

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática



Fábio Carlos Oliveira Lourenço
Ana Kely Martins da Silva

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
TRIÂNGULOS**

BELÉM/PA
2022

Fábio Carlos Oliveira Lourenço
Ana Kely Martins da Silva

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
TRIÂNGULOS**

Produto educacional apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para o Ensino da Matemática no Ensino Fundamental.

Orientador: Prof. Dr. Ana Kely Martins da Silva. Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

BELÉM/PA
2022

Diagramação e Capa: Os autores
Revisão: Os autores
Conselho Editorial

Profa. Dra. Acylena Coelho Costa
Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva
Prof. Dr. Antonio José Lopes
Prof. Dr. Benedito Fialho Machado
Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha
Profa. Dra. Celsa Herminia de Melo Maranhão
Profa. Dra. Cinthia Cunha Maradei Pereira
Profa. Dra. Claudianny Amorim Noronha
Profa. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz
Prof. Dr. Dorival Lobato Junior
Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira
Profa. Dra. Eliza Souza da Silva
Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo
Profa. Dra. Glaudianny Amorim Noronha
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias
Prof. Dr. Heliton Ribeiro Tavares

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Prof. Dr. José Antonio Oliveira Aquino
Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes
Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento
Prof. Dr. Marcos Antônio Ferreira de Araújo
Prof. Dr. Marcos Monteiro Diniz
Profa. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos
Profa. Dra. Maria Lúcia P. Chaves Rocha
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Prof. Dr. Pedro Franco de Sá
Prof. Dr. Raimundo Otoni Melo Figueiredo
Profa. Dra. Rita Sidmar Alencar Gil
Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Fialho
Profa. Dra. Talita Carvalho da Silva de Almeida

Comitê de Avaliação

Ana Kely Martins da Silva
Pedro Franco de Sá
Elielson Ribeiro de Sales

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Lourenço, Fábio Carlos Oliveira

Uma sequência didática para o ensino de triângulos /Fábio Carlos Oliveira Lourenço, Ana Kely Martins da Silva; Coorientador, Pedro Franco de Sá. – Belém, 2022

Produto educacional vinculado à dissertação “O ensino de triângulos por atividades experimentais” do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, 2022

ISBN: 978-65-84998-04-9

1. Matemática - Estudo e ensino 2. Prática de ensino. 3. Ensino por atividades experimentais. 4. Triângulo - Estudo e ensino. I. Silva, Ana Kely Martins da. II. Sá, Pedro Franco de (coorient.) II. Título.

CDD. 23º ed.516



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: “ENSINO DE TRIÂNGULOS POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS”.

Mestrando (a): **FÁBIO CARLOS OLIVEIRA LOURENÇO**

Data da avaliação: **07/03/2022**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

- () Estudantes do Ensino Fundamental () Estudantes do Ensino Médio
() Professores do Ensino Fundamental () Professores do Ensino Médio
() Outros: _____

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

- () Sequência Didática () Página na Internet () Vídeo
() Texto Didático (alunos/professores) () Jogo Didático () Aplicativo
() Software () Outro: _____

b) *Possui URL:* () Sim, qual o URL: _____
() Não () Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

() Sim () Não. Justifique? _____

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

() Sim () Não. Justifique? _____

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

() Sim () Não. Justifique? _____

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Possui sumário:* () Sim () Não () Não se aplica

b) *Possui orientações ao professor:* () Sim () Não () Não se aplica

- c) *Possui orientações ao estudante:* () Sim () Não () Não se aplica
- d) *Possui objetivos/finalidades:* () Sim () Não () Não se aplica
- e) *Possui referências:* () Sim () Não () Não se aplica
- f) *Tamanho da letra acessível:* () Sim () Não () Não se aplica
- g) *Ilustrações são adequadas:* () Sim () Não () Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

() Sim, onde: Escola Pública Municipal de Ensino Fundamental da cidade de Parauapebas-PA

() Não, justifique: _____

() Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

() Sim, onde: Escolas particulares de EF e na 4ª etapa na Educação de Jovens e Adultos

() Não, justifique: _____

() Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

() Sim, onde: Escola Pública Municipal de Ensino Fundamental da cidade de Parauapebas-PA

() Não, justifique: _____

() Não se aplica

d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

() na escola, como atividade regular de sala de aula

() na escola, como um curso extra

() outro: _____

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

() Alunos do Ensino Fundamental

() Alunos do Ensino Médio

() Professores do Ensino Fundamental

() Professores do Ensino Médio

() outros membros da comunidade escolar, tais como _____

() outros membros da comunidade, tais como _____

O produto educacional foi considerado:

APROVADO

APROVADO COM MODIFICAÇÕES

REPROVADO

MEMBROS DA BANCA

Assinaturas

Profa. Dra. Ana Kely Martins da Silva (Presidente)

Doutora em Educação

IES de obtenção do título: PUC/RJ

Ana Kely Martins da Silva

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Doutor em Educação

IES de obtenção do título: UFRN

Pedro Sá

Prof. Dr. Elielson Ribeiro de Sales

Doutor em Educação Matemática

IES de obtenção do título: UNESP



Documento assinado digitalmente

Elielson Ribeiro de Sales

Data: 07/03/2022 17:30:58-0300

Verifique em <https://verificador.itf.br>

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	9
2. ASPECTOS CURRICULARES DO ENSINO DE TRIÂNGULOS	11
3. ESTUDOS SOBRE TRIÂNGULOS	12
3.1 Resultados e análises sobre o ensino de triângulos	14
4. TRIÂNGULOS	28
4.1 Triângulos: conceitos, propriedades e teoremas	29
4.2 Desigualdade triangular.....	32
4.3 Linhas de um triângulo	33
4.4 Base média de um triângulo.....	35
4.5 Perímetro de um triângulo	37
4.6 Área de um triângulo	38
4.6.1 Conhecendo as medidas dos lados e das respectivas alturas	
38	
4.6.2 Conhecendo apenas os seus lados (Fórmula de Heron).....	39
4.6.3 Conhecendo dois lados e o ângulo formado por esses dois	
lados	42
4.7 Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo Qualquer	44
4.8 Soma dos Ângulos Externos de um Triângulo Qualquer.....	45
5. ASPECTOS HISTÓRICOS	46
6. METODOLOGIA DE ENSINO: ENSINO POR ATIVIDADES	
EXPERIMENTAIS.....	57
6.1 Ensino por Atividades Experimentais	58
6.2 Momentos do Ensino por Atividades Experimentais	60
6.3 Considerações do uso do Ensino de Atividades Experimentais na	
Pesquisa	62

7. ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	63
7.1 Atividade 01.....	63
7.2 Atividade 02.....	64
7.3 Atividade 03.....	66
7.4 Atividade 04.....	68
7.5 Atividade 05.....	70
7.6 Atividade 06.....	72
7.7 Atividade 07.....	74
7.8 Atividade 08.....	76
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	79
9. REFERÊNCIAS	81

1. APRESENTAÇÃO

A discussão sobre o processo de ensino e aprendizagem em matemática, não é novidade, entre especialistas na área, assim como as competências e habilidades dos alunos para que haja um efetivo sucesso no processo educacional. Também as metodologias utilizadas de acordo com os parâmetros curriculares nacionais (PCN's), que ajudam a compreender as dificuldades que o estudante tem em determinadas partes do currículo em matemática.

Temos aliado a essa discussão um rendimento abaixo do esperado dos alunos paraenses no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), segundo os resultados do IDEB de 2017 no qual o estado ficou abaixo da meta, o que torna essa discussão sobre as possíveis dificuldades dos alunos mais importante ainda.

Dificuldades que podem ser atribuídas a uso de metodologias não eficientes, em especial no ensino de triângulos, causando o pouco interesse na disciplina, e em muitos casos o professor se equivoca ao achar que o aluno tenha o mesmo interesse e raciocínio dele pela disciplina.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) direciona algumas competências que contemplam os triângulos dentre elas:

Esses conceitos devem ter destaque nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo. (BRASIL, 2017, p. 270)

Nesse contexto, articulado com nossa atuação 18 anos em sala, sendo 2 anos no ensino superior e 16 anos na Educação Básica e desde 2008 atuo como educador na disciplina Matemática na cidade de Parauapebas, no estado do Pará, nas redes municipal e estadual, cidade na qual será aplicada a pesquisa, nos leva a reflexão desses dados.

A motivação sobre a escolha do tema se deu por ser um tema relevante dentro da disciplina Matemática no ensino fundamental e por ser base de outros assuntos, como a Geometria Espacial no ensino médio. Os alunos do ensino

fundamental vêm demonstrando certas dificuldades e a consequência disso é o baixo desempenho dos alunos.

Para construir essa sequência didática foi necessária uma revisão minuciosa sobre o produto a ser trabalhado, que contribuiu para o norteamento de nosso trabalho e para verificarmos possíveis falhas em metodologias aplicadas aos alunos.

Essa sequência didática é composta por 8(oito) atividades e nos basearemos no ensino por atividades de Sá (2009) para que se tenha uma melhor compreensão sobre o assunto e será o pilar da sequência didática abordada nesse trabalho.

A escolha pelo ensino por atividades se deu por entender que esse tipo de abordagem dá uma boa autonomia ao aluno e possibilita o crescimento gradual do aluno, que pode ser aumentado o nível de dificuldade para ajudar no crescimento do conhecimento desse aluno.

2. ASPECTOS CURRICULARES DO ENSINO DE TRIÂNGULOS

A abordagem de ensino sobre triângulos no ensino fundamental é importante, pois se pode trabalhar com situações problemas em Geometria e em outras da Matemática. Neste sentido, atualmente, no ensino de matemática existe uma grande valorização da geometria constatada nos PCN do Ensino Fundamental, na qual:

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1997, p. 39)

Assim, a principal motivação em se ensinar e pesquisar em geometria é a grande variedade de aplicações e assuntos para serem estudados, destes assuntos destacamos o estudo de triângulos que também recebe grande relevância nas diretrizes da educação brasileira. Segundo Brasil (2016), no estudo de triângulos os estudantes precisam desenvolver habilidades de reconhecimento e comparação por meio de características comuns e diferentes disposições, bem como aplicar as propriedades dos diferentes tipos de triângulos em resolução de problemas do cotidiano, podendo ser enfatizado sua aplicação em outras áreas do conhecimento tais como física, engenharia e geografia.

Apesar de ser um conteúdo de grande relevância dentro da Matemática, a revisão bibliográfica indica que poucos autores brasileiros desenvolvem trabalhos sobre dificuldade de aprendizagem no ensino de triângulos no ensino fundamental, o que torna importante, trabalhos e pesquisas nesse campo. Há muitos trabalhos voltados para o ensino da Geometria.

Como orientação didática sobre o ensino de Geometria do ensino Fundamental anos finais têm a BNCC que destaca a importância da Geometria, pois:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição

e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. (BRASIL, 2017, p. 269)

O ensino de triângulos é desenvolvido em todo o ensino fundamental primeiramente como tópico da área de Geometria, sendo estudado de maneira mais intensa no oitavo e nonos anos. O grau de sucesso de um aluno na matemática escolar dependerá, em grande parte, do significado que esse aluno conseguir atribuir as operações efetuadas, em especial o ensino de triângulos.

O ensino de triângulos é bem relevante para o desenvolvimento matemático do aluno, por isso seu destaque nos currículos da disciplina Matemática, em especial na Geometria.

3. ESTUDOS SOBRE TRIÂNGULOS

Para a real identificação do problema no aprendizado de expressões numéricas e melhor compreensão deste contexto julgamos necessário além de fazer um diagnóstico local, realizar também uma revisão bibliográfica com o intuito de trazer discussões já levantadas a respeito deste tema e sugestões propostas para o ensino de triângulos, juntamente com seus resultados.

Para realização desta revisão de literatura foi adotado as seguintes etapas: busca, seleção, categorização, análise e apresentação de resultados obtidos pelas pesquisas encontradas referentes ao ensino de triângulos.

Para busca e seleção das pesquisas envolvendo o objeto de estudo, utilizou-se “triângulos” e “Ensino de triângulos” como palavras-chave nos repositórios de diversas instituições de ensino superior no Brasil. E baseado nessa análise a questão para ser respondida foi: que propostas existem para o estudo de triângulos, e quais delas utilizam o ensino por atividades. Essa revisão foi feita em um período de um mês entre novembro e dezembro de 2018. Foi realizada a busca em sites de programas de mestrado como o do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Mestrado em Educação ambos da Universidade do Estado do Pará (UEPA) e no catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

(CAPES). Nesses critérios foram encontrados 29 trabalhos, dentre teses, dissertações e artigos. Desses 29 foram selecionados 10.

Os trabalhos descartados não atendiam a critérios como o ensino de triângulos na educação básica, com terem sido publicados de forma mais recente, ou seja, de no máximo, cinco anos atrás, porém alguns trabalhos pela sua importância foram incluídos acima desse tempo. Também ficaram de fora trabalhos que não contemplavam o ensino ou a aprendizagem, e por últimos trabalhos em que a pesquisa não aconteceu em escola pública.

A categorização se deu em duas categorias: Estudos Teóricos e Estudos Experimentais. Os estudos teóricos apresentam um processo investigativo de trabalhos que propõem conceitos e/ou novas ideias para o processo ensino e aprendizagem do ensino em triângulos e os estudos experimentais propõem e realizam atividades voltadas para o ensino de triângulos visando a verificação de potencialidade na aprendizagem dos discentes. A divisão das categorias supracitadas acima teve como objetivo facilitar o processo de entendimento do cenário das pesquisas que existem sobre o ensino de triângulos.

A divisão foi feita de acordo com o quadro abaixo:

Quadro 1: Classificação dos trabalhos

CATEGORIA	AUTOR (ANO)	TÍTULO	NATUREZA	INSTITUIÇÃO
Teóricos	Maia (2008)	A organização praxeológica do objeto triângulo nos livros didáticos da 7ª série do ensino fundamental	Dissertação	UFSC
	Ferreira (2018)	Uma sequência didática para o ensino de relações métricas no triângulo retângulo	Dissertação	UEPA
	Medeiros (2012)	Elaboração de uma sequência didática sobre o conceitos geométricos preliminares ao estudo da trigonometria	Dissertação	UFRN
Experimentais	Gomes (2013)	O ensino das relações trigonométricas no triângulo por atividades	Dissertação	UEPA
	Pirola (1995)	Um estudo sobre a formação de triângulo e paralelogramo em alunos do 1º grau	Dissertação	UNICAMP
	Pereira (2017)	Uma sequência didática para o ensino de semelhanças de figuras	Dissertação	UEPA

		planas		
	Souza (2016)	Trigonometria em triângulos quaisquer com o auxílio de triângulos retângulos	Dissertação	UNIVASF
	Santos (2015)	Processos de ensino e aprendizagem de trigonometria em triângulos quaisquer a partir da engenharia didática	Dissertação	UNIVATES
	Mastronicola (2014)	Trigonometria por apps	Dissertação	UFSCAR
	Costa (2015)	Atividades lúdicas para o ensino de triângulos em aulas de geometria	Dissertação	UFG Catalão

Fonte: Revisão Bibliográfica (2018)

A análise e apresentação de resultados se deram em cada pesquisa de onde foram extraídas informações sobre o objetivo da pesquisa, aportes teóricos e metodológicos, resultados e análises. Foram resumidos em um quadro para realização de análises globais sobre o ensino de triângulos.

3.1 Resultados e análises sobre o ensino de triângulos

O estudo de Maia (2008) teve como objetivo conhecer a Teoria Antropológica do Didático, mais especificamente, a Organização Praxeológica e identificar essa organização do objeto triângulo nos livros didáticos da 7ª série do Ensino Fundamental. Esse estudo foi baseado na condição de existência do objeto triângulo, analisando dois livros didáticos do ensino fundamental. O mesmo mostrou a importância dessa Teoria Antropológica analisando os livros didáticos.

A autora usou como base a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard, utilizando três trabalhos do autor, na qual ele identifica três itens que ele chama de termos primitivos: objetos, instituições e pessoas. A autora mostrou também o que é uma praxeológica.

O trabalho da Autora foi realizado na análise de livros da 7ª série. Os livros são: “Tudo e Matemática” e “Matemática para todos”. A autora procurou pesquisar o que os livros didáticos propõem sobre o ensino de triângulos e qual o lugar de destaque dele nesses livros. A autora fez um estudo para conhecer a

organização didática nos livros sobre triângulos baseando-se na organização praxeológica.

No livro “Tudo é matemática” a autora analisou 4 capítulos da área de Geometria que envolvem o objeto triângulo, e ela afirmou que segundo os princípios gerais da Organização Didática do livro, o autor do livro didático contempla o ensino em espiral, dedução e justificativa dos resultados teóricos e a proposição de um trabalho usando justamente esses resultados teóricos. A seguir a autora detalhou como o objeto triângulo é trabalhado em cada capítulo.

Em seguida fez uma análise sobre o livro “Matemática para todos” no qual destacou que existem seis capítulos que envolvem geometria, porém desses seis capítulos, somente 3 tratam de triângulos de forma específica. A autora afirmou que assim como outro livro, esse livro didático também contempla o ensino em espiral, dedução e justificativa dos resultados teóricos e a proposição de um trabalho usando justamente esses resultados teóricos. A seguir a autora detalhou como o objeto triângulo é trabalhado em cada capítulo.

