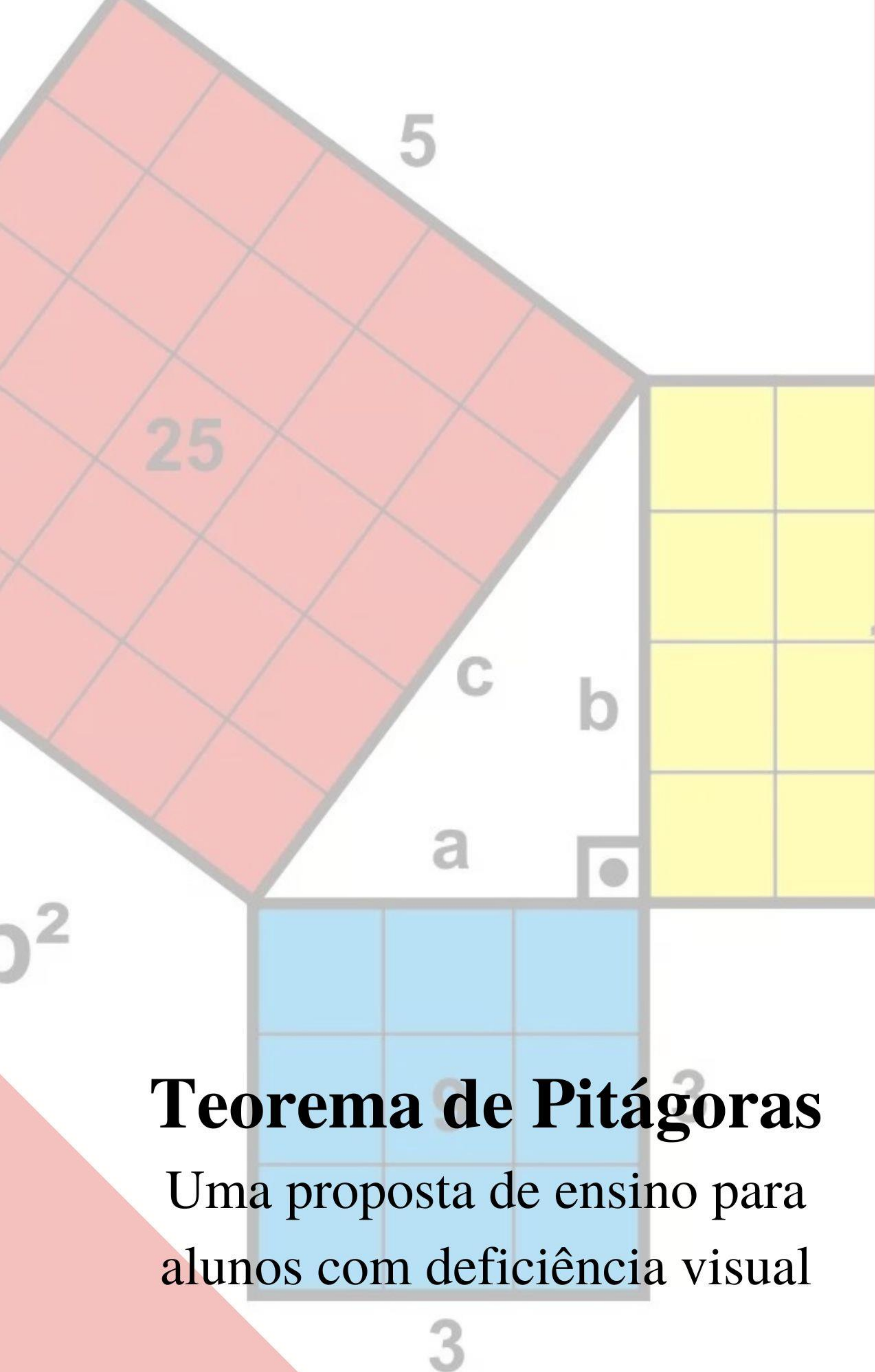
Caderno Pedagógico do Professor



Teorema de Pitágoras

Uma proposta de ensino para alunos com deficiência visual

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA
MESTRADO - PPGEEB
CENTRO DE ENSINO E PESQUISA APLICADA À EDUCAÇÃO
UFG
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

ÉRICA FRANCIELLE MOREIRA DAMACENO

TEOREMA DE PITÁGORAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

GOIÂNIA
2022

APRESENTAÇÃO

Este caderno é fruto de uma pesquisa de mestrado intitulada **A Compreensão do Teorema de Pitágoras pelos alunos com deficiência visual: Um estudo sobre as Representações Semióticas em Geometria**, orientada pela professora Doutora **Elisabeth Cristina de Faria**, pertencente a linha de pesquisa Concepções teórico-metodológicas e práticas docentes, do Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação da Universidade Federal de Goiás, para obtenção do título de Mestre em Ensino na Educação.

Este material consiste de um caderno que apresenta sugestões que podem ajudar você professor que tem ou não um discente com deficiência visual na elaboração das suas aulas. Apresentamos aqui uma proposta de ensino direcionado para alunos estudarem o Teorema de Pitágoras. Ele foi pensado para ser utilizado para alunos do 9º ano, mas algumas atividades podem ser aplicadas em alunos em séries anteriores observando os pré requisitos de cada atividade.

Esse caderno também contém algumas representações em braille de símbolos matemáticos utilizados no estudo do teorema de Pitágoras, e uma reflexão da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval e as contribuições para o ensino da geometria.

SUMÁRIO

Introdução

PARTE 1

1. **TEOREMA DE PITÁGORAS**
   1. **UM POUCO DE HISTÓRIA**
   2. **ATIVIDADES**
      1. **A PROCURA DE TRIÂNGULOS RETÂNGULOS**
      2. **ATIVIDADE INVESTIGANDO TRIÂNGULOS**
      3. **DEMONSTRANDO O TEOREMA COM O USO DO GEOPLANO**
      4. **DEMONSTRAÇÃO UTILIZANDO TANGRAM**
      5. **CALCULANDO MEDIDAS COM O GEOPLANO**
      6. **MEDINDO INCOMENSURÁVEIS**
      7. **DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS POR SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS**
      8. **UMA DEMONSTRAÇÃO GEOMÉTRICA**
      9. **DEMONSTRAÇÃO COM TRAPÉZIO (DEMONSTRAÇÃO DE ABRAM GARFIELD)**
      10. **DEMONSTRAÇÃO POR RELAÇÕES MÉTRICAS NA CIRCUNFERÊNCIA**

PARTE 2

2. **O CÓDIGO BRAILLE**
   1. **A INVENÇÃO DO CÓDIGO BRAILLE**
   2. **O ALFABETO E OS NÚMEROS EM BRAILLE**
   3. **REPRESENTAÇÕES DE FIGURAS PLANAS NOS LIVROS DIDÁTICAS**

PARTE 3

3. **A GEOMETRIA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**
4. **PODCAST**

5. **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

INTRODUÇÃO

Sou professora de Matemática formada pela Universidade Federal de Goiás (UFG) desde 2003, e desde 2008 trabalho no Centro de Apoio Pedagógico para atendimento às pessoas com deficiência visual (CAP-GO)

Em 2019 com a inserção no mestrado e a orientação da professora Elisabeth Cristina de Faria, iniciei um estudo sobre as representações em geometria, pensando no ensino do teorema de Pitágoras para alunos com ausência da visão.

Minha motivação inicial foi estudar sobre como os alunos com cegueira total percebem as representações de figuras geométricas e as utilizam para a resolução de atividades envolvendo o teorema, para isso usamos como aporte teórico a Teoria de Registros de Representação de DUVAL. Após muito estudo e pesquisas, elaboramos a dissertação e este produto educacional aqui apresentado.

Observando que a aprendizagem dos alunos com deficiência visual se dará através dos outros sentidos, especialmente o tato e a audição, pontuamos nas atividades a importância da descrição das representações envolvendo o teorema e a manipulação de recursos táteis para a visualização das figuras geométricas.

Parte 1

TEOREMA DE PITÁGORAS

1. UM POUCO DE HISTÓRIA

Inicialmente, apresentamos um pequeno histórico sobre o Teorema de Pitágoras, com o intuito de mostrar para os alunos que os povos antigos ao realizar construções, tiveram a necessidade de estudar e utilizar ângulos retos. E que apesar do nome do Teorema ser atribuído a Pitágoras, pouco se sabe sobre sua descoberta e demonstração.

Segundo Eves (2011) Pitágoras nasceu por volta de 572 a.c na Ilha Egéia de Samos, ele é uma figura imprecisa historicamente, pois não sobreviveu nenhuma obra dele, o que temos são tradições que se tornou em volta desse sujeito, mas nada específico. Acredita-se que ele tenha sido discípulo de Tales, pois era 50 anos mais novo que ele e morava perto da mesma região em que ele viveu. Em Crotona, uma colônia situada ao sul da Itália, fundou a famosa escola Pitagórica, que era um centro de estudo de filosofia, ciências, matemática e também com um cunho religioso de rituais e costumes.

Segundo os autores não se sabe a quem se deve as descobertas da escola Pitagórica, porque os ensinamentos eram todos orais, e era costume atribuir todas as descobertas ao fundador da escola. Mas essa relação entre os catetos e a hipotenusa já era conhecida há mais de um milênio antes pelos Babilônios.

Segundo ROQUE (2012), essa relação pode ter sido um saber comum entre os gregos daquela época. E a demonstração do teorema encontrada no livro *Os elementos* de *Euclides* faz uso de resultados que eram desconhecidos na época da escola pitagórica. "Não se conhece nenhuma prova do teorema geométrico que tenha sido fornecida por um Pitagórico e parece pouco provável que ela exista"(Roque, 2012, p.99).

> Não deve ter havido um teorema geométrico sobre o triângulo retângulo demonstrado pelos pitagóricos, e sim um estudo das chamadas triplas pitagóricas. O problema das triplas pitagóricas é fornecer triplas constando de dois números quadrados e um terceiro número quadrado que seja a soma dos dois primeiros.Essas triplas são constituídas por números inteiros que podem ser associados às medidas dos lados de um triângulo retângulo.(Roque, 2012, p. 99)

Mesmo assim a relação válida para todo triângulo retângulo que diz que o quadrado da hipotenusa é igual a soma do quadrado dos catetos, é uma das mais famosas e mais utilizadas na geometria. E.S Loomis, na segunda edição do seu livro *The Pythagorean Proposition, coletou* e classificou 370 demonstrações do Teorema.

Na prática, o triângulo retângulo é utilizado nas construções de casas, prédios, e até de móveis e objetos. Essa relação pode ser utilizada para calcular distâncias inacessíveis, como a altura de um prédio, ou até para provar que a terra é redonda e não plana. Além de ser muito importante para a engenharia e arquitetura é também muito utilizado na aeronáutica para traçar rotas de voos e evitar assim colisões.

O teorema é muito importante para diversos estudos de conteúdos de geometria, como cálculo de áreas, perímetro, volume de sólidos e é fundamental conhecer essa relação para o estudo da trigonometria.

1.2 ATIVIDADES ENVOLVENDO O TEOREMA DE PITÁGORAS

1.2.1 A PROCURA DE TRIÂNGULOS RETÂNGULOS

Objetivo da atividade: Reconhecer o triângulo retângulo no cotidiano

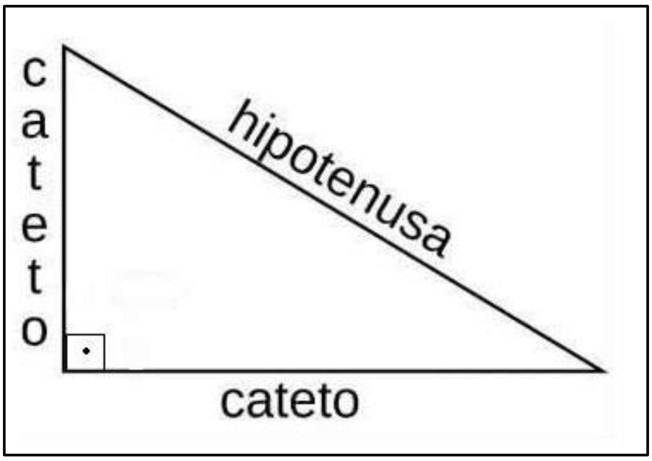
Pré Requisitos: Relembrar conceito de ângulos e triângulos.

Segundo Roque (2012), a matemática se desenvolveu a partir de problemas ligados ao cotidiano como: contar o rebanho, medir um terreno, construir templos e pirâmides e outros problemas.

O triângulo retângulo

É todo triângulo que possui um ângulo de 90°. O lado maior desse triângulo é chamado de hipotenusa e os outros dois lados menores são chamados de catetos. Observe que o lado maior é sempre oposto ao ângulo de 90º.

Figura 1: Triângulo retângulo



Fonte: Elaborado pela autora

Adaptações para o aluno com deficiência visual: Mostrar a figura do triângulo em alto relevo que pode ser pontilhada com ajuda da carretilha[1], desenhada com cola glitter ou canudinho preso na placa de isopor[2]. Sugerimos mostrar um triângulo retângulo no geoplano com ajuda de liguinhas ou barbante, ou até recortes de triângulos no papel cartão, EVA ou MDF.

Dialogar com os alunos as seguintes questões:

1. Porque o triângulo retângulo recebe esse nome especial?
2. Porque é interessante medir?
3. Onde podemos encontrar o triângulo retângulo nessa sala?
4. E em outros lugares?

Sugestão de atividade:

Representação do triângulo retângulo em maquete

Materiais: Caixas de embalagens de tamanhos variados, placa de isopor, eva, cola, papéis diversos e tesoura.

Atividade

[1] Objeto com uma roda dentada que perfura o papel ao pressioná-lo, é utilizado para a marcação de molde de costura. Para o aluno com deficiência visual pode utilizar para fazer desenhos simples utilizando um papel acima de uma borracha, pode ser uma folha de EVA.
[2] Trata-se de uma placa de isopor revestida de EVA para fixar canudinhos e trabalhar figuras planas, maiores detalhes em anexo 1

Em grupos de 3 ou 4 alunos, construir uma maquete demonstrando o triângulo retângulo no cotidiano. Ex: Escadas, casas, mesa, muro, pirâmide, identificando o triângulo retângulo.

Ao final, cada grupo deverá apresentar cada maquete identificando o triângulo retângulo e dialogar com os alunos sobre como seria se tivesse sido usado um triângulo não retângulo nessas construções, deixar que o DV toque e reconheça cada maquete.

