



De olho no conceito de ÁREA:

UMA PROPOSTA DE
FORMAÇÃO DOCENTE

AYANDARA POZZI DE MORAES CAMPOS
MARIA AUXILIADORA VILELA PAIVA

VOLUME II

Série
Formação Docente
e a Metodologia
Concept Study

AYANDARA POZZI DE MORAES CAMPOS
MARIA AUXILIADORA VILELA PAIVA

**DE OLHO NO CONCEITO DE ÁREA: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO
DOCENTE**

1ª Edição



Edifes

**ACADÊMICO
VITÓRIA**

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DO ESPÍRITO SANTO
2021**



Editora do Ifes

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, nº 50, Santa Lúcia Vitória – Espírito Santo
CEP 29056255 Tel. (27)3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Comissão Científica

Prof. Dr. Jorge Henrique Gualandi
Profª. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain
Profª. Dra. Roberta D' Angela Menduni-Bortoloti
Profª. Dra. Sandra Aparecida Fraga da Silva

Projeto Gráfico, Diagramação e Revisão

Claudio Campos Silva
Mônica Aparecida Heloane Carvalho de Sant Anna

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

Centro de Referência em Formação e Educação a Distância
Rua Barão de Mauá, 30, Bairro Jucutuquara, Vitória-ES, CEP 29040-860

Copyright © 2021 by Instituto Federal do Espírito Santo
Depósito legal na Biblioteca Nacional conforme Decreto nº. 1.825 de
20 de dezembro de 1907.

O conteúdo dos textos é de inteira responsabilidade dos respectivos autores.

Material didático público para livre reprodução.
Material bibliográfico eletrônico.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

	Campos, Ayandara Pozzi de Moraes.
C198d	De olho no conceito de área: uma proposta de formação docente[recurso eletrônico] /Ayandara Pozzi de Moraes Campos, Maria Auxiliadora Vilela Paiva . – Vitória, ES : Editora Ifes, 2021.
	4754Kb: il.; PDF
	Publicação Eletrônica.
	Modo de acesso: http://educimat.ifes.edu.br/index.php/produtos-educacionais
	Inclui bibliografia
	ISBN: 978-65-89716-47-1
	1. Matemática – estudo e ensino. 2. Formação de professores . 3. Matemática - grandezas e medidas. 4. Geometria - área . 5. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. 6. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. I. Paiva, Maria Auxiliadora Vilela. II. Título.
	CDD: 510.7

Quem são as autoras?

Ayandara Pozzi de Moraes Campos, professora efetiva da Rede Municipal de Cariacica – ES e membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo – Gepem-ES. Tem experiência docente nos Anos Finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio, na Educação de Jovens e Adultos e como formadora de professores que ensinam matemática. É Licenciada em Matemática pelo Ifes Campus Cachoeiro (2013), Especialista em Alfabetização e Letramento nas Séries Iniciais e na Educação de Jovens e Adultos pelo Centro de Estudos Avançados em Pós-Graduação e Pesquisa (2014) e em Ensino da Matemática para o Ensino Médio: Matemática na prática pela Universidade Federal do Espírito Santo – Ufes (2017), possui Aperfeiçoamento em Inclusão e Educação Especial pelo Cefor/Ifes (2018) e mestrado pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat do Ifes (2021).



E-mail: ayandara.campos@gmail.com

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7556-7800>

Currículo lattes: <http://lattes.cnpq.br/4956086324445473>

Maria Auxiliadora Vilela Paiva, professora aposentada da Universidade Federal do Espírito Santo – Ufes e, atualmente, professora do Ifes Campus Vitória, atuando na Licenciatura em Matemática e no Programa Educimat do Ifes. Atua em Educação Matemática e tem como uma das áreas de pesquisa a formação de professor que ensina matemática, líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo – Gepem-ES, editora chefe da revista Sala de Aula em Foco do Ifes e fundadora da Sociedade Brasileira de Educação Matemática do ES. Licenciada em Matemática pela Ufes (1972), Mestre em Matemática pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA (1980), Doutora em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-RJ (1999) e Pós-doutora em Ensino da Matemática pelo Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro – IME-UFRJ (2019).



E-mail: vilelapaiva@gmail.com

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2713-1345>

Currículo lattes: <http://lattes.cnpq.br/2158519313210506>

Dedicatória

A Deus, por essa experiência de produção.

Aos familiares e amigos guardados no coração.

Aos Gepem-ES e demais envolvidos nesta ação.

Aos professores participantes do curso de formação.

A você, interessado em conhecer as ações da formação.



Sumário

Apresentação: <i>De onde partimos?</i>	7
PARTE I: <i>Contexto e aportes</i>	8
1 - A formação desenvolvida	10
2 - Metodologia de formação	14
3 - Conceitos matemáticos	17
PARTE II: <i>Ações comentadas</i>	21
4 - Interações com o grupo	22
5 - Questões disparadoras.....	28
6 - Tarefas propostas.....	37
7 - Situações-problema	49
8 - Fóruns de discussão.....	56
Conclusão: <i>Onde chegamos?</i>	60
Referências	63



Apresentação: De onde partimos?

Este livro corresponde ao Volume II da Série “Formação Docente e a Metodologia *concept study*”, organizada pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo – Gepem-ES. Tem como objetivo principal retratar ações desenvolvidas durante um curso de formação continuada ocorrido no segundo semestre de 2019, com professores que ensinam Matemática.

Essa experiência de formação corresponde ao meio de produção de dados da pesquisa “*Concept study* na formação de professores que ensinam matemática: um estudo colaborativo do conceito de área para o ensino” do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes. O foco da pesquisa objetivou analisar uma formação continuada, embasada no *concept study*, com vistas à (re)significação de saberes docentes do conceito de área para o ensino.

Para saber mais sobre esta pesquisa e ler outros livros desta Série, acesse o site do Programa Educimat do Ifes: <https://educimat.ifes.edu.br/>.

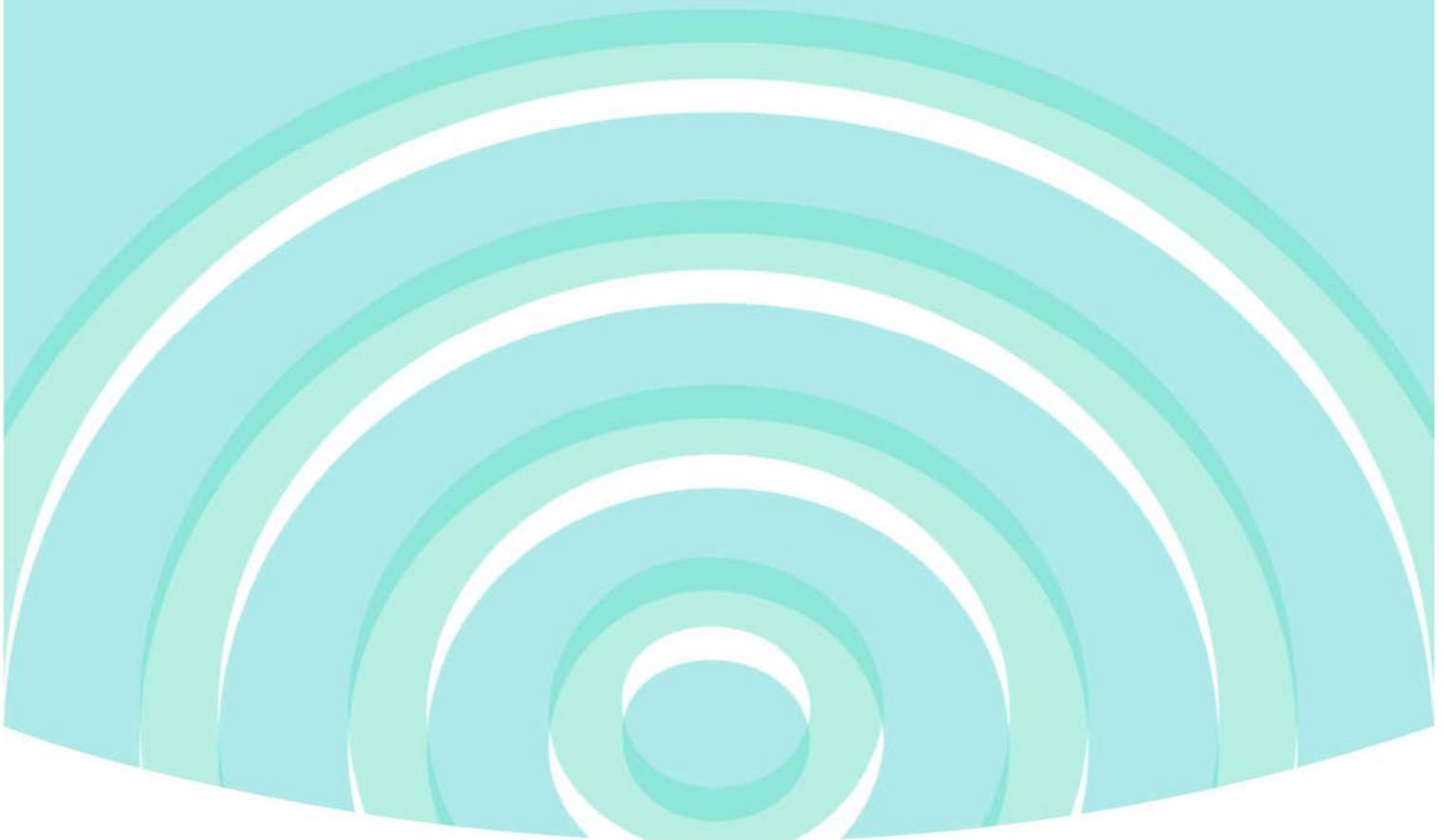
Ao reconhecer a existência de saberes próprios e necessários à docência (PAIVA, 2018) e que tais saberes são dinâmicos e emergentes da própria prática profissional (DAVIS; RENERT, 2014), nos propomos a desenvolver uma formação pautada em processos colaborativos e discussões coletivas que valorizassem os saberes emergentes da prática docente. Com essa concepção, a formação aqui apresentada embasou-se na metodologia *concept study*, estrutura colaborativa que propõe diálogos entre professores sobre entendimentos de um determinado conceito matemático, neste caso, a investigação do conceito de Área para o ensino.

O livro é composto por duas partes: a primeira, intitulada “Contexto e aportes” está organizada em três capítulos, o primeiro, descreve a organização da formação; o segundo expõe os referenciais teóricos e metodológicos que subsidiaram a formação e o terceiro capítulo aborda aspectos conceituais do campo “Grandezas e Medidas”, com ênfase no conceito de Área.

A segunda parte, intitulada “Ações comentadas”, apresenta as vivências da formação em cinco capítulos: Interações com o grupo, Questões disparadoras, Tarefas propostas, Situações-problema e Fóruns de discussão.

Esperamos que este livro contribua com conteúdos e reflexões para processos formativos de professores que ensinam Matemática e, também, possa incentivar outras práticas de sala de aula.

PARTE I: *Contexto e aportes*



1 - A formação desenvolvida

Para organizar o curso de formação contamos com a colaboração de membros do Gepem-ES¹, do qual ambas as autoras são integrantes. Durante as reuniões deste grupo de pesquisa estudamos sobre a metodologia adotada na formação, aspectos teóricos relacionados ao conceito de Área e ao campo “Grandezas e Medidas” e, assim, planejamos as ações do curso e discutimos possíveis situações emergentes.



Figuras - Reuniões do Gepem-ES

Desenvolvemos, também, um estudo piloto com os alunos da turma 2019/1 do Mestrado do Programa Educimat do Ifes, que proporcionou reflexões sobre a condução do modelo de formação *concept study* e contribuiu para um melhor direcionamento das ações e sistematização da proposta de formação.

Com a proposta delineada demos início ao curso de formação intitulado “(Re)significando conceitos para o ensino de área e perímetro”. Vale destacar que o curso foi resultado do convênio firmado entre Gepem-ES, Cefor/Ifes e a Secretaria Municipal de Educação (SEME) de Cariacica-ES e foi ministrado no período entre 09 de setembro e 13 de dezembro de 2019. A oferta deste foi na modalidade presencial com carga horária total de 80



Figura - Propaganda do curso

¹ O Gepem-ES é um grupo de estudo e pesquisa vinculado ao Ifes que tem ações relacionadas a área de matemática, envolvendo formação de professores, processo de ensino e aprendizagem e produção de material didático.

horas (distribuídas em: 64 horas de ações presenciais e 16 horas de ações não presenciais).

Os encontros presenciais aconteceram às segundas-feiras das 18h às 22h nas dependências da SEME-Cariacica. Durante esses encontros aconteceram discussões entre os professores e as ações foram desenvolvidas por meio de processos colaborativos visando reflexões sobre a prática docente com ênfase na (re)significação do conceito de área para o ensino.



Figura - Local dos encontros presenciais do curso

Dentre as ações do curso, propomos a formulação de situações-problema e posterior aplicação em sala de aula. Após a prática, convidamos os professores a socializarem com o grupo a vivência e a produzirem relato de experiência.

Para desenvolver as ações não presenciais, utilizamos o *Moodle*, que é o Ambiente Virtual de Aprendizagem disponibilizado pelo Ifes e, como meio de comunicação, também usamos o *WhatsApp* (aplicativo de mensagens).

No *Moodle* indicamos leituras de materiais sobre os conceitos matemáticos em discussão e propomos fóruns dando continuidade às discussões presenciais e na Biblioteca virtual do *Moodle* disponibilizamos materiais relacionados à temática da formação: vídeos, aplicativos, e-book, paradidáticos, guia didático e artigos científicos.

A fim de melhor atender às demandas de aprendizagem do grupo, a partir do início do curso, realizamos reuniões periódicas entre as formadoras, nas quais avaliamos as ações desenvolvidas, pontuamos novas reflexões para os encontros subsequentes e reformulamos algumas das ações previstas.

Apresentamos a seguir uma síntese das ações desenvolvidas na formação continuada e, para melhor compreensão, organizamos em nove rodadas:

Quadro – Síntese das ações do curso de formação

Rodada 1	1º Encontro presencial	Apresentação da proposta do curso e de pesquisa com bate papo inicial.
	Ambientação	Exploração de recursos <i>online</i> (produtos educacionais no portal eduCAPES e canal “Eu canto Matemática” usando o <i>YouTube</i>).
Rodada 2	2º Encontro presencial	Participação em dinâmica de entrosamento e investigação do campo “Grandezas e Medidas” e do conceito de Área a partir de questões disparadoras.
	Estudos e pesquisas	Orientamos a pesquisa por questões que geralmente são desenvolvidas em sala de aula sobre Grandezas e Medidas, com ênfase no conceito de área.
Rodada 3	3º Encontro presencial	Socialização das questões pesquisadas e discussão a partir das tarefas propostas.
	Estudos e pesquisas	Indicamos o estudo dos tópicos discutidos durante os encontros presenciais.
Rodada 4	4º Encontro presencial	Formulação da situação-problema 1 e discussão a partir das tarefas propostas.
	Estudos e pesquisas	Organização para apresentação da situação-problema 1.
Rodada 5	5º Encontro presencial	Socialização da situação-problema 1, finalização da lista de percepções e formulação da situação-problema 2.
	Estudos e pesquisas	Organização para aplicação da situação-problema 1 e estudo para apresentação da situação-problema 2.
	Fórum	- Tópico 1: Participação no “Fórum de apresentação”. - Tópico 2: Acessar ao vídeo “Entrevista a Paulo Figueiredo Lima”, realizar a leitura do texto “Grandezas e Medidas” de Lima e Bellemain (2010) e participar no “1º Fórum de discussão” – O ensino de Grandezas e Medidas.
Rodada 6	6º Encontro presencial	Socialização da situação-problema 2 e discussão a partir das tarefas propostas.
	Estudos e pesquisas	Aplicação em sala de aula da situação-problema 1 e organização para a aplicação da situação-problema 2.
	Fórum	- Tópico 3: Ler o guia didático “Na medida certa! A experiência de uma formação continuada” de Brandão e colaboradores (2016), acessar e explorar o Tangram e o Geoplano quadrangular <i>online</i> e participar no “2º Fórum de discussão” – Materiais manipulativos: Tangram e Geoplano quadrangular.
Rodada 7	7º Encontro presencial	Discussão, a partir da leitura do Poema “Pontinho de vista” de Bandeira (2002), desenvolvimento de tarefas e apresentação da aplicação da situação-problema 1.
	Estudos e pesquisas	Aplicação em sala de aula da situação-problema 2 e elaboração do Relato de experiência da aplicação da situação-problema 1.
	Fórum	- Tópico 4: Assistir ao vídeo “Debate – Grandezas e medidas no de alfabetização”, ler o texto “Grandezas e Medidas no ciclo de alfabetização” de Mendonça e colaboradores (2014) e participar no “3º Fórum de discussão” – Desafios para o ensino de Grandezas e Medidas.
Rodada 8	8º Encontro presencial	Continuação da apresentação da aplicação da situação-problema 1 e socialização da aplicação da situação-problema 2.
	Estudos e pesquisas	Elaboração do Relato de experiência da aplicação da situação-problema 2.
	Relato de experiência da prática	- Tópico 2: Envio do Relato de experiência da aplicação da situação-problema 1. - Tópico 3: Envio do Relato de experiência da aplicação da situação-problema 2.
Rodada 9	9º Encontro presencial	Exposição de recursos didáticos, desenvolvimento de tarefas, participação em dinâmica de encerramento e roda de conversa.
	Fórum	- Tópico 5: Participação no “Fórum avaliando a formação”.

Fonte: Arquivo da pesquisa (2019)

A equipe de execução da formação foi composta por membros do Gepem-ES, Andressa de Oliveira Faria Lorenzutti, Edna Vanuza Vitoraci, Vanusa Stefanon Maroquio e Maria Auxiliadora Vilela Paiva, carinhosamente chamada de Dôra.

Na condição de cursistas, contamos com a participação de dezesseis professores que ensinam Matemática na rede pública de ensino. Desse grupo, dez professoras concluíram o curso de formação, sendo uma participante licenciada em Matemática e as demais licenciadas em Pedagogia e atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para garantir a preservação da identidade das professoras e atender às normatizações do Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos do Ifes, na apresentação das vivências da formação adotamos nomes fictícios e, a fim de ilustrarmos os participantes da ação, adotaremos avatares², que irão interagir contigo a partir deste capítulo.

Equipe de Formação



Professoras cursistas



A seguir, detalhamos a metodologia e os pressupostos que embasaram a formação

² Os avatares foram produzidos Bitmoji (aplicativo de criação de avatar gratuito). Acesse em: <https://www.bitmoji.com/>

2 - Metodologia de formação

Consideramos que o professor possui saberes próprios que o distingue de outros profissionais. Deste modo, ao reconhecermos a importância da valorização dos saberes que emergem da prática docente, buscamos inspiração e orientação em estudos que têm essas premissas.

Nesse contexto, contamos com contribuições dos estudos de Shulman (1987), Ball e colaboradores (2002, 2008), Davis e colaboradores (2006, 2014), Giraldo e colaboradores (2017), e consideramos as ideias de Paiva (2018):

1. a educação deve contemplar práticas democráticas e inclusivas; 2. a construção do conhecimento é mais do que pura transmissão de conteúdos formalizados, abarcando o estabelecimento de culturas relacionadas a este conhecimento; 3. a escola, como espaço de produção de conhecimento, não deve se restringir à apresentação do conteúdo formalizado, mas sim, abranger as várias formas de abordagem do mesmo; 4. que ser professor exige saberes próprios, saberes da profissão (PAIVA, 2018, p.61, tradução nossa).

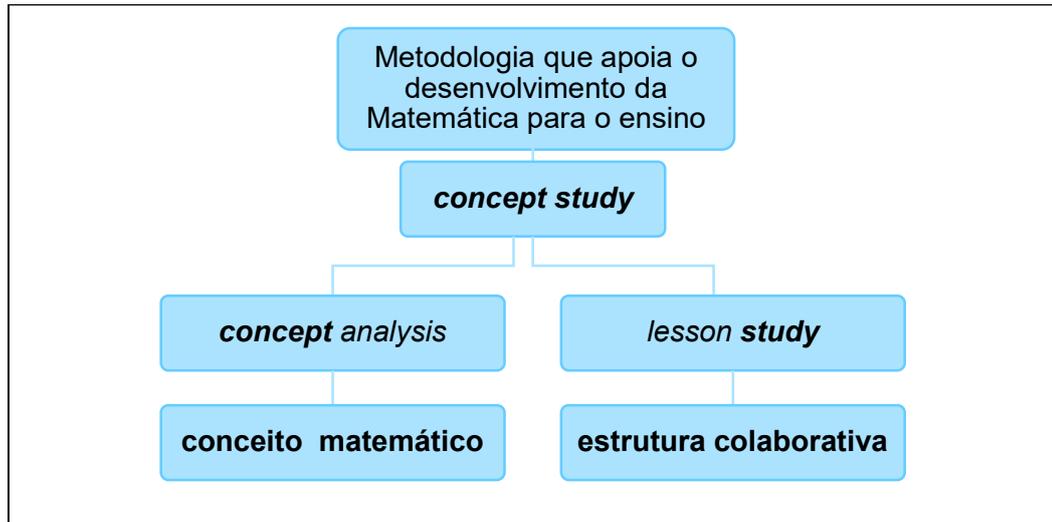
Reiterando nosso posicionamento da existência de saberes próprios e necessários à docência, consideramos que contextos formativos devem relacionar-se com as demandas dos professores e valorizar seus saberes. Neste sentido, nos fundamentamos na concepção de Matemática para o ensino:

A Matemática para o Ensino é uma forma de se relacionar com o conhecimento de matemática que possibilita ao professor estruturar situações de aprendizagem, interpretar conscientemente as ações dos alunos e ter flexibilidade para responder, de modo que permita aos alunos estender entendimentos e expandir o alcance de suas possibilidades de interpretações através do acesso a conexões poderosas e práticas apropriadas (DAVIS; RENERT, 2014, p.4, tradução nossa).

Para desenvolver a Matemática para o Ensino, Davis e Renert (2014) apresentam o *concept study*, “uma metodologia participativa por meio da qual professores interrogam e elaboram sua matemática” (DAVIS; RENERT, 2014, p.35, tradução nossa).

Tal metodologia contempla elementos de duas noções: análise do conceito (*concept analysis*) e pesquisa de aula (*lesson study*).

Elementos da metodologia *concept study*



Fonte: Elaborado pelas autoras (2021)

Assim, *concept study* orienta-se pelas seguintes premissas:

- Saber individual e saber coletivo não podem ser dicotomizados; possibilidades coletivas estão envolvidas e se desdobram em entendimentos individuais.
- Matemática para o ensino é muito vasto e muito volátil para ser considerado em termos de domínio por qualquer indivíduo. Pelo contrário, é simultaneamente um fenômeno individual e coletivo.
- No âmbito individual, entendimentos de conceitos matemáticos e concepções de matemática são emergentes.
- No âmbito dos coletivos sociais, o conhecimento dos professores sobre matemática é amplamente tácito, mas elementos críticos podem ser disponibilizados para interrogatório em configurações de grupo.
- No âmbito cultural, os professores são participantes vitais na criação da matemática, principalmente através da seleção e ênfases preferencial dada a determinadas interpretações sobre os outros (DAVIS; RENERT, 2014, p.33, tradução nossa).

Ao elencar tais premissas, Davis e Renert (2014) sugerem que nas discussões entre professores o conhecimento individual e coletivo se entrelaçam e se complementam, possibilitando que saberes sejam (re)significados, constituindo-se em uma matemática para o ensino.

Sobre essa abordagem Rangel (2015, p.222) destaca que: “Em um *concept study*, os professores participantes têm um duplo papel: como sujeitos da investigação e como condutores do processo, sendo, em ambos os casos, protagonistas de um processo coletivo de reflexão sobre os saberes docente”, este apontamento indica a

importância do engajamento e comprometimento dos professores participantes no desenvolvimento de saberes para o ensino.

Em termos de finalidade, *concept study* pode constituir-se “tanto em uma metodologia de formação continuada, em que professores são autores do próprio processo formativo, como em um instrumento para produção de dados para pesquisas sobre conhecimentos de matemática para o ensino” (GIRALDO *et al.*, 2017, p.5). Neste segundo caso, Davis e Renert (2014) sugerem a identificação de ênfases a partir das discussões coletivas.

Em diferentes grupos e tópicos de discussão quatro "ênfases" se mostraram produtivas: *Realizations*, *Landscapes*, *Entailments* e *Blends*, respectivamente Percepções, Panoramas, Vinculações e Misturas (tradução nossa), sendo que apenas a primeira ênfase é estruturada intencionalmente, as demais emergem das discussões entre professores, envolvendo os entendimentos explícitos e tácitos.

[...] identificar significados existentes ("Percepções") analisando o fluxo desses significados dentro do currículo ("Panoramas"), explorando suas implicações para aplicações e outros conceitos ("Vinculações"), combinando-as em construções mais poderosas ("Misturas") (DAVIS; RENERT, 2014, p. 49, tradução nossa).

A fim de conhecer, compreender e atender às demandas dos professores em formação, propomos tarefas com situações-problema como meio de investigar e problematizar os entendimentos pré-existentes relacionados ao conceito de área. Portanto, essa articulação visou contribuir para que os professores questionassem suas respostas, de modo que fossem capazes de elaborar diferentes estratégias e produzir significados próprios.

Diante dessas perspectivas, nos propomos desenvolver uma formação que valorize a colaboração e discussões coletivas a partir das experiências das práticas de sala de aula, da vida social e da cultura matemática de cada participante, tendo como objetivo a (re)significação de saberes para o ensino.

Como citamos, a metodologia *concept study* que embasou a formação, tem como elemento chave um conceito matemático, que trataremos no próximo capítulo.

3 - Conceitos matemáticos

A metodologia *concept study* propõe discussões orientadas a partir de um conceito matemático, em nosso estudo elegemos o conceito de Área.

Antes de começarmos a leitura sobre os conceitos matemáticos, pedimos que pegue lápis e papel; anotando suas ideias sobre as seguintes perguntas:

Como medimos? O que medimos? Por que medimos?

Ao final da leitura, retome essa anotação e observe o que lhe parece (re)significado.

A escolha do conceito matemático adveio das considerações de Lima e Bellemain (2010) sobre o campo “Grandezas e Medidas”, por demanda indicada nos índices da Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (2017) e em experiências vivenciadas pelas autoras em suas práticas docentes na Educação Básica.

No campo “Grandezas e Medidas” temos estudos relacionados à estimativa, comparação, medição, grandezas geométricas, grandezas físicas e grandezas associadas à troca de bens. Diante dessa diversidade de conceitos no campo “Grandezas e Medidas” precisávamos escolher um conceito específico para ser o assunto orientador do processo formativo e assim, elegemos a Área, como grandeza geométrica, como nosso objeto de estudo.

A seleção entre as grandezas geométricas do conceito de Área deu-se por ser um conceito matemático desenvolvido no ensino básico, por relacionar-se a áreas de conhecimento além da matemática e por ser útil em situações do dia a dia. Além disso, Moraes e Teles (2014, p.12-13) indicam que “É preciso extrapolar o senso comum e planejar situações didáticas que abordem aspectos conceituais delicados no campo das grandezas e medidas”.

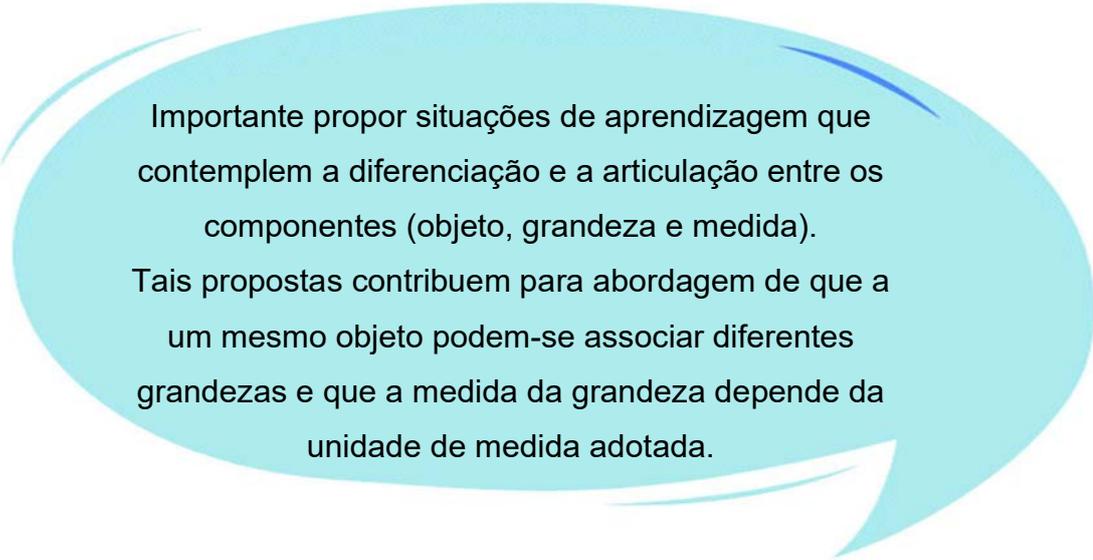
Assim, ao reconhecermos que as compreensões de conceitos deste campo colaboram para a construção do pensamento matemático, nos propomos a investigar

o conceito de área para o ensino com professores da Educação Básica. Para apresentar aspectos teóricos das grandezas e medidas, mais especificamente do conceito de área consideramos os estudos de Caraça (1951), Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002), Lima e Bellemain (2010).

A estimativa de medida é utilizada em situações em que as aproximações são suficientes e com pouca necessidade de exatidão. Para isto, usamos as chamadas comparações e medições mentais. A habilidade de estimar colabora, por exemplo, para que sejam construídos entendimentos sobre a escolha de unidade de medidas adequadas.

A comparação envolve as relações entre as grandezas: igual, menor e maior. A ação de comparar contribui para a diferenciação entre as grandezas, visto que a comparação é distinta conforme a grandeza. Por exemplo, para o comprimento alinhamos os objetos em análise, já para o peso o alinhamento não é indicado.

Além de estimar e comparar, há casos em que precisamos medir, Lima e Bellemain (2010, p. 178) descrevem que “Medir uma grandeza é atribuir um número a esta grandeza. A medição de uma grandeza pode ser realizada em um objeto, em um fenômeno, ou ser efetuada em representações gráficas de objetos” e complementam indicando que os componentes envolvidos no processo de medir podem ser organizados em três domínios: o do objeto geométrico, o da grandeza e o da medida da grandeza.

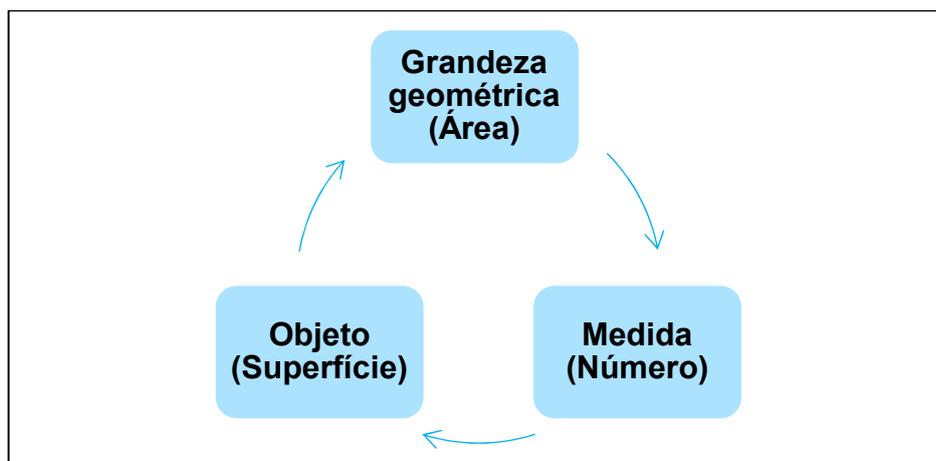


Importante propor situações de aprendizagem que contemplem a diferenciação e a articulação entre os componentes (objeto, grandeza e medida).

Tais propostas contribuem para abordagem de que a um mesmo objeto podem-se associar diferentes grandezas e que a medida da grandeza depende da unidade de medida adotada.

Assim, os componentes envolvidos no processo de medir a área de um determinado objeto podem ser representados conforme o diagrama a seguir:

Componentes relacionados ao processo de medir a Área



Fonte: Elaborado pelas autoras (2021)

Um dos desafios relacionados às grandezas área e comprimento, diz respeito à relação entre área e perímetro³ e à dissociação desses conceitos. Diante dessas questões, Baltar (1996) classificou a distinção entre área e perímetro em quatro pontos de vista:

[...] **topológico**, em que os conceitos de área e perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, sendo a área associada à superfície e o perímetro a seu contorno; **dimensional**, quando uma superfície e seu contorno são objetos geométricos de naturezas distintas com relação às dimensões, trazendo consequências sobre o uso das unidades das medidas de área e perímetro; **computacional**, que corresponde à aquisição das fórmulas de área e perímetro de figuras usuais; **variacional**, em que área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, onde superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa (BALTAR, 1996 *apud* FERREIRA, 2010, p. 16, grifo nosso).

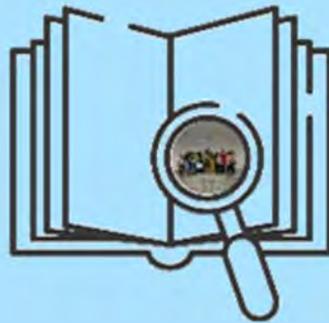
Com base nessas perspectivas, consideramos que para a construção dos conceitos desse campo, devemos enfatizar discussões sobre o que é medir, grandezas envolvidas nas medições, e a escolha da unidade de medida.

A seguir, descrevemos as ações da formação abordando discussões emergentes e problematizações que reconhecemos serem relevantes para formações docentes e práticas de sala de aula futuras.

³ Adotamos a definição de perímetro apresentada por Lima e Bellemain (2010, p. 186), “o perímetro é o comprimento do contorno de uma região”.

Já parou para pensar
que o encontro começa
com um olhar?

E para nos encantar,
você escolheu esse livro
para seus olhos fitar.



Como é bom ter você
para compartilhar!

Boa leitura!

PARTE II: *Ações comentadas*



4 - Interações com o grupo

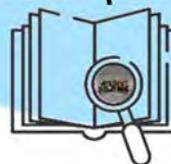
O desenvolvimento de um processo formativo embasado na metodologia *concept study* funda-se na discussão coletiva a partir dos saberes que emergem da prática dos docentes.

Deste modo, a adoção desta metodologia demanda essencialmente envolvimento e comprometimento dos professores em formação.

Visando o engajamento dos professores em formação, propomos ações a fim de conhecer suas motivações e necessidades.

A seguir, iniciamos a exposição das ações comentadas, detalhando aquelas que objetivaram acolher e orientar os professores sobre a proposta do curso.

A metodologia *concept study* prevê que os participantes assumam um duplo papel: sujeitos da investigação e condutores do processo formativo. Portanto, é essencial criar espaços para que dúvidas, sugestões e vivências sejam compartilhadas.



Bate papo inicial

Iniciamos o curso apresentando a proposta de formação e indicamos a vinculação com uma pesquisa de mestrado e mediante o aceite de participação voluntária dos presentes, demos andamento ao encontro.

A fim de conhecer as demandas e expectativas dos professores, conduzimos um momento de bate papo inicial. Para isto, a equipe de formação compartilhou vivências da prática docente na Educação Básica e de outros cursos de formação ofertados por meio de parceria entre Gepem-ES e SEME-Cariacica.

Os professores tiveram oportunidade de compartilhar sua relação com a Matemática, conhecimentos da formação acadêmica e vivências da prática docente.

A seguir, um depoimento ilustrando este momento:

Profª. Ludimila: – A minha formação é em artes, meu primeiro concurso desta rede foi por conta do magistério. [...] Tem muitas coisas da Matemática que a gente não vê também [...] então, toda vez que eu tenho oportunidade de fazer formação eu participo [...] porque assim é um desafio o ensino da Matemática para mim.



Já neste bate papo inicial os professores socializaram experiências da prática docente envolvendo temas como: operações com fração, algoritmo da divisão e decomposição em fatores primos.

Dinâmicas desenvolvidas

Com intuito de aproximar os professores, juntos cantamos a música “Medidas de comprimento”.

Letra da canção “Medidas de comprimento”

1. Olha eu fiz um *reggae* pra você / Feito uma medida pra aprender
Falam de medida e medição / Esse *reggae* tem unidades de montão
Pé, passo, palmo e polegar / Pé, passo, palmo e polegar
Antigamente se media assim / Em Vladivostok, Manaus ou em Berlim
Pé, passo, palmo e polegar / Pé, passo, palmo e polegar
Atualmente se mede assim também / Lá em Nova York, alvador e Belém
2. Pode ser caneta e pode lápis sim / Pode medir mesa, bola e bandolir
Pode ser borracha, régua ou dedão / Pode medir gente, gigante ou anã
3. E certo dia tomaram a decisão / Ter comprimento com maior precisã
E adotado na decisão final / Ficou o metro como unidade fundamental

Com palavras da música “Medidas de comprimento”, desenvolvemos uma dinâmica de entrosamento. Para isto, entregamos um envelope vermelho para cada participante contendo a mensagem: “Na música eu sou ...”, em que todos os presentes participaram.



Figura - Materiais do 1º encontro presencial



Profª. Fran: – Na música eu sou aprender, meu nome é Fran, sou professora [...] A vontade é de aprender Matemática para ter uma maneira diferenciada de trabalhar com as crianças.

Concluindo as apresentações, convidamos os professores para abrirem o envelope, no qual havia uma barra de chocolate acompanhado do bilhete ao lado:

*Você é uma palavra nessa canção.
Aqui, você é o MOTIVO desse encontro!
Seja bem-vindo!*

Figura - Bilhete da dinâmica de entrosamento

A partir desta dinâmica, surgiu o tema de alternativas pedagógicas e das possibilidades de dinamizar o ensino da Matemática, por meio de histórias e jogos. Sobre essa temática, tivemos várias contribuições, como o depoimento a seguir:

Profª. Lili: – Eu já trabalhei com meus alunos o tamanho deles, no caso, a altura. Colocando eles (*sic*) um no ladinho do outro e explicando. Na Educação Infantil o que geralmente trabalho é a questão de pequeno e grande, maior e menor. Depois vou incluindo, os passos e as mãozinhas deles mesmos. Podemos usar objetos da sala para ir mostrando o que é mais leve e mais pesado, ou pedir para trazerem outros objetos de casa [...]. Para começar o estudo desse tema eu usei a música da Xuxa, com essa música, podemos trabalhar essas ideias de maior e menor, grande e pequeno [...]. Tão grande, essa música mesmo!



Uma outra ação que objetivou envolver os professores aconteceu envolvendo a temática do “Dia do Professor”, visto que a data tinha sido comemorada na semana antecedente ao encontro.

Para essa ação, conduzimos uma homenagem aos professores com a entrega cartão lembrança ao som da canção “Aquarela do professor”:

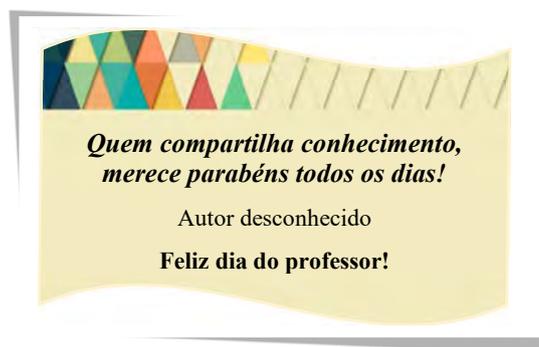


Figura - Cartão lembrança

Letra da canção “Aquarela do professor”

Numa folha qualquer eu desenho um mundo mais belo.
E se sou professor este mundo “pro” aluno eu revelo
Com o lápis na mão eu escrevo uma linda história
E acredito no ser que vai em busca da sua vitória
Se um pinguinho de sonho cai no coração de um menino
Num instante imagino uma linda poesia a soar aqui
E cantando doces palavras que nasceram do coração
Transbordando o sentimento que se ouve nessa canção
Como uma aquarela cores lindas belas
É tão bonito sorrir e sonhar
Entre as folhas de um caderno uma história para contar
Tudo em volta vem surgindo quantas vidas já vi passar
Basta imaginar ele partindo confiante e lindo
E se ele quiser ele vai brilhar

Música original Aquarela do compositor Toquinho,
adaptação de Marcia Gomes e Nuno Arcanjo
do Núcleo Regional de Educação de Cianorte.



Para finalizar o curso, pontuamos o compromisso exemplar das professoras concludentes e em sinal de agradecimento, realizamos uma dinâmica na qual relacionamos, a partir das qualidades percebidas em cada uma das professoras, características das princesas dos contos de fada.

Estruturamos uma apresentação com *slide* com os principais momentos da formação e presenteamos cada uma com um bombom e um marcador de páginas.



Figura - Marcador de páginas

Roda de conversa

Considerando “a complexidade imbricada na matemática para o ensino deve ser experimentada – vista, ouvida e sentida” (DAVIS; RENERT, 2014, p.3, tradução nossa). As experiências de VER e de OUVIR permearam todo o processo formativo e, mais especificamente, para a experiência de SENTIR, propusemos uma roda de conversa no último encontro presencial.

Ao buscar o significado da palavra sentir, identificamos: ser capaz de perceber através dos sentidos, ter consciência, entender e apreciar. Com a roda de conversa visamos gerar um olhar atencioso para a produção de conhecimento do grupo. Os professores foram convidados a apresentar suas experiências e dar sugestões para futuras ações. Para isto, ao final do processo formativo, propomos uma roda de conversa a partir das expressões:



- ✓ **Que bom:** Exposição dos aspectos positivos da participação na formação, vivências que mais gostaram e quais contribuições se efetivaram na prática.

Profª. Sandy: – Sobre o “que bom”, foi bem essa questão do perímetro e da área, porque na minha cabeça eu já tinha que ir para o número, eu já tinha que ir somar todos os lados (*sic*). Mas agora vejo a possibilidade de uma construção com os alunos, por mais que talvez se eu perguntasse para eles hoje, vamos lá fazer o perímetro dessa mesa, pode ser difícil por causa da palavra, mas se eu investigar com eles trazendo a ideia do contorno, incentivando para tentar, e depois com a área, trazendo a ideia de superfície, do preenchimento, eles já conseguem realizar, eu vi que eles conseguiram entender esse conceito, porque eu consegui entender aqui também melhor, vamos dizer assim!



- ✓ **Que pena:** Socialização do que poderia ter sido desenvolvido e o que discutiram no curso, que ainda não tinha se efetivado na prática docente.



Profª. Alverina: – Eu tenho duas formações, Letras e Pedagogia, mas eu tenho mais experiência na área de Letras, então quando a Profª. Lili me falou do curso de matemática, eu logo fiquei assim... Desde criança minhas notas não foram boas em matemática, eu odiava. Mas ao chegar aqui no curso, eu vi muito mais e completamente diferente. Passei a ter até uma simpatia pela matemática e vejo que estou me apaixonando por ela. Eu sou mais quietinha e fico observando os perfis das colegas e sinto que cresci muito e pretendo crescer mais. Quando vocês falam “que pena”, que pena que acabou, poderia ter mais tempo!

- ✓ **Que tal:** Apresentação de sugestões para ações de formação futuras e quais eram as novas pretensões para a prática de sala de aula a partir da formação.

Profª. Ludimila: – Se eu for falar “que tal”, que tal a gente ter mais oportunidades de trabalhar [...] outros conteúdos e temas relacionados à matemática com essa abertura de ver um pensamento diferente do nosso, conhecer práticas dos outros colegas, isso nos leva a formular a teoria de forma diferente e abre uma reflexão dentro da nossa prática, de saber de outra maneira. Porque às vezes a gente pensa que sabe de um jeito e acaba vendo que pode aprender de outro jeito, até mesmo para ensinar!



A Roda de conversa proporcionou um resgate desde as primeiras percepções compartilhadas até a (re)significação dos saberes para o ensino.

5 - Questões disparadoras

Na metodologia *concept study*, o ponto de partida para as discussões coletivas foi a proposição de questão disparadora relacionada a um determinado conceito matemático, em nosso caso o conceito de Área, a fim de investigar as primeiras percepções dos professores.

Considerando a área enquanto grandeza geométrica, reconhecemos que aspectos matemáticos do campo “Grandezas e Medidas” têm valor estruturante para a construção do conceito de Área. Deste modo, iniciamos a investigação das percepções do grupo a partir da questão “O que é medir?” e percebendo que os professores estavam mais envolvidos, propomos outra questão: “O que é essencial para o ensino e aprendizagem de área?”.

As percepções correspondem a todo tipo de associação que um aprendiz utiliza a fim de representar uma construção matemática (DAVIS; RENERT, 2014)



Investigação do campo “Grandezas e Medidas”

Apresentamos a questão “O que é medir?”, e indicamos que não havia certo ou errado, mas as ideias e visões sobre a pergunta.

Propomos compor colaborativamente uma lista das percepções do grupo. De forma consensual, os professores decidiram expor oralmente.

À medida que as apresentavam, fizemos o registo no quadro.

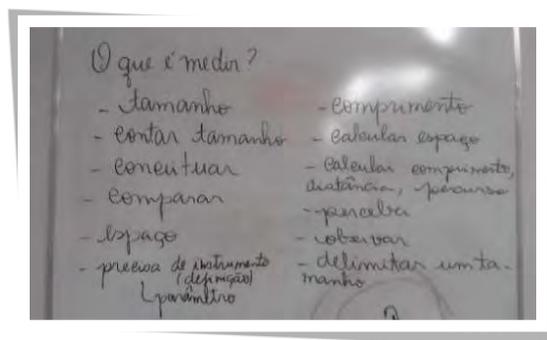


Figura - Primeiras percepções sobre o campo “Grandezas e Medidas”

Apesar do consentimento inicial em socializar oralmente, notamos que as percepções foram bem diretas. Percebemos que alguns professores tiveram timidez e / ou receio de falar detalhadamente, demandando uma investigação mais específica.

A fim de melhor compreender os termos escolhidos para expor as percepções, retomamos os termos presentes na lista conduzindo questionamento para todo o grupo, deixando-os livres para exporem suas impressões, caso houvesse interesse.

Ao retomarmos a lista de percepções, uma professora pontuou que algumas percepções poderiam se complementar, essa observação contribuiu para que o grupo se mobilizasse para identificar associações e dissociações, gerando questionamentos sobre a pertinência de alguns dos termos da lista.

Durante a discussão sobre as percepções, os professores indicaram concordar que medir significava comparar. Com o intuito de problematizar esse entendimento propomos duas situações visuais. Primeiro solicitamos que a Prof^a. Sandy se posicionasse ao lado de uma das formadoras.

Em resposta ao questionamento de quem era a pessoa mais alta, responderam ser a Prof^a. Sandy. Então, perguntamos se houve a necessidade de medir para dizer quem era a pessoa mais alta?

Após a elaboração da lista de percepções do grupo, caso não surjam articulações entre as percepções apresentadas, sugerimos como questionamento: Existe aproximação entre as percepções que foram compartilhadas?



Prof^a. Bibi: – Observamos somente.
Prof^a. Ludimila: – É, por observação. Mas, comparamos!
Prof^a. Maria: – É perceptível!



Os enunciados revelaram que os professores não chegaram à conclusão sobre a relação entre medir e comparar. Assim, propomos outra situação. Mostramos uma caixa fechada para que relacionassem a caixa com o sólido geométrico paralelepípedo. Em meio à discussão a Prof^a. Ludimila manifestou-se:

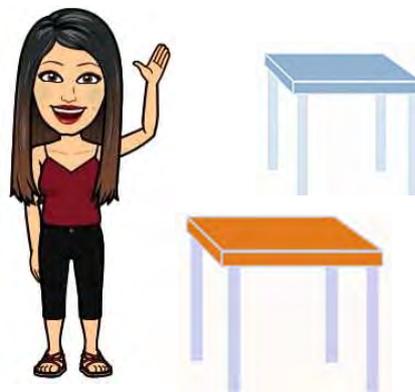


Prof^a. Ludimila: – Para você medir, você pega algo para medir. O paralelepípedo não, se você vê o paralelepípedo e vê a caixa eles possuem a mesma forma [...]. Agora, se você for medir, você precisa pegar a régua para comparar [...].

A partir dos exemplos visuais, as discussões subseqüentes contribuíram para a compreensão de que podemos comparar sem medir, ou seja, comparar sem indicar valor numérico às grandezas.

Dentre as percepções apresentadas que foram retomadas, a percepção “Delimitar um tamanho” conduziu mais especificamente para emergir a discussão sobre o conceito de área.

Prof^a. Sandy: – Fui eu! É que pensei. Pensei mesmo na questão de área. Tem essa mesa, para medir daqui até ali, assim nesse sentido.



Ao enunciar, a Prof^a. Sandy simultaneamente mostrou a superfície da mesa, essa situação remete às formas que podem ser utilizadas para descrever as percepções. Segundo Davis e Renert (2014, p.58) as percepções podem ser comunicadas por meio de: “definições formais, algoritmos, metáforas, imagens, aplicações e gestos”, neste caso, percebe-se que a Prof^a. Sandy usou o gesto para expor seu entendimento.

A partir da exposição da Prof^a. Sandy, propomos realizar o que a professora tinha enunciado e assim indicamos ao grupo: “Medir a mesa”, sem especificar a grandeza a ser medida.

Disponibilizamos uma caixa com materiais diversos para auxiliar na medição e mesas disponíveis no local, que tinham dimensões iguais.



Figuras - Mesas e alguns dos materiais disponibilizados

Nas resoluções foram apresentados dados referentes às grandezas de área e de comprimento, como seguem:

Equipe	Recursos utilizados		Resolução
A	Quadrado amarelo Dimensões 15cm x 15cm		Área do tampo = $28 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$ quadrados amarelos
B	Régua		Comprimento do pé da mesa = 74 cm Comprimento do tampo = 80 cm Área do tampo = 6400 cm ²
	Quadrado verde Dimensões 20 cm x 20 cm		Área do tampo = 16 quadrados verdes
C	Quadrado azul Dimensões 10 cm x 10 cm		Área do tampo = 64 quadrados azuis
	Trena		Comprimento do tampo = 80 cm Área do tampo = 6400 cm ²
D	Palmo		Perímetro do tampo = 16 palmos
	Caneta esferográfica com tampa		Perímetro do tampo = 20 canetas

Fonte: Arquivo da pesquisa (2019)

A seguir, temáticas envolvidas na discussão coletiva sobre “Medir a mesa”:

Equipe A: Contagem das unidades de área, a escolha de unidade de medida não padronizada e o conceito de fração.

Equipe B: Manuseio da régua, entendimentos do grupo sobre as unidades de medida padronizadas cm e cm^2 , o uso de unidades de medida não padronizadas e a abstração da fórmula do cálculo de área.

Equipe C: A necessidade de medidas mais precisas, a história da padronização e a comparação entre unidades de medida.

Equipe D: Unidades de medidas antropométricas, a ideia de unidade padrão e o conceito de perímetro.

Ao retomar os aspectos envolvidos durante a resolução, socialização e discussão coletiva da tarefa, o grupo elaborou o diagrama ao lado que evidencia os elementos envolvidos no processo de medir, que conforme Lima e Bellemain (2010, p.173) podem “ser organizados em três universos ou domínios: o do objeto geométrico, o da grandeza e o da medida da grandeza”.

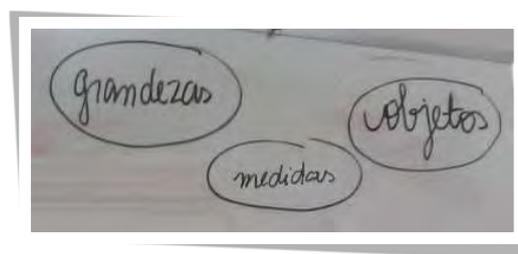


Figura - Diagrama com elementos do processo de medir elaborado a partir das discussões coletivas.

Em seguida, demos continuidade ao encontro, e propomos a segunda questão disparadora, que apresentamos na sequência.

📖 Investigação do conceito de área

Para a investigação do conceito de área indicamos como questão disparadora: “O que é essencial para o ensino e aprendizagem de área?”. Essa ação foi desenvolvida de forma menos direcionada que no primeiro questionamento.

Na questão anterior os professores deram opiniões mais individuais, que foram retomadas e discutidas no coletivo. Já na segunda pergunta os entendimentos apresentados ocorreram de forma mais coletiva, propiciando diálogos entre os próprios docentes, inclusive com relatos de vivências pessoais.



Profª. Fran: – Um dia desses aconteceu uma situação comigo. O pedreiro que estava trabalhando para minha filha me ligou e falou assim: “– Eu preciso saber quanto mede o *closet* da sua filha para calcular a quantidade de material que vou comprar” [...]. Ó meu Deus, como é que eu vou fazer isso? [...]. Então eu peguei o jornal, abri e coloquei espalhadinho no chão. Então falei ao pedreiro, deu tantos jornais (*sic*) [...]. A medida ficou por conta dele lá, mas eu não tinha outra coisa para usar.

Aconteceram também relatos da prática de sala de aula e foram retomadas discussões da situação-problema “Medir a mesa” para exemplificar entendimentos sobre o ensino do conceito de área.



Profª. Ludimila: – A gente vê sugestões no livro, por exemplo, para que os alunos façam a contagem dos passos para medir a largura da sala. Tem também a contagem das cerâmicas do chão da sala, a partir dali, conseguimos fazer e explicar o cálculo da área. Eles visualizam a cerâmica que tem na sala, é uma forma de apresentar a área [...].

Profª. Maria: – Isso! Como a gente fez cobrindo com os quadrados e pode usar o caderno deles também, vai fazendo recobrimento.



Esses primeiros momentos de discussão, envolvendo o uso de diferentes recursos para medir o tampo da mesa e a escolha das folhas de jornais no caso do *closet* da filha da Profª. Fran, contribuíram para a compreensão de que a seleção da unidade de medida tem como determinantes: a unidade seja da mesma natureza da grandeza, subordina-se à dimensão do espaço a ser medido e varia conforme o rigor que se almeja.

Então, com base nas discussões, o grupo colaborativamente compôs a lista das primeiras percepções sobre o conceito de área.

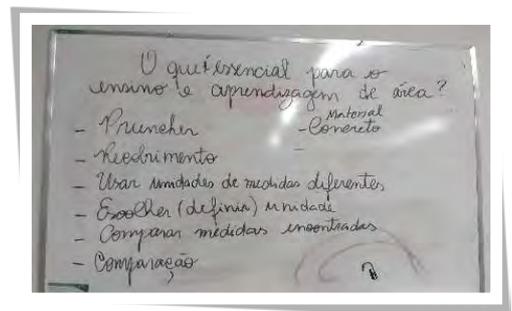


Figura - Primeiras percepções sobre o conceito de área

O movimento de (re)significação das percepções

As percepções do grupo permearam todo o processo formativo, em diversas situações retomamos as percepções elencadas articulando-as com as discussões emergentes e conhecimentos compartilhados.

Além disso, contamos com experiências da prática docente e da vida social compartilhadas que evidenciaram a relevância da compreensão dos aspectos matemáticos e as possibilidades de uso do conceito de área em situações diárias.

Com o intuito de investigar indícios de (re)significações das percepções, após a discussão coletiva de algumas tarefas, retomamos as questões disparadoras e as listas iniciais de percepções.

Começamos com a questão: “O que é medir?”, após diálogos entre os professores, visando que o grupo organizasse as ideias envolvidas na discussão coletiva, indicamos que retomassem os processos envolvidos na resolução da situação-problema “Medir a mesa”. A seguir um recorte desta discussão:

Prof^a. Bibi: – Primeiro estipula um objeto.

Prof^a. Fran: – Depois escolhe a unidade de medida.

Prof^a. Maria: – Sim, escolher o objeto eu concordo.

Prof^a. Alice: – Mas você não pode usar uma régua se você for medir a distância de uma rua, neste caso, você usará outro instrumento.

Prof^a. Bibi: – Isso. Precisa saber o que vai medir, como no caso da mesa, que cada um tomou sua decisão.

Prof^a. Lili: – A gente usou a caneta.

Prof^a. Alice: – Nós usamos o quadrado e depois a trena.

Prof^a. Maria: – Eu não teria que escolher primeiro o objeto, para eu pensar na grandeza e depois a unidade de medida?

Prof^a. Bibi: – É, vai depender! Descobrimo o que eu tenho ou o que eu quero medir, isso é antes da unidade de medida.

Prof^a. Lili: – Então, primeiro é definir o objeto?

Prof^a. Alice: – A gente não conseguiu achar a palavra ainda, mas por exemplo, o tamanho da mesa não medimos com a balança!

Prof^a. Bárbara: – Primeiro o objeto, depois quando eu definir o que eu vou medir, que é a grandeza, então, eu vou saber qual instrumento. Em seguida, vem a unidade de medida, podendo ser convencional ou não.

Prof^a. Fran: – Isso mesmo. Tem que definir a grandeza!

A partir desses primeiros diálogos, os professores pontuaram que primeiro definiriam o objeto, depois o que iriam medir, correspondendo à grandeza. No caso

da mesa verificaram como possibilidade a área do tampo ou os comprimentos. Em seguida, decidiram qual o melhor instrumento, definindo a unidade de medida conforme a precisão desejada.

Dando continuidade ao encontro retomamos a questão disparadora: “O que é essencial para o ensino e aprendizagem de área”, gerando novos diálogos:

Profª. Fran: – Fazer recobrimento é essencial.

Profª. Ludimila: – Para ir desenvolvendo a noção de espaço [...].

Profª. Bibi: – Com uso de material concreto.

Profª. Maria: – Como aquelas figuras geométricas, triângulo e quadrado no papel que a gente usou para preencher as formas [...].

Profª. Alice: – Mas essas opções a gente pode colocar como unidade de medida não padronizada e padronizada.

Profª. Ludimila: – E aí vai ter que escolher ou definir a unidade de medida.

Profª. Alice: – Definir é melhor do que escolher! [...].

Profª. Maria: – Então podemos tirar comparação dali?

Profª. Sandy: – Eu entendo comparar como ver a diferença entre um e outro.

Profª. Bibi: – Comparar se eu usei quadrados amarelos ou azuis, seria isso?

Profª. Alice: – Comparar as unidades de medida utilizadas então.

Neste momento, identificamos a demanda de problematizar a percepção “Comparação”. Relembramos discussões anteriores envolvendo a ideia de comparação sem a intervenção do quadro numérico, surgindo a percepção “figuras equivalentes”, que passou a compor a lista de percepções.

Durante a formação, os professores interagiram de modo que emergiram saberes da prática docente e social, surgindo inclusive outros conceitos matemáticos que contribuíram para ampliar a investigação e os conhecimentos.

A seguir, apresentamos a lista das percepções produzida pelos professores a partir das discussões e reflexões vivenciadas.

Com o intuito de problematizar as percepções, sugerimos como questionamentos:

- ✓ **Qual seu entendimento sobre essa percepção?**
- ✓ **Compreenderam o que o colega disse?**
- ✓ **Como você explicaria essa ideia para seu aluno?**



Lista das percepções re)significadas

O que é medir?	O que é essencial para o ensino e aprendizagem de área?
Definir o objeto	Recobrimento
Definir a grandeza (tempo, volume, massa, comprimento, velocidade, área, força...)	Usar unidades de medidas não padronizadas e padronizadas
Escolher a unidade de medida	Definir a unidade de medida
Comparar	Comparar as unidades de medidas utilizadas
Encontrar um número	Figuras equivalentes

Fonte: Arquivo da pesquisa (2019)

A metodologia *concept study* envolve simultaneamente significados e definições, tendo como principal objetivo a criação de “novas possibilidades para o ensino de matemática, expondo os professores a entendimentos e elaborações mais sutis da matemática existente [...] buscamos estudar novas possibilidades emergentes para a compreensão da matemática” (DAVIS; RENERT, 2014, p. 126, tradução nossa). Portanto, a lista das percepções (re)significadas dos professores sobre o campo “Grandezas e Medidas” e o conceito de área não se caracterizam como uma lista finalizada, mas fruto da produção de conhecimento dos professores da formação.

Assim como os professores compartilharam vivências, os alunos também têm conhecimentos pré-existentes. Possibilite que seu aluno tenha espaço para expressar-se! Já parou para pensar que ele pode contribuir e criar sua própria cultura matemática?



6 – Tarefas propostas

Visando conhecer, compreender e atender às necessidades dos professores da formação, desenvolvemos ações de modo a investigar e discutir conhecimentos pré-existentes relacionados ao conceito de Área.

Esclarecemos que as tarefas tiveram como ponto de partida as demandas apresentadas pelo próprio grupo. De modo geral, a partir de cada proposta direcionamos para uma discussão em equipes.

Após a resolução de cada tarefa, os professores eram convidados a compartilhar com todo o grupo, socializando o desenvolvimento da proposta, dúvidas emergentes e trocas de experiências.

Em relação à disposição do espaço físico/mobiliário, em momentos de discussão coletivas buscamos dispor as cadeiras em forma de roda. Nas tarefas em equipes, organizamos as mesas de modo que os diálogos ocorressem apenas entre os membros de cada equipe.

Questões trabalhadas em sala de aula

Nesta tarefa objetivamos conhecer as questões que os professores desenvolviam em suas salas de aula relacionadas ao campo “Grandezas e Medidas”, com ênfase no conceito de Área.

Pedimos aos professores que realizassem uma pesquisa e expusessem as questões selecionadas durante o encontro presencial. Após a exposição das questões e algumas discussões sobre experiências relacionadas a elas, uma das questões foi selecionada pelo grupo para resolução:

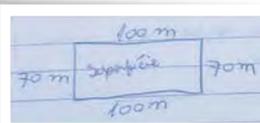
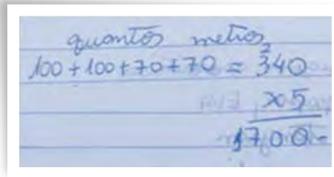
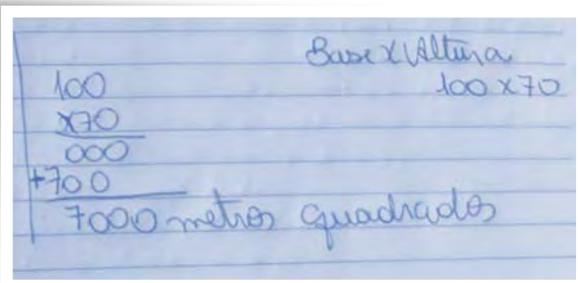
Profª. Alice: – Um campo de futebol retangular tem 100m x 70m de comprimento. Letra a) Para o aquecimento, os jogadores dão 5 voltas no campo. Quantos metros esse jogador percorre? Letra b) Qual a área desse campo?



Após resolução em equipes e apresentação, pedimos aos professores que dialogassem sobre a possibilidade de aplicação da questão nas respectivas salas de aula para que depois compartilhassem novamente com o grupo.

Na exposição da possível aplicação da questão em sala de aula, o grupo identificou erros na representação dos desenhos, no uso de escala e na indicação das unidades de medidas padronizadas. Durante essa sociabilização, os erros foram problematizados e corrigidos, gerando os registros a seguir:

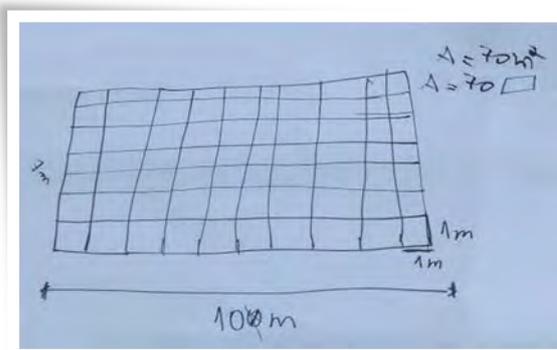
Resolução da equipe A



Alguns dos temas a serem explorados a partir desta resolução:

- Desenho
- Ladrilhamento
- Malha quadriculada
- Uso de escala
- Contagem das unidades de área (quadrados)
- Unidades não padronizadas e padronizadas

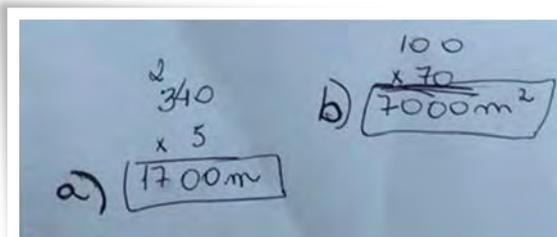
Resolução da equipe B



Alguns dos temas a serem explorados a partir desta resolução:

- Representação por desenho
- Adição e Multiplicação
- Fórmula do cálculo da medida de área
- Unidades de medidas escritas por extenso: metro e metro quadrado
- O quadrado como unidade de área

Resolução da equipe C



Alguns dos temas a serem explorados a partir desta resolução:

- Cálculo mental (Multiplicação por 10, 100 e 1000)
- Teorema de Pitágoras para cálculo da medida da diagonal
- Os símbolos m e m²

Construção de um metro quadrado

Percebemos, durante a ação formativa, que surgiram dúvidas quanto ao metro quadrado como unidade de área. A fim de discutir tal situação, disponibilizamos uma caixa com materiais diversos e indicamos a construção de um metro quadrado.

Após construção colaborativa foram apresentados três modelos distintos. A equipe A apresentou um quadrado formado por 4 quadrados. A equipe B expôs uma produção composta por 6 folhas de papel A4 e indicou que construiu uma forma com 4 lados iguais. A equipe C construiu um quadrado, o qual cada lado media 1 metro de comprimento.



Figuras - 3º encontro presencial

As produções dos três modelos deflagraram a discussão: Seria possível ter representações diferentes de metro quadrado?



Profª. Ludimila: – Depende. Por exemplo o meu cunhado faz arquitetura, então, quando ele faz a planta e os projetos usa escala [...].

Profª. Sandy: – Ah... eu achei que deveria ter 4 lados iguais somente para ser um metro quadrado.



O grupo conversou sobre a definição de um metro quadrado “real”, o uso de escala e as possibilidades de como representar 1m^2 , surgindo a ideia de superfícies equivalentes com áreas iguais, por exemplo: a igualdade de área de um retângulo com comprimentos de lados 2m e 0,5 m e a área de um quadrado com lado medindo 1m. A representação concreta de uma superfície de 1m^2 foi importante para materializar a unidade padrão de área.

Em sala de aula, o enunciado: Construa um quadrado com 1 metro de lado. Poderá contribuir na investigação de conhecimentos relacionados ao conceito de área. Com essa proposta sugerimos como questionamentos:

- ✓ **Qual unidade de medida utilizamos para esta construção?**
- ✓ **Foi utilizado algum instrumento de medida? Seria possível realizar essa tarefa sem o instrumento de medida?**
- ✓ **O que representa esse quadrado construído?**



Após as discussões sobre as diferentes produções, fizemos a conferência do quadrado com o auxílio da trena. Depois questionamos a quantidade de pessoas que caberia dentro de um metro quadrado.

Com o objetivo de responder à pergunta, os professores começaram a subir na produção de 1m^2 , identificando a possibilidade de até 9 pessoas.

A partir dessa situação discutiu-se que o cálculo das multidões em eventos como passeatas e comícios tinha como uma das possibilidades a estimativa do número de pessoas por metro quadrado, emergindo experiências da prática social:



Figura - 3º encontro presencial



Profª. Fran: – Olha só, mas vê se eu estou certa? Porque assim, meu pai costuma dizer que lá em cima na plantação tem 100 mil pés de café, aí fiquei pensando como é que ele sabe? Será que ele contou cada pé? Um por um? [...] Uma vez ele disse: “Não minha filha, é que lá tem tantos metros quadrados”. Eu ficava sem entender o que metro quadrado tinha a ver com a quantidade dos pés de café [...] Eu e minha irmã ficávamos questionando [...] E é isso, ele usa essa estratégia [...].

A partir da vivência da Profª. Fran discutimos a ideia de estimativas, aspecto relevante para a construção de conhecimentos sobre a escolha das unidades de medida. Também surgiu o tema das unidades de medidas denominadas agrárias.

Na sequência, uma outra contribuição da vida social gerou novas discussões:

Profª. Sandy: – Na minha igreja tem uma área em cima no segundo piso que só podem subir 75 pessoas, o moço que fica controlando a quantidade de pessoas que podem ir lá, ele fala que o pedreiro disse que não pode subir mais pessoas. Então, ele deve ter calculado assim, usando a ideia do metro quadrado [...].



Com base nessa exposição o grupo se colocou a discutir sobre as possíveis dimensões do espaço citado pela Profª. Sandy:

Profª. Alice: – Se são 15 metros quadrados a área, pode ser então um retângulo de 7,5 metros de comprimento por 2 metros de comprimento.

Profª. Barreto: – Eu não entendi. São 15 metros, mas não é o 15 de cada lado? Então para eu saber os 15 metros quadrados eu tinha que pegar o 15 e dividir por 4? [...]

Profª. Alice: – Para calcular a área dessa região retangular fazemos base vezes altura, é multiplicado. Por isso disse 7,5 metros vezes 2 metros que deu 15 metros quadrados [...]

Profª. Maria Cecília: – Outra opção seria 5 metros por 3 metros.

Profª. Alice: – Também poderia ser 1 metro por 15 metros, mas aí seria um corredor [risos].



A discussão sobre algumas das possibilidades de dimensões do espaço contribuiu para esclarecer a formalização do cálculo de área de uma região retangular, gerar reflexões sobre a importância da compreensão da relação complexa entre comprimento e área e problematizar o uso das fórmulas em resolução de problemas matemáticos.

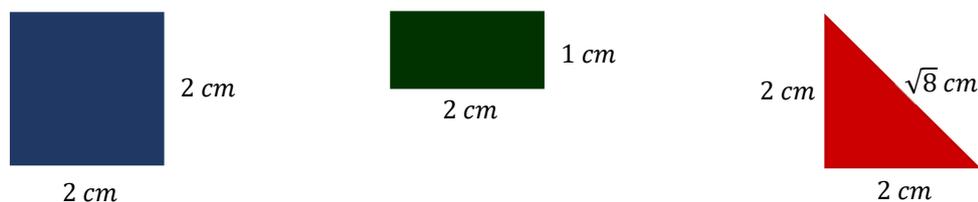
Recobrimo as formas geométricas

Durante a formação percebemos dúvidas quanto ao uso das unidades de medida. Alguns professores adotavam o metro quadrado como a única unidade de medida para a área, mesmo em situações em que não eram indicadas ou disponibilizadas unidades de medidas padronizadas. Para discutir essas ideias, propomos a presente tarefa.

Entregamos a cada equipe três desenhos com a mesma área:

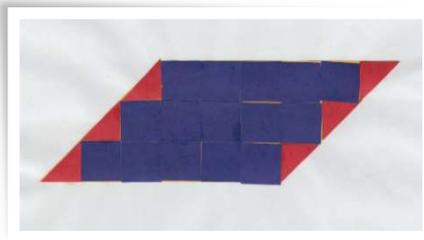
- 1º desenho: Retângulo.
- 2º desenho: Paralelogramo.
- 3º desenho: Trapézio.

Para o recobrimento disponibilizamos superfícies quadradas, retangulares e triangulares, conforme imagens:



Após o recobrimento das formas geométricas, conduzimos discussão com os questionamentos:

- O que podemos dizer sobre as características dessas figuras?
- O que podemos afirmar sobre a quantidade de papel utilizado para a construção de cada uma das figuras?
- Qual é a medida de área dessas figuras?
- Quais são as unidades de medida?



Figuras - 4º encontro presencial



Além da discussão prevista, a tarefa proporcionou que emergissem relatos do uso de materiais manipulativos e gerou discussões sobre o Teorema de Pitágoras, a diagonal do quadrado e o cálculo do perímetro das formas geométricas.

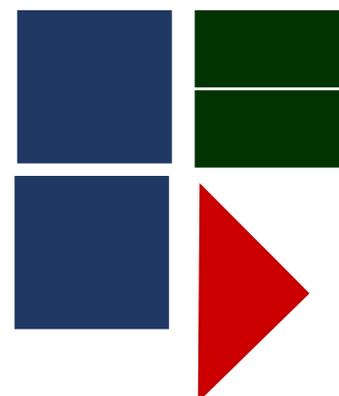
Voluntariamente alguns professores mediram o perímetro, destacamos um enunciado desta discussão:

Profª. Ludimila: – A gente viu que dois retângulos desse (*sic*) davam um quadrado. Com os quadrados a gente pegou e fez 3 vezes 6, e vimos que com o quadrado dava 18 de área e 18 de perímetro. Então fizemos com o retângulo e chegamos em 36 de área e 36 de perímetro (*sic*).



Usando o quadrado como unidade de medida, a área e o perímetro resultaram em valores numéricos iguais. Com base nisto, a equipe estendeu a relação de igualdade entre área e perímetro ao adotar o retângulo como unidade de medida.

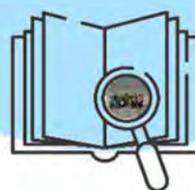
Visando a reflexão do grupo sobre o procedimento realizado e a relação estabelecida, questionamos sobre as características das unidades de área disponibilizadas. Neste momento, alguns professores manipularam as unidades disponibilizadas, gerando comparações ao lado. Com a problematização, os professores perceberam que os diferentes comprimentos das unidades de medidas disponibilizadas implicaram no resultado da medida do perímetro e da área, portanto, a relação de igualdade era inválida.



Figuras – Manipulação das superfícies disponibilizadas.

Sobre os desafios relacionados às grandezas área e comprimento diz respeito à relação entre área e perímetro e à dissociação desses conceitos. Nesta linha, Baltar (1996) classificou a distinção entre área e perímetro de acordo com quatro pontos de vista: topológico, dimensional, computacional e variacional, que abordamos no capítulo 3 deste livro e que exploramos pontualmente com a próxima proposta.

O uso de experiências concretas contribuem para a compreensão das propriedades dos objetos e possíveis relações entre eles. Neste caso, a manipulação dos materiais auxiliou na validação de que área e perímetro não necessariamente variam no mesmo sentido.



Retângulos no Geoplano quadrangular

A tarefa “Retângulos no Geoplano quadrangular” instruiu: “Usando o Geoplano quadrangular, construam retângulos com perímetro 16”. Como a maioria dos professores nunca tinha manipulado o recurso, optamos, num primeiro momento, deixar que eles mesmos explorassem o recurso e, logo após esta experiência com o objeto, demos a instrução. Para a execução da proposta, disponibilizamos um Geoplano quadrangular para cada equipe e “liguinhas” para a construção.

A seguir, um recorte de tema emergente na discussão coletiva:

Profª. Maria:– A medida do perímetro é 16, mas, a medida de área foi diferente. Legal, gostei desse recurso e dá pra mostrar essa diferença de área e perímetro usando ele.



A manipulação e a visualização contribuíram para consolidar a ideia de que duas figuras geométricas podem ter a mesma área, mas, possuem perímetros diferentes.

Na sequência, problematizamos se o quadrado também poderia ser uma opção de resolução para a tarefa, então os professores se envolveram com essa possibilidade de construção, chegando à seguinte conclusão:



Figuras - 4º encontro presencial



Profª. Alice: – Pois é, poderia então porque o quadrado é retângulo, mas como no enunciado pediu retângulo pensei que não poderia ser um quadrado. Mas realmente quadrado é um tipo de retângulo [...]

Profª. Ludimila: – Isso que falei, pode ser que dê igual ou diferente o perímetro e a área. Aí deu 36 de perímetro e 36 de área.



Questionamos o grupo sobre possibilidades de conteúdos com o Geoplano quadrangular, os professores indicaram o próprio conceito de área, formas geométricas, mapas de localização e pares ordenados. Discutiu-se também a possibilidade de adaptar o recurso com materiais como: tampas de garrafa *pet* e tachinhas.

Para finalizar e visando contribuir com a validação de que área e perímetro poderiam ser distintos, relembramos ao grupo a construção de um metro quadrado.



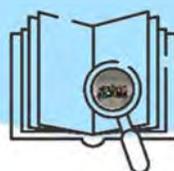
Profª. Alice: – É mesmo, lá daria 1 metro quadrado de área mas 4 metros de perímetro.

Profª. Ludimila: – Isso que falei, pode ser que a medida seja igual ou diferente, dependendo das dimensões.



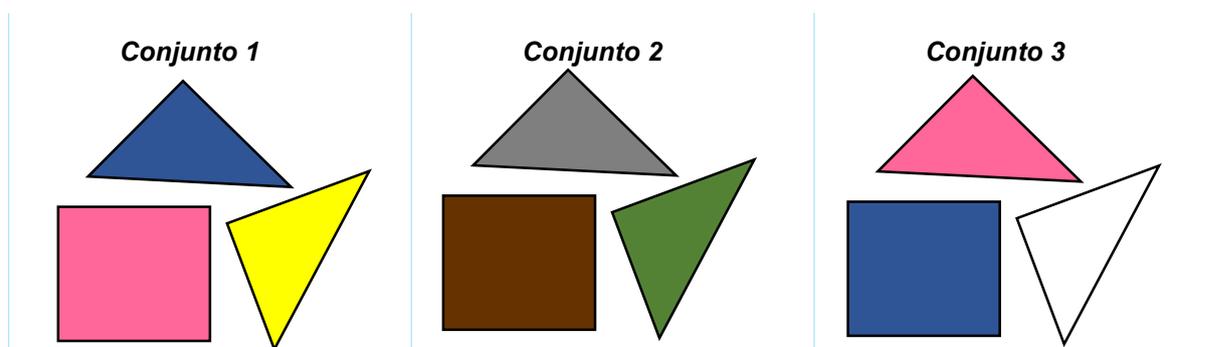
Essa tarefa com o geoplano quadrangular também evidenciou a relação entre os campos da “Geometria” e das “Grandezas e Medidas”. Citando essa relação, Lima e Bellemain (2010, p.137) dissertam que “é consenso que o estudo das grandezas geométricas é uma maneira privilegiada de se promover a ligação entre esses dois importantes campos da matemática escolar”.

Além das possibilidades de contato entre os campos da Matemática, existem as articulações com outras áreas de conhecimento. Os professores socializaram experiências envolvendo a disciplina de Artes e de Geografia, por meio do uso de escalas para reprodução de mapas e esboço de desenhos.



Manipular três peças do Tangram

A comparação sem a intervenção do quadro numérico é um aspecto relevante a ser trabalhado na construção do conceito de área enquanto grandeza. Nesse sentido, Lima e Bellemain (2010, p.175) indicam que “É possível fazermos comparações de grandezas sem realizar uma medição. Nessas comparações procuramos apenas estabelecer uma relação – maior, menor, igual – entre as grandezas”. Visando esta discussão, propomos a tarefa “Manipular três peças do Tangram”. Entregamos três conjuntos de peças a cada equipe, conforme imagem:



Na sequência, instruímos como tarefa: “Montar, com as peças selecionadas, um retângulo, um paralelogramo e um trapézio”.

Uma das equipes não montou o trapézio, então emergiu a discussão sobre a possibilidade de mudar uma das peças do retângulo de lugar para gerar o trapézio. Essa situação contribuiu para a abordagem sobre equidecomposição, por meio da movimentação e rotação de peças.



Figura - 5º encontro presencial

A seguir, recorte da discussão:



Profª. Alice: – Pegando as mesmas 3 peças, e mudando de lugar montamos as outras figuras [...].

Profª. Maria: – Bom que com esse movimento dá para mostrar que com as mesmas peças montamos outras figuras [...] Pode também colocar uma em cima da outra.

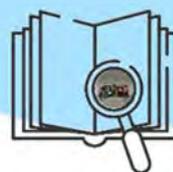
Profª. Fran: – Isso. Poderia juntar em cima, daria 2 triângulos em cima do quadrado, e no outro caso também.



Outro aspecto discutido adveio do fato de uma das equipes ter montado um triângulo no lugar do paralelogramo, gerando assim diálogos sobre a importância do conhecimento das formas geométricas para a resolução da proposta.

Para trabalhar a comparação de áreas, além da manipulação de peças, podem ser propostas situações que envolvam a superposição de formas ou tarefas com corte e colagem.

Diante das reflexões geradas, pontuamos que visando explorar conhecimentos sobre as características das formas geométricas, sugere-se como enunciado: Montar com as peças selecionadas, um paralelogramo, um trapézio e um triângulo.



Para finalizarmos este tópico apresentamos um enunciado relacionado ao uso do Tangram para fins de ensino:



Profª. Ludimila: – Para quem não tem uma prática tão eficiente o tempo inteiro de estar trabalhando com perímetro e área especificamente. Por exemplo, eu trabalho com o 2º ano, perímetro e área a gente não trabalha diretamente, e é um assunto que às vezes não chega até lá por conta do plano anual [...] agora ver que tem como trabalhar com eles dessa forma, usando o Tangram para isso [...] a gente conversou no dia da apresentação, como eu sou professora de artes, ver a outra face do Tangram, outro jeito de trabalhar com ele, que posso usar o Tangram para ensinar área!

Salientamos que o movimento de valorizar os conhecimentos dos professores contribuiu para um maior engajamento do grupo e proporcionou um espaço formativo em que a prática docente e social dos participantes foram fonte de produção de saberes, tanto teóricos como práticos, com vistas ao ensino.

7 - Situações-problema

Uma das ações do curso foi a formulação de situações-problema. Para essa ação pedimos que os professores formassem equipes conforme nível de ensino de atuação. Houve casos de professores que não estavam atuando em sala de aula durante o curso de formação, deste modo, indicamos a possibilidade de a aplicação acontecer de forma colaborativa.

Indicamos que deveriam formular a situação-problema, discutir como seria a aplicação e quais eram os objetivos da proposta.

Na sequência, convidamos os professores para socializarem as questões elaboradas em grupo. Os professores apresentaram as questões e discutimos uma por uma, utilizando o recurso *data show*.

Durante a socialização os professores revelaram certa preocupação com a seguinte situação: Como os alunos iriam resolver a tarefa se ainda não tinham estudado os conceitos matemáticos em discussão? Diante disso, propomos que os professores se colocassem na condição de alunos, visando a reflexão de como seria para o aluno resolver a questão. Pontuamos também sobre a possibilidade da construção do conceito de área a partir das situações-problema que estavam elaborando. A partir desses apontamentos, as equipes retomaram as situações-problema e colaborativamente realizaram as adequações necessárias gerando versões revisadas.

Apresentamos a seguir a primeira versão das situações-problema organizadas e na sequência versões reformuladas pelo grupo, que foram validadas a partir da aplicação.

A proposta de formulação de situações-problema e as discussões emergentes desse processo de elaboração, contribuíram para que fossem problematizadas as diferentes formas de resolução e a comunicação em sala de aula.



Situação-problema 1

Primeira versão

Instrução: No refeitório a mesa como objeto de estudo. Vamos pedir para as crianças medirem o contorno da mesa com os quadradinhos.

- Qual lado é o maior da mesa?
- Quantos quadradinhos foram usados para contornar a mesa?
- Quantos quadradinhos foram usados para cobrir a mesa?

Os professores discutiram que para medir o comprimento seria mais indicado o uso de recursos lineares, como pedaços de barbantes. Para a proposição do conceito de área, perceberam que o uso de recursos de superfície como: retângulos e quadrados, seriam mais indicados.

Na socialização da experiência a equipe pontuou que devido ao mobiliário e material disponível, a tarefa foi adaptada e adotaram como objeto a ser explorado: um tatame e um desenho feito com fita adesiva no chão.



Versão reformulada e aplicada

 Momento 1: Roda de conversa a partir da música “Tão grande” e discussão envolvendo a comparação entre professoras e alunos.

 Momento 2: Vamos medir o contorno do tatame?

Recursos: Tatame, formas geométricas, palito de picolé, pedaços de barbante.

- Que forma geométrica parece com o tampo da mesa?
- Qual é o maior lado da mesa?
- Qual é o menor lado da mesa?
- Qual a unidade de medida escolhida para medir o contorno?
- Quantas dessas unidades foram usadas para contornar a mesa?

 Momento 3: Vamos cobrir a forma desenhada no chão?

Recursos: Fita adesiva, folha de papel e formas geométricas de madeira.

- Que forma geométrica parece com a forma desenhada?
- Qual é o maior lado da forma desenhada?
- Qual é o menor lado da forma desenhada?
- Qual a unidade de medida escolhida para cobrir a forma desenhada?
- Quantas dessas unidades foram usadas para cobrir a forma desenhada?

 Momento 4: Produção de desenho sobre a aula.

Vale destacar que na situação-problema os conceitos comprimento e área não foram enunciadas por se tratar de introdução ao conteúdo e visar aplicação em turma da Educação Infantil. Para abordar os conceitos foram usados os termos “contornar” e “cobrir”.



Figuras - Arquivo da pesquisa (imagens cedidas pelas professoras) 2019

Trecho de um dos relatos de experiências:

[...] estávamos com um planejamento, mas a cada momento éramos surpreendidas pelo avanço e criatividade dos alunos em relação àquilo que era proposto [...] podemos perceber que dependendo da forma com que conduzimos uma aula as crianças conseguem ultrapassar os seus limites. [...] Através da fala de Ayandara e Dôra: “para se trabalhar essa matéria, não existe uma única resposta ou palavra, mas como esse campo pode ser aberto. Interpretar o problema antes de tudo é essencial. O importante não é



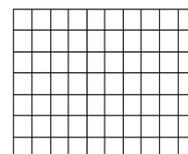
Situação-problema 2

Primeira versão

Hoje na escola é dia de aula de Matemática. A professora Ayandara pediu para as crianças medirem o contorno da mesa com o lado do quadrado.

a) Se uma criança fizer o contorno 2 vezes, quantos lados do quadrado serão a medida dessa mesa?

b) Quantos quadrados foram usados para cobrir toda a mesa?
Obs.: usaremos a malha quadriculada ao lado



O grupo discutiu sobre a possibilidade de abordar com essa situação-problema que a medida da grandeza depende da unidade de medida escolhida, explorando os elementos envolvidos no processo de medir, o objeto, a grandeza e a medida da grandeza.

Pontuamos ao grupo a possibilidade de discutir com os próprios alunos quais recursos seriam mais viáveis para medir o comprimento do contorno e para recobrir uma determinada superfície.



Essa tarefa eu fiz com meus alunos do 2º ano.

Eu também com minha turma de 2º Ano

Eu também fiz com o 2º Ano

Versão reformulada e aplicada

✎ Momento 1: Hoje na aula temos um desafio! Juntos vamos descobrir de que forma podemos medir a mesa da professora.

Recursos: Mesa, palito de picolé, lápis de cor e barbante quadrados de dois tipos e retângulos de dois tipos.

a) O que podemos usar para contornar o tampo da mesa?

b) E para cobrir o tampo da mesa?

✎ Momento 2: Vamos recobrir o tampo com esses quadrados e retângulos?

c) Quantos quadrados foram usados para cobrir o tampo da mesa?

d) Quantos retângulos foram usados para cobrir o tampo da mesa?

✎ Momento 3: Vamos comparar as medidas encontradas?

e) A quantidade de quadrados foi diferente da de retângulos, por quê?

f) Como sabemos qual grupo acertou a quantidade?



Figuras - Arquivo da pesquisa (imagens cedidas pelas professoras) 2019

Trecho de um dos relatos de experiências:

Cada equipe foi até a mesa para escolher como iria medir o contorno da mesa. Um aluno disse que poderia medir o contorno da mesa com a folha. E então começamos a pensar se aquele objeto era o melhor instrumento para contornar a mesa. Colocando a folha na mesa ele relatou: “– Se eu colocar a folha em cima da mesa, não dá para medir só a parte de fora que contorna, porque ela fica em cima da mesa e não do lado. Acho que nossa equipe tem que escolher uma coisa reta para contornar a mesa”. Os alunos começaram a questionar sobre não usar a folha, mas sim um objeto linear, entre outros nomes deram: “algo que seja reto, fininho, pauzinho” (Profª. Sandy).



Situação-problema 3

Primeira versão

O cantinho de leitura tem o formato retangular de 8m x 5m de comprimento. Mariana precisa preencher o cantinho da leitura e para isso tem como unidade de medida as placas de EVA:

- Quantas placas de EVA Mariana vai precisar para medir os lados da sala?
- Quantas placas de EVA Mariana vai precisar para juntar e cobrir o chão da sala?

Em Cariacica existem dois campos de futebol retangulares com as seguintes medidas: Campo A – 100m x 70m e Campo B – 90m x 80m

- Se um jogador der uma volta completa em cada campo, em qual dos dois campos ele percorreria uma distância maior?
- Qual é a área de cada campo?
- Para gramar o campo B, são necessárias placas de grama de 0,5m x 0,5m. Quantas placas seriam necessárias para gramar todo o campo?

Envolvidos com a tema do uso de fórmulas e do uso de medidas não padronizadas. O grupo discutiu que a contagem das unidades de área, por meio de manipulação e visualização, são aspectos essenciais na construção de entendimentos sobre a fórmula do cálculo de área.

Tendo como objetivo abordar a fórmula que fornece a área do retângulo como produto dos comprimentos de dois de seus lados adjacentes, as equipes reformularam as situações-problema.

Durante a aplicação, devido às dúvidas quanto à unidade de área metro quadrado, as professoras construíram com seus alunos um modelo de metro quadrado e discutiram sobre essa unidade padrão.

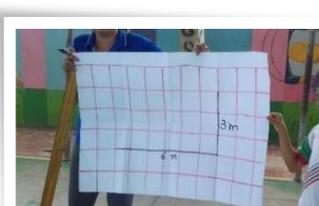
Em ambas as situações foram indicados valores numéricos que demandariam do uso de fórmula. Com isso, discutimos sobre a aquisição das fórmulas de cálculo de perímetro e de área de figuras planas.





Versão reformulada e aplicada

- ✎ Momento 1: Medir o comprimento do contorno da quadra.
Recursos: Barbante, trena, fita métrica, cartolina, jornal, cola e durex.
- ✎ Momento 2: Reprodução em malha quadriculada (cartolina) das medidas de comprimento do contorno da quadra.
 - a) Se escolhermos o quadrado como unidade de área, qual é a área da quadra?
 - b) Como podemos medir a área da quadra sem contar os quadrados do desenho?
- ✎ Momento 3: Construir um quadrado com 1 metro de lado.
 - c) Qual foi a unidade de medida que utilizamos?
 - d) O que representa esse quadrado construído?
- Momento 4: Conversa sobre o cálculo da quantidade de pessoas a partir da estimativa do número de pessoas por metro quadrado.



Figuras - Arquivo da pesquisa (imagens cedidas pelas professoras) 2019

Trecho de um dos relatos de experiências:

Para medir o comprimento do contorno da quadra, meus alunos do 7º ano optaram por utilizar a trena como instrumento de medida. Na hora da exposição dos dados se atrapalharam um pouco (*sic*) com as unidades de medidas centímetro e metro, mas discutiram entre si e chegaram a um raciocínio correto. [...] Durante a construção do quadrado com 1 metro de lado, os alunos fizeram inicialmente um retângulo, e após questionamento se a ideia estaria correta, ajustaram o lado para 1 metro gerando um quadrado (Profª. Alice).



8 - Fóruns de discussão

Como citamos, para as ações não-presenciais contamos com a plataforma *Moodle* e o *WhatsApp*, conforme imagem:



Ao considerar os professores sujeitos da investigação e condutores do processo formativo, os estudos complementares com leituras e pesquisas foram essenciais para contribuir com novos conhecimentos e gerar reflexões.

Para dar continuidade às discussões presenciais, propomos acesso a materiais de leituras, vídeos e indicamos a participação em fóruns de discussão.

A seguir apresentamos algumas das propostas desenvolvidas no *Moodle*.

Os recursos *Moodle* e *WhatsApp* colaboraram para ampliar a comunicação entre os participantes. Consideramos que o acompanhamento mais próximo e contínuo foi indispensável para garantir a continuidade e o estreitamento do envolvimento do grupo.



O ensino de Grandezas e Medidas

Indicamos com essa proposta que os professores assistissem ao vídeo “Entrevista a Paulo Figueiredo Lima” do Programa Salto para o futuro e realizassem a leitura do texto “Grandezas e Medidas” de Lima e Bellemain (2010):



Após leitura do texto e vídeo indicado. Realizaremos este fórum com as seguintes questões:

- 1) Em sua opinião, qual a relevância do conteúdo de Grandezas e Medidas no ensino da Matemática na Educação Básica?
- 2) Qual é o nome do livro didático (autor e editora) adotado para as suas aulas de Matemática? Grandezas e Medidas é um conteúdo desse livro? Se possível, diga como ele inicia?

Contamos com a participação de vocês!

Fonte: Arquivo da pesquisa (2019)

A seguir alguns trechos de contribuições deste fórum...

Após iniciar este curso, percebi que o conteúdo “Grandezas e medidas” pode ser trabalhando não como um “bicho de sete cabeças”, mas sim de forma simples e prazerosa mesmo com os alunos das séries iniciais [...] Medir e comparar grandezas faz parte do cotidiano de qualquer pessoa, mesmo dos pequenos, como diz Paulo Figueiredo Lima. A todo momento nos deparamos com situações diversas que exigem ter conhecimentos mínimos sobre grandezas e medidas. Portanto, iniciar esse conteúdo nas séries iniciais é a base para a construção de conhecimentos [...] O livro adotado na minha escola é o “Ligamundo” da Editora Saraiva. Ele é composto de 9 unidades e o conteúdo “Grandezas e Medidas” é trabalhado em unidades diferentes do livro (Profª. Maria).



Trabalhar Medidas e Grandezas é de suma importância para o dia-a-dia do estudante. Pois este assunto se encontra presente em nosso cotidiano como por exemplo muitas atividades que envolvem medidas, como, tamanhos dos objetos, pesos, volumes, temperatura diferente ou quando vamos fazer uma medição, comparação, estimativa, [...] é necessário e relevante o ensino dessa unidade na Educação Básica para melhor compreensão do espaço e ambiente em que o aluno vive (Profª. Barreto).

Materiais manipulativos: Tangram e Geoplano quadrangular

Uma das ações do curso foi a formulação de situações-problema envolvendo o uso de materiais manipulativos articulados aos conceitos em estudo. Essa tarefa foi iniciada presencialmente com organização e discussão, e continuada via *Moodle*:



Durante os encontros presenciais realizamos tarefas com os materiais manipulativos: Tangram e Geoplano quadrangular. Segundo Grando (2015, p.395), “o uso de materiais manipulativos possibilita aos alunos uma visualização e uma possibilidade de representação de relações matemáticas que algumas vezes desejamos, enquanto professores, que o aluno compreenda”.

Este fórum é um convite para que você apresente a proposta com o uso de material manipulativo envolvendo conceitos em estudo.

Compartilhe uma breve descrição para interagirmos!

Fonte: Arquivo da pesquisa (2019)

A seguir alguns trechos de contribuições deste fórum...

Antes do curso eu só utilizava o Tangram na sala de aula para trabalhar as formas geométricas e montar figuras com as sete peças. Hoje, depois do curso, descobri outros objetivos desse material. Foi bom trabalhar e manipular esse material de grande valor de conhecimento de cálculos e outros conceitos matemáticos. Como por exemplo: fração, área, perímetro entre outros [...] Percebi que ele é um grande aliado no ensino da matemática de forma lúdica e prazerosa (Profª. Bibi).



Realizei a proposta com o Geoplano quadrangular com meus alunos do 7º ano. [...] apresentei o material, expliquei que poderíamos usa-lo para o estudo de frações, áreas, perímetros, transformações geométricas (simetria, semelhança), figuras geométricas [...] Os alunos ficaram bastante entusiasmados com a ferramenta [...] Propus alguns exercícios em relação a área e perímetro de polígonos para que eles resolvessem usando aGeoplano quadrangular e todos se envolveram e ajudaram na realização da tarefa. Conduzi questionamentos sobre as diferentes figuras e a relação das áreas e perímetros das mesmas, surgiram duvidas e foi uma discussão muito proveitosa (Profª. Alice).

Desafios para o ensino de Grandezas e Medidas

Indicamos neste fórum que os professores acessassem o vídeo “Debate – Grandezas e medidas no ciclo de alfabetização” do Programa Salto para o futuro e realizassem a leitura complementar do boletim “Grandezas e Medidas no ciclo de alfabetização” de Rosa Helena Mendonça e colaboradores (2014):



No vídeo, o apresentador Murilo Ribeiro questiona à Paula Bellemain: Quais são os desafios para o professor que vai trabalhar com esses conteúdos no ciclo de alfabetização? Então ela enuncia:

Um 1º desafio eu acho que é a questão de perceber a presença das grandezas e medidas, elas estão presentes mas elas passam despercebidas [...] as grandezas e medidas estão presentes e o professor não vê necessariamente essa presença e não explora do ponto de vista da aprendizagem do campo de grandezas e medidas. O 2º desafio não “numerizar” rapidamente, não partir rapidamente para o aspecto numérico e explorar um pouco mais a questão das comparações que não necessitam de uma medida, de um número [...] é possível comparar sem precisar de um número e essa exploração é necessária para adquirir a ideia de que eu posso ordenar grandezas, se elas são de mesmo tipo, de mesma espécie [...] e o 3º desafio me parece que é perceber que ao mesmo tempo que tenho algo muito presente, algo que motiva o aluno para o seu estudo, eu tenho algo que é complexo do ponto de vista conceitual [...] o aluno precisa ter situações em que essa complexidade não é evitada, que o aspecto conceitual mais delicado é enfrentado pelo professor.

Em sua opinião, esses desafios enunciados pela professora Paula Bellemain também acontecem em nossa prática docente? Se sim, comente!

Fonte: Arquivo da pesquisa (2019)

A seguir alguns trechos de contribuições deste fórum...

Sobre perceber a presença das grandezas e medidas, identifico que apesar do assunto estar presente no cotidiano, acredito que muitos professores não têm domínio e clareza da dimensão desse conteúdo [...] Sobre a necessidade de numerizar, percebo que os professores sentem necessidade de ter um número para ter algo mais concreto, esquecendo de explorar as comparações [...] Já em relação ao 3º desafio, vejo que quando algo aparenta ser mais complicado, a tendência é evitar ou pouco explorar, prejudicando o processo de construção do conhecimento dos alunos (Profª. Sandy).



Na educação infantil [...]. É necessário que num primeiro momento se faça comparações de objetos, com pertences da própria casa dos alunos, fazendo a relação do maior para o menor. [...] isso é um avanço para depois explorar a questão das unidades de medidas (Profª. Lili).

Conclusão: Onde chegamos?

Apresentamos neste livro uma experiência de formação com professores, embasada em processos colaborativos e discussões coletivas que considerou a prática docente dos participantes como fonte de conhecimento para investigar o conceito de Área para o ensino.

Salientamos que esta produção foi socializada com os integrantes do Gepem-ES, as professoras concludentes do curso de formação e os membros da banca de defesa da presente pesquisa para considerações.

Uma formação baseada na metodologia *concept study* implica que os professores assumam duplo papel: sujeitos da investigação e condutores do processo formativo. Deste modo, desenvolvemos ações em que buscamos acolher e orientar os professores quanto à proposta.

Por meio das “Questões disparadoras”, investigamos e exploramos as percepções dos próprios professores, movimento essencial para que os participantes percebessem a importância de socializar experiências da prática docente, e fosse gerada abertura para que situações da vida social também fossem compartilhadas.

Dando continuidade à formação, a fim de atender às demandas emergentes, desenvolvemos “Tarefas propostas” com as quais pudemos aprofundar a investigação da cultura matemática dos professores.

Com o intuito de que os professores experienciassem na prática docente as abordagens discutidas durante a formação, propomos a ação “Situações-problema”. Os professores formularam, apresentaram, discutiram, reformularam, aplicaram e socializaram a prática desenvolvida em sala de aula.

Além disso, intercalando as ações presenciais, desenvolvemos no *Moodle* os “Fóruns de discussão” que contribuíram para aproximação dos professores e ampliação dos estudos iniciados presencialmente.

Diante das reflexões dos professores que foram representadas por meio de seus enunciados e das evidências de aprendizagens percebidas durante o processo formativo, sintetizamos as contribuições desta proposta de formação em três eixos: investigação, colaboração e problematização.

No eixo “investigação” os professores apontaram que a compreensão da gênese do conceito de Área possibilitou, com responsabilidade e autonomia, o desenvolvimento de situações de aprendizagem, estabelecendo relações com outros conteúdos da própria Matemática, bem como outras áreas de conhecimento.

No eixo “colaboração” os professores descreveram a riqueza das trocas de experiências da prática docente e da vida social e pontuaram, ainda, os diálogos e os laços de confiança que foram ampliados durante a formação.

Já no eixo “problematização” indicaram um repensar sobre a própria prática docente. Verificamos, durante as socializações, indícios de mudanças de concepções como: a exploração dos processos envolvidos na resolução de uma tarefa e a investigação dos erros / acertos dos alunos.

Perante essas colocações, consideramos que, ao adotar uma investigação intencional e sistemática das experiências da docência tendo como base a metodologia *concept study*, promovemos um movimento de (re)significação de saberes que contribuiu para o desenvolvimento profissional dos professores.

Os professores narraram reconhecer a relevância do conhecimento profundo do conceito para que, assim, possam atuar num processo contínuo de construção de conhecimento com os alunos. Propondo experiências que valorizem a diversidade que emerge da vivência dos próprios alunos.

Com essa obra compartilhamos nossa vivência desejosos de que em outros contextos formativos e salas de aulas sejam ampliadas discussões a partir da compreensão profunda de outros conceitos matemáticos, tendo como ponto de partida os entendimentos dos envolvidos visando uma abertura às possibilidades interpretativas e de conhecimentos que envolve a aprendizagem da Matemática.



Chegou a hora do adeus dar
Mas ainda há outros conceitos
para investigar

Então,
espero contigo (re)encontrar
Para outras percepções
desvendar



Como foi bom ter você
para compartilhar!

Até breve!

Referências



BALL, Deborah Loewenberg; BASS, Hyman. Toward a Practice-Based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching. *In*: DAVIS, Brent; SIMMT, Elaine (ed.). **Proceedings of 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group**, Canadá: CMESG/GCEDM, 2003. cap. 1, p. 3-14.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, Turquia, v. 59, n. 5, 2008. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0022487108324554>. Acesso em: 14 set. 2019.

BALTAR, Paula Moreira. **Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surface plane**: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège. 1996. 352f. Tese (Doutorado em Didática Matemática), Universidade Joseph Fourier, Grenoble, França, 1996.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Natal: SBHMata, 2002.

BRANDÃO, Karla de Almeida; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela; ROVETTA, Organdi Mongin. **Na medida certa! A experiência de uma formação continuada**. Vitória: Editora Ifes, 2016.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

DAVIS, Brent; RENERT, Moshe. **The Math Teachers Know – Profound Understanding of Emergent Mathematics**. New York: Routledge, 2014.

DAVIS, Brent; SIMMT, Elaine. Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. **Educational Studies in Mathematics**, Canada, v. 61, n. 3, 2006. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-2372-4>. Acesso em: 6 set. 2019.

DOUADY, Rágine; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, v. 20, n.4, 1989. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF00315608>. Acesso em 15 out. 2019.

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de área. Uma proposta de ensino-aprendizagem**. 2003. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade

Católica de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em:
<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11232>. Acesso em: 3 maio 2019.

FERREIRA, Lúcia de Fátima Durão. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais**. 2010. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em:
https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3972/1/arquivo206_1.pdf. Acesso em 5 maio 2019.

GIRALDO, Victor; RANGEL, Letícia; MENEZES, Fábio; QUINTANEIRO, Wellerson. (Re)construindo saberes para o ensino a partir da prática: investigação de conceito e outras ideias. *In: Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática, IV, 2017, Campinas. Anais eletrônicos...* Campinas: CEPEN, 2017. Disponível em: <https://www.cempem.fe.unicamp.br/shiam/anais-vi-shiam?page=1>. Acesso em: 25 nov. 2019.

KAPLÚN, Gabriel. Material educativo: a experiência de aprendizado. **Comunicação & Educação**, São Paulo, v.1, n.27, 2003. Disponível em:
<https://doi.org/10.11606/issn.2316-9125.v0i27p46-60>. Acesso em 20 abr. 2020.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Grandezas e Medidas. *In: João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho (coord.). Matemática: Ensino Fundamental*. Brasília: Ministério da Educação, 2010. cap. 8, p. 167-200.

MORAIS, Maria das Dores de; TELES, Rosinalda Aurora de Melo Teles. **Grandezas e medidas no ciclo de alfabetização**. Brasília: Ministério da Educação, 2014.

PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. Projeja's Classroom as a Teacher Training Space. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática-RIPEM**, São Paulo, v. 8, n. 2, 2018. Disponível em:
http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/ojs3_old/index.php/ripem/article/view/1413. Acesso em: 9 out. 2019.

RANGEL, Letícia Guimarães. **Teoria de Sistemas – Matemática Elementar e Saber Pedagógico de Conteúdo – Estabelecendo Relações em um Estudo Colaborativo**. 2015. 258 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação.) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas e Computação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em:
https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2362407. Acesso em: 5 jun. 2019.

SHULMAN, Lee, S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Massachusetts, v. 57, n.1, 1987. Disponível:
<https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>. Acesso em: 10 set. 2019.



ISBN: 978-65-89716-47-1

BR



9 786589 716471