Baseada na teoria Antropológica do Didático, Maia (2008) concluiu que o estudo permitiu visualizar a Organização Didática e Organização Matemática do objeto triângulo nos livros didáticos analisados. No livro “Tudo é Matemática” autora encontrou 20 tarefas que compõe a Organização Didática. No livro didático “Matemática para todos” foram encontradas cinco tarefas. Também verificou que seis momentos segundo a teoria antropológica foram contemplados. A conclusão também se dá pela Organização Matemática na qual Maia (2008) encontra no primeiro livro 49 tarefas, nas quais se dividem em subtarefas totalizando 72 tarefas. No segundo livro há nove tarefas que se desdobram e subtarefas totalizando 32 tarefas. A autora identificou que o primeiro livro distribuiu melhor os conteúdos trabalhados. Com isso a autora identificou as propriedades do triângulo nessa modalidade de ensino. Por fim deixa três questões em abertos para futuros trabalhos na área.

O trabalho de Ferreira (2018) teve como objetivo uma proposta auxiliar os professores e alunos do ensino básico com uma sequência didática, que

segundo o autor difere da tradicional. Essas atividades são estruturadas e servem para relações métricas no triângulo retângulo, com ênfase em Teorema de Pitágoras.

O trabalho de Ferreira (2018) iniciou com uma revisão em vários trabalhos acadêmicos que dão suporte para o autor aplicar sua metodologia de ensino por atividades. Depois de analisar essas obras ele apresentou as atividades sobre relações trigonométricas. Porém, antes das atividades o autor faz um apanhado histórico sobre relações métricas no triângulo.

Nas suas atividades Ferreira (2018) sugeriu não apresentar os conceitos logo de início, pois teme que os alunos somente memorizem sem significado. Segundo o autor essas atividades devem ter certa estrutura para que seja feita uma análise posterior. Essas atividades têm como base o software Geogebra e possui um total de oito atividades. Os sujeitos dessas atividades são alunos e professores da educação básica. Ainda contou com questões de aprimoramentos, em um total de 23 questões que abordam os conteúdos abordados na sequência.

Por fim Ferreira (2018) concluiu que a metodologia de ensino por atividades é um caminho alternativo no processo de aprendizagem do aluno, no qual ele destaca a eficiência desse processo e espera que essa metodologia auxilie os professores a ter uma aula significativa sem padrões e fórmulas matemáticas para simples memorização.

O trabalho de Medeiros (2012) teve como objetivo organizar e publicar uma sequência didática de atividades direcionadas ao desenvolvimento das habilidades matemáticas e conceitos geométricos que venham a facilitar o estudo de trigonometria.

O objeto de estudo desse trabalho são professores para ajudar a prepará-los a aplicar uma sequência didática, através de um caderno de atividades que a autora elaborou.

Porém antes disso a autora fez uma relação entre geometria e o conceito de trigonometria, e baseado nessas ideias a autora aponta dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. Depois a autora analisou os trabalhos que fundamentam a sua pesquisa e se norteia em três autores para publicar seu caderno de atividades.

Esse caderno de atividades possui cinco atividades, todas voltadas a parte introdutória de trigonometria, e autora espera que esse material auxilie na *prática pedagógica do professor*.

A autora concluiu que um material alternativo é importante para diminuição de dificuldades no ensino de trigonometria e entende que é possível aprofundar a sequência de ensino por ela apresentada, ou aprofundar os exercícios com ajuda de *softwares*.

A pesquisa de Gomes (2013) objetivou verificar como um conjunto de atividades sobre o ensino das Relações Trigonométricas pode favorecer a construção do conhecimento de alunos do 2º ano do ensino médio no processo de ensino e aprendizagem matemática.

Gomes (2013) elaborou uma sequência didática para o ensino de relações trigonométricas no triângulo por meio de atividades, porém, depois de analisar as dificuldades sobre o olhar de alunos e professores.

O público-alvo desse trabalho foram cem alunos de duas escolas da rede estadual o 2º ano do ensino médio da cidade de Abaetetuba e cem professores de Matemática.

A autora mostrou resultados sobre o ensino da trigonometria obtendo informações sobre pesquisas desenvolvidas sobre o tema, para nortear seu desenvolvimento com as atividades propostas.

Com o fim dessa etapa a autora aplicou um questionário a professores da escola pública com o objetivo de analisar o perfil desses educadores. Na etapa seguinte os entrevistados foram os alunos para obter informações sobre o processo de ensino e aprendizagem.

A autora posteriormente aplicou as sequências didáticas e, onde são feitas com 31 alunos de três escolas, fazendo a análise depois do teste ela concluiu a viabilidade de aquisição de conhecimento com seu conjunto de atividades. Ela chegou a essa conclusão pois ele fez um comparativo entre o pré-teste, ou seja, antes da sequência ser aplicada e no pós-teste, ou seja, depois da aplicação da sequência. O quadro feito pela autora detalha bem isso:

Quadro 2: Comparação entre o desempenho dos alunos nos testes aplicados.

Aluno (a)	Números de acertos	
	Pré-Teste	Pós-Teste
Aluno 1	0%	65%
Aluno 2	0%	80%
Aluno 3	0%	75%
Aluno 4	0%	70%
Aluno 5	0%	90%
Aluno 6	0%	85%
Aluno 7	0%	65%
Aluno 9	0%	100%
Aluno 10	0%	50%
Aluno 11	0%	20%
Aluno 12	0%	80%
Aluno 14	0%	70%
Aluno 15	0%	55%
Aluno 16	0%	80%
Aluno 17	0%	60%
Aluno 18	0%	100%
Aluno 19	0%	75%
Aluno 20	0%	65%
Aluno 23	0%	60%
Aluno 25	0%	100%
Aluno 27	0%	50%
Aluno 28	0%	85%
Aluno 30	0%	75%

Fonte: Gomes (2013, p.137)

Por fim concluiu, através dessa sequência, e com suas tabulações, que o ensino por sequência didática possibilita um melhor desempenho dos alunos no processo de aprendizagem em Relações Trigonométricas.

Pirola (1995) fez estudo em ensino e aprendizagem com alunos e professores sobre geometria dando ênfase em conceito de triângulos e quadriláteros, fazendo a conceituação das figuras, analisando as matrizes curriculares e propondo novas metodologias de ensino.

A pesquisa de Pirola (1995) teve como objetivo analisar os conceitos de triângulos e quadriláteros, em relação a três aspectos: definidores, exemplos e não exemplos em alunos de 1º grau (5ª á 8ª séries).

O trabalho do autor inicia com conceitos matemáticos sobre polígonos e triângulos e nisso ele destaca trabalhos de alguns autores da área de conceitos. O autor aplicou questionários às crianças dessas séries e testes e fez uma análise sobre esses resultados.

O público-alvo foram 137 alunos de 5 a 8ª série do ensino fundamental na cidade de Vargem Grande do Sul, no estado de São Paulo, em uma escola padrão da rede pública. Essa distribuição ficou dessa forma:

Quadro 3: Distribuição de alunos por série

SÉRIE	F = Nº ALUNOS	F ACUMULADA	%
5ª	32	32	23
6ª	33	65	24
7ª	34	99	25
8ª	38	137	28
TOTAL	137		100

Fonte: Pirola (1995, p. 74)

Através da sua pesquisa Pirola chegou a alguns dados interessantes, como por exemplo, que somente 1,5% dos alunos das quatro séries identificaram que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180° . E na 7ª série apareceu em 5,9% dos alunos pesquisados. O autor mostrou também que 5,8% dos alunos forneceram a definição de triângulo equilátero para o conceito de triângulo sendo que na 6ª série é mais frequente com 9,1%. Com relação a desenho de tipos de triângulos, o autor chegou aos seguintes números: alunos da 8ª série desenharam mais triângulos retângulos 66%, enquanto os que da sétima série desenharam mais isósceles (76,5%) e equiláteros (70,6%). Já os da sexta série desenharam mais triângulos isósceles 81,8% enquanto a 5ª série não conseguiu desenhar tipos diferentes de triângulos.

O autor concluiu que alunos de séries mais adiantadas possuem conceitos de triângulos e polígonos de forma menos satisfatória do que os alunos de séries menos adiantadas, quando esses são analisados em termos de atributos definidores. O autor sugeriu que essa pesquisa pode auxiliar o

professor a desenvolver um trabalho para que os estudantes possam compreender melhor alguns conceitos geométricos.

O trabalho de Pereira (2017) teve como objetivo avaliar as potencialidades de uma sequência didática sobre o ensino de semelhança de figuras planas de modo que possa favorecer a construção de conhecimento para os alunos.

Sujeitos dessa pesquisa foram alunos de um 9º ano de uma escola pública na cidade Vigia no estado do Pará e professores de Matemática.

Como metodologia Pereira (2017) utilizou Engenharia Didática através das seguintes etapas: Análise Prévias; Concepção e Análise *a priori*; Experimentação e Análise *a Posteriori*; Validação. Após levantamento sobre dificuldades da temática apresentada o autor aplicou uma consulta aos alunos do 9º ano do ensino fundamental. Depois aplicou testes e uma sequência didática para 40 alunos de uma escola pública no ensino fundamental na cidade de Vigia no interior do Pará.

Para técnica de análise o autor utilizou a abordagem microgenética das interações verbais entre professor/pesquisador e alunos e o desempenho dos alunos com outros alunos de uma turma de controle. Houve comparação entre as análises *a priori* e *a posteriori*.

O autor utilizou os resultados de comparação, no qual ele considera como validação da sequência comparando as hipóteses através de quadros, nos quais é observada de forma positiva e os alunos aplicaram de forma positiva os conceitos.

Os resultados nos testes apontaram um percentual de acerto de 80,33%, e o autor identifica problemas com números decimais da turma em que foi feito o experimento. O autor mostra esses acertos através do quadro:

Quadro 4: Desempenho dos alunos da turma do experimento

Aluno	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Acertos %
A1	×	✓	✓	✓	×	✓	66,66
A2	✓	✓	✓	✓	×	✓	83,33
A3	✓	×	✓	✓	✓	✓	83,33
A4	✓	×	✓	✓	×	✓	66,66
B1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	100
B2	✓	×	✓	×	✓	✓	66,66
B3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	100
B4	✓	✓	✓	✓	✓	✓	66,66
C1	✓	✓	✓	✓	×	✓	83,33
C2	✓	✓	✓	✓	×	✓	83,66
C3	✓	×	✓	×	✓	✓	66,66
C4	✓	✓	✓	×	×	✓	66,66
D1	✓	✓	✓	×	×	✓	66,66
D2	✓	✓	✓	✓	×	✓	83,33
D3	✓	✓	✓	✓	×	✓	83,33
D4	✓	✓	✓	✓	×	✓	83,33
E1	✓	✓	×	✓	✓	✓	66,66
E2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	100
E3	✓	✓	✓	✓	○	✓	83,33
E4	×	✓	✓	✓	✓	✓	83,33

Fonte: Pereira (2017, p.122)

Também observou que a diferença entre a turma que recebeu a sequência didática e a turma que não recebeu foi grande. O índice de acerto no teste foi de 48,71%. O quadro abaixo mostra o índice dessa turma na qual o autor se refere como turma de controle:

Quadro 5: Desempenho dos alunos da turma de controle

Aluno	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Acertos %
TC1	×	✓	✓	✓	×	✓	66,66
TC2	✓	✓	✓	×	×	✓	66,66
TC3	✓	×	×	×	×	✓	33,33
TC4	✓	×	×	×	×	✓	33,33
TC5	✓	×	×	×	×	✓	33,33
TC6	✓	✓	✓	×	×	✓	66,66
TC7	✓	×	✓	✓	×	✓	66,66
TC8	✓	×	×	✓	×	×	33,33
TC9	×	×	✓	✓	×	✓	50
TC10	×	✓	×	✓	×	✓	50
TC11	×	✓	×	×	✓	×	33,33
TC12	×	×	✓	✓	×	×	33,33
TC13	×	×	✓	✓	✓	✓	66,66

Fonte: Pereira (2017, p.125)

Com isso Pereira (2017) concluiu que o ensino de Geometria ainda discorre muito pelo método tradicional, com uma forte ferramenta que é usada: O livro didático. Porém depois de aplicada a sequência ele conclui que o desempenho dos alunos em semelhança de figuras planas aumenta consideravelmente, e contou com a participação maior dos alunos. Por fim sugere a continuação da pesquisa para que seja feita com outra amostra de alunos.

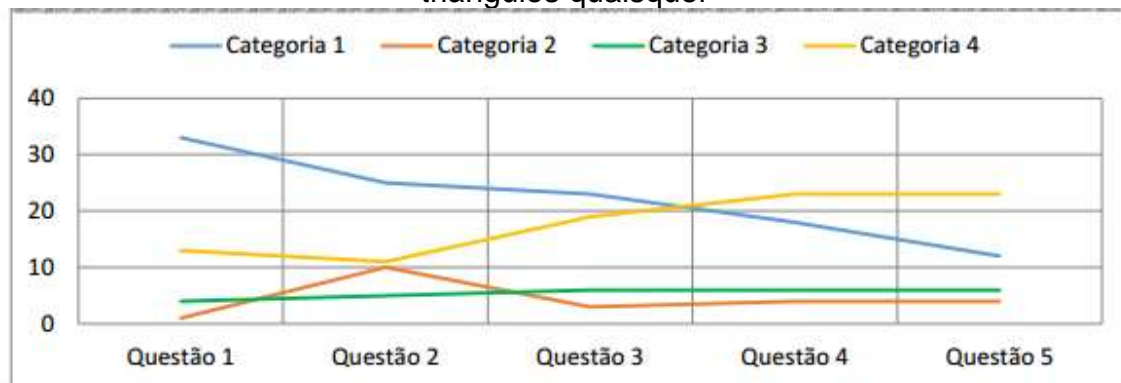
O estudo de Souza (2016) teve como objetivo buscar uma alternativa a abordagem que os livros didáticos fazem para a resolução de triângulos quaisquer através de uma abordagem que privilegia a compreensão e reflexão dos conteúdos.

Os sujeitos dessa pesquisa foram alunos 51 alunos da 2ª série do ensino médio: 25 alunos de uma escola filantrópica da cidade de Andorinha na Bahia e 26 alunos de uma escola estadual de Petrolina em Pernambuco.

Como Metodologia Souza (2016) utiliza uma pesquisa qualitativa, na qual ele conceituou como pesquisa Participante. Ele dividiu essa metodologia em cinco partes: Abordagem da pesquisa, Tipo de pesquisa, Lócus da pesquisa,

sujeitos da pesquisa e instrumentos da coleta de dados. Para a coleta o autor abordou os alunos para que resolvessem 5 questões na qual ele dividiu em quatro categorias. O gráfico abaixo ilustra os resultados em que o autor chegou:

Gráfico 1: Resultado geral das questões das relações trigonométricas em triângulos quaisquer



Fonte: Souza (2016, p. 79)

As categorias na qual o autor apresenta no gráfico são as seguintes: Categoria 1 composta de alunos que acertaram completamente a questão; categoria 2, composta por alunos que acertaram a abordagem porém erraram cálculos ou alguma abordagem algébrica; categoria 3 que é a categoria onde alunos souberam utilizar um triângulo retângulo corretamente, porém ,não acertaram os outros; por fim a categoria 4, na qual os alunos não souberam utilizar nenhum triângulo, ou erraram tudo ou deixaram em branco. Ao analisar os resultados o autor considerou que os resultados foram bons para as três primeiras questões, pois o índice de acerto nessas questões foi bastante significativo. Já nas duas últimas questões esse número diminui, porém o autor considerou significativos os resultados por se tratar de uma abordagem alternativa ao que é abordado no livro didático.

Em cima dos dados o autor concluiu que houve uma boa aceitação por parte dos alunos que fizeram parte da atividade e que essa mesma abordagem se mostrou eficiente para auxiliar os alunos no assunto. E propõe que em novos trabalhos de matemática se trabalhe além das abordagens tradicionais em ensino da matemática, abordagens intuitivas.

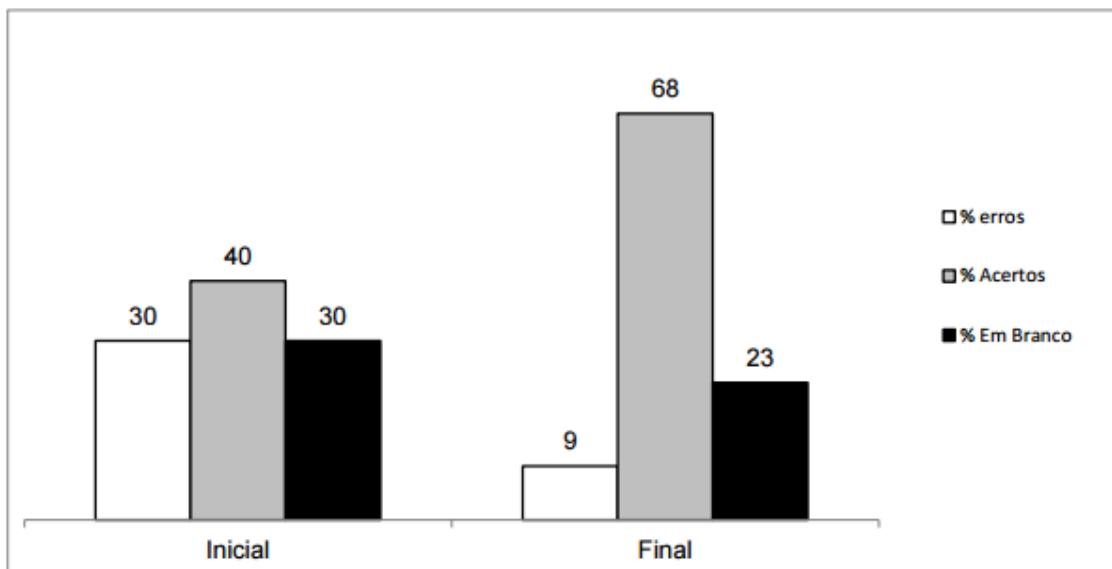
Em seu trabalho, Santos (2015) teve como objetivo investigar a produtividade de uma sequência didática relacionada ao tema trigonometria em triângulos quaisquer, em uma turma de segundo ano.

Os sujeitos dessa pesquisa foram 30 alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola estadual do município de Santana no Amapá e como metodologia a autora utilizou a Engenharia Didática através das seguintes etapas: Análise Prévia; Concepção e Análise *a priori*; Experimentação e Análise *a Posteriori*; Validação. Após levantamento sobre dificuldades da temática apresentada a autora aplicou uma consulta aos alunos do 2º ano do ensino médio. Depois aplicou testes e uma sequência didática para 30 alunos de uma escola pública no ensino fundamental na cidade de Santana no estado do Amapá.

A autora buscou analisar os resultados através do tratamento estatístico dos dados obtidos, através da comparação percentual dos resultados dos testes e análise dos erros dos testes. Com isso a autora considera que a sequência foi validada.

Esses resultados comparados mostram que houve uma melhora significativa no desempenho dos alunos. O índice de acertos subiu de 40% para 68%, o número de questões em branco caiu de 30% para 23% e o índice de erros caiu de 30% para 9%. O gráfico abaixo ilustra os números:

Gráfico 2: Comparativo entre os testes final e inicial



Fonte: Santos (2015, p. 93)

A autora concluiu, que através da Engenharia Didática, pode diagnosticar e compreender dificuldades que os alunos apresentavam durante situações apresentadas, que a Engenharia Didática é um processo contínuo de construção de conhecimento e investigação metodológica.

Em seu trabalho Mastronicola (2014) teve por objetivo mostrar uma experiência de aplicações de atividades alternativas ao ensino tradicional de trigonometria no ensino no 9º ano do ensino fundamental. A motivação veio pela constatação, pela autora, das dificuldades enfrentadas pelos alunos ao se depararem com um amontoado de fórmulas.

Os sujeitos da pesquisa foram 51 alunos do 9º ano de uma escola Municipal da cidade de Cedral, no estado de São Paulo divididos em duas turmas: 30 na turma A e 21 na turma B.

Como metodologia a autora utiliza a Engenharia Didática através das seguintes etapas: Análise Prévia; Concepção e Análise a *priori*; Experimentação e Análise a *Posteriori*; Validação. Após levantamento sobre dificuldades da temática apresentada a autora aplicou uma consulta aos alunos do 9º ano do ensino fundamental. Depois aplicou testes e uma sequência didática para esses alunos, através do software *Geogebra*.

A experimentação foi feita da seguinte maneira: A autora propôs atividades em sala de aula, nas quais era permitido o uso da calculadora de onde ela tira algumas conclusões, depois propôs atividade no laboratório de informática na qual ela utilizou o aplicativo *Geogebra*. E por último ela propõe uma pesquisa externa onde os alunos medem uma estátua da cidade.

Para analisar os dados a autora utilizou folhas com conteúdos e pediu que os alunos de forma autônoma anotassem suas observações. Com isso a autora avalia que os alunos mostraram interesse pelas atividades, tanto nas atividades em sala, como as outras que foram mais práticas. Porém a autora não tabulou os resultados da comparação entre os dados do teste.

A autora conclui que o uso de tecnologias incentivou e motivou os alunos, visto que toda essa tecnologia utilizada pela mesma na sua pesquisa está próxima à realidade de muitos alunos e por isso promoveu uma aprendizagem significativa.

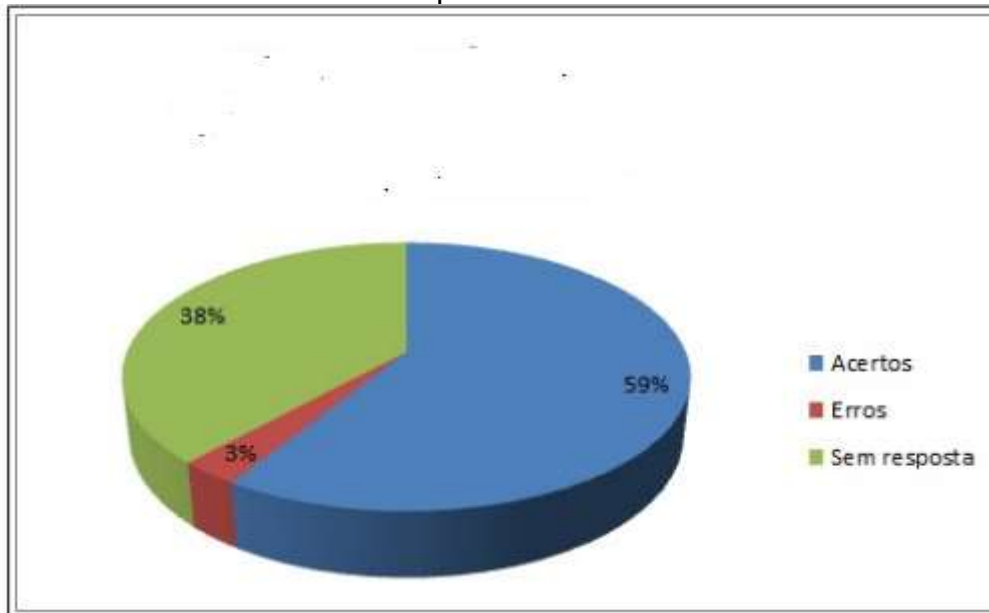
Em seu trabalho Costa (2015) teve como objetivo reconhecer métodos e metodologias que buscam sanar dificuldades no processo ensino e aprendizagem na área de geometria.

A autora usou como sujeitos alunos do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade satélite de Planaltina no Distrito Federal, num total de 34 alunos, aplicando um questionário socioeconômico para analisar o perfil da turma. Como metodologia a autora fez uso de material concreto e também aplicou o uso de redação matemática. Para fazer essas aplicações a autora trabalhou com aulas anteriores ao processo.

A autora analisou parte de seu trabalho através de gráficos estatísticos e usou questionários sobre fundamentos de geometria, para depois aplicar uma redação matemática. Com algumas dessas atividades os alunos puderam conceituar alguns elementos sobre triângulos e depois era feita a conceituação. Depois aplicou uma atividade para que os alunos comprovassem a desigualdade triangular. Por fim a autora compara os resultados dos questionários inicial e final e conclui que houve um bom aproveitamento na sua metodologia comparando os dois resultados, e autora considera que houve uma melhor assimilação dos

conteúdos. A autora utilizou três gráficos para ilustrar os resultados de sua pesquisa: O primeiro se refere as três primeiras questões:

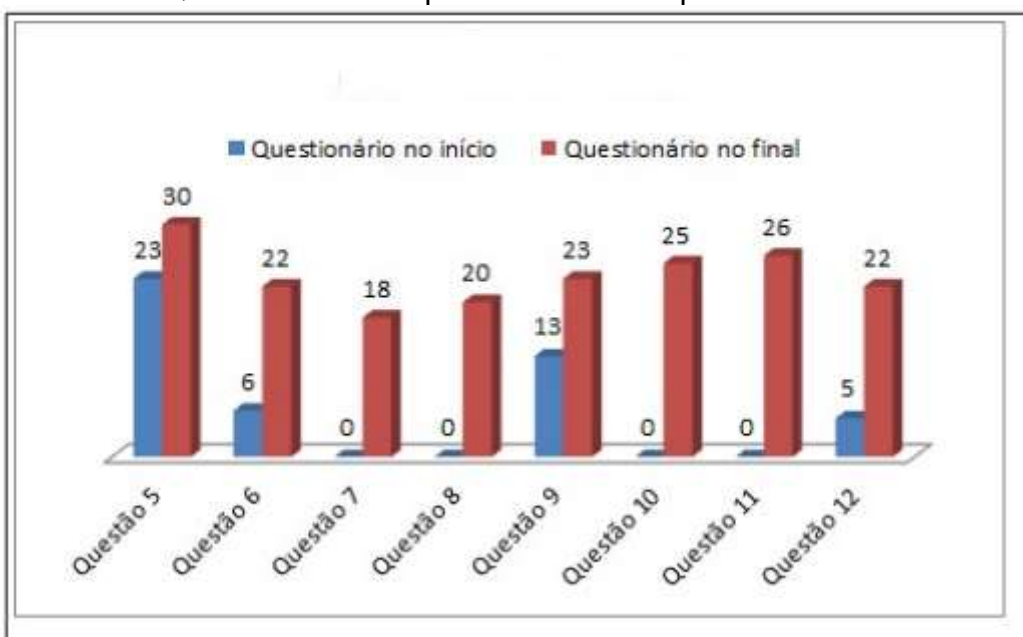
Gráfico 3: Resultados das três primeiras questões da segunda parte do questionário.



Fonte: Costa (2015, p. 51)

No segundo gráfico a autora comparou os dois testes aplicados no início e no fim dos encontros, através do número de acertos, considerando da quinta a décima segunda questões :

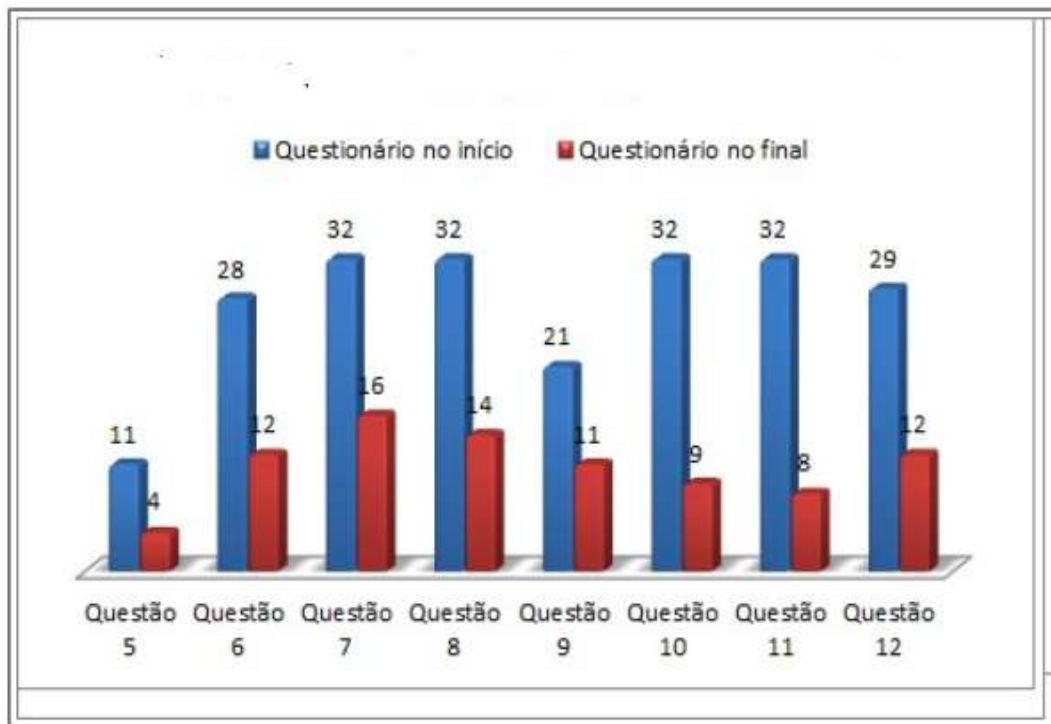
Gráfico 4: Quantidades de repostas certas no questionário inicial e final



Fonte: Costa (2015, p. 63)

E no gráfico a seguir a autora considerou somente erros e questões sem responder, considerando da quinta a décima segunda questão:

Gráfico 5: Quantidade de questões erradas ou sem responder no questionário inicial e final



Fonte: Costa (2015, p. 64)

Por fim Costa (2015) concluiu que a metodologia e métodos aplicados são eficientes para melhora do processo ensino e aprendizagem, pois contribuiu para o maior comprometimento do aluno nas atividades. Considerou que a aula passou ser mais significativa e que o sujeito (aluno) passou a ser ativo no processo. Ela sugere um maior aprofundamento do professor ao assunto de geometria para administrar bem o conteúdo.

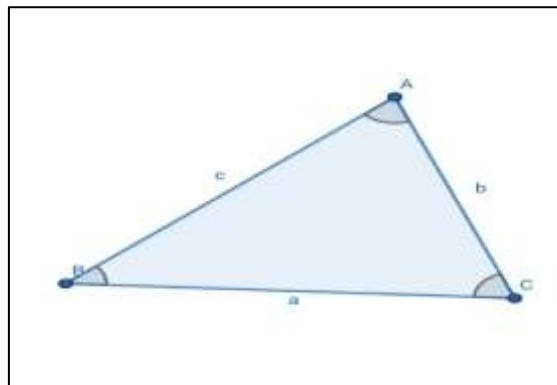
4. TRIÂNGULOS

Nessa seção será abordado o conteúdo do objeto matemático da pesquisa: o triângulo, que será apresentado de forma mais detalhada. Essa abordagem será de forma mais profunda para que auxilie na formação do professor. Serão feitas a abordagem matemática e o contexto histórico.

4.1 Triângulos: conceitos, propriedades e teoremas

Definição. Sejam os pontos A, B e C pontos não colineares (isto é, pontos que não pertencem a uma mesma reta), a união dos segmentos formados AB, AC e BC são chamadas de triângulo ABC.

Figura 1: Triângulo



Fonte: Autor (2022)

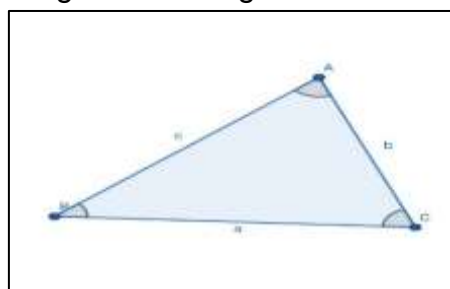
São elementos de um triângulo:

- **Vértices:** são os pontos A, B e C.
- **Lados:** \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} .
- **Ângulos internos:** $\hat{A}BC$, $\hat{A}CB$ e $\hat{B}AC$.

A classificação dos triângulos em relação aos lados é da seguinte maneira:

- **Escaleno:** é um triângulo que possui os três lados não congruentes, ou seja, possui os três lados com medidas diferentes.

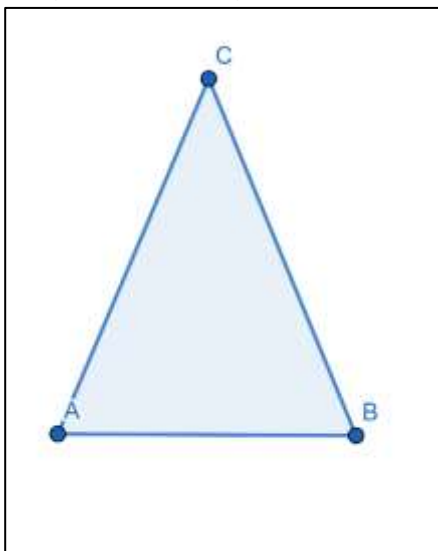
Figura 2: Triângulo Escaleno



Fonte: Autor (2022)

- **Isósceles:** é um triângulo que possui dois lados congruentes, ou seja, de mesma medida. O lado não congruente é chamado de base.

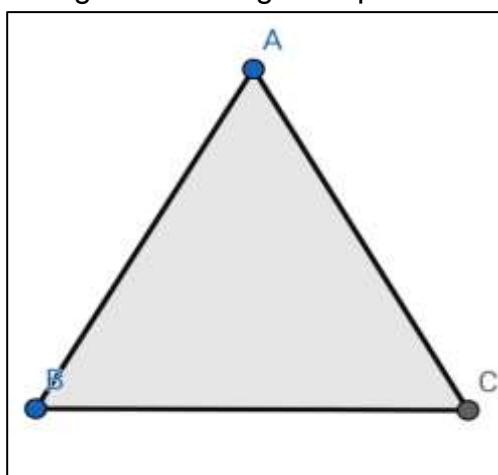
Figura 3: Triângulo Isósceles



Fonte: Autor (2022)

- **Equilátero:** é um triângulo que possui os três lados congruentes, ou seja, os três lados de mesma medida.

Figura 4: Triângulo Equilátero

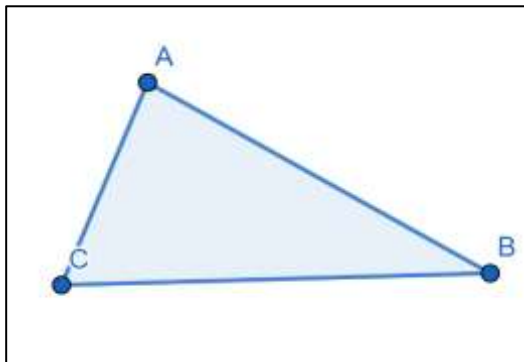


Fonte: Autor (2022)

A classificação dos triângulos em relação aos ângulos acontece da seguinte forma:

- **Acutângulo:** possui os três ângulos agudos.

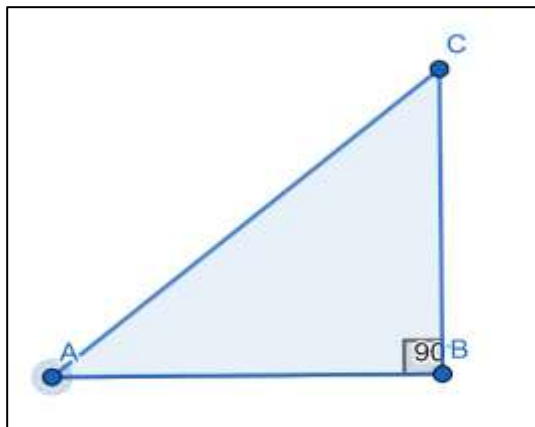
Figura 5: Triângulo Acutângulo



Fonte: Autor (2022)

- **Retângulo:** possui um ângulo reto.

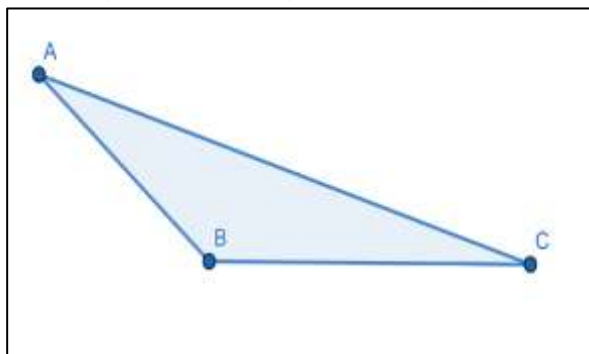
Figura 6: Triângulo Retângulo



Fonte: Autor (2022)

- **Obtusângulo:** possui um ângulo obtuso, ou seja, maior que 90° .

Figura 7: Triângulo Obtusângulo



Fonte: Autor (2022)

4.2 Desigualdade triangular

Para a demonstração do teorema da desigualdade triangular, é necessário o conhecimento dos teoremas que serão descritos a seguir:

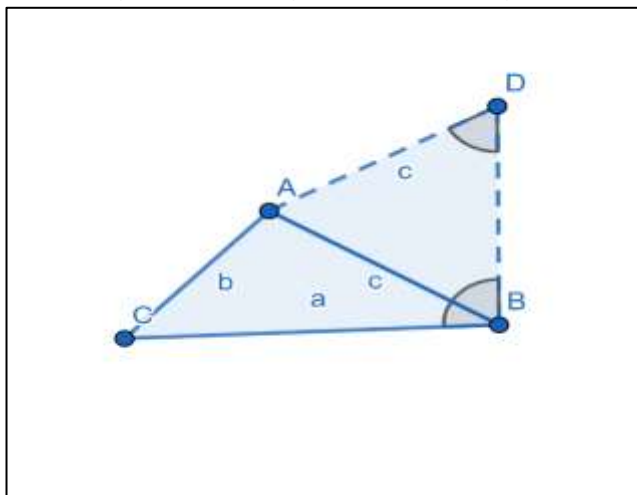
Teorema 1: *Se dois lados de um triângulo não são congruentes, então os ângulos opostos a eles não são congruentes e o maior deles está oposto ao maior lado.*

Teorema 2: *Se dois ângulos de um triângulo não são congruentes, então os lados opostos a ele não são congruentes e o maior deles está oposto ao maior ângulo.*

Teorema 3: *Em um triângulo a soma das medidas de dois lados é sempre maior que a medida do maior lado. (Desigualdade triangular)*

Demonstração:

Figura 8: Desigualdade Triangular



Fonte: (Autor 2022)

Hipótese: a, b e c são lados de um triângulo

Tese: $a < b + c, b < a + c, c < a + b.$

Considere um triângulo ABC e sejam a, b e c os seus lados. Seja D o ponto que pertence a semirreta \overrightarrow{CA} tal que $AB = AD$ conforme a figura. Então temos que:

$$\overline{DC} = \overline{DA} + \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AC}$$

Note que o triângulo ABD é isósceles de base BD, e por consequência os ângulos $\hat{A}BD$ e $\hat{A}DB$ são congruentes.

Observando a figura, tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{C}BD &= \hat{C}BA + \hat{A}BD = \hat{C}BA + \hat{A}DB = \hat{C}BA + \hat{C}DB \\ \hat{C}BD &> \hat{C}DB \end{aligned}$$

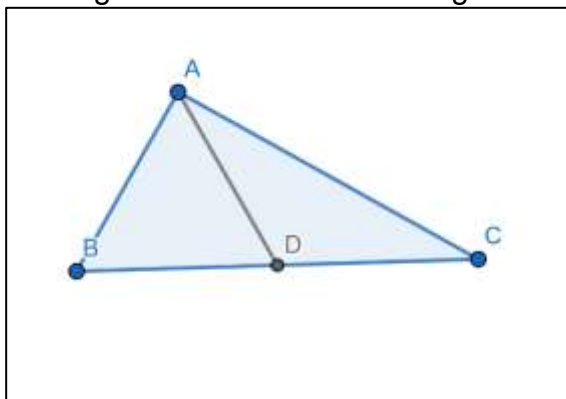
Através do teorema 2, temos que o maior lado se opõe ao maior ângulo, e como $\hat{C}BD > \hat{C}DB$ logo $c + b < a$. Por analogia os outros casos são demonstrados.

Com isso, a soma das medidas de dois lados de um triângulo é sempre maior que a medida do terceiro lado.

4.3 Linhas de um triângulo

MEDIANA DE UM TRIÂNGULO: É um segmento de reta que possui extremidades em um dos vértices do triângulo e no ponto médio do lado oposto a esse vértice, conforme a figura 9.

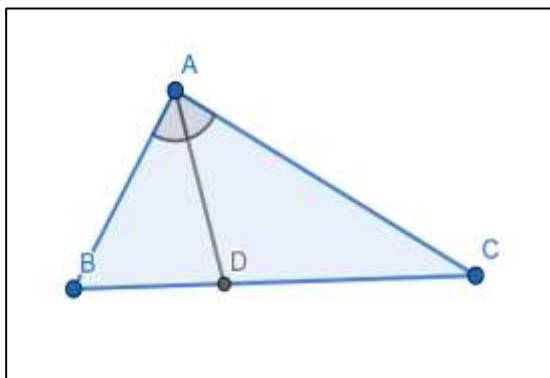
Figura 9: Mediana do Triângulo



Fonte: Autor (2022)

BISSETRIZ INTERNA DE UM TRIÂNGULO: É o segmento de reta que divide o ângulo interno em duas medidas congruentes e suas extremidades são no vértice e no lado oposto no ângulo, conforme a figura

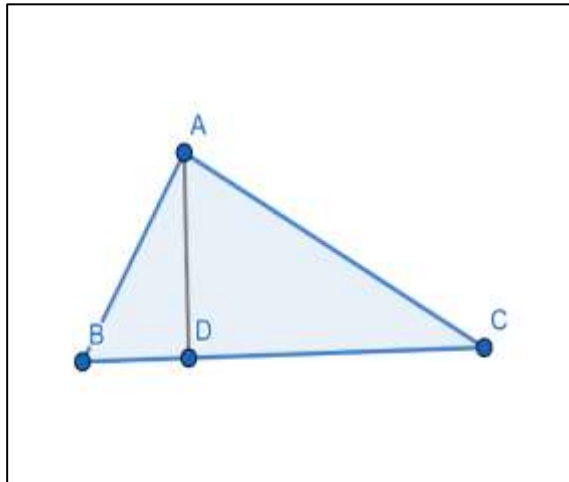
Figura 10: Bissetriz de um triângulo



Fonte: Autor (2022)

ALTURA DE UM TRIÂNGULO: É um segmento de reta que é perpendicular a um lado do triângulo, mas pode ser perpendicular ao seu prolongamento, sendo traçada a partir do vértice oposto, conforme figura.

Figura 11: Altura de um triângulo



Fonte: Autor (2022)

4.4 Base média de um triângulo

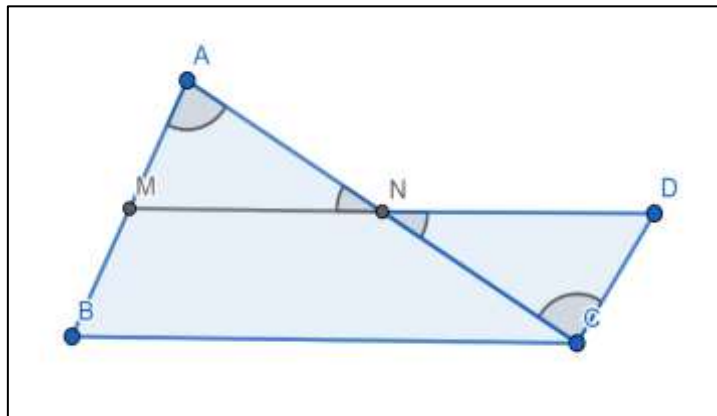
TEOREMA: Se um segmento tem extremidades nos pontos médios de dois lados de um triângulo, então:

1. Ele é paralelo ao terceiro lado;
2. Ele é a metade do terceiro lado.

Demonstração:

Seja um triângulo ABC, conforme a figura 12.

Figura 12: Base Média de um triângulo



Fonte: Autor (2022)

Hipótese: \overline{AM} é congruente a \overline{MB} e \overline{AN} é congruente a \overline{NC} , então:

Tese: \overline{MN} é paralelo a \overline{BC} ;

\overline{MN} é metade do segmento \overline{BC} .

Tracemos uma reta pelo vértice C, de modo que essa reta seja paralela ao segmento \overline{AB} e seja D o ponto de interseção com o segmento \overline{MN} , de modo que \overline{CD} é paralelo a \overline{AB} .

Sendo \overline{CD} paralelo a \overline{AB} então o ângulo \hat{A} é congruente ao ângulo \hat{C} .

Como o ângulo \hat{C} é congruente ao ângulo \hat{A} , o segmento \overline{AN} é congruente ao segmento \overline{CN} , já que o ângulo \hat{N} é oposto pelo vértice. Então o triângulo AMN é congruente ao triângulo CDN pelo caso ALA de congruência de triângulos. Note que o segmento \overline{CD} é congruente ao segmento \overline{AM} , e note também que o segmento \overline{CD} é congruente ao segmento \overline{MB} .

Sendo o segmento \overline{CD} paralelo ao segmento \overline{MB} e como \overline{CD} é congruente a \overline{MB} , temos que MBCD é paralelogramo, e com isso, \overline{MD} é paralelo a \overline{BC} . Portanto \overline{MN} é paralelo a \overline{BC} .

Temos também que:

O triângulo AMN é congruente ao triângulo CDN, logo \overline{MN} é congruente a \overline{DN} e também MBCD é paralelogramo, logo \overline{MD} é congruente a \overline{BC} . Então temos: $2 \cdot \overline{MN} = \overline{BC}$. Portanto: $\overline{MN} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC}$.

ii) Se um segmento paralelo a um lado de um triângulo tem uma das extremidades no ponto médio de um lado e a outra extremidade no terceiro lado, logo esta extremidade é ponto médio do terceiro lado.

Considere o triângulo ABC da figura acima.

Hipótese: Se \overline{MN} é paralelo a \overline{BC} , com $\overline{AM} = \overline{MB}$, e ainda $N \in \overline{AC}$.

Tese: Então $\overline{AN} \equiv \overline{NC}$

Demonstração:

Considere N_1 um ponto médio do segmento \overline{AC} , por i, temos que $\overline{MN_1}$ é paralelo a \overline{BC} . Pelo postulado das paralelas, a reta paralela a \overline{BC} que passa por M é única, e como consequência temos que: $\overline{MN_1} = \overline{MN}$. Note que $\overline{MN_1}$ e \overline{MN} interceptam o segmento \overline{AC} em N_1 e N, respectivamente e com isso temos que $N_1 = N$. Portanto $\overline{AN} = \overline{NC}$.

4.5 Perímetro de um triângulo

A palavra perímetro que tem sua origem grega: “*Peri*” significa “em volta de” e “*métron*” significa “medida”.

O *perímetro* de um polígono qualquer é dado pela soma das medidas dos lados, e é denotado por $2p$. Tem-se também o *semiperímetro* que é dado pela metade da medida do perímetro de um polígono qualquer, e é denotado por p . Considerando as notações da figura XX, então o perímetro e o semiperímetro de um triângulo ABC são dados pelas expressões:

$$2p = a + b + c \quad \text{e} \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

4.6 Área de um triângulo

Nessa seção será apresentada algumas fórmulas da área de um triângulo. Essa figura geométrica de suma importância no campo da Geometria, pode ter sua área calculada de várias formas, dependendo dos elementos que são conhecidos. A mais conhecida é a fórmula da área da região triangular que é dada pela metade do produto da medida da base pela medida da altura.

4.6.1 Conhecendo as medidas dos lados e das respectivas alturas

Proposição: A área de um triângulo ABC qualquer é a metade da medida do comprimento do lado pela medida da altura relativa a esse lado.

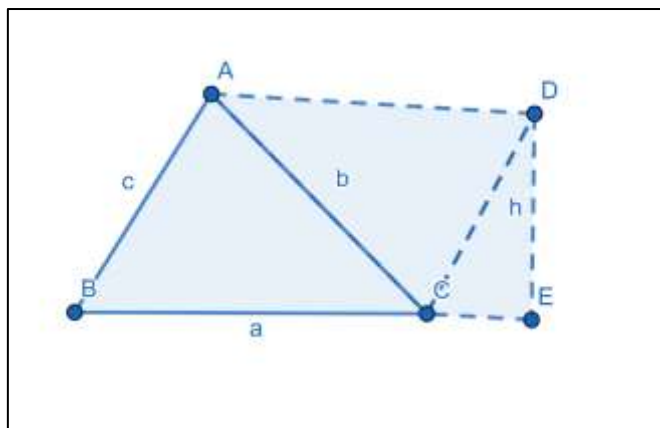
Seja ABC um triângulo qualquer com medidas $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ e seja h_a , h_b e h_c as alturas relativas respectivamente, aos lados a, b e c de acordo com a figura. A área do triângulo ABC é dada pela expressão:

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Demonstração:

Vamos traçar uma reta paralela ao lado AB, partindo do vértice C, e partindo do vértice B uma reta paralela ao lado AC, logo essas duas retas se interceptam em um ponto D, conforme a figura. Logo, forma um paralelogramo ABDC e dois triângulos ABC e CDB que são congruentes.

Figura 13: Área do triângulo



Fonte: Autor (2022)

A área do paralelogramo, por definição, é o produto da medida do comprimento do lado pela altura relativa a esse lado.

Então temos:

$$ABDC = ABC + CDB \text{ e } ABC = CDB, \text{ logo}$$

$$ABC = \frac{1}{2} ABDC$$

Note também que a altura relativa ao vértice C, do triângulo ABC também é altura do paralelogramo ABDC relativa a lado AB, o que completa a demonstração.

As outras igualdades são demonstradas de maneira análoga.

Observação:

Em um triângulo equilátero de lado a a sua altura é dada por $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, então sua área é dada por:

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ logo}$$

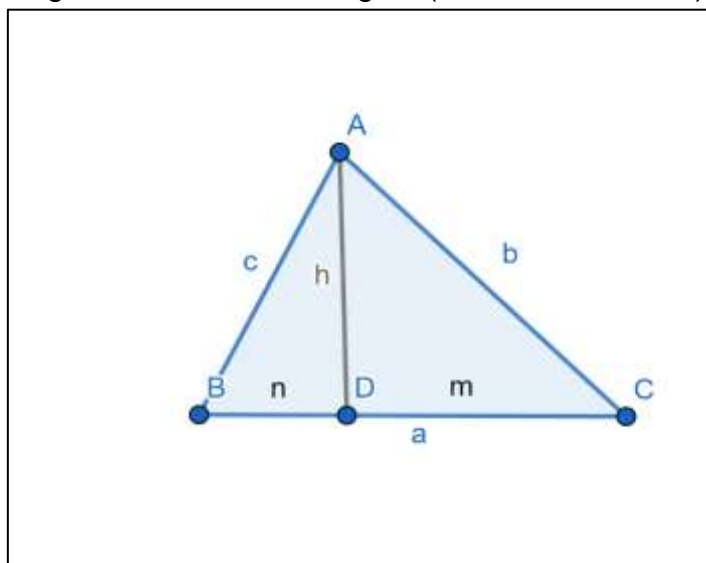
$$S = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{4}$$

4.6.2 Conhecendo apenas os seus lados (Fórmula de Heron)

Se um triângulo possui lados de medidas a , b e c e seu perímetro é dado pela expressão $2p = a + b + c$, então a área do triângulo ABC é dada pela expressão:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Figura 14: Área do triângulo (Fórmula de Heron)



Fonte: Autor (2022)

Demonstração:

Na figura acima, considere os dois triângulos e aplique o Teorema de Pitágoras. Então tem-se:

$$b^2 = h^2 + n^2 \quad (\text{I})$$

$$c^2 = h^2 + m^2 \quad (\text{II})$$

Fazendo (II) – (I) obtém-se:

$$c^2 - b^2 = h^2 + m^2 - h^2 - n^2$$

$$c^2 - b^2 = m^2 - n^2 = (m + n)(m - n) = a(m - n)$$

$$m - n = \frac{c^2 - b^2}{a}$$

Temos que $a = m + n$, por isso, seja o sistema:

$$\begin{cases} m + n = a \\ m - n = \frac{c^2 - b^2}{a} \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, tem-se que:

$$m = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2a} \text{ e } n = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} \quad (\text{III})$$

Como $2p = a + b + c$, tem-se:

$$(i) a + b - c = a + b + c - 2c = 2p - 2c = 2(p - c)$$

$$(ii) a + c - b = a + b + c - 2b = 2p - 2b = 2(p - b)$$

$$(iii) b + c - a = a + b + c - 2a = 2p - 2a = 2(p - a)$$

Considerando que:

$$S = \frac{ah}{2}$$

$$S^2 = \frac{a^2 h^2}{4} = \frac{1}{4} a^2 (b^2 - n^2) = \frac{1}{4} a^2 (b + n)(b - n)$$

Usando (III) não na última igualdade tem-se:

$$S^2 = \frac{1}{4} a^2 \left(b + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} \right) \left(b - \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} \right)$$

$$S^2 = \frac{1}{4} a^2 \left(\frac{2ab + a^2 + b^2 - c^2}{2a} \right) \left(\frac{2ab - a^2 - b^2 + c^2}{2a} \right)$$

$$S^2 = \frac{1}{4}a^2$$

$$S^2 = \frac{1}{16}[(a+b+c)(a+b-c)][(c-a+b)(c+a-b)].$$

Agora substituindo (i),(ii) e (iii) na última igualdade tem-se:

$$S^2 = \frac{1}{16}[2(p-c)2p][2(p-a)2(p-b)]$$

$$S^2 = \frac{1}{16}16p(p-a)(p-b)(p-c)$$

$$S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$$

Com isso:

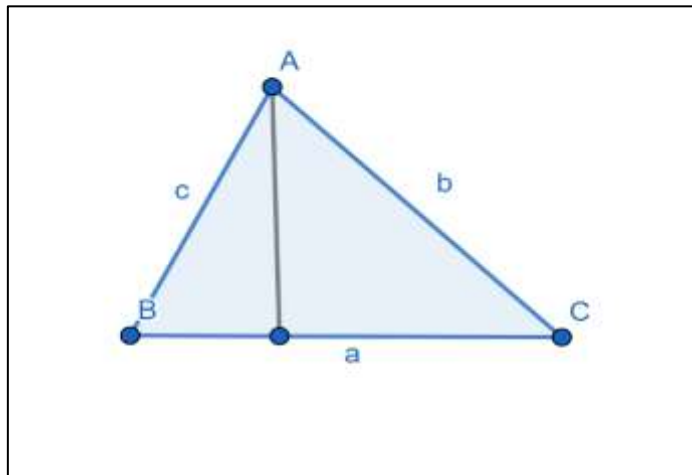
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

4.6.3 Conhecendo dois lados e o ângulo formado por esses dois lados

A área de um triângulo ABC qualquer é dada pelo semiperímetro das medidas dos dois lados pelo seno do ângulo que eles formam entre si, ou seja:

$$S = \frac{absen\hat{C}}{2} = \frac{acsen\hat{B}}{2} = \frac{bc sen\hat{A}}{2}$$

Figura 15: Área do Triângulo conhecendo dois lados e o ângulo



Fonte: Autor (2022)

Demonstração:

Considere a altura h , que é relativa a lado BC, e o ponto M formando da altura h com o lado BC. Agora se aplica razões trigonométricas no triângulo BMA da figura, logo:

$$\text{sen}\hat{B} = \frac{h}{c} \quad \Rightarrow \quad h = c\text{sen}\hat{B} \quad (\text{I})$$

Também temos que a área do triângulo ABC é denotada por:

$$S = \frac{ah}{2} \quad (\text{II})$$

Agora substituindo (I) em (II) tem-se:

$$S = \frac{acs\text{en}\hat{B}}{2} \quad \therefore$$

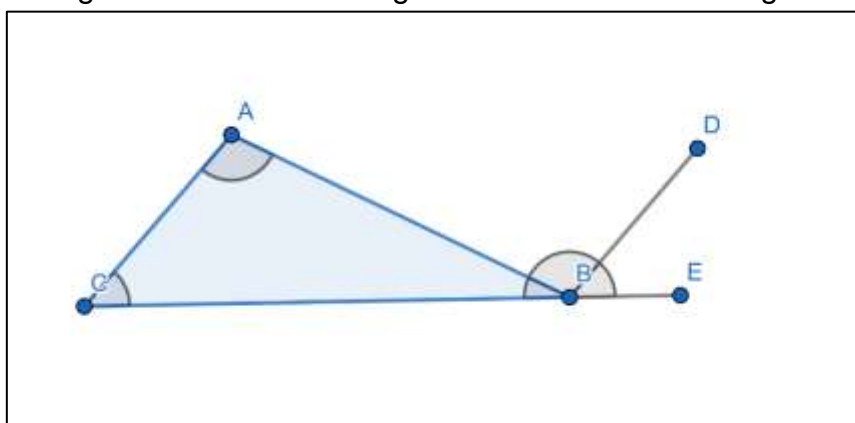
As demonstrações das outras igualdades são análogas.

4.7 Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo Qualquer

A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre igual à 180° , ou seja, considerando \hat{A} , \hat{B} e \hat{C} , como medida dos ângulos internos desse triângulo, então teremos:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ.$$

Figura 16: Soma dos ângulos internos de um triângulo



Fonte: Autor (2022)

Demonstração:

No triângulo ABC da figura, traça-se uma reta paralela ao lado AC e que passa por B. Considere D outro ponto sobre essa mesma reta. Tem-se que $\hat{A}BD = \hat{A}$ pela propriedade dos ângulos alternos internos e tem-se também que $\hat{DBE} = \hat{C}$ pela propriedade do ângulo correspondente. Observe que \hat{B} , $\hat{A}BD$ e \hat{DBE} formam um ângulo raso e com isso têm-se:

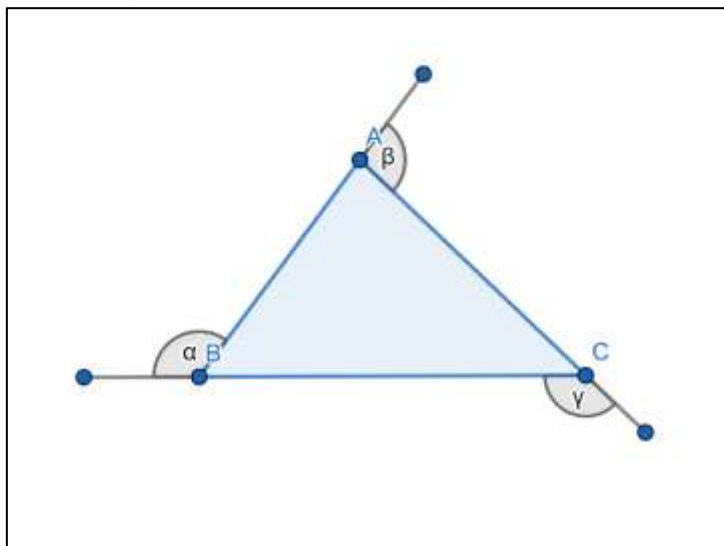
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ.$$

4.8 Soma dos Ângulos Externos de um Triângulo Qualquer

A soma de os ângulos externos de um triângulo qualquer sempre é 360° , ou seja, considerando que \hat{A}' , \hat{B}' e \hat{C}' são ângulos externos desse triângulo, temos:

$$\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 360^\circ$$

Figura 17: Soma dos ângulos externos



Fonte: Autor (2022)

Demonstração:

Considere β , α e γ , ângulos externos adjacentes aos ângulos \hat{A} , \hat{B} e \hat{C} , respectivamente, conforme a figura acima.

Pela propriedade do ângulo externo, a soma do ângulo interno e seu externo adjacente é 180° . Daí tem-se:

$$\beta = 180 - \hat{A}$$

$$\alpha = 180 - \hat{B} \quad \text{e}$$

$$\gamma = 180 - \hat{C}$$

Fazendo a soma desses três ângulos externos tem-se:

$$\beta + \alpha + \gamma = 180 - \hat{A} + 180 - \hat{B} + 180 - \hat{C}$$

$$540 - (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C})$$

Sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180° , tem-se:

$$\beta + \alpha + \gamma = 360^\circ \therefore$$

5. ASPECTOS HISTÓRICOS

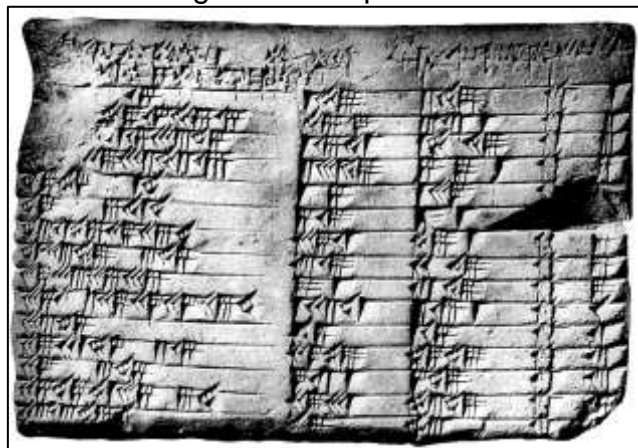
A geometria usada na época dos babilônios e egípcios era voltada para atividades do dia a dia e basicamente utilizava propriedades de figuras planas e sólidos geométricos segundo Eves (2011). A utilização desses conceitos foi necessária devido ao crescimento da agricultura, e com isso a necessidade de fazer a divisão de terras de maneira correta. Geometria é uma palavra de origem grega que quer dizer medição de terra.

Sobre triângulos os babilônios tinham conhecimento que os lados correspondentes de dois triângulos retângulos semelhantes são proporcionais, que a perpendicular baixada do vértice de um triângulo isósceles em que incidem os lados congruentes divide o meio a base e que um ângulo inscrito numa semicircunferência é reto. Também conheciam o teorema de Pitágoras (EVES, 2011).

Nos problemas geométricos dessa civilização, tinha a álgebra como ferramenta de uso. Outro evento geométrico atribuído aos babilônios é a divisão de um círculo em 360 partes iguais.

Talvez um dos artefatos babilônicos mais analisados seja uma tábua Matemática conhecida como *Plimpton 322*. Esse nome é dado devido o artefato fazer parte da coleção G. A. Plimpton da Universidade de Columbia, sendo catalogada com o número 322. As pesquisas feitas sobre o artefato mostram que ele data entre 1900 e 1600 a.C aproximadamente, e devido o artefato ter sido encontrado resquícios de cristais de uma cola moderna através de exames, provavelmente foi encontrado antes de fazer parte do acervo da Universidade. Esse resquício de cola encontrada provavelmente foi usado para colar partes que haviam se quebrado e que foram perdidas, o que foi comprovado depois da descoberta. Os números que aparecem gravados na tábua, aparentemente aleatórios, na verdade correspondem a números que representam catetos e hipotenusas de triângulos retângulos de lados inteiros, com quatro exceções (EVES, 2011), o que mostra que essa civilização já possuía certo conhecimento sobre cálculos geométricos.

Figura 1: Plimpton 332



Fonte: Wikipedia (2022)

Outro povo que se destacou em termos de realização na Engenharia e na Matemática foram os egípcios, porém com um conhecimento menor que o povo babilônico. Esse aspecto pode ser analisado devido ao Egito ser mais isolado que a antiga Babilônia. Os egípcios preservaram muitos artefatos devido ao clima que beneficiava essa preservação e também por venerar os seus mortos. Com isso foram preservados muitos papiros que salientavam o conhecimento dessa civilização.

Um dos destaques dessas realizações na Engenharia dos egípcios foi a pirâmide de Gizé. Essa pirâmide foi construída por volta de 2600 a.C e certamente englobava problemas de matemática e engenharia. Tal estrutura tem uma área de aproximadamente 52611 metros quadrados e contém mais de dois milhões de pedras, em média, com 2,5 tonelada de peso cada um, ajustados entre si muito cuidadosamente (EVES, 2011).

Tais blocos eram transportados de uma pedreira que ficava situada do outro lado do rio Nilo. Essa pedreira ficava situada à 600 milhas, o que equivale a aproximadamente 965 km, já que uma milha possui o valor de 1,609 km. Os dados mostram um profundo conhecimento na arte da engenharia, porém são atenuados pelo fato de tal obra ter sido feita por um exército de 100000 homens em um período de 30 anos (EVES, 2011).

Em 1650 a.C temos a evidência do papiro de Rhind (ou Ahmes), um texto matemático na forma de um manual prático que contém 85 problemas copiados em escrita hebraica pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo. (EVES, 2011)

Ao lado do papiro de Moscou é uma das grandes fontes da Matemática do antigo Egito:

O mais extenso dos de natureza matemática é um rolo de papiro com cerca de 0,30m de altura e 5m de comprimento que está agora no British Museum (exceto uns poucos fragmentos que estão no Brooklin Museum). Foi comprado em 1858 numa cidade à beira do Nilo pelo antiquário escocês, Henry Rhind; por isso é conhecido como papiro de Rhind, ou, menos frequentemente, chamado de papiro Ahmes em honra ao escriba, que o copiou por volta de 1650 a.C. (BOYER, 1974, P. 9).

Esse papiro possui uma rica fonte sobre a matemática egípcia, por possuir problemas geométricos referentes a área, frações, métodos de divisão e multiplicação, além de vários problemas de aplicações práticas para a época.

Figura 2: Uma parte do Papiro de Rhind



Fonte: Matemática.br (2022)

Sobre problemas na área do nosso objeto de estudo, é referente a área do triângulo, Investigações recentes parecem mostrar que os egípcios sabiam que a área de um triângulo qualquer é o semiproduto da base pela altura (EVES, 2011)

A matemática egípcia era costumeiramente prática para soluções do cotidiano, como por exemplo, as cheias do rio Nilo. Utilizando relações exatas e por aproximação, porém com falhas de distinções, os egípcios conseguiam calcular áreas de alguns polígonos como triângulos, trapézio e quadrado. Temos o problema 51 que trata da área do triângulo isósceles no qual é calculado através da metade base multiplicado pela altura:

O prob. 51 mostra que a área do triângulo isósceles era achada tomando a metade do que chamaríamos de base e multiplicando isso pela altura. Ahmes justifica seu método para achar a área sugerindo que o triângulo isósceles pode ser pensado como dois triângulos retângulos, um dos quais pode ser deslocado de modo que os dois juntos formam um retângulo. (BOYER, 1974, p. 13)

Outro documento que egípcio antigo de grande importância é o papiro de Moscou, já que contém conteúdos matemáticos de grande valia. Esse papiro foi descoberto pelo russo Vladimir Golenishchev ao final do século XIX. Esse papiro contém 25 questões e não difere muito do papiro de Rhind, em relação aos tipos de problemas que são de ordem prática, sendo que não há um de forma direta que aborde o nosso objeto de estudo.

Abordaremos a civilização grega no conhecimento matemático, pois tal civilização teve importância fundamental no desenvolvimento da matemática. Nesse período houve uma mudança da liderança intelectual, saindo da região dos rios Tigres, Eufrates e Nilo e indo para região do mar Mediterrâneo.

A matemática grega é muito rica em material sobre geometria, por um grande período de tempo entre aproximadamente 800 a.C e aproximadamente 800 d.C, tendo se espalhado em todo mundo.

Desse material tem-se um fragmento de um trabalho de Hipócrates. Há também um certo resumo sobre a obra “Elementos” de Euclides feito por Proclo, que tece o comentário afirmando que Tales de Mileto foi o introdutor da Geometria na Grécia que viera do Egito. Essa obra data do século V a.C.

Uma das primeiras fontes desses feitos matemáticos é o escrito “História da Matemática, que foi escrito por um discípulo de Aristóteles, chamado Eudeno de Rodes (viveu por volta de 320 a.C). Essa perdeu-se. (BOYER, 1974)

Tales de Mileto (624 – 548 a.C), é segundo alguns estudiosos o primeiro dos “sete sábios”. É também considerado o primeiro filósofo e o primeiro matemático verdadeiro por ser o criador do método dedutivo, sendo atribuído a dedução do teorema que leva seu nome. É da região de Mileto (atualmente Turquia) cidade que despontou em cultura primeiramente.

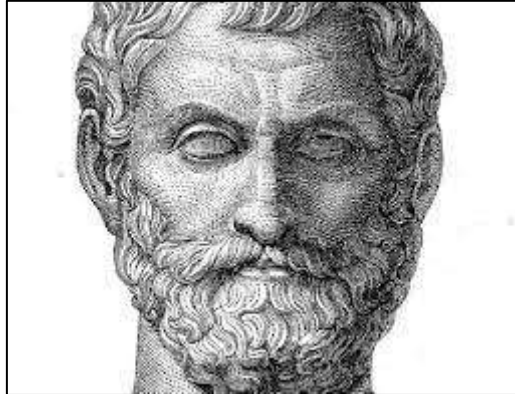
A Tales são atribuídos os seguintes resultados dos teoremas:

- Todo círculo é dividido em duas partes iguais por seu diâmetro.
- Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
- O ângulo inscrito em um semicírculo é reto.
- Quando duas retas se interceptam, os ângulos opostos são iguais.
- Os lados de triângulos semelhantes são iguais.
- Dois triângulos são congruentes se possuem dois ângulos e um

lado iguais.

Atualmente sabe-se que parte desses resultados eram familiares aos egípcios e os babilônicos, contudo, a matemática anterior a Tales era voltada a resolução de problemas práticos e a ele se deve a organização dedutiva e abstrata do assunto.

Figura 3: Tales de Mileto



Fonte: Google imagens, 2022

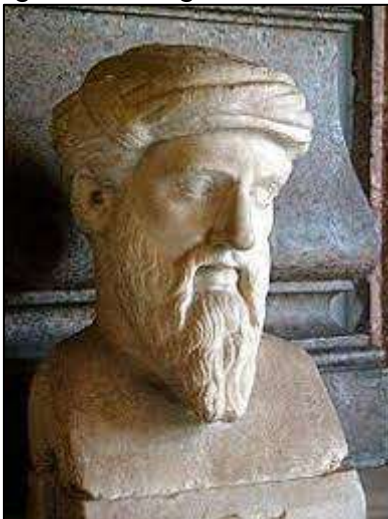
Após Tales, quem se destacou posteriormente foi Pitágoras de Samos (580 – 500 a.C.), originário de Samos uma ilha próxima a Samos, daí alguns relatos afirmarem que possivelmente Pitágoras pudesse ser discípulo de Tales, porém pouco provável devido a grande diferença entre suas idades. O que pode explicar as mesmas áreas de interesse foi o fato de o mesmo ter viajado a algumas regiões em que Tales também viajou. Ainda em sua juventude Pitágoras se estabeleceu em Crotona (atualmente região da Itália) e lá fundou uma sociedade secreta onde eram trabalhados a ciência, filosofia e também era de caráter religioso.

Devido a perda de material da época, Pitágoras segue como uma figura obscura, pois não existem obras originais de sua autoria. O que se tem de material, foi produzido por outros que vieram a seguir, e também por sua escola se uma sociedade secreta. Outro motivo apontado também seria o modo de passar conhecimento que seria através de poucas produções escritas.

A escola pitagórica se baseava em quatro áreas de estudo: aritmética, música, geometria e astronomia. A filosofia pitagórica baseava-se na suposição de que a causa última de várias características do homem e da matéria são os números inteiros. (EVES, 2011)

Para os pitagóricos tudo no universo era número, e era visto como algo místico e considerados como objetos de devoção, e para os mesmos esses números possuíam características e personalidade.

Figura 4: Pitágoras de Samos



Fonte: Google Imagens. 2021

Alguns desses números formavam padrões especiais, já na parte geométrica. Recebiam nomes como números triangulares, quadrados, pentagonais e assim por diante, pois quando era feito o agrupamento, verificava-se que formava a figura tal qual a sua denominação.

Além disso um famoso teorema sobre triângulos retângulos como nome de Pitágoras, foi utilizado na geometria, embora já fosse conhecido pelo povo babilônico. Sugeriu-se como justificativa para chamá-lo de teorema de Pitágoras, que foram os pitagóricos os primeiros a dar uma demonstração dele. (BOYER, 1974). Porém tal afirmação nunca foi confirmada, por não haver evidências. Algumas contribuições na matemática são atribuídas a escola pitagórica. Além do teorema de Pitágoras, podemos destacar:

- 1 – Sólidos regulares;
- 2 – Transformação de áreas;
- 3 – Resolução geométrica de equações quadráticas;
- 4 – Descoberta de grandezas irracionais;
- 5 – Identidades algébricas;
- 6 – Raciocínio postulacional.

Após o período em que a escola pitagórica contribuiu com importantes feitos matemáticos, surgem os trabalhos de Euclides, como a sua famosa obra os “Elementos” que acaba sendo um marco para um método mais rigoroso para importantes deduções matemáticas.

A vida de Euclides, no entanto, permanece um tanto nebulosa, devido a não ter materiais a respeito. O que se sabe é que viveu em Alexandria, daí ser conhecido como Euclides de Alexandria, por ter sido chamado para lecionar matemática, e que teria sido autor de pelo menos 10 obras, mas que somente cinco delas tenham sobrevivido até hoje, sendo *Os Elementos* sem dúvida a obra que mais lhe tornou conhecido e que contribuiu a vários séculos para o progresso das ciências.

Através de Euclides houve demonstrações de maneira mais rigorosa das proposições de parte dos trabalhos de Eudoxo (408 – 355 a.C.) e que não foram deduzidas por antecessores de seu trabalho e que foi aceita por contemporâneos e utilizada posteriormente por matemáticos como Hipócrates, que provavelmente escreveu 9 dos 13 livros que compõem *Os Elementos*.

Figura 5: Os Elementos de Euclides traduzido para o inglês



Fonte: Google Imagens, 2022

A título de curiosidade, a obra *Os elementos* não trata apenas de Geometria. Há também tópicos de Teoria dos Números. Os tópicos de Geometria plana e espacial aparecem nos livros I, III, IV, VI, XI e XII e é utilizado como base do ensino básico. Há mais de 2000 anos faz parte da chamada matemática elementar.

Na obra *Os elementos* o nosso objeto de estudo aparece nos livros I, II e IV. No livro I aparece a definição de triângulos na definição 20. Nas definições

20 e 21 as definições são sobre a nomenclatura dos triângulos em relação aos lados e aos ângulos. No decorrer do Livro I, aparecem demonstrações de importantes propriedades dos triângulos e também sendo utilizado para auxiliar demonstrações de outras propriedades, como a demonstração 33. No livro II, o triângulo aparece mais como suporte de demonstrações para propriedades de várias propriedades dos quadriláteros, sendo poucas demonstrações do próprio triângulo. Já no livro IV, o triângulo aparece em situações que envolvem inscrição e circunscrição no círculo. Na tabela abaixo são descritos os destaques sobre triângulos na obra Os Elementos:

Quadro 6: Destaque sobre Triângulos no Livro Os Elementos

LIVRO I	<p>Definições:</p> <p>I – 20. E, das figuras triláteras, por um lado, triângulo equilátero é o que tem os três lados iguais, e, por outro lado, isósceles, o que tem só dois lados iguais, enquanto escaleno, o que tem os três lados desiguais.</p> <p>I – 21. E, ainda das figuras triláteras, por um lado, triângulo retângulo é o que tem um ângulo reto, e, por outro lado, obtusângulo, o que tem um ângulo obtuso, enquanto acutângulo, o que tem os três ângulos agudos.</p>
	<p>Demonstrações:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Construir um triângulo equilátero sobre a reta limitada dada. 2. Pôr, no ponto dado, uma reta igual dada. 4. Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais [aos] dois lados, cada um a cada um, e tenham o ângulo contido pelas retas iguais igual ao ângulo, também terão base igual a base, e o triângulo será igual ao triângulo, e os ângulos restantes serão iguais aos ângulos restantes, cada um a cada um, sob os quais se estendem os lados iguais. 5. Os ângulos juntos a base dos triângulos isósceles são iguais entre si, e, tendo sido prolongadas ainda mais as retas iguais, os ângulos sob a base serão iguais entre si. 6. Caso os dois ângulos de um triângulo sejam iguais entre si, também os lados que se estendem sob os ângulos serão iguais entre si. 8. Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais [aos] dois lados, , cada um a cada um, e tenham também a base igual à base, terão também o ângulo igual ao ângulo , o contido pelas retas iguais. 9. Cortar em dois o ângulo retilíneo dado. 10. Cortar em duas a reta limitada dada. 11. Traçar uma linha reta em ângulos retos com a reta dada a partir do ponto dado sobre ela.

16. Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é maior do que cada um dos ângulos interiores e opostos.
17. Os dois ângulos de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são menores do que dois retos.
18. O maior lado de qualquer triângulo subtende o maior ângulo.
19. O maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo.
20. Os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante.
21. Caso duas retas sejam construídas interiores sobre um dos lados de um triângulo, a partir das extremidades, as que foram construídas, por um lado, serão menores do que os dois lados restantes do triângulo e, por outro lado, conterão um ângulo maior.
22. De três retas, que são iguais às três [retas] dadas, para construir um triângulo; e é preciso as duas, sendo tomadas juntas de toda maneira, ser maiores do que a restante [pelo ser os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, maiores do que o restante].
23. Sobre a reta dada e no ponto sobre ela, construir um ângulo retilíneo igual ao ângulo retilíneo dado.
24. Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais [aos] dois lados, cada uma cada um, mas tenham o ângulo maior do que o ângulo, o contido pelas retas iguais, também terão a base maior do que a base.
25. Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais aos dois lados, cada uma cada um, mas tenham a base maior do que a base, também terão o ângulo maior do que o ângulo, o contido pelas retas iguais.
26. Caso dois triângulos tenham os dois ângulos iguais aos dois ângulos, cada um a cada um, e um lado igual a um lado, ou junto aos ângulos iguais ou o que se estende sob um dos ângulos iguais, também terão os lados restantes iguais aos lados restantes, [cada um a cada um], e o ângulo restante ao ângulo restante.
27. Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos alternos iguais entre si, as retas serão paralelas entre si.
32. Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual aos dois interiores e opostos, e os três ângulos do triângulo são iguais a dois retos.
33. As retas que ligam as tantas iguais quanto paralelas, no mesmo lado, também são elas tanto iguais quanto paralelas
34. Das áreas paralelogrâmicas, tanto quanto os ângulos opostos são iguais entre si, e a diagonal corta-as em duas.
- 35 Os paralelogramos que estão sobre a mesma base e nas mesmas paralelas são iguais entre si.
37. Os triângulos que estão sobre a mesma base e nas mesmas paralelas são iguais entre si.
38. Os triângulos que estão sobre bases iguais e nas mesmas paralelas são iguais entre si.
39. Os triângulos iguais, que estão sobre a mesma base, e no mesmo lado,

LIVRO II	<p>também estão nas mesmas paralelas.</p> <p>40. Os triângulos iguais, que estão sobre as bases iguais, e no mesmo lado, também estão nas mesmas paralelas.</p> <p>41. Caso um paralelogramo tenha tanto a mesma base que um triângulo quanto esteja nas mesmas paralelas, o paralelogramo é o dobro do triângulo.</p> <p>42. Construir um paralelogramo igual ao triângulo dado, no ângulo retilíneo dado.</p> <p>43. Os complementos dos paralelogramos, à volta da diagonal de todo o paralelogramo, são iguais entre si.</p> <p>44. Aplicar à reta dada, no ângulo retilíneo dado, um paralelogramo igual ao triângulo dado.</p> <p>45. Construir, no ângulo retilíneo dado, um paralelogramo igual à retilínea dada.</p> <p>47. Nos triângulos retângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo reto é igual aos quadrados sobre os lados que contém o ângulo reto. (Teorema de Pitágoras)</p> <p>48. Caso o quadrado sobre um lado, de um triângulo seja igual aos quadrados sobre os dois lados restantes do triângulo, o ângulo contido, pelos dois lados restantes do triângulo é reto.</p> <p>Demonstrações:</p> <p>12. Nos triângulos obtusângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo obtuso é maior do que os quadrados sobre os lados que contém o ângulo obtuso por duas vezes o contido por um dos à volta do ângulo obtuso, sobre o qual o perpendicular, e também pela cortada exteriormente pela perpendicular relativamente ao ângulo obtuso.</p> <p>13. Nos triângulos acutângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo agudo é menor do que os quadrados sobre os lados que contém o ângulo agudo por duas vezes o contido por um dos à volta do ângulo agudo, sobre o qual cai a perpendicular, e também pela cortada internamente pela perpendicular relativa ao ângulo agudo.</p>
LIVRO IV	<p>Demonstrações:</p> <p>2. No círculo dado, inscrever um triângulo equilátero com o triângulo dado.</p> <p>3. Ao círculo dado, circunscrever um triângulo equiângulo com o triângulo dado.</p> <p>4. Inscrever um círculo no triângulo dado.</p> <p>5. Circunscrever um círculo ao triângulo dado.</p> <p>10. Construir um triângulo isósceles, tendo cada um dos ângulos junto à base do dobro do restante.</p> <p>11. Inscrever, no círculo dado, um pentágono tanto equilátero quanto equiângulo.</p> <p>12. Circunscrever, ao círculo dado, um pentágono equilátero e também equiângulo.</p> <p>13. Inscrever um círculo no pentágono dado, que é equilátero e também</p>

equiângulo.

15. Inscrever, no círculo dado, um hexágono equilátero e também equiângulo.

16. Inscrever, no círculo dado, um pentadecágono equilátero e também equiângulo.

Fonte: Euclides (2009)

Conforme visto na tabela acima grande parte do conteúdo de triângulos está no primeiro livro, porém nos outros livros além de definições, os triângulos são utilizados para auxiliar nas demonstrações de várias figuras geométricas. A obra os Elementos, conseguiu reunir vários conceitos matemáticos e os conceitos geométricos como grande destaque na sua obra.

Tal obra foi de extrema importância para a Matemática e sobretudo para a Geometria, visto essa geometria ser conhecida por muitos como Geometria Euclidiana. Entende-se a importância desse tópico histórico sobre triângulos, visto a importância dos triângulos dentro da matemática, e que tal assunto é presença em currículos da educação básica atualmente.

6. METODOLOGIA DE ENSINO: ENSINO POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS.

O ensino de triângulos se inicia nos primeiros anos do ensino fundamental, através de reconhecimento de formas geométricas e de algumas propriedades como perímetro. Esses conhecimentos prévios são importantes para serem aplicados nesse trabalho. É nas últimas/séries ciclos que esses conceitos são aprofundados e novos conteúdos são abordados, e dessa forma podemos aplicar a teoria da sequência didática. Nossa sequência terá como base a metodologia de ensino conhecida por “Ensino por Atividade”. Essa metodologia a ser usada é a elaborada por Sá (2009).

Uma sequência didática é: um conjunto de atividades concebidas e organizadas de tal forma que cada etapa está interligada à outra. (CERQUEIRA, 2013).

Uma sequência didática é importante o conhecimento prévio do aluno, portanto é necessário um estudo diagnóstico para saber com clareza as reais necessidades dos alunos.

6.1 Ensino por Atividades Experimentais

Nossas atividades serão elaboradas baseadas no ensino de atividades experimentais, denominação assim proferida por Sá (2020). Para justificar tal troca de denominação, Sá (202) afirma:

[...] Entretanto, com base nas considerações apresentadas no presente texto julgamos mais adequado de nominar a referida alternativa metodológica de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, para assim diferenciar das demais Atividades realizadas pelas outras tendências em Educação Matemática apresentadas nesse trabalho. (Sá, 2020, p. 155).

A escolha pelo ensino por atividades experimentais se deu por entender que esse tipo de abordagem dá uma boa autonomia ao aluno e possibilita o crescimento gradual do aluno, que pode ser aumentado o nível de dificuldade para ajudar no crescimento do conhecimento desse aluno.

Sá (2009) afirma que:

Desse modo a prática metodológica do ensino de Matemática por atividade dá oportunidade ao aluno de construir sua aprendizagem, por meio da aquisição de conhecimentos e de redescoberta de princípios. (Sá, 2009, p.14).

As atividades elaboradas pelo docente irão requerer um pleno cuidado em sua elaboração, visto que o objetivo de construir o conhecimento deve ser alcançado, e evitar quaisquer eventuais resistências ao modelo implantado, devido ao aluno já estar familiarizado com atividades das aulas clássicas. O docente além de elaborador tem um papel de mediador do processo. Cabe ao mesmo:

[...]preocupar-se como o modo de elaboração dessas atividades e com a orientação dadas aos estudantes durante a realização das mesmas, por isso poderá ser decisivo no processo de aprendizagem do aluno. Essa abordagem de ensino pressupõe a experiência direta do aprendiz com situações reais vivenciadas, nas quais a abordagem instrucional é centrada no aluno e seus interesses espontâneos. (Sá, 2009, p.18)

Como o foco dessas atividades deve ser a autonomia do aluno e seu protagonismo durante a realização das mesmas, a seguir listaremos alguns pontos importantes para elaboração dessas atividades:

- As atividades devem apresentar-se de maneira auto-orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;
- Toda a atividade deve procurar conduzir o aluno a construção das noções matemáticas através de três fases: a experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica noções construídas;
- As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os alunos, pois isso é fundamental para crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;
- As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele;
- De acordo com o modelo proposto por Dockweiler (1996), as atividades propostas pelo professor podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo que sejam sequencialmente apresentadas e possam contribuir para a construção gradual dos conceitos matemáticos (Sá, 2009, p.18).

Essas atividades são divididas em momentos, de acordo com o que define Sá (2019) e serão descritos na seção seguinte.

6.2 Momentos do Ensino por Atividades Experimentais

De acordo com Sá (2019) há dois tipos de classificação das atividades experimentais: as atividades de conceituação e as atividades de redescoberta.

As atividades de conceituação fomentam ao aluno descobrir alguma situação que possa estar acontecendo com o objeto, melhor dizendo, o aluno está fazendo a definição do objeto matemático.

O objetivo das atividades de redescoberta é induzir o aluno a descobrir de forma autônoma propriedades ou relação do objeto a uma operação matemática. Essa atividade não é uma demonstração de resultado matemático, e sim uma exploração do objeto, ou seja, antecede essa fase.

De acordo com Sá (2019) por meio de Atividade Experimental de conceituação ou redescoberta, essas aulas de matemática podem ser planejadas de acordo com os seguintes momentos, a saber: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização.

Segundo Sá (2020) na organização a turma deve ser dividida preferencialmente em equipes com no máximo 4 alunos e no mínimo 2 alunos, pois em uma quantidade acima de 4 alunos tende a ocorrer a dispersão. Pode ocorrer de forma individual, porém não é recomendado devido a falta de interação entre as ideias apresentadas pelos alunos. Essa formação das equipes deve ocorrer de forma espontânea. O professor fica imbuído de organizar a turma afim de evitar situações alheias a atividade, fazer a orientação para a formação das equipes sem imposições, bem como demonstrar segurança e o devido cuidado com atividade que foi concebida.

No momento da apresentação da Atividades Experimental o professor fica responsável por distribuir o material da atividade incluindo o roteiro que os estudantes usarão. O roteiro pode ser impresso, ou escrito no quadro de acordo com a realidade que cerca o ambiente escolar, porém para atividades com duração mais extensa é recomendado o uso do roteiro impresso. O material deve ser organizado em kits, para evitar possíveis desperdício de tempo.

No momento da execução o professor deve realizar o experimento, ou seja, acontece a manipulação do material, a realizações de medidas e/ou cálculos, a comparação e/ou observação das equipes. Nesse momento espera-se que aconteça os procedimentos que estão nas orientações da atividade de experimentação. Cabe ao professor deixar as equipes trabalharem livres, orientando o desenvolvimento da atividade e fazer intervenções quando solicitado ou perceber quando a atividade não é executada devido a dificuldades.

Compete aos alunos seguir as orientações que ali estão no roteiro, evitando conversas paralelas, bem como evitar situações alheias ao andamento da atividade, e evitar visitar as outras equipes. Devem ter a liberdade de agir para encontrar os resultados, bem como receber as devidas orientações com zelo, quando apresentarem alguma dificuldade para executar algum procedimento. Tais orientações devem ocorrer de forma clara e precisa para o bom andamento da Atividade experimental, sem que o aluno se sinta constrangido.

No momento da sistematização ocorrerá a sistematização das informações que foram obtidas nos registros executados pelos estudantes. É esperado que os alunos façam o registro dessas informações no espaço destinado as mesmas. Nesse momento cabe ao professor auxiliar as equipes em eventuais dúvidas que possam surgir e orientar o andamento das ações. Segundo Sá (2020) na Atividade Experimental deve apresentar um espaço adequado para registro das informações produzidas e ajuda a evitar desperdício de tempo.

No momento da análise espera-se que os alunos consigam encontrar uma relação válida entre as informações da Atividade Experimental que foram registradas. É um momento de suma importância para o alcance do objetivo da atividade. Caso as equipes tenham dificuldades para alcançar a relação válida, o professor deve interferir através da formulação de questões que auxiliem os membros da equipe a encontrar a relação válida. O encerramento é feito após a conclusão da equipe.

No momento da institucionalização será elaborada a conclusão da turma norteadas pelas conclusões de cada equipe que foram elaboradas na Atividade

Experimental. Nesse instante as repostas dos alunos sem experiência em tal atividade costumam não atender a forma de um texto conclusivo. Pode ocorrer da equipe colocar o texto da conclusão no lugar da observação, porém não deve ser motivos de grande preocupação devido a pouca experiência que os alunos têm com esse tipo de atividade.

Segundo Sá (2020) ao professor aconselha-se nesse momento solicitar que a equipe registre a conclusão elaborada no quadro e de forma oportuna o professor deve indagar aos alunos qual conclusão seria mais apropriada para ao aluno que de alguma forma não tenha participado da atividade, pudesse entender a relação estabelecida. É o momento ideal para que o professor teça comentários sobre as conclusões das equipes, para que logo após faça uma conclusão juntamente com a turma para que alguém que não tenha participado da atividade possa entender a relação estabelecida.

Essa conclusão deverá ser denominada como conclusão da turma. Ao fim da conclusão da turma encerra-se o último momento e por consequência a Atividade Experimental.

6.3 Considerações do uso do Ensino de Atividades Experimentais na Pesquisa

O ensino por meio de atividades experimentais como metodologia de ensino pode ser uma ferramenta eficaz para que o aluno se torne o protagonista no processo de aprendizagem, algo que não está habituado, para que possa ter sucesso em sua caminhada estudantil, por meio de atividades elaboradas cuidadosamente pelo professor atendendo as fases do tópico anterior para que o aluno consiga construir o conhecimento de forma autônoma.

Diante de tal contexto, elaboramos 8 (oito) atividades norteadas pela metodologia do ensino de atividades experimentais que serão apresentadas posteriormente a partir de conteúdos relevantes sobre triângulos, que fazem parte tópicos de livros didáticos e são conteúdos que fazem parte da BNCC. Faremos a análise a priori dessas atividades e com isso esperamos o sucesso da aplicação dessa sequência didática.

7. ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

7.1 Atividade 01

Título: Tipos de triângulos

Objetivo: Classificar triângulos quantos aos lados.

Material: Quadro de Triângulos, roteiro da atividade, lápis e papel.

Procedimento:

- 1 Observe os triângulos do Quadro de Triângulos.
- 2 Para cada um dos triângulos do Quando de Triângulos:
 - Identifique os triângulos que possuem todos os lados com a mesma medida por TLI;
 - Identifique os triângulos que possuem todos os lados com medidas diferentes TLD;
 - Identifique os triângulos que possuem apenas dois lados com a mesma medida DLI;
- 3 Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir:

Triângulos	Os lados do triângulo		
	São todos de mesma medida	São todos de medidas diferentes	Tem dois com medidas iguais
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Observação:

Conclusão:

Orientações Didáticas Específicas:

Por se tratar da primeira atividade, os alunos podem apresentar relativa dificuldade, por não familiarizados com esse tipo de atividade. Espera-se que os alunos consigam desenvolver essa atividade sem muita dificuldade. Ao final dessa atividade espera-se que os alunos consigam perceber a relação que existe entre os lados e que sejam capazes de classificar os triângulos em: **escaleno, isósceles e equilátero.**

Orientações Didáticas Gerais:

1. Organizar os alunos em equipes. Essas equipes devem ser formadas de forma espontânea, sendo de no máximo de 4 (quatro) integrantes. Acima disso pode ocorrer dispersão por assuntos alheios. Evitar que o aluno faça de maneira individual;
2. Distribua o roteiro da atividade para as equipes levando em consideração o número de integrantes de cada equipe;
3. Após a distribuição, leia o roteiro juntamente com os alunos, e faça as devidas orientações;
4. Em casos de dúvidas de como proceder no desenvolvimento da atividade ou dificuldade de executar por parte dos alunos, auxilie-os;
5. Caso haja necessidade, faça intervenções para que facilite a continuidade da atividade. Procure ser claro e objetivo;
6. Para o preenchimento sobre observações e características de alguma propriedade, oriente o aluno da melhor maneira possível;
7. Oriente os alunos para a socialização das observações, propriedades e características encontradas nas figuras que foram analisadas;
8. Sempre que possível peça para algum componente da equipe escrever no quadro a resposta da sua equipe para socializar;
9. Conclua apresentando a formalização do conceito da atividade, a partir das observações e definições com os alunos tiveram.

7.2 Atividade 02

Título: Tipos de triângulos

Objetivo: Classificar triângulos quanto aos ângulos.

Material: Folha de triângulos, roteiro da atividade, régua e papel.

Procedimento:

- Observe os triângulos da folha de triângulos.
- Identifique os triângulos que possuem o ângulo de 90° por R
- Identifique os triângulos que possuem um ângulo acima de 90° por O;
- Identifique os triângulos que possuem apenas ângulos abaixo de 90° por A;
- Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir:

Triângulos	O triângulo tem um ângulo interno		
	menor que 90	igual a 90	maior que 90
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Observação:

Conclusão:

Orientações Didáticas Específicas:

Espera-se que os alunos consigam desenvolver essa atividade sem muita dificuldade já que estarão um pouco adaptados com a dinâmica da atividade. Ao final dessa atividade espera-se que os alunos consigam perceber a diferença que existe entre os ângulos e que consigam fazer a classificação dos triângulos

em relação aos ângulos. Classificar: **Triângulo acutângulo, Triângulo retângulo e Triângulo obtusângulo.**

Orientações Didáticas Gerais:

1. Organizar os alunos em equipes. Essas equipes devem ser formadas de forma espontânea, sendo de no máximo de 4 (quatro) integrantes. Acima disso pode ocorrer dispersão por assuntos alheios. Evitar que o aluno a faça de maneira individual;
2. Distribua o roteiro da atividade para as equipes levando em consideração o número de integrantes de cada equipe;
3. Após a distribuição, leia o roteiro juntamente com os alunos, e faça as devidas orientações;
4. Em casos de dúvidas de como proceder no desenvolvimento da atividade ou dificuldade de executar por parte dos alunos, auxilie-os;
5. Caso haja necessidade, faça intervenções para que facilite a continuidade da atividade. Procure ser claro e objetivo;
6. Para o preenchimento sobre observações e características de alguma propriedade, oriente o aluno da melhor maneira possível;
7. Oriente os alunos para a socialização das observações, propriedades e características encontradas nas figuras que foram analisadas;
8. Sempre que possível peça para algum componente da equipe escreva no quadro a resposta da sua equipe para socializar;
9. Conclua apresentando a formalização do conceito da atividade, a partir das observações e definições com os alunos tiveram.

7.3 Atividade 03

Título: Triângulos Retângulos, obtusângulos e acutângulos

Objetivo: Descobrir uma relação entre os lados dos triângulos retângulos, obtusângulos e retângulos.

Material: Roteiro da atividade, régua e triângulos retângulos, obtusângulos e acutângulos.

Procedimento: O aluno irá fazer as medições e depois irá proceder da seguinte forma: Chamará de a ao maior dos lados, b ao lado médio e c ao menor lado de cada triângulo. Feito o procedimento irá elevar ao quadrado cada um dos resultados obtidos.

Com os dados obtidos preencha o quadro abaixo:

Triângulos	Tipo de triângulo quanto ao ângulo	Quadrado de maior lado (a^2)	Quadrado do lado médio (b^2)	Quadrado do lado menor (c^2)	$b^2 + c^2$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

Observação:

Conclusão:

Orientações didáticas específicas:

Espera-se que os alunos já estejam habituados a dinâmica da atividade, já que terão de fazer medições. A possível dificuldade que pode aparecer é o cálculo que envolve a propriedade, pois ao medir aparecerão medições que nas quais aparecerão números decimais, por isso aconselha-se o uso da calculadora. Após identificarem os tipos de triângulos, espera-se que eles

percebam as diferenças de nas medições nos triângulos diferentes e semelhanças nos triângulos de mesma denominação. Espera-se que ao final que os alunos consigam perceber a propriedade que envolve os lados do triângulo, relacionado as medidas **a**, **b** e **c** a de cada tipo de triângulo analisado.

Orientações Didáticas Gerais:

1. Organizar os alunos em equipes. Essas equipes devem ser formadas de forma espontânea, sendo de no máximo de 4 (quatro) integrantes. Acima disso pode ocorrer dispersão por assuntos alheios. Evitar que o aluno a faça de maneira individual;
2. Distribua o roteiro da atividade para as equipes levando em consideração o número de integrantes de cada equipe;
3. Após a distribuição, leia o roteiro juntamente com os alunos, e faça as devidas orientações;
4. Em casos de dúvidas de como proceder no desenvolvimento da atividade ou dificuldade de executar por parte dos alunos, auxilie-os;
5. Caso haja necessidade, faça intervenções para que facilite a continuidade da atividade. Procure ser claro e objetivo;
6. Para o preenchimento sobre observações e características de alguma propriedade, oriente o aluno da melhor maneira possível;
7. Oriente os alunos para a socialização das observações, propriedades e características encontradas nas figuras que forma analisadas;
8. Sempre que possível peça para algum componente da equipe escreva no quadro a resposta da sua equipe para socializar;
9. Conclua apresentando a formalização do conceito da atividade, a partir das observações e definições com os alunos tiveram.

7.4 Atividade 04

Título: Rigidez dos polígonos

Objetivo: Descobrir uma característica da rigidez dos polígonos

Material: Kit de polígonos, roteiro da atividade, lápis ou caneta.

Procedimento:

Para cada polígono do Kit:

1. Identifique o seu nome;
2. Tente trocar os vértices do polígono de lugar sem deformar os lados;
3. Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir.

Figura	É possível trocar os vértices de lugar sem deformar os lados do polígono?	
	Sim	Não

Observação:

Conclusão:

Orientações Didáticas Específicas.

Espera-se que os alunos ao manipularem os objetos, percebam que há uma alteração nos ângulos dos polígonos, com a movimentação dos lados e que isso não irá acontecer com os triângulos, e daí concluir que os triângulos possuem a propriedade da rigidez. Recomendamos trazer os polígonos já montados para evitar a dispersão dos alunos.

Orientações Didáticas Gerais:

1. Organizar os alunos em equipes. Essas equipes devem ser formadas de forma espontânea, sendo de no máximo de 4 (quatro) integrantes. Acima disso pode ocorrer dispersão por assuntos alheios. Evitar que o aluno a faça de maneira individual;
2. Distribua o roteiro da atividade para as equipes levando em consideração o número de integrantes de cada equipe;
3. Após a distribuição, leia o roteiro juntamente com os alunos, e faça as devidas orientações;
4. Em casos de dúvidas de como proceder no desenvolvimento da atividade ou dificuldade de executar por parte dos alunos, auxilie-os;
5. Caso haja necessidade, faça intervenções para que facilite a continuidade da atividade. Procure ser claro e objetivo;
6. Para o preenchimento sobre observações e características de alguma propriedade, oriente o aluno da melhor maneira possível;
7. Oriente os alunos para a socialização das observações, propriedades e características encontradas nas figuras que foram analisadas;
8. Sempre que possível peça para algum componente da equipe escreva no quadro a resposta da sua equipe para socializar;
9. Conclua apresentando a formalização do conceito da atividade, a partir das observações e definições com os alunos tiveram.

7.5 Atividade 05

Título: Existência de triângulos

Objetivo: Descobrir uma condição para a construção de triângulos

Material: Kit de canudos, roteiro da atividade, caneta ou lápis

Procedimento:

1) Preencher a tabela abaixo, e depois responda as perguntas abaixo:

Medidas			Foi possível montar o triângulo?	
primeira	segunda	terceira	Sim	Não
6cm	8cm	10cm		
6cm	8cm	12cm		

6cm	8cm	14cm		
5cm	7cm	10cm		
5cm	7cm	11cm		
5cm	7cm	13cm		
4cm	6cm	7cm		
4cm	6cm	8cm		
4cm	8cm	10cm		
4cm	8cm	14cm		

Observação:

Conclusão:

Orientações Didáticas Específicas.

Nessa atividade os alunos deverão tentar descobrir quando é possível construir um triângulo, através da manipulação dos canudos. Espera-se que através dos questionamentos os próprios alunos observem que nem sempre é possível fazer a montagem dos triângulos. E que possam chegar à conclusão de que para ter um triângulo é necessário que a soma das medidas dos dois lados de menor tamanho tem que ser maior que a medida do terceiro lado.

Orientações Didáticas Gerais.

1. Organizar os alunos em equipes. Essas equipes devem ser formadas de forma espontânea, sendo de no máximo de 4 (quatro) integrantes. Acima disso pode ocorrer dispersão por assuntos alheios. Evitar que o aluno a faça de maneira individual;
2. Distribua o roteiro da atividade para as equipes levando em consideração o número de integrantes de cada equipe;
3. Após a distribuição, leia o roteiro juntamente com os alunos, e faça as devidas orientações;
4. Em casos de dúvidas de como proceder no desenvolvimento da atividade ou dificuldade de executar por parte dos alunos, auxilie-os;

5. Caso haja necessidade, faça intervenções para que facilite a continuidade da atividade. Procure ser claro e objetivo;
6. Para o preenchimento sobre observações e características de alguma propriedade, oriente o aluno da melhor maneira possível;
7. Oriente os alunos para a socialização das observações, propriedades e características encontradas nas figuras que foram analisadas;
8. Sempre que possível peça para algum componente da equipe escreva no quadro a resposta da sua equipe para socializar;
9. Conclua apresentando a formalização do conceito da atividade, a partir das observações e definições com os alunos tiveram.

7.6 Atividade 06

Título: Linhas de um triângulo

Objetivo: Reconhecer e identificar os elementos de um triângulo.

Material: Folha de triângulos, roteiro da atividade régua e papel.

Procedimento:

- Observe os triângulos da folha de triângulos;
- Identifique os segmentos que passam por um vértice e divida o segmento oposto em dois segmentos de mesma medida;
- Identifique os segmentos que passam por um vértice e divida o ângulo do vértice em dois ângulos de mesma medida;
- Identifique os segmentos que passam por um vértice e formam um ângulo reto com a reta determinada pelos outros dois vértices.
- Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir:

Triângulos	Vértice	Segmento que		
		Divide o ângulo em duas partes iguais	Divide o segmento AC em duas partes iguais	Forma um ângulo de 90° com AC
Triângulo 1	Vértice A			
	Vértice B			

	Vértice C			
Triângulo 2	Vértice A			
	Vértice B			
	Vértice C			
Triângulo 3	Vértice A			
	Vértice B			
	Vértice C			
Triângulo 4	Vértice A			
	Vértice B			
	Vértice C			
Triângulo 5	Vértice A			
	Vértice B			
	Vértice C			
Triângulo 6	Vértice A			
	Vértice B			
	Vértice C			
Triângulo 7	Vértice A			
	Vértice B			
	Vértice C			
Triângulo 8	Vértice A			
	Vértice B			
	Vértice C			
Triângulo 9	Vértice A			
	Vértice B			
	Vértice C			
Triângulo 10	Vértice A			
	Vértice A			
	Vértice A			

Observação:

Definição(ões)

Orientações Didáticas específicas.

Espera-se que os alunos consigam desenvolver essa atividade sem muita dificuldade. Deverão observar os segmentos e reconhecer que cada segmento tem uma particularidade, conforma a folha a orienta preenche no local adequado.

Espera-se que percebam as devidas diferenças e consigam definir: **bissetriz, mediana e altura.**

Orientações Didáticas Gerais:

1. Organizar os alunos em equipes. Essas equipes devem ser formadas de forma espontânea, sendo de no máximo de 4 (quatro) integrantes. Acima disso pode ocorrer dispersão por assuntos alheios. Evitar que o aluno a faça de maneira individual;
2. Distribua o roteiro da atividade para as equipes levando em consideração o número de integrantes de cada equipe;
3. Após a distribuição, leia o roteiro juntamente com os alunos, e faça as devidas orientações;
4. Em casos de dúvidas de como proceder no desenvolvimento da atividade ou dificuldade de executar por parte dos alunos, auxilie-os;
5. Caso haja necessidade, faça intervenções para que facilite a continuidade da atividade. Procure ser claro e objetivo;
6. Para o preenchimento sobre observações e características de alguma propriedade, oriente o aluno da melhor maneira possível;
7. Oriente os alunos para a socialização das observações, propriedades e características encontradas nas figuras que foram analisadas;
8. Sempre que possível peça para algum componente da equipe escreva no quadro a resposta da sua equipe para socializar;
9. Conclua apresentando a formalização do conceito da atividade, a partir das observações e definições com os alunos tiveram.

7.7 Atividade 07

Título: Base média de um triângulo

Objetivo: Descobrir um modo prático para determinar a relação da base média do triângulo.

Material: Folha de triângulos, roteiro da atividade, régua e papel.

Procedimento:

- Observe os triângulos da folha de triângulos. Esses triângulos estarão identificados em com letras A, B, C, D e E;
- Meça o segmento AC;
- Meça o segmento DE;
- Estabeleça uma relação entre essas duas medidas;
- 1.Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir:

Triângulos	Medida do segmento AC	Medida do segmento DE
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Observação:

Conclusão:

Orientações Didáticas Específicas.

Espera-se que os alunos consigam desenvolver essa atividade sem muita dificuldade, Através das medições espera-se que os alunos observem que há uma relação entre o segmento AC e o segmento DE, e que essa relação acontece com todos os triângulos da folha. E que concluam que essa relação define que: **a medida do segmento formado é a metade do terceiro lado.**

. Orientações Didáticas Gerais

1. Organizar os alunos em equipes. Essas equipes devem ser formadas de forma espontânea, sendo de no máximo de 4 (quatro) integrantes. Acima disso pode ocorrer dispersão por assuntos alheios. Evitar que o aluno a faça de maneira individual;
2. Distribua o roteiro da atividade para as equipes levando em consideração o número de integrantes de cada equipe;
3. Após a distribuição, leia o roteiro juntamente com os alunos, e faça as devidas orientações;
4. Em casos de dúvidas de como proceder no desenvolvimento da atividade ou dificuldade de executar por parte dos alunos, auxilie-os;
5. Caso haja necessidade, faça intervenções para que facilite a continuidade da atividade. Procure ser claro e objetivo;
6. Para o preenchimento sobre observações e características de alguma propriedade, oriente o aluno da melhor maneira possível;
7. Oriente os alunos para a socialização das observações, propriedades e características encontradas nas figuras que foram analisadas;
8. Sempre que possível peça para algum componente da equipe escrever no quadro a resposta da sua equipe para socializar;
9. Conclua apresentando a formalização do conceito da atividade, a partir das observações e definições com os alunos tiveram.

7.8 Atividade 08

Título: Área do triângulo

Objetivo: descobrir uma relação entre a área do triângulo e suas dimensões.

Material: Folha de triângulo em papel quadriculado, roteiro de atividade, lápis ou caneta, régua.

Procedimentos:

- Considere o lado de um quadradinho do quadriculado como unidade de comprimento;
- Considere um quadradinho do papel quadriculado como unidade de área;

- Determine a medida da base de cada triângulo da folha de triângulos;
- Determine a medida da altura de cada triângulo da folha de triângulos;
- Determine a medida da área de cada triângulo da folha de triângulos;
- Com os dados obtidos preencha o quadro a seguir:

Base (b)										
Lado (L)										
Área (A)										

Observação:

Conclusão:

Orientações Didáticas Específicas.

Os alunos podem ter dificuldade nas medições dos quadradinhos no papel quadriculado, já que as medidas nem sempre cobre totalmente um quadradinho do quadriculado. Espera-se que os alunos tenham certa dificuldade para observar uma a relação da relação entre as medidas dos lados e medida dentro do triângulo, mas que no final, consigam fazer essa observação. Espera-se que o aluno conclua obtendo a relação que é: **o produto da base pela altura e depois fazer a divisão desse produto por 2.**

Orientações Didáticas Gerais:

1. Organizar os alunos em equipes. Essas equipes devem ser formadas de forma espontânea, sendo de no máximo de 4 (quatro) integrantes. Acima disso pode ocorrer dispersão por assuntos alheios. Evitar que o aluno a faça de maneira individual;
2. Distribua o roteiro da atividade para as equipes levando em consideração o número de integrantes de cada equipe;

3. Após a distribuição, leia o roteiro juntamente com os alunos, e faça as devidas orientações;
4. Em casos de dúvidas de como proceder no desenvolvimento da atividade ou dificuldade de executar por parte dos alunos, auxilie-os;
5. Caso haja necessidade, faça intervenções para que facilite a continuidade da atividade. Procure ser claro e objetivo;
6. Para o preenchimento sobre observações e características de alguma propriedade, oriente o aluno da melhor maneira possível;
7. Oriente os alunos para a socialização das observações, propriedades e características encontradas nas figuras que foram analisadas;
8. Sempre que possível peça para algum componente da equipe escreva no quadro a resposta da sua equipe para socializar;
9. Conclua apresentando a formalização do conceito da atividade, a partir das observações e definições com os alunos tiveram.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa sequência didática envolvendo o estudo de triângulos foi resultado de uma aplicação de uma sequência didática aplicada ao ensino fundamental alicerçada pelo ensino por atividades de SÁ (2009).

Essa pesquisa feita objetivou fazer uma análise nos possíveis efeitos que uma sequência didática alicerçada pelo ensino por atividades experimentais pode implicar no processo de ensino e aprendizagem em alunos de uma turma de 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública no município de Parauapebas no Pará

Iniciamos essa pesquisa com análises prévias onde analisamos os aspectos curriculares envolvendo nosso objeto de estudo, analisando documentos como BNCC, PCN. Esses documentos sempre sugerem que ao abordar o assunto, que seja de forma concreta de acordo com a realidade do aluno.

Essa fase também contou com pesquisa em trabalhos acadêmicos envolvendo o nosso produto para que pudéssemos analisar como foram realizadas outras pesquisas e aplicações de outras sequências para que pudessem contribuir para nortear nosso trabalho. Pesquisamos também o aspecto histórico do nosso produto para saber a evolução do mesmo dentro da Matemática e da geometria. Nos aspectos matemáticos podemos verificar algumas definições, regras e fórmulas que fazem parte do conteúdo.

Na segunda etapa, elaboramos sequência didática que se norteou pelo Ensino por Atividades, fazendo a devida análise a priori de cada atividade que compunha a sequência. Trabalhamos com atividades que envolviam observação dos estudantes e com aquelas atividades que envolviam observação e conclusão. Essa sequência didática deste trabalho foi aplicada no segundo semestre de 2021 em uma escola do município de Parauapebas, a partir do que foi revisado nas literaturas e no estudo diagnóstico sobre o ensino de triângulos.

Observamos que os alunos tiveram mais dificuldades na primeira atividade, por não estarem acostumados com tal metodologia e na atividade 6, apesar de já estarem mais familiarizados. Nas outras atividades o entendimento e desenvolvimento foram melhores.

Com esse trabalho sobre o ensino de triângulos, temos certeza de que devemos rever nossa prática pedagógica, pois com toda a análise feita, verificamos que houve uma melhora no entendimento do aluno. Os alunos solicitaram que tivessem mais aulas seguindo o padrão das aulas da atividade. Os objetivos em geral foram alcançados mesmo com as dificuldades dos alunos elaborarem as respostas.

Espera-se que com esse trabalho, o objetivo de proporcionar um melhor desempenho na compreensão dos estudantes sobre o ensino de triângulos seja alcançado e que seu desempenho possa ter uma melhora significativa, e que no final os conceitos possam ter um significado.

A importância sobre o estudo de triângulos no ensino fundamental é muito grande, pois esse estudo desenvolve outros ramos da Geometria tanto no ensino fundamental, quanto no ensino médio, onde tais conceitos serão aprofundados, por isso o professor deve ser atento a essas características e propriedades envolvendo triângulos, existem várias pesquisas sobre razões trigonométricas no triângulo retângulo, porém, notamos a necessidade de realização de mais pesquisas sobre os outros tópicos que envolvem triângulos. Por isso espera-se encontrar o aprofundamento dessa pesquisa e que possam surgir mais pesquisas sobre os outros tópicos.

9. REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, Saddo Ag. e COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: Características e seus usos em trabalhos apresentados no GT19/ANPED. **Revemat – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V3.6, p. 62-77, UFSC: 2008.
- ALMOULOUD, Saddo Ag. e SILVA, Maria José Ferreira da. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **Revemat – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V07, n. 2, p. 22-52, 2012
- ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: **BRUN, J. Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**; Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo. Edgar Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** - Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** – 5ª a 8ª série. Brasília, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC 3ª versão**. Brasília, DF, 2017. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>, Acesso em 10/06/2018.
- CERQUEIRA, Dermeval Santos. **Estratégias didáticas para o ensino da Matemática**. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/2197/estrategias-didaticas-para-o-ensino-da-matematica>>. Acesso em 27/12/2018.
- COSTA, Dayanne Ferreira. **Atividades lúdicas para o ensino de triângulos em aulas de geometria**. 2015. 95f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2015.
- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da Matemática Elementar**. São Paulo: Editora Atual, 2004. Volume 09.
- EUCLIDES: **Os elementos**. Tradução e Introdução: Irineu Bicudo. 1. ed. São Paulo: UNESP, 2009. 600 p. v. 1. E-book (600 p.)
- EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**; Tradução H. Domingues. 5ª Ed. Campinas – SP. Editora Unicamp, 2011.

FERRAZ, Maria Cláudia; MACEDO, Stella Maris Moura de. As influências de um rio chamado avaliação escolar. In: Maria Teresa Esteban. (Org.). **Escola, Currículo e Avaliação**. 1 ed. São Paulo: Cortez Editora, 2003, v. 5, p. 137-151.

FERREIRA, Anderson Portal. **Uma sequência didática para o ensino de relações métricas no triângulo retângulo**. 2018. 101f. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PMPEM) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

FONSECA, Maria da Conceição F. Reis et.al. **O ensino de Geometria na Escola Fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

GITIRANA, Verônica. Planejamento e Avaliação em Matemática. In: Janssen Felipe da Silva; Jussara Hoffman; Maria Teresa Esteban. (Org.) **Práticas avaliativas e aprendizagem significativas: em diferentes áreas do currículo**. 5ª Ed. Porto Alegre: Mediação, 2006, p. 57-66.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. **O cenário do ensino da Matemática e o debate sobre o currículo de Matemática**. Práxis Educacional (Online), 2013, v.8, n.13 p. 253-280.

GOMES, Rosana Pereira. **O ensino das relações trigonométricas no triângulo por atividades**. 2013. 218f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2013.

MAIA, Cristini Kuerten. **A organização praxeológica do objeto triângulo nos livros didáticos da 7ª série do ensino fundamental**. 2008. 186f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

MASTRONICOLA, Natália Ojeda. **Trigonometria por apps**. 2014. 66f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas) Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

MATEMÁTICA.BR. **Papiro Rhind**. Disponível em: <https://www.matematica.br/historia/prhind.html>. Acesso em 12/02/2022

MATOS FILHO, M. A. S. **Engenharia Didática**. Revista Eletrônica da Estácio Recife, v. 1: 1-8, 2015

MEDEIROS, Suzany Cecília da Silva. **Elaboração de uma sequência didática sobre os conceitos geométricos preliminares ao estudo de geometria**. 2012. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.

MELLO, Guiomar Namó de. **Currículo da educação básica no Brasil: concepções e políticas**. São Paulo: CESEP, 2014. 15p.

METAÉTICA. **Tales De Mileto**. Disponível em: https://metaeticasite.wordpress.com/2017/03/16/escolas-filosoficas/tales-de-mileto-1431551950420_615x470/. Acesso em 23/02/2022.

MORAES, Dalcyn Woyler Machado. **Ensino de quadriláteros por atividades experimentais**. 2020. 309 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

OLIVEIRA, Marconni Augusto Pock de. **Sequência Didática para o Ensino de Função Exponencial**. 2018. 279 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

OLIVEIRA, Rafael Souza Azevedo. **Atividade lúdicas com triângulos**. 2018. 101 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

PAULA, Andrey Patrick Monteiro de. **Ensino de área e figuras plana por atividades**. 2012. 233 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2012.

PEREIRA, Bruno Rinco Dutra. **Uma sequência didática sobre triângulos para a educação de jovens e adultos**. 2016. 38f. Produto Educacional (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Mestrado Profissional em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

PEREIRA, Marcos. **Uma Sequência Didática para o ensino de semelhança de figuras planas**. 2017. 166 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - PMPEM) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

PERES, Gilmar Jacinto. **O triângulo e suas propriedades: O estudo de caso com alunos do ensino Médio**. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004, p. 1-23

PLIMPTON 322. **Wikipedia**. 2022. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Plimpton_322. Acesso em 11/02/2022.

PIROLA, Nelson Antônio. **Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos de 1º grau**. 1995. Dissertação (Mestrado em Psicologia Educacional) Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 1995.

PITÁGORAS. **Wikipedia**. 2022. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Pit%C3%A1goras>. Acesso em 23/02/2022.

SÁ, Pedro Franco de. As Atividades Experimentais no Ensino da Matemática. **Rematec: Revista de Matemática Ensino e Cultura**. Número 35, p. 143-162, 2020.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o Ensino de Matemática no Ensino Fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades**. SBEM-PA. Belém, 2019.

SÁ, P. F.; COSTA, A. C.; ALVES, F. J. C.; GOMES, D. T.; VIANA, R. M.V. **O uso da redescoberta para o ensino de área de figuras planas**. Revista Cocar (UEPA), v. 2: 83-92, 2008.

SANTOS, Edméa; Weber, Aline. Articulação de Saberes no Currículo Escolar. In: Edméa Santos (org). **Currículos: Teorias e práticas**. Rio de Janeiro: LTC, 2012, v.1. p. 61-84.

SANTOS, Francisco Nordman Costa. **O Ensino de polígonos por atividades experimentais**. 2020. 228f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

SANTOS, Ivana Maria Nascimento dos. **Processos de ensino e aprendizagem de trigonometria em triângulos quaisquer a partir da engenharia didática**. 2015. 112f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) Centro Universitário Univates, Lajeado, 2015.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DO PARANÁ. **Os Elementos**. Disponível em:

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/galeria/detalhe.php?foto=655&evento=3>. Acesso em 23/02/2022.

SOUZA, Wagner Santiago de. **Trigonometria em triângulos quaisquer com o auxílio de triângulos retângulos**. 2016. 98f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) Universidade Vale do São Francisco, Juazeiro, 2016.

Ana Kely Martins da Silva



Possui graduação em Pedagogia pela UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ (1992), é especialista em Metodologia da Educação Superior pela PUC/ MG. Mestrado Em Ciências da Educação Docência Universitária - IPLAC (2000). Doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2010). E pós-doutorado em Educação com ênfase em Psicologia cognitiva pela Universidade de Flores- Buenos Aires (2020). É professora adjunto IV da Universidade do Estado do Pará (UEPA) desde 1994, onde atua na graduação e no Mestrado Profissional de Matemática. É coordenadora pedagógica da SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO, onde já atuou com gestora escolar, formadora do ISEBE, técnica do CME e técnica da SEMEC/ SEDE. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Universidade e Pesquisa, atuando principalmente nos seguintes temas: projeto pedagógico, educação superior, gestão democrática, gestão escolar, avaliação da aprendizagem e currículo. Integra o grupo de pesquisa: Grupo de Estudos em Cognição e Educação Matemática.

Fábio Carlos Oliveira Lourenço



Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2003). É especialista em Informática e Educação pela Universidade do Estado do Pará (2006). Mestrado Profissional em Ensino da Matemática pela Universidade do Estado do Pará (2022). Foi professor do Colégio Sophos. Atualmente é professor da Escola Estadual Janela para o Mundo na rede de ensino Estadual e Escola Municipal de ensino Fundamental Marcelo Rimé Vitalino. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA
www.uepa.br