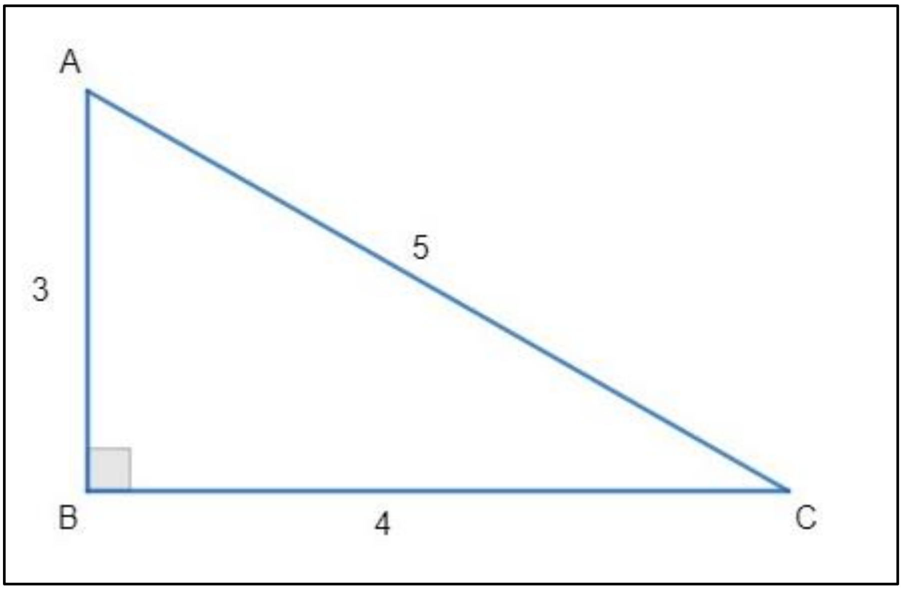
1.2.2 ATIVIDADE INVESTIGANDO TRIÂNGULOS

Objetivo da Atividade: Observar que em triângulos que possuem um ângulo reto a hipotenusa ao quadrado é igual a soma do quadrado dos catetos.

Pré Requisitos: Revisar potências

Observe o triângulo retângulo abaixo e a relação entre os catetos e a hipotenusa:

Figura 2: Triângulo pitagórico



Fonte: Elaborado pela autora

$\mathbf{3^2 + 4^2 = 5^2}$

Recorte os triângulos do anexo 2, cole em um papelão, papel cartão ou EVA, peça aos alunos que meçam os lados e anotem as medidas de cada triângulo. Observe quais triângulos que possuem um ângulo reto e construam uma tabela como no modelo abaixo:

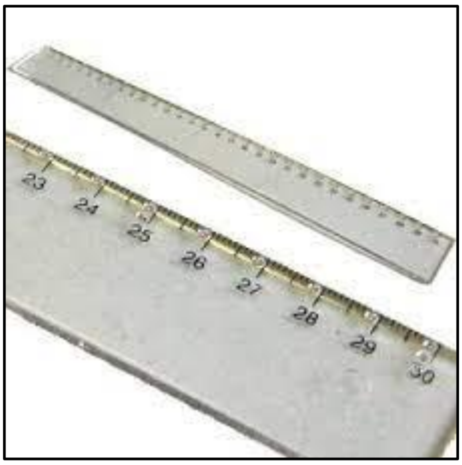
Quadro 1: Investigando triângulos

Triângulo	A	B	C	B^2	C^2	$B^2 + C^2$	A^2	ângulo reto
1	3	4	5	9	16	25	25	sim
2								
3								
4								
5								
6								
7								

Observando que é A o maior lado do triângulo e os outros dois lados catetos são B e C. Anotem as conclusões com relação aos resultados.

Adaptações para alunos com deficiência visual: É importante que o aluno com deficiência visual também verifique a medida dos lados dos triângulos e do ângulo reto, para isso utilize a régua adaptada e um esquadro como na figura XX abaixo.

Figura 3: Régua adaptada



Fonte: Site: shopping do braille[3]

1.2.3. DEMONSTRANDO O TEOREMA COM O USO DO GEOPLANO

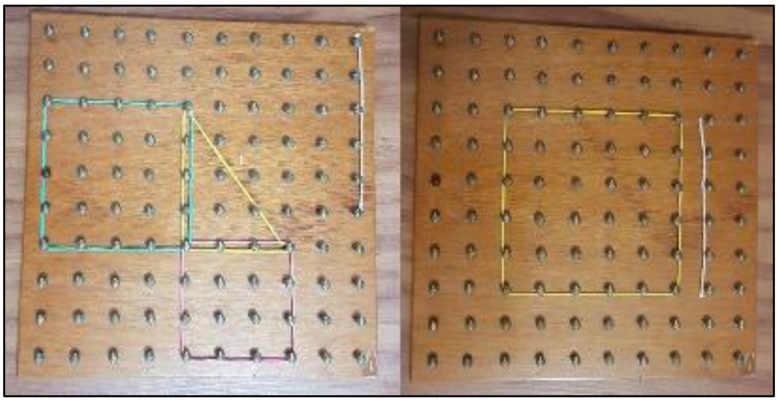
Objetivo da atividade: Perceber através da construção do triângulo de lados 3, 4 e 5 e do cálculo das áreas dos quadrados no geoplano que a soma das medidas dos quadrados dos catetos do triângulo é igual ao quadrado da medida da hipotenusa. Essa atividade pode ser feita tanto para alunos com DV como para alunos videntes.

De acordo com vários dados históricos, as pirâmides do Egito são baseadas na pirâmide de base quadrada e para conseguir ângulos retos os egípcios usavam uma corda de 12 nós equidistantes para construir um triângulo retângulo e obter o cantos das bases da pirâmide em ângulos retos. Esse triângulo em particular tem lados medindo 3, 4 e 5 unidades, o ângulo formado pelos dois lados menores é um ângulo reto. (Giovanni, Giovanni Jr., 2002)

Verificação do teorema com o geoplano:

[3] http: shoppingdobraille.com.br

Figura 4: Representação no geoplano



Fonte: Elaborado pela autora

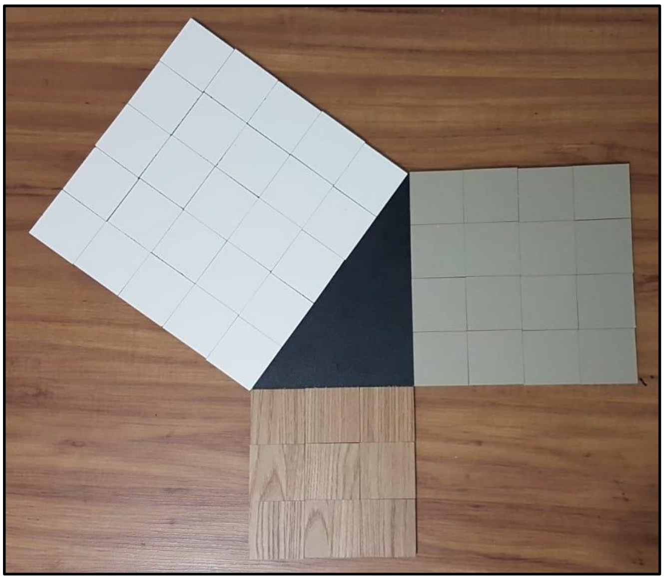
1. Construa um triângulo retângulo de catetos 3, 4 e 5 utilizando liguinhas, considere a medida entre dois pregos como uma unidade de medida. Observe que os dois catetos devem ser perpendiculares.
2. Utilize um barbante, ou outro material para conferir a medida do lado da hipotenusa, que estará na diagonal, sua medida será igual a 5 (confira comparando distância a pregos na vertical ou horizontal).
3. Construa quadrados sobre catetos de cada triângulo, de lados 3 e 4. (fig.x)
4. Calcule a área desses quadrados contando cada quadradinho como 1 unidade de área;

5. Em outro geoplano construa um quadrado com a medida da hipotenusa e peça que calcule a área, contando os quadrados (fig.x)

6. Deixe que o aluno tire suas conclusões e anote os resultados.(Se o aluno não perceber a relação envolvendo o teorema peça que compare a área do quadrado maior com a soma dos outros dois quadrados)

Outras adaptações: Pode produzir os quadradinhos com papel cartão, eva, papelão ou mdf. Como na figura 29

Figura 5: Demonstração com quadradinhos



Fonte: Elaborado pela autora

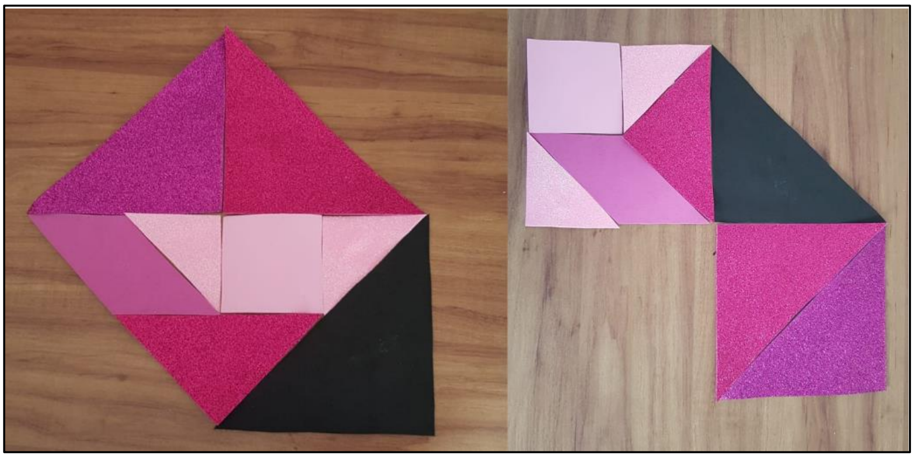
1.2.4 DEMONSTRAÇÃO UTILIZANDO O TANGRAM

Objetivo da atividade: Verificar a validade do teorema, observando as áreas das figuras do tangram. Essa atividade pode ser feita tanto para alunos com DV quanto para alunos videntes.

---

1. Corte em EVA, papel cartão ou papelão um triângulo com a mesma medida do triângulo maior do tangram. Fixe o triângulo em uma mesa com uma fita adesiva.
2. Construa 2 quadrados com os lados da mesma medida dos catetos do triângulo retângulo utilizando todas peças do tangram.
3. Agora, use as mesmas peças para construir um quadrado de lado igual a hipotenusa.
4. Deixe que o aluno tire suas conclusões. (Como usamos as mesmas peças para as duas construções é possível observar que a medida da hipotenusa ao quadrado é igual a soma das medidas dos catetos ao quadrado).

Figura 6:Quebra-cabeça geométrico



Fonte: |Elaborado pela autora

Observações:

Para essa atividade ser realizada o aluno com DV, ele precisa ter familiaridade com o tangram, portanto outras atividades para reconhecimento das peças precisam ser realizadas. Se quiser pode ser colocado texturas diferentes sobre as peças, que podem ser confeccionadas com EVA, mas se o tangram for de madeira de uma boa espessura o aluno cego terá facilidade de reconhecer as peças.

Pode colocar as peças sobre uma borracha, ou mesmo colar uma fita embaixo, ou velcro, para que quando o deficiente visual manipular o quebra cabeça, ele não deslize facilmente pela mesa. Deixe que o aluno reconheça as peças e manipule o tangram, peça que construa quadrados com 3, 4, 5 e 7 peças respectivamente. Deixe-o observar que não é possível construir um quadrado com 6 peças do tangram. Deixe que o aluno construa outras figuras com o material.

1.2.5 ATIVIDADE: CALCULANDO MEDIDAS COM O GEOPLANO

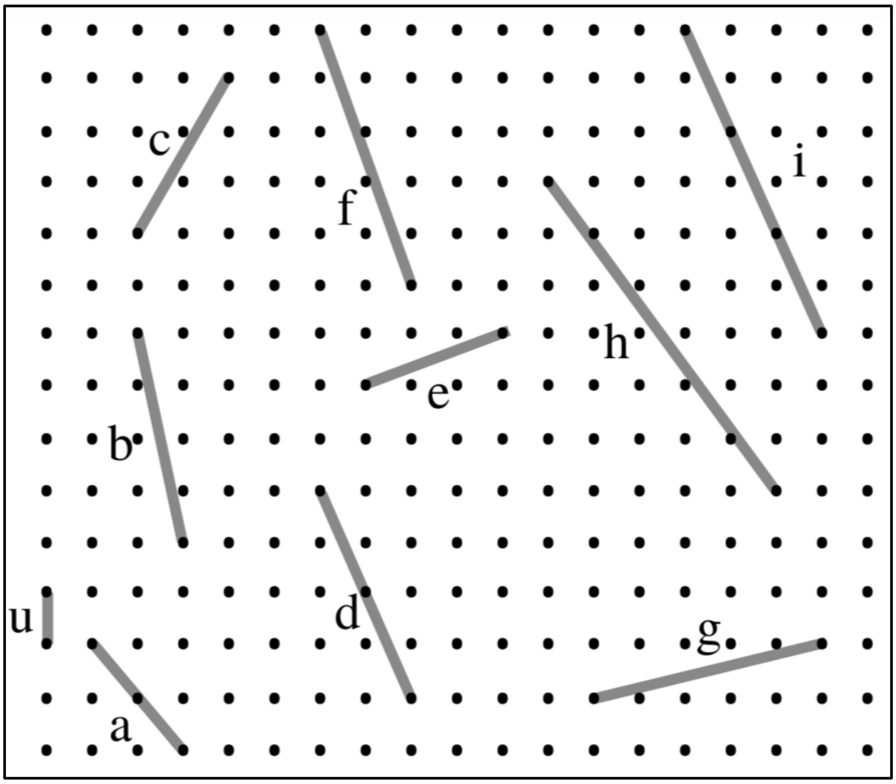
Objetivo da atividade: desenhar triângulos retângulos na malha e calcular a medida das hipotenusas dos triângulos imaginados e representados.

Pré-requisitos: Fórmula do Teorema de Pitágoras

(GIOVANNI;GIOVANNI JR., 2002, p. 199 adaptado) Usando o teorema de Pitágoras, determine o comprimento de cada segmento desenhado na figura:

(Utilize a medida entre os pregos como uma unidade de medida)

Figura 7: Segmentos no geoplano



Fonte: Elaborado pela autora

Adaptação para o aluno com DV: Utilize o geoplano artesanal ou comercial para representar os segmentos com o auxílio de liguinhas. Represente um segmento e espere o aluno realizar as construções, anotações e conclusões antes de passar para o outro segmento.

1.2.6. MEDINDO INCOMENSURÁVEIS

Objetivo da atividade: Usar o teorema para representar segmentos com medidas de números irracionais.

Pré-requisitos: Potências, raízes

---

1. (KALLEF, 2005, p.68) Utilizando-se o geoplano, pode-se construir um segmento cujo comprimento possa representar $\sqrt{2}$? Explique seu procedimento.
2. (KALLEF, 2005, p.68) No Geoplano, pode-se representar $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$? E $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{9}$ e $\sqrt{10}$? Represente e anote os resultados.

Observação: O aluno observará que nem $\sqrt{3}$, nem $\sqrt{6}$, nem $\sqrt{7}$ podem ser representados no geoplano devido a disposição dos pregos ou parafusos.

1.2.7. DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS POR SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Objetivo da atividade: demonstrar o teorema de Pitágoras através das relações envolvendo a semelhança de triângulos.

