Wallace do Carmo Muniz
Cinthia Maradei Pereira
Acylena Coelho Costa

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MEDIDAS DE VARIAÇÃO

Produto Educacional

Belém/PA
2022

Wallace do Carmo Muniz
Cínthia Maradei Pereira
Acylena Coelho Costa

SEQÛENCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MEDIDAS DE VARIAÇÃO
Produto Educacional

Produto educacional vinculado à dissertação "ENSINO DE MEDIDAS DE VARIAÇÃO COM USO DE PLANILHA ELETRÔNICA" do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará.

BELÉM - PA
2022

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: “O ENSINO DE MEDIDAS DE VARIAÇÃO COM USO DE PLANILHA ELETRÔNICA**”.**

Mestrando : **WALLACE DO CARMO MUNIZ**

Data da avaliação**: 31/03/2022**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

( ) Estudantes do Ensino Fundamental ( ) Estudantes do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental (X) Professores do Ensino Médio

( ) Outros: ____

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

(X) Sequência Didática ( ) Página na Internet ( ) Vídeo

( ) Texto Didático (alunos/professores) ( ) Jogo Didático ( ) Aplicativo

( ) Software ( ) Outro: ___________________________

b) *Possui URL:* ( ) Sim, qual o URL: ____

( ) Não ( ) Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

(x) Sim

( ) Não. Justifique? ____

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

(x) Sim

( ) Não. Justifique? ____

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

(x) Sim

( ) Não. Justifique? ____

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Possui sumário:*	(x) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
b) *Possui orientações ao professor:*	(x) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
c) *Possui orientações ao estudante:*	( ) Sim	( ) Não	(x) Não se aplica
d) *Possui objetivos/finalidades:*	(x) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
e) *Possui referências:*	(x) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica

f) *Tamanho da letra acessível:* (x) Sim ( ) Não ( ) Não se aplica
g) *Ilustrações são adequadas:* (x) Sim ( ) Não ( ) Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*
(x) Sim, onde: 3º ano do ensino médio de uma escola pública do município de Belém
( ) Não, justifique: ____
( ) Não se aplica
b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*
(x) Sim, onde: Curso de graduação
( ) Não, justifique: ____
( ) Não se aplica
c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*
(X) Sim, onde: Com professores do Ensino médio
( ) Não, justifique: ____
( ) Não se aplica
d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*
(x) na escola, como atividade regular de sala de aula
( ) na escola, como um curso extra
( ) outro: ____
e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*
( ) Alunos do Ensino Fundamental
(x) Alunos do Ensino Médio
( ) Professores do Ensino Fundamental
( ) Professores do Ensino Médio
( ) outros membros da comunidade escolar, tais como ______________________________
( ) outros membros da comunidade, tais como ____________________________________

O produto educacional foi considerado:
(X) APROVADO ( ) APROVADO COM MODIFICAÇÕES ( ) REPROVADO

MEMBROS DA BANCA	**Assinaturas**
Profª. Cinthia Cunha Maradei Pereira (Presidente) Doutora em Bioinformática IES de Obtenção do Título: UFPA	
Profª. Acylena Coelho Costa (Coorientadora) Doutora em Educação Matemática IES de Obtenção do Título: PUC/SP	Acylena Coelho Costa
Profº. Fábio José da Costa Alves (Membro Interno) Doutor em Geofísica IES de Obtenção do Título: UFPA	Fabio José Alves
Profª. Talita Carvalho Silva de Almeida (Membro Externo) Doutora em Educação Matemática IES de Obtenção do Título: PUC/SP	Talita Carvalho Silva de Almeida

Clay Anderson Nunes Chagas
Reitor Universidade do Estado do Pará

Ilma Pastana Ferreira
Vice-Reitora Universidade do Estado do Pará

Renato da Costa Teixeira
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

Anderson Madson Oliveira Maia
Diretor do Centro de Ciências Sociais e Educação

Fábio José da Costa Alves
Coordenador do PPGEM

Natanael Freitas Cabral
Vice coordenador do PPGEM

Diagramação e Capa: Os autores
Revisão: Os autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Biblioteca do Centro de Ciências Sociais e da Educação - UEPA, Belém – PA

Ms Muniz, Wallace do Carmo

Sequência didática para o ensino de medidas de variação: produto educacional. / Wallace do Carmo Muniz, Cinthia Maradei Pereira. Belém, 2022.

65f. ; 30 cm

Produto educacional vinculado à Dissertação “Ensino de medidas de variação com uso de planilha eletrônica” Universidade do Estado do Pará. 2022.

1. Ensino da matemática. 2. Sequência didática. 3. Medidas de variação. 4 Engenharia didática. I. Pereira, Cinthia Cunha Maradei. II. Título.

CDD. 22º ed.510.7

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A sequência de atividades para o ensino de Medidas de Variação foi desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, durante de uma pesquisa dissertação de mestrado.

Este produto educacional é destinado para professores e estudantes do Ensino Médio para ensino e aprendizagem de Medidas de Variação. Trata-se de um produto didático validado experimentalmente que apresentou potencialidades quantitativas e qualitativas para o objetivo a que se destina: ensinar Medidas de Variação adotando calculadora de planilha eletrônica como recurso didático

Diante das novas perspectivas curriculares para o ensino de Matemática em especial ao que tange o ensino da estatística no Ensino Médio desenvolvemos, experimentamos e validamos este produto sob a ótica a estrutura de Sequência Didática e nos pressupostos teóricos dos Registros e Representações semióticas. Neste sentido, ao adotar-se este constructo em sala de aula é possível desenvolver as seguintes habilidades nos educandos:

COMPETÊNCIA	HABILIDADES DESENVOLVIDAS POR MEIO DESTE PRODUTO
Letramento	Organizar, coletar e interpretar dados a partir de tabelas ou gráficos.
Raciocínio	Compreender a significação de outro conceito (desvio, por exemplo) a partir da interpretação dos dados contidos em tabelas ou gráficos e estender os conceitos neles envolvidos aos processos de obtenção (cálculos e/ou procedimentos).
pensamento	Compreender o conceito de variação e o de suas medidas, bem como relacioná-los, a partir dos conceitos e significados envolvidos na interpretação dos dados representados em tabelas ou gráficos, dentro de um contexto real vivido pelo aluno.

Para dar suporte ao entendimento do professor apresenta-se um estudo sobre o objeto matemático Medidas de Variação. A sequência de atividades construída possui três atividades, cujo material necessário para utilização apresentamos a seguir.

1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MEDIDAS DE VARIAÇÃO

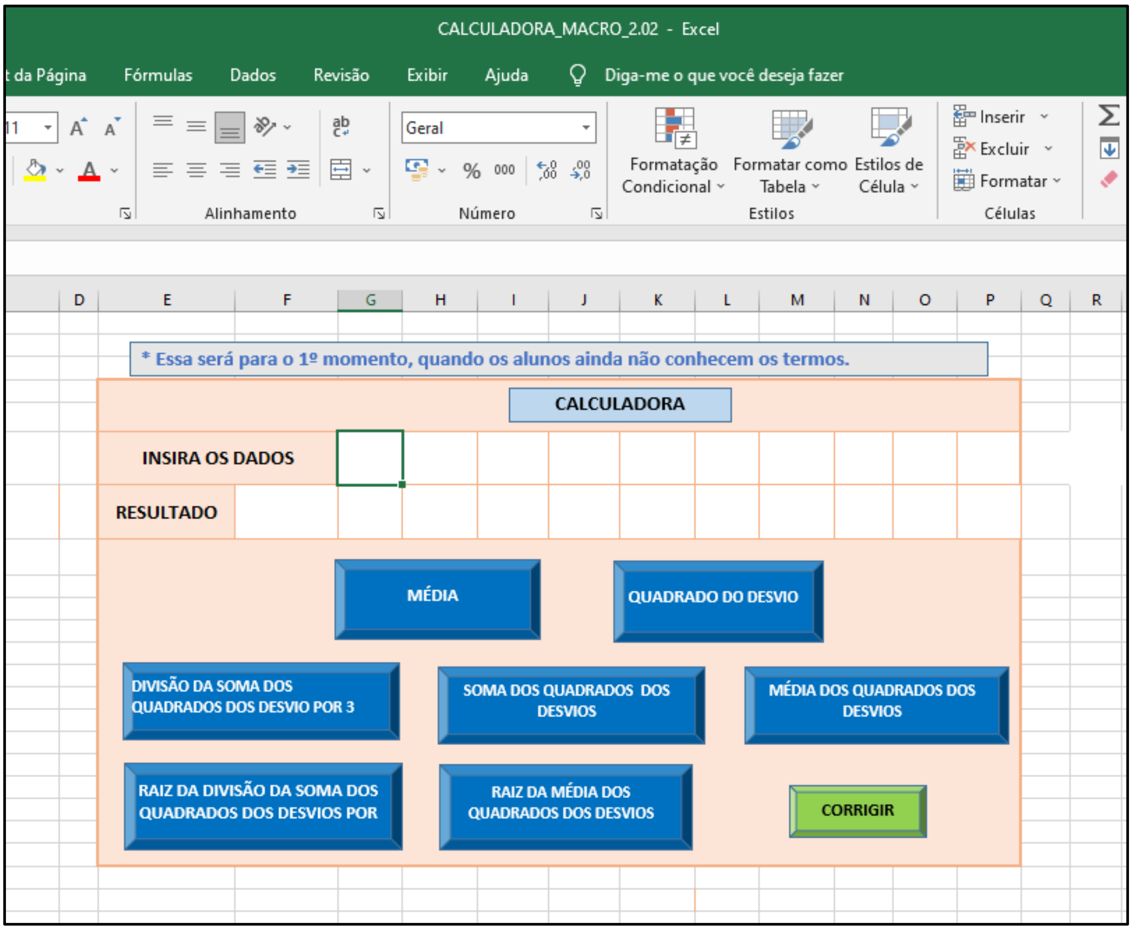
Nesta seção apresentamos a materialização de nossa sequência de atividades que se apropriou das fundamentações dos estudos apresentados na integra em nossa dissertação disponível em: https://ccse.uepa.br/pmpem/?page_id=23.

