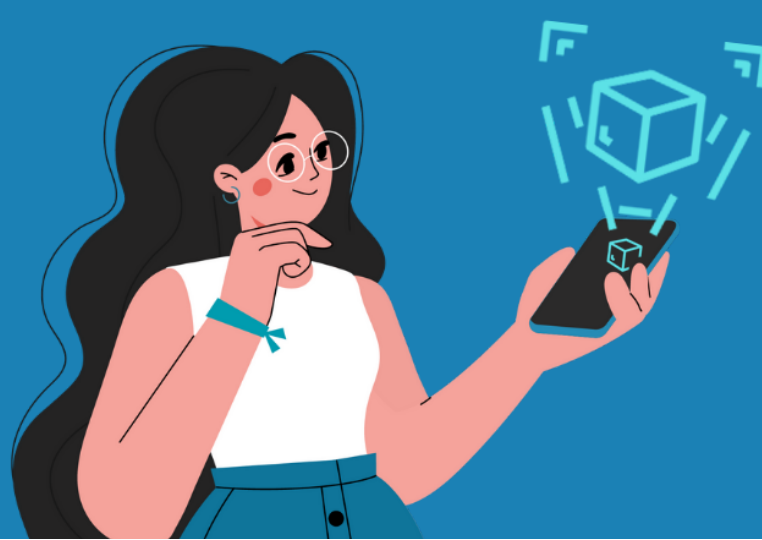
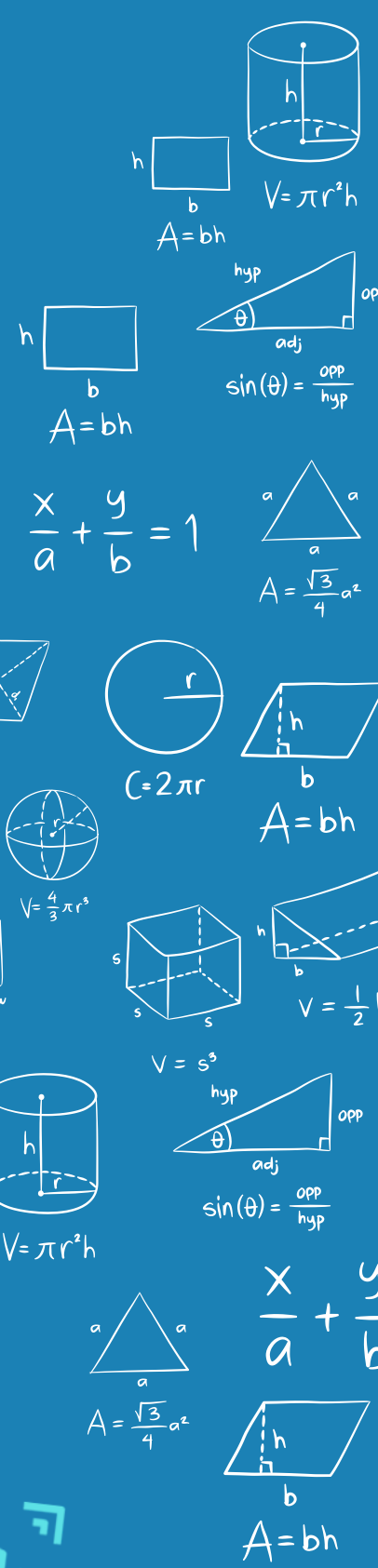


# INVESTIGAÇÕES SOBRE VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA: do lápis e papel à realidade aumentada

THIAGO CÉZAR DE PÁDUA ROSA  
RONY CLÁUDIO DE OLIVEIRA FREITAS



THIAGO CÉZAR DE PÁDUA ROSA  
RONY CLÁUDIO DE OLIVEIRA FREITAS

**INVESTIGAÇÕES SOBRE VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA:  
do lápis e papel à realidade aumentada**



**Edifes**  
**ACADÊMICO**

VITÓRIA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESPÍRITO SANTO  
2022

**Reitor:** Jadir José Pela  
**Pró-Reitor de Administração e Orçamento:** Lezi José Ferreira  
**Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional:** Luciano de Oliveira Toledo  
**Pró-Reitora de Ensino:** Adriana Pionttkovsky Barcellos  
**Pró-Reitor de Extensão:** Renato Tannure Rotta de Almeida  
**Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação:** André Romero da Silva  
**Coordenador da Edifes:** Adonai José Lacruz  
**Diretoria Geral:** Diemerson Saquetto  
**Diretoria de Administração e Planejamento:** André Assis Pires  
**Diretoria de Ensino:** Fernanda Zanetti Becalli  
**Diretoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Extensão:** Rafael Antônio Souza de Lima

**Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática:** Manuella Villar Amado

**Vice Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática:** Alex Jordane de Oliveira

---

### Conselho Editorial

Aldo Rezende \* Ediu Carlos Lopes Lemos \* Felipe Zamborlini Saiter \* Francisco de Assis Boldt \* Glória Maria de F. Viegas Aquije \* Karine Silveira \* Maria das Graças Ferreira Lobino \* Marize Lyra Silva Passos \* Nelson Martinelli Filho \* Pedro Vitor Morbach Dixini \* Rossanna dos Santos Santana Rubim \* Viviane Bessa Lopes Alvarenga

---

**Revisão de texto:** Rony Cláudio de Oliveira Freitas  
**Projeto gráfico, diagramação e capa:** Danielly Rosário  
**Imagens:** Banco de dados do site Canva.

### Comissão científica:

Dra. Manuella Villar Amado – (IFES)  
Dr. Douglas Christian Ferrari de Melo – (UFES)

### Produção e divulgação:

Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática  
Avenida Ministro Salgado Filho, Nº 1000, Soteco – Vila Velha - ES – CEP: 29106-010

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

R788i	Rosa, Thiago César de Pádua. Investigações sobre visualização geométrica: do lápis e papel à realidade aumentada [recurso eletrônico] / Thiago César de Pádua Rosa, Rony Cláudio de Oliveira Freitas. – Vitória, ES : Edifes Acadêmico, 2022.  PDF 5097Kb (42p.): il.  Inclui bibliografia Publicação Eletrônica. Modo de acesso: <a href="http://educimat.ifes.edu.br/index.php/produtos-educacionais">http://educimat.ifes.edu.br/index.php/produtos-educacionais</a> Projeto gráfico, diagramação e capa: Danielly Rosário ISBN: 978-85-8263-564-3  1. Matemática – estudo e ensino. 2. Geometria – estudo e ensino. 3. Ensino – meios auxiliares. 4. Matemática – estudo e ensino – inovações tecnológicas. 5. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. 6. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. I. Freitas, Rony Cláudio de Oliveira. II. Título.  CDD: 510.7
-------	---

**Bibliotecária:** Viviane Bessa Lopes Alvarenga CRB/06-745

DOI: 10.36524/9788582635643

Esta obra está licenciada com uma Licença Atribuição - Não Comercial - Sem Derivações 4.0 Brasil.



# MINICURRÍCULO DOS AUTORES



Currículo Lattes:

<http://lattes.cnpq.br/5811199912091015>

E-mail: [thiagocesar\\_padua@hotmail.com](mailto:thiagocesar_padua@hotmail.com)

## THIAGO CÉZAR DE PÁDUA ROSA

Thiago César é mestrando em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) pelo Programa de Pós Graduação do Instituto Federal do Espírito Santo. Concluiu a especialização em 2015 pela Faculdade Cristo Rei de Cornélio Procópio, e a licenciatura em Matemática em 2011 pela Universidade Federal Fluminense. Atualmente é professor efetivo na rede estadual de ensino do estado do Espírito Santo, desde 2013. Atua como tutor presencial no Cederj (licenciatura em Matemática) desde 2013. É membro dos grupos de pesquisa EMaTeD (Educação Matemática e Tecnológicas Digitais) e GEPEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática).



Currículo Lattes:

<http://lattes.cnpq.br/2728424334883888>

E-mail: [ronyfreitas@ifes.edu.br](mailto:ronyfreitas@ifes.edu.br)

## RONY CLÁUDIO DE OLIVEIRA FREITAS

Rony Freitas concluiu doutorado em Educação em 2010 e mestrado em Informática em 2004, ambos pela Universidade Federal do Espírito Santo e com pesquisas no campo da Educação Matemática. Compôs a equipe responsável pela estruturação do Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica - ProfEPT, ofertado em Rede Nacional por 40 Instituições Federais presentes em todos os Estados da Federação e Distrito Federal, do qual foi coordenador no período de 2016 a 2019. Foi diretor da Sociedade Brasileira de Educação Matemática regional Espírito Santo - SBEM/ES no período de 2012 a 2018 e agora é Coordenador Ajunto do GT06 vinculado à mesma Sociedade. Atualmente é Professor Titular no Instituto Federal do Espírito Santo, atuando como docente no Mestrado e Doutorado em Educação em Ciências e Matemática e na Licenciatura em Matemática. É vice-líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo - GEPEM-ES e tem focado suas pesquisas e trabalhos atuais na confluência da Educação Matemática com tecnologias digitais, principalmente dispositivos móveis.