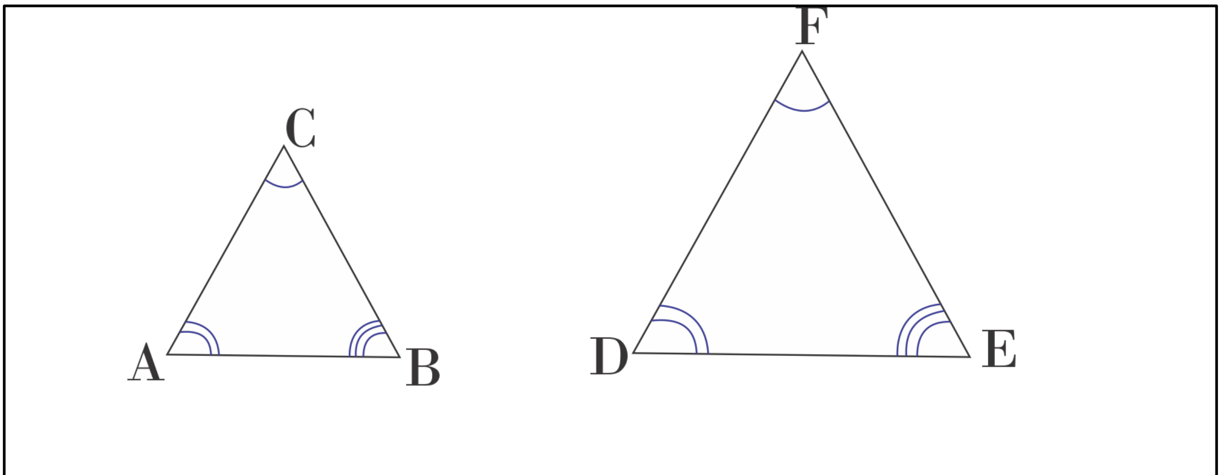
Pré-requisitos: Semelhança de Triângulos, equação do 1º grau, potenciação.

Definição : dois triângulos são ditos semelhantes se, e somente se, existe uma correspondência biunívoca, que associa os vértices de um triângulo aos vértices do outro triângulo, onde:

- Ângulos com vértices correspondentes são congruentes;
- Lados opostos a vértices correspondentes têm medidas proporcionais.

Por exemplo, os triângulos ABC e DEF são semelhantes se, e somente se os ângulos correspondentes são congruentes, ou seja, se os ângulos são iguais e se os lados correspondentes são ordenadamente proporcionais. Veja:

Figura 8: Triângulos semelhantes



$$\text{Se } \hat{A} \cong \hat{D},\ \hat{B} \cong \hat{E} \text{ e } \hat{C} \cong \hat{F}, \text{ então } \triangle ABC \sim \triangle DEF.$$

ou

$$\text{Se } \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}, \text{ então } \triangle ABC \sim \triangle DEF.$$

Fonte: Elaborado pela autora

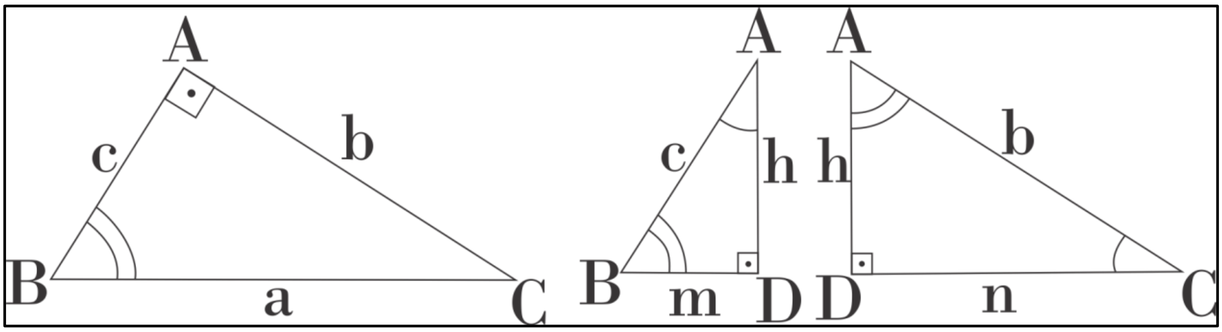
Sendo,

• k: razão de semelhança
• ~ : notação de semelhança

Demonstração:

Considere o triângulo retângulo ABC. Seja **h** a altura do triângulo relativa à hipotenusa **a**, **n** a projeção ortogonal do cateto **c** sobre a hipotenusa, e **m** a projeção ortogonal do cateto **b** sobre a hipotenusa. Deste modo, podemos considerar 3 triângulos:

Figura 9: Representação da divisão do triângulo



Fonte; Elaborado pela autora

Note que estes três triângulos são semelhantes, pelo caso AA de semelhança (dois ângulos congruentes). Então obtemos:

$\Delta ABC \sim \Delta DAB \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{m}$

e então temos:

(1) $a\,.\,h = b\,.\,c$
(2) $b\,.\,m = h\,.\,c$
(3) $a\,.\,m = c^2$

$\Delta ABC \sim \Delta DAC \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{h} = \frac{b}{n}$

e então temos:

(4) $a\,.\,h = b\,.\,c$
(5) $b\,.\,h = c\,.\,n$
(6) $a\,.\,n = b^2$

$\Delta DAB \sim \Delta DCA \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{h}{n} = \frac{m}{h}$

e então temos:

(7) $c\,.\,n = b\,.\,h$
(8) $h^2 = m\,.\,n$
(9) $b\,.\,m = c\,.\,h$

De (3) e (6), temos:

$$b^2 + c^2 = a\,.\,n + a.m = a.(m + n)$$

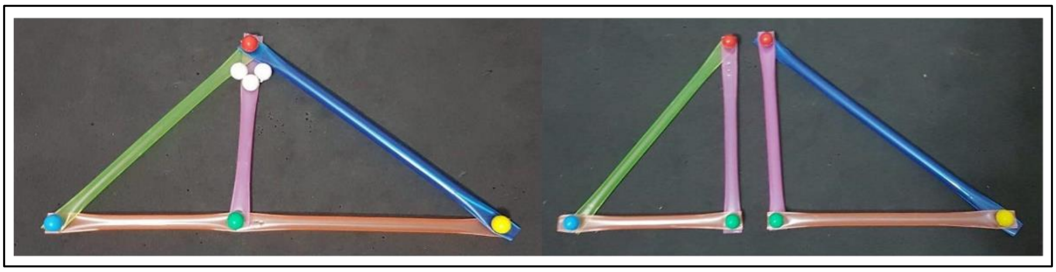
como $m + n = a$:

$$b^2 + c^2 = a$$

Como queríamos.

Adaptações para o aluno com DV : Pode mostrar a decomposição dos triângulos com ajuda da prancha de isopor revestida de eva com canudinhos e alfinetes, conforme figura abaixo:

Figura 10: Representação da divisão do triângulo com canudos



Fonte: Elaborado pela autora

1. É importante relembrar as propriedades da semelhança de triângulos com todos os alunos, inclusive o aluno com DV, para isso use dois triângulos em relevo, pode ser com cola glitter ou a prancha com canudinhos como na figura XX, é importante que o aluno visualize os triângulos e identifique os lados , e anote as representações algébricas sobre a semelhança de triângulos;
2. Deixe o aluno tatear a primeira figura (XX) e identificar e nomear com ele os lados e os vértices. (se quiser pode colar as letras em braille nos vértices e nos lados, ou apenas guardar na memória dependendo do aluno)
3. Peça que o aluno imagine que vamos separar os dois triângulos e deixe- o dizer como ele acha que ficará, só depois mostre pra ele a figura desconstruída. É importante que renomeie os vértices e os lados com o aluno, oralmente ou com auxílio do Braille. Se o aluno sentir dificuldades de entender a desconstrução pode utilizar triângulos em EVA ou papel cartão.
4. Depois que o aluno visualizar os triângulos separados, nomear os lados e os vértices, pode seguir a mesma sequência dos desenvolvimentos algébricos realizados com os videntes.

1.2.8 UMA DEMONSTRAÇÃO GEOMÉTRICA

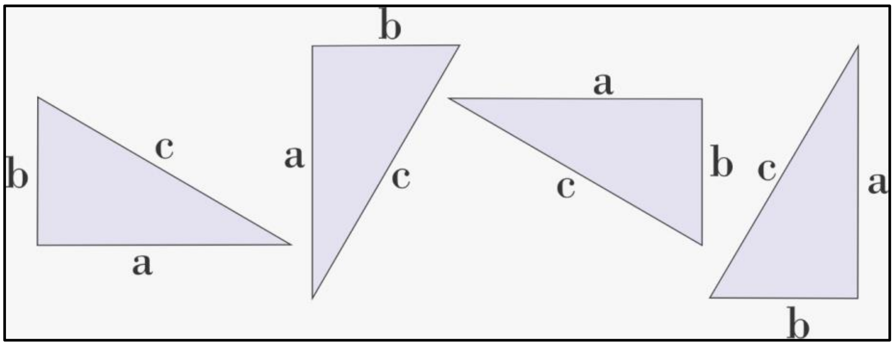
Objetivo da atividade: Nosso objetivo é formar um quadrado a partir de quatro triângulos equiláteros e com essa construção, demonstrar o Teorema de Pitágoras.

Pré-requisitos: ângulos, equação do 1º grau, potenciação.

Demonstração

Considere quatro triângulos equiláteros, de catetos **a** e **b** e hipotenusa **c,** onde cada um destes triângulos está posicionado em um dos quatro ângulos com a horizontal: 0º, 90º, 180º e 270º.

Figura 11: Posição dos triângulos

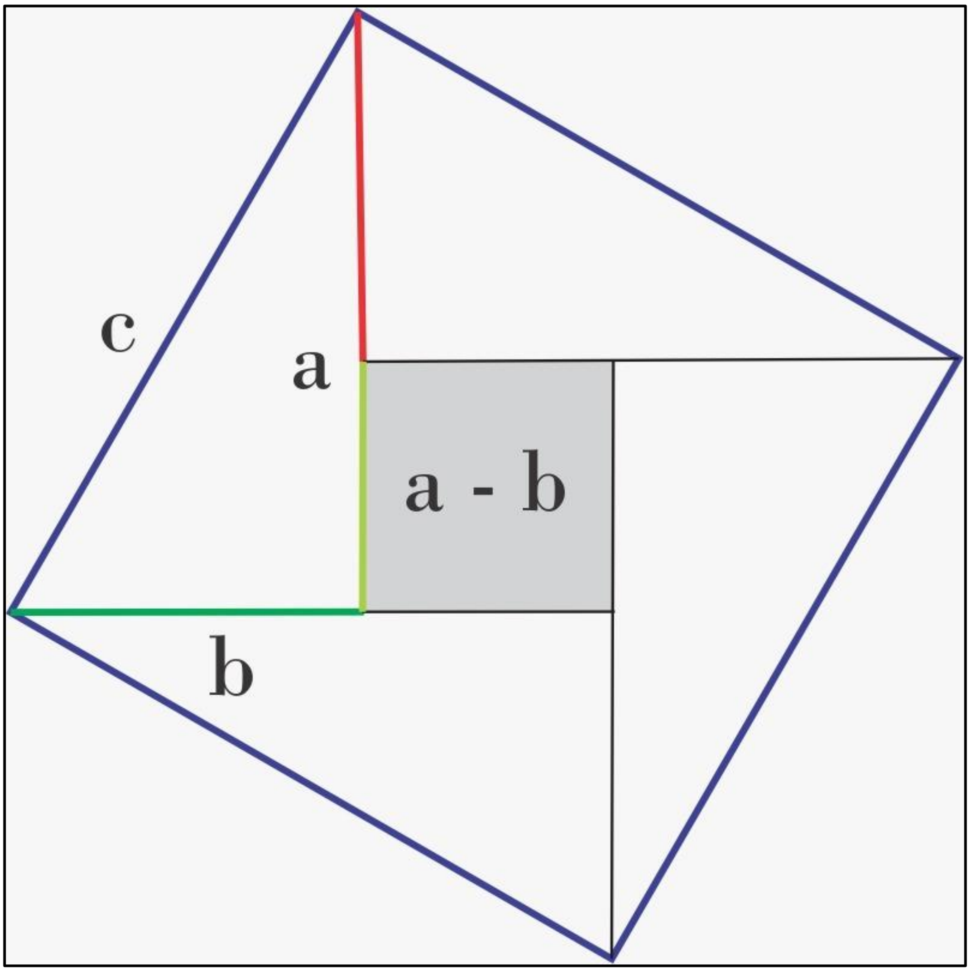


Fonte: Elaborado pela autora

A partir disto, vamos posicionar estes triângulos de modo que formem um quadrado, onde os lados desse quadrado são as hipotenusas **c** dos triângulos.

Deste modo, teremos um quadrado de lado **c** que possui outro quadrado em seu interior, este com lado medindo **a-b.**

Figura 12: Triângulos posicionados



Fonte: Elaborado pela autora

Observando as áreas das figuras que compõem o quadrado maior, obtemos as seguintes informações:

Área de cada triângulo retângulo: A = $\frac{a.b}{2}$

Área dos 4 triângulos retângulos: $A4t \; = 4.\frac{a.b}{2} = 2ab$■

Área do quadrado pequeno : $Ap = (b - a)^2$■

Área do quadrado grande: $Ag = c^2$■

Como a área do quadrado maior resulta da soma das áreas das figuras menores que o compõem, podemos fazer:

$$c^2 = 2ab + (a - b)^2$$

$$c^2 = 2ab + a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2$$

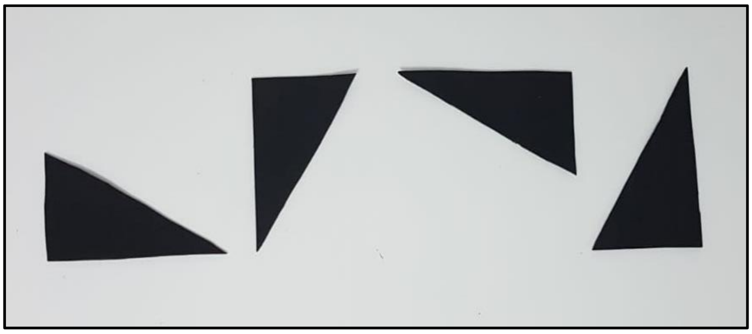
Como nesse caso c é a hipotenusa e os catetos são a e b:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Como queríamos.

Adaptações para o aluno com DV : Pode construir um quebra cabeças geométrico utilizando papel cartão, E.V.A. ou papelão, como na figura XX abaixo:

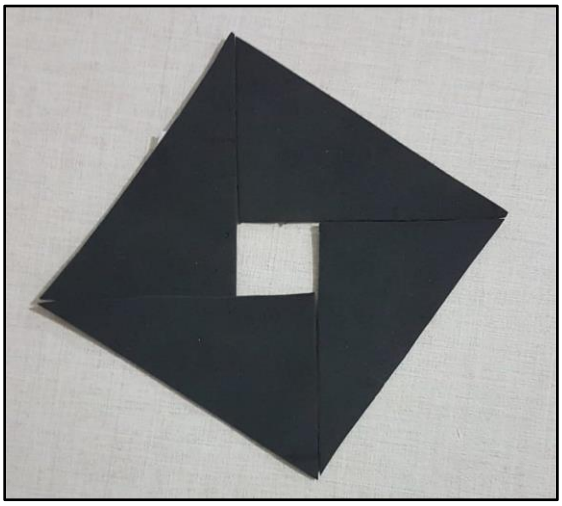
Figura 13: Posição dos triângulos em E.V.A.



Fonte: Elaborado pela autora

1. Indique e nomeie os catetos com os alunos e a hipotenusa, deixe que o aluno identifique cada lado do triângulo.
2. Coloque um triângulo na posição 0º, com o ângulo de 90º no canto inferior esquerdo, peça que posicione os outros triângulos nas posições 90º, 180º e 270º, girando os triângulos no sentido horário,
3. Peça que monte o quadrado com lado igual a hipotenusa, com os triângulos na posição que tinham colocado.
4. Deixe que pensem qual será a medida do quadrado menor;
5. Peça ao aluno que escreva a expressão algébrica que corresponde a área do quadrado pequeno.
6. Peça ao aluno que escreva a expressão algébrica que corresponde a área da soma dos 4 triângulos.
7. Pergunte ao aluno qual é a área do quadrado grande.
8. Pergunte ao aluno se tem outra forma de calcular a área do quadrado grande (estimule o aluno a pensar e concluir que a área do quadrado grande é a soma da área dos quatro triângulos pequenos com a área do quadrado menor)
9. Peça que o aluno escreva algebricamente esses resultados e anote suas conclusões.

Figura 14: Triângulos posicionados em E.V.A.



Fonte: Elaborado pela autora

1.2.9 **DEMONSTRAÇÃO COM TRAPÉZIOS** (DEMONSTRAÇÃO DE ABRAM GARFIELD)

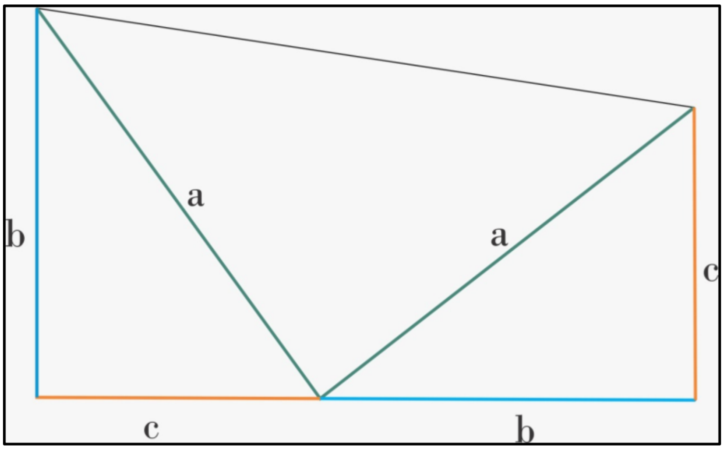
Objetivo da atividade: Considerando um trapézio de bases *b* e *c*, e altura *a + b*, vamos decompor este trapézio em três triângulos. A partir disso demonstrar a relação de Pitágoras

Pré-requisitos: área do trapézio e área de figuras planas

Demonstração

Considere um trapézio de base menor c, base maior b, e altura b+c. Seguindo essa construção, podemos decompor o trapézio em três triângulos, dois deles retângulos e de modo que tenham catetos b e c, e hipotenusa a.

Figura 15: Trapézio



Fonte: Elaborado pela autora

Sabemos que a área do trapézio é dada por:

$$\boldsymbol{A = \frac{(b+c).(b+c)}{2} = \frac{b^2 + 2bc + c^2}{2}}$$

E a soma das áreas dos triângulos é dada por:

$$\boldsymbol{A = \frac{(b.c)}{2} + \frac{(b.c)}{2} + \frac{(a.a)}{2} = \frac{2bc + a^2}{2}}$$

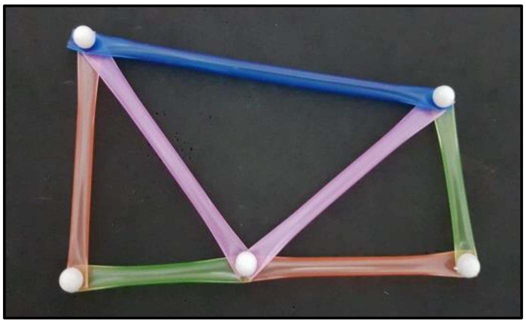
Como a área do trapézio deve ser igual à soma das áreas dos triângulos, obtemos que:

$$\boldsymbol{\frac{(b^2 + 2bc + c^2)}{2} = \frac{2bc + a^2}{2} \Rightarrow b^2 + c^2 = a^2}$$

como queríamos.

Adaptações para o aluno com DV : Com ajuda da prancha de isopor revestida de EVA com canudinhos e alfinetes, construir com o aluno o trapézio, observando seus lados, conforme figura abaixo:

Figura 16: Trapézio com canudos



Fonte: Elaborado pela autora

1. Identificar e nomear com os alunos os lados do trapézio;
2. Assim que nomear, pode colocar papéis em braille identificando as medidas, ou só guardar as medidas na memória, dependendo da facilidade do aluno;
3. Pedir que o aluno escreva a expressão algébrica que corresponde a área do trapézio;
4. Pedir que o aluno escreva a expressão algébrica que corresponde a área dos quatro triângulos;
5. Observar que as duas áreas devem ser iguais;
6. Pedir para o aluno, igualar as equações e anotar as verificações.

1.2.10 DEMONSTRAÇÃO POR RELAÇÕES MÉTRICAS NA CIRCUNFERÊNCIA

Objetivo da atividade: Demonstrar o Teorema de Pitágoras, através do teorema das cordas.

Pré-requisitos: teorema das cordas.

Considere um ponto O, definimos a circunferência de raio r como sendo o conjunto de pontos cuja distância do ponto O é r. A corda da circunferência é o segmento de reta que liga dois pontos distintos da circunferência.

Teorema das Cordas:

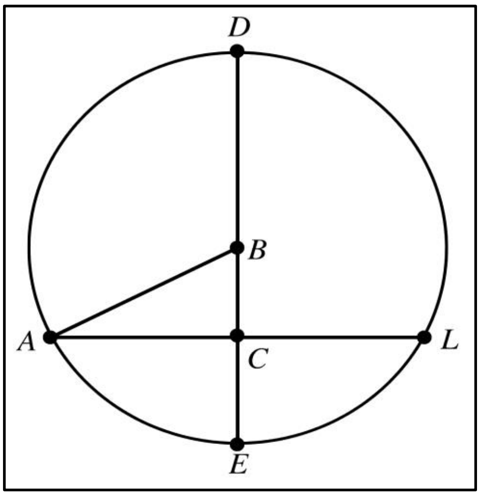
Se duas cordas $\underline{AB}$ e $\underline{CD}$ de uma circunferência se interceptam num ponto P interior à circunferência, então $\underline{PA} \cdot \underline{PB} = \underline{PC} \cdot \underline{PB}$.

Demonstração

Considere o triângulo retângulo ABC, de hipotenusa AB. A partir dele, construiremos uma circunferência de centro B e raio $\underline{AB}$.

Após isso, prolongue os catetos BC e AC de modo se tornem duas cordas da circunferência AL e DE respectivamente. Pelo Teorema das Cordas, segue que:

Figura 17: Circunferência e cordas



Fonte: Elaborado pela autora

(1) $\underline{AC} \, . \, \underline{CL} \; = \underline{DC} \, . \, \underline{CE}$

$$\underline{AC} \; = \underline{CL}$$

$\underline{DC} \; = \underline{DB} \; + \; \underline{BC} \; = \underline{AB} \; + \underline{BC}$

$\underline{CE} \; = \underline{BE} \; - \; \underline{BC} \; = \underline{AB} \; - \underline{BC}$

substituindo as três últimas expressões em (1), obtemos:

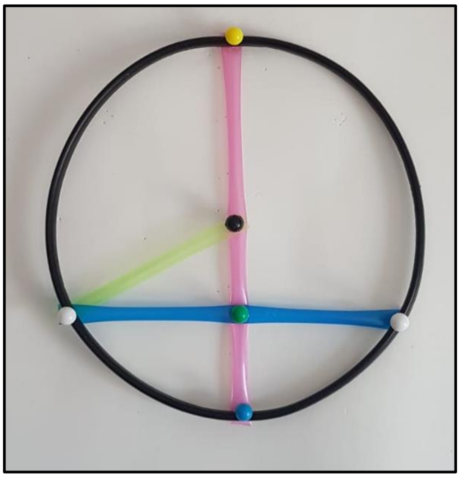
$\underline{AC^2} \; = (\, \underline{AB} \; + \underline{BC} \,) \, . \, (\, \underline{AB} \; - \underline{BC} \,) \; = \underline{AB^2} - \underline{BC^2}$

Logo, $\underline{AB^2} = \underline{AC^2} + \underline{BC^2}$

Como queríamos demonstrar.

Adaptações para o aluno com DV : Essa adaptação pode ser feita com qualquer circunferência, ou arco, alguma tampa. Pode fazer também com cola relevo, ou colando o barbante no papel. Na figura utilizei a prancha de isopor revestida de EVA, barbante, o arco de uma tampa de plástico e alfinetes.

Figura 18: Representação da circunferência e cordas



Fonte: Elaborado pela autora

1. Recorde ou ensine o teorema das cordas para o aluno com DV, deixe que perceba a figura e identifique e nomeie cada parte da figura, as cordas e os pontos destacados
2. Siga os passos da demonstração e deixe o aluno tatear com calma a figura e anotar os resultados.

Parte 2

O CÓDIGO BRAILLE

3. O CÓDIGO BRAILLE

3.1 A INVENÇÃO DO CÓDIGO BRAILLE

Louis Braille, o inventor do código Braille, nasceu em 4 de janeiro de 1809, na pequena cidade francesa de Coupvray, pertencente ao distrito de Seine-Marne, a cerca de 45 km de Paris. Ele perdeu a visão após ter o olho perfurado por uma ferramenta na oficina do pai, o ferimento infeccionou e meses depois perdeu a visão dos dois olhos (MARASCIULO, 2021). Segundo Conde (2012), mesmo convivendo com a cegueira, Louis era um estudante exemplar: tinha excelente memória e uma inteligência brilhante. Logo depois, ele conseguiu uma bolsa de estudos no Instituto Real dos Jovens Cegos de Paris, a primeira escola para cegos do mundo criada por Valentin Haüy. Na instituição, o método de ensino consistia em fazer os alunos repetirem as explicações e os textos ouvidos. Haüy desenvolveu um sistema de leitura, com a impressão de livros em relevo, mas a identificação das letras com os dedos era uma tarefa árdua e não havia muitas obras disponíveis. O método de alfabetização por meio de letras ampliadas predominou até o ano de 1819, quando Charles Barbier, oficial do exército francês, apresentou ao diretor do instituto parisiense um código de escrita criado para ser usado, à noite, por soldados no campo de batalha para não atrair a atenção do inimigo (CONDE, 2012).

O código de Barbier, expresso por pontos salientes que representavam os 36 sons básicos da Língua Francesa, despertou logo a atenção de alguns professores do Instituto e, em pouco tempo, começou a ser .utilizado pelos alunos. Com esse sistema, qualquer frase poderia ser escrita, mas era um sistema fonético e as palavras não poderiam ser soletradas. Além disso, um grande número de sinais era usado para uma única palavra, o que tornava a decifração longa e difícil e não propiciava conhecimentos de ortografia, já que os sinais representavam apenas sons: não havia símbolos para pontuação, acentos, números, símbolos matemáticos e notação musical. Louis Braille não tardou em ver na invenção do militar o potencial de se transformar em um sistema capaz de atender a todas as necessidades de comunicação escrita dos cegos.

Louis Braille aprendeu a usar o sistema, praticava frequentemente com um amigo, escrevendo com o auxílio de uma régua guia e de um estilete. Ao passo em que foi adquirindo maior habilidade no uso do método, percebeu suas falhas e começou a pensar em possíveis maneiras de melhorá-lo.

> A partir de então, Louis Braille dedicou-se à criação de um sistema baseado em pontos que, de fato, atendesse às necessidades de escrita e leitura das pessoas cegas. E assim, passava dias e noites debruçado

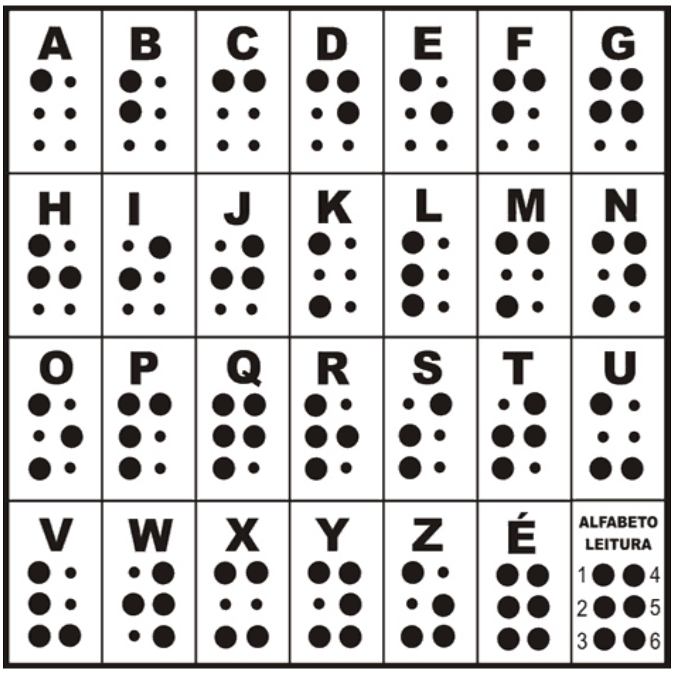
> sobre uma régua guia e um estilete por ele inventados, fazendo tentativas para desenvolver um sistema de escrita e leitura tátil (ABREU, 2008, p. 14).

Segundo Abreu (2008), aos 15 anos, Louis Braille apresentou ao diretor do instituto um sistema de escrita e leitura tátil bastante simples, que permitia a representação de letras, números, acentuação, pontuação e símbolos básicos de aritmética. Além disso, o sistema tinha a vantagem de permitir que cada um dos símbolos fosse reconhecido por uma pessoa cega apenas com o contato da ponta dos dedos. Desde então o instituto passou a experimentar o sistema e 5 anos depois o adotou como sistema de escrita e leitura. O reconhecimento oficial da criação só veio anos depois da morte de Braille, em 6 de janeiro de 1852, vítima de tuberculose.

Iniciou-se, na França, uma campanha para transformar o sistema no padrão de escrita para europeus com deficiência visual. No Brasil, o sistema ficou conhecido em 1854, quando foi inaugurado o Instituto Benjamin Constant, no Rio de Janeiro, à época conhecido como Imperial Instituto dos Meninos Cegos. Desde 2004, o decreto nº 5.296 transformou o Braille em direito do cidadão e a linguagem é obrigatória em elevadores e caixas de remédio (Conde, 2012).

3.2 O ALFABETO E OS NÚMEROS EM BRAILLE

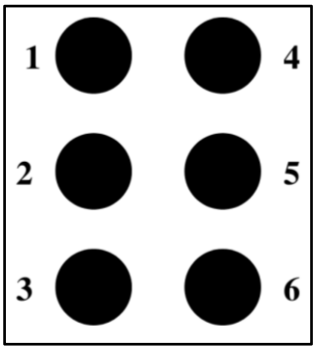
Figura 19: Alfabeto em braille



Fonte: Site: ALFABETO[4]

O Código Braille é um sistema de escrita em relevo, de exploração tátil e constituído por 63 sinais formados a partir do conjunto matricial, 2x3 = (pontos 123456)[5]. Alguns especialistas consideram a cela vazia um sinal, logo 64 sinais. O espaço por ele ocupado, ou por qualquer outro sinal, denomina-se cela braille ou célula braille. Os pontos são numerados de cima para baixo e da esquerda para a direita. Os três pontos que formam a coluna ou fila vertical esquerda, l, têm os números 1, 2, 3; os que compõem a coluna ou fila vertical direita, são os números 4, 5, 6. O alfabeto é formado pela combinação desses 6 pontos. Com 63 combinações representamos todas as letras do alfabeto, além de acentuação, pontuação e operadores matemáticos básicos.

Figura 20: Cela braille numerada



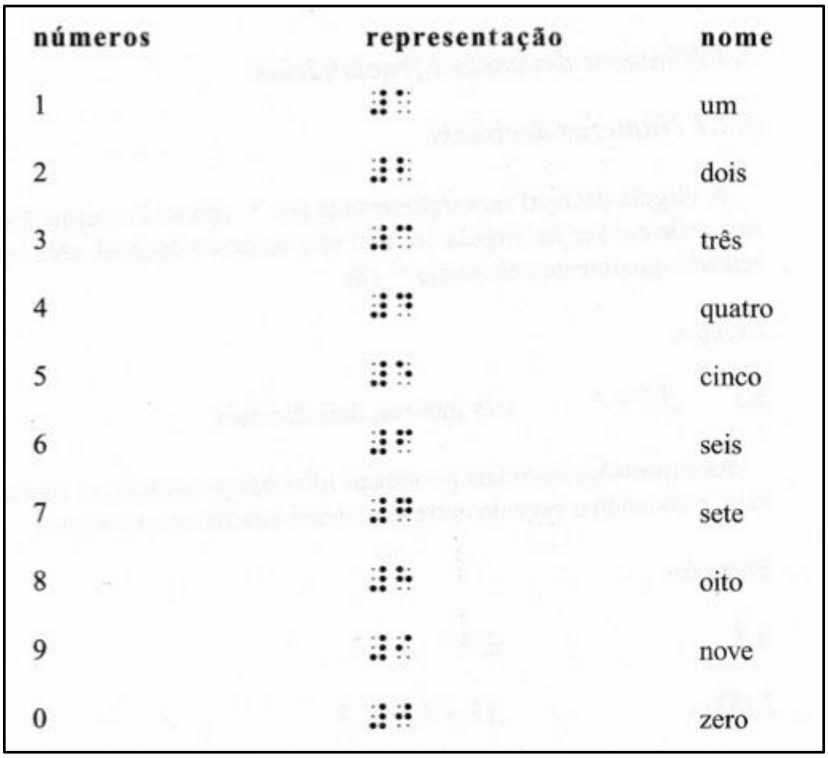
Fonte: Elaborado pela autora

Os números representados em braille, como podemos observar na figura abaixo, são formados a partir das 10 primeiras letras do alfabeto, da letra *a* letra *j*, acrescidas do sinal de número () correspondendo aos pontos (3456).

[4] http://www.deficienciavisual.pt/txt-grafiabrailleLP.htm

[5] Esses números correspondem a posição dos pontos na cela braille, como veremos na figura 1.

Figura 21: Números em braille

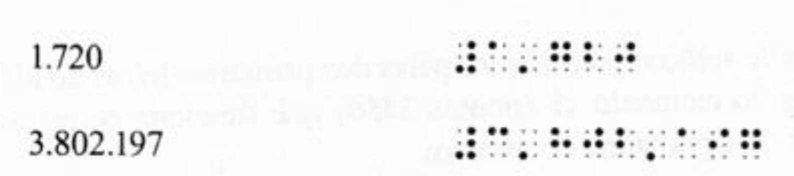


números	representação	nome
1	⠼⠁	um
2	⠼⠃	dois
3	⠼⠉	três
4	⠼⠙	quatro
5	⠼⠑	cinco
6	⠼⠋	seis
7	⠼⠛	sete
8	⠼⠓	oito
9	⠼⠊	nove
0	⠼⠚	zero

Fonte: (BRASIL, 2006, p.33)

Nos números com dois ou mais algarismos, o sinal de número precede apenas o primeiro número. Utilizamos o ponto (3) para separar as classes.

Figura 4: Números e Classes em Braille



Fonte: BRASIL(2006, p.34)

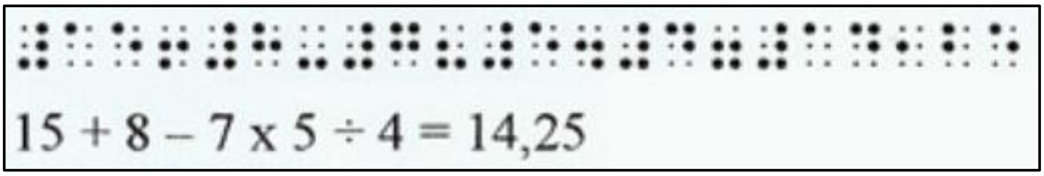
Utilizamos operadores matemáticos, da mesma forma que na escrita convencional, salvo o espaço entre o número e o operador que não é usado. Nas expressões numéricas em braille, devemos seguir a mesma lógica da escrita convencional, escrevendo termo a termo na mesma ordem da leitura. Nas figuras abaixo demonstramos os principais operadores matemáticos e uma expressão numérica em braille.

Quadro 2: Operadores matemáticos em braille

Operadores	Combinação de pontos	Símbolo em Braille
+	(235)	⠖
-	(36)	⠤
×	(236)	⠦

Fonte: Adaptado pela autora

Figura 22: Expressão numérica em braille



Fonte: (IBC, 2022)[6]

O grande problema das expressões numéricas, é que em braille ficam muito extensas, e a pessoa com DV precisa ler toda a linha para desenvolver o algoritmo (decidir o que resolve primeiro). Mas por outro lado, favorece a organização, estimula a memória, o desenvolvimento de estratégias e o cálculo mental e alguns alunos conseguem resolver de forma muito rápida.

Os números decimais seguem a mesma lógica da escrita algébrica convencional, acrescentando vírgula ⠂ representada pelo ponto (2) separando a parte inteira da parte decimal.

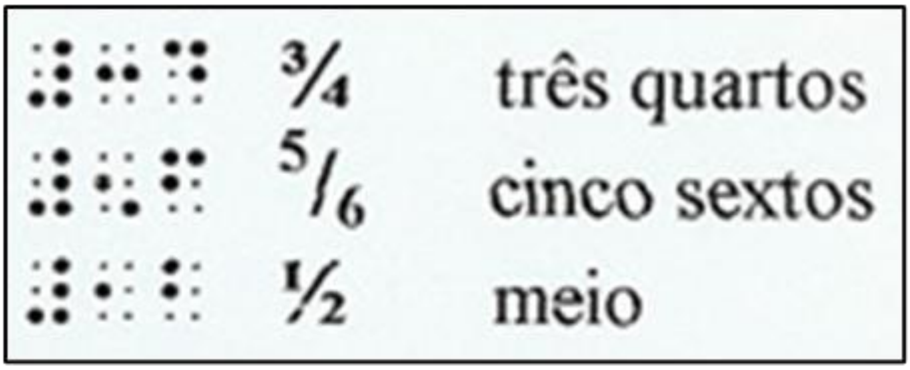
Figura 23: Número Decimal em braille

Fonte: BRASIL (2006, p.34)

As frações podem ser representadas de duas formas: simplificada e completa. Na forma simplificada, usada na maioria dos livros didáticos, o numerador, precedido de sinal de número, deve ser escrito na parte inferior da cela braille e o denominador na parte superior, este último sem sinal de número (figura 7).

7.

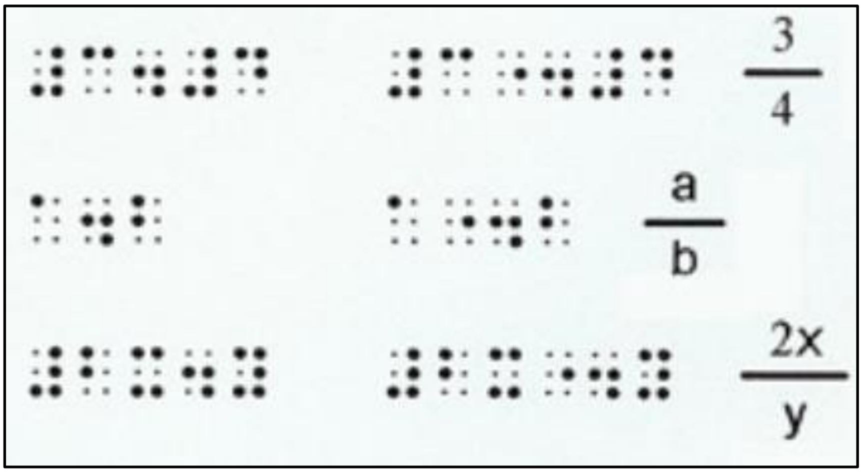
Figura 7: Frações 1 em Braille



Fonte:(IBC, 2002)

Na forma completa, é usado o sinal de divisão entre o numerador e o denominador, ou o sinal da divisão com o com indicativo de fração (figura 8), entre o numerador e o denominador.

Figura 8: Frações 2 em Braille



Fonte:(IBC, 2002)

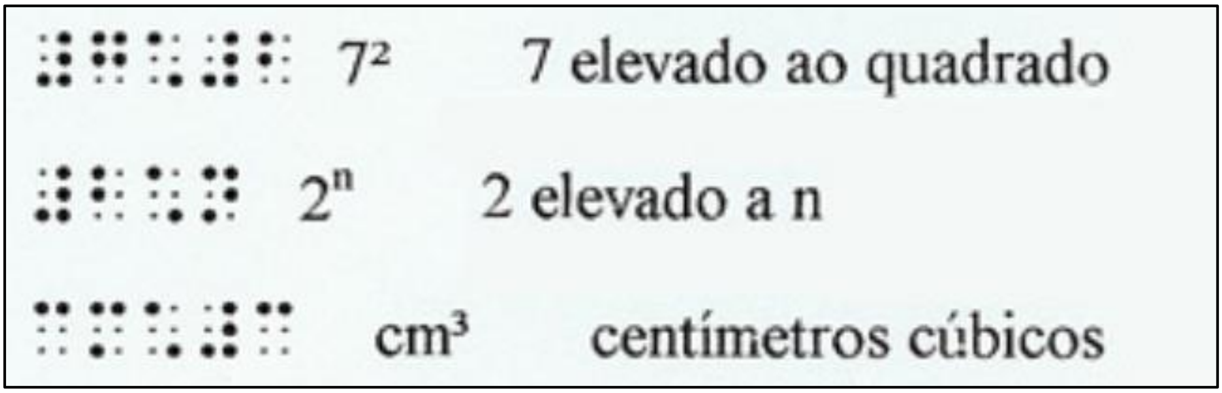
As potências, são representadas, usando um indicativo de índice superior representado pelos pontos (16) (figura 19).

É importante que o professor ensine, mesmo de forma oral, como é o sinal à tinta[7] das potências, ou até para que o aluno não fique perdido durante as aulas com a fala do professor, ou com os colegas, ao resolver algum exercício em grupo. Também é uma representação que

[7] Escrita convencional

fica muito extensa em braille, principalmente se tiver uma expressão na base ou no expoente, que veremos mais adiante.

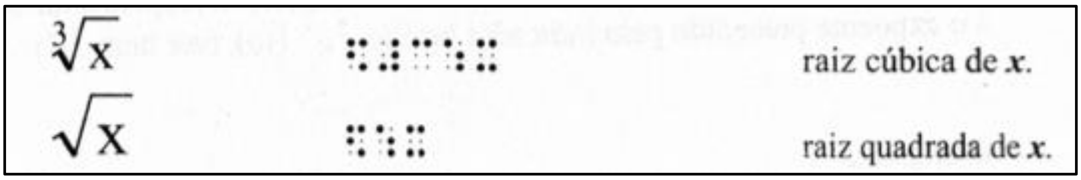
Figura 9: Potência em Braille



Fonte:(IBC, 2002)

Para representar raízes, utilizamos o sinal correspondendo aos pontos (1256), o índice seguido por correspondente aos pontos (156). Logo após escrevemos o radicando. Como na escrita a tinta, na raiz quadrada se omite o índice 2. É uma escrita muito extensa, se comparada com a escrita a tinta, e pode gerar dificuldades com expressões numéricas em um dos termos como veremos a seguir.

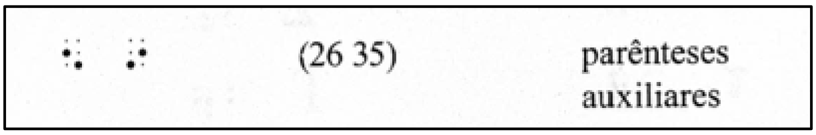
Figura 10: Raízes em Braille



Fonte:(IBC, 2002)

Parênteses auxiliares

Figura 11: Parênteses em Braille

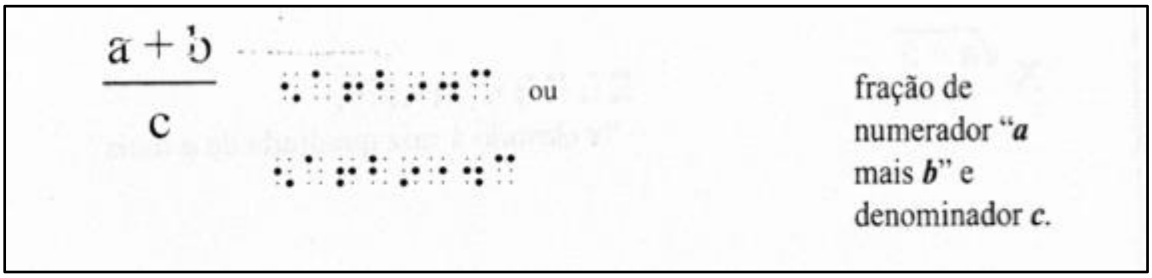


Fonte: BRASIL(2006, p.22)

Esses parênteses só existem em braille e servem para separar um termo quando esse for uma expressão, determinando um numerador, denominador, base, expoente, radicando, etc,quando um destes termos for uma expressão numérica.

a. Na figura 22, os parênteses auxiliares determinam o numerador, note que sem ele o numerador seria apenas letra " a ".

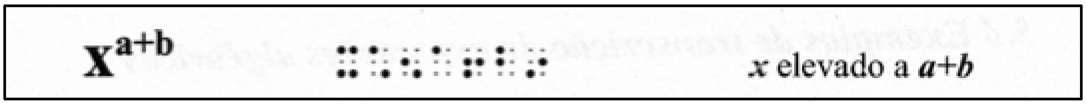
Figura 12: Frações em Braille



Fonte: BRASIL(2006, p.48)

b. Na figura 23, os parênteses auxiliares determinam o expoente " a+b "

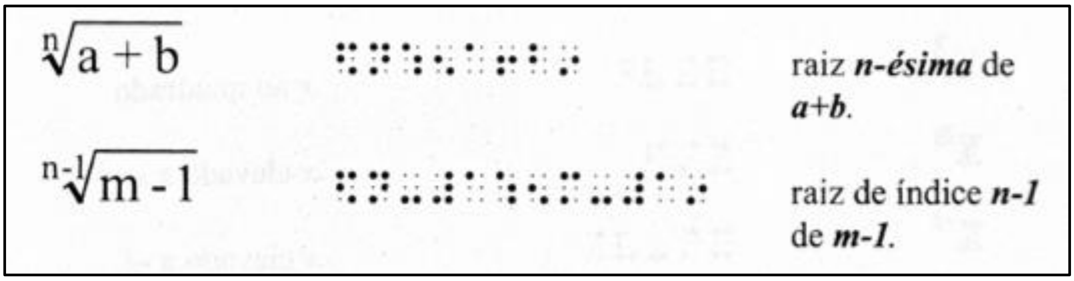
Figura 13: Potência 2 em Braille



Fonte: BRASIL(2006, p.49)

c. Na figura 24, os parênteses auxiliares determinam o radicando e o índice respectivamente:

Figura 14: Raízes 2 em Braille



Fonte: BRASIL(2006, p.50)

Nas figuras a seguir, deixaremos algumas representações utilizadas na geometria, as demais representações de sinais matemáticos se encontram no Código Matemático Unificado para a língua portuguesa.

Figura 15

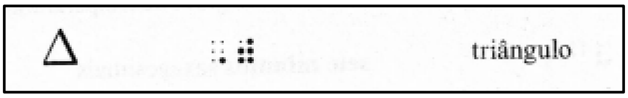


Figura 16

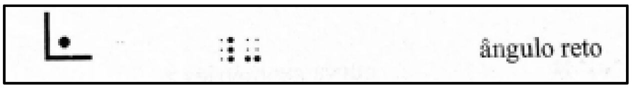


Figura 17

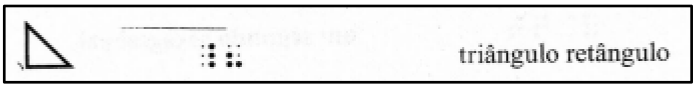


Figura 18

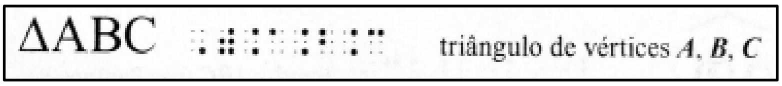


Figura 19

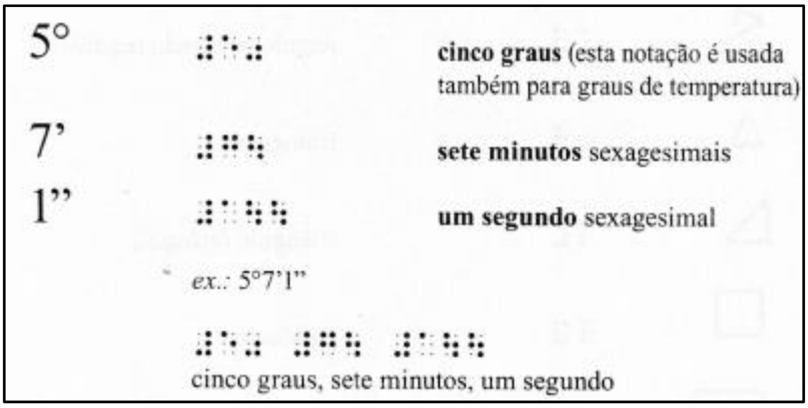
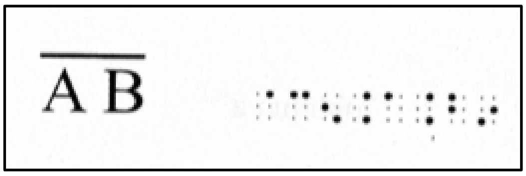
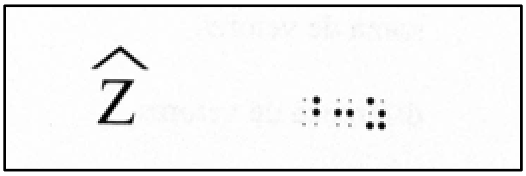


Figura 20: Segmento AB



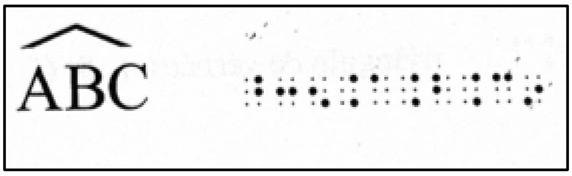
Fonte: BRASIL(2006, p.80)

Figura 21: Ângulo Z



Fonte: BRASIL(2006, p.80)

Figura 22: Ângulo ABC

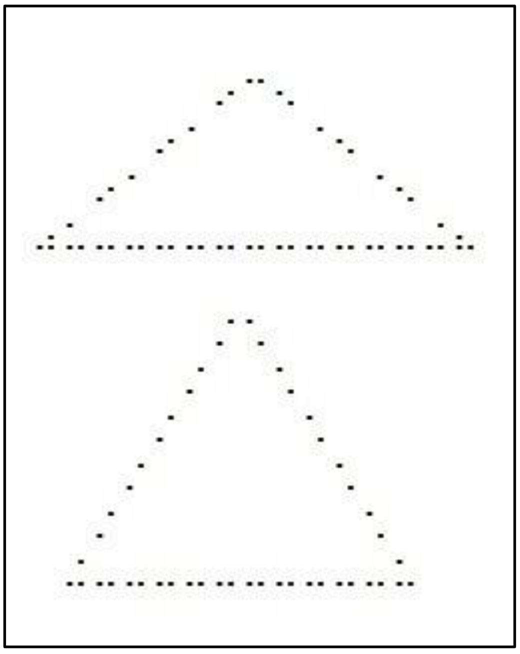


Fonte: BRASIL (2006, p.81)

3.3 REPRESENTAÇÕES DE FIGURAS PLANAS NOS LIVROS DIDÁTICOS

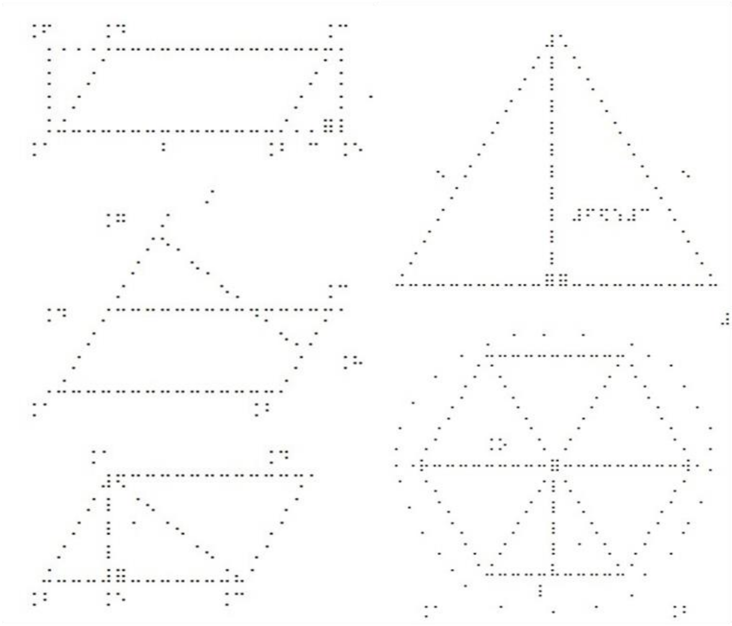
Nas representações das figuras planas, nos livros didáticos transcritos para o braille, o que encontramos são as figuras em relevo, com os pontos braille, algumas mais simples, como na figura 23 são mais perceptíveis para o tato, já as figuras mais complexas, com muitos detalhes como a figura 24, necessitam de uma audiodescrição com a explicação do professor, ou até de um material manipulativo para facilitar a visualização do aluno cego.

Figura 23: Triângulos



Fonte: acervo produção de livros CEBRAV

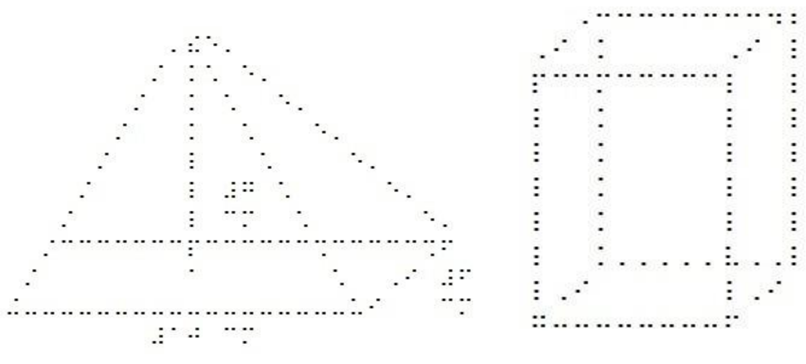
Figura 24: Atividades com Figuras Planas



Fonte: acervo produção de livros CEBRAV

Já as representações das figuras tridimensionais, geralmente são imperceptíveis ao aluno cego. O que torna a representação desses objetos acessíveis para o aluno é dar acesso a figura sólida, e deixá-lo compreender cada parte do objeto.

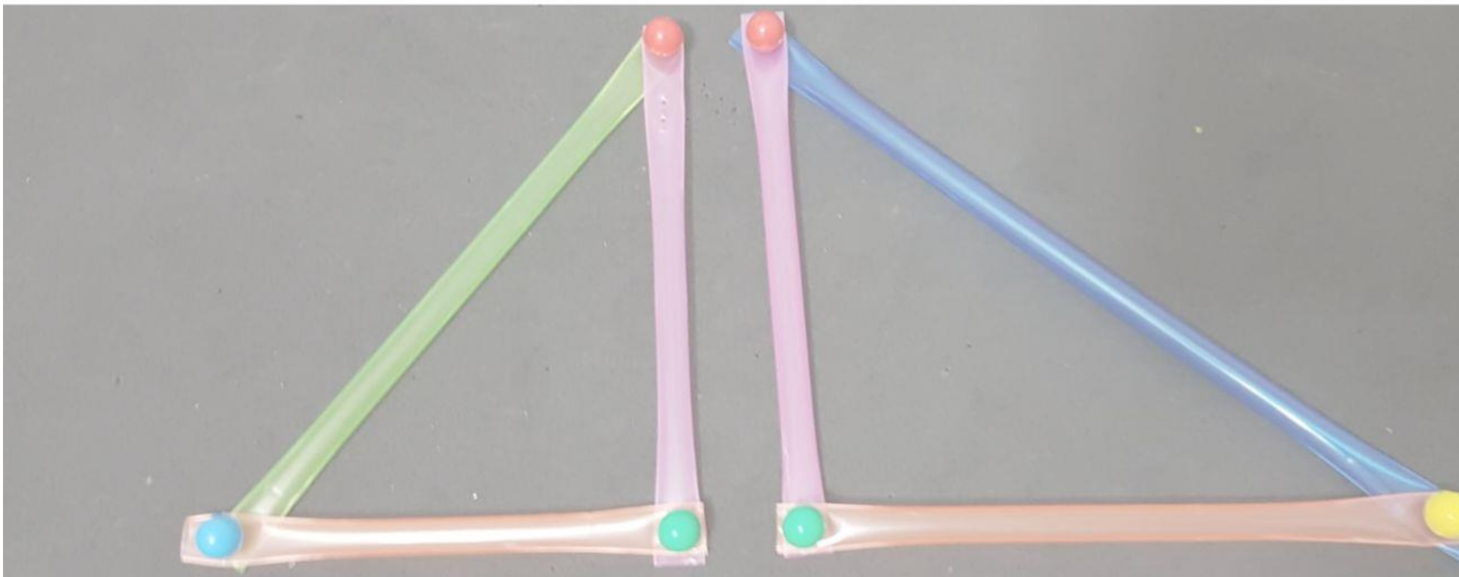
Figura 25: Altura da Pirâmide e o Cubo



Fonte: acervo produção de livros CEBRAV

Parte 3

A GEOMETRIA E A TRRS



4. A GEOMETRIA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Segundo Almouloud (2017) não tem se dado a importância devida à geometria, e muitos especialistas apontam problemas de ensino aprendizagem desse conteúdo.

Ainda segundo o autor, a maior parte dos problemas de ensino aprendizado em geometria que percebemos em nossos alunos são de origem didática e linguística, podemos citar como exemplos:

- a coordenação dos diferentes registros de representação (a escrita algébrica, as figuras geométricas, o discurso na língua natural) (DUVAL, 1995)
- Dificuldade na linguagem matemática e nas propriedades dos objetos matemáticos, podem atrapalhar a compreensão das demonstrações.
- As figuras nem sempre facilitam "ver" as relações ou as propriedades em relação às hipóteses dadas, as quais correspondem à solução procurada
- A dificuldade de interpretação de texto dos alunos dificultam o entendimento dos problemas
- os tipos de problemas propostos nos livros didáticos, em geral, não envolvem questões de interpretação de textos matemáticos

De acordo com Duval (2011) as representações semióticas são as frases em língua natural, as equações, as figuras, os esquemas, os gráficos e não as letras, os algarismos ou traços.

Ainda segundo o autor, em matemática, os objetos não estão acessíveis, e só temos acesso a eles através das suas representações, mas não devemos nunca confundi-las com os objetos.

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. (Duval, 2017, capítulo 1)

Quando se fala em coordenação entre os registros, duas transformações são possíveis: o tratamento e a conversão.

O tratamento consiste na transformação ou desenvolvimento dentro de um mesmo sistema semiótico, como:

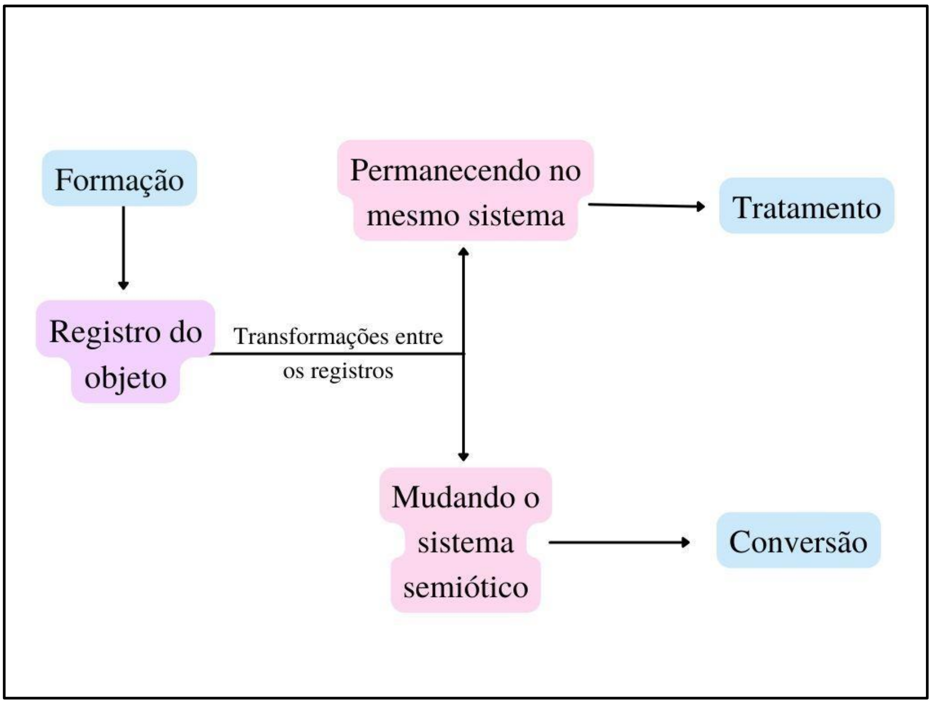
- Desenvolver uma expressão algébrica ou numérica; (Ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números)
- Modificar uma figura (Repartir, agrupar, deslocar)
- Reescrever um enunciado com outras palavras;
- Modificar um gráfico, etc

Já a conversão consiste na transformação entre registros de sistemas semióticos diferentes, como:

- Escrever uma equação de acordo com o enunciado;
- Desenhar uma figura de acordo com o enunciado ou uma expressão;
- Construir um gráfico de uma função descrita algebricamente;
- Encontrar a função correspondente ao gráfico dado, etc

"O que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação". (Duval, 2011, p.68)Na figura x observamos as transformações entre as registros de representação:

Figura x: Transformações entre registros



Fonte: Elaborado pela autora, baseado em DUVAL (2011, 2017)

Na geometria, temos três registros de representação para os objetos matemáticos: língua materna (enunciados, teoremas), registro algébrico e figuras.Cada um desses registros possui conteúdos e regras próprias de desenvolvimento, e portanto é fundamental para a compreensão da geometria, desenvolver e coordenar esses registros.

Segundo ALMOULOUD (2017) os tratamentos, principalmente envolvendo registros numéricos, são priorizados no ensino, e é preciso priorizar a conversão juntamente com as propriedades de cada representação, pois cada representação possui regras próprias de funcionamento que são importantes para compreender o objeto em estudo. "A conversão das representações é o primeiro limiar da compreensão em matemática"(DUVAL, 2011, p.100)

Almouloud et.al. (2004), nos diz que para diminuir os problemas associados à aprendizagem de geometria, devemos trabalhar com alunos problemas que envolvem especialmente a conversão entre as representações e que estimulem as apreensões das figuras, que estão resumidas no quadro XX.

Perceptiva	**Discursiva**	**Operatória**	**Sequencial**
É o reconhecimento das formas sendo imediata e automática.	É a interpretação dos elementos das figuras apresentadas pelo enunciado.	São as possíveis modificações que podem acontecer com a figura e as reorganizações perceptivas que as mudanças operam	É a construção da figura realizada passo a passo

Fonte: Quadro adaptado, baseado em (BRANDT; MORETTI; NOVAK, 2018)

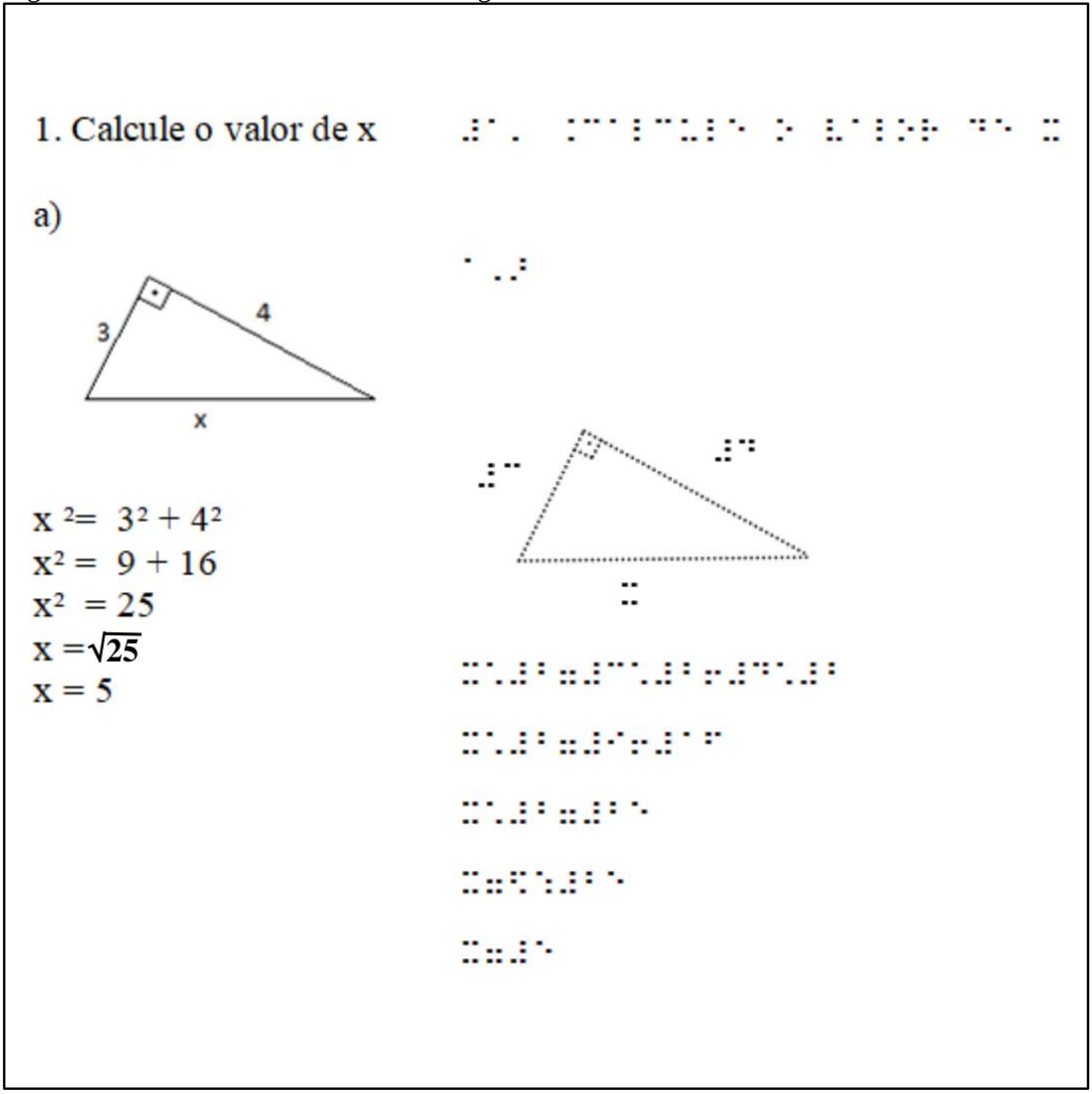
E de acordo com Almouloud(2002), a apreensão operatória das figuras depende das modificações que a figura pode sofrer, e elas são realizadas psiquicamente, graficamente e mentalmente. Duval (1995), classifica essas apreensões de acordo com as modificações realizadas nas figuras, como vemos na tabela abaixo:

modificação mereológica	**modificação ótica**	**modificação posicional**
Quando separamos a figura em partes que são subfiguras da figura dada.	Quando transformamos uma figura em outra considerada a sua imagem.	Quando deslocamos a figura com relação a um referencial

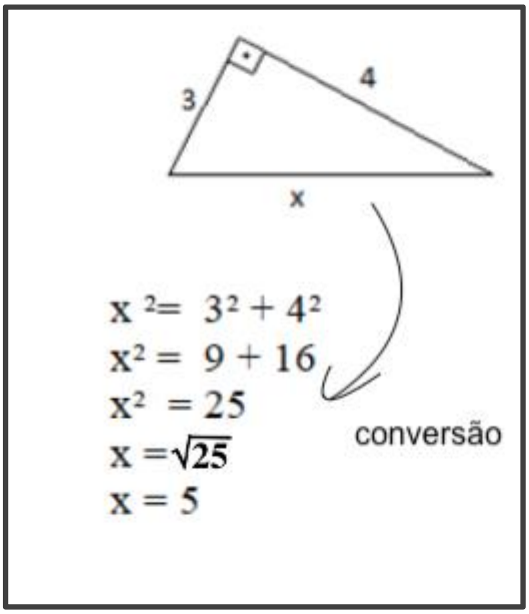
Fonte: Tabela adaptada pela autora, baseada em Almoloud et. al (2004)

Alguns problemas de geometria vão exigir as quatro apreensões, sendo que algumas dessas apreensões serão mais requisitadas que outras.((BRANDT; MORETTI; NOVAK, 2018).

Figura 47: Atividade 1a. Teorema de Pitágoras



Observamos nessa primeira atividade, que no enunciado não é informado que se trata de um triângulo retângulo, ficando a cargo do aluno fazê-lo. O aluno deve interpretar o enunciado e também a figura, e perceber que se trata de um triângulo retângulo, assim aplicar a relação que envolve esse triângulo, para isso deve identificar os catetos e a hipotenusa. Quando passamos da situação problema para a expressão algébrica, estamos realizando uma conversão.



Já quando estamos resolvendo a expressão estamos realizando um tratamento no cálculo algébrico. Pois as modificações estão dentro do mesmo sistema semiótico, em outras palavras, estamos utilizando registros algébricos para realizar o cálculos.

Observe que em braille estão sendo feitas as mesmas transformações que foram feitas na escrita a tinta, mas em um código diferente.

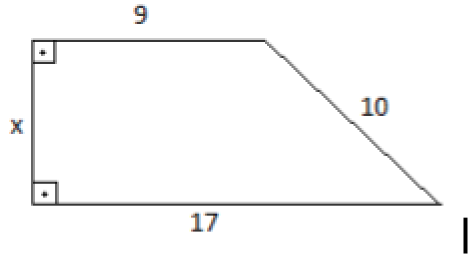
A única adaptação que deve ser feita nesse exercício, é colocar a figura em alto relevo, ou se o aluno não conseguir identificar, utilizar algum material manipulativo. Se o aluno já conhece o triângulo retângulo e seus lados, pode apenas descrever a figura, sem a necessidade de um recurso tátil.

Observe a atividade abaixo, nela também pede-se para calcular um valor desconhecido, mas o triângulo retângulo não está explícito, portanto o aluno deve fazer uma modificação na figura para enxergar o triângulo retângulo.

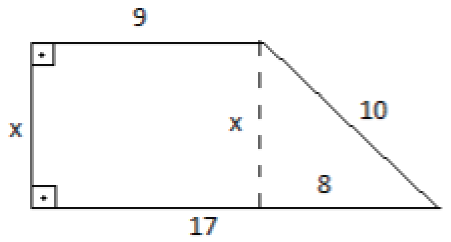
Quando modificamos a figura, traçando a altura relativa a uns dos vértices, estamos realizando um tratamento na figura, e novamente ao escrever a expressão algébrica estamos realizando uma conversão.

Figura 49: Atividade 2. Figuras Geométricas

2. Calcule x:



Solução:



$10^2 = 8^2 + x^2$

$100 = 64 + x^2$

$x^2 = 100 - 64$

$x^2 = 36$

$x = \sqrt{36}$

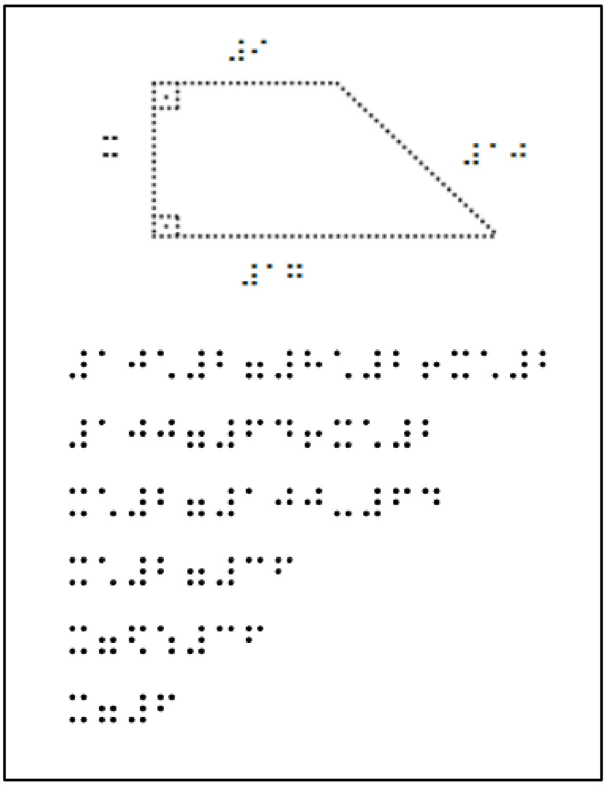
$x = 6$

Fonte: Acervo da Autora

Note que o aluno também tem que observar as propriedades da figura para conseguir fazer essa transformação e aplicar o teorema. Essas transformações podem ser feitas tanto materialmente quanto mentalmente. Os alunos videntes podem desenhar suas modificações, na própria figura ou em algum lugar a parte, já os alunos com deficiência visual dificilmente vão conseguir fazer essas modificações mentalmente ou vão conseguir ter a percepção desse desenho e da modificação em braille, portanto deverá ser utilizado algum material concreto para ajudar na compreensão e na modificação dessa figura.

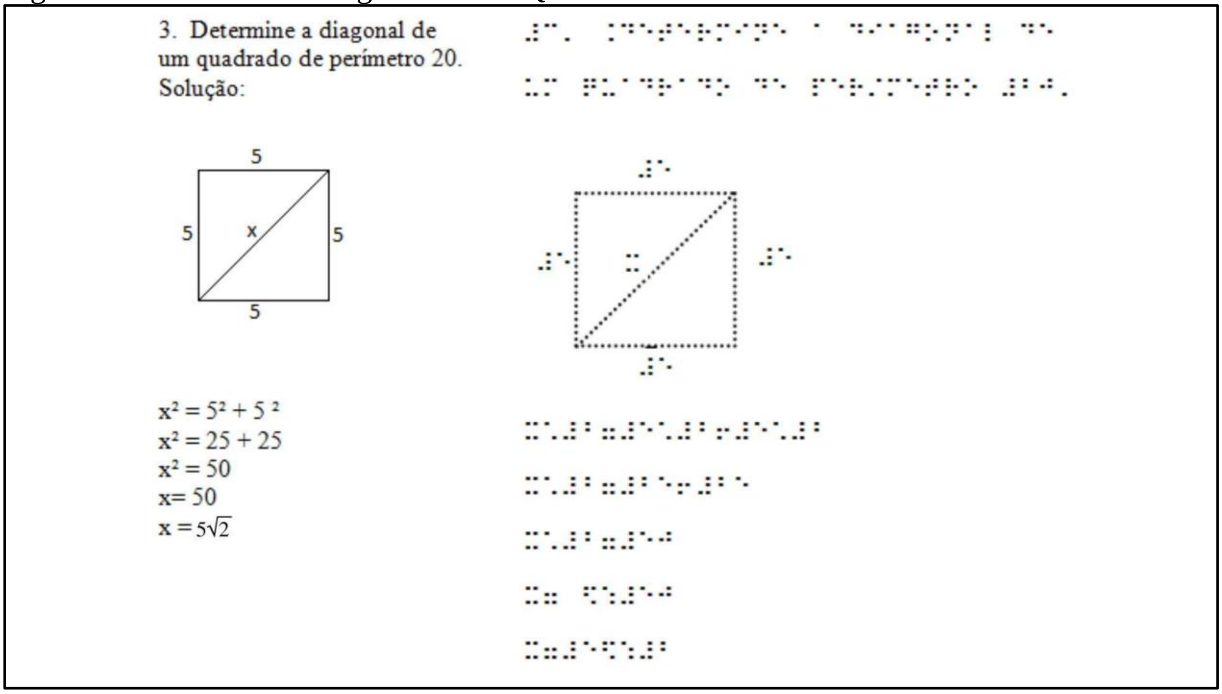
O aluno cego vai precisar de mais tempo para abstrair essa imagem, mesmo com a ajuda do professor, lembrando que o deficiente visual enxerga primeiro as partes para depois enxergar o todo, assim que compreender cada particularidade da figura e "enxergar" o triângulo retângulo no trapézio, deve voltar a observar as partes e tentar com os conhecimentos que possui sobre as propriedades dessa figura, encontrar o valor de x. Essas figuras são mais complexas, então para melhor percepção tátil pode usar o geoplano, ou desenhar na prancha artesanal como na figura abaixo, quanto mais complexa a figura, mais cuidado o professor deverá ter na descrição, deixando claro que possivelmente o aluno precisará de ajuda nas modificações das figuras, que a princípio também devem ser feitas de maneira concreta.

Figura 50



Na atividade 3, o aluno deve interpretar o problema e desenhar a figura associada ao enunciado, portanto o aluno deve fazer 2 conversões, uma ao representar a figura associada ao problema e outra ao escrever a expressão algébrica.

Figura 51: Atividade 3. Diagonal de um Quadrado



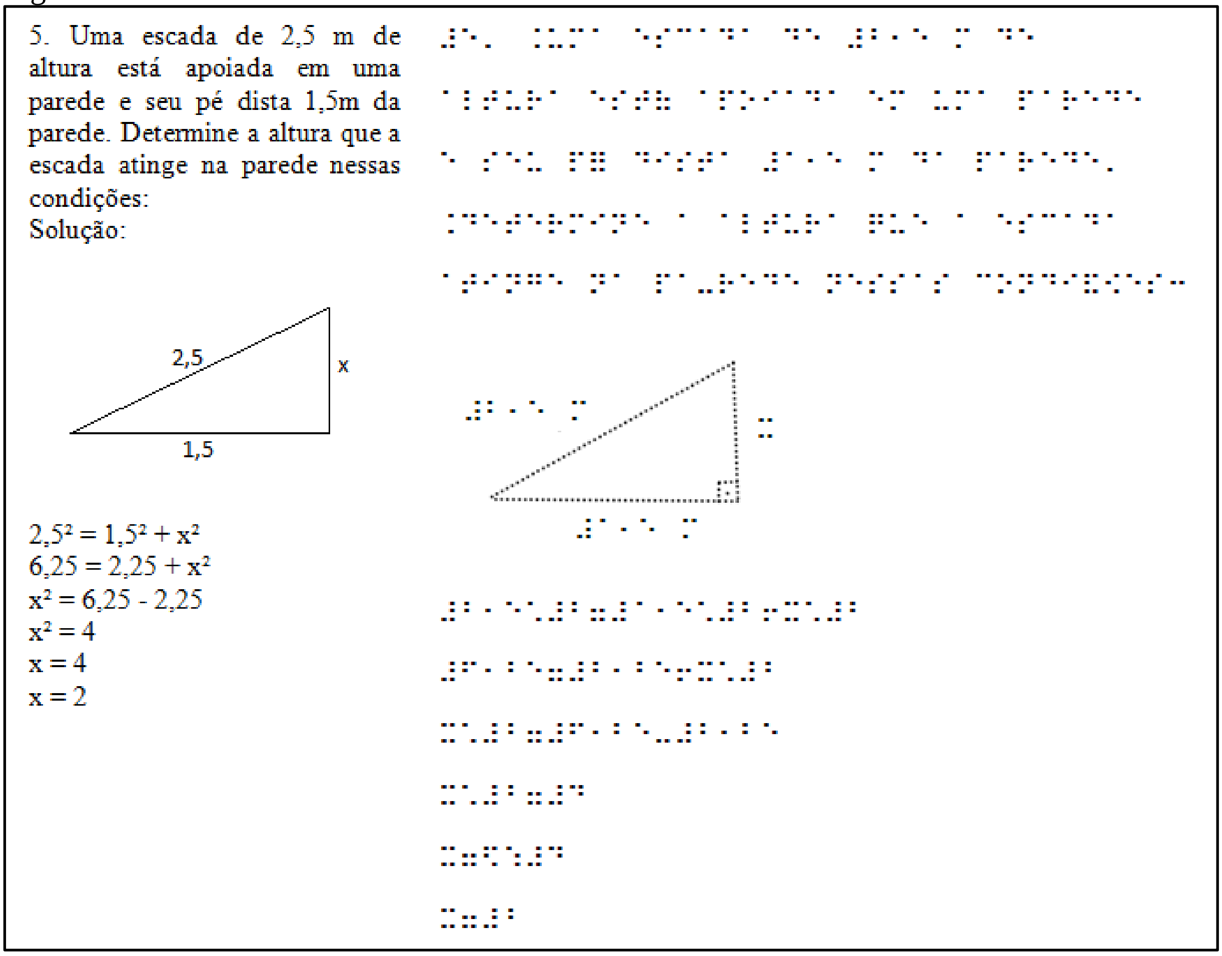
Fonte: Acervo da Autora

As modificações na figura, ou seja, o ato de repartir a figura, e nela enxergar um triângulo retângulo, é um tratamento, igualmente o desenvolvimento da expressão algébrica.

O aluno cego ao interpretar o enunciado, deve imaginar a figura ou construir com algum material manipulativo, por exemplo o geoplano. Observe que o aluno deve saber as propriedades de um quadrado, como: medida do ângulo, medida dos lados, saber traçar a diagonal, e deve observar que metade desse quadrado é um triângulo retângulo de hipotenusa igual ao valor desconhecido.

Alguns alunos conseguiram fazer essa atividade mentalmente, seja em pensamento ou até desenhando no ar. Mas a grande maioria vai precisar de uma ferramenta para ajudar a construir, visualizar e interpretar a figura de modo que consiga pensar em uma solução. Isso vai depender das experiências que esses alunos já tiveram com outros exercícios semelhantes. Se o professor perceber que o aluno está com muita dificuldade em construir ou imaginar a figura, deve investigar se a dificuldade está nos conceitos apresentados ou na visualização da figura, se for na visualização o professor pode auxiliá-lo nessa construção, utilizando um material manipulável.

Figura 52: Atividade 5. Determine a Altura



Fonte: Acervo Cebrav

Para trabalhar problemas contextualizados com o deficiente visual que possui cegueira congênita , como vemos na figura 36 acima, temos que observar que como eles não têm memória visual então podem ter dificuldades em imaginar a situação apresentada. Às vezes o aluno cego nunca subiu ou tateou uma escada e mesmo que tenha tido esse contato, não significa que ele conseguirá visualizar mentalmente essa situação e associar a figura com um triângulo retângulo. Portanto o professor deve pensar em formas de construir essa visualização com o aluno cego. Pode representar a escada com algum objeto, lápis ou régua, e colocá-lo na parede para ajudar a formar a imagem mental antes de tentar representar esse triângulo retângulo.

Observe por exemplo a questão 5 mobiliza a apreensão discursiva, exigindo do aluno uma interpretação do enunciado, que traz informações importantes para a resolução das atividades. Já a atividade 2, exige uma apreensão operatória do tipo mereológica, pois dividimos o trapézio e retiramos dele um triângulo retângulo para análise. É importante que traga aos alunos atividades diversificadas que estimulem as diversas representações envolvendo o teorema e as diversas apreensões em geometria.

5. PODCAST

Esse material consiste em 6 aulas gravadas em formato de áudio disponibilizadas através do aplicativo Spotify, que podem ser utilizadas tanto para introdução do conteúdo, quanto para o aprofundamento do estudo.

O professor pode utilizar esse material tanto em sala de aula, como em atividades extra-classe, como tarefas para casa.

A cada aula sugerimos utilizar um recurso tátil para a visualização e representação das figuras geométricas.

As aulas estão divididas da seguinte forma:

Aula 1: O problema do painel

Aula 2: Um tal Pitágoras

Aula 3: O problema da escada

Aula 4: Perguntas e respostas: questões 1, 2 e 3

Aula 5: Perguntas e respostas: questão 4, 5 e 6

Aula 6: Perguntas e respostas questão 7, 8 e 9

Links de acesso:

https://anchor.fm/u00c9rica-francielle-cebrav/episodes/Aula-1---O-problema-do-painel-e1koa5c

https://anchor.fm/u00c9rica-francielle-cebrav/episodes/Aula-02---Um-tal-Pitgoras-e1ktj1i

https://anchor.fm/u00c9rica-francielle-cebrav/episodes/Aula-03---O-problema-da-escada-e1kpehh

https://anchor.fm/u00c9rica-francielle-cebrav/episodes/Aula-04---Perguntas-e-Respostas-Questes-1--2-e-3-e1le4v7

https://anchor.fm/u00c9rica-francielle-cebrav/episodes/Aula-05---Perguntas-e-Respostas-Questes-4--5-e-6-e1ljoef

https://anchor.fm/u00c9rica-francielle-cebrav/episodes/Aula-06---Perguntas-e-Respostas-Questes-7--8-e-9-e1ljqu1

Atividades do PodCast

Aula 1, 2 e 3

1. Um painel para televisão tem 152,4 cm x 160, 02 cm. Quantas polegadas pode ter o maior aparelho de tv para caber nesse painel? Despreze a moldura da TV. Dado: 1 pol = 2,54

2. (Marques et al, 2022, p.246)Uma escada tem 4,1 m de comprimento. Qual a altura dessa escada quando aberta sabendo que a distância entre seus pés é de 1,8 m?

Aulas 4, 5 e 6.

1. (Giovanni, Giovanni Jr., 2002, p. 197) Os lados de um triângulo medem 15 cm, 36 cm e 39 cm. Você pode afirmar que esse triângulo é retângulo?
2. (Giovanni, Giovanni Jr., 2002, p. 197) Determine a medida da hipotenusa, em cada um dos triângulos retângulos: (adaptado)

a) x, $\sqrt{21}, \sqrt{28}$
b) x, $\sqrt{10}, \sqrt{10}$

3.(Giovanni, Giovanni Jr., 2002, p. 197) Determine a medida do cateto do triângulo em que a hipotenusa mede 25 e o outro cateto mede 24.(adaptado)
4. (Giovanni, Giovanni Jr., 2002, p. 197)Uma escada de 6 m de comprimento está apoiada no solo e numa parede que é perpendicular ao solo. Quando o topo da escada alcançar a parede numa altura de 4m em relação ao solo, a que distância o pé da escada se encontra do pé da parede? (considere $\sqrt{5}$=2,23)
5..(Giovanni, Giovanni Jr., 2002, p. 197)O acesso à garagem de uma casa, situada no subsolo, é feito por rampa. Sabe-se que essa rampa tem 10,25m de comprimento e a altura da garagem tem 2,25 m. Qual é a distância entre o portão e a entrada da casa? (adaptado)
(adaptado)

6.(Marques et al, 2022, p.245) Após um vendaval, um poste se quebrou de tal modo que sua ponta caiu a 5 m de sua base. Se a parte que ficou de pé tem 12 m de altura, qual é a altura do poste?

7. (Marques et al, 2022, p.245) Qual o perímetro de um retângulo em que um dos lados mede 14 cm e a diagonal mede 50 cm?

8.(Marques et al, 2022, p.245) Um trapézio retângulo tem bases com medidas 25 cm e 45 cm. Determine o perímetro desse trapézio, sabendo que o maior lado não paralelo mede 29 cm.

9. (Bianchini, 2015, p.137) Quantos metros de arame são necessários para cercar, com 6 voltas, um terreno em forma de trapézio retângulo cujas bases medem 12 m e 20 m e cujo lado oblíquo mede 10 m?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFIlCAS

ABREU, Elza Maria Araújo Carvalho, et al. **Braille? O que é isso!?** Série Deficiência Visual. Vol. V. São Paulo: Fundação Dorina Nowill para cegos. 2019.

ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F.; CAMPOS, T. M. M. **A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos.** Revista Brasileira Educação, n.27, 2004.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Registros De Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. Machado.**In: MACHADO, S. D. A. M. (Org). Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2017.

BIANCHINI, Edwaldo.MATEMÁTICA BIANCHINI.8ªEd -São Paulo: Moderna, 2015.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T.; NOVAK, F. I. L. O desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em geometria segundo Raymond Duval: uma articulação com o ambiente dinâmico GeoGebra. **Olhar de Professor**, *[S. l.]*, v. 21, n. 1, p. 98–115, 2019. DOI: 10.5212/OlharProfr.v.21i1.0008. Disponível em: https://revistas.uepg.br/index.php/olhardeprofessor/article/view/13631. Acesso em: 28 jul. 2022.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa**.. Elaboração: Jonir Bechara Cerqueira et al. Brasília: MEC/SEESP, 2006. Disponível em: http://antigo.ibc.gov.br/images/conteudo/AREAS_ESPECIAIS/CEGUEIRA_E_BAIXA_VISAO/Braille/Cdigo-Matemtico-Unificado.pdf . Acesso em: 29 jul. 2021.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CONDE, Antônio João Menescal. **Definição de cegueira e baixa visão**. Disponível em: http://www.ibc.gov.br/images/conteudo/AREAS_ESPECIAIS/CEGUEIRA_E_BAIXA_VISAO/ARTIGOS/Def-de-cegueira-e-baixa-viso.pdf. Acesso em: 01 out. 2021.

DUVAL, Raymond.**Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no mundo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.**Organização**:** Tânia M. M. Campos; tradução: Marlene Alves Dias. 1. ed.São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. M. (Org). **Aprendizagem em matemática:** Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2017.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI, José Ruy Jr. Matemática pensar e descobrir: o + novo. (Coleção Pensar e Descobrir) .8ª série.São Paulo: FTD, 2002.

MARASCIULO, Marília. **Louis Braille, o criador da escrita para pessoas com deficiência visual,** Galileu, 9 jan. 2021. Disponível em: https://revistagalileu.globo.com/Sociedade/Historia/noticia/2021/01/louis-braille-o-criador-da-escrita-para-pessoas-com-deficiencia-visual.html. Acesso em: 02 out. 2021.

MARQUES, Alex Sandro et.al.**CALLIS Matemática**.8ºano. (coleção CALLIS).São Paulo: Poliedro, 2022.

ROQUE, Tatiana História da Matemática – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas Rio de Janeiro: Zahar, 2012.pdf