1.1 ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Neste capítulo, orientamos o professor a adotar este produto em suas aulas para o ensino de Medidas de Variação Estatística, no Ensino Médio, e apresentamos suas atividades. O desenvolvimento ocorre sob os fundamentos descritos na seção anterior, sendo as análises preliminares disponíveis na dissertação de Mestrado que a deu origem. A organização de nossa Sequência Didática segue os passos metodológicos da Engenharia Didática.

Definimos um total de três atividades. A **primeira** objetiva mostrar que a variação dos dados possibilita comparar distribuições quando as médias são iguais. A **segunda** apresenta que o conceito de desvio possibilita medir a variação dos dados. Por fim, a **terceira** tem como objetivo mostrar que os desvios de uma amostra podem ser representados por um único número e assim, conceituar a medida de variação.

Cada uma das atividades exigirá que o aluno determine valores que necessitam de cálculos. Porém, como recurso didático facilitador no processo de aprendizagem, adota-se uma calculadora em planilha eletrônica, disponível em: https://drive.google.com/file/d/1byx70wFIWK_XhdVa_ioFBWFrcvOLbGxX/view?usp=sharing, como, haja vista que o foco da atividade é desenvolver a linguagem matemática e o pensamento estatístico que envolve o objeto matemático Medidas de Variação.



Assim, as atividades de nossa SD não obrigam o aluno a efetuar os cálculos, entretanto, exigimos que eles executem todas as etapas que o desenvolvimento do cálculo envolve, conforme Triola (1998). Isto é, para determinar a média, por exemplo, exige-se que o aluno: 1) apresente a fórmula; 2) realize as substituições; e 3) apresente o resultado obtido a partir da planilha. De modo análogo, deverá ocorrer com as demais solicitações que requisitam fórmulas.

Nossa expectativa é que cada uma das duas primeiras atividades dure uma aula de 45 min, e que a terceira e última, dure até duas aulas de 45 min, totalizando 90 min.

Ao apresentar-se cada atividade com orientações de como proceder na execução de cada uma das atividades e possíveis dificuldades que possam aparecer ao longo do processo e como é possível explorar a capacidade dos estudantes realizarem representações semióticas internas e externas e sua capacidade de raciocínio, análise e visualização.

2.1. 1 Atividade 1

Esta atividade está de acordo com o *letramento* e o *raciocínio* estatístico e objetiva promover a visualização e análise da variação dos dados realizando comparações das distribuições quando as médias são iguais.

Necessariamente neste atividade deve ser evidenciada a insuficiência da média para comparar médias de valores com baixa ou nenhuma variação, havendo necessidade de retorar a média como conhecimento prévio. Sobretudo na 4ª e 5ª questões são explorados o exercício da formação, tratamento e conversão de representação externas em gráfico e tabela, bem como as representações mentais realizadas a partir das respostas da 5ª quinta questão.

Sedo desenvolvida preferencialmente em grupo, deve-se estimular a interação entre os estudantes bem como o professor deve instigar os educandos a externalizarem sua dúvidas para ele possa verificar que tipo de dificuldade pode estar impedindo da atividade avançar.

2. 1. 2 Atividade 2

Esta atividade comporta tanto o *letramento* estatístico quanto a *conversão* do objeto *desvio* de um registro em linguagem natural, passando por um registro gráfico e outro registro tabular, até chegar no registro algébrico (fórmula). É a mobilidade de registros, conforme Duval (2006).

O estudante deve perceber que o conceito de desvio possibilita medir a variação dos dados e realizar uma análise qualitativa disso a respeito do que é financeiramente mais vantajoso. É importante perceber o custo cognitivo que houve em cada uma das representações utilizadas e se foi possível visualizar em cada uma delas a variação dos dados.

2. 1. 3 Atividade 3

Esta atividade está dividida em dois blocos, devido terem o mesmo objetivo: *Mostrar que os desvios podem ser representados por um único número e conceituar medidas de variação*. Envolve o *raciocínio* estatístico e a conversão do objeto (DAM, DP e Variância) de um registro em linguagem natural, passando por um registro gráfico e outro registro tabular, até chegar no registro algébrico (fórmula). É a mobilidade de registros, conforme Duval (2006).

Ao final de cada atividade e de cada bloco da atividade 3, é necessário estabelecer uma **formalização** (Apêndice D) de cada uma das expressões ou representações algébricas que definem cada um dos conceitos abordados a fim de sintetizar os conhecimentos apreendidos.

A seguir, apresentamos nossa sequência didática. A primeira está direcionada ao professor - ela contém alguns comentários do autor, destacados em itálico e entre parênteses - e visa dar suporte à prática docente. Ao final de cada atividade demarcamos com um lembrete o momento a realizar a formalização. Já a segunda, direcionada ao aluno, está exposta conforme foi aplicada na experimentação.

2. 2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA – PROFESSOR

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

SEQUÊNCIA DIDÁTICA
O ENSINO DE MEDIDAS DE VARIAÇÃO COM USO DE PLANILHA ELETRÔNICA

Wallace do Carmo Muniz
Cinthia Maradei Pereira
Acylena Coelho Costa

Belém- PA

2022

ATIVIDADE 1 - Variação de dados a partir da insuficiência da média

(*Este tem a intenção de decidir qual amostra é a mais apropriada para a situação ao qual o aluno foi submetido)*

Conteúdo trabalhado: Variação.

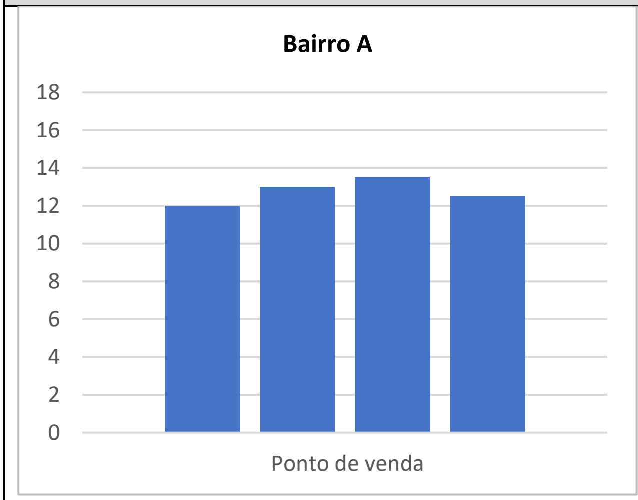
Objetivo: Mostrar que a variação dos dados possibilita comparar amostras quando as médias são iguais.

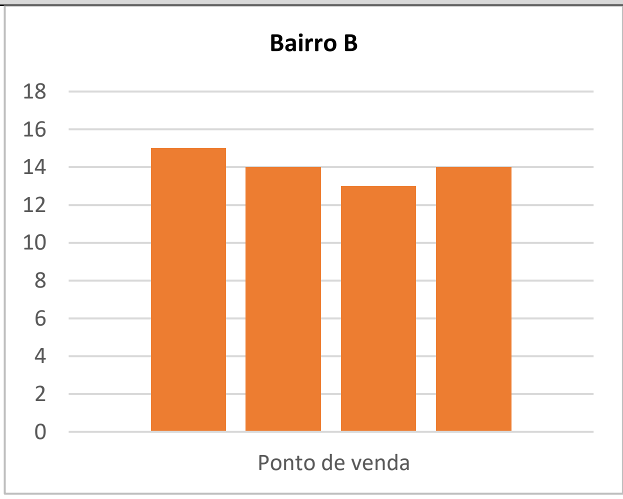
Material e recursos utilizados: lápis, borracha, papel, laboratório de informática.

Desenvolvimento da atividade:

A partir das informações contidas em cada situação abaixo, responda as seguintes questões:

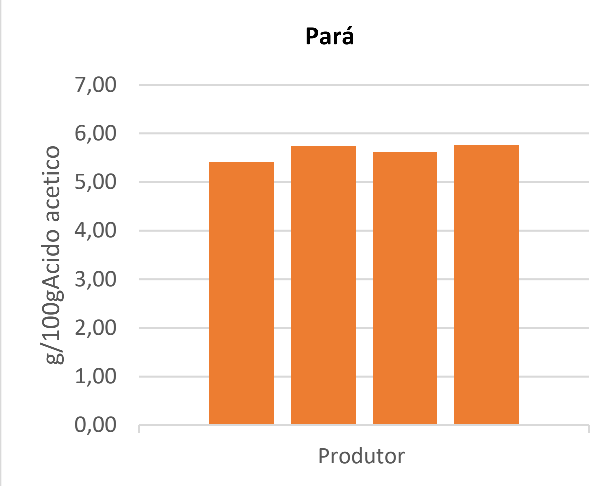
Situação I: Segundo o DIEESE-PA, em julho de 2018, o maior preço do açaí do tipo “popular” comercializado em Belém foi de **R$12,00**. Os gráficos abaixo mostram os preços do litro do açaí em pontos de venda de dois bairros de Belém. O levantamento foi feito em quatro pontos de cada um dos dois bairros.

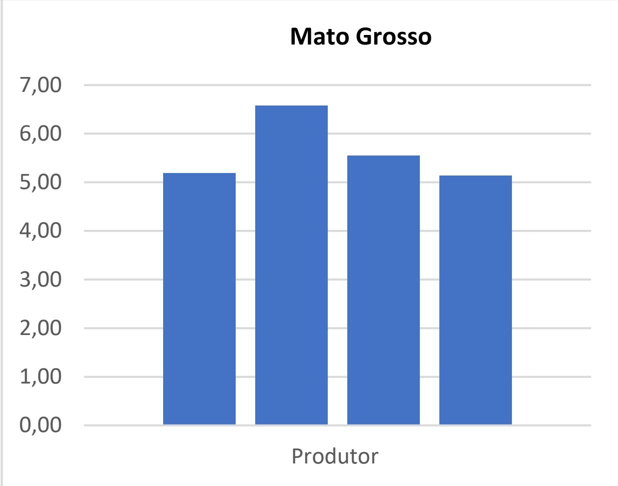




Fonte: Elaborado pelo autor

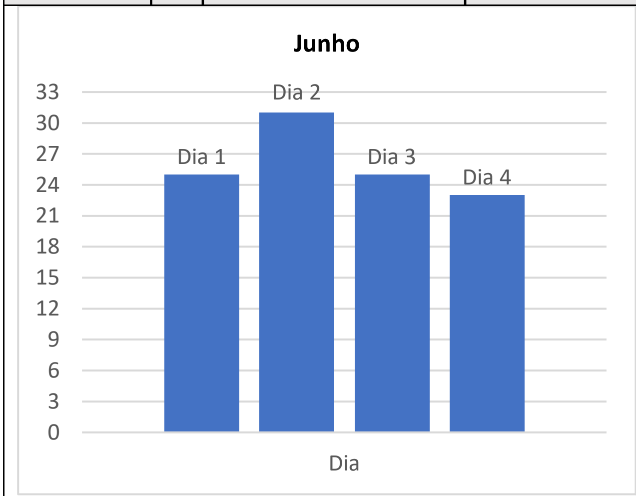
Situação II: Os gráficos abaixo confrontam a acidez da farinha de mandioca proveniente do Pará e do Mato Grosso. Os dados foram obtidos em pesquisa com quatro estabelecimentos de cada estado.

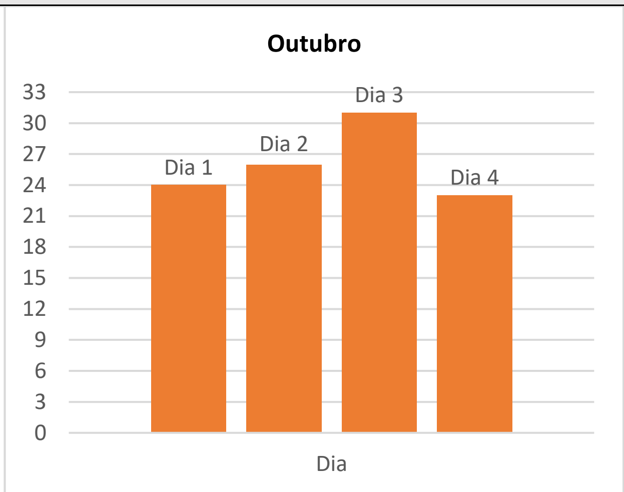




Fonte: Elaborado pelo autor

Situação III: Os gráficos abaixo mostram as temperaturas medidas em Belém nos meses de junho e de outubro. A pesquisa foi feita durante quatro dias de cada um dos dois meses.





Fonte: Elaborado pelo autor

(O aluno tende a duas possibilidades de análise: dado por dado; ou do mínimo ao máximo, amplitude).

1ª) Na situação I, verifique qual bairro apresentou preço mais vantajoso ao consumidor, de acordo com os pontos de venda pesquisados. Explique os critérios que você adotou.

(Possível resposta esperada: A, pois há mais preços de menor valor que os de B.)

2ª) Na situação II, verifique em qual Estado a farinha apresentou maior acidez. Explique os critérios que você adotou.

(Possível resposta esperada: MT, pois há mais dados com maior acidez do que no PA.)

3ª) Na situação III, verifique em qual dos meses, Belém esteve mais quente de acordo com os dias pesquisados. Explique os critérios que você adotou.

(Possível resposta esperada: Difícil de decidir, pois as oscilações dos dados são muito parecidas)

4ª) Realize as mesmas comparações solicitadas nas questões de 1 a 3, mas dessa vez a partir da média. Insira suas respostas no quadro abaixo:

Situação	I (Açaí)		II (Farinha)		III (Calor)	
	Ponto de Venda		Estado		Mês	
	A	B	Pará	Mato Grosso	Junho	Outubro
Média	*12,750*	*13,875*	*5,625*	*5,612*	*26*	*26*

(Possível resposta esperada:

O bairro A apresenta preço mais vantajoso.

PA tem mais acidez

Não é possível saber qual o mês mais quente

5ª) A média facilitou responder as questões de 1 a 3? Se não, quais não foram possíveis responder? Justifique:

(Possível resposta esperada: Sim, pois podemos comparar melhor com números.)

FORMALIZAÇÃO 1

ATIVIDADE 2 – Desvio e a medida de variação

Conteúdo trabalhado: Desvio

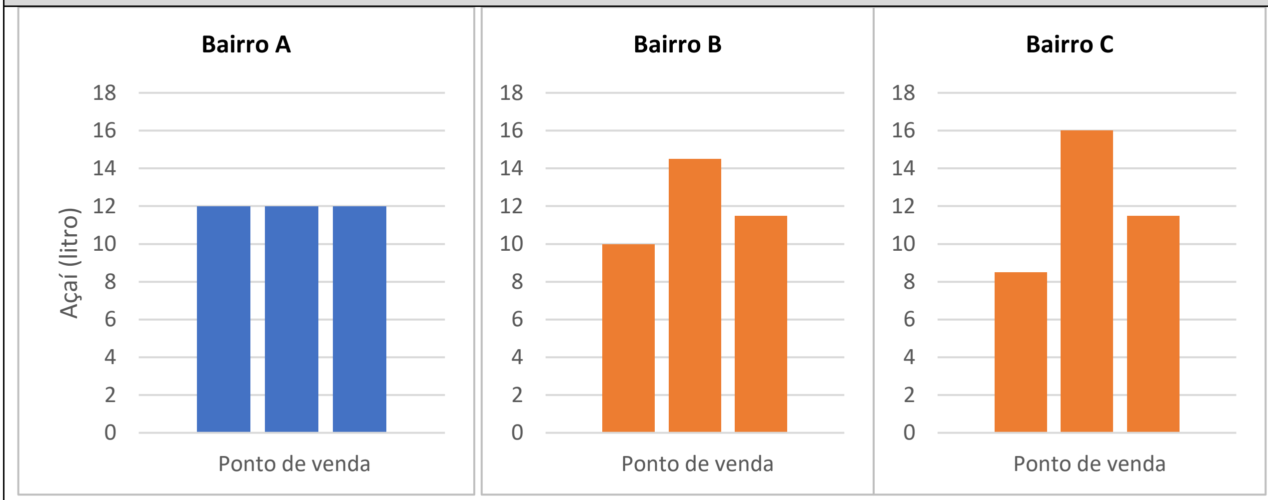
Objetivo: Conceituar desvio e mostrar que ele possibilita medir a variação dos dados de uma amostra.

Material e recursos utilizados: lápis, borracha, papel, laboratório de informática.

Desenvolvimento da atividade:

A partir das informações contidas na situação abaixo, responda as seguintes questões:

Situação: Segundo o DIEESE-PA, o maior preço do açaí do tipo médio comercializado em Belém, em 2018, foi de **R$12,00** no mês de julho. Os gráficos abaixo mostram o resultado do levantamento dos preços do litro do açaí em três pontos de venda de três bairros da capital paraense.



Fonte:

1ª) É possível afirmar em qual bairro o litro do açaí apresentou preço mais vantajoso ao consumidor, e em qual foi menos vantajoso, de acordo com os dados da pesquisa? Justifique:

(Possível resposta esperada: Sim. O mais vantajoso foi em B, pois há preços muito abaixo da média. O menos vantajoso foi em C, pois há um preço muito acima da média.

2ª) No quadro abaixo, preencha o quanto cada preço é igual, está acima, ou está abaixo da média dos preços pesquisados para cada bairro:

Bairro	Média	Preço 1	Preço 2	Preço 3
A	*12*	*igual*	*igual*	*igual*
B	*12*	*2,00 abaixo*	*2,50 acima*	*0,50 abaixo*
C	*12*	*3,50 abaixo*	*4,00 acima*	*0,50 acima*

(Importante deixar este espaço para registros do aluno).

3ª) A partir de suas respostas à questão anterior é possível responder a 1ª questão? Explique:

(Possível resposta esperada: Sim. ‘Aqui a resposta é individual’)

FORMALIZAÇÃO 2

ATIVIDADE 3 – As medidas de variação

Conteúdo trabalhado: Desvio Absoluto Médio, Desvio Padrão e Variância

Objetivos: Mostrar que os desvios podem ser representados por um único número, permitindo conceituar as medidas de variação.

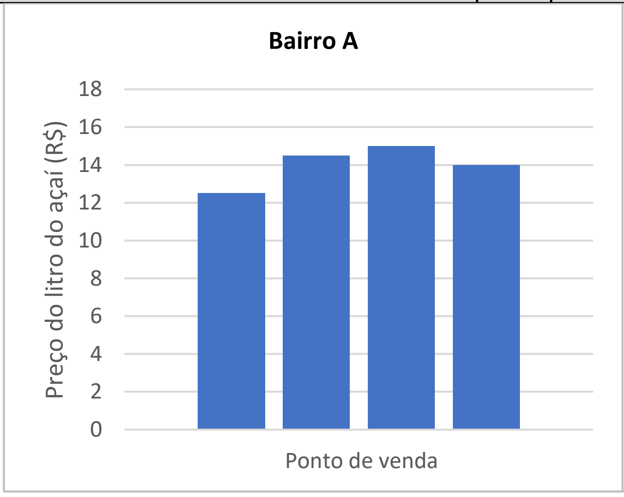
Material e recursos utilizados: lápis, borracha, papel, laboratório de informática.

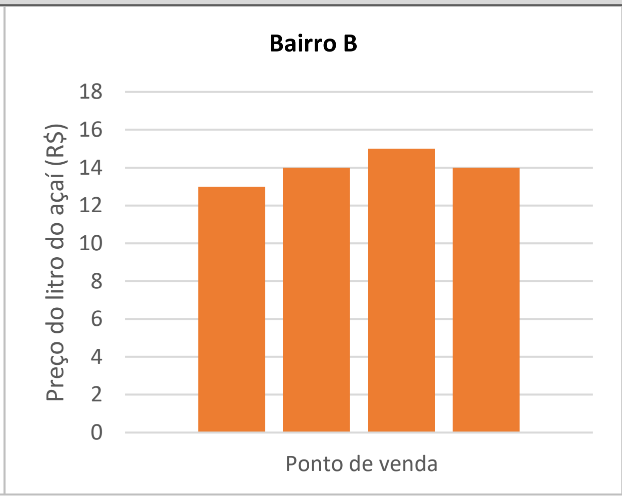
Desenvolvimento da atividade:

Bloco I *(Sobre o DAM)*

A partir das informações contidas na situação I abaixo, responda as seguintes questões:

Situação I: Os gráficos abaixo mostram os preços do litro do açaí em pontos de venda de dois bairros de Belém. O levantamento foi feito em quatro pontos de cada um dos dois bairros.





