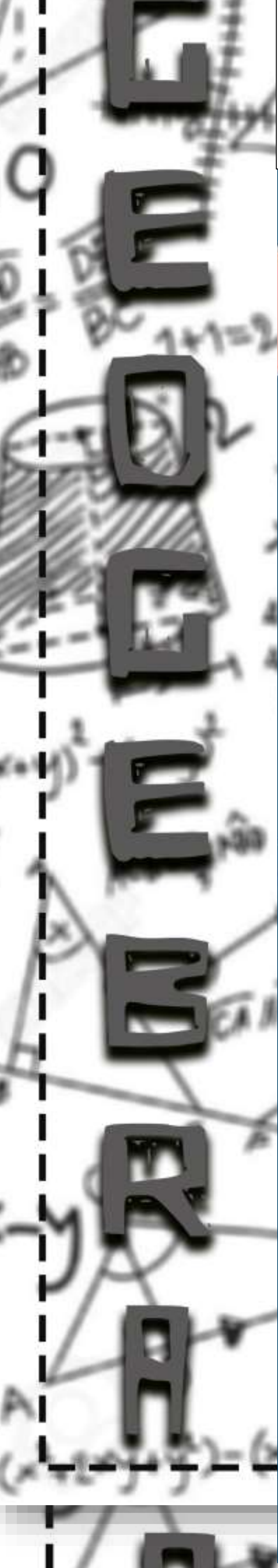
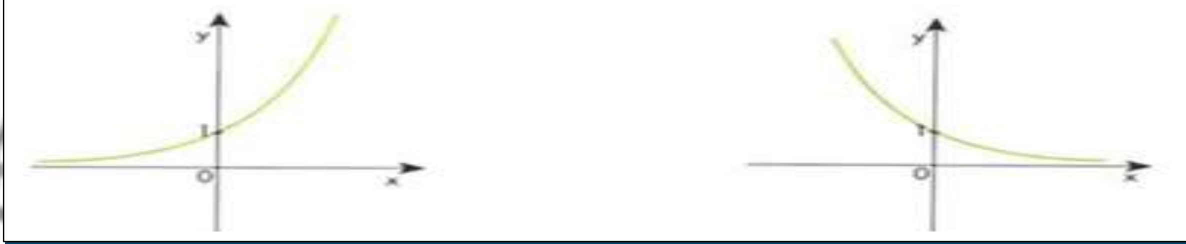
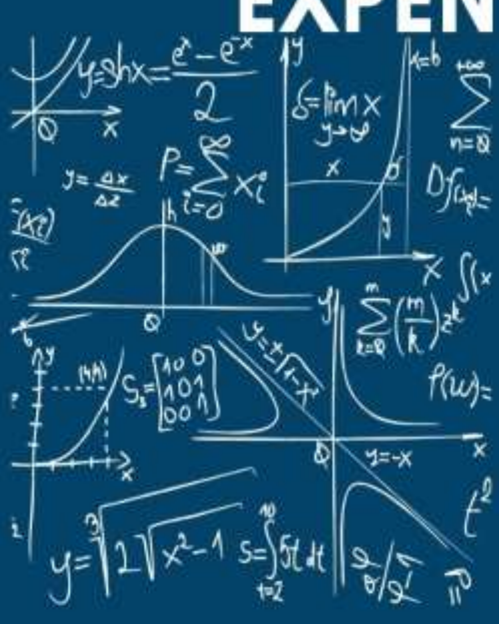




Cleidivaldo Corrêa Pantoja
Fábio José da Costa Alves

UMA ALTERNATIVA DIDÁTICA AO ENSINO DE INEQUAÇÕES EXPENENCIAIS



BELÉM/PA

2021

Diagramação e Capa: Os autores
Revisão: Os autores

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Pantoja, Cleidivaldo Corrêa
Uma alternativa didática ao ensino de inequações exponenciais /Cleidivaldo Corrêa Pantoja, Fábio José da Costa Alves, 2021.

Produto educacional vinculado à dissertação "O ensino de inequação exponencial com o geogebra" pertencente ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, Belém, 2021.
ISBN: 978-65-997741-9-5

1. Ensino de matemática. 2.Ensino de Inequações. 4.Prática de ensino. Geogebra.
CDD. 23º ed. 515.25

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: "ENSINO DE INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA"

Mestrando (a): CLEIDIVALDO CORREA PANTOJA

Data da avaliação: 20/10/2021

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

( ) Estudantes do Ensino Fundamental ( ) Estudantes do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental (X) Professores do Ensino Médio

( ) Outros: ____________________

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

(X) Sequência Didática ( ) Página na Internet ( ) Vídeo

( ) Texto Didático (alunos/professores) ( ) Jogo Didático ( ) Aplicativo

( ) Software ( ) Outro: ____________________

b) *Possui URL:* (X) Sim, qual o URL: EDUCAPES

( ) Não ( ) Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

(X) Sim

( ) Não. Justifique? ____________________

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Possui sumário:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
b) *Possui orientações ao professor:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
c) *Possui orientações ao estudante:*	( ) Sim	( ) Não	(X) Não se aplica
d) *Possui objetivos/finalidades:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
e) *Possui referências:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
f) *Tamanho da letra acessível:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica
g) *Ilustrações são adequadas:*	(X) Sim	( ) Não	( ) Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

(X) Sim, onde: ALUNOS DO ENSINO MÉDIO, NO ACARÁ/PA

( ) Não, justifique: ___

( ) Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(X) Sim, onde: FUTUROS PROFESSORES

( ) Não, justifique: ___

( ) Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

(X) Sim, onde: PROFESSORES DE MATEMÁTICA, MESTRANDOS DO PPGEM

( ) Não, justifique: ___

( ) Não se aplica

d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

( ) na escola, como atividade regular de sala de aula

(X) na escola, como um curso extra

( ) outro: ___

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

( ) Alunos do Ensino Fundamental

(X) Alunos do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental

( ) Professores do Ensino Médio

( ) outros membros da comunidade escolar, tais como ___

( ) outros membros da comunidade, tais como ___

O produto educacional foi considerado:

(X) APROVADO ( ) APROVADO COM MODIFICAÇÕES ( ) REPROVADO

MEMBROS DA BANCA Assinaturas

Profº. Fábio José da Costa Alves (Presidente)
Doutor em Geofísica
IES de Obtenção do Título: UFPA

Profª. Cinthia Cunha Maradei Pereira (Membro Interno)
Doutora em Bioinformática
IES de Obtenção do Título: UFPA

Profª. Acylena Coelho Costa (Membro Externo1)
Doutora em Educação Matemática
IES de Obtenção do Título: PUC/SP

Acylena Coelho Costa

Profª. Talita Carvalho Silva de Almeida (Membro Externo2)
Doutora em Educação Matemática
IES de Obtenção do Título: PUC/SP

Talita C. Silva de Almeida

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO 6
1. APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS 8
1.1 TEORIA DA INSTRUMENTAÇÃO 9
1.2 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS 12
2. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 16
2.1 ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR 16
2.2 ATIVIDADES 24
3. ESTUDO DO OBJETO MATEMÁTICO: Inequações exponenciais 37
3.1 PERCURSO HISTÓRICO 37
3. 2 EPISTEMOLOGIA 41
REFERÊNCIAIS 47

APRESENTAÇÃO

A sequência de atividades para o ensino de Inequação Exponencial foi construída no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, como produto de uma pesquisa dissertação de mestrado.

Este produto educacional é destinado para professores e estudantes do Ensino Médio para ensino e aprendizagem de Inequação Exponencial. Trata-se de um produto didático validado experimentalmente que apresentou potencialidades quantitativas e qualitativas para o objetivo a que se destina: ensinar Inequação Exponencial por meio da instrumentação do recurso Geogebra e promovendo o registro de representações do objeto matemático Inequação Exponencial.

Ao longo de nossa pesquisa identificamos as dificuldades de ensino e aprendizagem no estudo de Inequações, em especial das exponenciais e que apesar do currículo escolar de matemática faça forte indicação de uso de diversificadas metodologias de ensino e uso de tecnologias, ainda existem muitas dúvidas sobre como elaborar atividades que promovam um ensino de matemática menos frustrante para o estudante e mais acessível para a prática do professor. Assim, nesse sentido:

> “ [...]coloca-nos frente ao desafio de oferecer um ensino em que o estudante se destaque como protagonista do processo de aprendizagem, desenvolve sua autonomia de pensamento, tirando conclusões e atribuindo significados ao conhecimento adquirido [...] o uso de ferramentas tecnológicas, desenvolvimento da autonomia do aluno e o ensino da Matemática [...] estimula a criatividade e desafia a mesmice conservadora do ensino da Matemática”. (SÁ & SALGADO, 2015, p. 8)

Atrelado a esse princípio do desenvolvimento da autonomia, construímos uma sequência de atividades orientadas por um protocolo escrito que adota como recurso didático o *GeoGebra*, *software* de geometria dinâmica de domínio público, nos termos da GNU, General Public License. Esse *software* combina diversas formas de representações de determinados objetos matemáticos, inclusive das Inequações Exponenciais e pode ser utilizado com ou sem internet em celulares, *tablets* ou computadores. Tal recurso, foi adotado segundo a gênese instrumental de Rabardel (1995), onde é definido como artefato/ferramenta de mediação da aprendizagem, e com base na Semiótica de Duval (2003), no nosso caso de Inequações Exponenciais, para proporcionar ao educando o desenvolvimento das habilidades de formar, tratar e converter diferentes representações desse objeto matemático, sendo que com a fusão desse artefato/ferramenta com os protocolos escritos (esquemas de utilização) da sequência de atividades, obtivemos a construção de um instrumento de ensino e aprendizagem de Inequações Exponenciais.

O professor que adotar este produto estará proporcionando a seus educandos um instrumento de ensino e aprendizagem de Inequação Exponencial validado eficácia em vários aspectos tais como:

- Um instrumento de ensino que promove uma aceleração da construção autônoma do conhecimento matemático;
- Retomada de conhecimentos base;
- Formação, tratamento e conversão de representação gráfica, geométrica, algébrica e língua natural como forma de significação ao conhecimento apreendido.
- Interações entre estudantes, entre professor e estudantes, entre o instrumento de ensino e os estudantes, entre os estudantes e o objeto matemático por meio do instrumento.
- Motivação, autonomia e cooperação no processo de aprendizagem.

Para dar suporte teórico ao professor que for fazer uso de nossa sequência de atividades realizamos um estudo sobre o objeto matemático Inequação Exponencial na perspectiva histórica e epistemológica apresentados no capítulo 3.

A sequência de atividades construída possui seis atividades que de forma gradual e colaborativa conduzem para o alcance das habilidades necessárias para a aprendizagem de Inequação Exponencial, quais sejam o reconhecimento desse tipo de desigualdade, as diferentes formas de representar e os métodos resolutivos.

Todo material necessário para utilização deste produto educacional, bem como a fundamentação, instrução de uso apresentamos a seguir.

1. APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentamos as teorias que nortearam nosso percurso metodológico de pesquisa, para alcançarmos os objetivos estabelecidos e para fundamentar a construção e análise de resultados do produto educacional objeto ora apresentado.

Para tanto, precisamos ter em mente que estamos apresentando um produto que possa ser adotado por professores de Matemática para mediar a aprendizagem de Inequações Exponenciais e que desejamos apresentar algo que possa proporcionar uma relação didática agradável, tendo em vista a problemática apresentada no capítulo introdutório, com relação a aversão dos estudantes ao estudo de Álgebra, as lacunas epistemológicas de nossa formação e a carência de pesquisas e material de apoio para professores na temática em tela.

Neste sentido, a nossa metodologia de pesquisa consistiu inicialmente em fundamentar nosso percurso por meio dos aportes teóricos e metodológicos e de das informações extraídas da revisão de literatura que pudessem agregar elementos que de fato nos ajudasse a construir algo com potencialidades para o ensino e aprendizagem de Matemática. Mas para isso, precisamos estabelecer sob quais critérios iriamos definir e evidenciar tais potencialidades de modo a criar uma sistematização para nossa análise.

Assim, estabelecemos três aportes teóricos e metodológicos que estiveram norteando ao longo das fases de nossa pesquisa: Teoria da Instrumentação, Semiótica e Análise Microgenética. As fases as quais nos referimos estão intimamente relacionadas aos objetivos específicos da pesquisa e estão apresentadas no quadro a seguir:

Quadro 1 - Fases do percurso metodológico da pesquisa

Fase	**Metodologia**
Fundamentação	Nesta fase realizamos o estudo das três teorias norteadoras desta pesquisa: Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995), Semiótica conforme Duval (2003), Análise Microgenética segundo Goés (2000) apresentado no capítulo 2. Na revisão de literatura delineamos um panorama da atual situação do ensino e aprendizagem de temas circunscritos a Inequações Exponenciais, haja vista a escassez de pesquisas diretamente sobre o tema, por meio da análise de pesquisas diagnósticas e teóricas relacionadas apresentados no capítulo 3. No capítulo 4 temos um estudo aprofundado sobre o objeto

	matemático de estudo, Inequações Exponenciais, onde apresentamos seu percurso históricos e suas características epistemológicas.
Construção	Na fase de construção, agregamos os critérios estabelecidos por Rabardel (1995) para adotarmos de forma satisfatória o aplicativo Geogebra. Além disso, foi necessário estabelecer condições favoráveis para o desenvolvimento da formação, tratamento e conversão de representações e registros que dão significado ao objeto matemático, segundo Duval (2003), nos esquemas de utilização tanto do material escrito quanto na manipulação da ferramenta. Para isso nos apropriamos das informações da fase de fundamentação da pesquisa.
Experimentação	Ao experimentarmos o produto ora construído, aplicamos a sequência de atividades com cinco estudantes da rede pública de ensino de Acará-PA, em que interagiram com o aplicativo *Geogebra* em *notebooks* e realizaram registros escritos no material impresso por nós elaborado. Aconteceram dois encontros e todos os episódios foram gravados em áudio e vídeo e contamos com o apoio de professor colaborador pra nos auxiliar na coleta de dados.
Tratamento de dados e Análise de resultados	Para a análise de resultados foi necessário extrair das falas dos estudantes, coletadas em áudio, os indícios de aprendizagem que foram percebidos em recortes que puderam evidenciar o desenvolvimento cognitivo da aprendizagem, segundo Goés (2000), dos educandos que participaram da experimentação da sequência de atividades. Aliado a isso, também foram analisados os registros escritos e representações semióticas e as manipulações realizadas pelos estudantes na ferramenta *Geogebra.*

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

A seguir apresentamos apenas as teorias que foram adotadas na construção e experimentação, para melhor entendimento do tratamento de dados e análise de resultados, recomendamos a leitura de nossa dissertação.

1.1 TEORIA DA INSTRUMENTAÇÃO

Em primeiro lugar, se faz necessário justificar que, ao optarmos por utilizar um recurso tecnológico para auxiliar no ensino e aprendizagem de Inequações Exponenciais, estamos seguindo orientações curriculares para o ensino médio, que também devem ser um norteador da conduta pedagógica em Matemática. As diretrizes da educação para o ensino de matemática no Ensino Médio indicam o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) como potencial ferramenta de ensino:

> Cabe ainda destacar que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes aprofundar sua participação ativa nesse processo de resolução de problemas. São alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações (BRASIL, 2017, p. 528).

Considerando a recomendação curricular para o ensino de matemática e o frequente contato dos educandos com celulares e computadores, adotamos o aplicativo *Geogebra*, que é melhor apresentado no capítulo 5. A adoção dessa ferramenta em nosso produto educacional acontece com base na Abordagem Instrumental de Rabardel (1995), que tem seus pressupostos na Teoria da ergonomia Cognitiva e se referem aos processos mentais de percepção, memória, raciocínio, etc., que afetam as interações entre o homem e os elementos de um dado sistema.

Assim em nossa sequência de atividades procuramos proporcionar a formação de esquemas e elementos cognitivos que permitam uma ação dos sujeitos e que favoreçam e evidenciem sua compreensão sobre o que é estudado.

Rabardel (1995), chama de artefatos ou ferramentas os instrumentos técnicos, usados pelo homem e pela sociedade. Para nosso teórico, um artefato/ferramenta não é um instrumento eficaz e prático, é um dispositivo que pode ser material ou simbólico. E para se tornar um instrumento e necessária sua construção pelo sujeito de um processo de transformação que ele chama Gênese Instrumental, que discute essa ação do sujeito mediada por instrumentos, no nosso caso, no processo de ensino e aprendizagem.

Na Teoria da Instrumentação ou da Gênese Instrumental, Rabardel (1995) explica que um instrumento é uma entidade formada pela fusão de dois componentes: o artefato e os esquemas de utilização. O instrumento na condição de artefato é construído nos usos que são feitos dele, ele também depende da necessidade e do objetivo de quem for manuseá-lo. Neste sentido, em nossa pesquisa, o aplicativo *Geogebra* utilizado no computador é o artefato e os protocolos escritos da sequência de atividades são os esquemas de utilização, juntos formam nosso instrumento de ensino cujos sujeitos/estudantes vão interagir para promover processos mentais de percepção, memória e raciocínio que os permitam alcançar a aprendizagem pretendida.

Em nosso caso, quando elaboramos tal artefato queríamos que para nós fosse um instrumento de ensino. “Também verificou-se que a característica dinâmica do software GeoGebra colaborou para a ocorrência da instrumentação, uma vez que, ao manipular as potencialidades do software, os professores condicionaram suas ações” (ABAR; ALENCAR, 2013, p. 364). Logo, nós enquanto sujeito/professor também somos foco de transformações, como dissemos antes, nós tínhamos pouca intimidade com tecnologia antes de iniciar o curso de mestrado.

Na perspectiva do educando, ao interagir com esse artefato deseja-se que este se torne um instrumento de aprendizagem. Existem processos que conduzem a transformação do artefato em instrumento e, para Rabardel (1995), essa transformação ocorre no uso do artefato, propondo, então, o modelo de situações de utilização de um instrumento, composto por:

Quadro 2- Composição das situações de instrumentação.

Sujeito	Usuário, operador, trabalhador etc. É ele que dirige a ação psíquica sobre o objeto.
Instrumento	Ferramenta, máquina, produto etc. É o mediador entre o sujeito e o objeto.
Objeto	Material, real, objeto da atividade, objeto de trabalho ou outros sujeitos.

Fonte: Adaptado de Abar; Alencar (2013).

Em nossa pesquisa, o objeto sobre o que as situações de instrumentação ocorreram foi sobre o próprio objeto matemático, o qual se tem o objetivo de ensinar e, portanto, promover a aprendizagem: Inequações Exponenciais.

Conforme a teoria de Rabardel (1995), as mediações que ocorrem em Situações de Atividades Instrumentadas (S.A.I) são analisadas sobre a relação sujeito e objeto mediados por um instrumento. Nesse modelo, além da relação sujeito-objeto (S-O). Segundo Alencar (2012), existem outras relações que são consideradas, como as relações o sujeito-instrumento (S-I), e o instrumento e o objeto (I-O) e o sujeito-objeto pela mediação do instrumento (S(i)-O. Segundo o modelo abaixo:

Figura 1- Modelo das Situações de atividades Instrumentadas.

Fonte: Rabardel (1995, p.53)

De acordo com Rabardel (1995) o processo de transformação de um artefato em instrumento, pelo sujeito, é denominado de gênese instrumental e é composto de duas dimensões: instrumentalização e instrumentação.

> A instrumentalização concerne a emergência e a evolução dos componentes artefato do instrumento: seleção, reagrupamento, produção e instituição de funções, transformações do artefato [...] que prolongam a concepção inicial dos artefatos. A instrumentação é relativa a emergência e a evolução dos esquemas de utilização: sua constituição, seu funcionamento, sua evolução assim como a assimilação de artefatos novos aos esquemas já constituídos (RABARDEL, 1999, p. 210).

Neste sentido, entendemos que a construção de nossa sequência de atividades para o ensino de Inequações Exponenciais trata-se de uma instrumentalização, transformando-se em instrumento de ensino. Quando colocamos nosso artefato para que os educandos interajam com ele com intenção de estabelecer esquemas sobre o objeto matemático, ocorre a instrumentação, e, neste sentido a transformação em instrumento de aprendizagem.

Assim existiu uma riqueza de detalhes e de considerações a se fazer sobre o aporte teórico da instrumentação, para construção de produto educacional objeto desta pesquisa e que no momento de análise de resultados de sua experimentação é retomado para validar suas potencialidades para o ensino e aprendizagem de Inequações Exponenciais.

1.2 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Mantendo-se a justificativa da adoção do aporte teórico por meio das orientações curriculares, adotamos a Teoria dos Registros e Representações Semióticas do Teórico Duval (2003), pelo fato de ser uma indicação dos normativos educacionais para o ensino de matemática o desenvolvimento de habilidades que permitam o uso e a articulação de diferentes formas de representar matematicamente, tais como:

> Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático. (BRASIL, 2017, p. 523)

Deste modo, verificamos que as diretrizes educacionais reconhecem a necessidade da flexível utilização de diferentes registros e representações como forma de promover o raciocínio e a comunicação entre o que se estuda e a resolução de problemas didaticamente propostos ou do seu cotidiano. E nossa sequência de atividades permite que o estudante possa não somente realizar registros matemáticos, mas também reconhecer quando é ou não uma representação de Inequação Exponencial.

> As competências que estão diretamente associadas a representar pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Apesar de essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, é em especial nessa área que podemos verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, de ideias e de conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas. Nesse sentido, na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, resolução e comunicação de resultados de uma atividade. Por sua vez, o trânsito entre os diversos registros de representação pode favorecer que os estudantes tenham maior flexibilidade e fluidez na área e, ainda, promover o desenvolvimento do raciocínio. (BRASIL, 2017, p. 519)

Logo, o nível de compreensão sobre um objeto matemático está intimamente ligado a capacidade de se utilizar com fluidez suas diferentes linguagens estabelecidas em representações semióticas. Para Duval (2003) os Registros de Representações Semióticas são constituídos por signos de um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento, é um importante instrumento de pesquisa para aquisição de conhecimentos matemáticos e organização de situações de aprendizagem. Além disso, o nosso teórico estabelece três atividades cognitivas que envolvem a utilização de registros e representações de um dado objeto matemático: formação, tratamento e conversão.

> "a construção de conceitos matemáticos depende muito da capacidade de utilizar vários Registros de Representação Semiótica dos referidos conceitos: representando-os em um dado registro, tratando tais representações no interior de um mesmo registro, e fazendo a conversão de um registro para outro". Assim, para o autor, estes três elementos estão profundamente ligados a aquisição conceitual de um objeto matemático, isto é, a noésis (DALLEMOLE, 2014, p. 59)

Neste sentido, construímos nosso produto educacional com o intuito de promover esses três elementos ou atividades cognitivas que envolvem as representações das Inequações Exponenciais, que para melhor entendimento descrevemos no quadro a seguir:

Quadro 3 - Atividades Cognitivas ou *Semiósis*.

Atividade Cognitiva	**Descrição**
Formação	Regras que definem um sistema de representação e permitem o reconhecimento das representações como representações, o que implica na seleção de um certo número de caracteres de um conteúdo percebido, imaginado ou já representado em função das possibilidades de representação próprias ao registro determinado. Trata-se de uma tarefa de descrição, ou seja, os Registros de Representação Semiótica precisam ser identificáveis, seja por meio de um texto em língua natural, de uma figura geométrica, de um gráfico, etc., respeitando regras inerentes a cada sistema de registros.
Tratamento	É a transformação ao longo do desenvolvimento de uma mesma representação, ou seja, é a transformação de uma representação dentro de um mesmo registro. Por exemplo, resolver uma equação ou inequação ou reformular um enunciado dado, em outro.
Conversão	É a transformação externa relativa ao registro da representação de partida, isto é, consiste em mudar de registro conservando os mesmos objetos matemáticos, como por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica ou passar de uma representação linguística em uma representação figural. A conversão se dá entre os registros, ou seja, é exterior ao registro de partida.

Fonte: Adaptado de Duval (2003) e Dallemole (2014).

Em nossa sequência de atividades as representações formadas foram a algébrica, gráfica, geométrica e língua natural, para o objeto matemático Inequações Exponenciais. E, dentro de cada uma dessas representações, houve a elaboração e o reconhecimento de sua ocorrência, por exemplo, ora o estudante precisaria interpretar um enunciado em língua natural, ora ele precisaria descrever com a mesma língua natural, oral ou escrita, o seu entendimento sobre esse mesmo enunciado.

Há proposições ao longo de nossa sequência de atividades em que os estudantes realizaram uma sequência de manipulações algébricas dentro do registro algébrico da Inequação Exponencial, ou seja, um tratamento, para poder dar continuidade aos demais passos do desenvolvimento da atividade. Esse tratamento requer a compreensão e retomada de regras previamente conhecidas pelos estudantes, tais como potenciação, multiplicação de potência de mesma base, equação exponencial, desigualdade, etc.

Quando em nosso produto é proposto que uma representação algébrica de Inequação Exponencial seja expressa no *Geogebra* para a formação de um gráfico, ocorre uma conversão de registro e é necessário que o educando entenda as implicações e regras próprias de cada uma dessas formas de representar. Em contrapartida, ao tratar o gráfico, o estudante reconhece a solução da inequação, que deve ser convertida no material escrito em linguagem algébrica. Para Duval (2003), a conversão é uma coordenação entre registros que garante a apreensão do objeto matemático e a sua conceitualização.

Nas obras sobre Registros de Representação semiótica, percebe-se um apelo dos autores para que se promova regras de conversão, para um alcance maior da apreensão sobre o objeto matemático. Neste sentido, nossa sequência de atividades tende a promover mudanças de registro e intenso tratamento dentro de um mesmo registro, sem nos preocupar em simplificar ou obter resultados imediatos, mas proporcionar qualidade de investigação e descoberta sobre o objeto matemático de estudo.

No capítulo a seguir, é apresentado um breve estudo histórico e epistemológico sobre o objeto matemático Inequações Exponenciais bem como os assuntos circunscritos que conduziram para desenvolvimento de seu estudo e de seu campo conceitual.

2. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Nesta seção apresentamos a materialização de nossa sequência de atividades que se apropriou das fundamentações dos estudos apresentados na integra em nossa dissertação disponível em: https://ccse.uepa.br/pmpem/?page_id=23.

2.1 ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Ao iniciarmos a construção de nossa sequência de atividades pensamos que deveria contemplar as indicações das diretrizes educacionais e de nossa revisão de literatura, bem como os aportes teóricos e metodológicos adotados, mas, ao mesmo tempo, deveria estar adaptável a realidade ou às realidades das escolas públicas de nosso estado do Pará.

Como dissemos inicialmente, nossa atividade foi elaborada segundo a teoria da Instrumentação em que adotamos um artefato/ferramenta aplicativo *Geogebra,* conforme preconiza Rabardel (1995), cuja manipulação era guiada por esquemas de utilização, expresso num protocolo escrito, disponível no apêndice A, para que se tornasse nosso instrumento de ensino de Inequações Exponenciais e pudéssemos investigar seus efeitos sobre a aprendizagem.

Nosso instrumento foi fundamentado pelas necessidades e objetivos de aprendizagem levantados nas pesquisas preliminares de estudos da revisão de literatura e estudo do objeto matemático (capítulo 3). Deste modo estabelecemos uma sequência de seis atividades que se propuseram a desenvolver os objetivos de aprendizagem propostos no quadro a seguir:

Quadro 4 - Objetivo de aprendizagem das atividades.

Atividade	Objetivo	Recurso
1	Reconhecer a forma algébrica e o comportamento gráfico da Inequação Exponencial, diferenciando de inequações polinomiais de primeiro e segundo grau.	-Ferramenta *Geogebra*; -Protocolo escrito de utilização; -Caneta lápis e borracha.
2	Definir as condições de existência de uma função exponencial.	-Ferramenta *Geogebra*; -Protocolo escrito de utilização;

		-Caneta lápis e borracha.
3	Deduzir as implicações gráficas das propriedades de funções exponenciais, por meio da exploração da ferramenta.	-Ferramenta *Geogebra*; -Protocolo escrito de utilização; -Caneta lápis e borracha.
4	Verificar a relação entre a inequação exponencial e o comportamento do gráfico da função exponencial.	-Ferramenta *Geogebra*; -Protocolo escrito de utilização; -Caneta lápis e borracha.
5	Desenvolver método de resolução de inequação exponencial.	-Ferramenta *Geogebra*; (OPCIONAL) -Protocolo escrito de utilização; -Caneta lápis e borracha.
6	Desenvolver método de resolução de inequação exponencial para o tipo que envolve sistema de inequações na forma $b < a^x < c$	-Ferramenta *Geogebra*; (OPCIONAL) -Protocolo escrito de utilização; -Caneta lápis e borracha.

Fonte: Autor (2020)

Note que em nosso instrumento de aprendizagem a ferramenta *Geogebra* se torna opcional nas atividades 5 e 6, nessa fase alguns estudantes já alcançaram o entendimento sobre os processos a serem seguido de modo que a ferramenta, nessas atividades possam ser apenas um meio para que os estudantes façam suas deduções e percebam regularidades e realizem generalizações.

O aplicativo *Geogebra* pode ser instalado em celular ou computadores no site geogebra.org ou pode ser utilizado em nossa atividade de forma *on-line* diretamente no link: https://www.geogebra.org/calculator.

Cada atividade possui um roteiro que instrui como fazer as atividades manipulando o *Geogebra*, Recomenda-se que o professor que ainda não teve contato com essa ferramenta tecnológica, faça todo o percurso da sequência par que possa se familiarizar com cada atividade e com o instrumento de ensino.

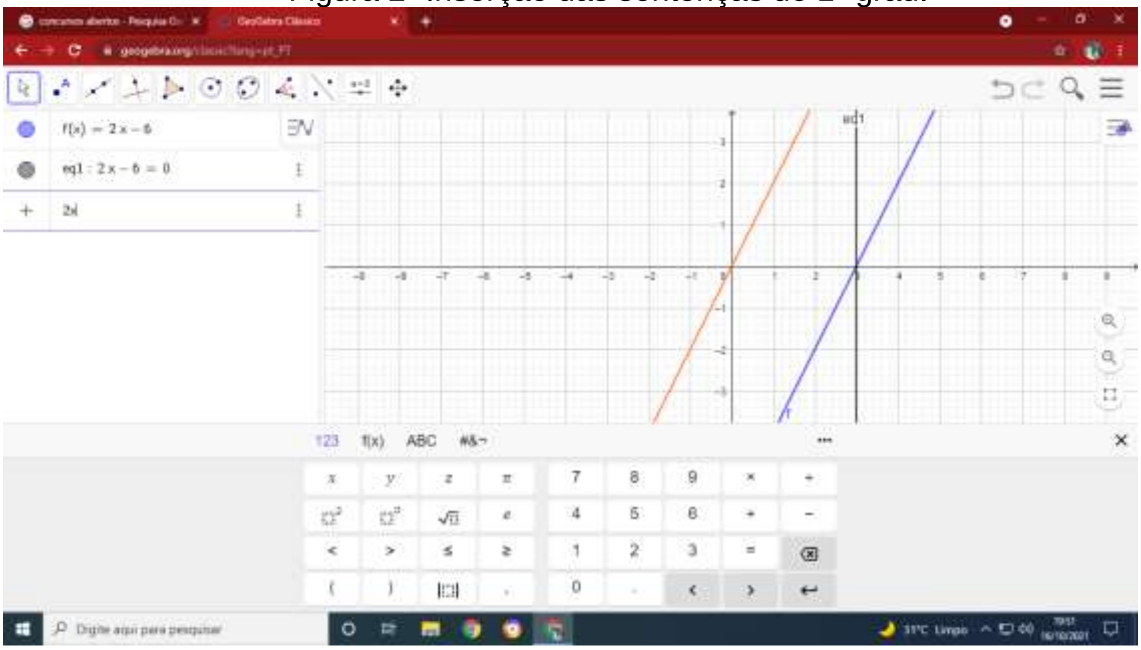
A primeira atividade foi elaborada para promover a mobilização de conhecimentos base, tais como funções polinomiais do primeiro e segundo graus e exponenciais para que reconheça e diferencia a Inequação exponencial por meio de diferentes representações por meio da manipulação da ferramenta Geogebra, que permite um apoio visual gráfico e geométrico do comportamento exponencial. Também é possível diferencia na atividade 1 equações, funções e inequações.

Na atividade 01 devemos inserir cuidadosamente cada comando e observar detalhadamente o comportamento do gráfico na tela do computador/celular. Considerando que a atividade 1 foi elaborada para que o educando perceba gradualmente a diferença entre inequação do 1º grau, inequação do 2º grau e inequação exponencial, dividida em três momentos.

I – Momento: “inserção das sentenças do primeiro grau.

Na entrada da barra de álgebra o estudante insere as sentença do 1º grau que está protocolo escrito e observa na parte gráfica o comportamento que é gerado. Comparando a diferença entre os gráficos da igualdade e da desigualdade.

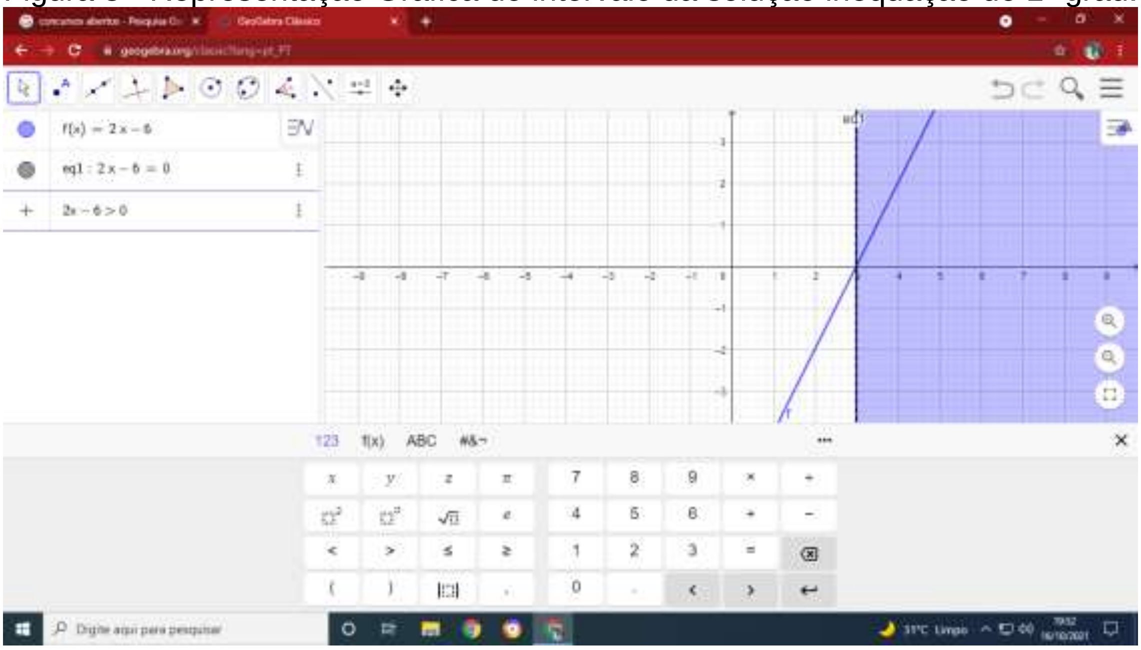
Figura 2- Inserção das sentenças do 1º grau.



Fonte: Gerado no Geogebra (2021)

Ao inserir a desigualdade, é possível verificar o intervalo da solução da inequação do 1º grau, como ilustra a figura 3.

Figura 3 - Representação Gráfica do intervalo da solução inequação do 1º grau.

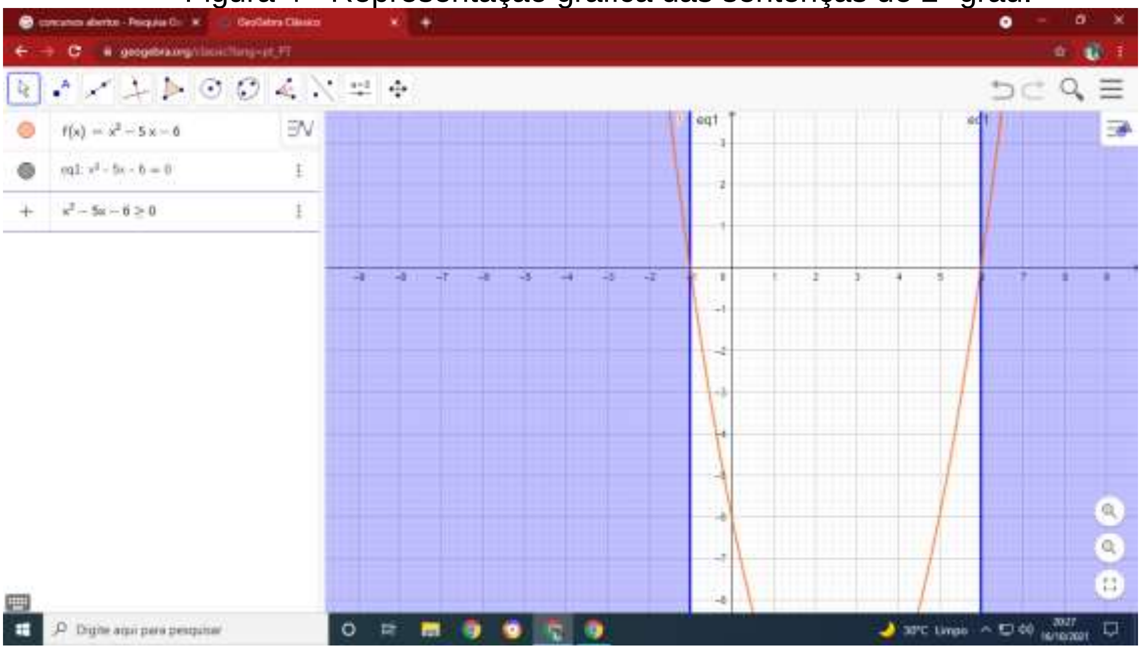


Fonte: Gerado no Geogebra (2021).

II – Momento: “ inserção das sentenças do segundo grau ”

Na figura 4 é ilustrada a representação da função, da equação e do intervalo solução da inequação do 2º grau.

Figura 4 - Representação gráfica das sentenças de 2º grau.

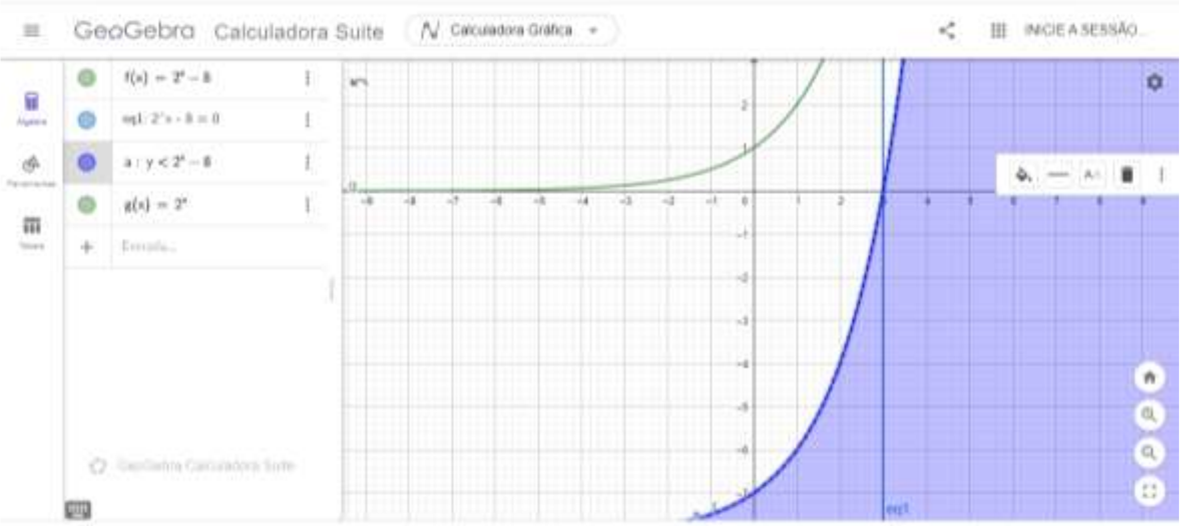


Fonte: Gerado no Geogebra (2021).

III – Momento: “inserção das sentenças exponenciais ”

Na figura 5 é ilustrada a representação da função, da equação e do intervalo solução da inequação exponencial.

Figura 5 - Representação gráfica das sentenças exponenciais.



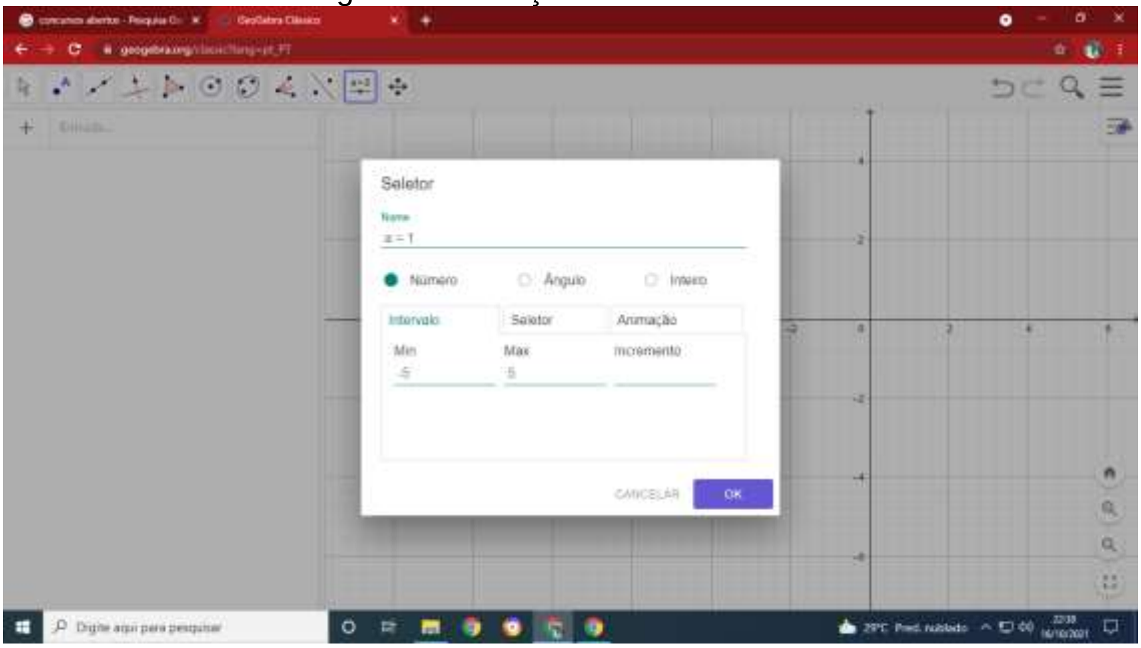
Fonte: Gerado no Geogebra (2021).

As atividades 2 e 3 possuem um roteiro conjunto, pois apresentam um experimento para verificação das condições de existência do comportamento exponencial, fazendo-se a observação e registro gráfico da função exponencial, manipulando sua base para analisar o crescimento e decrescimento.

As Atividades 02 e 03 se complementam, visto que a intenção de estabelecer a condição de existência de uma inequação exponencial e a outra vai verificar quais das sentenças destacadas obedece tal condição, sendo que a atividade 03 é de mera verificação.

O primeiro passo é a inserção do controle deslizante para a base “a” para que o estudante observe em qual intervalo de “a” a exponencial existe, como ilustrado na figura 6.

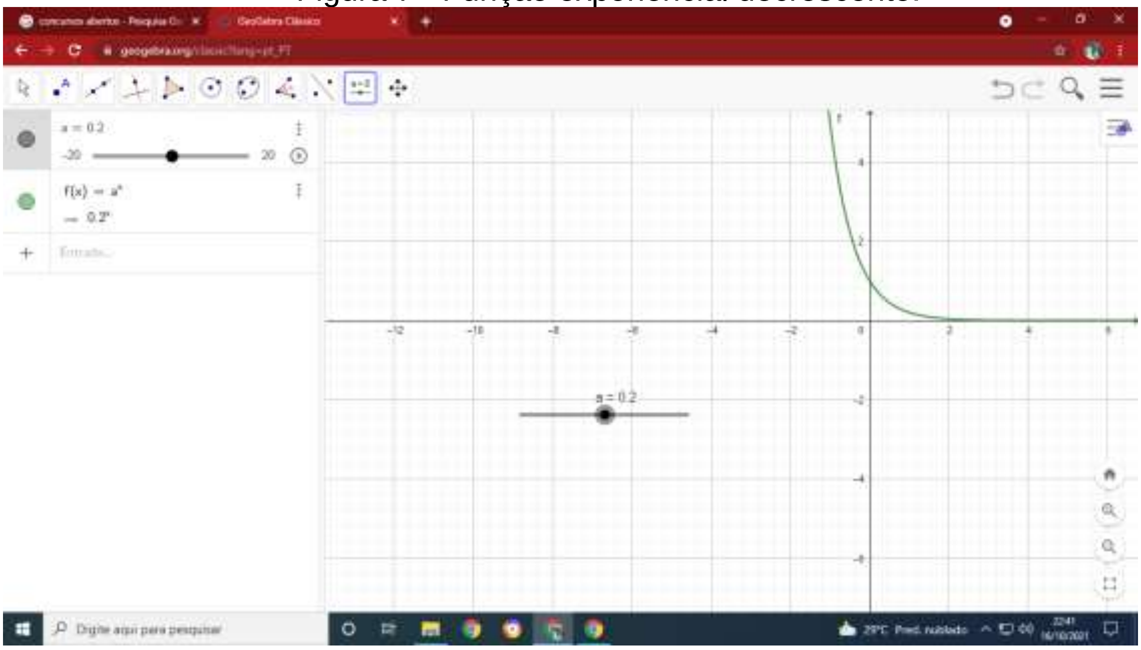
Figura 6 - Inserção do controle deslizante.



Fonte: Gerado no Geogebra (2021).

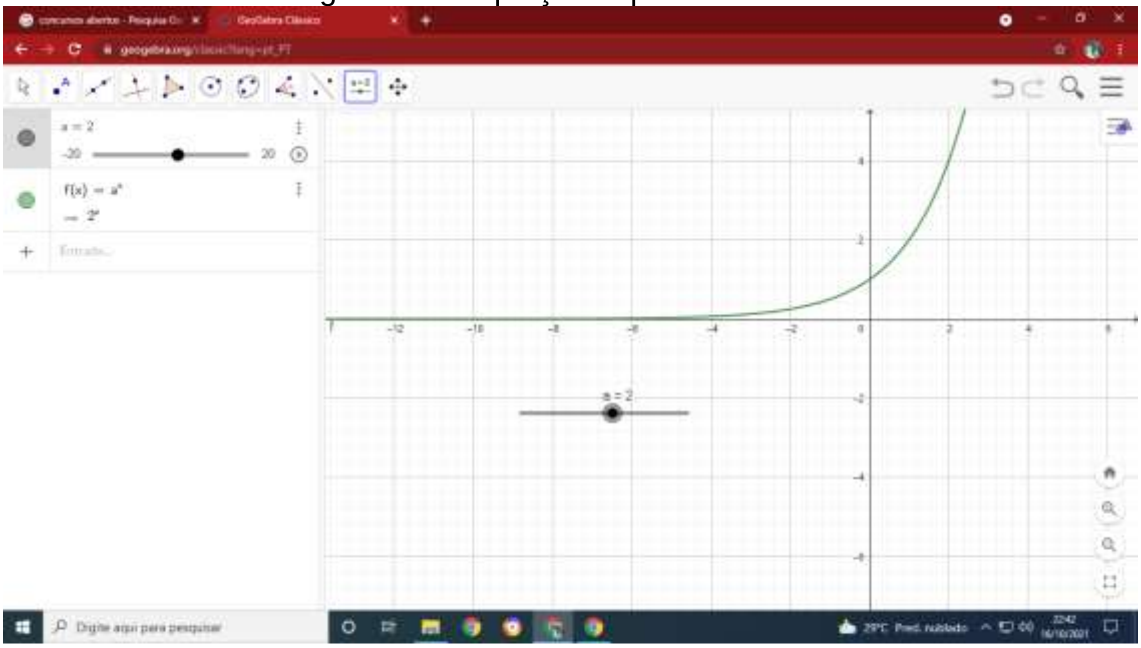
Além disso, é possível verificar os intervalos de crescimento e decrescimento conforme o valor de “a”, como ilustrado nas figuras 7 e 8.

Figura 7 - Função exponencial decrescente.



Fonte: Gerado no Geogebra (2021).

Figura 8 - Inequação exponencial crescente.



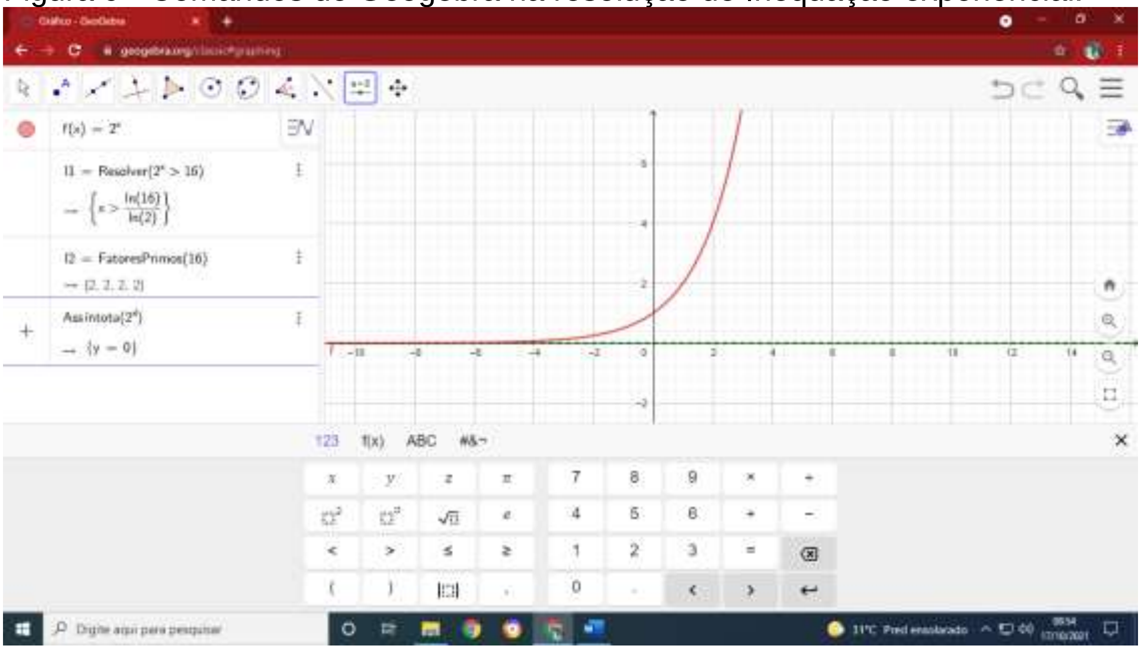
Fonte: Gerado no Geogebra (2021).

A atividade 4 o estudante perceberá que o método de resolução de equação exponencial, em que se manipula as potências para igualar as bases, também é aplicável na Inequação Exponencial.

Nas atividades 5 e 6 retoma-se o conhecimento adquirido nas atividades anteriores para resolução de questões cujas bases e potências necessitam de manipulações que exigem um maior esforço cognitivo de aprendizagem. Entretanto, é possível que nesta fase os objetivos pretendidos já estejam alcançados, ficando opcional ou apenas como calculadora o uso da ferramenta *Geogebra*.

Nas atividades 04, 05 e 06 a intenção é resolver diferentes tipos de inequação exponencial. O recurso inicial utilizado no geogebra são os comandos “resolver equação” e “fator primo”.

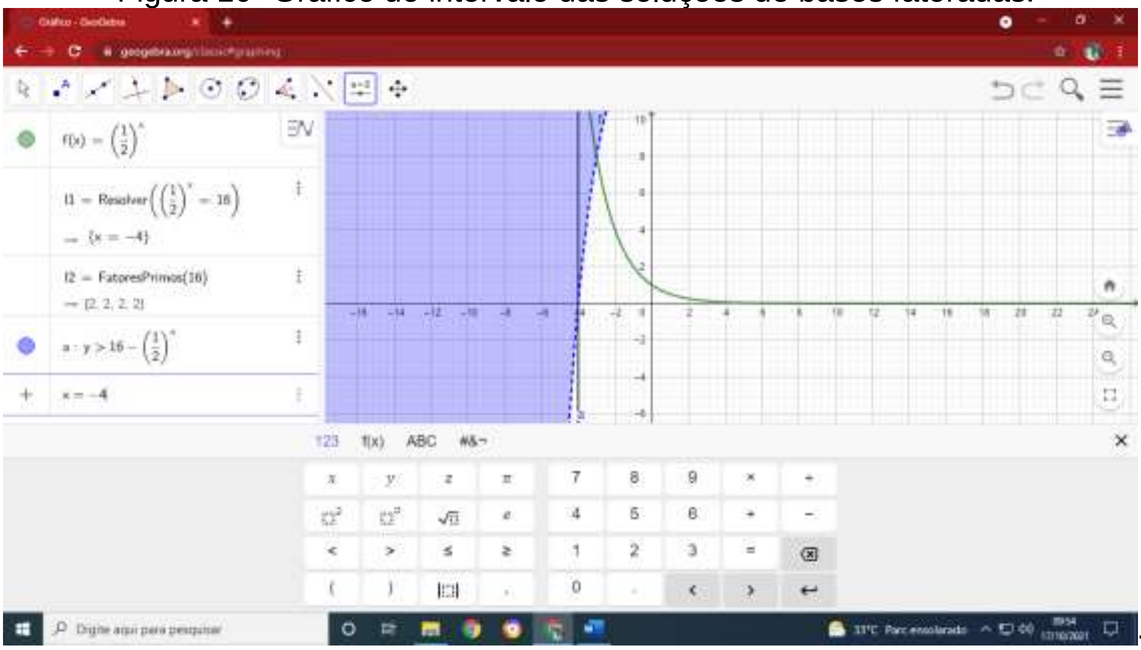
Figura 9 - Comandos do Geogebra na resolução de Inequação exponencial.



Fonte: Gerado no Geogebra (2021).

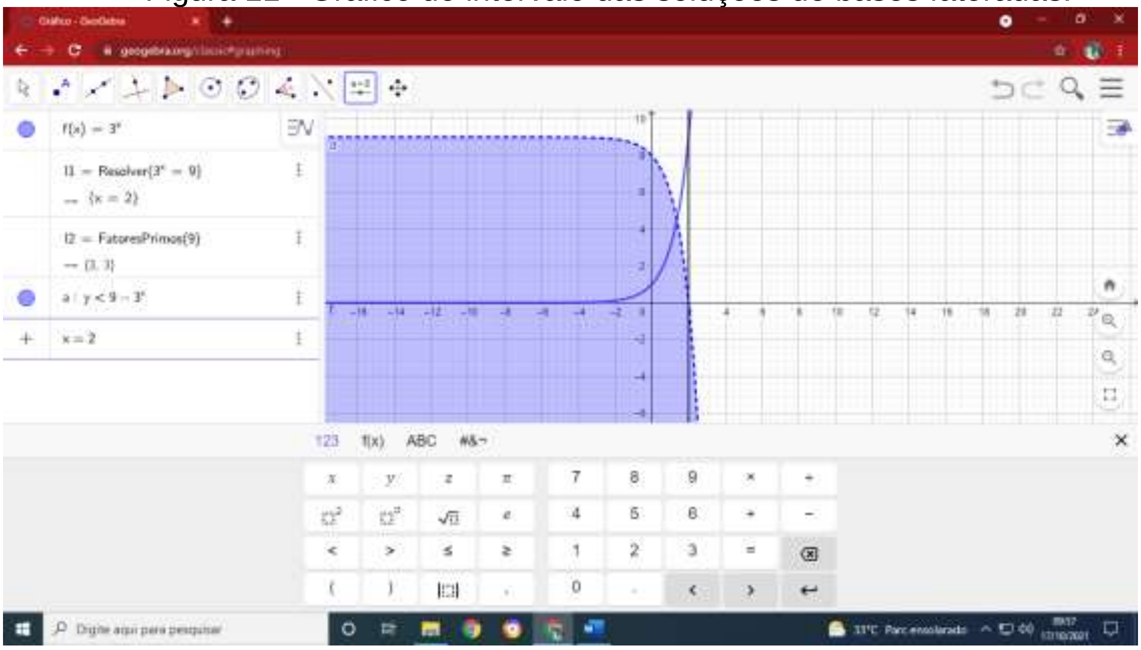
Ao utilizar esses comandos conforme as instruções do protocolo escrito disponível no Apêndice A, o estudante é levado a observar como a desigualdade e o valor de “a” influenciam no intervalo das soluções, como ilustrado nas figura 12 e 13.

Figura 10- Gráfico do intervalo das soluções de bases fatoradas.



Fonte: Gerado no Geogebra (2021).

Figura 11 - Gráfico do intervalo das soluções de bases fatoradas.



Fonte: Gerado no Geogebra (2021).

A seguir apresentamos o protocolo escrito que pode ser reproduzido para os estudantes.

2.2 ATIVIDADES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

ATIVIDADE 1: RECONHECENDO

Material: Material impresso, lápis, caneta, borracha, computador ou celular para acessar o *Geogebra.*

Objetivo: Reconhecer a forma algébrica e o comportamento gráfico da Inequação Exponencial, diferenciando de inequações polinomiais de primeiro e segundo grau.

Tempo estimado: 2 h/ aula

Aluno(a):____

Roteiro da atividade 1

Após inicializar o *Geogebra*, iniciar a atividade da página seguinte segundo os seguintes passos:

Primeiro momento:

1- Insira a sentença 1;
2- Insira a igualdade 1;
3- Insira a desigualdade 1;
4- Faça o rascunho do gráfico1
5- Escreva suas ponderações no quadro correspondente.

Segundo momento:

1- Insira a sentença 2;
2- Insira a igualdade 2;
3- Insira a desigualdade 2;
4- Faça o rascunho do gráfico 2
5- Escreva suas ponderações no quadro correspondente.

Terceiro momento:

1- Insira a sentença 3;
2- Insira a igualdade 3;
3- Insira a desigualdade 3;
4- Faça o rascunho do gráfico 3
5- Escreva suas ponderações no quadro correspondente.

Finalize com sua conclusão.

ATIVIDADE 1: RECONHECENDO

Usando o GeoGebra, insira cada sentença, igualdade e desigualdade e, em seguida, preencha a tabela conforme você reconhece os tipos expressões algébricas e seus respectivos gráficos:

<table>
<tr><th>Sentença</th><th>Igualdade</th><th>Desigualdade</th><th>Gráfico/Rascunho</th></tr>
<tr><td>$f(x) = 2x - 6$</td><td>$2x - 6 = 0$</td><td>$2x - 6 > 0$</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

$f(x) = x^2 - 5x - 6$	$x^2 - 5x - 6 = 0$	$x^2 - 5x - 6 \geq 0$	
$f(x) = 2^x - 8$	$2^x - 8 = 0$	$\mathbf{2^x - 8 < 0}$	

Portanto, a desigualdade em destaque é? Justifique?

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

ATIVIDADE 2: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA

Material: Material impresso, lápis, caneta, borracha, computador ou celular para acessar o *Geogebra.*
Objetivo: Definir as condições de existência de uma função exponencial.
Tempo estimado: 1 h/ aula.

ATIVIDADE 3: EXPERIMENTANDO

Material: Material impresso, lápis, caneta, borracha, computador ou celular para acessar o *Geogebra.*
Objetivo: Deduzir as implicações gráficas das propriedades de funções exponenciais, por meio da exploração da ferramenta.
Tempo estimado: 1 h/ aula.

Aluno(a):____

ROTEIRO DAS ATIVIDADES 2 E 3

Após inicializar o *Geogebra*, iniciar a atividade da página seguinte segundo os seguintes passos:

Primeiro momento:

1- Insira um controle deslizante **a**, de modo que **-20<a<20**, sem incremento;
2- Insira a função exponencial **f(x)=a^x**;
3- Movimente suavemente o controle deslizante;
4- Após observar atentamente o movimento do gráfico, destaque suas ponderações no espaço correspondente;

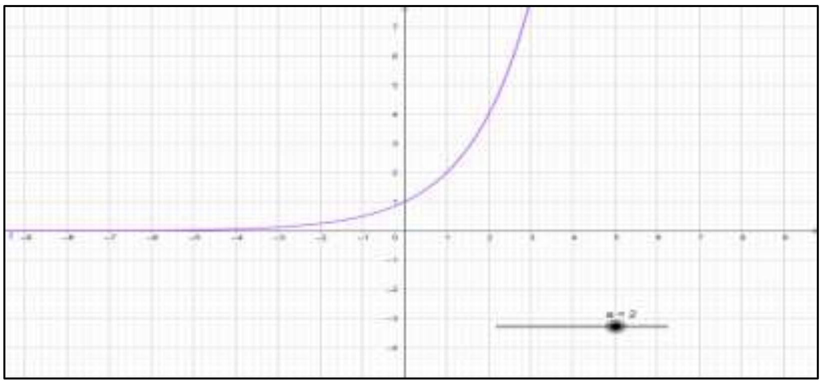
Segundo momento:

1- Analise o gráfico para:
   - a=0;
   - a=1;
   - a<0;
   - 0<a<1;
   - A>1

2-Preencha a tabela, correspondente a atividade 3 – Experimentando.

Atividade 2: Condição de existência

Manipule o gráfico a seguir e comente sobre o que acontece

➢ 

O que você observou com a manipulação do gráfico?

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

Atividade 3: Experimentando

Preencha o quadro a baixo usando o *Geogebra* e registre suas conclusões

Sentença $f: R \rightarrow R_+^*$	Para o valor de x	Qual é o valor f(x)	Par ordenado (x, f(x))
$f(x) = 3^x$	-1		
	$-\frac{1}{2}$		
	0		
	$\frac{1}{2}$		

	1		
$f(x) = (-3)^x$	-2		
	-1		
	0		
	1		
	2		
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	-2		
	-1		
	0		
	1		
	2		
$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$	-2		
	-1		
	0		
	1		
	2		

A partir da manipulação do gráfico responda as seguintes questões:

i) O que acontece com o gráfico quando $a > 0$ e $a < 0$?

____

____

____

____

ii) O que acontece com o gráfico quando $0 < a < 1$ e $a > 1$?

____

____

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

ATIVIDADE 4: VERIFICANDO A DESIGUALDADE NA INEQUAÇÃO

Material: Material impresso, lápis, caneta, borracha, computador ou celular para acessar o *Geogebra.*
Objetivo: Verificar a relação entre a inequação exponencial e o comportamento do gráfico da função exponencial.
Tempo estimado: 1 h/ aula.

Aluno(a):____

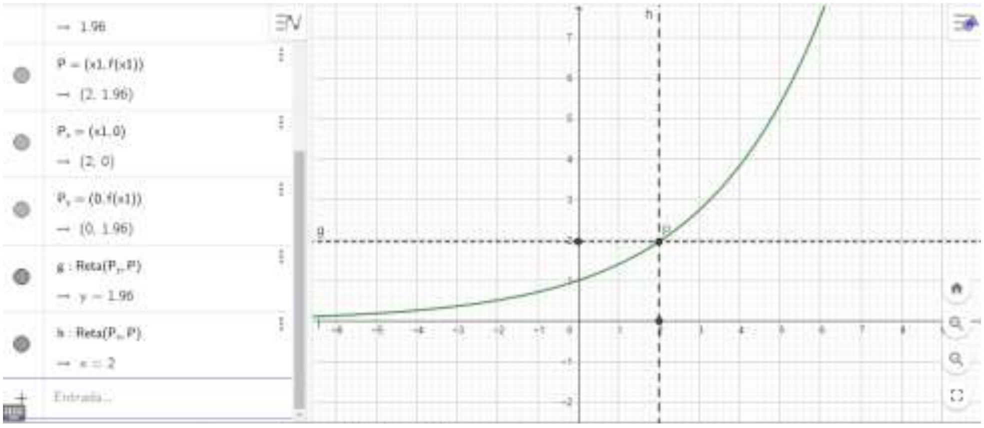
Roteiro da atividade 4

Primeiro momento:

1- Insira a função 1;
2- Insira no comando "**Resolver equação**", a equação 1;
3- Insira no comando "**Fatorar primo**"; o número a ser fatorado;
4- Insira uma assíntota correspondente a raiz da inequação;
5- Preencha a tabela;
6- Responda com suas ponderações, no quadro correspondente, a cerca do comportamento do sinal de desigualdade.

Atividade 4: VERIFICANDO A DESIGUALDADE NA INEQUAÇÃO

Manipule o *Geogebra* para completar o quadro a baixo.



Função	Dada a inequação	Inequação trabalhada	Qual o valor de x que satisfaz a inequação
$f(x) = (2)^x$	$2^x > 16$		
$f(x) = (2)^x$	$2^x < 16$		
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x > 16$		
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x < 16$		
$f(x) = (3)^x$	$3^x > 9$		
$f(x) = (3)^x$	$3^x < 9$		
$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$		
$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x < 9$		

O que observou nessa atividade? Explique a lógica de resolução adotada e comportamento gráfico.

____

____

____

____

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

ATIVIDADE 5: FAZENDO NOVOS EXPERIMENTOS

Material: Material impresso, lápis, caneta, borracha, computador ou celular para acessar o *Geogebra.(OPCIONAL)*
Objetivo: Desenvolver método de resolução de inequação exponencial.
Tempo estimado: 1 h/ aula.

Aluno(a):____

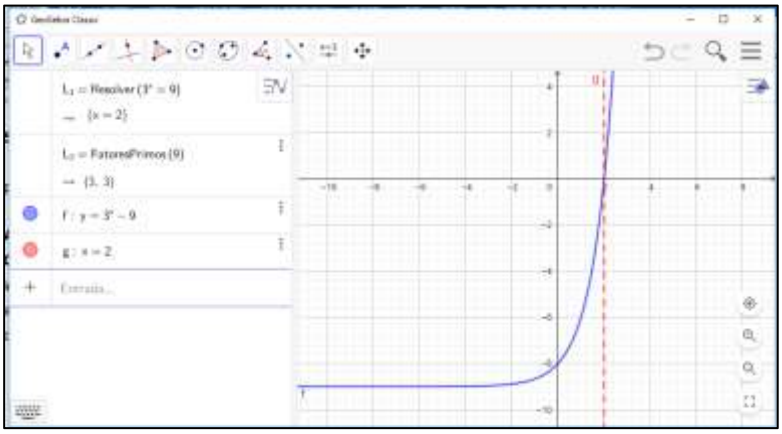
Roteiro da atividade 5

Primeiro momento:

1- Insira no comando “**Resolver equação**”, a equação 1;
2- Insira no comando “**Fatorar primo**”; o número correspondente a ser fatorado;
3- Completar a tabela com a nova inequação fatorada;
4- Insira uma assíntota correspondente a raiz da inequação;
5- Preencha a tabela com a inequação final;
6- Preencher a tabela com a solução correspondente;
7- Responda com suas ponderações, no quadro correspondente, a cerca da resolução da desigualdade. Como se resolve uma inequação exponencial?

Atividade 5: FAZENDO NOVOS EXPERIMENTOS

Manipule o *Geogebra* e complete o quadro a baixo.



Inequação	Inequação fatorada	Inequação Final	Solução	Observações
$3^x > 9$			$S = \{x > 2\}$	
$9^x > 27$				
$4^x > 32$				
$2^{x-2} > 16$				
$3^{x^2-2} > 9$				
$2^x > 64$				
$2^{5x-1} > 8$				
$\left(\frac{1}{5}\right)^x > 125$				
$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-1} > \left(\frac{1}{32}\right)^{x+1}$				

$3^{2x+3} > 243$				
$3^{x^2-5x+6} > 9$				

O que observou com essa atividade?

____

____

____

Como se resolve uma inequação exponencial?

____

____

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

ATIVIDADE 6: INEQUAÇÃO DO TIPO $\boldsymbol{b < a^x < c}$

Material: Material impresso, lápis, caneta, borracha, computador ou celular para acessar o *Geogebra (OPCIONAL).*
Objetivo: Desenvolver método de resolução de inequação exponencial para o tipo que envolve sistema de inequações na forma $b < a^x < c$
Tempo estimado: 1 h/ aula.

Aluno(a):____

Roteiro da atividade 6

Primeiro momento:

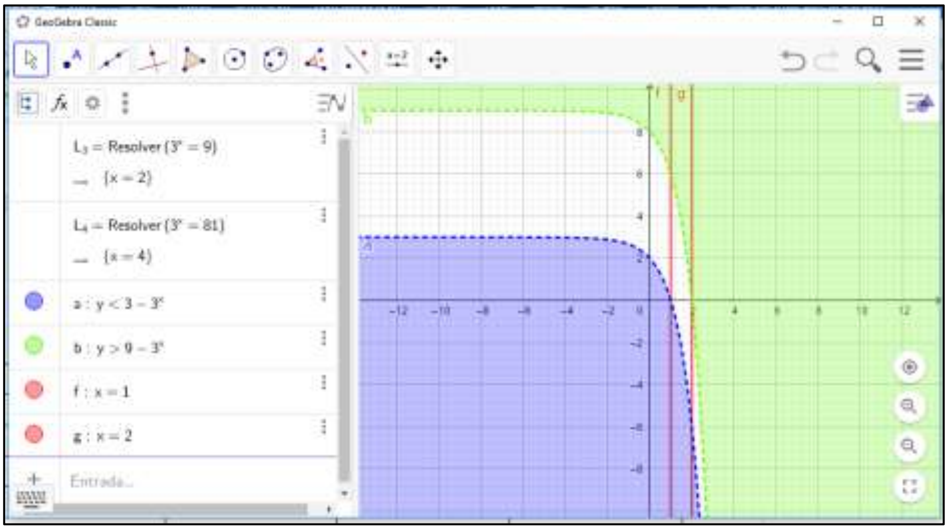
1- Insira no comando “**Resolver equação**”, a equação 1;
2- Insira no comando “**Fatorar primo**”; o numero correspondente a ser fatorado, quantos forme necessários;
3- Completar a tabela com a nova inequação fatorada;
4- Insira uma assíntota correspondente a raiz da inequação;
5- Preencha a tabela com a inequação final;

6- Preencher a tabela com a solução correspondente;

7- Responda com suas ponderações, no quadro correspondente, a cerca da resolução da desigualdade. Como se resolve uma inequação exponencial?

Atividade 6: INEQUAÇÃO DO TIPO $b < a^x < c$

Manipule o *Geogebra* e procure completar o quadro a baixo.



Inequação	Inequação fatorada	Inequação Final	Solução	Observações
$3 < 3^x < 9$			$S = \{1 < x < 2\}$	
$8 < 2^x < 32$				
$0{,}0001 < (0{,}1)^x < 0{,}01$				

$\frac{1}{27} < 3^x < 81$				
$\frac{8}{27} < \left(\frac{4}{9}\right)^x < \frac{3}{2}$				
$0,1 < 100^x < 1000$				
$25 < 125^x < 125$				
$1 < 7^{x^2-4x+3} < 343$				
$3^{x^2-3} < 3^{x^2-5x+6} < 9$				

O que observou com essa atividade?

____

____

____

____

3. ESTUDO DO OBJETO MATEMÁTICO: Inequações exponenciais

Neste capítulo, nos propomos a apresentar um estudo sobre o objeto matemático Inequações Exponenciais, que serviu para nosso aprofundamento conceitual sobre o tema e que pode servir também para apoio epistemológico para o professor que futuramente deseje adotar nossa sequência de atividades em suas aulas de matemática.

O que nos propomos a fazer aqui é, inicialmente, apresentar um percurso histórico de como se deu o desenvolvimento de estudos sobre Inequações Exponenciais que pudesse nos ajudar a entender a situações que motivaram seu desenvolvimento ao longo da história.

Após o percurso histórico, apresentamos um estudo epistêmico do conteúdo matemático e curricular Inequação Exponencial, apontado reflexões sobre as definições e propriedades apresentadas.

3.1 PERCURSO HISTÓRICO

Percebemos em nossa revisão de literatura que falar de Inequações Exponenciais não seja uma conduta frequente de pesquisadores e professores de Matemática, quer seja pela abstração nela envolvida ou pela própria falta de base em relação ao conteúdo. Assim, inspirados em nossa revisão de literatura, que, apesar de não apresentar resultados diretamente ligados ao objeto matemático em questão, trouxe muitas reflexões sobre como ensinar desigualdades e inequações, vamos buscar na história como começou a ideia de se mensurar coisas por meio de comparação entre “desiguais”, isto é, porque a humanidade decidiu que as desigualdades eram importantes? Deste modo queremos entender como se dão as tarefas que

> consistem em **comparar e estabelecer em que quantidade ou em que medida uma grandeza pode ser maior (ou menor) que o outra**. Essas tarefas são desenvolvidas por técnicas que se apoiam tanto na **medição** (comparação entre grandezas discretas com recurso aos números racionais) como na **contagem** (comparação entre grandezas discretas com recurso aos números inteiros), justificadas tecnologicamente pela noção de **número** e de **forma** e suportadas teoricamente tanto pela **aritmética** como pela **geometria.** (MINEIRO, 2019, p. 59)

No estudo de álgebra, a ideia de proporcionalidade e igualdade, como forma de comparar grandezas de mesma natureza e depois de naturezas diferentes, foram evidenciadas desde a antiguidade em papiros e tábuas que datam de até quase dois milênios antes de Cristo, segundo Eves (2004), Boyer e Merzbach (1991) e Roque (2012). Embora nesses registros estejam ilustrados evidência de situações que envolvem proporções aritméticas e de geometria, há lacunas de evidências que indiquem se as sociedades antigas se apoiavam a ideia de desigualdades ou de intervalos.

Entretanto, no 5° postulado de Euclides (300 a. C), as técnicas de demonstração e postulados indicaram que foram adotados métodos de comparação para explicar deduções geométricas para relações entre retas em que ele prova as igualdades ou congruências por meio desigualdades, por indução ao absurdo. Segundo Mineiro (2019) nessa mesma obra de Euclides é também demonstrou o que hoje conhecemos com Teorema da Desigualdade Triangular, onde prova por meio de desigualdades que um lado arbitrário de um triângulo é sempre maior que a soma dos dois outros lados.

Segundo Boyer e Merzbach (1991), no século seguinte, matemáticos como Arquimedes e Apolônio usaram a ideia de desigualdade para tratar das seções cônicas, ou seções obtidas a partir do seccionamento do cone. Nesse estudo, as relações algébricas entre as características algébricas de cada seção cônica eram definidas por igualdades e desigualdades.

> ao designarmos as coordenadas do ponto P por x e y, teremos, no caso de uma parábola, que $y^2=lx$, em que l é o comprimento do *latus rectum*. Em outras palavras, isso quer dizer que, em uma parábola, para qualquer valor de x, o quadrado da ordenada sempre corresponderá ao produto entre o valor de x (segmento AQ) e o parâmetro l. [...] teremos que $y^2<lx$ para a elipse e $y^2>lx$ para a hipérbole. (Mineiro, 2019, p. 67)

Neste sentido, pelo fato de alguns estudos como o de Euclides usarem a ideia de desigualdade, por meio da geometria analítica, introduzindo a ideia de grandeza e magnitude, outros como os gregos Eudoxo de Cnido (370 a.C) e Pitágoras (sec, VI a. C), relacionaram, inclusive, grandezas de naturezas diferentes ao estabelecerem desigualdades, para provar seus experimentos. Segundo Mineiro (2019), nesse contexto, ao realizarem relações entre grandezas por meio dos termos “maior que” e ”menor que” deu-se início aos estudos de análise sobre os números reais, adotandose intervalos numéricos ao estabelecerem as desigualdades, o que entendemos ser a gênese das relações de inequação.

Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C) e outros matemáticos gregos, segundo Boyer e Merzbach (1991), jamais usaram a notação π pra razão de circunferência para o diâmetro e sim uma aproximação do valor de π expressa pelas desigualdades 3 10/71 < π < 3 10/70, uma aproximação melhor que a dos egípcios e a dos babilônios. Neste sentido, percebemos que a ideia de desigualdades e inequação ao longo da história revela a essência de conceitos, detalhes conceituais que não conseguimos apreciar nos livros didáticos e acadêmicos.

Paralelo a construção da ideia de inequação, também foi sendo construída a ideia de potência e de operadores exponenciais. Os famosos tabletes babilônios que datam de 1900 a 1600 a. C. trazem registros das operações fundamentais incluídas as de potências e raízes quadradas para estabelecer relações geométricas planas, além de adotarem a potência de base 60 para construção de seu sistema de numeração. Mais adiante, no período pré-euclidiano a potenciação ajudou a definir a ideia de comensurabilidade.

> No período pré-euclidiano, conforme algumas fontes indicam, as grandezas eram classificadas como comensuráveis em comprimento ou em potência (mais especificamente, em quadrado). Isso queria dizer que duas grandezas incomensuráveis, como o lado e a diagonal do quadrado, apesar de não serem comensuráveis em comprimento, são comensuráveis em potência, pois seus quadrados são comensuráveis. Se temos, por exemplo, um quadrado de lado 1, esse lado não é comensurável em comprimento com a diagonal (que sabemos medir). No entanto, seu quadrado 1 é comensurável com o quadrado da diagonal, que é 2. É lícito dizer, então, que essas grandezas são comensuráveis em potência. (ROQUE, 2012, p. 103)

Essa explanação de Roque (2012) nos levou a refletir o quanto a ideia de potência foi essencial como ferramenta de entendimento e desenvolvimento de outros objetos matemáticos. Para nós isso significa que, para pudéssemos construir nossa sequência de atividades, não precisaríamos necessariamente criar problemas ou situações reais ou fictícias, mas sim nos ater aos benefícios procedimentais e a relevância deles para os estudos subsequentes, haja vista que

> A Matemática foi construída ao longo da história como instrumento para resolver problemas e, simultaneamente, foi sendo organizada em um corpo de saberes estruturados com apoio no método lógico-dedutivo. Por isso, é preciso assegurar que os conceitos e procedimentos matemáticos estudados na escola estejam em sintonia com o conhecimento aceito como válido pela Matemática (PITOMBEIRA E LIMA, 2010, p.19)

E considerando tanto o estudo das potências ou operações exponenciais quanto o estudo de inequações como instrumentos da construção e desenvolvimento de variados objetos matemáticos, damos destaque a Fermat ao tange a fusão desses objetos para o que estudamos hoje como Inequações Exponenciais. De acordo com Boyer e Merzbach (1991), desde 1629 Fermat estivera considerando lugares geométricos numa notação baseada em equações da forma $y = x^n$, definindo uma geometria analítica de curvas planas de grau superior. Fermat denotou para curvas polinomiais da forma $y = f\ (x)$, que a função assume um máximo ou o um mínimo. Ele comparou o valor de $f\ (x)$ em um ponto como valor $f\ (x + E)$ com variação quase imperceptível, tornando-os quase iguais, uma pseudoigualdade, o que fez chegar a definição de máximos e mínimos e a essência do que hoje chamamos de derivação.

Nesse momento percebemos que nosso objeto de matemático foi importante também para a construção de um dos conceitos mais importantes da Matemática, o de Função. Em 1748 Euler definiu que

> função é “uma expressão analítica composta de um modo qualquer” dessas quantidades constantes e variáveis. Uma expressão analítica pode ser formada pela aplicação de finitas ou infinitas operações algébricas de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Euler integra ao escopo das funções admissíveis aquelas que são transcendentes, ou seja, que podem não ser algébricas (caso da exponencial, do logaritmo e das funções trigonométricas). Essas funções podem ser mais bem compreendidas com o auxílio da expansão em séries infinitas de potências, ou por combinações de operações algébricas repetidas um número finito ou infinito de vezes. Todas as funções podiam ser construídas algebricamente, a partir de funções elementares (como $x^n, a^x, log_a\, x, senx\ e\ arcsenx$), e o estatuto desses objetos básicos não era discutido – ele os admitia como dados.(ROQUE, 2012, p.)

Nessa perspectiva, compreendemos que a Matemática é constituída de sucessivas contribuições e “numa ordem bem diferente daquela apresentada após o processo de formalização” CHAQUIAM (2017, p. 13). Ora, evidenciamos aqui que o desenvolvimento do estudo de Inequações Exponenciais se deu antes da definição formal, de função, embora a ideia já existisse. Entretanto, estamos acostumados a ver o estudo de Inequações Exponenciais ser ministrado após o estudo do conceito funcional e das Funções Exponenciais. Ou podemos entender que ambas se constituíram de forma colaborativa ao longo da história.

Retomando nossa revisão de literatura, no estudo de Alvarenga (2013), há recomendações para que não se confunda o conceito de inequação com o conceito de função, haja vista que a forma como é tratado, relacionando a variação gráfica funcional com os intervalos das inequações que na verdade representam os conjuntos de variáveis que dão significado ao conjunto domínio e contradomínio da função. Também constatamos outra evidencia de nossa revisão que identificou a intensa algebrização de nosso objeto como fator de dificuldade de aprendizagem e a história nos mostra como ocorreu essa forte utilização do registro algébrico a partir dos estudos de Euler que

> pretendia unificar a matemática com base na álgebra, que não era encarada somente como uma linguagem para representar objetos matemáticos. Para ele, a álgebra permitia uma definição interna desses objetos. As quantidades podiam ser tidas como abstratas e não demandavam considerações sobre sua natureza específica (como números ou grandezas). O que importava eram suas relações operacionais com outras quantidades similares, dadas por funções.

Assim, vemos que a intenção inovadora de Euler, naquele período, não foi bem interpretada, pois o que pretendia era agregar a representação algébrica sem necessariamente perder a essência da natureza dos objetos, o que para nós reforça a necessidade da adoção de diferentes registros de representações semióticas de nosso objeto para seu melhor entendimento.

Deste modo, podemos dizer que este breve estudo histórico, trouxe para nossa pesquisa importantes elementos que foram considerados na construção e na análise da experimentação de nossa sequência de atividades. Na próxima seção, apresentamos de fato os conceitos e propriedades pertinentes e específicos ao objeto matemático Inequações Exponenciais.

3. 2 EPISTEMOLOGIA

Nesta seção apresentamos um resumo epistemológico necessário para que estabelecêssemos os objetivos de aprendizagem de nossa sequência de atividades, bem como um estudo a rigor matemático e científico que nosso objeto matemático exige. Haja vista que o formalismo matemático também faz parte dos muitos registros e representações possíveis de se utilizar e o entendemos como fator preponderante para o correto uso das linguagens matemáticas.

Para tanto, recorremos a livros de matemática do ensino superior, Guidorizzi (2013) e Iezzi (1977) e aos apontamentos epistemológicos de nossa revisão de literatura, lembrando também do que o currículo escolar de matemática prevê como habilidades importantes a serem desenvolvidas no educando e que circunscrevem o nosso objeto matemático Inequações Exponenciais.

> (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros. (BRASIL, 2017, p. 526)

Neste sentido, à luz de nosso estudo histórico e de nossa revisão de literatura, estamos propondo uma discussão que coloca nosso objeto matemático como ferramenta potencial para um entendimento mais completo e profundo sobre funções exponenciais, sendo importante na análise e interpretação da variação das grandezas envolvidas.

A função f, definida em $\mathbb{R}$, e dada por $f\ (x) = a^x, a > 0\ e\ a \neq 1$, denomina-se função exponencial de base a. (GUIDORIZZI, 2013, p.180)

Sejam $a > 0, b > 0, x\ e\ y$ reais quaisquer, temos as seguintes propriedades:

(1) $a^x a^y = a^{x+y}$.

(2) $(a^x)^y = a^{xy}$.

(3) $(ab)^x = a^x b^x$.

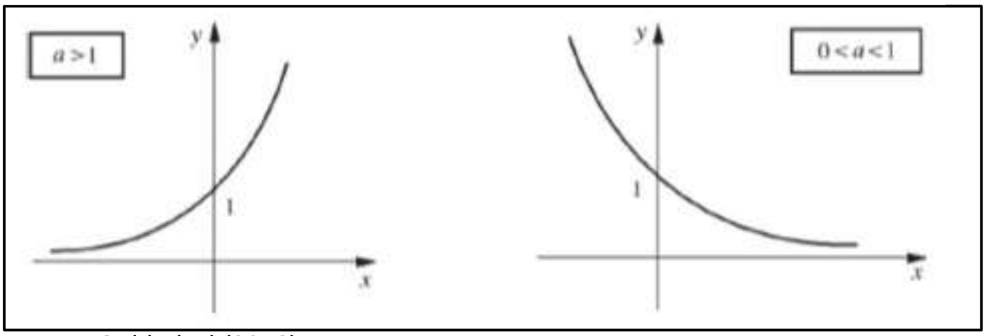
(4) $Se\ a > 1\ e\ x < y, então\ a^x < a^y$.

(5) $Se\ 0 < a < 1\ e\ x < y, então\ a^x > a^y$.

A propriedade (4) conta-nos que a função exponencial $f\ (x) = a^x, a > 1$, é estritamente crescente em $\mathbb{R}$. A (5) conta-nos que $f\ (x) = a^x, 0 < a < 1$, é estritamente decrescente em $\mathbb{R}$.

O gráfico de $f\ (x) = a^x$ tem o seguinte aspecto:

Figura 2- Crescimento e decrescimento da função exponencial.



Fonte: Guidorizzi (2013)

Vemos que os conhecimentos sobre potenciação e suas propriedades é importante para o entendimento do comportamento funcional exponencial. De modo que é necessário estar atento ao intervalo da base da função exponencial, haja vista que isso incorre em um comportamento de crescimento e decrescimento de sua imagem ilustrado na Figura 2.

E é neste sentido de intervalos que o estudo de Inequações auxilia no entendimento do comportamento funcional. Sendo as Inequações Exponenciais ‘’inequações como incógnitas no expoente” (IEZZI, 1977, p. 42-B), resolver ou encontrar a solução de uma inequação exponencial, significa restringir uma parte da Imagem de uma função exponencial. Essa restrição é imposta pela desigualdade da inequação.

Inequações que envolvem termos em que a incógnita aparece no expoente são Inequações Exponenciais. Por exemplo:

$$5^x > 20; \qquad 3^{-X} < \frac{1}{81}; \qquad 4^x - 6.2^x + 8 < 0\,.$$

No estudo articulado de inequação e função é necessário ter clareza de que, ao analisarmos as situações na perspectiva de inequação, estamos manipulando grandezas as quais chamamos de “incógnitas” que estabelecemos de forma arbitrária. Quando analisamos para entender o comportamento funcional, queremos analisar o comportamento de “variáveis” que dependem da delimitação de um conjunto domínio, por isso nossa revisão de literatura aponta o estudo de intervalos como base para o estudo de nosso objeto matemático.

Assim como no caso das equações exponenciais, em geral, as inequações podem ser reduzidas a uma desigualdade de potências de mesma base, através da aplicação das propriedades de potências.

Na redução a uma desigualdade de potências temos que:

$$\boldsymbol{a^b}.(\boldsymbol{desigualdade}).\ \boldsymbol{a^c} \Leftrightarrow \boldsymbol{b}\,.(\boldsymbol{desigualdade}).\boldsymbol{c} \quad (0 < a \neq 1)$$

O que resulta em duas proposições:

i) Se $a > 1\ e\ a^{x_1} < a^{x_2}\ então\ x_1 < x_2$

ii) Se $0 < a < 1\ e\ a^{x_1} < a^{x_2}\ então\ x_1 > x_2$

As proposições i e ii implicam que para resolver inequações exponenciais, devemos observar dois passos importantes:

1) Redução dos dois membros da inequação a potências de mesma base;

2) Verificar a base da exponencial, $a > 1\ ou\ 0 < a < 1$, aplicando as propriedades i e ii.

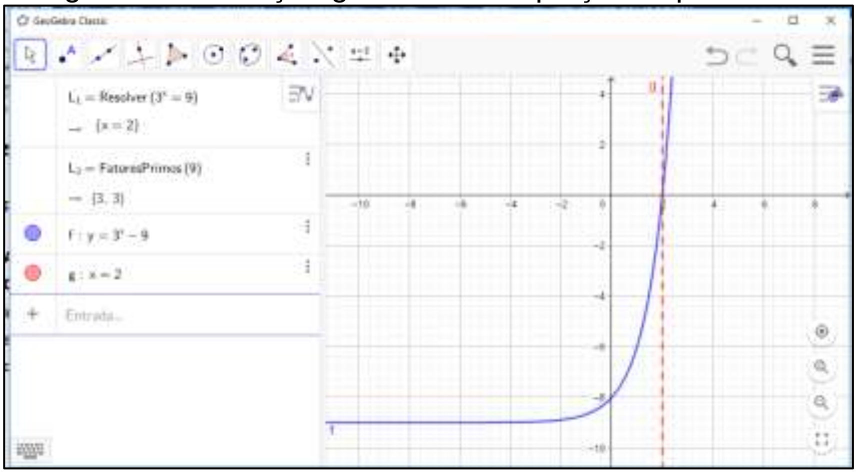
Quadro 5- Processos cognitivos da resolução de inequação Exponencial.

Proposição	**Redução**	**Implicação**
$a > 1$	$a^{x_1} > a^{x_2} \Rightarrow x_1 > x_2$	As desigualdades têm mesmo sentido
$0 < a < 1$	$a^{x_1} > a^{x_2} \Rightarrow x_1 < x_2$	As desigualdades têm sentidos diferentes

Fonte: Elaborado pelo autor (2020)

O Quadro 11 mostra que não é algo de entendimento automático o método de resolução de Inequações Exponenciais, existem processos cognitivos e de tomada de decisão que envolvem retomada de conhecimentos base e bem como manipulações algorítmicas e algébricas que quem estuda e quem ensina deve estar atento para não incorrer em erro conceitual e procedimental. Neste sentido o apoio gráfico pode ser um auxiliar na percepção desses processos.

Figura 3 - Ilustração gráfica da Inequação Exponencial.



Fonte: Autor (2020)

A figura 3 ilustra na interface do aplicativo *Geogebra* o comportamento da inequação $3^x > 9$, em que a assíntota paralela ao eixo das ordenadas mostra que a solução que se deseja é maior que 2 e que é crescente, proposição i. Assim, o apoio visual pode ser uma ferramenta que permita o revestimento de significado ás propriedades i e ii.

Ainda sobre o método de resolução apresentado, destacamos alguns casos que são frequentes em problemas, exercícios, provas de concursos e vestibulares.

a) Aqueles cuja redução da desigualdade de potências de mesma base ou desigualdade do expoente é uma solução direta da inequação. Exemplo:

$$3^x > 9 \qquad\qquad 0{,}0001 < (0{,}1)^x$$

b) Aqueles em que após a redução a mesma base, a inequação nos expoentes resulta em uma inequação polinomial. Exemplo:

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{x^2-1} > \left(\frac{1}{32}\right)^{2x+1} \qquad\qquad 3^{2x+3} > 243$$

c) Sentenças do tipo $b < a^x < c$ em se faz necessário recorrer a solução de um sistema de inequações. Exemplo:

$$(0{,}3)^{x-5} < (0{,}09)^{2x+3} < (0{,}3)^{x+6} \qquad\qquad 1 < 7^{x^2-4x+3} < 343$$

Chamamos atenção para os casos em que resolver a inequação exponencial implica em resolver uma inequação polinomial, do primeiro ou do segundo grau, por exemplo. Essas inequações possuem métodos de resolução particulares e que necessitam fazer parte dos conhecimentos base de quem deseja aprender ou ensinar Inequações Exponenciais.

REFERÊNCIAIS

ABAR, C. A. A. P.; ALENCAR, S. V. **A Gênese Instrumental na Interação com o GeoGebra**: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 349-365, 2013.

ALVARENGA, Karly Barbosa. **O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a faprendizagem de inequações**. 2013. 275 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em:< https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10943>

ALENCAR, Sergio Vicente. **A gênese instrumental na interação com o GeoGebra: proposta de uma oficina para professores de Matemática**. 2012. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: < https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10938>

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC** 2ª versão. Brasília, DF, 2016. Disponível em:http://basenacionalcomumcurricular.mec.gov.br/wp-conten/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf Acesso em 27 de julho de 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática- Ensino Médi**o. Brasília, DF, 1998. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>(15:58, Acesso em 31 de julho de 18, com a chave: Os pcns da Matemática.

BITTAR, M. **Uma proposta para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica de professores de Matemática e tecnologia Iberoamericana**- vol.6- número 3, Recife, 2015. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2252/1820

BOYER, C. B. ; MERZBACH, U. C. **History of mathematics.** 2. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991.

CABRAL, N.F. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. Dissertação(Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2004

CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes**. Matemática: Ensino Fundamental**. Ministério da Educação, Secretaria de educação básica, Brasília, DF. 2010.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 2.ed. editora: Cortez. São Paulo. 1994

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaios temáticos**: História e Matemática em sala de aula. Belém/SBEM-PA, 2017.

CASTEJON, Marângela; ROSA, Rosemar. **Olhares Sobre o Ensino da Matemática: Educação Básica**. 1.ed.Uberaba/MG. IFTM. 2017

COELHO, Gilberto Jardim. **Inequação polinomial: um método alternativo de resolução.** 56 f. Dissertação (mestrado)- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – UENF, Campos de Goytacazes – RJ. 2016. Disponível em: < http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/25112016Gilberto-Jardim-Coelho.pdf>

CONCEIÇÃO J, Fernando da Silva Conceição. **Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no ensino médio**. 2011. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em:< https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10863>

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. 23.ed. Campinas, SP: Papirus, 2012

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação: reflexões sobre educação e Matemática**. 3.ed. da Universidade Estadual Campinas, SP: Sammus, 1986

D’AMBROSIO, Ubiratan. **EtnoMatemática**: Elo entre as Tradições e a modernidade. 4. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2011.

DALLEMOLE, Joseide Justin. **Registros de Representação Semiótica**: Uma experiência com ambiente virtual SIENA. Canoas: ULBRA, 2010. Dissertação(Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2010

DIAS, Regina Aparecida Xavier Gomes. **Analysis of the knowledge of teachers on the education of inequation**. 2014. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: < https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11003>

DOLL, Jr., WILLIAN, E. **Currículo: uma perspectiva pós-moderna**/William E. Doll Jr.; trad. Maria Adriana Veríssimo Veronese-Porto Alegre: Artes Médicas, 1997

DUVAL, Raymond. **Registro de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: Machado, Silva. D. A. Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP. Papirus, 2003

FERRAZ, Maria Cláudia Reis, MACEDO, Stela Maris Moura. As influências de um rio chamado avaliação escolar. In: ESTEBAN, Maria Tereza (Org.). **Escola Currículo e Avaliação**. 2. Ed. São Paulo: editora Cortez, 2005

FOSSA, John A. **Ensaios sobre a educação Matemática**. Belém: EDUEPA, 2001

GÓES, M. C. R. de. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural**: Uma perspectiva para o estudo da construção da subjetividade. Cadernos Cedes, ano xx, n° 50, Abril/2000. Disponível em : http://itp.ifsp.edu.br/ojs/index.php/RIFP/article/view/347/360

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um curso de Cálculo**. Vol. 1- 5 ed.- [Reimpr.] LTC. Rio de Janeiro, 2013.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar** - Logaritmos - Vol. 2 Editora: Atual.

JUNIOR, Fernando da Silva Conceição. **Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no ensino médio**. 2011. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em:< https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10863>

MAGALHÃES, A. F. **Estudos das inequações: contribuições para a formação do professor de Matemática na licenciatura**. 2013. 127f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013. Disponível em: < http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFOP_cba0d0260360d390ea25af7c707bccae>

MELO, Marcelo de. **O ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática.** 2007. 81 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: < https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11126>

MINEIRO, R. M. **Construção de um Percurso de Estudo e Pesquisa para o Estudo de Inequações**. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

MOREIRA, Antônio Flávio. **Currículo: Questões atuais**(org.). 18°ed.Campinas,SP: Papirus,2012.(Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico)

RAMOS, M. L. P. D, CURI,E. **Análise de erros em resoluções de equações e inequações exponenciais, revelando as dificuldades dos alunos. 2014.** 15 f . Artigo- Revista Ibero americana de educação Matemática – UNIÓN. Dezembro de 2015, p. 56-72. Disponível em: < file:///C:/Users/casa/Downloads/634-3761-1-PB.pdf>

PERRENOUD, Philippe. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens- entre duas lógicas**/Philippe Perrenoud; tradução Patrícia Chittoni Ramos.-Porto Alegre: ArtMed,1999

PINTO, Gláucia. **Tecnologias no ensino e aprendizagem da Álgebra: análise das dissertações produzidas no Programa de Estudos de Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP de 1994 até 2007. 2009**. 116 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: < https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11381>

RABARDEL, P. **Les hommes et les technology: une approach cognitive des instruments contemporains.** Paris; Armond Colin, 1995. Disponível em:

https://hal.archives-ouvertes.Fr/file/index/docid/1020705/filename/people and technology.pdf.

ROQUE, T. **História da Matemática:** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividade para o ensino da Matemática no nível fundamental/** Pedro Franco se Sá- Belém: EDUEPA, 2009

SACRISTÁN, J. Gimeno. **O Currículo: uma reflexão sobre a prática.** trad. Ernani F. Rosa – 3. Ed. – Porto Alegre: ArtMed,2000

SALDANHA, Maria Sueli Gomes. **Análise de uma intervenção didática sobre desigualdades e inequações logarítmicas no ensino médio**. 2007. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: < https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11194>

SILVA, D. André. SILVA, J. Pereira. **Potenciação: Análise de erros em questões aplicadas em uma turma da 1ª série do ensino médio.** IV. CONEDU, 2017. Disponível em<https://editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV073_MD1_SA13_ID2795_10092017204230.pdf-> com a clave: ‘’inequações exponenciais’’ 15/08/18; 12:10

TOMIO, D.; SCHROEDER.E.; ADRIANO, G. A. C. **A Análise microgenética como método das pesquisas em educação na abordagem histórico-cultural**. Rev. Reflexão em ação, V.25, n. 3, p.28-48, Set/Dez. Santa Cruz do Sul, 2017. Disponível em : https://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/view/9525

Cleidivaldo Corrêa Pantoja

Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado do Pará - (UEPA-2006). Além de Especialista em Educação Matemática para o Ensino Médio pela Universidade Federal do Pará - (UFPA-2008). Mestrado em Ensino de Matemática - UEPA. Atualmente é professor de matemática na rede municipal no município de Acará (SEMEC-ACARA). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Etnomatemática em turmas do sexto ao nono ano, incluindo A Educação de Jovens e Adultos . Com relação ao Ensino Médio, atua no setor desde 2008 com destaque no terceiro ano, Pela SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO (SEDUC).

Fábio José da Costa Alves

Possui Licenciatura em Matemática pela União das Escolas Superiores do Pará – UNESPa, Licenciatura em Ciências de 1º Grau pela União das Escolas Superiores do Pará – UNESPa, graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará, Mestrado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará, Doutorado em Geofísica pela Universidade Federal do Pará e Pós-Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Atualmente é Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará, Docente do Mestrado em Educação/UEPA e Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática/UEPA. Líder do Grupo de Pesquisa em Ensino de Matemática e Tecnologias e Vice líder do Grupo de Pesquisa em Cognição e Educação Matemática da UEPA. Está atuando no desenvolvimento de software educativo para o ensino de matemática. Têm experiência em Educação Matemática e matemática aplicada. Tem experiência na área do ensino a distância. Tem experiência em Geociências, com ênfase em Geofísica Aplicada, nos temas: deconvolução, filtragem com Wiener, atenuação e supressão de múltiplas.

Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA