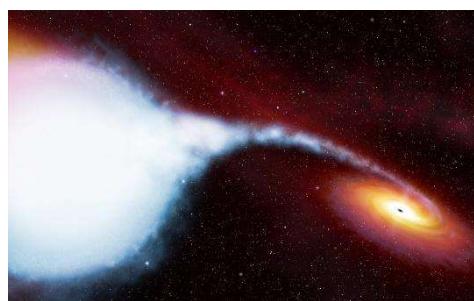
Assim, pode-se relacionar densidade, velocidade de escape e raio, para um objeto com o mesmo valor de densidade o raio será, diretamente, proporcional à velocidade de escape (YOUNG e FREENDMAN, 2015).

## 16 DESCOBRINDO UM BURACO NEGRO

Como detectar, afinal, um buraco negro se o mesmo não emite luz? Provar a existência de algo que não se pode ver foi um dos grandes desafios da ciência. Embora esses astros do cosmo tenham, em sua principal característica, o aprisionamento, até mesmo da luz, tornando-os invisíveis, os efeitos que eles causam em sua redondeza são, sem dúvida, catastróficos.

O primeiro candidato a buraco negro foi o Cygnus X-1 e a sua companheira supergigante. Estando em uma órbita binária, eles chamaram a atenção dos estudiosos e pesquisadores, quando observaram que a companheira dessa estrela supergigante era invisível e a emissão de raios x indicavam uma violenta atividade na região. Essa emissão ocorre, devido ao escoamento do gás da estrela para o buraco negro, formando o disco de acreção que, ao se aproximar do horizonte, o evento vai adquirido velocidade elevada o suficiente para que ao se atritarem aumente sua temperatura, emitindo os raios x (MATSAS e VANZELLA, 2008).

FIGURA 17: CYGNUS X-1



Fonte: Wikipédia, 2009.

Quando o buraco negro e uma estrela estão em um sistema duplo, pode-se chegar ao valor das massas, analisando-se a órbita deles. É, através da Gravidade, que o buraco negro faz com que a sua companheira a orbite e quanto maior for o seu poder gravitacional, maior será a velocidade orbital. Em Cygnus X-1, o buraco negro tem, aproximadamente, 10 massas solares.

Segundo YOUNG e FREENDMAN, esse valor poderá ser calculado, através do desvio aparente, produzido pela aproximação e o afastamento de

uma fonte luminosa. Pode-se, também, calcular, seguindo a Terceira Lei de Kepler, que ao substituir a massa do Sol pela massa do buraco negro ter-se-á:

$$M_B = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot a^3}{G \cdot T^2} .$$

*a*= Raio da órbita;  
*G* = Constante gravitacional;  
*T*= Período orbital.

## 17 ATIVIDADES PARA O ENSINO DE GRAVITAÇÃO

Utilizando uma abordagem, com foco na investigação, as atividades foram desenvolvidas para compor um material didático, a fim de se caracterizar uma sequência didática sobre gravitação. Porém cada atividade-aula tem seu próprio objetivo de aprendizagem, sua situação-problema e seu procedimento, possibilitando ao professor desenvolver em sala de aula as atividades individuais, de acordo com a necessidade e contexto dos envolvidos. A sequência tem um tempo estimado de onze aulas, sendo composta por uma atividade introdutória para acessar as concepções iniciais dos alunos, quatro atividades investigativas, uma atividade histórica-investigativa e uma demonstração experimental investigativa.

Ao desenvolver atividades que fogem do tradicionalismo, o professor precisa ressignificar a forma de avaliação, uma etapa importante e indispensável do cotidiano escolar. Os critérios avaliados pelo professor precisam ser bem claros e informados aos alunos, antes do início de cada atividade. Para que sejam avaliados todos os tipos de aprendizagem objetivados, a sugestão é que se avalie todo o processo. Podendo ocorrer, no final de cada atividade ou uma única avaliação no término da sequência.

**Aprendizagem conceitual:** para avaliar esse tipo de aprendizagem, o professor deverá se atentar para a apropriação de instrumentos físicos e símbolos, avaliando a capacidade dos alunos de descrição dos conceitos e utilização para explicação de determinado fenômeno e resolução de problemas.

**Aprendizagem procedural:** para avaliar esse tipo de aprendizagem, o professor deverá se atentar na realização, reflexão e na aplicação, no decorrer das atividades, avaliando se os alunos estruturam e interpretam ideias, elaboram e testam hipóteses, desenvolvem e aplicam modelos explicativos e comunicam seus resultados, oralmente ou por relatórios.

**Aprendizagem atitudinais:** para avaliar esse tipo de aprendizagem o professor deverá se atentar ao estado comportamental do aluno, diante da situação-problema, avaliando se os alunos trabalham em grupos, questionam, dialogam, assumem uma postura crítica e de investigação e respeitam as divergências.

Todos os debates, inferências, produções de textos e desenhos, comunicações e interações poderão ser instrumentos de avaliação e auxiliar o professor na tarefa de avaliar os seus alunos.

### **Feedback**

Ao avaliar, com nota, o aprendizado e o desenvolvimento do aluno, o professor precisa oferecer um feedback, apontando os pontos positivos e negativos, permitindo ao avaliado ter consciência de como foi o seu desempenho, durante a realização das atividades. Somente assim, poderão fazer uma auto avaliação, responsabilizando-se pela sua aprendizagem e buscando melhorar. Então, a cada avaliação deve oferecer um feedback para seus alunos, mostrando em que ponto errou ou acertou.

## Atividade do modelo planetário

### Objetivo

Objetivos conceituais: compreender a organização do sistema solar e a disposição e movimentação dos corpos celestes nele existentes.

Objetivos Procedimentais: confeccionar modelo explicativo, contextualizar situações, levantar e testar hipóteses e apresentar fatos.

Objetivos atitudinais: expor ideias, respeitar os posicionamentos e pensamentos divergentes, questionar ideias, desenvolver um posicionamento crítico e assumir uma postura investigativa, mediante uma situação-problema.

### Número de aulas

Para essa atividade estão previstas duas aulas.

### Resumo

Essa atividade introdutória é para que o conhecimento prévio dos alunos seja acessado, podendo-se introduzir, dessa forma, conceitos iniciais sobre a movimentação dos planetas e suas órbitas. A atividade foi dividida em dois momentos, o primeiro momento realizado, na primeira aula, em que os alunos deverão construir um modelo planetário e o segundo momento (debate e sistematização) será, na segunda aula, em que todos os alunos e o professor, através de um debate, sistematizam o conteúdo.

## Primeira aula

### Estratégica didática

Primeiramente, o professor deverá explicar para os alunos qual atividade será desenvolvida, deixando bem claro os procedimentos, tempo e forma de avaliação. Após, a turma deverá ser dividida em grupos, de até quatro integrantes, e em seguida deverá ser feita a distribuição dos materiais necessários para a realização da atividade. Neste primeiro momento, a realização da atividade será desenvolvida entre os integrantes dos grupos, tendo eles a autonomia de tomarem as decisões necessárias para a construção do modelo planetário. É importante que o professor estabeleça o tempo para a realização da atividade.

### Atividade

Para desenvolver a atividade serão utilizados os seguintes materiais: isopor, cartolina, EVA, tinta guache, espeto de madeira, lápis e tesoura. Foi solicitado que fosse construído um modelo planetário, representando as órbitas, tamanho e a localização de cada corpo celeste existente no Sistema Solar.

## Segunda aula

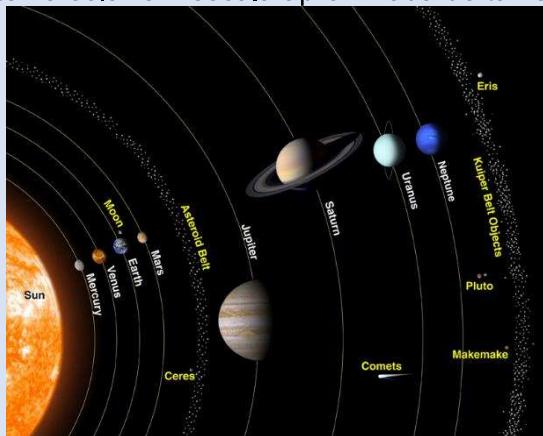
### Estratégia didática

No segundo momento, a atividade será desenvolvida, coletivamente, de forma que a interação seja aluno/aluno e aluno/professor.

A atividade consiste em promover um debate, através da comparação dos modelos planetários, construído pelos alunos, com o aceito, atualmente, pelo meio científico, a fim de evidenciar características do movimento planetário e sistematizar os conceitos introdutórios, relacionados à Gravidade.

Primeiramente, foi apresentado uma foto do sistema planetário, atualmente, aceito divulgado pela NASA.

Sistema solar em escala aproximada de tamanho



Fonte: NASA

Em seguida, o professor pedirá aos alunos que apontem as diferenças existentes entre o modelo apresentado e os modelos construídos por eles (caso existam diferenças). É importante que, em todo momento, os alunos tenham liberdade para expor as diferenças encontradas e suas concepções a respeito do tema.

A fim de estimular o debate e sistematizar, de forma que ocorra uma construção de conhecimento democrática entre professor-aluno dos conteúdos propostos pela atividade, além da imagem apresentada, o professor poderá levantar alguns questionamentos. Sendo eles:

- Quem se movimenta, a Terra ou o Sol?
- Por que é o Sol que está no centro e não qualquer outro planeta?
- Por que os planetas giram em torno do Sol?
- Qual planeta demora menos tempo para dar uma volta completa no Sol?
- Há diferença de velocidade entre os planetas? Qual tem maior velocidade? O que influencia para que ele tenha uma maior velocidade?
  - Existem outros corpos celestes no sistema solar, além do Sol e dos planetas? Se sim, eles sofrem alguma influência do Sol?

### Sistematização

Nessa etapa, o professor utilizará a própria discussão e debate estabelecido ao se comparar os modelos do Sistema Solar, criados pelos alunos e a imagem. Lembrando que nessa etapa de fechamento da atividade, todos os questionamentos levantados, sendo eles pelo professor ou pelos alunos, deverão ser respondidos. Caso os alunos não consigam responder é de extrema importância que o professor assuma e sistematize o conteúdo.

