

Cláudio Lima da Silva  
Lucas Ferreira Rodrigues  
Fábio José da Costa Alves

MODELAGEM

MATEMÁTICA

Ensinando Matemática  
com Teodolito Caseiro

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Parauapebas - PA  
2022

Cláudio Lima da Silva  
Lucas Ferreira Rodrigues  
Fábio José da Costa Alves

**MODELAGEM MATEMÁTICA**  
Ensinando Matemática com Teodolito Caseiro

Parauapebas – PA  
2022

Capa: Os Autores

---

SILVA, Cláudio Lima da; RODRIGUES, Lucas Ferreira; ALVES, Fábio José da Costa. Modelagem Matemática: Ensinando Matemática com Teodolito Caseiro. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, (PPGEM/UEPA), 2022.

ISBN: 978-65-997741-8-8

Ensino de Matemática. Modelagem Matemática. Relações Métricas. Teodolito Caseiro.

## SUMÁRIO

<b>1. APRESENTAÇÃO.....</b>	<b>4</b>
<b>2. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>5</b>
<b>3. JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>7</b>
<b>4. OBJETIVOS.....</b>	<b>8</b>
4.1 OBJETIVO GERAL .....	8
4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	8
<b>5. MODELOS E MODELAGEM MATEMÁTICA.....</b>	<b>9</b>
5.2 POR QUE UTILIZAR A MODELAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA? .....	10
5.2 CICLO DA MODELAGEM .....	13
<b>6. OBJETO MATEMÁTICO: TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO .....</b>	<b>14</b>
6.1 HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA.....	14
6.2 RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO .....	15
6.3 RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO LIVRO DIDÁTICO.....	17
<b>7. METODOLOGIA.....</b>	<b>20</b>
7.1 MATERIAIS NECESSÁRIOS PARA CONFEÇÃO.....	20
7.2 MONTAGEM DO TEODOLITO .....	22
<b>8. PROBLEMAS PROPOSTOS.....</b>	<b>24</b>
8.1 ATIVIDADES PRÉVIAS.....	24
8.2 ATIVIDADES DE APLICAÇÃO DO TEODOLITO .....	28
<b>9. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>34</b>
<b>10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>35</b>

## 1. APRESENTAÇÃO

Prezado(a)s colegas de profissão – professores e professoras que ensinam matemática, este material teve como origem a disciplina Modelagem no Ensino de Matemática, do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PPGEM/UEPA, ministrada pelo Professor Dr. Fábio José da Costa Alves.

A temática aqui apresentada para vocês, é sobre construção e uso de um teodolito caseiro, como proposta de um modelo matemático aplicado ao ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo, para auxiliar na resolução de problemas matemáticos do cotidiano dos alunos do 2º ano do Ensino Médio. O teodolito é um instrumento óptico, atualmente utilizado por topógrafos, agrimensores e engenheiros na medição de ângulos verticais e horizontais, com o objetivo de obter medidas de distâncias teoricamente inacessíveis.

O desenvolvimento desta atividade permitirá aos alunos a compreensão e a aplicabilidade dos conceitos trabalhados em sala de aula. Além disso, mostrará a importância que a Matemática tem em resolução de situações problemas do nosso cotidiano.

Apresentamos uma sugestão de exercícios que o professor poderá utilizar na parte introdutória do conteúdo, a fim de familiarizar o aluno na construção dos conceitos das relações trigonométricas no triângulo retângulo. Apresentamos também, exercício como sugestão de demonstração de algumas aplicações práticas e cotidianas relacionadas a trigonometria. Assim, visamos tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e interativas por meio de uma proposta de ensino inovadora.

Sugestões e críticas que visem o aperfeiçoamento deste trabalho serão sempre aceitas. Boa leitura e excelente trabalho!

Os autores

## 2. INTRODUÇÃO

O ensino da matemática, muitas vezes, está distante do seu real significado, devido à forma com que é abordado em sala de aula, sendo mais valorizada a simbologia e menos o contexto, ou seja, a disciplina é apresentada como uma ciência isolada que não está presente no cotidiano do aluno. O professor tem um papel fundamental neste contexto, motivar seus alunos, uma vez que a contextualização do ensino da matemática é uma estratégia fundamental no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, é na sala de aula, no processo de interação e observação, que o professor investiga e pode detectar as dificuldades dos estudantes na realização das atividades escolares.

Enquanto professores de matemática, percebemos que os alunos do Ensino Médio apresentam acentuadas dificuldades em diversos conteúdos matemáticos, dentre eles, na aprendizagem de trigonometria no triângulo retângulo. Estas dificuldades são resultantes, principalmente, da falta de habilidade na realização dos cálculos aritméticos e na leitura e compreensão dos enunciados dos problemas matemáticos.

O estudo aqui abordado enfatiza o ensino de Trigonometria por ser, segundo Portanova, (2005):

Uma habilidade básica porque tem importantes aplicações em tópicos de Matemática elementar. É um tema unificador para todo o currículo de matemática e como tal é uma rica fonte de visualização para conceitos aritméticos, algébricos e estatísticos (PORTANOVA, 2005, p. 25).

Diante dessa inquietação, surgiu o interesse de apresentar uma proposta de construção de um modelo matemático a fim de auxiliar, professores e alunos, nas aulas de trigonometria no triângulo retângulo. Nesta perspectiva, ao analisar tudo que acontece ao nosso redor, percebemos que a matemática não se trata apenas de uma disciplina do currículo escolar, mas sim, de um conteúdo muito importante que faz parte de nossa realidade.

Na presente abordagem, as atividades fazem referência a práticas pedagógicas que visam instrumentalizar os alunos no sentido de que eles possam resolver problemas de maneira prática e por meio da manipulação de materiais, proporcionando fatores como o contato, a interação, dinamização da aprendizagem e motivação. Um fato importante a ser considerado é que por meio desta dinâmica de contato direto com o objeto de estudo,

os alunos passam a ter uma melhor compreensão dos conteúdos curriculares estudados, o que indica um melhor desenvolvimento cognitivo.

De acordo com Mendes (2009, p.25),

O uso de materiais concretos no ensino de Matemática é uma ampla alternativa didática que contribui para a realização de intervenções do professor na sala de aula durante o semestre letivo. Os materiais são usados em atividades que o próprio aluno, geralmente trabalhando em grupos pequenos, desenvolve na sala de aula. Essas atividades têm estrutura matemática a ser redescoberta pelo aluno que, assim, se torna agente ativo na construção do seu próprio conhecimento matemático (MENDES 2009, p.25).

Com base no exposto e conforme nossa compreensão enquanto professores que refletem sobre nossas próprias práticas, passamos a refletir sobre a disparidade ocorrida entre a Matemática cotidiana da vivência do aluno e a Matemática escolar sistematizada, visto que o sucesso ou o fracasso do aluno enquanto aprendizagem, possui uma interdependência desses dois fatores. Neste viés, fundamenta-se a ideia de Modelagem Matemática, cuja origem se debruça na associação entre tais práticas.

Conforme Silveira e Miola (2008), o uso da Modelagem Matemática se justifica por meio da obtenção de um modelo que usa como parâmetro, a linguagem matemática, que é desenvolvida através de uma determinada situação que se reflete na realidade. Ao fazer uma relação direta entre a Matemática vivenciada no chão da sala de aula com a realidade do aluno. Com base no exposto, Silveira e Miola (2008, p. 59) afirmam que ao utilizar este método em sala de aula, “é provável que o aluno não se esqueça tão facilmente do conteúdo que foi desenvolvido, uma vez que esse conteúdo passou a ter significado pra ele.”

Deste modo, o questionamento que se faz é quanto à aplicabilidade da matemática ensinada na escola sem ser contextualizada no cotidiano dos alunos, uma vez que trabalhar com sua realidade, vivências próprias onde a matemática está presente, facilitará o processo ensino aprendizagem, pois, o ensino da matemática deixará de ser apenas uma disciplina do currículo escolar e passará a ser algo com real significado na formação escolar e social dos estudantes.