Fonte: Elaborado pelo autor

1ª) No quadro seguinte constam os desvios dos preços de cada bairro. Obtenha a média desses desvios e os insira no quadro:

Bairro	Média dos preços	Desvio				Media dos desvios
		Preço 1	Preço 2	Preço 3	Preço 4	
A	14	1,5	0,5	1,0	0,0	*0,75*
B	14	1,0	0,0	1,0	0,0	*0,5*

2ª) Compare e explique a média dos desvios dos preços de cada bairro

(Possível resposta esperada: 'Aqui a resposta é individual')

4ª) Preencha o quadro abaixo com o menor e o maior valor que, em média, os preços variam de acordo com a média dos desvios.

(Aqui se deve levar à compreensão de que o desvio médio não revela o máximo ou o mínimo de preço possível, mas à média de variação de preços.)

Bairro	Média dos preços	Média dos desvios	Menor preço	Maior preço
A	14	0,75	*13,25*	*14,75*
B	14	0,50	*13,50*	*14,50*

5ª) A partir da média dos desvios dos preços de cada bairro, é possível afirmar qual bairro apresentou o preço do açaí mais vantajoso ao consumidor? Justifique:

(Possíveis respostas esperadas:

Resposta 1: O bairro B tem preço mais vantajoso, pois o maior preço possível é inferior ao de A. Assim, podemos achar preço mais caro em A

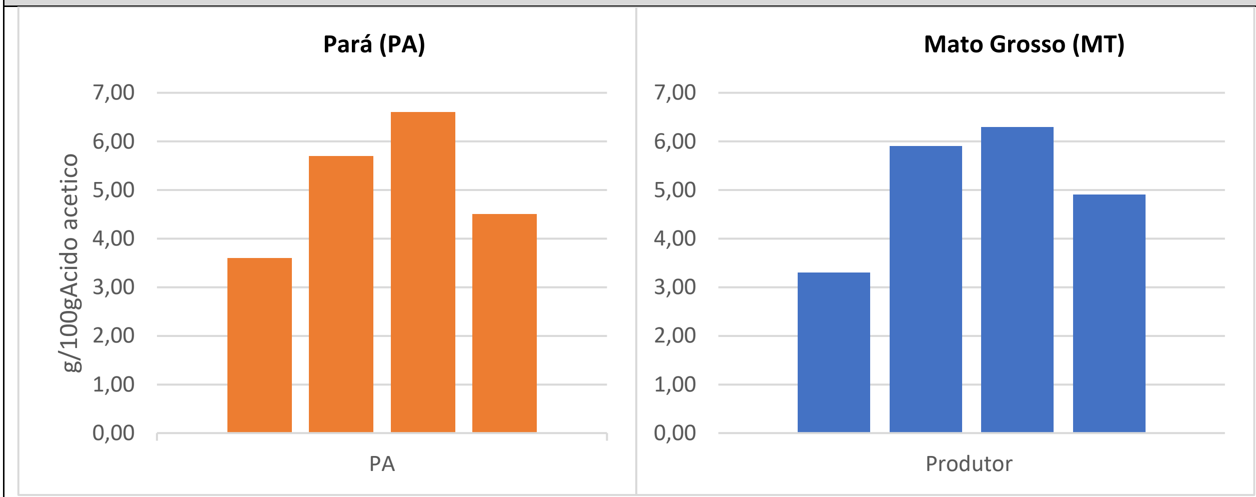
Resposta 2 O bairro A tem preço mais vantajoso, pois o menor preço possível é inferior ao de B. Assim, podemos achar preço mais barato em A)

FORMALIZAÇÃO 3

Bloco II *(Sobre DP e VARIÂNCIA)*

A partir das informações contidas na situação II abaixo, responda as seguintes questões:

Situação II: Os gráficos abaixo confrontam a acidez da farinha de mandioca proveniente do Pará e do Mato Grosso. Os dados foram obtidos em pesquisa com quatro estabelecimentos de cada estado.



Fonte: Elaborado pelo autor

‘

6ª) Obtenha os **quadrados dos desvios das acidezes**, **a raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3** e a **divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**. Faça isso para cada Estado, e preencha o quadro abaixo:

Estado	Quadrados dos Desvios				Soma dos quadrados dos desvios	Raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3	Divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3
	Acidez 1	Acidez 2	Acidez 3	Acidez 4			
PA	*2,25*	*0,36*	*2,25*	*0,36*	*5,22*	*1,32*	*1,74*
MT	*3,24*	*0,64*	*1,44*	*0,04*	*5,36*	*1,33*	*1,78*

7ª) Preencha o quadro abaixo com o menor e o maior valor que, em média, as acidezes variam de acordo com **a raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**.

Estado	Media das acidezes	Raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3	Menor acidez	Maior acidez
PA				
MT				

8ª) Preencha o quadro abaixo com o menor e o maior valor que, em média, as acidezes variam de acordo com a **divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**.

Estado	Media das acidezes	Divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3	Menor acidez	Maior acidez
PA	*5,10*	*1,74*	*3,36*	*6,84*
MT	*5,10*	*1,78*	*3,32*	*6,88*

9ª) De acordo com os quadros das 2ª e 3ª questões, identifique no quadro abaixo se cada acidez é contemplada pela **raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3** ou pela **divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**:

Acidez		Raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados	Divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3
PA	**3,60**	***NAO***	***SIM***
	5,70	***SIM***	***SIM***
	6,60	***NAO***	***SIM***
	4,50	***SIM***	***SIM***
MT	**3,30**	***NAO***	***SIM***
	5,90	***SIM***	***SIM***
	6,30	***SIM***	***SIM***
	4,90	***SIM***	***SIM***

10ª) A partir do quadro da 4ª questão, qual o estado que apresentou maior acidez de acordo com a **raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3** e com a **divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**? Explique:

(Possível resposta esperada: A partir das duas foi Mato Grosso, pois a maioria das acidezes de MT apresentam maior desvio.)

FORMALIZAÇÃO 4

2. 3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA – ALUNO

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

SEQUÊNCIA DIDÁTICA
O ENSINO DE MEDIDAS DE VARIAÇÃO COM USO DE PLANILHA ELETRÔNICA

Wallace do Carmo Muniz
Cinthia Maradei Pereira
Acylena Coelho Costa

Versão do aluno

Belém- PA

2022

ATIVIDADE 1 - Variação de dados a partir da insuficiência da média

Conteúdo trabalhado: Variação.

Objetivo: Mostrar que a variação dos dados possibilita comparar amostras quando as médias são iguais.

Material e recursos utilizados: lápis, borracha, papel, laboratório de informática.

Desenvolvimento da atividade:

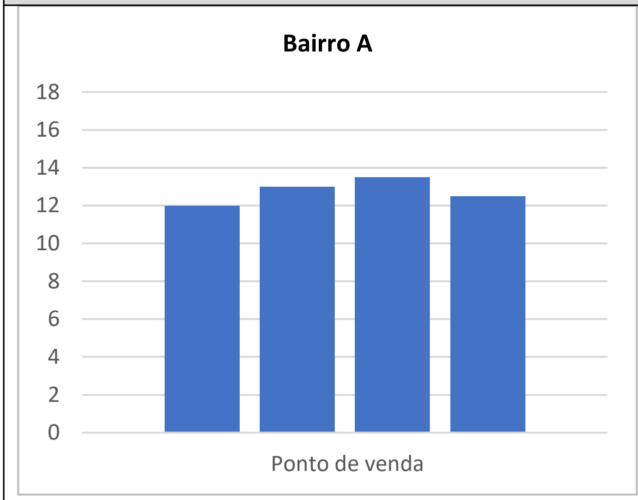
A partir das informações contidas em cada situação abaixo, responda as seguintes questões

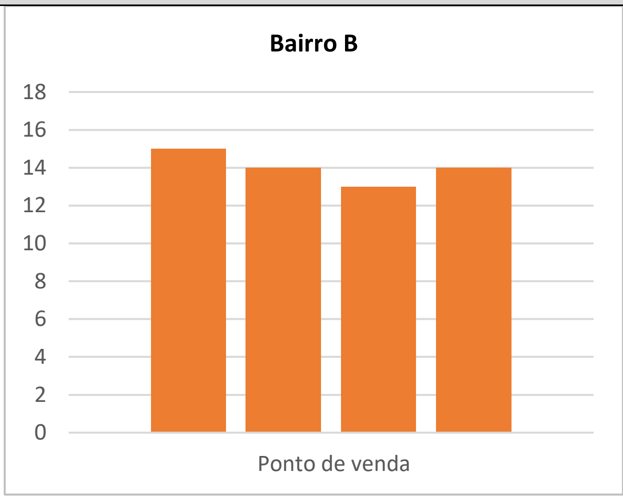
1ª) Na situação I, verifique qual bairro apresentou preço mais vantajoso ao consumidor, de acordo com os pontos de venda pesquisados. Explique os critérios que você adotou.

2ª) Na situação II, verifique em qual Estado a farinha apresentou maior acidez. Explique os critérios que você adotou.

3ª) Na situação III, verifique em qual dos meses, Belém esteve mais quente de acordo com os dias pesquisados. Explique os critérios que você adotou.