### Proposta de avaliação

Para avaliar as aprendizagens conceituais, procedimentais e atitudinais nesta atividade, o professor poderá utilizar o modelo planetário produzido pelos alunos, no primeiro momento da atividade e nos momentos de interações entre aluno/aluno e aluno/professor, momentos de debates, exposições de ideias e reflexões coletivas ou individuais dos alunos.

## Atividade das órbitas dos satélites

### Objetivo

Objetivo conceitual: compreender os conceitos iniciais sobre Gravidade, as órbitas dos planetas, diferenciar satélites naturais e artificiais, refletir sobre sua importância e entender velocidade, período, força gravitacional, aceleração e velocidade de escape.

Objetivos procedimentais: confeccionar modelo explicativo, contextualizar situações, levantar e testar hipóteses, apresentar fatos e produzir texto/desenho.

Objetivos atitudinais: expor ideias, respeitar os posicionamentos e pensamentos divergentes, questionar ideias, desenvolver um posicionamento crítico e assumir uma postura investigativa, mediante a uma situação-problema.

### Número de aulas

Para essa atividade está prevista uma aula.

### Resumo

Esta atividade investigativa, com questão aberta, será dividida em dois momentos. O primeiro momento é a realização da atividade e o segundo momento é a sistematização dos conceitos.

### Estratégica didática

Primeiramente, o professor deverá explicar para os alunos qual atividade será desenvolvida, deixando bem claro os procedimentos, tempo e forma de avaliação. Após, a turma deverá ser dividida em grupos de até quatro integrantes. No primeiro momento, a realização da atividade será desenvolvida entre os integrantes dos grupos, em que deverão resolver o problema apresentado, em forma de questão aberta. No segundo momento, o desenvolvimento da atividade será coletivo, de forma que a interação seja aluno/aluno e aluno/professor e a sistematização dos conceitos seja feita de forma colaborativa. É importante que se estipule um tempo para cada etapa da atividade.

### Atividade

Os satélites são corpos que orbitam um planeta ou outros corpos maiores e podem ser naturais, como, por exemplo, a Lua ou artificiais, construídos pelo homem e colocados em órbita para determinadas utilidades.



FONTE: <https://www.infofisica.com/telecomunicacoes/satelites-de-comunicacao/>

Você já parou para pensar, como isso é possível? Qual a importância dos satélites para a humanidade? Como os satélites conseguem se manter em órbita? Por que eles não caem? Por que eles não vão para o espaço?

Em grupo, os estudantes levantarão hipóteses e elaborarão argumentos sobre as possíveis respostas para esses questionamentos. Após discussão, deverão fazer um pequeno resumo.

### Sistematização

Nesta etapa, o professor deverá usar as produções dos próprios alunos para levantar um debate, a fim de responder às questões da situação-problema. No fechamento da atividade, é de extrema importância que, no momento da sistematização, os alunos participem, ativamente, junto com o professor, e se sintam parte importante da resolução. Para isso, vale ressaltar que uma postura questionadora poderá fomentar o debate entre todos.

### Proposta de avaliação

Para avaliar as aprendizagens conceituais, procedimentais e atitudinais, nesta atividade, o professor poderá utilizar o resumo produzido pelos alunos, no primeiro momento da atividade e nos momentos de interações entre aluno/aluno e aluno/professor, momentos de debates, exposições de ideias e reflexões coletivas ou individuais dos alunos.

## Atividade de velocidade de escape

### Objetivo

Objetivo conceitual: compreender a velocidade de escape e suas aplicações.

Objetivos procedimentais: confeccionar modelo explicativo, contextualizar situações, levantar e testar hipóteses, apresentar fatos, generalizar para outros contextos e produzir texto/desenho.

Objetivos atitudinais: expor ideias, respeitar os posicionamentos e pensamentos divergentes, questionar ideias, desenvolver um posicionamento crítico e assumir uma postura investigativa mediante a uma situação-problema.

### Número de aulas

Para essa atividade está prevista uma aula.

### Resumo

Esta atividade investigativa, de questão aberta, será dividida em dois momentos. O primeiro momento é a resolução das questões da situação-problema e o segundo momento é a sistematização dos conceitos.