### 3. JUSTIFICATIVA

A disciplina Matemática, segundo (DAMASCENO, OLIVEIRA e CARDOSO, 2018, p. 114), “continua sendo considerada uma das maiores vilãs dentre as disciplinas, sendo responsável por altos índices de reprovação de alunos”. Isto porque, a grande maioria dos alunos já possui um pré-conceito sobre o estudo da disciplina. Boa parte diz que, é uma matéria difícil além de alegar que muitos conteúdos não possuem uma aplicabilidade ao seu dia a dia.

Percebe-se então, que o ensino presente na sociedade brasileira, em especial o de matemática, ainda está dominado por um regime tradicionalista de muita rigidez e poucas aplicabilidades, embora, uma nova corrente pedagógica comece a surgir e adquirir adeptos, um ensino voltado para a vida. Uma sociedade em constante evolução não poderá ficar estagnada numa pedagogia de ensino tradicional à mercê do fracasso escolar.

Fatores como o fracasso no ensino da Matemática, mudanças na sociedade, que demandam outra formação do cidadão, mudanças na realidade de vida do aluno e sua pouca motivação ante o conhecimento veiculado na escola levam a pensar em um ensino e uma escola diferentes, mais significativos para o aluno atual e para o cidadão que queremos formar. (SANTOS, 2008, p. 42).

Neste sentido, o ensino da matemática tem como objetivos, desenvolver no aluno competências e habilidades matemáticas para viverem na sociedade contemporânea. Grande parte dos programas educacionais traz em seu esboço questões acabadas e fora do contexto social e cultural dos educandos, o que difere muito do conceito de construção do conhecimento, uma vez que este é algo que deve ser construído e inacabável.

A relação matemática entre a teoria e a prática é fundamental e é preciso saber, conhecer como esta surgiu e evoluiu no passar dos tempos.

A história da matemática é um elemento fundamental para perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época. Essa visão crítica da matemática através de sua história não implica necessariamente o domínio das teorias e práticas que estamos analisando historicamente. (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 29).

Como afirma o autor, conhecer a história é saber sua finalidade, sua essência, pois cada conteúdo matemático foi desenvolvido de acordo com as necessidades da sociedade da época. Neste contexto, procurar um meio motivador é uma das muitas tarefas do

docente, pois D'Ambrosio (1996, 5 p. 31) explica que “do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico”.

Portanto, ciente de que é dever do professor, enquanto educador formar cidadãos críticos, autônomos e pensantes, devemos promover condições para auxiliar no desenvolvimento cognitivo dos alunos, e levá-los a criarem estratégias para resolver situações problemas, tanto escolares como fora do contexto escolar.

## **4. OBJETIVOS**

O presente trabalho trata-se da construção de um teodolito caseiro, que servirá como um modelo matemático aplicado ao ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo para resolver situações problemas do cotidiano dos alunos, cujos objetivos são:

### **4.1 OBJETIVO GERAL**

Propor a construção de um teodolito caseiro, como um modelo matemático para auxiliar professores e alunos na resolução de situações problemas envolvendo trigonometria no triângulo retângulo.

### **4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

De modo mais específico, a presente proposta objetiva:

1. Mostrar o passo-a-passo da construção de um teodolito caseiro, para uso das aulas de matemática, no conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo.
2. Apresentar situações-problemas presentes na vida cotidiana dos alunos, relacionadas a trigonometria, que podem ser solucionadas por meio do teodolito.

## 5. MODELOS E MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção serão discutidos o Modelo Matemático, a Modelagem Matemática e Ciclo da Modelagem Matemática.

### 5.1. MODELOS E MODELAGEM MATEMÁTICA

Na sociedade atual, em função dos avanços da era tecnológica, vivemos em um contínuo fluxo de transformações que refletem diretamente nas ações desenvolvidas na escola e conseqüentemente, na vida estudantil dos alunos, visto que estes são agentes partícipes fundamentais para o alcance dos resultados de toda e qualquer interação ou provocação estabelecida em sala de aula.

A Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino, tem como um de seus objetivos, suprir alguns entraves de aprendizagem causado por um ensino tecnicista deficitário de atratividade. Suas ações visam desmistificar a prática do professor enquanto agente principal e centralizador do ensino, passando a perceber o aluno como o agente principal desta dinâmica.

Deste modo, a partir da visão da Modelagem Matemática, o docente passa a atuar como mediador entre o conhecimento e a necessidade de aprendizagem dos alunos, com uso de atividades investigativas e interdisciplinares, passam a apontar o direcionamento dos procedimentos de ensino-aprendizagem, de modo que na culminância de cada projeto interdisciplinar e intervenção em sala de aula, todos os envolvidos passam a desenvolver sua criatividade, demonstram cada vez mais autonomia e despertam em si, uma gama de conhecimentos que até então desconheciam que possuíam.

Modelar matematicamente é um ato no qual professores e alunos passam a se apropriar de todos os recursos materiais possíveis e entram em contato com diversos conteúdos e discussões de Matemática e diversas outras ciências, no sentido de que possam pesquisar, inferir, representar, analisar e prever a respeito de diversas hipóteses, de modo a obterem resultados diversos que apontam para uma infinidade de conclusões sobre os mais variados fenômenos do mundo real e de seus contextos sociais.

Ao abordarmos a Modelagem Matemática e suas interações que podem resultar em importantes resultados em sala de aula, se faz necessário uma reflexão e conseqüente

aprofundamento para que seja possível compreender o que vem a ser um modelo matemático, visto que o termo “modelo”, embora apresente diversos significados, nos aponta um sentido empírico de “tudo que serve de exemplo”, ou em outras palavras, “a representação de um padrão ideal”.

Considerando tais concepções, inferimos que um modelo propriamente dito, de forma alguma se limita ao aspecto Matemático, e sim à diversas áreas do conhecimento científico, tais como Arte, Física, Biologia, Geografia, História, dentre outras. Observamos ainda que, por mais que o objetivo dos modelos a serem esquematizados com base nos conhecimentos dessas áreas diversas se diferenciem entre si, sua essência sempre nos aponta para um mesmo caminho, que é a descrição das características de algum fenômeno.

## **5.2 POR QUE UTILIZAR A MODELAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA?**

São diversas as dificuldades enfrentadas no cenário da sala de aula durante as rotinas de prática de ensino, as quais muitas são consequências do uso de metodologias que além de não promoverem atratividade, causam um grande distanciamento entre a relação de ensino que deve ser planejada pelo professor e da aprendizagem, que deve ser ao máximo aproveitada pelo aluno. No currículo estudantil, seja no ensino fundamental ou médio, existem diversas disciplinas nas quais tais dificuldades são bastante aparentes.

Uma delas é a Matemática, que de acordo com nossas próprias observações enquanto professores que ministram a disciplina no ensino básico, percebemos que nossos alunos, em geral, demonstram grandes dificuldades na compreensão dos conceitos ensinados e na realização de atividades práticas, além dos altos índices de reprovação e retenção escolar ocasionados pelos baixos desempenhos em função do ensino dessa disciplina se dá de forma tradicional, sem que haja uma discussão em sala de aula sobre os conhecimentos trazidos pelos alunos.