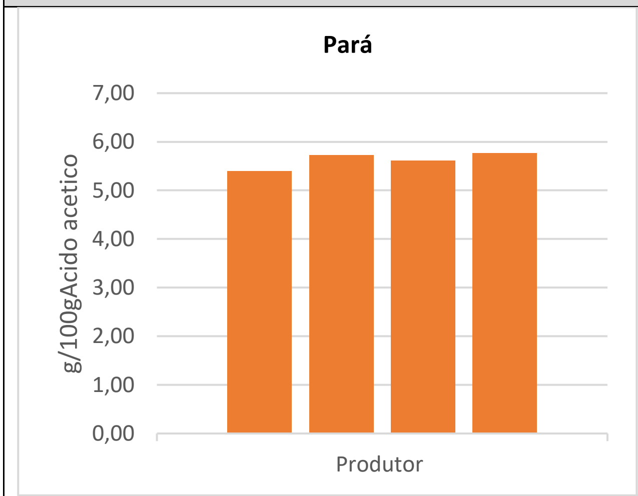
Situação I: Segundo o DIEESE-PA, em julho de 2018, o maior preço do açaí do tipo "popular" comercializado em Belém foi de **R$12,00**. Os gráficos abaixo mostram os preços do litro do açaí em pontos de venda de dois bairros de Belém. O levantamento foi feito em quatro pontos de cada um dos dois bairros.

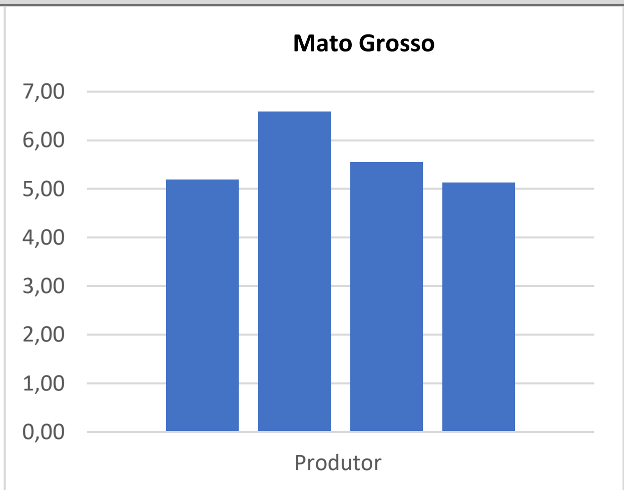




Fonte: Elaborado pelo autor

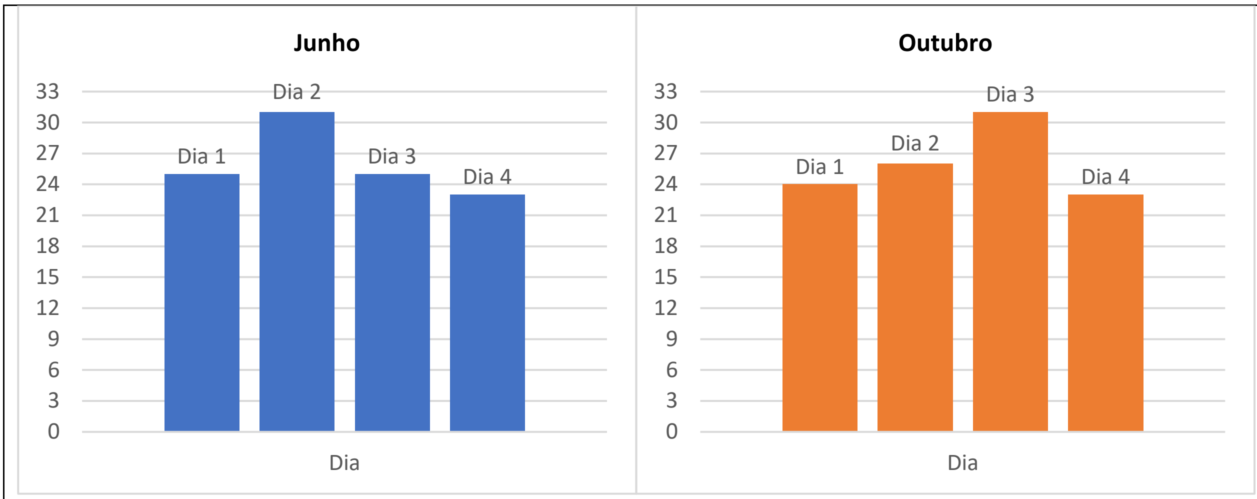
Situação II: Os gráficos abaixo confrontam a acidez da farinha de mandioca proveniente do Pará e do Mato Grosso. Os dados foram obtidos em pesquisa com quatro estabelecimentos de cada estado.





Fonte: Elaborado pelo autor

Situação III: Os gráficos abaixo mostram as temperaturas medidas em Belém nos meses de junho e de outubro. A pesquisa foi feita durante quatro dias de cada um dos dois meses.



Fonte: Elaborado pelo autor

4ª) Realize as mesmas comparações solicitadas nas questões de 1 a 3, mas dessa vez a partir da média. Insira suas respostas no quadro abaixo:

Situação	I (Açaí)		II (Farinha)		III (Calor)	
	Ponto de Venda		Estado		Mês	
	A	B	Pará	Mato Grosso	Junho	Outubro
Média						

5ª) A média facilitou responder as questões de 1 a 3? Se não, quais não foram possíveis responder? Justifique:

ATIVIDADE 2 – Desvio e a medida de variação

Conteúdo trabalhado: Desvio

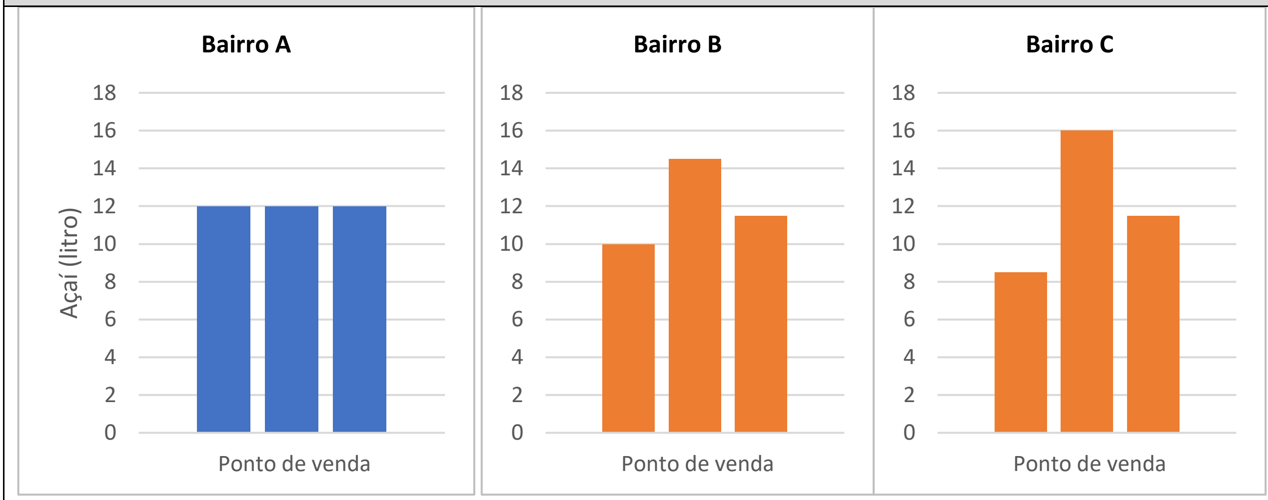
Objetivo: Conceituar desvio e mostrar que ele possibilita medir a variação dos dados de uma amostra.

Material e recursos utilizados: lápis, borracha, papel, laboratório de informática.

Desenvolvimento da atividade:

A partir das informações contidas na situação abaixo, responda as seguintes questões:

Situação: Segundo o DIEESE-PA, o maior preço do açaí do tipo médio comercializado em Belém, em 2018, foi de **R$12,00** no mês de julho. Os gráficos abaixo mostram o resultado do levantamento dos preços do litro do açaí em três pontos de venda de três bairros da capital paraense.



Fonte:

1ª) É possível afirmar em qual bairro o litro do açaí apresentou preço mais vantajoso ao consumidor, e em qual foi menos vantajoso, de acordo com os dados da pesquisa? Justifique:

2ª) No quadro abaixo, preencha o quanto cada preço é igual, está acima, ou está abaixo da média dos preços pesquisados para cada bairro:

Bairro	Média	Preço 1	Preço 2	Preço 3
A				
B				
C				

3ª) A partir de suas respostas à questão anterior é possível responder a 1ª questão? Explique:

ATIVIDADE 3 – As medidas de variação

Conteúdo trabalhado: Desvio Absoluto Médio, Desvio Padrão e Variância

Objetivos: Mostrar que os desvios podem ser representados por um único número, permitindo conceituar as medidas de variação.

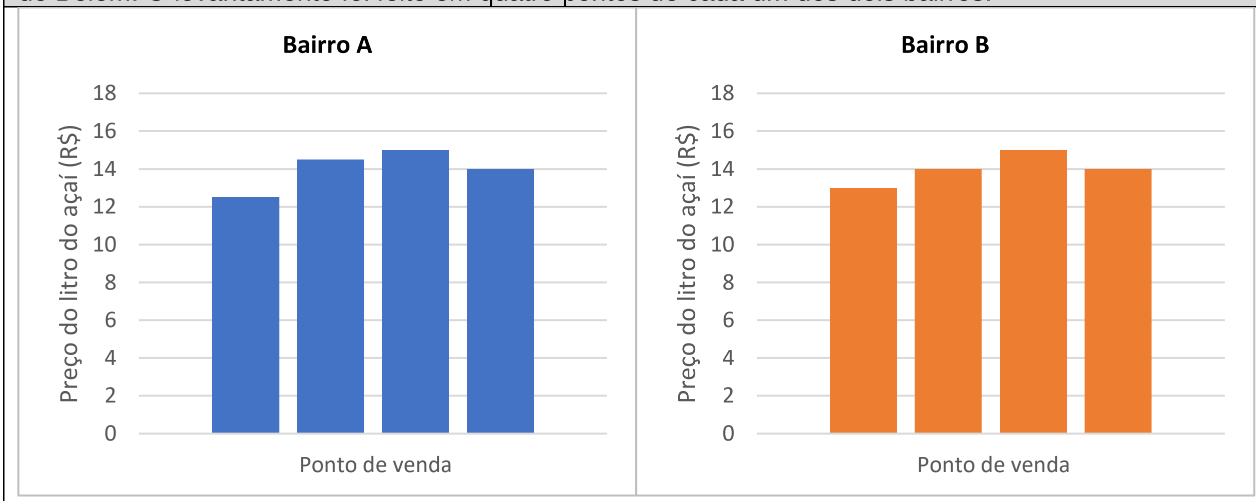
Material e recursos utilizados: lápis, borracha, papel, laboratório de informática.

Desenvolvimento da atividade:

Bloco I

A partir das informações contidas na situação I abaixo, responda as seguintes questões:

Situação I: Os gráficos abaixo mostram os preços do litro do açaí em pontos de venda de dois bairros de Belém. O levantamento foi feito em quatro pontos de cada um dos dois bairros.



Fonte: Elaborado pelo autor

1ª) No quadro seguinte constam os desvios dos preços de cada bairro. Obtenha a média desses desvios e os insira no quadro:

Bairro	Média dos preços	Desvio				Media dos desvios
		Preço 1	Preço 2	Preço 3	Preço 4	
A	14	1,5	0,5	1,0	0,0	
B	14	1,0	0,0	1,0	0,0	

2ª) Compare e explique a média dos desvios dos preços de cada bairro

3ª) Preencha o quadro abaixo com o menor e o maior valor que, em média, os preços variam de acordo com a média dos desvios.

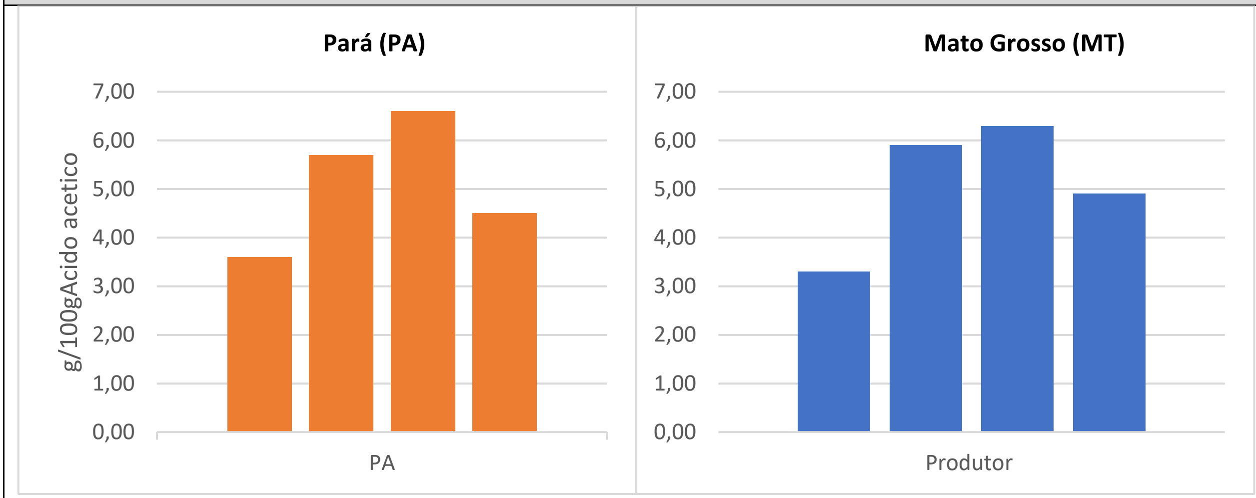
Bairro	Média dos preços	Media dos desvios	Menor preço	Maior preço
A	14	0,75		
B	14	0,50		

4ª) A partir da média dos desvios dos preços de cada bairro, é possível afirmar qual bairro apresentou o preço do açaí mais vantajoso ao consumidor? Justifique:

Bloco II

A partir das informações contidas na situação II abaixo, responda as seguintes questões:

Situação II: Os gráficos abaixo confrontam a acidez da farinha de mandioca proveniente do Pará e do Mato Grosso. Os dados foram obtidos em pesquisa com quatro estabelecimentos de cada estado.



Fonte: Elaborado pelo autor

‘

1ª) Obtenha os **quadrados dos desvios das acidezes**, **a raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3** e a **divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**. Faça isso para cada Estado, e preencha o quadro abaixo:

Estado	Quadrados dos Desvios				Soma dos quadrados dos desvios	Raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3	Divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3
	Acidez 1	Acidez 2	Acidez 3	Acidez 4			
PA							
MT							

2ª) Preencha o quadro abaixo com o menor e o maior valor que, em média, as acidezes variam de acordo com **a raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**.

Estado	Media das acidezes	Raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3	Menor acidez	Maior acidez
PA				
MT				

3ª) Preencha o quadro abaixo com o menor e o maior valor que, em média, as acidezes variam de acordo com a **divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**.

Estado	Media das acidezes	Divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3	Menor acidez	Maior acidez
PA				
MT				

4ª) De acordo com os quadros das 2ª e 3ª questões, identifique no quadro abaixo se cada acidez é contemplada pela **raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3** ou pela **divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**:

Acidez		Raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados	Divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3
PA	3,60		
	5,70		
	6,60		
	4,50		
MT	3,30		
	5,90		
	6,30		
	4,90		

5ª) A partir do quadro da 4ª questão, qual o estado que apresentou maior acidez de acordo com a **raiz quadrada da divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3** e com a **divisão da soma dos quadrados dos desvios por 3**? Explique:

2. 4 FORMALIZAÇÕES

FORMALIZAÇÃO 1

A média nem sempre possibilita decidirmos qual amostra é mais adequada em determinada situação, como nos casos em que as médias são iguais para mais de duas amostras. Nesses casos, a variação dos dados pode ajudar a decidir. Porém, se ela for associada a um número, possibilitará uma melhor comparação entre as amostras.

FORMALIZAÇÃO 2

A diferença entre um dado e outro é denominada variação ou dispersão. Já a diferença (afastamento) entre um dado(x_i) da amostra e a média$(\overline{x})$ é denominada **Desvio (D)**

$$\boxed{D = x - \overline{x}}$$

Como o desvio pode ser negativo, modulamos a diferença para ter seu **valor absoluto**, ou seja, sempre positivo. Assim:

$$D = |\overline{x} - x_i|$$

* Pode-se relacionar cada dado de uma amostra com a média deles, a partir do desvio. Evita-se, portanto, com parar os dados entre si, o que gera muitas combinações.

* Para tentar responder à pergunta foi preciso observar mais de um valor (os desvios abaixo e acima da média). Para amostras com mais dados, fazer tal análise pode ser inviável. Portanto, os desvios precisam ser associados a um único número, definido como **medida de variação** dos dados.

FORMALIZAÇÃO 3

Desvio Absoluto Médio (DAM) ou simplesmente *Desvio Médio* é uma medida definida como a média dos desvios absolutos. Considerar os valores dos desvios apenas como positivos é consequência da propriedade dos desvios, na qual a soma dos desvios sempre é nula, ou seja: $\sum_{i=1}^{n}\left(x-\bar{x}\right)=0$

Assim, o DAM é obtido por:

$\boxed{DAM=\frac{\sum|x-\bar{x}|}{n}}$, sendo n a quantidade de dados da amostra

FORMALIZAÇÃO 4

O **Desvio Padrão** é a mais importante das medidas de variação, e pode ser entendida como uma espécie de desvio médio. É indicado conforme o tipo de dados trabalhados, amostrais ou populacionais. Aqui, trataremos apenas dos amostrais. Assim, o *desvio padrão amostral* é indicado por s ;

O desvio padrão é definido como um conjunto de valores em torno da média, uma espécie de desvio médio dos valores em relação à média. Seu valor pode ser obtido por: $S=\sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n-1}}$

Passos para o cálculo de S:

Passo 1: calcule a média $\bar{x}$*;*

Passo 2: subtraia a média de cada valor individual para obter uma lista de desvios da forma $(X-\bar{X})$*;*

Passo 3: eleve ao quadrado cada uma das diferenças obtidas no Passo 2.

Isso resulta em números da forma $(X-\bar{X})^2$*;*

Passo 4: Adicione todos os quadrados obtidos no Passo 3. Esse é o valor de $\sum(X-\bar{X})^2$*;*

Passo 5: Divida o total do Passo 4 pelo número $(n-1)$*, que é 1 unidade menor do que o total de valores presentes.*

Passo 6: Ache a raiz quadrada do resultado do Passo 5

3 ESTUDO DO OBJETO MATEMÁTICO: Medidas de Variação

Tratamos nesta seção dos conceitos estatísticos que consideramos mais relevantes para nossa pesquisa, e que compõem o objeto de conhecimento Medidas de Variação.

Para Triola (1998), uma medida de variação é um número que reflete “o grau de dispersão entre os valores de um conjunto de dados”. Este mesmo autor considera como medidas de variação: amplitude; desvio-padrão; desvio médio; e variância. Antes de desenvolvermos cada uma, abordaremos os conceitos de variação e de desvio, pois são fundamentais tanto para as sequências de atividades de nossa pesquisa como para o entendimento das referidas medidas.

3. 1 VARIAÇÃO

Para Triola (1998), “a variação se refere a quanto os valores podem diferir entre si e pode ser medida por números específicos”. Consequentemente, quando os números mantêm relativa proximidade uns dos outros, apresentam baixas medidas de variação, enquanto os valores mais afastados (dispersos) têm maior medida de variação.

A presença de variação em um evento é o que o torna incerto. “A variação está em toda parte. Os indivíduos variam; medidas repetidas variam; quase tudo varia com o tempo” (MOORE; NOTZ; FLIGNER, 2017). Compreender a variação é o primeiro passo para o letramento estatístico, com a possibilidade de atingir o raciocínio estatístico, e mais adiante o pensamento estatístico.

3. 2 AMPLITUDE

A primeira medida de variação é também a mais simples, seja quanto a sua definição e, a seu cálculo. A amplitude total (A_T) ou somente amplitude de um conjunto de dados é a diferença entre o maior e o menor valor dentre esses dados.