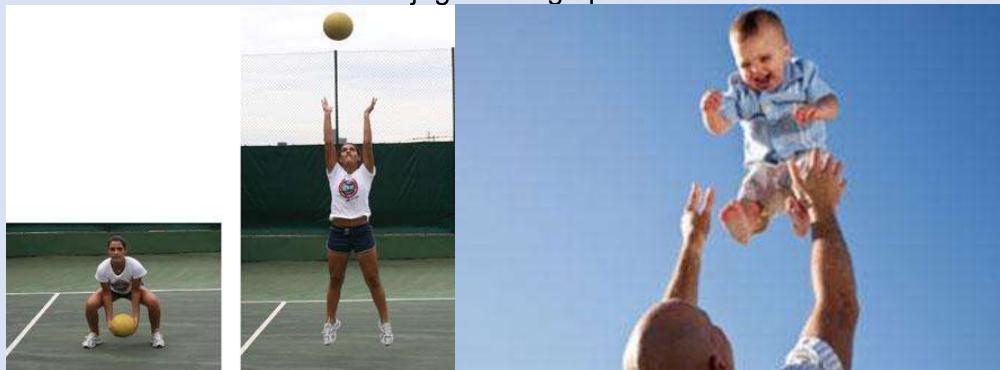
### Estratégica didática

Primeiramente, o professor deverá explicar para os alunos qual atividade será desenvolvida, deixando bem claro os procedimentos, tempo e forma de avaliação. Após, a turma deverá ser dividida em grupos, de até quatro integrantes. No primeiro momento, a realização da atividade será desenvolvida entre os integrantes dos grupos, que deverão resolver o problema apresentado, em formato de questão aberta. No segundo momento, o desenvolvimento da atividade será coletivo, de forma que a interação seja aluno/aluno e aluno/professor e a sistematização seja realizada de forma colaborativa. É importante que se estipule um tempo para cada etapa da atividade.

### Atividade

Você, provavelmente, já jogou algo para cima e observou que após um determinado tempo, ele retornou.

Pessoas jogando algo para cima



Fonte: Internet

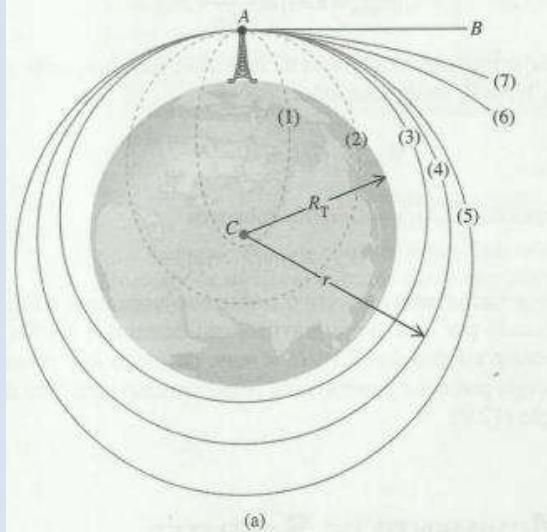
Será que tudo que é lançado para cima retorna à superfície da Terra? O que poderia ser feito para que um objeto não retornasse, após ser lançado? Caso seja possível, qual a sua aplicabilidade?

Em grupo, levantarão hipóteses e elaboraram argumentos sobre as possíveis respostas para esses questionamentos e construíram um modelo explicativo da conclusão do grupo.

### Sistematização

Nessa etapa, o professor pedirá para que os grupos apresentem os modelos explicativos que elaboraram. Os modelos produzidos pelos próprios alunos, serão uma oportunidade para que se inicie um debate sobre a temática. Para complementar a sistematização, o professor fazendo uso de um aparelho de projeção, mostrará a seguinte imagem:

### Lançamento de projétil



Fonte: Young e Freedman (2015)

Essa imagem será acompanhada do seguinte questionamento: Como essa figura poderia ajudar a responder às questões do problema investigado?

Por meio de um diálogo e de forma democrática, professor e aluno realizam a sistematização.

### Proposta de avaliação

Para avaliar as aprendizagens conceituais, procedimentais e atitudinais nesta atividade, o professor poderá utilizar o modelo explicativo produzido pelos alunos, no primeiro momento da atividade e nos momentos de interações entre aluno/aluno e aluno/professor, momentos de debates, exposições de ideias e reflexões coletivas ou individuais dos alunos.

## Atividade histórica-investigativa construindo uma linha do tempo

### Objetivo

Objetivo conceitual: compreender a Relatividade Geral de Albert Einstein, mostrando, historicamente, a construção do conceito da Gravidade e a necessidade de uma nova teoria para responder questões que a Lei da Gravitação Universal de Newton não respondia com precisão. Refletir sobre a história dos buracos negros, sobre os físicos que contribuíram e como a situação se encontra no cenário da pesquisa atual.

Objetivos procedimentais: confeccionar modelos explicativos, contextualizar situações, produzir texto/desenho e apresentar fatos.

Objetivos atitudinais: expor ideias, respeitar o posicionamento e pensamento divergentes, questionar ideias e desenvolver um posicionamento crítico.

### Número de aulas

Para essa atividade está prevista três aulas.

### Estratégia didática

Primeiramente, o professor deverá explicar para os alunos qual atividade será desenvolvida, deixando bem claro os procedimentos, tempo e forma de avaliação. Após, a turma deverá ser dividida em grupos, de até quatro integrantes. No primeiro momento, a realização da atividade será desenvolvida entre os integrantes dos grupos. O professor disponibilizará os materiais de apoio para os alunos pesquisarem e construírem a linha do tempo. No segundo momento, o desenvolvimento da atividade será coletivo, de forma que a interação seja aluno/aluno e aluno/professor, e a sistematização ocorra de forma colaborativa. É importante que se estipule um tempo para cada etapa da atividade.

### Materiais de apoio

Como material de apoio, o professor poderá disponibilizar para os alunos, além do acesso à internet, alguns textos que abordam a temática. As sugestões são:

MATSAS, G. E. A.; VANZELLA, D. A. T. **Buracos negros**. Rio de Janeiro, Vieira e Lent, 2008. V. 1. 118p.

DAMASIO, F.; RICCI, T. F. **Relatividade de Einstein em uma abordagem histórica-fenomenológica**. Textos de apoio ao professor de Física, v. 20, p. 1-49, 2009.

DAMASIO, F.; PACHECO, S. M. V. **Buracos nem tão negros assim.** A Física na Escola, v. 10, p. 30-35, 2009.

CASTINEIRAS, J.; CRISPINO, L. C. B.; MATSAS, G. E. A.; VANZELLA, D. A. T. **O Retrato do Mostrengos.** Scientific American Brasil, p. 32-39, 24 de maio de 2006.

### Atividade

Usando os materiais de apoio, os estudantes deverão construir uma linha do tempo com os principais acontecimentos e as principais descobertas sobre a Gravidade, destacando a relevância histórica-social e aspectos influenciadores para a construção do conceito, até chegar aos buracos negros.

### Sistematização

A sistematização do conteúdo ocorrerá no segundo momento. O professor pedirá para que os grupos apresentem as linhas do tempo construídas, nesse momento, terá a oportunidade de estabelecer um diálogo com a turma e sistematizar o conteúdo.

### Proposta de avaliação

Para avaliar as aprendizagens conceituais, procedimentais e atitudinais, nesta atividade, o professor poderá utilizar as linhas do tempo, construídas pelos alunos, no primeiro momento da atividade e nos momentos de interações entre aluno/aluno e aluno/professor, momentos de debates, exposições de ideias e reflexões coletivas ou individuais dos alunos.

## Demonstração investigativa da cama elástica

### Objetivo

Objetivo conceitual: compreender a deformação do tecido espaço-tempo, suas consequências e como Albert Einstein descreve a Gravidade.

Objetivos procedimentais: confeccionar modelo explicativo, contextualizar situações, levantar e testar hipóteses, apresentar fatos, generalizar para outros contextos.

Objetivos atitudinais: expor ideias, respeitar os posicionamentos e pensamentos divergentes, questionar ideias, desenvolver um posicionamento crítico e assumir uma postura investigativa.

### Número de aulas

Para essa atividade está prevista uma aula.

### Resumo

A atividade de demonstração investigativa será conduzida pelo professor. Com a Cama Elástica já montada, o professor assumirá o manuseio do experimento, mas isso não significa que o levantamento e testagem de hipóteses serão feitas somente por ele. Todos deverão participar,ativamente, de todo o processo. Essa atividade será desenvolvida em dois momentos, a demonstração e desenvolvimento do experimento e a sistematização.

### Estratégica didática

Primeiramente, o professor deverá explicar para os alunos qual atividade será desenvolvida, deixando bem claro os procedimentos, tempo e forma de avaliação. O primeiro momento será desenvolvido de forma coletiva, estando o professor no manuseio do experimento e assumindo uma postura questionadora em todo o desenvolvimento da demonstração. Nesse experimento não existe somente uma situação-problema inicial, durante o experimento o professor problematiza diferentes situações que levam os alunos a questionarem, levantarem e testarem hipóteses, construirão modelos explicativos e debaterem. No segundo momento, o professor entregará uma atividade e pedirá para que os alunos a desenvolvam, a fim de usá-la para sistematização dos conceitos trabalhados na aula.

### Procedimento experimental

Primeiramente, apresente o experimento, mostre a sua estrutura, as bolinhas e resuma, de forma simples, como tudo foi construído.

Para iniciar a demonstração, contextualizando o experimento, o professor poderá iniciar com o seguinte questionamento: a que pressuposto da Física estudado, até o momento, pode-se associar a essa cama elástica?

Neste momento, objetiva-se a associação do tecido da cama elástica com o tecido espaço-tempo. Caso, após o debate entre os alunos, não consigam fazer essa associação, o professor precisará mediar para que, por conta própria, cheguem à resposta.

Depois desse momento inicial, o professor poderá começar problematizando a seguinte situação: o que acontece se eu colocar bolinhas de diferentes massas em cima do tecido?

Assim que todos apresentarem suas hipóteses e discutirem, o professor, juntamente com os alunos, testaram e validaram as hipóteses levantadas. Então, o professor pode explorar, colocando bolinhas de diversos tamanhos e pesos. Permitindo que questionem e discutam os resultados observados. Prosseguindo a problematização, o professor questionará: o que acontecerá se forem colocadas duas bolinhas, em cima do tecido? Tem-se alguma diferença, em situações em que elas possuem o mesmo peso ou pesos diferentes?

Após levantarem as hipóteses, testem. Esse momento será importante para demonstrar a atração entre os corpos. Corpos de pesos iguais se atraem, movimentando-se juntos, e os corpos de pesos diferentes, o de menor peso, fará um maior deslocamento.