No Infográfico a seguir, apresentaremos algumas características sobre o porquê de se trabalhar a modelagem nas aulas de matemática:

## Infográfico 01 – Importância do uso da Modelagem Matemática em sala de aula

**MODELAGEM MATEMÁTICA**

**IMPORTÂNCIA DA MODELAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA**

- 1** Com a utilização da modelagem matemática, o ensino torna-se mais dinâmico, com uma participação mais ativa do aluno, pois os estudantes podem investigar temas de seus interesses. Com isso, é dado significado ao que o aluno está estudando e aprendendo. Desta forma, o professor poderá direcionar a aula para uma temática que o aluno apresente motivação ao investigar um problema de seu interesse, fazendo com que ele busque ferramentas matemáticas para resolver tal problema
- 2** Integração com outras áreas: No ensino tradicional o professor se prende ao seu campo de ensino, nos conceitos matemáticos e no ensinamento do conhecimento matemático. Com isso, tanto professor quanto o aluno, perdem a oportunidade de se aprofundar em outras temáticas que também seriam importantes, tais como: filosofia, ciência, história, geografia e outros. Desta forma, a abordagem integrada permite ao aluno integrar o conhecimento desenvolvido na disciplina de matemática com os demais campos do conhecimento.
- 3** Outro fator importante que nos leva a discutir a importância da modelagem matemática é a motivação. Segundo os documentos oficiais, como PCNs[1] e BNCC[2], há uma exigência de que o ensino de matemática precisa ser mais significativo para o aluno.

Fonte: organização dos autores/2022.

---

[1] **Parâmetros Curriculares Nacionais:** é uma orientação quanto ao cotidiano escolar, os principais conteúdos que devem ser trabalhados, a fim de dar subsídios aos educadores, para que suas práticas pedagógicas sejam da melhor qualidade.

[2] **Base Nacional Comum Curricular:** é um documento normativo para as redes de ensino e suas instituições públicas e privadas, referência obrigatória para elaboração dos currículos escolares e propostas pedagógicas para a educação infantil, ensino fundamental e ensino médio no Brasil.

Em consequência destas e outras problemáticas, a Modelagem matemática adentra no cenário da Educação com um aspecto bastante promissor, visto que a metodologia desenvolvida neste método de ensino possibilita diversas ações que tornam o contexto da sala de aula mais atrativo, de forma a contribuir com a aprendizagem e trazer inovação aos métodos de ensino dessa disciplina.

De acordo com os PCNs, as finalidades do ensino da matemática devem ser abordadas visando à construção da cidadania humana e indicam como um dos objetivos levar o aluno a:

Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas (BRASIL, 1997, p. 37).

Nota-se que no primeiro objetivo dos PCNs aponta para um ensino matemático voltado para a transformação do mundo à sua volta. A valorização do cotidiano do aluno, isto é, trazer o conhecimento de mundo que ele tem para a sala de aula facilita a aprendizagem, além de diminuir a distância que há entre o que é ensinado na escola e o que realmente é vivenciado pelo estudante, ou seja, trabalhar com o concreto para aprender o abstrato.

Além disso, os PCNs de matemática fazem um alerta a respeito do saber matemático que é apresentado ao aluno:

[...] o saber matemático não se tem apresentado ao aluno como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação (BRASIL, 1997, p. 32).

O ensino da matemática, muitas vezes, está distante do seu real significado e dos objetivos destacados pelos PCNs, devido à forma com que é abordado em sala de aula, sendo mais valorizada a simbologia e menos o contexto, isto é, a disciplina é apresentada como uma ciência isolada que não está presente no cotidiano do aluno.

## 5.2 CICLO DA MODELAGEM

Na modelagem, tem-se um problema do mundo real e levanta-se algumas hipóteses relacionadas a esse problema.

Infográfico 02 – Ciclo da Modelagem



Fonte: organização dos autores/2022.

## 6. OBJETO MATEMÁTICO: TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

### 6.1 HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA

A origem da trigonometria está diretamente relacionada à astronomia, uma vez que as necessidades humanas contribuíram significativamente para a busca de meios de produção agrícola. Para produzir alimento, tornou-se necessário o conhecimento dos astros, das estações do ano e do movimento da Terra, e foi exatamente nesse momento que a matemática demonstrou suas contribuições nesta área.

A matemática é uma ciência que busca modelar a realidade em fórmulas, estruturas e padrões. Graças a essa ciência, conseguimos transcrever a realidade numericamente e geometricamente. Os babilônios e os egípcios já estudavam e utilizavam a trigonometria na antiguidade, mas foi no Período Helênico que o estudo relacionado a essa área das ciências exatas ganhou maior notoriedade.

Esses estudos foram motivados em razão da necessidade de se ter maior rigor relacionado ao conceito da medida de ângulo. Na Grécia, Hipócrates e Eudoxo foram personalidades importantes que estudaram conceitos relacionados à medição de ângulo. Hipócrates que foi considerado o pai da trigonometria, foi o responsável pelos estudos relacionados às propriedades das cordas, envolvendo os ângulos inscritos em círculos. Ele também criou e que podemos considerar como a primeira tabela trigonométrica. Por sua vez, Eudoxo realizou um estudo relacionado a medição de ângulo para calcular o tamanho da terra.

Mesmo com tantos estudos relacionados à trigonometria, ainda não se tinha o devido rigor matemático. Euclides e Arquimedes conseguiram em seus estudos, evidenciar de forma mais clara o que viria a ser a trigonometria que utilizamos nos dias de hoje. Nos estudos realizados por ambos, é possível identificar fórmulas equivalentes as razões trigonométricas, isto é, seno cosseno e tangente.

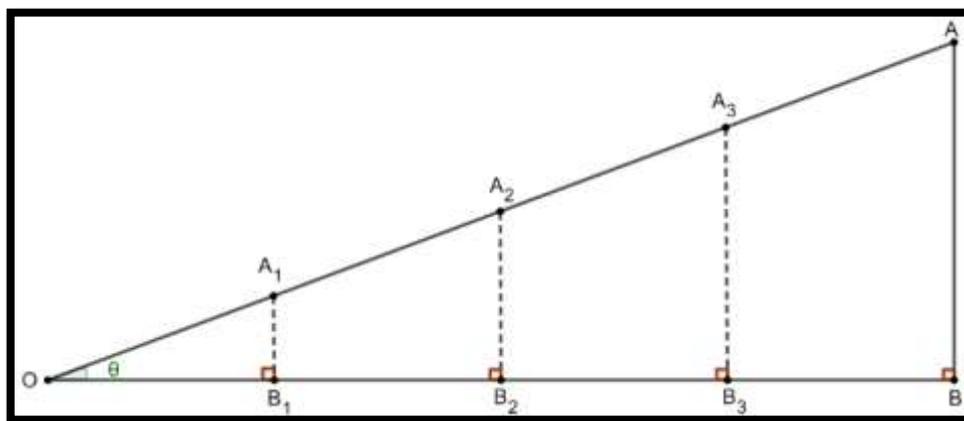
A Almagesto, escrita por Cláudio Ptolomeu de Alexandria, foi a obra mais significativa para os estudos de trigonometria que relacionou ângulos centrais com cordas de um círculo. Os árabes, os persas e os hindus também contribuíram para a criação da trigonometria. Mesmo a trigonometria tendo toda essa origem histórica, estudos apontam

que a sua formulação, com o rigor do qual é, utilizamos hoje data do século XVII, sendo possível graças ao desenvolvimento da álgebra.

## 6.2 RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

As Relações Trigonométricas são resultantes da divisão entre as medidas de dois lados de um triângulo retângulo, sendo capazes de relacionar os lados com os ângulos de um triângulo retângulo. Desta forma, tem-se que dois triângulos retângulos que possuem um segundo ângulo congruente são semelhantes, e com isso, as medidas dos lados entre os dois triângulos são proporcionais e as medidas dos ângulos são congruentes. Portanto, tomando um ângulo agudo de um triângulo retângulo, a razão entre seus lados terá o mesmo resultado.

Sobre a semirreta OB, do ângulo agudo  $\theta$  ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ), marcamos arbitrariamente os pontos  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_N$ , tracemos por estes pontos perpendiculares à semirreta OB, os segmentos de reta  $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, \dots, A_NB_N$ .