# DESCRIÇÃO TÉCNICA DO PRODUTO EDUCACIONAL

**Nível de Ensino a que se destina o produto:** Educação Básica.

**Área de Conhecimento:** Ensino.

**Público-Alvo:** Professores da Educação Básica.

**Categoria deste produto:** Material Didático/Instrucional (PTT1).

**Finalidade:** É destinado a professores que ensinam matemática para o ensino médio, que pretendem utilizar a realidade aumentada em smartphones como um recurso didático para o ensino da visualização geométrica, e entender como a execução dessas atividades podem colaborar para a assimilação dos conceitos geométricos existentes na atividade.

**Registro de Propriedade Intelectual:** Ficha Catálográfica com ISBN e Licença Creative Commons (Educapes). ISBN 978-85-8263-564-3.

**Disponibilidade:** Irrestrita, mantendo-se o respeito à autoria do produto, não sendo permitido uso comercial por terceiros.

**Divulgação:** Meio digital.

**URL:** Produto disponível no site do Educimat: [www.educimat.ifes.edu.br](http://www.educimat.ifes.edu.br); no repositório EDUCAPES: [www.educapes.capes.gov.br](http://www.educapes.capes.gov.br)

**Processo de Aplicação:** Aplicado junto aos participantes do EMaTeD e do Gepem por meio de roda de conversa sobre o Produto Educacional.

**Impacto:** Médio - PTT gerado no Programa, aplicado no sistema, mas não foi transferido para algum segmento da sociedade.

**Inovação:** Médio teor inovativo - combinação e/ou compilação de conhecimentos pré estabelecidos.

**Origem do Produto:** Trabalho de Dissertação intitulado “INVESTIGAÇÕES SOBRE VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA: DO LÁPIS E PAPEL À REALIDADE AUMENTADA”, desenvolvido no Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática do IFES.

# APRESENTAÇÃO

Este roteiro é resultado de nossa pesquisa de mestrado, no período de 2019 a 2022, com 16 estudantes da 3ª série do ensino médio da escola EEEFM Antonio Carneiro Ribeiro, localizada em Guaçuí – ES. O produto educacional foi validado pelos membros da banca de defesa. Nessa pesquisa, buscamos explorar o desenvolvimento de uma atividade investigativa para o ensino de visualização.

É destinado a professores que ensinam matemática para o ensino médio, que pretendem utilizar a realidade aumentada em smartphones como um recurso didático para o ensino da visualização geométrica, e entender como a execução dessas atividades podem colaborar para a assimilação dos conceitos geométricos existentes na atividade.

Neste roteiro, o professor encontrará uma proposta de atividade investigativa de visualização geométrica, baseada nas teorias de Angel Gutiérrez (1996), um dos pesquisadores que se dedicou a esse campo, utilizando realidade aumentada em smartphones como recurso didático.

Almejamos assim, que esse roteiro possa auxiliar os professores em sala de aula, de forma a contribuir para uma abordagem diferenciada da visualização geométrica, rompendo com a tradicional aula expositiva ao considerar investigação com diferentes recursos (lápiz e papel; material manipulável e GeoGebra 3D), atendendo, assim, a diversos perfis discentes.

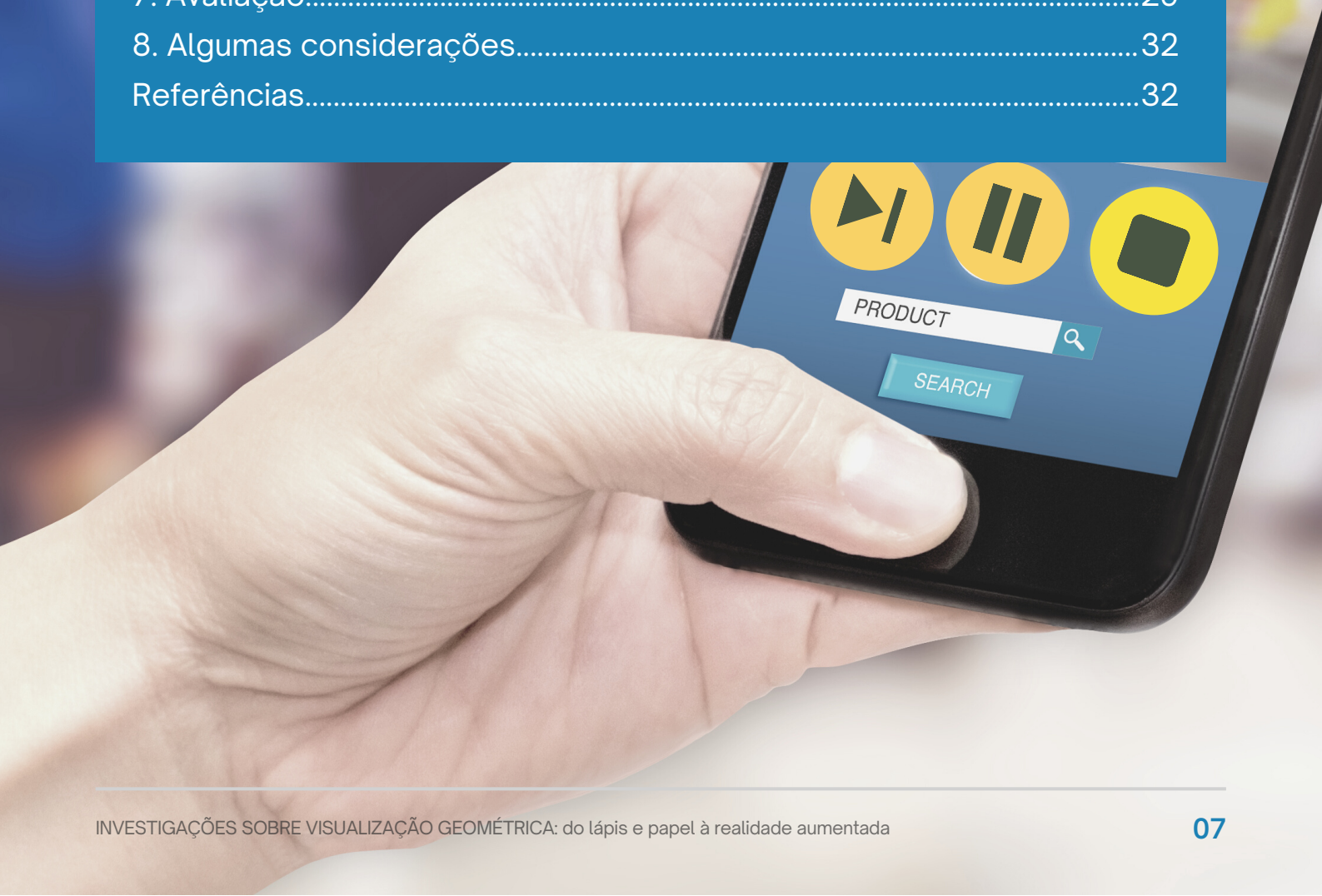
## **Mas afinal, o que é um ROTEIRO DIDÁTICO?**

Roteiros didáticos são orientações voltadas para professores e/ou alunos que apresentam um caminho pré-definido que deverá ser percorrido, buscando alcançar um determinado ponto previsto por quem elaborou o roteiro. Tal qual um roteiro de viagem, o começo e o final do roteiro didático são conhecidos, ainda que o processo da “viagem” em si possa apresentar descobertas inesperadas, a depender dos sujeitos envolvidos.



# Sumário

Introdução.....	8
1. Visualização geométrica.....	9
2. Atividades investigativas.....	12
3. Tecnologias da Informação e Comunicação – TICs.....	19
3.1. GeoGebra.....	19
4. Realidade aumentada.....	20
5. Conversando com o professor.....	23
6. Proposta de atividades.....	24
6.1 Lápis e papel.....	25
6.2 Material manipulável.....	26
6.3 Realidade aumentada.....	27
7. Avaliação.....	29
8. Algumas considerações.....	32
Referências.....	32



# INTRODUÇÃO

Nesse roteiro você poderá aprofundar um pouco sobre atividades investigativas de visualização geométrica. A ideia é que você, professor, faça uma leitura nessa perspectiva pensando no uso na sala de aula. Para isso a gente traz um pouco da discussão sobre a visualização geométrica, sobre investigação e tecnologia.

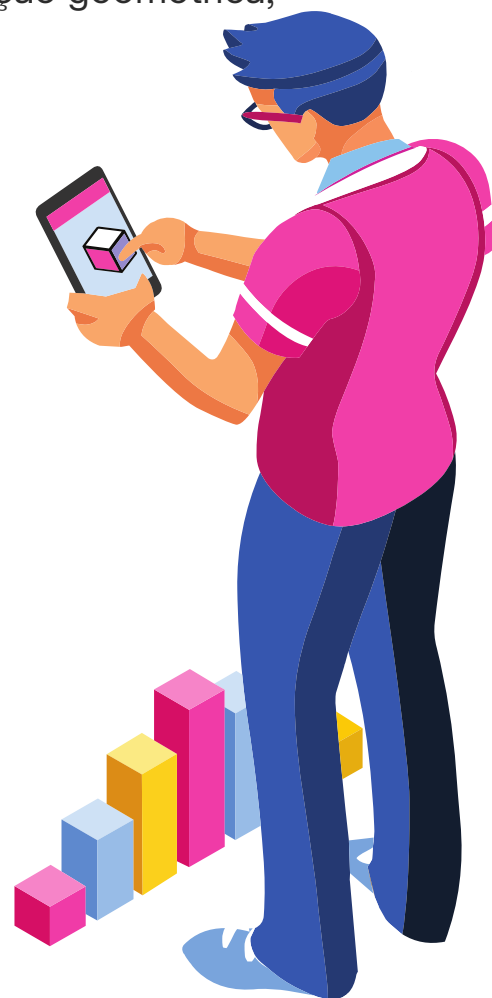
Esse material está dividido nos seguintes capítulos:

- O Capítulo 1 apresenta os elementos fundamentais de visualização, focando nas habilidades, segundo Gutiérrez (1996);
- O Capítulo 2 traz a base teórica para o trabalho com atividades investigativas;
- O Capítulo 3 começa com um breve resumo sobre TICs (Tecnologias da Informação e Comunicação), passando pelo GeoGebra;
- O Capítulo 4 apresentamos a realidade aumentada como um recurso tecnológico para o ensino de visualização geométrica;
- O Capítulo 5 traz dicas e sugestões de como o professor deve se preparar antes, durante e depois da realização das atividades;
- O Capítulo 6 elenca propostas de atividades de visualização geométrica, utilizando como recursos lápis e papel, material manipulável e um recurso tecnológico (GeoGebra AR).
- O Capítulo 7 fala sobre os processos de avaliação ao final de cada atividade, à luz das teorias de atividades investigativas, conforme proposto por Ponte (2003);
- O Capítulo 8 traz algumas considerações sobre este trabalho.

Esperamos que este trabalho possa contribuir com a sua prática pedagógica!!

Boa leitura!!

Os autores



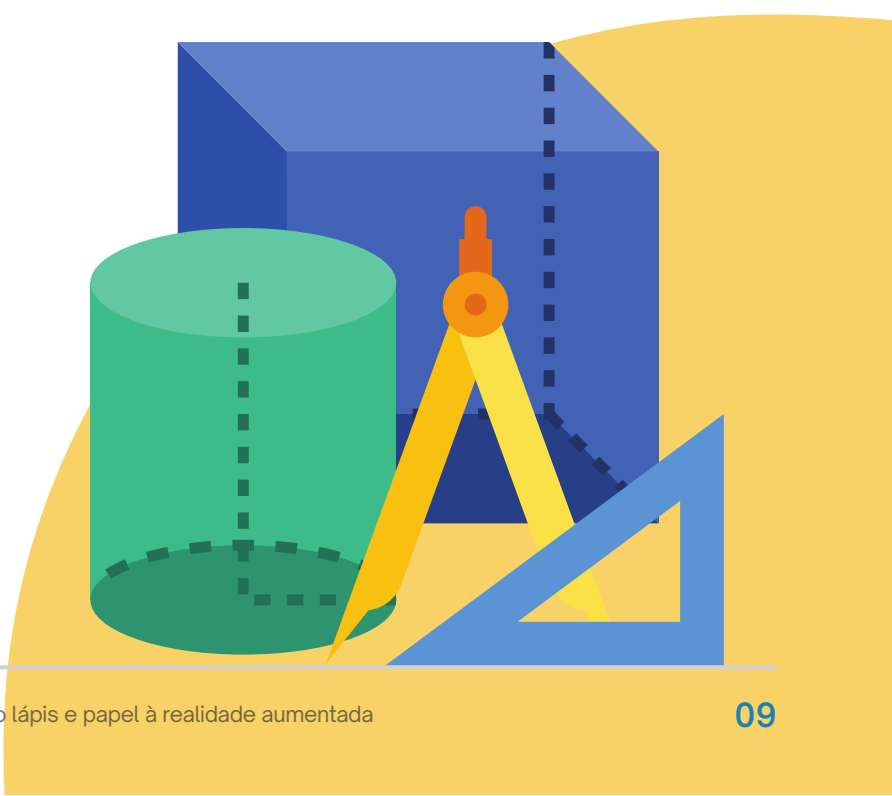


# VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA

O estudo da visualização no contexto escolar é de grande relevância, especialmente nos assuntos relacionados à geometria espacial. No entanto, ainda é comum que sejam abordados tendo como referência apenas o livro didático. Quando se usa o livro didático, o maior desafio do aluno é construir uma imagem “tridimensional a partir de uma figura bidimensional estática impressa na página de um livro ou desenhada no quadro negro pelo professor” (BORTOLOSSI, 2020, p. 106). Além disso, a representação de objetos 3D em 2D gera deformação dos ângulos, o que pode levar a interpretações errôneas.

Em nosso cotidiano dentro da sala de aula, percebemos que os alunos possuem grande dificuldade na habilidade de visualização, que são de muita importância para o pensamento geométrico.

Gutiérrez (1996), considera “visualização” em matemática como “o tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, mentais ou físicos, realizada para resolver problemas ou provar propriedades” (p. 9). Para ele, a visualização é integrada por quatro elementos principais: imagens mentais, representações externas, processos de visualização e habilidades de visualização.



**Quadro 1 - Definições dos elementos principais que integram a visualização.**

ELEMENTOS PRINCIPAIS	DEFINIÇÕES
Imagens mentais	Qualquer tipo de representação cognitiva de um conceito ou propriedade matemática por meio de elementos visuais ou espaciais.
Representações externas	Qualquer tipo de representação verbal ou gráfica de conceitos ou propriedades, incluindo imagens, desenhos, diagramas, etc. que ajudam a criar ou transformar imagens mentais e fazer raciocínio visual.
Processos de visualização	Uma ação mental ou física em que imagens mentais estão envolvidas.
Habilidades de visualização	Habilidades que um sujeito deve adquirir e desenvolver para realizar os processos necessários, com as imagens mentais específicas de um dado problema.

*Fonte: Gutiérrez (1996), tradução nossa.*

Para Gutiérrez (1996), os indivíduos devem desenvolver um conjunto de “habilidades” de visualização para realizar os processos necessários com imagens mentais específicas para um determinado problema. A escolha das capacidades visuais utilizadas na resolução de um problema depende das características do problema matemático a resolver e das imagens criadas. Essas habilidades podem ter fundamentos bastante diferentes, sendo os principais:

1. **Percepção figura de fundo:** a capacidade de identificar a figura fora de seu contexto.

2. **Constância perceptiva:** A capacidade de reconhecer que algumas propriedades de um objeto (real ou em uma imagem mental) são independentes de tamanho, cor, textura ou posição, e não se confundem quando um objeto ou imagem é percebido em diferentes orientações.

3. **Rotação mental:** A capacidade de produzir imagens mentais dinâmicas e de visualizar uma configuração em movimento.

4. **Percepção de posições espaciais:** A capacidade de relacionar um objeto, imagem ou imagem mental para si mesmo.

5. **Percepção de relações espaciais:** Capacidade de relacionar vários objetos, imagens e/ou imagens mentais umas com as outras, ou simultaneamente para si mesmo.

6. **Discriminação visual:** Capacidade de comparar vários objetos, imagens, e/ou imagens mentais para identificar semelhanças e diferenças entre eles.

Além de lidar com as limitações do material didático, o professor precisa considerar as dificuldades do aluno quando se trata de construções geométricas. Interessantemente, os alunos conseguem identificar seus erros, porém, mesmo refazendo a construção, nem sempre conseguem superá-los, devido, principalmente, a dois tipos de dificuldades: conceitual (não compreende as propriedades da representação) e técnica (não possui as habilidades necessárias para a representação da figura geométrica) (GUTIÉRREZ, 1998, p. 209).

Ainda segundo Gutiérrez (1998), as figuras tradicionais podem inibir o potencial do aluno em representar figuras geométricas, justamente por suas limitações e comprometimentos de visualização. As representações planas das figuras geométricas implicam em perda de informações, que só podem ser acessadas com a observação dos

sólidos em três dimensões. A visualização em 3D, portanto, é extremamente necessária para que o aluno possa abstrair as formas de seu contexto original e reelaborá-las em imagens mentais próprias, assimilando suas propriedades e conceitos.

Indo um pouco além da simples visualização, é pertinente proporcionar ao aluno uma experiência que fuja da tradicional resolução de questões. Neste contexto, o uso de atividades investigativas pode constituir uma estratégia que incentiva a formulação e teste de hipóteses, tornando o aluno ativo na construção do próprio conhecimento e fugindo da resolução de exercício como mera repetição.

# ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

As atividades investigativas em matemática contribuem para o enriquecimento da prática docente e valorização do aluno, que abandona, pelo menos temporariamente, sua posição de mero expectador, se tornando um explorador enquanto produz ativamente conhecimento (NERIS; MENDES, 2019). Tais atividades possibilitam aos estudantes perceber a importância da matemática em situações que fogem à simples aplicação de fórmulas, enxergando as tarefas sob outro prisma (TORISU, 2018). Essa estratégia, além de exigir mudanças na prática pedagógica do professor e nas estruturas curriculares, pressupõem uma intervenção na realidade social dos alunos, no sentido de desenvolver um pensamento matemático que auxilie no dia a dia dos sujeitos envolvidos. (SANTOS; OLIVEIRA, 2017).

Apesar de diversos estudos apontarem para as vantagens dessa abordagem, as atividades investigativas ainda não se consolidaram entre os educadores, principalmente os brasileiros (TEIXEIRA, 2018).

É importante, também, entendermos o conceito de atividade investigativa. Ponte (2003) apresenta uma definição que parece ser o ideal para uma atividade investigativa:





Por vezes, fala-se em investigação para representar uma atividade relativamente simples de procura de informação, por exemplo, fazer uma investigação ou pesquisa na Internet. Neste artigo assumimos que a noção de investigação envolve atividades de complexidade variável, realizadas tanto por profissionais – os “investigadores” – como pelas pessoas em geral, na sua vida de todos os dias (PONTE, 2003, p. 4).

Por essa definição, entendemos que as atividades investigativas podem possuir diferentes graus de dificuldade, o que automaticamente permite adequá-las aos mais diferentes públicos, a alunos mais novos e mais velhos, alunos com maior conhecimento de matemática e alunos com problemas de aprendizagem, desde que se tome os devidos cuidados durante a elaboração das atividades. As atividades investigativas, por essa linha de raciocínio, são plásticas, podendo ser adaptadas para as mais diferentes realidades e necessidades educacionais. Isso faz delas verdadeiros coringas da prática do professor.

Durante o desenvolvimento das atividades investigativas, é preciso que o professor apresente uma nova postura, diferente daquela das aulas tradicionais. Faz-se necessário criar um ambiente, onde o “aprender junto” é regra, e não exceção. Além disso, a forma como o professor lida com os questionamentos dos alunos também precisa ser repensada no sentido de favorecer a investigação.

Assim, o sucesso de uma atividade investigativa depende, em parte, da condução da mesma pelo professor, de forma que os alunos possam acertar e errar sem medo de represálias, e que haja espaço para aprender com os erros, em detrimento de receber respostas prontas e finalizadas do professor. Os alunos poderão, por meio desta metodologia, enveredar por diferentes caminhos, muitas vezes surpreendendo os próprios professores.

Podemos dividir a aplicação de uma atividade investigativa em sala de aula em três momentos bem distintos (Figura 1):

Figura 1: As fases da aplicação de uma atividade investigativa.



*Fonte: Elaborada com base em Christian e Walther (1986); Ponte et al. (1999).*

O primeiro momento (introdução da tarefa) é crucial para o envolvimento dos alunos e o sucesso da atividade investigativa. O professor pode iniciar a tarefa oferecendo aos alunos uma quantidade maior ou menor de informações (oralmente, de forma escrita ou ambos). Se os alunos forem muito jovens ou inexperientes, talvez o professor deva realizar uma leitura geral e complementar com questões que auxiliem, pelo menos no início. O professor precisa ter consciência de que ajudar demais ou de menos pode ser igualmente prejudicial (FONSECA et., 1999).

Durante o planejamento o professor precisa pensar sobre a melhor forma de organizar a sala para a aplicação da atividade investigativa, ou seja, como se dará a divisão para o trabalho: com a turma inteira considerada um único grupo; em grupos pequenos ou individualmente (PONTE, 2003). A organização muda conforme a atividade que será desenvolvida, e cabe ao professor refletir sobre seus objetivos e reformular sua prática de acordo com as avaliações e o feedback delas resultante.

De forma geral, é preciso entender que os alunos não estão acostumados com esse tipo de atividade e, por conta disso, podem demorar um tempo até se habituarem. O professor pode simplesmente entregar uma folha com as instruções, o que constitui uma forma pouco adequada de se iniciar o trabalho, que não envolve os alunos e não cria um ambiente motivador (PONTE, 2003) ou, contrariando essa postura, pode criar um ambiente acolhedor e instigante, onde todos possam se expressar e interagir, atuando de

forma ativa na construção de seus próprios saberes.

Decidir pela aplicação de atividades investigativas significa abraçar as dificuldades advindas desta escolha. Muitas vezes os alunos podem ser resistentes a atividades investigativas, por diferentes razões:

No entanto, também se verificam atitudes de reserva ou mesmo de rejeição por parte dos alunos mais velhos, em especial no ensino secundário. Neste nível, a pressão da preparação para o exame atinge grande intensidade. Esta atitude negativa em relação às tarefas de investigação pode ter por base a percepção que estas tarefas são diferentes das que surgem nos testes e exames, que têm grande importância para eles, uma vez que dos resultados que obtiverem depende o seu futuro escolar (PONTE, 2003. p. 37-38).

Apesar de esse exemplo ser do sistema educacional de Portugal, o qual recorre a exames finais obrigatórios, é possível inferir que nossos alunos também podem ser resistentes a esse tipo de atividade por acreditarem não corresponder à seriedade que se espera da matemática, geralmente pautada por exposição inicial de conteúdos e treinamento de resolução de questões à exaustão. Ocorre também a cobrança aos professores, pelas instituições de ensino para a preparação dos alunos com as avaliações externas, vestibulares e exames padronizados. De forma geral, resistência é encontrada sempre que se tenta algo novo, e não seria diferente com uma nova metodologia, que exige mudanças profundas nas estruturas educacionais mais tradicionais. Diante de um novo cenário, muitas pessoas, com medo, tendem a se agarrar ao que sempre fizeram e que, aparentemente, funcionou até então.

Alguns professores podem se mostrar resistentes a mudar suas metodologias de ensino, recorrendo a diferentes justificativas para não saírem da zona de conforto na qual sustentam práticas antiquadas e ineficientes:

Embora reconheça que os alunos podem motivar-se fortemente, este professor aponta diversas dificuldades que lhe parecem difíceis de superar: a falta de tempo para fazer

este tipo de trabalho e cumprir o programa, a gestão do apoio a prestar aos alunos, o modo de lidar com eventuais situações imprevisíveis e o modo de avaliar os alunos (PONTE, 2003, p. 43-44).

É fácil perceber a resistência dos professores às novidades, principalmente aquelas que ameaçam as estruturas fundamentais da educação, como é o caso das aulas tradicionais. Essa resistência ao novo possui estreita relação com o papel (equivocado) que o professor (ainda) acredita desempenhar enquanto docente, e caracteriza a classe há muito tempo (CAVALCANTI, 1980). O papel do professor formado pela pedagogia tradicional é o de detentor e transmissor do conhecimento, e isso pode se tornar um forte empecilho ao desenvolvimento de atividades diferenciadas, como é o caso das investigações em matemática. Na sala de aula tradicional, ainda vigora o “paradigma do exercício”:

Nesse sentido, o paradigma do exercício oferece uma fundamentação assente na “tradição” da educação matemática. Muitos estudos em educação matemática têm revelado um quadro desolador sobre o que acontece na sala de aula tradicional. Muitos desses estudos, todavia, não reconhecem que existem outros possíveis ambientes de aprendizagem e que seus dados estão ligados a uma organização particular da sala de aula de matemática, a que é típica [...] (SKOVSMOSE, 2000. p. 14)

Romper com esse quadro de resistência ao novo, tanto pelos professores quanto pelos alunos, envolve superar as dificuldades de se trabalhar com situações que fogem ao controle. Nas atividades investigativas o professor, inevitavelmente, se encontrará frente a situações inesperadas, o que pode causar desconforto e aumentar a resistência do docente. Aliado ao paradigma do exercício, preconizado pelo ensino tradicional e amplamente associado aos exames externos, tem-se um quadro preocupante.

Quanto ao desenvolvimento do trabalho, reconhecemos os diferentes passos necessários para que a atividade investigativa se desenvolva em sala de aula na Figura 2.

Figura 2: Os momentos na realização de uma atividade investigativa de matemática em sala de aula.



Fonte: Elaborada com base em Ponte et al. (1999).

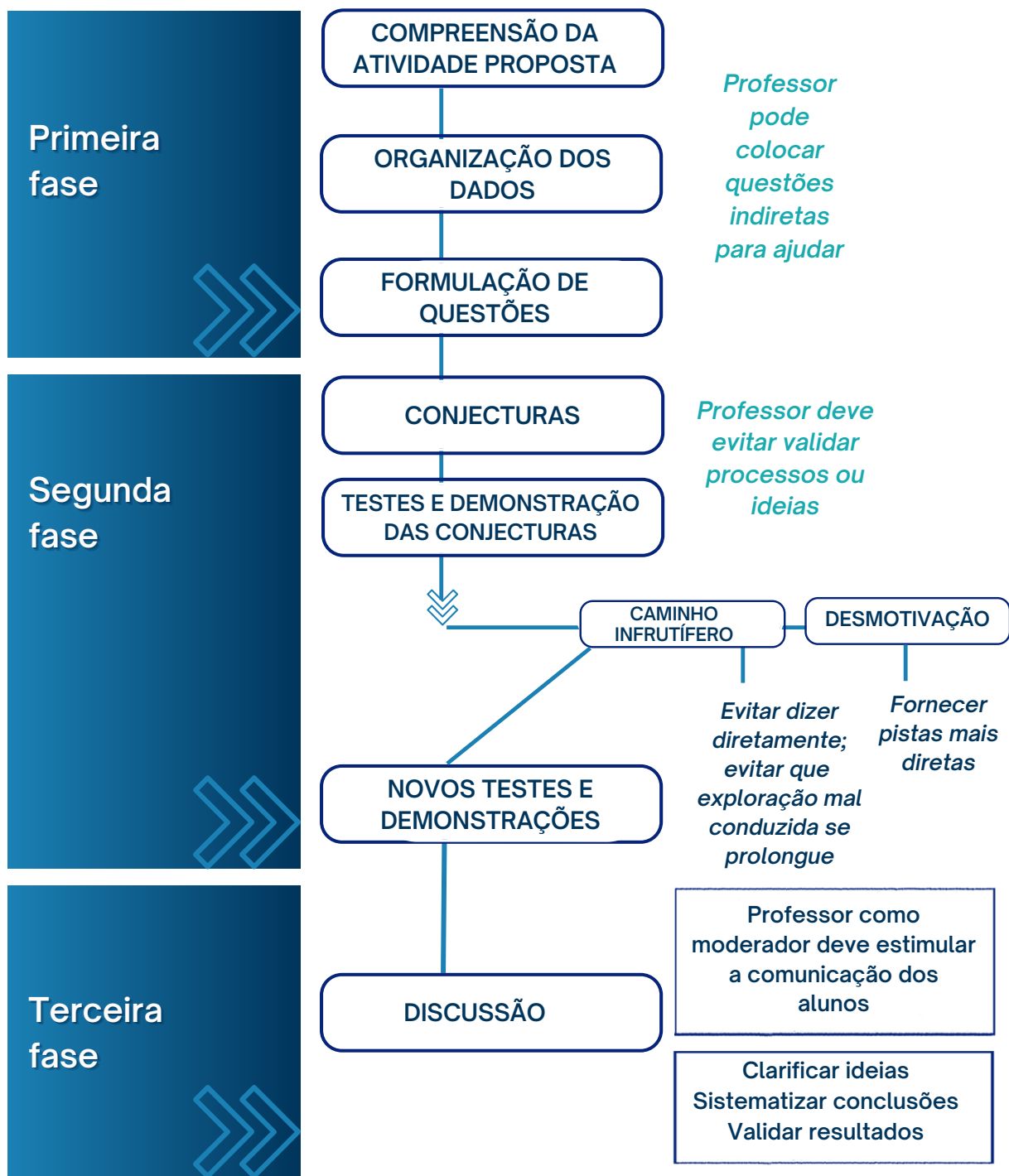
Os passos parecem constituir quatro momentos claramente demarcados, os quais precisam ser bem compreendidos pelo professor. Após a apresentação inicial da atividade investigativa, que pode acontecer com o professor simplesmente entregando aos alunos as instruções impressas (ou escrevendo-as no quadro negro) ou



ainda, orientando os alunos da forma mais completa e clara possível, os alunos normalmente realizam um reconhecimento da situação inicial, iniciam a exploração e formulam as primeiras questões. A forma como o professor inicia a atividade pode ter um impacto significativo no comportamento dos alunos: se o professor conseguir iniciar de forma envolvente e motivadora, os alunos podem se sentir mais motivados a desenvolverem um trabalho eficiente. Caso contrário, o desenvolvimento da atividade pode não ser como o professor esperava. O segundo momento é a formulação de conjecturas, quando os alunos acreditam terem descoberto “regras” aplicáveis ao universo de situações conhecidas e ainda por serem descobertas. O próximo momento é a realização de testes e o refinamento das conjeturas. Este é o momento crucial do trabalho, quando os alunos podem se sentir perdidos e desmotivados. O professor pode intervir, ajudando-os caso se afastem muito do objetivo, com o cuidado de não intervir demasiadamente. Por fim, o último momento é a demonstração dos resultados e a avaliação, cujo caráter depende de como o professor organizou o trabalho.

Para Ponte et al. (1999), parecem existir três fases distintas durante a aplicação de uma atividade investigativa (Figura 3).

Figura 3: As peculiaridades das diferentes fases de aplicação das atividades investigativas.



Fonte: Elaborada com base em Ponte et al. (1999).

Em cada uma destas fases, professor e alunos desempenham papéis específicos, buscando desenvolver a atividade investigativa da forma mais eficiente possível. Na 1ª fase o professor deve fazer a apresentação da atividade da forma mais clara possível, especialmente se for a primeira vez que os alunos entram em contato com esse tipo de atividade. O professor pode, inclusive, apresentar exemplos correlatos à atividade a ser desenvolvida com os alunos, de forma a melhor orientá-los. A 2ª fase é crucial para o sucesso da atividade investigativa, pois esta é a fase em que os alunos podem seguir por caminhos infrutíferos, gerando desmotivação e abandono da atividade. O professor precisa ter o cuidado de não ser explícito no que a atividade pede e, ao mesmo tempo, oferecer suporte adequado aos alunos que não conseguirem transpor os obstáculos necessários à conclusão da atividade. Por fim, a 3ª fase é aquela no qual professor e alunos discutem os resultados, ou seja, compartilham o que foi desenvolvido durante a atividade. O papel do professor deve ser o de moderador, ou seja, de alguém que fomenta discussões, ao mesmo tempo em que clarifica as ideias e sistematiza o aprendizado.

Contudo, antes de colocar em prática essa nova metodologia, é preciso levar em consideração um elemento potencializador das atividades investigativas: as TICs.

# TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO – TICS

O emprego das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) na educação não é um assunto recente. Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs<sup>1</sup> (BRASIL, 1998) já traziam orientações quanto à sua importância para renovação das práticas pedagógicas dos professores brasileiros. Dentre as TICs, destacamos o uso do GeoGebra<sup>2</sup>.

## 3.1. GeoGebra

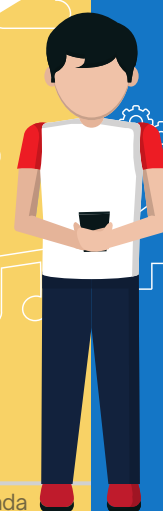
O GeoGebra é um software livre desenvolvido pelo professor Markus Hohenwarter (Universidade de Salzburgo, Áustria) durante seu doutorado. Por meio dele é possível abordar cálculo aritmético, além de aspectos geométricos, algébricos e cálculo diferencial. A possibilidade de visualização dinâmica de construções geométricas é o principal atrativo do GeoGebra.

O software conta com as versões em aplicativo para dispositivos móveis, tanto para iOS como para Android. Dentre essas versões criadas, destacamos o GeoGebra AR (GeoGebra Augmented Reality), que conta com a presença da realidade aumentada.



**GeoGebra Augmented Reality** 4+  
GeoGebra GmbH  
★★★★★ 4,6 • 9 avaliações  
Grátis

Mobile  
App



[1] Diretrizes elaboradas pelo Governo Federal para orientar a educação brasileira.

[2] GeoGebra é um software dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em um único motor.

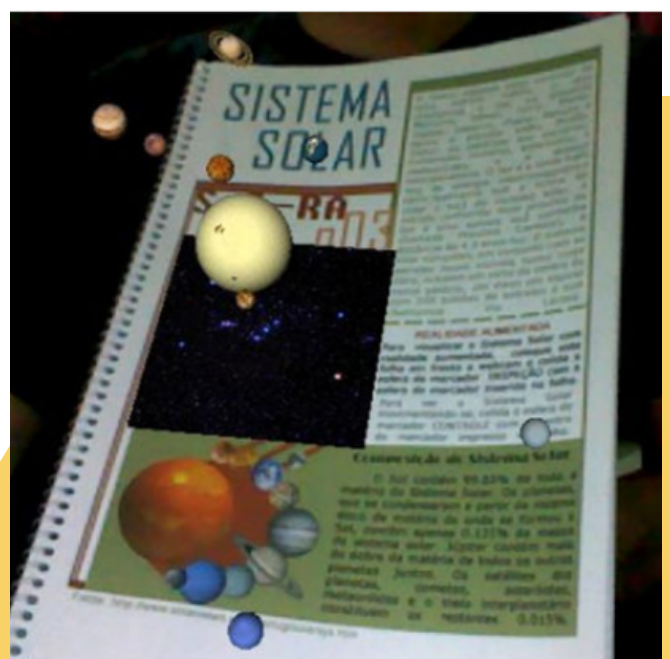
# REALIDADE AUMENTADA

A realidade aumentada pode ser descrita como uma evolução da realidade virtual. Trata-se do mundo real com uma sobreposição do virtual, interface essa obtida por meio de algum recurso tecnológico, como o celular ou óculos especiais.

A realidade aumentada pode fazer uso de simulações que produzam algum comportamento apropriado nos objetos virtuais que são sobrepostos ao ambiente real. Podem ser criadas com o objetivo de obter um objeto virtual que possua as características de um modelo científico, como por exemplo, o Sistema Solar. Esses objetos virtuais que foram simulados podem ser inteligentes ou controlados pelo usuário. Nesse caso seria conveniente que houvesse uma interface gráfica que permitisse ao usuário alterar os parâmetros de comportamento da simulação. Igual acontece com o GeoGebra, que podemos esboçar o gráfico de uma função e podemos colocar os botões deslizantes que alteram algumas características da função, como amplitude, comprimento, translação e compressão etc. (SOUSA, 2015).

Vale ressaltar que a realidade aumentada não necessita obrigatoriamente do uso de marcadores fiduciais<sup>3</sup> para inserir objetos virtuais na cena real.

Na Educação, a realidade aumentada pode ter seus marcadores impressos nas páginas do livro didático, permitindo uma inspeção em três dimensões da figura (Figura 4).



**Figura 4 – A evolução do livro didático no Projeto LIRA – Livro Interativo com realidade aumentada.**

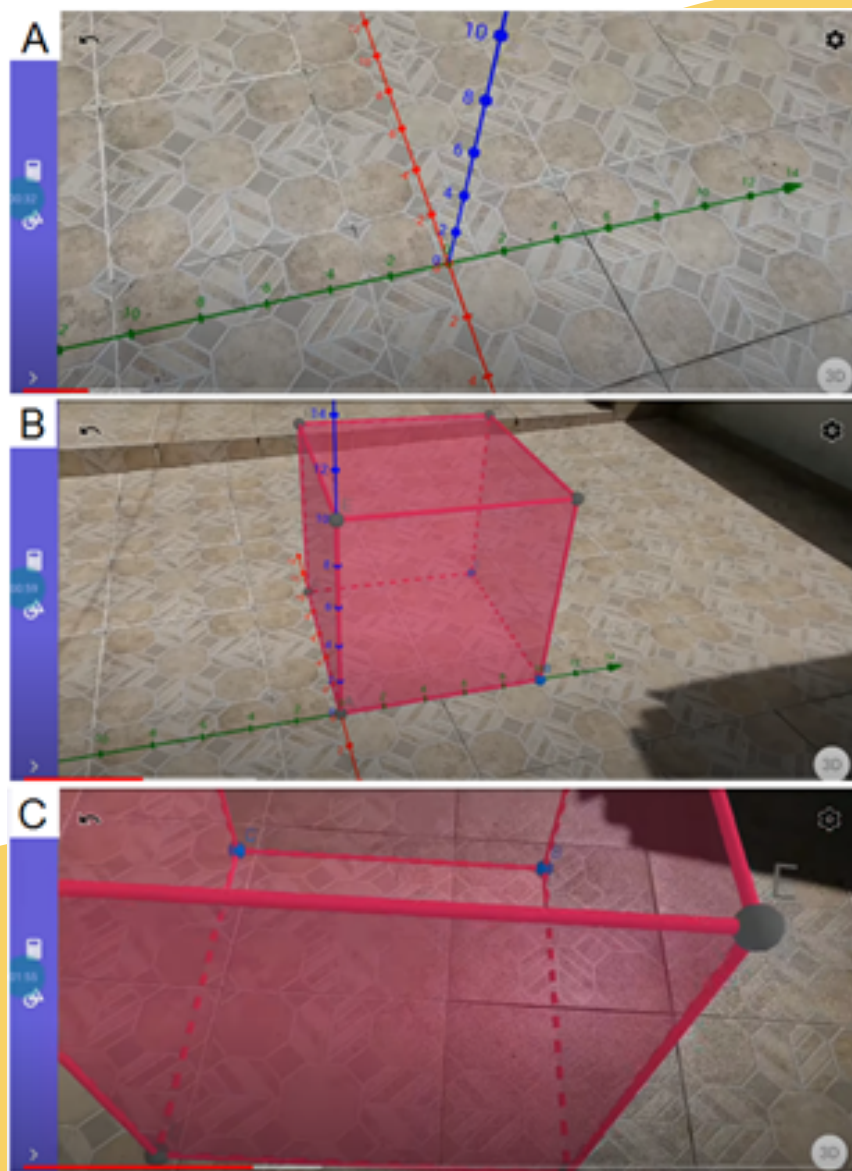
Fonte: Sousa (2015).

[3] É um objeto colocado no campo de visão do observador para servir como uma medida ou ponto de referência.

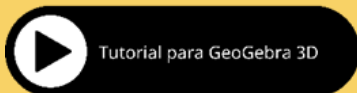


O GeoGebra AR oferece a possibilidade de criar gráficos tridimensionais, se aproveitando da realidade aumentada, como podemos observar na Figura 5.

Figura 5 – Exemplo de utilização do GeoGebra AR para a visualização de um sólido. A – Plano cartesiano; B – Cubo posicionado; C – Detalhe do cubo.



Fonte: Elaborado pelo próprio pesquisador (2021).



QR Code para acesso ao vídeo com tutorial do GeoGebra 3D

<https://www.youtube.com/watch?v=Oe4j3ncGOLl&t=97s>

Esse exemplo simples nos mostra o potencial do programa em tornar a matemática mais “concreta” para o aluno, que pode trazê-la para o seu mundo, em alternativa a ter que se abstrair para ir para o mundo dela. Isso possibilita novas abordagens dos conteúdos, principalmente de geometria, cuja visualização é primordial para o correto entendimento dos conceitos. Entramos no campo do uso da realidade aumentada em educação, a qual promete auxiliar no processo ensino-aprendizagem.

Com isso, a realidade aumentada não apenas enriquece o mundo real, como também a imaginação do aluno. Favorece a investigação do modelo científico e auxilia na compreensão do fenômeno físico.

Ainda sobre o uso da realidade aumentada na educação, Souza (2020) afirma que:

Este recurso proporciona ao estudante uma visão tridimensional dos elementos estudados bem próxima da realidade, trazendo um grande ganho para o aprendizado. Ver objetos tridimensionais de vários ângulos permite ao observador ter uma ideia do todo e de suas vistas, ou seja, de suas faces, e ainda, por meio da sobreposição de objetos virtuais, gerados por computador ou dispositivos móveis, em um ambiente real. (SOUZA 2020, p. 27)

É importante observarmos também que as aplicações em realidade aumentada que permitem controlar os parâmetros dos objetos virtuais simulados, que possuam as características de um modelo científico, tornam o processo exploratório mais rico, pois possibilita aos professores e alunos analisar a evolução desse modelo e a relação entre as variáveis que os compõem (SOUSA, 2015).

# CONVERSANDO COM O PROFESSOR

As atividades investigativas propostas neste roteiro buscam promover uma participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento, por meio da elaboração de hipóteses e realização de testes.

Antes de iniciar as atividades, é indicado que o professor dialogue com a turma sobre a atividade que vai ser desenvolvida: quais são os objetivos, quais os passos que serão seguidos, a importância da concentração dos estudantes durante a realização das atividades etc.

Conforme fundamentado no Capítulo 2 de Rosa (2022), o professor precisa compreender os momentos de uma atividade investigativa.



## PRIMEIRO MOMENTO

*Reconhecimento da situação; exploração prévia; formulação de questões.*

O professor deve apresentar a atividade para os estudantes de forma motivadora e envolvente. Os estudantes podem se confundir na interpretação da atividade, como por exemplo, confundir sólido com figuras planas, ou não lembrar (ou confundir) a definição de secção transversal. Então, o professor deve apresentar a atividade de forma clara para os estudantes, para que tenham entendimento da atividade que estarão desenvolvendo.



## SEGUNDO MOMENTO

*Formulação de conjecturas.*

Durante esse momento, os estudantes podem apresentar conjecturas referentes às figuras geométricas encontradas nas intersecções entre os planos e os

sólidos. O professor deve ficar atento ao tempo estimado para cada atividade e o horário de início de cada tarefa, para que uma tarefa não tenha que ser interrompida durante sua execução. Se a atividade se tornar muito longa e os estudantes estiverem seguindo por caminhos infrutíferos, isso pode gerar desmotivação e o abandono da atividade. Caso isso ocorra, o professor precisa ter o cuidado de não ser explícito no que a atividade pede e, ao mesmo tempo, oferecer suporte adequado aos estudantes que não conseguirem transpor os obstáculos necessários à conclusão da atividade.



### TERCEIRO MOMENTO

*Realização de testes; refinamento de conjecturas.*

Nesse momento, os estudantes devem realizar os testes para validar ou refutar as conjecturas feitas por eles. O professor deve ficar atento para não validar os processos e ideias, deixando para os estudantes essa função. Quanto ao uso do aplicativo, se possível, o professor deve orientar aos estudantes que interajam com o aplicativo antes da execução das atividades, para que o estudante faça a atividade com um mínimo de conhecimento no uso do aplicativo, evitando assim que o estudante, durante a atividade, se perca no uso do aplicativo.



### QUARTO MOMENTO

*Argumentação; demonstração; avaliação do trabalho.*

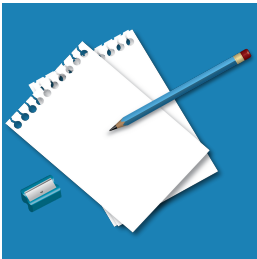
Nesse momento, o professor deve discutir os resultados encontrados junto com os estudantes, podendo levantar questões como “Quantas faces de um sólido podem ser intersectadas por um plano?”;

“Quais as relações entre os planos e as faces (ou vértices e arestas) de um sólido para que as figuras formadas nas intersecções com os planos sejam regulares?”; “O número de faces dos sólidos influencia no número de lados das figuras encontradas nas intersecções?”; etc. É interessante que essas perguntas sejam discutidas entre todos os membros do grupo, ou podem ser levantadas para todos os estudantes da sala, numa discussão coletiva. É interessante o professor solicite um feedback dos estudantes em relação às atividades realizadas, para que expressem suas opiniões: o que mais e menos gostaram, onde tiveram mais e menos dificuldade, etc.

# PROPOSTA DE ATIVIDADES

A seguir, apresentamos três propostas de aplicação de uma mesma atividade de visualização geométrica, cada uma utilizando um recurso diferente (lápiz e papel, material manipulável e GeoGebra AR).

## 6.1 Lápis e papel



### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Lápis e papel.



### TEMPO NECESSÁRIO

2 aulas de 50 minutos.

- Apresentação e preparação da turma: 20 minutos;
- Desenvolvimento da atividade: 50 minutos.
- Avaliação: 30 minutos.



### ATIVIDADE

Observe objetos do seu dia a dia. Represente-os e realize intersecções diversas entre o plano e os sólidos representados e descreva o que descobriu.



### ORIENTAÇÕES PARA A CONDUÇÃO DA ATIVIDADE

- Nesta atividade os estudantes realizarão a atividade proposta utilizando apenas lápis e papel. Eles receberão uma folha com a atividade impressa e papéis em branco para que possam fazer anotações e o desenvolvimento da atividade;

- A atividade pode ser desenvolvida em grupos de 3 ou 4 estudantes. É interessante o desenvolvimento da atividade em grupo, pois elas promovem um aprendizado colaborativo, auxiliando, inclusive, os alunos que possuem maiores dificuldades com os conteúdos;
- É interessante que, antes do início das atividades, o professor faça um breve estudo com os estudantes para relembrar os elementos principais de geometria: ponto, aresta, vértice, reta, semirreta, plano, área, polígonos, intersecção, dentre outros;
- As intervenções dos colegas e do professor se mostram essenciais para o desenvolvimento do processo investigativo, que pode ser desestimulante para o aluno que se envereda por um caminho infrutífero. Logo, as intervenções buscam auxiliar os alunos em uma reorientação do processo investigativo, e se mostram essenciais para o desenvolvimento da atividade.



## VANTAGENS DO USO DO LÁPIS E PAPEL

- Fácil execução;
- Estimula a criatividade do estudante;
- Desenvolve no estudante a habilidade de desenho.



## DESvantagens DO USO DO LÁPIS E PAPEL

- Limitações das representações 3D em ambiente 2D;
- Impossibilidade de manipulação das figuras geométricas;
- Exigência de habilidade de visualização e rotação mental;
- Dificuldade na representação das linhas em perspectiva de figuras 3D em ambiente 2D;



- Dificuldade de que os estudantes provem as hipóteses elaboradas por eles;
- Atividade pouco motivadora, por ser muito estática.

## 6.2 Material manipulável



### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Lápis, papel, canudinhos, fita adesiva, tesoura sem ponta.



### TEMPO NECESSÁRIO

3 aulas de 50 minutos.

- Apresentação e preparação da turma: 20 minutos;
- Desenvolvimento da atividade: 90 minutos;
- Avaliação: 40 minutos.



### ATIVIDADE

Observe objetos do seu dia a dia. Represente-os e realize intersecções diversas entre o plano e os sólidos representados e descreva o que descobriu.



### ORIENTAÇÕES PARA A CONDUÇÃO DA ATIVIDADE

- Nesta atividade, inicialmente oriente os estudantes a construir sólidos geométricos com os materiais disponibilizados. Após a confecção desses sólidos, peça aos estudantes para resolverem a atividade.

- A atividade pode ser desenvolvida em grupos de 3 ou 4 estudantes. É interessante o desenvolvimento da atividade em grupo, pois elas promovem um aprendizado colaborativo, auxiliando, inclusive, os alunos que possuem maiores dificuldades com os conteúdos;
- É interessante, se possível, que o professor leve os canudos já cortados, dispensando o manuseio de tesouras pelos estudantes, minimizando assim, risco de acidentes com o instrumento;
- Se os estudantes não tiverem um domínio de conceitos básicos de geometria, é interessante que, antes do início das atividades, o professor faça um breve estudo com os estudantes para relembrar esses conceitos (ponto, aresta, vértice, reta, semirreta, plano, área, polígonos, intersecção, dentre outros).



### **VANTAGENS DO USO DO MATERIAL MANIPULÁVEL**

- Possibilidade de manipulação e rotação dos sólidos;
- Auxílio na superação da abstração;
- Alternativa à limitação da representação 2D do livro didático.



### **DESVANTAGENS DO USO DO MATERIAL MANIPULÁVEL**

- Impossibilidade de representação dos sólidos de revolução;
- Requer tempo para a construção dos sólidos;
- Requer espaço para a construção dos sólidos.

## 6.3 Realidade aumentada



### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Lápis, papel, smartphones.



### TEMPO NECESSÁRIO

3 aulas de 50 minutos.

- Apresentação e preparação da turma: 30 minutos;
- Desenvolvimento da atividade: 80 minutos;
- Avaliação: 40 minutos.



### ATIVIDADE

Observe objetos do seu dia a dia. Represente-os e realize intersecções diversas entre o plano e os sólidos representados e descreva o que descobriu.



### ORIENTAÇÕES PARA A CONDUÇÃO DA ATIVIDADE

- Para esta atividade, os smartphones que serão utilizados devem ter o aplicativo GeoGebra AR instalado. O aplicativo pode ser instalado em aparelhos com o sistema operacional iOS<sup>4</sup> (requer iOS 11.0 ou superior) e para o sistema operacional Android<sup>5</sup> (requer Android 4.4 ou superior);
- Os smartphones devem, preferencialmente, estar com as baterias carregadas, para evitar que descarreguem durante o desenvolvimento das atividades;

- As atividades podem ser desenvolvidas em grupos de 3 ou 4 estudantes, desde que tenha pelo menos um estudante com smartphone;
- Como nem todos os smartphones tem os requisitos mínimos para a execução do aplicativo, é interessante que o professor faça a instalação e o teste do aplicativo nos aparelhos antes da aula, para que evitar surpresas durante a aula;
- Se os estudantes não tiverem um domínio de conceitos básicos de geometria, é interessante que, antes do início das atividades, o professor faça um breve estudo com os estudantes para lembrar esses conceitos (ponto, aresta, vértice, reta, semirreta, plano, área, polígonos, intersecção, dentre outros);
- As intervenções dos colegas e do professor-pesquisador se mostraram essenciais para o desenvolvimento do processo investigativo, que pode ser desestimulante para o aluno que se envereda por um caminho infrutífero. Logo, as intervenções buscaram auxiliar os alunos em uma reorientação do processo investigativo, e se mostraram essenciais para o desenvolvimento da atividade.



## **VANTAGENS DO USO DA REALIDADE AUMENTADA**

- Possibilidade de rotação das formas geométricas, mudando o ponto de vista em relação ao objeto observado;
- Maior interatividade;
- Desperta a atenção dos estudantes;
- Possibilita ao estudante ter todos os sólidos geométricos à sua frente;

- Permite que os estudantes formem conjecturas a respeito das propriedades das figuras encontradas, já que podem explorá-las em diferentes pontos de vista;
- Fácil visualização das secções formadas;
- Modificar as construções feitas de forma mais rápida.



## **DESVANTAGENS DO USO DA REALIDADE AUMENTADA**

- Nem todos os smartphones suportam o aplicativo;
- Incompatibilidade entre versões do aplicativo dificulta compartilhamento de arquivos;
- Tamanho da tela do celular pode prejudicar o manuseio;
- Dificuldades do aluno em manusear o aplicativo;
- Duração da bateria do celular;
- Distração do aluno com o aparelho;
- Muitas ferramentas disponíveis no aplicativo deixam os estudantes perdidos.

# AVALIAÇÃO

Ao final de cada atividade é válido que o professor faça uma discussão com cada grupo (ou com a turma toda) sobre a(s) atividade(s) que foram desenvolvidas. É interessante que o professor estimule o debate e a interação entre os estudantes, percebendo as diferenças e semelhanças entre as respostas dadas por eles em cada grupo, conforme orienta Pontes (2003):

Decisivo para o êxito deste tipo de trabalho, é o modo como o professor responde às dúvidas dos alunos, dando-lhes atenção e encorajamento sem lhes dar diretamente a resposta, e o modo como se formulam as questões, envolvendo toda a turma e pondo os alunos a argumentar uns com os outros (PONTE, 2003, p. 9).

O ritual de encerramento da atividade constitui um momento de importância indescritível, pois representa o resultado do esforço dos alunos em decifrar os desafios propostos pelo professor. Logo depois, chega o momento de o professor refletir sobre a atividade desenvolvida. É preciso considerar a avaliação da atividade investigativa, que deve englobar o aluno e o professor (Figura 6).



Figura 6 – Avaliação do aluno e do professor ao final da atividade investigativa é um processo necessário.



Fonte: Elaborada com base em Fonseca et al. (1999).



É fácil perceber a necessidade de se avaliar tanto a atuação do professor quanto as respostas dos alunos ao final de uma atividade investigativa. No caso do professor, a autoavaliação busca uma reflexão sobre os objetivos de aplicação da atividade (A atividade é adequada aos objetivos iniciais?); os momentos iniciais, ou seja, a abertura da atividade (A introdução da tarefa foi suficiente?); o desenvolvimento da atividade em si (Os materiais e recursos utilizados foram úteis? A organização dos alunos foi pertinente?) e, finalmente, um balanço geral do que foi feito (Que dificuldades foram sentidas?). Quanto aos alunos, é pertinente ao professor diagnosticar sua percepção da atividade (De que forma reagiram os alunos à tarefa?); se eles estão “aprendendo a aprender” com as atividades investigativas (Como está a evolução em relação às investigações?); se estão evoluindo quanto à capacidade de se expressarem (Como está a evolução da capacidade de expressão?) e, finalmente, as fases da atividade investigativa em que sentem maior dificuldade ou facilidade (Em que fase demonstram maior facilidade ou dificuldade?) (FONSECA et al., 1999).

Quanto à avaliação dos resultados, Brocardo (2002) relata que o uso de uma sessão pública para pessoas externas à turma e de uma sessão prática para professores de Matemática da própria escola tiveram resultados positivos. Além disso, a confecção de relatórios pode constituir uma forma interessante de avaliação, se tomados os devidos cuidados (PONTE, 2003). Quando os alunos acreditam que serão penalizados na correção dos relatórios, eles evitam registrar as falhas do processo investigativo. Desta forma, o professor pode perder informações úteis no entendimento das dificuldades encontradas pelos alunos.

De acordo com Varandas (2001) apud Ponte (2003), a avaliação dos alunos pode se dar das seguintes formas: I – Trabalho em grupo e relatório em grupo; II – Trabalho em grupo e relatório individual; III – Trabalho em grupo e apresentação oral e IV – Trabalho individual e relatório individual. A forma de avaliação escolhida pelo professor depende dos seus objetivos avaliativos: trabalho e apresentação em grupo contemplam uma avaliação global, enquanto trabalho e apresentação individual contemplam a avaliação individual.

# ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Este roteiro foi elaborado e pensado com o intuito de enriquecer as estratégias de ensino de visualização geométrica para estudantes, pautado na investigação matemática.

Neste trabalho, apresentamos uma proposta de atividade utilizando três instrumentos diferentes: lápis e papel, material manipulável e realidade aumentada.

Este roteiro é fruto de uma pesquisa de mestrado “Do lápis e papel à realidade aumentada: uma proposta de ensino de visualização geométrica”. Nela, apresentamos as análises referente à aplicação desses três recursos didáticos.

Objetivamos que este trabalho possa motivar e incentivar os professores a trabalharem atividades investigativas com os estudantes, de forma que os estudantes saiam da posição de expectadores, contribuindo ativamente para a construção do próprio conhecimento.

Embora o preço seja elevado, existem máquinas com a proposta de atender alunos com necessidades especiais. Infelizmente, a maioria das escolas não contam com recursos para a aquisição desse equipamento. Mas, futuramente, pode ser interessante investir nesse tipo de recurso.

**QR Code para acesso ao vídeo mostrando exemplos de recursos para atender alunos com necessidades especiais**



[https://youtu.be/lvtfD\\_rJ2hE](https://youtu.be/lvtfD_rJ2hE)



<https://youtu.be/kaoO5cY1aHk>



# REFERÊNCIAS

BORTOLOSSI, Humberto José. Movimentos, Pensamentos e GeoGebra: alguns aspectos neurocientíficos no ensino e aprendizagem da Matemática. In: BASNIAK, Maria Ivete; RUBIO-PIZZORNO, Sergio. Perspectivas teórico-metodológicas em pesquisas que envolvem tecnologia na Educação Matemática: o GeoGebra em foco, 2020. Disponível em: [https://www.academia.edu/44833466/Perspectivas\\_te%C3%B3rico\\_metodol%C3%B3gicas\\_em\\_pesquisas\\_que\\_envolvem\\_tecnologia\\_na\\_Educa%C3%A7%C3%A3o\\_Matem%C3%A1tica\\_o\\_GeoGebra\\_em\\_foco](https://www.academia.edu/44833466/Perspectivas_te%C3%B3rico_metodol%C3%B3gicas_em_pesquisas_que_envolvem_tecnologia_na_Educa%C3%A7%C3%A3o_Matem%C3%A1tica_o_GeoGebra_em_foco). Acesso em: 23 de junho de 2021.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em 22 abr. 2020.

GUTIERREZ, Angel. Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales em La enseñanza de la geometría espacial. Revista EMA n. 3, v.3 p.193-220. 139. 1998.

GUTIERREZ, Angel. Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>. Acesso em: 31ago. 2021.

NERIS, Giana Moja; MENDES, Sheila Salles. O uso da investigação matemática no processo de ensino-aprendizagem. Revista Intellectus, Brasil, n. 50, p. 189-208, 2019. Disponível em: <http://www.revistaintellectus.com.br/ArtigosUpload/54.641.pdf>. Acesso em: 17 abr. 2020.

PONTE, João Pedro da. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. Investigar em Educação, 2, 93-169, 2003. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4071/1/03-Ponte%20%28Rev-SPCE%29.pdf>. Acesso em 21 abr. 2020.

ROSA, Thiago César de Pádua. Do lápis e papel à realidade aumentada: uma proposta de ensino de visualização geométrica. Dissertação (Mestrado profissional em Educação de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo. Espírito Santo. p. X, 2022.

SANTOS, Anderson Oramisio; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. Investigações Matemáticas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: algumas indagações e possibilidades. Cadernos de Pesquisa: PENSAMENTO EDUCACIONAL, Curitiba, v. 12, n. 32, p. 147-168, 15 dez. 2017. Sociedade Civil Educacional Tuiuti Limitada. Disponível em: <https://seer.utp.br/index.php/a/article/view/697>. Acesso em: 19 abr. 2020.

SOUSA, Marcelo Cleiton de Jesus e. O uso da realidade aumentada no ensino de Física. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 135, 2015. Disponível em: [https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81131/tde-21082015-170850/publico/Marcelo\\_Clayton\\_de\\_Jesus\\_e\\_Sousa.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81131/tde-21082015-170850/publico/Marcelo_Clayton_de_Jesus_e_Sousa.pdf). Acesso em: 18 de junho de 2021.

SOUZA, Jaime Batista de. Sequências didáticas com realidade aumentada como auxílio para desenvolver a habilidade de visualização espacial. 2020. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni - MG, 2020. Disponível em: [https://sca.proformat-sbm.org.br/tcc\\_get.php?cod=5688\\_d1937be147711db0937446d372f98ef6be49897c](https://sca.proformat-sbm.org.br/tcc_get.php?cod=5688_d1937be147711db0937446d372f98ef6be49897c). Acesso em: 31 ago. 2021.

TEIXEIRA, Guilhermino Pereira. A investigação matemática e o estudo das funções reais: uma experiência com alunos do 1º ano do ensino médio. 2018. 119 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista - Ba, 2018. Disponível em: [http://www2.uesb.br/ppg/profmat/wp-content/uploads/2018/11/Dissertacao\\_GUILHERMINO\\_PEREIRA\\_TEIXEIRA.pdf](http://www2.uesb.br/ppg/profmat/wp-content/uploads/2018/11/Dissertacao_GUILHERMINO_PEREIRA_TEIXEIRA.pdf). Acesso em: 21 abr. 2020.

TORISU, Edmilson Minoru. Motivos para Participação em Tarefas Investigativas na Aula de Matemática: uma análise a partir dos backgrounds e dos foregrounds de um grupo de estudantes do ensino fundamental. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro - SP, v. 32, n. 61, p. 549-569, ago. 2018. FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2018000200549&script=sci\\_abstract&tlng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2018000200549&script=sci_abstract&tlng=pt). Acesso em: 18 abr. 2020.



ISBN: 978-85-8263-564-3

**BR**



9 788582 635643