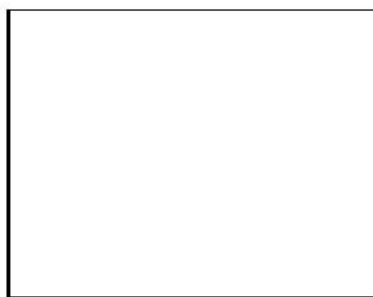
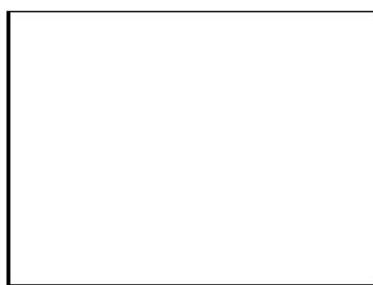
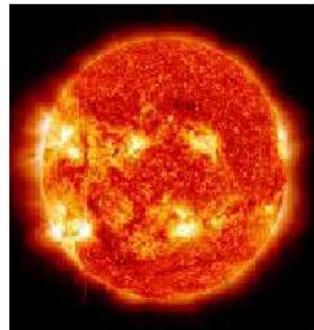
Em seguida, coloque um objeto com massa suficiente para deformar o tecido e problematize: o que acontecerá se uma bolinha for lançada para uma determinada direção? A partir das respostas dos alunos, o professor poderá seguir com a demonstração.

Essa demonstração será muito importante para que os alunos consigam visualizar os efeitos da gravidade na órbita de um planeta, satélite ou qualquer outro corpo celeste. Nesse momento, o professor mantendo uma postura problematizada, poderá explorar diversas situações, como: a órbita de três corpos, lançar muitas bolinhas em uma direção ou em direções diferentes, explorar os diferentes níveis de órbitas e de deformações do tecido.

### Sistematização

No momento de sistematização, o professor pedirá aos alunos que façam a seguinte atividade:

Sabemos que a teoria de Relatividade Geral, revelou que a Gravidade é ocasionada pela deformação que corpos massivos provocam no espaço-tempo. Desenhem como seria a deformação do espaço-tempo de um buraco negro em relação ao Sol e a Terra.



Utilizando os desenhos produzidos pelos alunos, o professor poderá estabelecer um debate, questionando alguns conceitos, ainda em aberto, fazendo um momento de reflexão sobre a Teoria da Relatividade Geral.

**Proposta de avaliação**

Para avaliar as aprendizagens conceituais, procedimentais e atitudinais nesta atividade, o professor poderá utilizar os momentos de interações entre aluno/aluno e aluno/professor, momentos de debates, exposições de ideias e reflexões coletivas ou individuais dos alunos, no momento do experimento e a atividade realizada, no momento da sistematização.

## Atividade Buracos Negros

### Objetivo

Objetivo conceitual: compreender conceitos iniciais dos buracos negros, o efeito da gravidade nesses corpos, tipos de buracos negros, horizonte de evento e singularidade.

Objetivos procedimentais: confeccionar modelo explicativo, contextualizar situações, levantar e testar hipóteses, apresentar fatos, generalizar para outros contextos e produzir desenho.

Objetivos atitudinais: expor ideias, respeitar os posicionamentos e pensamentos divergentes, questionar ideias, desenvolver um posicionamento crítico e assumir uma postura investigativa, mediante uma situação-problema.

### Número de aulas

Para essa atividade está prevista uma aula.

### Resumo

Esta atividade será dividida em dois momentos, o primeiro momento será a resolução do problema apresentado, em forma de questão aberta, e o segundo momento, a sistematização dos conceitos.

### Estratégia didática

Primeiramente, o professor deverá explicar para os alunos qual atividade será desenvolvida, deixando bem claro os procedimentos, tempo e forma de avaliação. A turma será dividida em grupos, de quatro integrantes, e entregue a atividade a ser realizada no primeiro momento. Após a realização da atividade, o segundo momento se inicia, de forma coletiva colaborativa professor e alunos, sistematizando o conteúdo. Para que se estabeleça um debate, o professor poderá pedir para que os alunos apresentem as respostas desenvolvidas pelos grupos.

### Atividade

Sabemos que para um objeto sair da atmosfera de um corpo celeste, ele precisa atingir uma velocidade de escape mínima, capaz de vencer a força gravitacional do mesmo. Será que existe algum corpo celeste cuja velocidade de escape seja maior que a velocidade limite existente, a velocidade da luz? Caso exista, o que acontece com toda a matéria existente nesses corpos? Poderíamos estabelecer algum tipo de contato com a matéria existente dentro dele? O que aconteceria se nos aproximássemos desses objetos?

Em grupo, levantarão hipóteses e elaborarão argumentos sobre as possíveis respostas para esses questionamentos. Depois deverão elaborar um resumo da conclusão do grupo.

### Sistematização

Para finalizar a aula, peça para que os alunos expressem sobre o que os grupos concluíram e estabeleça um debate, a fim de sistematizar, de forma coletiva, os conceitos trabalhados na aula.

### Material de apoio aos estudantes

DAMASIO, F.; PACHECO, S. M. V. **Buracos nem tão negros assim.** A Física na Escola, v. 10, p. 30-35, 2009.

CASTINEIRAS, J.; CRISPINO, L. C. B.; MATSAS, G. E. A.; VANZELLA, D. A. T. **O Retrato do Mostrengos.** Scientific American Brasil, p. 32-39, 24 de maio de 2006.

### Proposta de avaliação

Para avaliar as aprendizagens conceituais, procedimentais e atitudinais, nesta atividade, o professor poderá utilizar a resposta do exercício e os momentos de interações entre aluno/aluno e aluno/professor, momentos de debates, exposições de ideias e reflexões coletivas ou individuais dos alunos no momento da realização da atividade.

## Atividade raio de Schwarzschild

### Objetivo

Objetivo conceitual: compreender o raio crítico (Raio de Schwarzschild) para que um determinado corpo seja considerado um buraco negro capaz de aprisionar, até a luz.

Objetivos procedimentais: confeccionar modelo explicativo, contextualizar situações, levantar e testar hipóteses, apresentar fatos, generalizar para outros contextos e produzir texto/desenho.

Objetivos atitudinais: expor ideias, respeitar os posicionamentos e pensamentos divergentes, questionar ideias, desenvolver um posicionamento crítico e assumir uma postura investigativa mediante uma situação-problema.

### Número de aulas

Para essa atividade está prevista uma aula.

### Situação-problema

Se o Sol se tornasse um buraco negro, o que aconteceria com a órbita e a vida no nosso planeta Terra?

### Resumo

Essa atividade será realizada em dois momentos. O primeiro momento será a resolução da situação-problema e, o segundo momento, a sistematização dos conceitos.

### Estratégia didática

Primeiramente, o professor deverá explicar para os alunos qual a atividade a ser desenvolvida, deixando bem claro os procedimentos, tempo e forma de avaliação. Ao iniciar a atividade, o professor deverá apresentar a situação-problema aos alunos, encorajando-os a buscar respostas. Em grupos de quatro integrantes, os alunos deverão criar uma solução para responder à problemática inicial, usando o material de apoio para pesquisa e investigação. O segundo momento será a sistematização. É importante que ao iniciar a atividade o professor estabeleça tempo para cada etapa.

### Sistematização

Nesta etapa, os alunos expressarão as respostas que, em grupo, construíram, estabelecendo em sala de aula, através da mediação do professor um debate entre todos, de forma a possibilitar a sistematização dos conceitos.

### Material de apoio aos estudantes

MATSAS, G. E. A.; VANZELLA, D. A. T. **Buracos negros.** Rio de Janeiro, Vieira e Lent, 2008. Volume 1.

**HORVATH, J. E.; CUSTODIO, P.** Os buracos negros na ciência atual: um brevíssimo manual introdutório. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013. v. 1. P. 120.

**COUPER, H.; HENBEST,N. .** Buracos negros: Uma viagem ao centro de um burago negro – um dos maiores do Universo. Liege M. S. Marucci. São Paulo. Moderna, 1997

### Proposta de avaliação

Para avaliar as aprendizagens conceituais, procedimentais e atitudinais, nesta atividade, o professor poderá utilizar a resposta do exercício e os momentos de interações entre aluno/aluno e aluno/professor, momentos de debates, exposições de ideias e reflexões coletivas ou individuais dos alunos no momento da realização da atividade.

## Atividade “Espaguetificação do astronauta”

### Objetivo

Objetivo conceitual: compreender os efeitos de maré, em um buraco negro e associá-los às marés altas e baixas do nosso cotidiano.

Objetivos procedimentais: confeccionar modelo explicativo, contextualizar situações, levantar e testar hipóteses, apresentar fatos, generalizar para outros contextos e produzir texto/desenho.

Objetivos atitudinais: expor ideias, respeitar os posicionamentos e pensamentos divergentes, questionar ideias, desenvolver um posicionamento crítico e assumir uma postura investigativa, mediante uma situação-problema.

### Número de aulas

Para essa atividade está prevista uma aula.

### Resumo

Essa atividade será realizada em dois momentos. No primeiro momento, ocorrerá a realização da atividade e, no segundo momento, a sistematização dos conceitos.

### Estratégia didática

Primeiramente, o professor deverá explicar para os alunos qual a atividade a ser desenvolvida, deixando bem claro os procedimentos, tempo e forma de avaliação. Ao iniciar a atividade, o professor deverá apresentar a situação-problema aos alunos, encorajando-os a buscar respostas. Em grupos de quatro integrantes, os alunos deverão criar uma solução para responder à problemática inicial, usando o material de apoio para pesquisa e investigação. O segundo momento será a sistematização. É importante que se estabeleça tempo para cada etapa de atividade.

### Situação-problema

Imagine que, observada por seus colegas na espaçonave, uma astronauta começa uma jornada, rumo ao encontro de um buraco negro.

O que acontecerá com a astronauta quando ela ultrapassar o horizonte do evento? Será que há possibilidade de existir vida dentro de um buraco negro?



Fonte: Internet

Em grupo, levantem hipóteses, discutam, façam um texto e ilustram, respondendo a problemática.

### Sistematização

Nesse momento, peça para que os grupos falem como eles relataram essa entrada da astronauta no buraco negro e, junto com as colocações dos alunos, comece a sistematizar o conceito de espaguetificação e associá-lo ao efeito de maré.

### Material de apoio aos estudantes

MATSAS, G. E. A.; VANZELLA, D. A. T. **Buracos negros.** Rio de Janeiro, Vieira e Lent, 2008. Volume 1.

**HORVATH, J. E.; CUSTODIO, P.** Os buracos negros na ciência atual: um brevíssimo manual introdutório. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013. v. 1, p. 120.

**COUPER, H. ; HENBEST,N. .** Buracos negros: Uma viagem ao centro de um burago negro – um dos maiores do Universo. Liege M. S. Marucci. São Paulo. Moderna, 1997

### Proposta de avaliação

Para avaliar as aprendizagens conceituais, procedimentais e atitudinais nesta atividade, o professor poderá utilizar a resposta do exercício e os momentos de interações entre aluno/aluno e aluno/professor, momentos de debates, exposições de ideias e reflexões coletivas ou individuais dos alunos no momento da realização da atividade.

## REFERÊNCIAS

ALVES, NATÁLIA. **Leis de kepler – quais são? 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> leis e exercícios resolvidos.** Gestão Educacional. Acesso em 28 de março de 2020.

BERTELLI, MIGUEL. **Leis de Kepler.** Quero Bolsa. Disponível em: <https://querobolsa.com.br/enem/fisica/leis-de-kepler>. Acesso em 28 de março de 2020.

BORGES, NICOLAU. **Lei de Newton da Gravitação Universal. Os Fundamentos da Física.** Disponível em: <http://osfundamentosdafisica.blogspot.com/2012/11/> . Acesso em 29 de março de 2020.

CAFÉ E CIÊNCIAS. **A relatividade de Einstein e a estrutura do espaço-tempo.** Disponível em: <https://www.cafeeciencia.com.br/categorias/astronomia-e-afins/a-relatividade-de-einstein-e-a-estrutura-do-espaco-tempo.html>. Acesso em 31 de março de 2020.

CARVALHO, A. M. P. **O ensino de Ciências e a proposição de sequências de ensino investigativas.** In: CARVALHO, A.M.P. Org. Ensino de Ciências por investigação: Condições para implementação em sala de aula. São Paulo: Cengage Learning, 2013. p. 1-20.

COUPER, H; HENBEST, N. **Buracos negros: Uma viagem ao centro de um burago negro – um dos maiores do Universo.** Liege M. S. Marucci. São Paulo. Moderna, 1997.

DAMASIO, F. ; PACHECO, S. M. V. . **BURACOS nem tão NEGROS assim. A Física na Escola (Online)**, v. 10, p. 30/6-35, 2009.

FRANCISCO, Wagner de Cerqueira e. "**Geocentrismo e Heliocentrismo**"; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/geografia/geocentrismo-heliocentrismo.htm>. Acesso em 28 de março de 2020.

"**Geometria analítica - Cônicas**" em **Só Matemática**. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2020. Consultado em 28/03/2020 às 10:52. Disponível na Internet em: <https://www.somatematica.com.br/emedio/conicas/conicas1.php>

GOMES, JAIRO. **Gravitação Universal**. Algosobre. Disponível em: <https://www.algosobre.com.br/fisica/gravitacao-universal.html#menu2>. Acesso em 28 de março de 2020.

HORVATH, J. E.CUSTÓDIO, P. **Os buracos negros na ciência atual: um brevíssimo manual introdutório**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013. v. 1, p. 120.

HUGH, D. YOUNG, ROGER A. FREEDMAN - **Física II Termodinâmica e Ondas**. 2-Pearson Prentice Hall, 2016/1.

KOPPENS, YLANITE. **Newton Bala de Canhão**, Gravitação, órbita PNG, Disponível em: <https://www.gratispng.com/png-3ydv3j/>. Acesso em 29 de março de 2020.

MATSAS, G. E. A.; VANZELLA, D. A. T. **Buracos Negros**. Rio de Janeiro: Vieira e Lent, 2008. v. 1, p.118.

SÁ, ELIANE FERREIRA DE.; PAULA, H. F. ; LIMA, M. E. C. C. ; AGUIAR JÚNIOR, ORLANDO GOMES DE . **As características das atividades investigativas segundo tutores e coordenadores de um curso de especialização em ensino de ciências**. In: VI ENPEC - Encontro Nacional de

Pesquisa em Educação em Ciências, 2007, Florianópolis. Atas do VI ENPEC - Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 2007.

SILVA JUNIOR, J. S. **Terceira Lei de Kepler. Educação.** Disponível em: <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/terceira-lei-kepler.htm>. Acesso em 28 de março de 2020.

TIAGO. **Campo Gravitacional.** EXATAS JOÃO MORETTI “PROFº THIAGO. Disponível em: <http://exatasjm.blogspot.com/>. Acesso em 28 de março de 2020.

VARELLA, I. G. **Periodicidade nas Oposições de Marte.** Astronomia e Astrofísica. Disponível em: [http://www.uranometrianova.pro.br/astronomia/AA006/opos\\_marte.htm](http://www.uranometrianova.pro.br/astronomia/AA006/opos_marte.htm). Acesso em 28 de março de 2020.