Fonte: Autores (2022)

Desta forma, pelo caso de semelhança de triângulos, temos que os triângulos  $OB_1A_1, OB_2A_2, OB_3A_3, \dots, OB_NA_n$ , são semelhantes entre si. Então, podemos escrever as seguintes proporções:

$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{OA_2}} = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{OA_3}} = \dots = \frac{\overline{A_nB_n}}{\overline{OA_n}} = k_1(\text{constante})$$

A constante  $k_1$  assim obtida, independe do triângulo retângulo considerado, dependendo somente do ângulo. Com isso, conclui-se que em qualquer triângulo retângulo, a razão entre o cateto oposto, a um ângulo dado, e a hipotenusa será chamada de seno. Neste caso, seno do ângulo  $A\hat{O}B$ , ou seno de  $\theta$ .

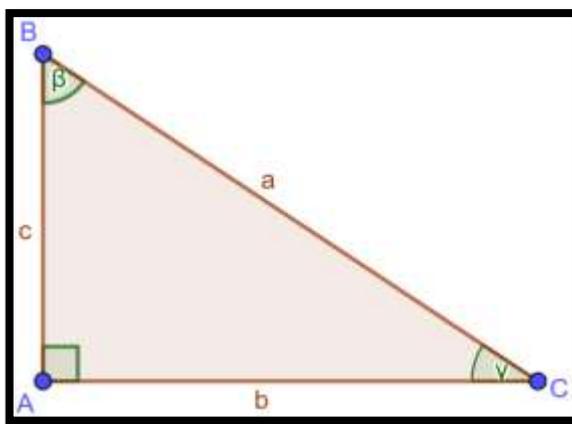
Assim, de modo análogo, podemos obter as razões:

$$\frac{\overline{OB_1}}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{OB_2}}{\overline{OA_2}} = \frac{\overline{OB_3}}{\overline{OA_3}} = \dots = \frac{\overline{OB_n}}{\overline{OA_n}} = k_2(\text{constante})$$

$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{OB_1}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{OB_2}} = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{OB_3}} = \dots = \frac{\overline{A_nB_n}}{\overline{OB_n}} = k_3(\text{constante})$$

Para determinarmos as relações seno, cosseno e tangente em um triângulo retângulo, precisamos tomar um ângulo de referência.

Observe o triângulo ABC, retângulo em A:



Fonte: Autores (2022)

Deste modo, tendo o ângulo  $\beta$  como referência, temos as seguintes relações trigonométricas:

**Seno** de um ângulo agudo é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa.

$$\text{sen}\beta = \frac{\text{cateto oposto a } \beta}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

**Cosseno** de um ângulo agudo é a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa.

$$\cos\beta = \frac{\text{cateto adjacente a } \beta}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

**Tangente** de um ângulo agudo é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.

$$\text{tg}\beta = \frac{\text{cateto oposto a } \beta}{\text{cateto adjacente a } \beta} = \frac{b}{c} \text{ ou } \frac{\text{sen}\beta}{\text{cos}\beta}$$

Do mesmo modo, tendo o ângulo  $\alpha$  como referência, temos as seguintes relações trigonométricas:

**Seno** de um ângulo agudo é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa.

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

**Cosseno** de um ângulo agudo é a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa.

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

**Tangente** de um ângulo agudo é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha} = \frac{b}{c} \text{ ou } \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$$

### 6.3 RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO LIVRO DIDÁTICO

No Livro Didático, o conteúdo de razões trigonométricas no triângulo retângulo: seno, cosseno e tangente, dos ângulos notáveis é apresentado a partir da análise de situações envolvendo o quadrado, para os ângulos de  $45^\circ$ , e do triângulo equilátero, para os ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ .

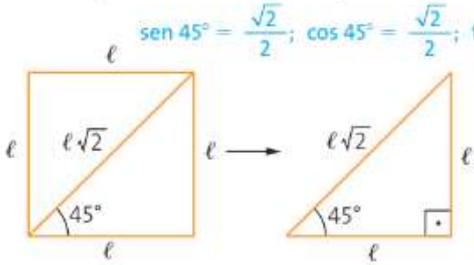
Segundo Dante (2013, p. 252):

**Figura 1:** Construção da tabela dos ângulos notáveis

48. **ATIVIDADE EM DUPLA** Vocês vão construir uma tabela de valores muito importantes; para isso:

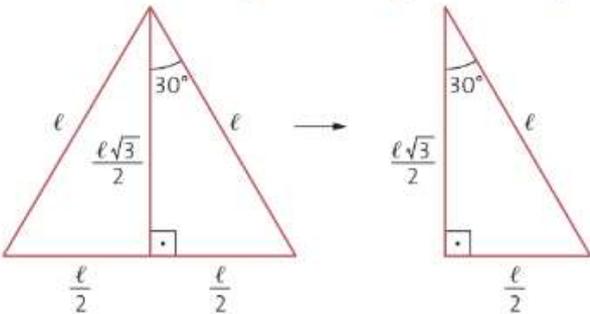
a) calculem  $\text{sen } 45^\circ$ ,  $\text{cos } 45^\circ$  e  $\text{tan } 45^\circ$  utilizando o triângulo retângulo destacado do quadrado abaixo;

$\text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\text{tan } 45^\circ = 1$



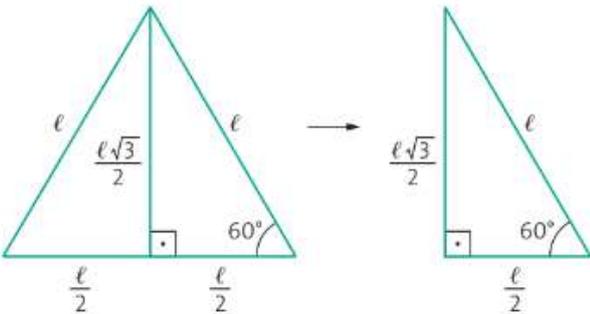
b) calculem  $\text{sen } 30^\circ$ ,  $\text{cos } 30^\circ$  e  $\text{tan } 30^\circ$  utilizando o triângulo retângulo destacado do triângulo equilátero a seguir;

$\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$ ;  $\text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\text{tan } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$



c) calculem  $\text{sen } 60^\circ$ ,  $\text{cos } 60^\circ$  e  $\text{tan } 60^\circ$  utilizando o triângulo retângulo destacado do triângulo equilátero abaixo;

$\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$ ;  $\text{tan } 60^\circ = \sqrt{3}$ .



Neste sentido, com os valores encontrados nas aplicações acima, tem-se a seguinte tabela dos ângulos notáveis:

**Tabela 1: Seno, Cosseno e Tangente dos Ângulo Notáveis**

	30°	45°	60°
<b>Seno</b>	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
<b>Cosseno</b>	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
<b>Tangente</b>	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Fonte: Autores (2022)

Para os demais ângulos, temos que (DANTE, 2013, p. 259):

**Figura 2: Razões Trigonômétricas com medidas de abertura de ângulos de 1° a 89°.**

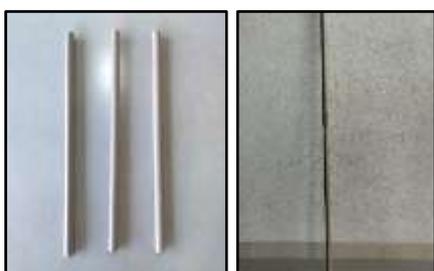
Tabela de razões trigonométricas							
Ângulo	sen	cos	tan	Ângulo	sen	cos	tan
1°	0,017	1,000	0,017	46°	0,719	0,695	1,036
2°	0,035	0,999	0,035	47°	0,731	0,682	1,072
3°	0,052	0,999	0,052	48°	0,743	0,669	1,111
4°	0,070	0,998	0,070	49°	0,755	0,656	1,150
5°	0,087	0,996	0,087	50°	0,766	0,643	1,192
6°	0,105	0,995	0,105	51°	0,777	0,629	1,235
7°	0,122	0,993	0,123	52°	0,788	0,616	1,280
8°	0,139	0,990	0,141	53°	0,799	0,602	1,327
9°	0,156	0,988	0,158	54°	0,809	0,588	1,376
10°	0,174	0,985	0,176	55°	0,819	0,574	1,428
11°	0,191	0,982	0,194	56°	0,829	0,559	1,483
12°	0,208	0,978	0,213	57°	0,839	0,545	1,540
13°	0,225	0,974	0,231	58°	0,848	0,530	1,600
14°	0,242	0,970	0,249	59°	0,857	0,515	1,664
15°	0,259	0,966	0,268	60°	0,866	0,500	1,732
16°	0,276	0,961	0,287	61°	0,875	0,485	1,804
17°	0,292	0,956	0,306	62°	0,883	0,469	1,881
18°	0,309	0,951	0,325	63°	0,891	0,454	1,963
19°	0,326	0,946	0,344	64°	0,899	0,438	2,050
20°	0,342	0,940	0,364	65°	0,906	0,423	2,145
21°	0,358	0,934	0,384	66°	0,914	0,407	2,246
22°	0,375	0,927	0,404	67°	0,921	0,391	2,356
23°	0,391	0,921	0,424	68°	0,927	0,375	2,475
24°	0,407	0,914	0,445	69°	0,934	0,358	2,605
25°	0,423	0,906	0,466	70°	0,940	0,342	2,747
26°	0,438	0,899	0,488	71°	0,946	0,326	2,904
27°	0,454	0,891	0,510	72°	0,951	0,309	3,078
28°	0,469	0,883	0,532	73°	0,956	0,292	3,271
29°	0,485	0,875	0,554	74°	0,961	0,276	3,487
30°	0,500	0,866	0,577	75°	0,966	0,259	3,732
31°	0,515	0,857	0,601	76°	0,970	0,242	4,011
32°	0,530	0,848	0,625	77°	0,974	0,225	4,332
33°	0,545	0,839	0,649	78°	0,978	0,208	4,705
34°	0,559	0,829	0,675	79°	0,982	0,191	5,145
35°	0,574	0,819	0,700	80°	0,985	0,174	5,671
36°	0,588	0,809	0,727	81°	0,988	0,156	6,314
37°	0,602	0,799	0,754	82°	0,990	0,139	7,115
38°	0,616	0,788	0,781	83°	0,993	0,122	8,144
39°	0,629	0,777	0,810	84°	0,995	0,105	9,514
40°	0,643	0,766	0,839	85°	0,996	0,087	11,430
41°	0,656	0,755	0,869	86°	0,998	0,070	14,301
42°	0,669	0,743	0,900	87°	0,999	0,052	19,081
43°	0,682	0,731	0,933	88°	0,999	0,035	28,636
44°	0,695	0,719	0,966	89°	1,000	0,017	57,290
45°	0,707	0,707	1,000				

## 7. METODOLOGIA

No intuito de demonstrar algumas aplicações práticas e cotidianas da trigonometria, o presente trabalho visa apresentar uma proposta de construção de um teodolito caseiro, como um modelo matemático para auxiliar professores e alunos na resolução de situações problemas envolvendo trigonometria no triângulo retângulo. Neste sentido, esta proposta auxiliará os alunos na compreensão a aplicabilidade dos conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula e a importância que a Matemática tem em nosso cotidiano.

### 7.1 MATERIAIS NECESSÁRIOS PARA CONFEÇÃO

Todas a imagens a seguir foram produzidas pelos autores durante o processo de construção do protótipo – teodolito caseiro.



**3 canos PVC 20 mm com 30 cm e 1 cano PVC 20mm com 1,3m:**

Estes canos servem para fazer o tripé e a base de sustentação do teodolito.



**2 TE conexão PVC 20 mm:**

Estes TEs servem para conectar os joelhos de 45° em PVC para formar o tripé do teodolito.



**3 joelhos 45° PVC 20 mm:**

Estes joelhos, conectados aos TEs formarão a base do tripé do teodolito.



**4 CAPs PVC 20 mm:**

Estas CAPs, servirão para fazer o acabamento nas extremidades dos tubos PVC que formarão a estrutura do teodolito.



**1 transferidor:**

O transferidor servirá para determinar o ângulo de abertura, e será fixado na peça de ventilador ao lado.



**1 nível:**

O nível será fixado na parte superior do teodolito e servirá para nivelar o teodolito à 90°.



**1 antena de TV:**

Esta antena de TV será utilizada como “vara de tiro” para medir o ângulo de abertura.



**Pistola e bastão de cola-quente:**

Esta pistola e bastão de cola-quente servirão para fixação dos materiais.

## 7.2 MONTAGEM DO TEODOLITO

Nesta etapa, demonstraremos o passo-a-passo para construção e montagem do teodolito. Ressaltamos que todas as imagens a seguir, foram produzidas pelos autores durante o processo de construção do protótipo – teodolito caseiro.

### Passo 1



Deve-se conectar os 2 TEs com os 3 Joelho de 45°, conforme mostra a imagem. Para fazer a conexão foi utilizados pedaços do tubo de PVC 20mm, com tamanho de 2cm.

### Passo 2



Deve-se conectar as 3 CAPs aos 3 tubos de 30 cm. 1 CAP na extremidade de cada tubo, conforme ilustra a imagem.

### Passo 3



Deve-se conectar os tubos (passo 2) com à base (passo 1), conforme ilustrado da imagem.

*continuação...*

#### Passo 4



Deve-se fixar o transferidor e a “vara de tiro” à peça do ventilador, em seguida, fixar à haste de sustentação (cano PVC 20mm de 1,3m). Nesta etapa, pode-se utilizar parafusos ou cola-quente, conforme a ilustração.

#### Passo 5



Utilizando a cola-quente, deve-se colar o nível no topo do teodolito.

#### Passo 6



Por fim, conecta a base de sustentação do teodolito (passo 3) aos passos 4 e 5 para finalizar a montagem do protótipo, conforme ilustrado.

Desta forma, tem-se a construção do teodolito caseiro, que será utilizado como material didático no ensino de trigonometria no triângulo retângulo. Com isso, para a concretização dos conhecimentos adquiridos na teoria, os alunos aplicarão o protótipo desenvolvido, em situações matemáticas concretas do seu cotidiano.

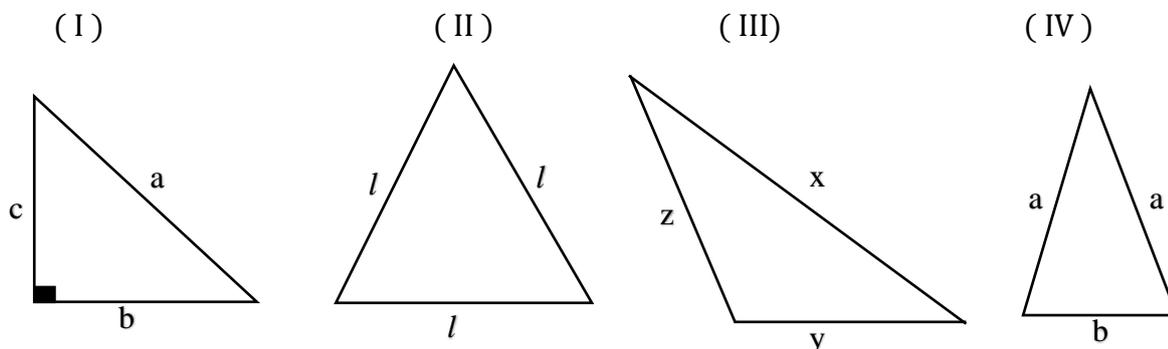
## 8. PROBLEMAS PROPOSTOS

### 8.1 ATIVIDADES PRÉVIAS

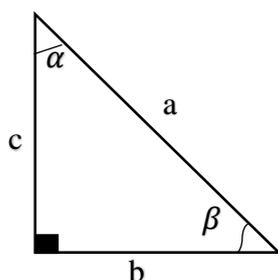
Nesta fase inicial, apresentamos uma atividade contendo 10 (dez) questões correspondentes ao objeto matemático em estudo, previamente planejadas, a fim de construir, junto aos alunos, os conceitos das principais razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Inicialmente, espera-se que os alunos não conseguirão respondê-las de imediato, pois estamos trabalhando com a hipótese de que os estudantes ainda desconhecem as características de um triângulo retângulo. No entanto, em um segundo momento, após a exposição do conteúdo pelo professor e dos conhecimentos adquiridos, os estudantes encontrarão a resposta correta para cada questão.

**Questão 01:** Qual das imagens a seguir é um triângulo retângulo?

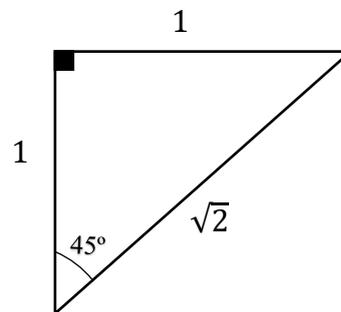
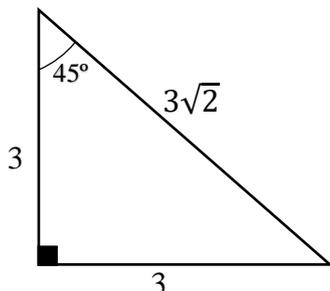


**Questão 02:** Explique:



- O que é a relação trigonométrica SENO?
- O que é a relação trigonométrica CONSENSO?
- O que é a relação trigonométrica TANGENTE?

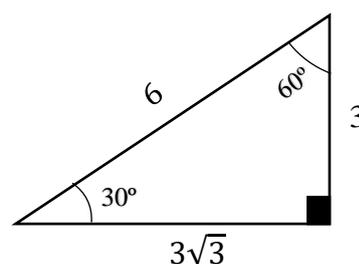
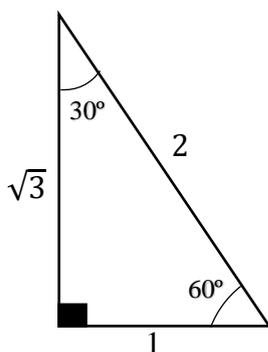
**Questão 03:** Para cada ângulo destacado nos triângulos abaixo, identifique o cateto oposto, cateto adjacente e a hipotenusa.



Lados do Triângulo	45º	45º
Cateto Oposto (C.O)		
Cateto Adjacente (C.A)		
Hipotenusa		

Lados do Triângulo	45º	45º
Cateto Oposto (C.O)		
Cateto Adjacente (C.A)		
Hipotenusa		

**Questão 04:** Identifique, nos triângulos a seguir, o cateto oposto, cateto adjacente e a hipotenusa

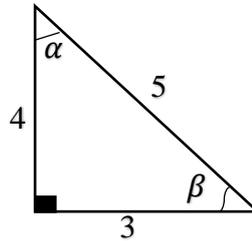


Lados do Triângulo	30º	60º
Cateto Oposto (C.O)		
Cateto Adjacente (C.A)		
Hipotenusa		

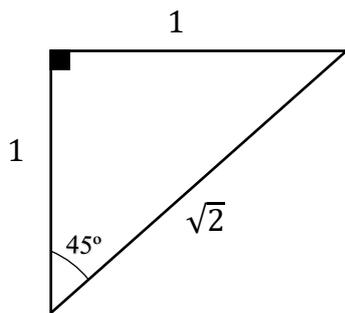
Lados do Triângulo	30º	60º
Cateto Oposto (C.O)		
Cateto Adjacente (C.A)		
Hipotenusa		

**Questão 05:** Dado o triângulo retângulo abaixo, demonstre:

- a) *seno*  $\beta$
- b) *coseno*  $\beta$
- c) *tangente*  $\beta$
- d) *seno*  $\alpha$
- e) *coseno*  $\alpha$
- f) *tangente*  $\alpha$

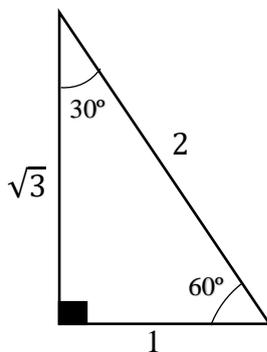


**Questão 05:** No ângulo destacado no triângulo abaixo, demonstre a relação seno, coseno e tangente.



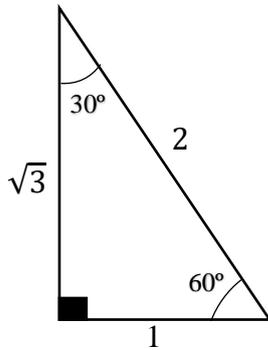
Relações Trigonômicas	45°
Seno	
Cosseno	
Tangente	

**Questão 07:** Demonstre a relação seno, coseno e tangente dos de 30°.



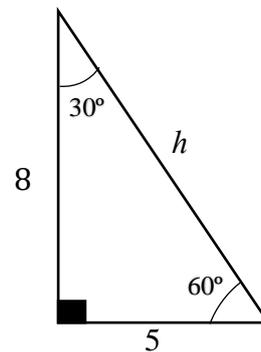
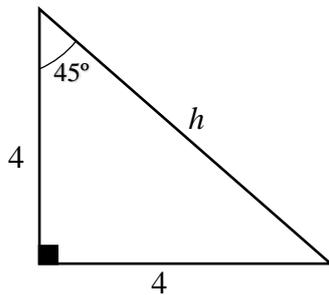
Relações Trigonômicas	30°
Seno	
Cosseno	
Tangente	

**Questão 08:** Demostre a relação seno, cosseno e tangente dos de  $60^\circ$

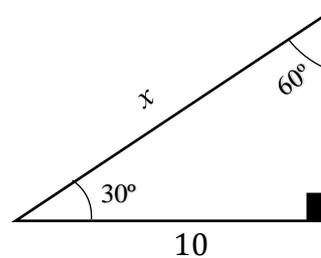
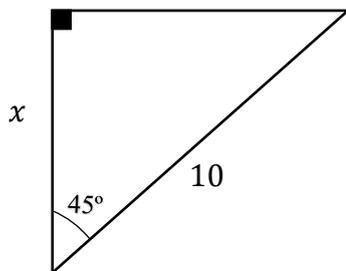


Relações Trigonômétricas	$60^\circ$
Seno	
Cosseno	
Tangente	

**Questão 09:** Determine a medida da hipotenusa dos triângulos abaixo.



**Questão 10:** Calcule a medida  $x$  em cada triângulo a seguir:



## 8.2 ATIVIDADES DE APLICAÇÃO DO TEODOLITO

Considerando que os alunos conhecem e compreendem o objeto matemático em estudo, espera-se que eles, nesta fase, façam a aplicação de forma correta das relações trigonométricas no triângulo retângulo, e encontrem com exatidão os dados solicitados em cada questão. Com isso, a aprendizagem adquire um significado maior dentro daquilo que foi estudado. Nesta etapa, o aluno conseguirá aplicar a aprendizagem adquirida em problemas diversos, uma vez que possui um nível de interpretação diferenciada para aplicar o conhecimento em outras situações.

Nas 5 (cinco) questões propostas, vamos trabalhar com a seguinte **Competência Específica de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio:**

**Competência 3:** Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

(BRASIL, 2018, p. 523)

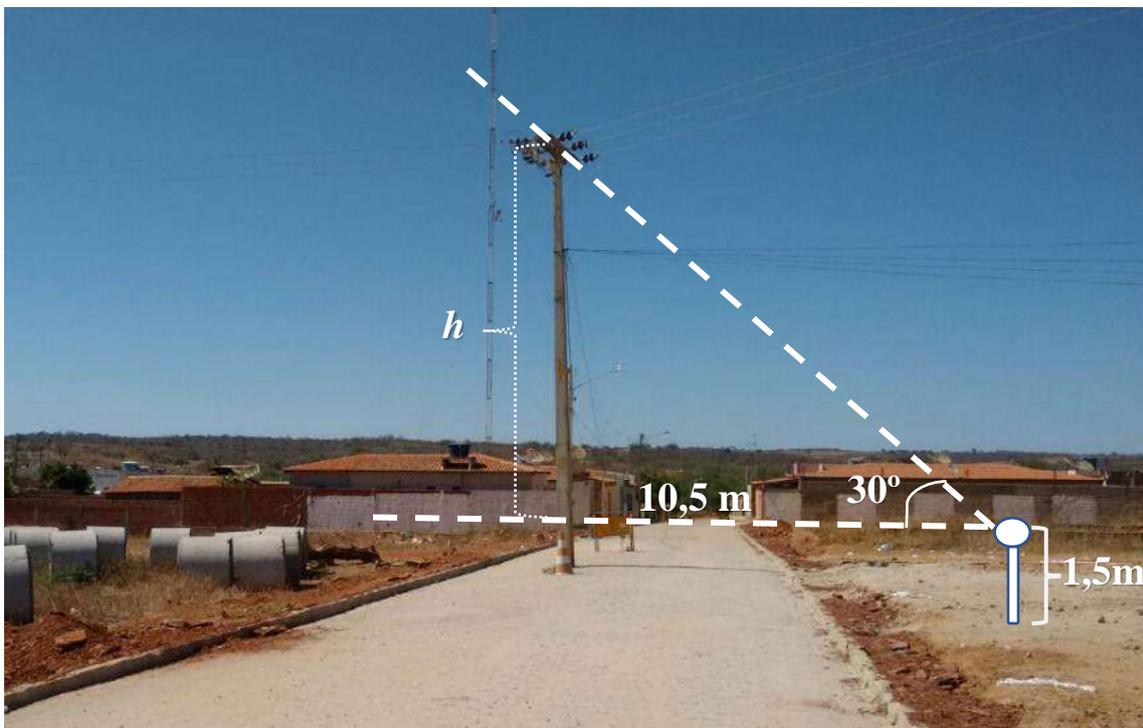
E habilidade:

**Habilidade:** (EM13MAT308) Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.

(BRASIL, 2018, p. 529)

Segundo a BNCC essa habilidade está relacionada à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos. Neste sentido, o aluno precisa construir significados para os problemas. Além disso, para resolvê-lo, o estudante deve identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários na formulação do problema. Em seguida, aplicar esses conceitos, executar os procedimentos para encontrar a solução.

**Questão 01:** Usando o teodolito caseiro, com 1,5m de altura, calcule o tamanho aproximado deste poste.



**Resolução:**

**Passo 1:** Inicialmente, deve-se medir a distância do poste até um determinado ponto para posicionar o teodolito. Nesta medida obteve-se 10,5m, conforme a figura;

**Passo 2:** Mirar o canudo no topo do poste e anotar o ângulo medido (30 graus);

**Passo 3:** Calcular a razão trigonométrica tangente (altura) do ângulo encontrado;

**Cálculo:**

$$tg 30^\circ = \frac{C.O}{C.A}$$

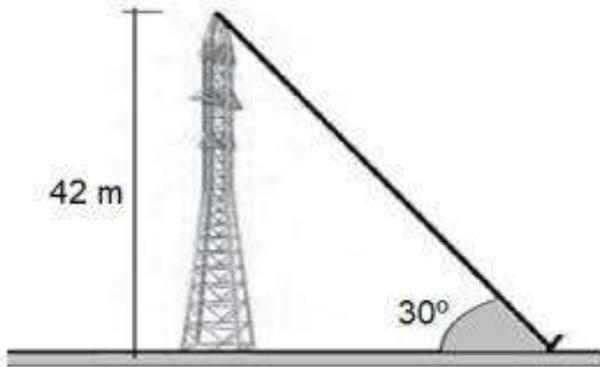
$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{10,5}$$

$$h = \frac{10,5\sqrt{3}}{3} \cong 6m$$

**Passo 4:** Somar a altura encontrada ( $h \cong 6m$ ) com a altura do teodolito (1,5m).

Portanto, a altura do poste é  $6m + 1,5m \cong 7,5m$ .

**Questão 02:** A figura a seguir mostra uma torre de linha de transmissão de energia com 42m de altura. A torre é sustentada por cabos de aço que ligam o seu topo ao solo, formando um ângulo de 30°, conforme a imagem a seguir:



Qual o comprimento, aproximado, do cabo que é ligado ao solo, até o topo da Torre?

**Resolução:**

**Passo 1:** Inicialmente, deve-se posicionar o teodolito ao nível do solo;

**Passo 2:** Mirar o canudo no topo da torre e anotar o ângulo medido (30 graus);

**Passo 3:** Calcular a razão trigonométrica seno (tamanho do cabo de aço) do ângulo encontrado;

**Cálculo:**

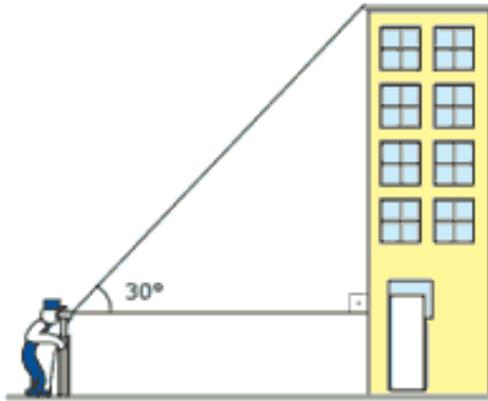
$$\text{sen } 30^\circ = \frac{C.O}{\text{Hip.}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{42}{\text{Cabo}}$$

$$\text{Cabo} = 84\text{m}$$

Portanto, cada cabo de aço mede 84m

**Questão 03:** Um topógrafo foi chamado para obter a altura de um edifício. Para fazer isto, ele colocou um teodolito (instrumento para medir ângulos) a 200 m do edifício e mediu o ângulo de  $30^\circ$ , como indicado na figura a seguir:



Sabendo que o teodolito está a uma altura de 1,5 m do solo, pode-se concluir que, dentre os valores a seguir, o que melhor aproxima da altura do edifício, em metros, é:

**Resolução:**

**Passo 1:** Inicialmente, deve-se posicionar o teodolito a 200m de distância do edifício;

**Passo 2:** Em seguida, mirar no topo do edifício e anotar o ângulo medido (30 graus);

**Passo 3:** Calcular a razão trigonométrica tangente (altura) do ângulo encontrado;

**Cálculo:**

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{C.O}{C.A}$$

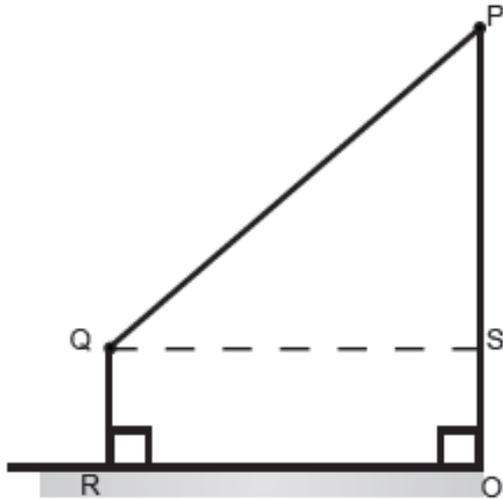
$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{200}$$

$$h = \frac{200\sqrt{3}}{3} \cong 115,5m$$

**Passo 4:** Somar a altura encontrada ( $h \cong 115,5m$ ) com a altura do teodolito (1,5m).

Portanto, a altura do poste é  $115,5m + 1,5m \cong 117m$ .

**Questão 04:** Um teodolito de 1,5m ( $\overline{QR}$ ) de altura é posicionado à 2m ( $\overline{QS}$ ) de um muro, e se obteve um ângulo de  $45^\circ$  ( $P\hat{Q}S$ ), conforme mostra a figura a abaixo:



Calcule a altura aproximada do muro.

**Resolução:**

**Passo 1:** Posicionar o teodolito a 2m de distância do muro;

**Passo 2:** Mirar o canudo na extremidade superior do muro e anotar o ângulo medido (45 graus);

**Passo 3:** Calcular a razão trigonométrica tangente (altura) do ângulo encontrado;

**Cálculo:**

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{C.O}{C.A}$$

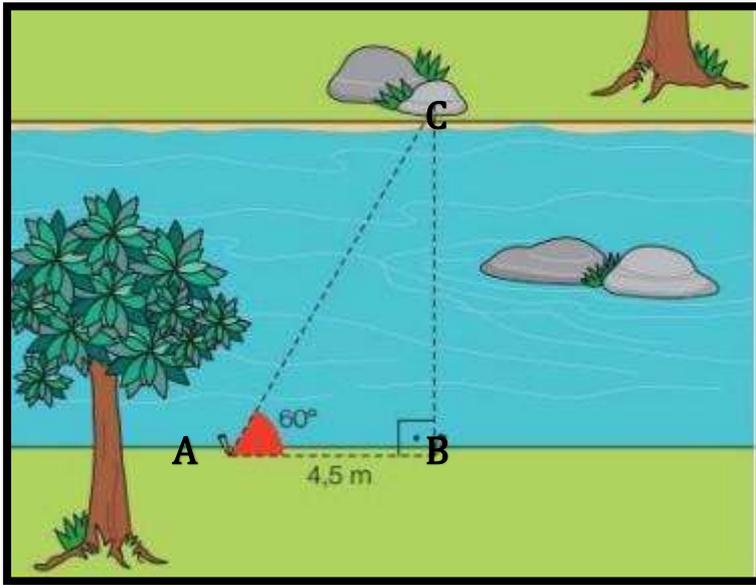
$$1 = \frac{h}{2}$$

$$h = 2m$$

**Passo 4:** Somar a altura encontrada ( $h = 2m$ ) com a altura do teodolito (1,5m).

Portanto, a altura do poste é  $2m + 1,5m = 3,5m$ .

Questão 05: Calcule a largura do rio.



**Resolução:**

**Passo 1:** Inicialmente, deve-se fixar um ponto de referência na outra margem, como uma pedra, por exemplo (ponto C), formando um ângulo reto com a posição em que a pessoa se encontra (ponto B);

**Passo 2:** Na posição em que se encontra (ponto B), caminha 4,5 metros para a esquerda;

**Passo 3:** No ponto A, posiciona-se o teodolito ao nível do solo mirando para o ponto C, e anote o ângulo de  $60^\circ$  entre o ponto A e o ponto C;

**Passo 4:** Calcular a razão trigonométrica tangente (largura do rio) do ângulo encontrado;

**Cálculo:**

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{C.O}{C.A}$$

$$\sqrt{3} = \frac{l}{4,5}$$

$$l \cong 7,8m$$

Portanto, a largura do rio é de aproximadamente 7,8m.

## 9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como escopo apresentar um a construção de um teodolito caseiro, que servirá como um modelo matemático aplicado ao ensino de Trigonometria no Triângulo Retângulo para resolver situações problemas do cotidiano dos alunos, nas aulas de matemática. Esta temática é considerada de grande relevância para a Educação Básica, uma vez que o presente conteúdo pode ser aplicado diretamente no dia a dia dos estudantes.

Fez-se a escolha por esta temática, por perceber que este processo contribui significativamente com o desenvolvimento cognitivo e do pensamento crítico do aluno em relação à aplicação do conteúdo Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo. Além disso, por ter grande aplicabilidade nas situações cotidianas, como por exemplo, o cálculo de distâncias teoricamente inacessíveis.

Esta proposta de ensino para as aulas de matemática, proporciona aos alunos confeccionar e utilizar o teodolito, e colocar em prática os conhecimentos adquiridos na disciplina de Matemática através das medições de ângulos horizontais e verticais, calculando as medidas propostas em cada situação. Vale ressaltar que, por se tratar de um aparelho rústico, construído manualmente, há margem de erro nas medições, no entanto, não significa necessariamente que os resultados sejam inválidos.

Desta forma, pode-se perceber que a construção e manuseio deste material didático para o ensino de trigonometria são fundamentais para a concretização dos conhecimentos adquiridos na teoria, além de proporcionar ao aluno a compreensão e aplicabilidade dos conceitos trabalhados, em nosso cotidiano.

## 10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Brasília, DF, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

DAMASCENO, A. A.; OLIVEIRA, G. S.; CARDOSO, M. R. G. **O ensino de matemática na educação de jovens e adultos: a importância da contextualização**. Monte Carmelo/MG: Cadernos da Fucamp, v.17 n. 29, p. 112-124, 2018. Disponível em: <https://www.fucamp.edu.br/editora/index.php/cadernos/article/download/1347/937>. Acesso: 18 jun 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. – 2. ed. – São Paulo: Ática, 2013.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 1996.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas da aprendizagem**. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2009. 2 ed.

SILVEIRA, Everaldo; MIOLA, Rudinei José. **Professor Pesquisador em Educação Matemática**. Curitiba: IBPEX, 2008.

PORTANOVA, Ruth (org.). **Um currículo de matemática em movimento**. Rio Grande do Sul. EDIPUCRS, 2005.

SANTOS, Lucimara dos. **Mudanças na prática docente: Um desafio da formação continuada de professores polivalentes para ensinar matemática** (Tese de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). – São Paulo: PUC, 2008. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11306/1/Lucimara%20dos%20Santos.pdf>. Acesso em 11 jun 2022.

## AUTORES

**Cláudio Lima da Silva** – Possui Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará - UEPA (2013). Licenciatura em LETRAS: Português e Inglês pelas Faculdades Integrada da Terra de Brasília - FTB. Pós-Graduação (*Latu Sensu*) em Gestão, Supervisão e Orientação Escolar - FTED. Pós-Graduação (*Latu Sensu*) em Método de Ensino da Matemática - FADESA e Especialização em Educação Especial e Inclusiva - FACIBRA. Desempenhou a função de Tutor Presencial no curso de Licenciatura em Matemática no Núcleo de Educação Continuada e a Distância - (NECAD/UEPA/UAB). Atualmente é Professor de Matemática, pertencente ao quadro EFETIVO da Rede Municipal de Ensino (SEMED) - Parauapebas/PA e Rede Estadual de Ensino (SEDUC/PA). Além disso, é Mestrando do PPGEM/UEPA - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.



**Lucas Ferreira Rodrigues** – Possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Pará - (UFPA), Especialista em Estatísticas Educacionais - (UFPA), Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Física - (ISEIB/MG), Especialista em Educação Especial com Ênfase em Transtornos Globais e Altas Habilidades - (ISEIB/MG), Mestrando em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas - (PPGDOC) - (UFPA) e Mestrando em Ensino de Matemática (PPGEM/UEPA). Possui experiência acadêmica no Ensino Superior, onde atuou como professor na Universidade do Estado do Pará - (UEPA) nos cursos regulares de graduação. Desempenhou ainda, as funções de tutoria e formação de professores no Núcleo de Educação Continuada e a Distância - (NECAD). Atuou como docente na Universidade Federal Rural da Amazônia - (UFRA) nos cursos regulares de Ciências Agrárias, Administração e Engenharia de Produção e como professor formador no Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica - (PARFOR). Atualmente possui vínculo titular efetivo como professor de Matemática do Ensino Básico nas esferas Municipal e Estadual no Estado do Pará.



**Fábio José da Costa Alves** – Possui Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa, Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará - UNESPa, graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará, mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará, doutorado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Atualmente é Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA, Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA e Professor Titular da Universidade da Amazônia. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias e Vice-líder do Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da UEPA. Está atuando no desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática.