Assim, se entre todos os dados o maior valor é x_2 e o menor é x_1, a amplitude é obtida por $x_2 - x_1$, isto é:

$$\boxed{A_T = x_2 - x_1}$$

Vê-se que a amplitude só pode assumir valores não negativos.

Para Triola (1998), o fato dessa medida adotar apenas valores extremos, torna-a uma medida limitada em comparação as outras que consideram todos os valores.

3. 3 DESVIO

Outro importante conceito para o estudo das medidas de variação é o de *Desvio* (D), definido como a diferença entre um valor (x) e a média ($\bar{x}$) dos dados. Assim:

$$\boxed{D = x - \bar{x}}$$

O desvio não serve como medida. Sua importância está em seu uso nas definições das medidas de variação a serem abordadas nas próximas seções. Apesar disso, ele apresenta uma importante propriedade, em que a soma de todos os valores dos desvios de uma amostra resulta sempre zero, isto é: $\sum_{i=1}^{n}(x - \bar{x}) = 0$.

Tal como fez Triola (1998), simplificaremos o símbolo $\sum_{i=1}^{n}$, e adotaremos nesse trabalho somente $\sum$.

3. 4 DESVIO ABSOLUTO MÉDIO

A segunda medida de variação, denominada Desvio Absoluto Médio (DAM) ou simplesmente Desvio Médio é uma medida definida como a média dos desvios absolutos. Considerar os valores dos desvios apenas como positivos é consequência da propriedade observada na seção anterior. Assim:

$$\boxed{DAM = \frac{\sum|x-\bar{x}|}{n}}$$, sendo n a quantidade de dados da amostra

O valor absoluto do desvio também pode ser entendido graficamente como a distância entre um dado e a média dos dados. Assim, o DAM pode ser interpretado como a média dessas distâncias.

Distinguiremos a partir das duas medidas de variação a seguir, que um conjunto de dados a ser pesquisado pode ser amostral ou populacional. Para cada um, haverá uma indicação específica.

3. 5 DESVIO PADRÃO

Segundo Triola (1998), o Desvio Padrão é a mais importante das medidas de variação, e pode ser entendida como uma espécie de desvio médio. Indica-se o desvio padrão conforme o tipo de dados trabalhados. Assim:

- quando os dados forem amostrais, o desvio padrão amostral é indicado por s;
- quando os dados forem populacionais, o desvio padrão populacional é indicado por σ.

Triola (1998) define desvio padrão como um conjunto de valores em torno da média, uma espécie de desvio médio dos valores em relação à média. Seu valor pode ser obtido pelas fórmulas identificadas em cada um dos dois casos abaixo:

3.3.5.1 Desvio Padrão Amostral

Fórmula (I) $\boxed{s = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}}}$ desvio padrão amostral

Fórmula (II) $\boxed{s = \sqrt{\frac{n\sum\left(x^2\right)-\left(\sum x\right)^2}{n(n-1)}}}$ desvio padrão amostral (abreviação de I)

Os alunos realizarão os cálculos nas atividades propostas em nossa pesquisa com o uso de Planilha Eletrônica, porém, não os isentaremos de conhecer os procedimentos para tal. Adotaremos os passos sugeridos por Triola (1998, p.77)

Passo 1: calcule a média $\bar{x}$;
Passo 2: subtraia a média de cada valor individual para obter uma lista de desvios da forma $\left(\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}}\right)$;
Passo 3: eleve ao quadrado cada uma das diferenças obtidas no Passo 2. Isso resulta em números da forma $\left(\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}}\right)^2$;
Passo 4: Adicione todos os quadrados obtidos no Passo 3. Esse é o valor de $\sum\left(\boldsymbol{x}-\bar{x}\right)^2$;
Passo 5: Divida o total do Passo 4 pelo número $\left(n-1\right)$, que é 1 unidade menor do que o total de valores presentes.
Passo 6: Ache a raiz quadrada do resultado do Passo 5.

O mesmo autor destaca importantes propriedades do desvio padrão, quais sejam:

- O desvio padrão mede a variação de todos os valores a partir da média;
- Seu valor ($\boldsymbol{S}$) é usualmente positivo. Será zero somente quando todos os valores dos dados forem iguais a um mesmo número, portanto, nunca será negativo;
- Maiores valores de $\boldsymbol{S}$ indicam maior variação dos dados;
- O valor de $\boldsymbol{S}$ pode crescer drasticamente se incluído um ou mais *outliers* (valores de dados muito afastados dos demais);
- As unidades de $\boldsymbol{S}$ coincidem com as dos dados originais.

3.3.5.2 Desvio Padrão Populacional

A fórmula para o cálculo do desvio padrão, com dados de uma população, é definida de forma muito próxima que no amostral. As diferenças estão: nas adaptações de algumas notações; no entendimento dessas notações; e no denominador que agora é $\boldsymbol{N}$.

.

Fórmula (III) $\boxed{\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\dfrac{\sum(\boldsymbol{x}-\mu)^2}{N}}}$ *desvio padrão populacional*

Na fórmula (III) $\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} \text{ é o desvio padrão populacional} \\ \boldsymbol{\mu} \text{ é a média} \\ \boldsymbol{N} \text{ expressa o tamanho da população} \end{cases}$

3. 6 VARIÂNCIA

O termo variância possui uma definição específica. A seguir, dois modos de se apresentar essa definição.

Para Triola (1998), variância de um conjunto de dados é uma medida da variação igual ao quadrado do desvio padrão. Assim, tal como ocorreu com o desvio padrão, segue o cálculo da variância conforme a situação dos dados:

Fórmula (IV) $\boxed{\boldsymbol{s}^2 = \dfrac{\sum(\boldsymbol{x}-\overline{x})^2}{n-1}}$ variância amostral

Fórmula (V) $\boxed{\boldsymbol{s}^2 = \dfrac{n\sum(\boldsymbol{x}^2)-(\sum x)^2}{n(n-1)}}$ variância amostral (abreviação de IV)

Fórmula (VI) $\boxed{\boldsymbol{\sigma}^2 = \dfrac{\sum(\boldsymbol{x}-\mu)^2}{N}}$ variância populacional

A forma de apresentação de Triola, seja da definição ou das fórmulas de variância, são semelhantes às apresentadas nos livros didáticos utilizados na educação básica. Vejamos a outra forma de fazê-los:

Para Moore; Notz; Fligner (2017), a variância de um conjunto de observações é uma média dos quadrados dos desvios das observações a partir de sua média. Eles tratam o termo observação como sinônimo do termo dado. Assim, para n observações, a variância pode ser obtida por:

Fórmula (VII) $\boxed{\boldsymbol{s}^2 = \dfrac{(\boldsymbol{x}_1-\overline{x})^2+(\boldsymbol{x}_2-\overline{x})^2+(\boldsymbol{x}_3-\overline{x})^2+...+(\boldsymbol{x}_n-\overline{x})^2}{n-1}}$

ou

Fórmula (VIII) $\boxed{s^2 = \frac{1}{n-1}\sum\left(x-\bar{x}\right)^2}$ abreviação de (VII)

3. 7 NOTAS IMPORTANTES

Organizamos algumas observações que consideramos importantes para o desenvolvimento de nossa pesquisa, uma vez que refletem na prática pedagógica do professor, e nos livros didáticos adotados para o EM.

Nota 1: As aplicações das medidas de variação são mais comuns em casos, cujos dados (observações) são amostrais do que em populacionais. Por esse motivo, nas atividades propostas em nossa pesquisa adotaremos dados amostrais.

Nota 2: A fórmula VIII é apenas um rearranjo algébrico de (VI).

Nota 3: Da mesma forma que a mediana é mais limitada que a média para medir o comportamento da maioria das distribuições de dados, e igualmente a média em relação ao desvio padrão e a variância, para medir distribuições contendo variações com desvios consideráveis, as principais medidas de variação também apresentam suas limitações.

O uso do desvio padrão é mais adequado em relação à variância, pois, apresenta a mesma unidade de medida que os dados observados. Assim, se for observada uma amostra, cuja unidade seja em *km*, o desvio padrão também será em *km*, ao contrário da variância, que nesse caso teria unidade em km^2.

Porém, conforme Moore; Notz; Fligner (2017), o desvio padrão é a medida natural de variabilidade para um caso específico das distribuições simétricas: as distribuições normais. Os autores reforçam que a presença de *outliers* nas observações, tornam o desvio padrão uma medida não resistente, isto é, sensível às observações extremas, ainda que poucas.

Nota 4: As fórmulas (I) e (IV) são mais utilizadas nos cursos da educação básica e nos livros didáticos desta etapa de ensino, porém, com o denominador n, ao invés de $(n-1)$ como em todas as fórmulas descritas para dados amostrais.

Abaixo seguem as fórmulas (I) e (IV) tal como adotadas na educação básica e nos livros didáticos:

Fórmula (XIX) $s=\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$ desvio padrão amostral

Fórmula (X) $s^2=\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$ variância amostral

As justificativas para esse uso diferem entre alguns autores. Vejamos como tratam os dois, que estamos adotando nesse texto:

Para Triola (1998, p.83), a divisão por $(n-1)$ se justifica por existirem apenas $n-1$ valores independentes, ou seja, a média de n dados apresenta somente $n-1$ valores que podem ser "associados a qualquer número antes que o último seja determinado". A consequência do uso de n é que o valor σ^2 da variância fica subestimado, de modo a diminuição em 1 unidade no denominador compensa essa perda.

Já para Moore; Notz; Fligner (2017), o uso de $n-1$ se justifica pela soma dos desvios resultar sempre 0 (zero), pois, sendo conhecidos $n-1$deles, é possível determinar o último. Conforme os autores, somente $n-1$ dos desvios quadráticos $\left(x-\bar{x}\right)^2$, podem variar com liberdade, o que conduz o cálculo da média ser dividida pelo total $n-1$. O número $n-1$ indica o grau de liberdade da variância e do desvio padrão.

3. 8 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Os cálculos para obtenção das principais medidas de variação, como desvio padrão e variância, são demasiadamente trabalhosos, e diante das diversas opções tecnológicas que possibilitam um cálculo facilitado, faz-se necessário voltar-se ao mais importante desse conteúdo: a interpretação de seus resultados. Triola ensina que

> A tecnologia nos tem permitido apreciar o seguinte princípio da estatística: Não é tão importante memorizarmos fórmulas ou fazermos manualmente cálculos aritméticos tão complexos. Em vez disso, podemos nos concentrar na obtenção de resultados com auxílio de alguma forma de tecnologia (calculadora ou programas), obtendo, então, o sentido prático desses resultados através de um pensamento crítico. (TRIOLA, 1998, p. 62)

O entendimento do autor converge com a importância do desenvolvimento do letramento, do raciocínio e do pensamento estatísticos, e, portanto, com os anseios de nossa pesquisa.

Um outro aspecto importante sobre essas duas medidas, é que muitas vezes elas são consideradas como os únicos meios para se medir variação de dados. No entanto, Moore; Notz; Fligner (2017, p.44) apontam os procedimentos do Resumo dos Cinco Números, que consiste na menor observação (Mínimo), no primeiro quartil[1] (Q_1), na mediana (M), no terceiro quartil (Q_3) e na maior observação (Máximo). Conforme os autores, esses números dispõem uma descrição quase completa de centro e variabilidade. Devido não serem abordados na EB, de acordo com a BNCC, não nos aprofundaremos em seu entendimento, contudo, concordamos com os autores de que tal Resumo é excelente medidor de variação de dados, e que poderia ser trabalhado como conceito estatístico fundamental para variabilidade na EB.

O desvio padrão sofre uma generalização semelhante; muitas vezes ele é associado a uma medida que melhor interpreta qualquer tipo de distribuição que apresente variação acentuada dos dados. Porém, Moore; Notz; Fligner (2017) e Bussab e Morettin (2010) afirmam que essa medida, tal como a média, é afetada acentuadamente por valores extremos. Portanto, conforme estes autores, o desvio padrão é apropriado para medir variabilidade de dados, cuja distribuição é simétrica, conhecidas como distribuições normais.

Até aqui, neste capítulo, apresentamos as análises prévias desta pesquisa, cuja finalidade foi de fundamentar as próximas fases da engenharia didática aqui adotada. No capítulo a seguir, trataremos de nossa SD, bem como das atividades elaboradas para o ensino de medidas de variação estatística no ensino médio, das análises *a priori* e *a posteriori* e da validação de nosso produto.

[1] Moore; Notz; Fligner (2017, p.44) Quartil é uma medida que delimita a metade central de uma distribuição de dados.

REFERÊNCIAIS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática Matemática**. Curitiba. Ed UFPR, 2007. 218 p.

ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008.

BARNETT, V.D. Comparative statistical inference. Wiley. Chicheste. 1973.

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidade de Granada. 2001. 219 p.

GODINO, J. D. y BATANERO, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. En, A. Sierpinska y J. Kilpatrick (Eds.), **Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity** (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer, A. P.

BORBA, R.; MONTEIRO, C.; GUIMARÃES, G.; COUTINHO, C.; KATAOKA. V. Educação Estatística no Ensino Básico: Currículo, pesquisa e prática em sala de aula. EM TEIA: **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v.2, 1 – 18, 2011.

BRASIL.**Guia dos livros didáticos***:* PNLD2012. Brasília: Secretaria da Básica. 2011.

BRASIL. MEC/INEP. **Relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)** – ciclo 1990. Brasília, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministérios da Educação. **Lei de diretrizes e Bases da Educação Brasileira**. Brasília: MEC/SEM, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática**-** ensino médio**-**Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEM, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília, DF, 2018.

BROUSSEAU, G. **Fundamentos e Métodos da Didactica Matemática**. In: BRUN, J. (Org.). Didáctica das Matemáticas. Trad. de MJF Lisboa: Instituto Piaget, p.35-113. 1996.

BUSSAB, W. O; MORETTIN, P. A.; **Estatística Básica**. 6ª edição. São Paulo: Saraiva, 2010.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas**: estrutura e elaboração. 104 p. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

CAMPOS, C. R. **A Educação estatística**: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação. 2007. 242f. Tese (Doutorado em Educação) -Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2007.

CAZORLA, I. M.; CASTRO, F. C. **O papel da Estatística na leitura do mundo**: o letramento estatístico. Publ. UEPG Ci. Hum., Ci. Soc. Apl., Ling., Letras e Artes, Ponta Grossa, n.16, p.45-53, jun. 2008.

CHANCE, B. L. Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n.3, 2002.

CHANCE, B., DELMAS, R., & GARFIELD, J. (2004). **Reasoning about sampling distributions**. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking (pp. 295-323). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

COLOMBO, J.A.A. **Representações semióticas no ensino**: contribuições para reflexões acerca dos currículos de Matemática Escolar. Florianópolis, 2008. 252 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Centro de Educação, Ciências Físicas, Biológicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina.

CORDANI, L. K. (2001). **O ensino da Estatística na Universidade e a controvérsia sobre os fundamentos da inferência**. Tese de Doutorado. São Paulo, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; GIORDANO, Cassio Cristino. **Conhecimentos Prévios de alunos do Ensino Médio a respeito de Estocástica**: uma análise com o auxílio do software CHIC. Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online, v. 9, n. 2, 2019

DOLZ, Joaquim; NOVERRAZ, Michele; SCHNEUWLY, Bernard. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. . In: SCHNEUWLY, Bernard.; DOLZ, Joaquim. e colaboradores. **Gêneros orais e escritos na escola**. [Tradução e organização: Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro]. Campinas-SP: Mercado de Letras, 2004.

DUVAL, R. 2006. A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 61, pp. 103-131.

Duval R, Semiosis et Noesis. Préprint*. 1993.*

FERNANDES, J. D. C. **Introdução à semiótica**. In: ALDRIGUE, A. C. de S.; LEITE, J. E. R. (Org.). Linguagens: usos e reflexões. 1 ed. João Pessoa: Editora da UFPB, 2011, v. 8, p. 159-185.

GAL, Iddo. **Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities**. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking (pp. 295-323). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. 2004.

GARFIELD, J. **The statistical reasoning assessment: development and validation of a research tool**. In: Proceedings of the fifth international conference on teaching statistics, pp. 781-786, International Statistical Institute. Mendoza, Voorburg, Holanda: Ed. L. Pereira, 1998.

GODINO, J. D. y BATANERO, C. Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. En, A. Sierpinska y J. Kilpatrick (Eds.), **Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity** (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer, A. P. 1998.

INEP. **Relatório técnico do Sistema Nacional de Avaliação Básica -** SAEB, 2017. Brasília: INEP/Ministério da Educação, 2019

LOPES, C. A. E. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. Cad. Cedes, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

LOPES, Celi E. A educação estocástica na infância. **Revista Eletrônica de Educação** – UFSCar, São Carlos, SP, v. 6, n. 1, p.160-174, maio 2012.

MOORE, S.D.; NOTZ, W.I.; FLIGNER, A.M. **A Estatística Básica e sua prática**. Tradução: Ana Maria Lima. 7ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2017.POMMER, M. W. A **Engenharia Didática em sala de aula**: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. São Paulo, 2017.

RUMSEY, D. J. Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. **Journal of Statistics Education**, Alexandria, v. 10, n. 3, 2002. Disponível em: < http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html>. Acesso em: 23 nov. 2019.

SANTAELLA, Lucia. **O que é semiótica?** 27. reimpr. da 1. ed. de 1983. v. 103. São Paulo: Brasiliense, 2008b. (Coleção Primeiros Passos).

SANTAELLA; NÖTH, Winfied. **Imagem**: cognição, semiótica, mídia. SP: Iluminuras. 1998.

SILVA, C. B. **Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação:** um estudo com professores de matemática. São Paulo, 2007. 354. f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica, 2007.

TRIOLA, M.F. **Introdução à Estatística**. 7ª edição. Rio de Janeiro: LTC Editora, 1998.

WALICHINSKI, D.; SANTO JUNIOR, G.; ISHIKAWA, E. C. M. Educação estatística e parâmetros curriculares nacionais: algumas considerações. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 3, 2014.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical Thinking in Empirical Enquiry. **International Statistical Review**, Auckland, v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. (2004). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), **The Challenge of developing statistical literacy**, reasoning, and thinking (pp. 295-323). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar; tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998. 224 p.

SABBAG, A., GARFIELD, J., and ZIEFFLER, A. (2018). Assessing statistical literacy and statistical reasoning: The REALI instrument. **Statistics Education Research Journal**, 17(2):141–160.

WALLACE DO CARMO MUNIZ

Mestre em Ensino de Matemática (UEPA-2018). Especialista em Educação de Jovens e Adultos no Proeja e no Pronatec (UFPA-2016). Graduado em Licenciatura em Matemática (IFPA-2003). Atualmente professor do quadro efetivo da rede pública estadual do Estado do Pará, desde 2005.

CINTHIA CUNHA MARADEI PEREIRA

Possui graduação em Licenciatura em Matemática e em Tecnologia em Processamento de Dados, especialização em Informática Médica, mestrado em Ciências da Computação e Doutorado em Genética e Biologia Molecular (Bioinformática) pela Universidade Federal do Pará, Brasil (2013). Participa do desenvolvimento de tecnologias aplicadas ao ensino de Matemática. Atualmente PROFESSOR ADJUNTO I da Universidade do Estado do Pará, Brasil.

ACYLENA COELHO COSTA

Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado do Pará, fez mestrado (2004) e doutorado (2015) em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. É professora efetiva da Universidade do Estado do Pará, do curso de Licenciatura em Matemática, no qual foi coordenadora no período de 2016 a 2020. Atualmente é diretora do Centro de Ciências e Planetário do Pará. Tem experiência na área da Educação Matemática e lidera o grupo de pesquisa de Didática da Matemática e Educação Matemática da UEPA, com atuação principalmente nos seguintes temas: ensino e aprendizagem de função e geometria analítica.

UEPA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA