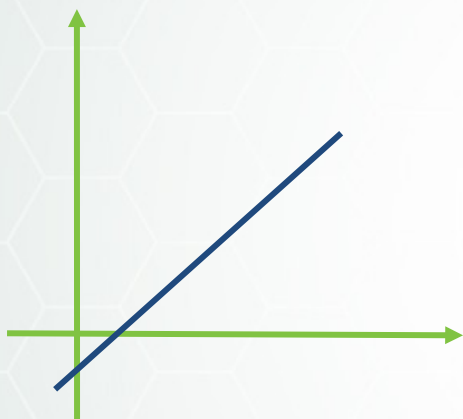


Geovane Duarte Pinheiro
Emanuelli Pereira
Leonardo Guillermo Felipe
Clodis Boscarioli



Funções Lineares

*Ensino de Funções Lineares, por meio da
Modelagem Matemática e o uso de
Tecnologias Digitais*

Sumário

3	<u>Introdução</u>
4	<u>Sobre o material</u>
5	<u>Para os professores</u>
6	<u>Modelagem Matemática</u>
8	<u>Função Linear</u>
9	<u>Quanto custa a energia?</u>
10	<u>Gráficos</u>
11	<u>Jogos e atividades</u>
14	<u>Aplicação</u>
16	<u>Atividades</u>
18	<u>Considerações finais</u>
19	<u>Referências</u>
20	<u>Sobre os autores</u>



Introdução

Este *e-book* traz uma proposta para o ensino de Funções Lineares por meio do uso de Tecnologias Digitais e objetivamos apresentar a Modelagem Matemática.

As atividades aqui propostas referem-se ao estudo das funções lineares utilizando a metodologia da Modelagem Matemática para o seu ensino. A Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática e seu uso em sala de aula vem pautado na possibilidade de considerar problemas e situações do cotidiano dos alunos. São propostas atividades, mediadas por tecnologias digitais, para que o aluno possa desenvolver as habilidades necessárias à compreensão e utilização das funções lineares no seu dia a dia. Neste sentido, a abordagem desses problemas podem viabilizar aos alunos aprenderem novos conteúdos e utilizar outros assimilados em atividades ou séries anteriores.

Este *e-book* contempla situações-problema, cujas soluções demandam a compreensão de funções, ou seja, a relação entre variável independente e dependente, as quais se encontram presentes nas diversas áreas do conhecimento e modelam matematicamente situações extraídas do cotidiano dos alunos, levando a uma melhor formação e construção do conhecimento.

Após os procedimentos de modelagem, são apresentados quadros explicativos da matemática envolvida no problema proposto e também, sugestões de atividades com o uso do *GeoGebra* a respeito dos conteúdos tratados.

Ao final o aluno deverá ter capacidade de:

- ❑ Compreender a Modelagem Matemática como uma possibilidade de utilização no seu dia a dia, tornando mais fácil a compreensão daquilo que está aprendendo.
- ❑ Associar os conteúdos da aula a uma situação real, estando em condições de compreender e reconhecer ideias matemáticas no seu cotidiano.
- ❑ Analisar, discutir e relatar os resultados alcançados em relação à atividade didática realizada.

Como citar este e-book:

PINHEIRO, G. D., PEREIRA, E., FELIPE, L. G., BOSCARIOLI, C. **FUNÇÕES LINEARES - Ensino de funções lineares por meio da Modelagem Matemática e tecnologias digitais**, 2022. E-book (20 p.). Disponível em: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/703699>. Acesso em: DD mês, AAAA.

Sobre o material...

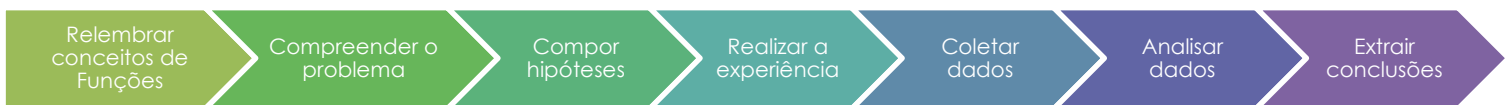


São necessários planejamento e organização para desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática de forma eficaz. Esta página pode ser preenchida assim que a tarefa e os objetivos forem cumpridos, bem como, pode ser utilizada para orientar o andamento das tarefas.



Três componentes para o desenvolvimento das tarefas propostas:

Anotações das tarefas desenvolvidas		Relato dos procedimentos utilizados		Síntese e conclusões das atividades realizadas	
-------------------------------------	--	-------------------------------------	--	--	--



Tarefa / Problemas	Objetivos
<input type="checkbox"/> Represente em uma tabela os dados que você coletou.	Observar e verificar dependência entre grandezas.
<input type="checkbox"/> Expresse graficamente os dados que você registrou.	Utilizar a representação gráfica como forma de expressão de uma expressão matemática.
<input type="checkbox"/> Sobre os dados registrados, você observou alguma regularidade? Tente explicar.	Compreender a noção de dependência de grandezas.
<input type="checkbox"/> Sendo x a variável que representa o tempo (minutos) e y a variável que representa o percentual de carga do celular, que valores x pode assumir? E que valores y pode assumir?	Verificar e interpretar os conceitos de domínio e imagem de uma função.
<input type="checkbox"/> Se uma sequência de valores atribuídos a x estão igualmente espaçados, então o mesmo ocorre com os valores de y ?	Compreender a variação de grandezas de natureza diferente.
<input type="checkbox"/> Como podemos expressar matematicamente a situação que você acabou de modelar?	Utilizar a representação analítica como forma de expressão de uma função.
<input type="checkbox"/> Considere um valor para x em minutos, há como prever o percentual de carga da bateria em 140 minutos? E para um valor qualquer?	Calcular o valor numérico e validar por meio da atividade experimental.
<input type="checkbox"/> E se agora temos o percentual de carga que a bateria do celular atingiu, há como prever o tempo (minutos)? Em quantos minutos serão 45%?	Calcular o valor numérico e validar por meio da atividade experimental.
<input type="checkbox"/> Explique com suas palavras o que é uma função linear e dê algumas de suas características.	Sistematizar os conceitos explorados e associar com as atividades realizadas.

Para os professores

Os objetivos para os professores são:

- ❑ Apresentar e mediar um projeto pedagógico visando o ensino e a aprendizagem do conteúdo funções lineares desenvolvido com atividades das metodologias de ensino de Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais.
- ❑ Criar mecanismos onde o aluno participe da construção dos conceitos da função afim, isto é, onde o aluno seja o ator ativo em seu processo de aprendizagem.
- ❑ Analisar os diferentes registros feitos pelos alunos relacionados ao conteúdo da aula em atividades de Modelagem Matemática, com a finalidade de acompanhar o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Com o intuito de motivar e contribuir para a aprendizagem dos alunos de uma forma contextualizada, adotamos como metodologia de ensino a Modelagem Matemática. Bassanezi (2002, p. 26-32) sugere cinco etapas para a Modelagem, nas quais os alunos percorrem para desenvolver a atividade:

- a) Experimentação. Atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados, no qual os métodos experimentais geralmente são ditados pela natureza do experimento e objetivo da pesquisa [...].
- b) Abstração. Procedimento que leva à formulação dos métodos matemáticos [...].
- c) Resolução. O modelo é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente [...].
- d) Validação. É o processo de aceitação ou não do modelo proposto – nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real – o grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para sua validação [...].
- e) Modificação. O aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, pois sempre pode ser melhorado [...].

Com isso, o professor poderá aplicar a metodologia da modelagem matemática para resolução de problemas de funções lineares.

Modelagem Matemática

Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica para as práticas de ensino e aprendizagem em matemática. Tal alternativa consiste em uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação-problema não necessariamente matemática. Esses temas podem contemplar as mais diversas áreas, sejam elas associadas à natureza, sociedade, cultura.



O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática compreende algumas fases em que ações dos alunos visam, a partir de uma situação inicial problemática encontrar uma solução, em geral, um modelo matemático.

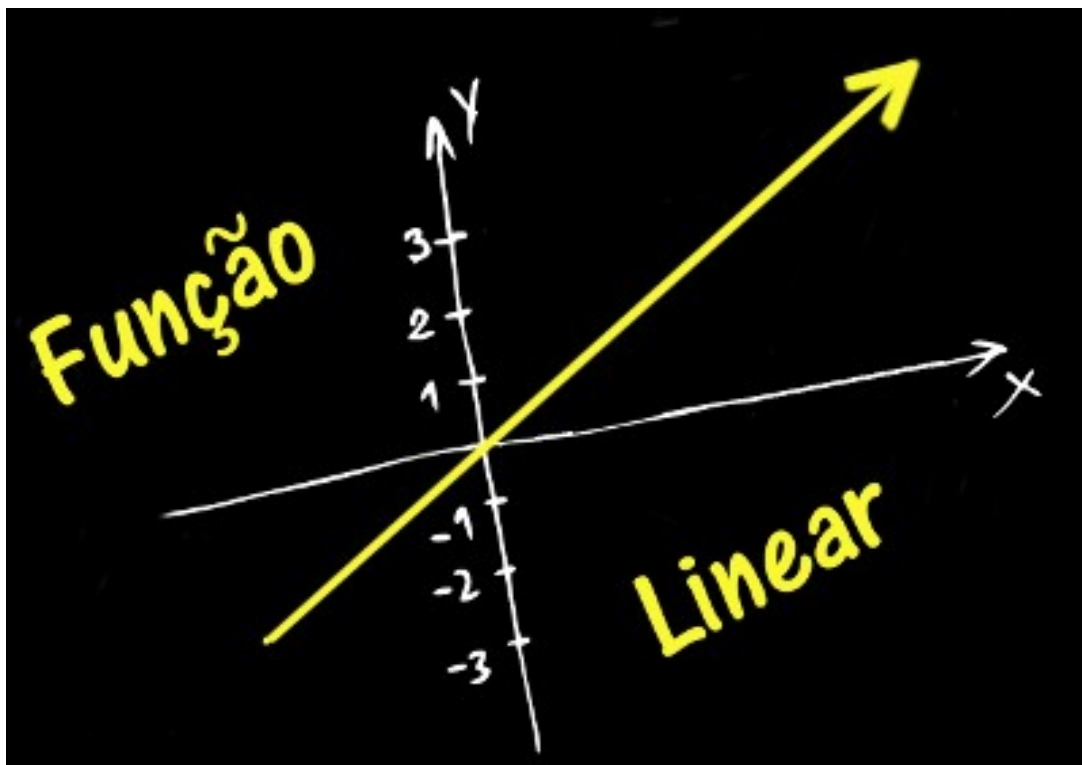
Estas fases são caracterizadas em Bassanezi (2002) como: experimentação, abstração, validação e modificação.

Segundo o autor, considerando estas fases, ainda que não lineares, o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática compreende alguns procedimentos bem definidos.

No vídeo ao lado (clique na imagem), é ilustrado um exemplo de uma aplicação da modelagem matemática para solução de um problema real.



Uma alternativa para lidar com problemas, pode ser a análise da produção dos alunos em situações de Modelagem Matemática em sala de aula envolvendo o conceito de função. Neste contexto, visamos com o projeto proporcionar aos alunos um ambiente de aprendizagem no qual eles possam problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade.



A Função Polinomial do 1º Grau, mais conhecida como Função do 1º Grau, é uma Função Afim.

Esse tipo de Função pode representar muitos eventos cotidianos, por exemplo, o valor que uma pessoa paga ao final de um mês no seu plano de celular pós-pago; pagando um valor fixo mais um outro valor variável em termos do tempo de uso em ligações. Digamos que o valor da assinatura seja fixo em R\$20,00 e o custo de ligação é R\$0,05 por minuto de chamada.

Assim, o valor total do pré-pago pode ser representado pela lei:

$$f(x)=20+0,05x$$

Onde x é o tempo de ligações, em minutos; e $f(x)$ o preço total a ser pago, em reais.



Função linear

Uma **função do 1º grau** ou **função afim** é definida pela lei de formação $f(x)=a.x+b$, na qual **a** e **b** são reais e **a** $\neq 0$. Mas entre a vasta gama de **funções** do 1º grau, existe um tipo particular de grande importância: a **função linear**.

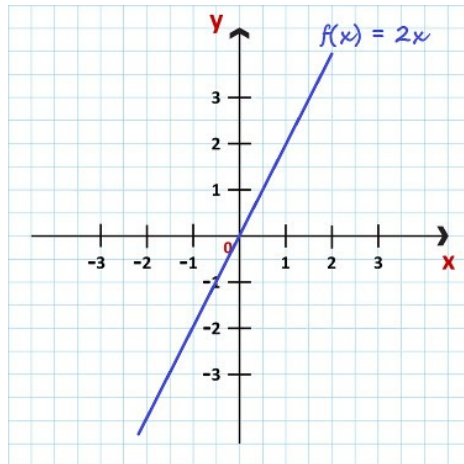
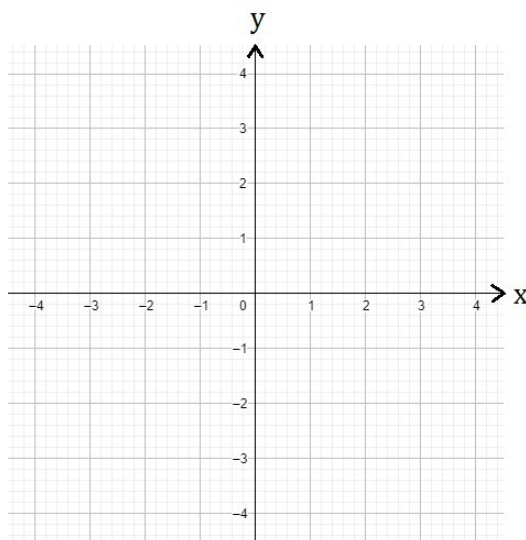


Gráfico de uma função linear.

A função linear é aquela em que temos **b = 0**, isto é, sua lei de formação é do tipo $f(x) = a.x$, com **a** real e **diferente de zero**. Observe que toda função que não possui valor para o coeficiente **b** é classificada como **função linear** e, por consequência, é também uma função afim.




Atividade prática

No gráfico ao lado, é possível simular algumas situações gráficas, alterando os valores dos coeficientes a e b.

Lembre-se que a função linear é composto de dois tipos de coeficientes: coeficiente angular e coeficiente linear.

Os valores destes coeficientes determinarão o comportamento gráfico da função linear.

 **Clique no gráfico!**

Quanto custa a energia?

No áudio a seguir (MELO; SILVA; MARTINS, 2020), trazemos uma situação real de consumo de energia de uma lâmpada, e uma proposta de problema. Quanto você consome de energia elétrica em sua residência?



E o chuveiro elétrico? É possível modelar da mesma maneira?



Curiosidade!

Clique na imagem abaixo, e conheça um pouco sobre a maior usina hidrelétrica do mundo, que é brasileira! Confira.



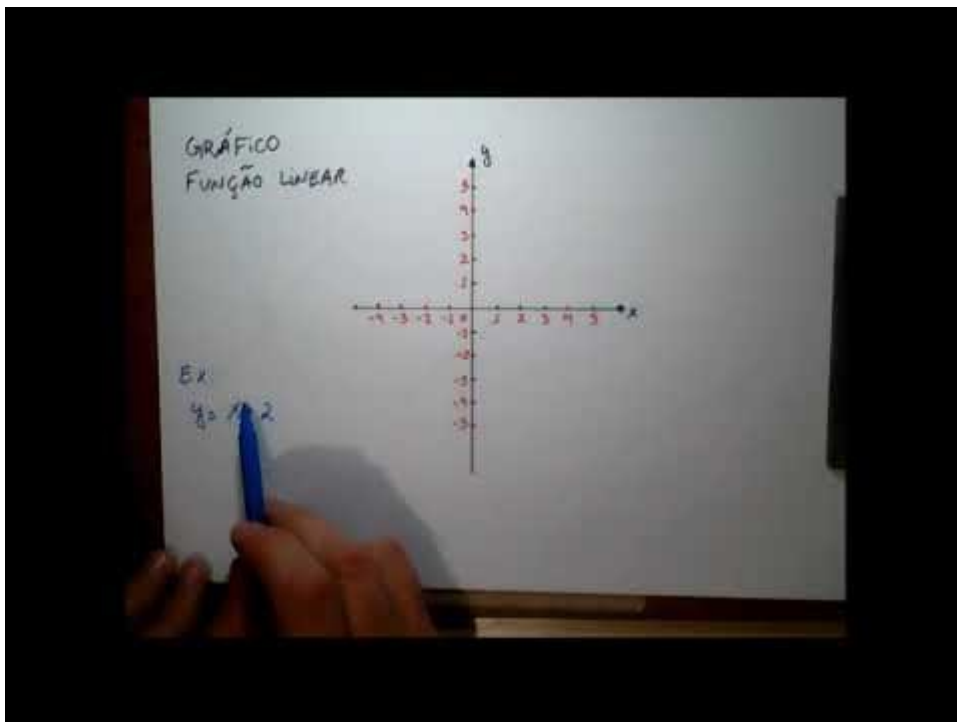
Energia elétrica

As hidroelétricas são movidas pelo fluxo de água. Esse é o combustível de geração de eletricidade a partir da fonte hidráulica. Essa é a principal fonte de **energia** utilizada no **Brasil**. Cerca de 90% da eletricidade consumida no país provém das usinas hidroelétricas.



Gráficos

É possível fazer gráficos de funções lineares? Quais características são comuns em retas? Aprenda a fazer isso assistindo ao vídeo abaixo:

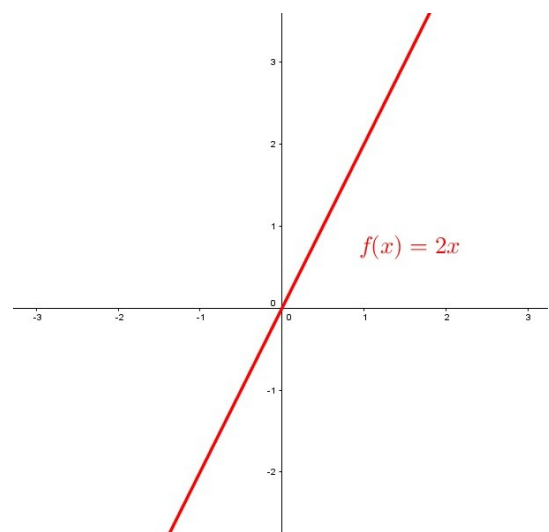


Jogos e atividades

No jogo a seguir você poderá testar seus conhecimentos em relação a funções de primeiro grau. Descubra quais são os coeficientes e a raiz da função!

Hora de testar!!!

Como identificar uma função linear, através de seus coeficientes?



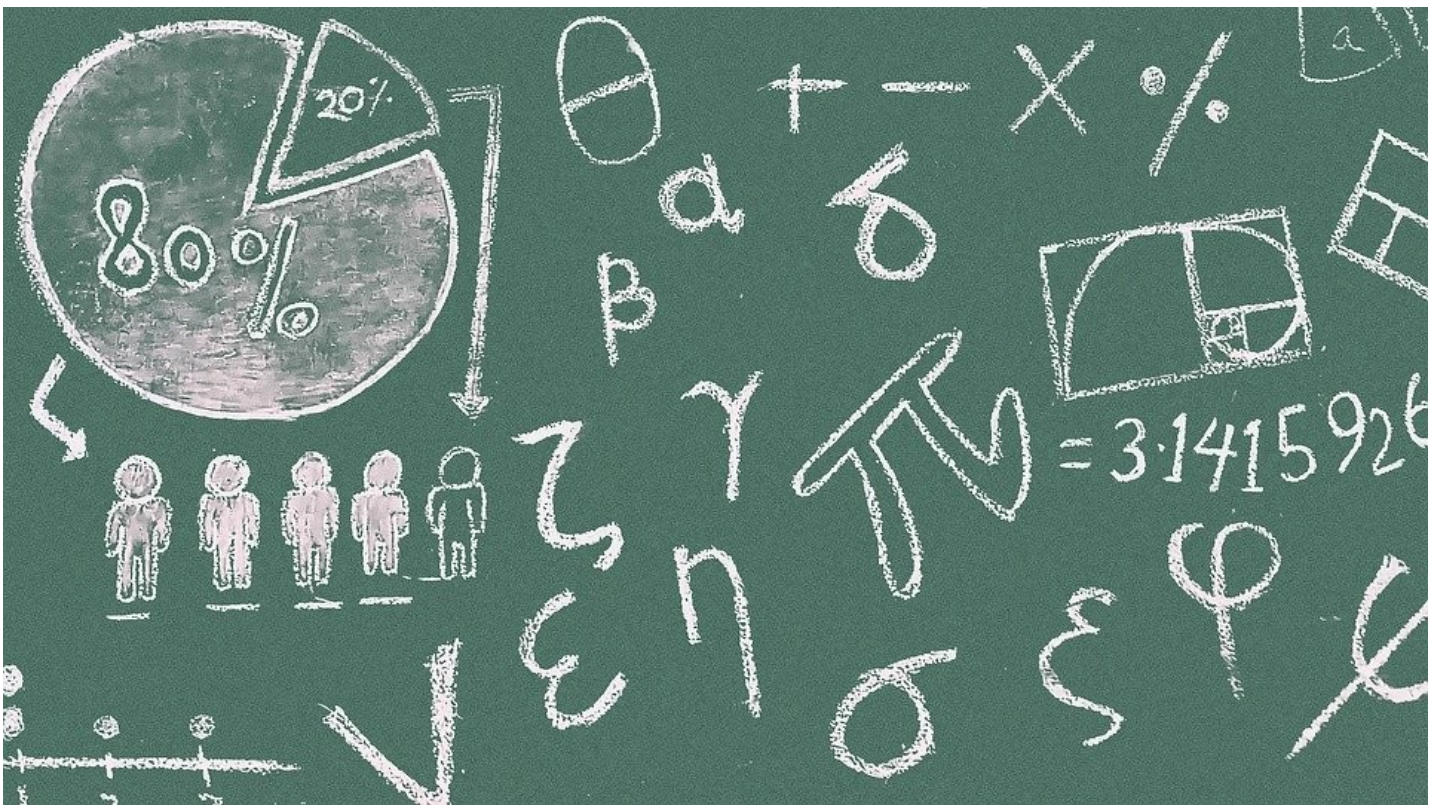
Atividade

Propomos nesta atividade uma investigação sobre o tempo de carregamento da bateria do celular. Certamente você já se deparou, em algum momento, estimando o tempo de carregamento da bateria de seu celular, o tempo que a bateria ainda vai durar, a porcentagem de carregamento depois de um determinado tempo.

Para realizar este estudo desenvolveremos em sala de aula uma atividade de Modelagem Matemática. Você sabe o que é a Modelagem Matemática?

Segundo Almeida e Silva (2017, p. 203):

“A modelagem matemática diz respeito a uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não matemática. Assim, conforme indica Almeida (2010), em linhas gerais, uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial – problema a ser investigado – e uma situação final – modelo matemático que serve para descrever, representar e, em alguns casos, prever aspectos associados ao problema. Considerando a natureza contextual de atividades desse tipo, conhecimentos matemáticos e não matemáticos podem ser construídos ou reconstruídos.”



A modelagem matemática pode ser uma forma de aproximar situações da realidade com conteúdos matemáticos. Sabemos que diversas situações, inclusive do dia a dia, podem ser descritas por meio de modelos matemáticos. Saber olhar e abordar situações da realidade por meio da matemática ajuda-nos a entender melhor o mundo a nossa volta, proporcionando uma visão crítica e analítica do que acontece ao nosso redor. Assim, a modelagem matemática além de contribuir para associar a matemática com situações da realidade, possibilita a compreensão de conteúdos matemáticos, que muitas vezes, parecem difíceis e abstratos.

Dessa forma, com a situação inicial sobre o carregamento da bateria de celular propomos uma atividade de Modelagem Matemática.

A partir dessa situação poderíamos pensar em diversos problemas (questionamentos) sobre o processo de carregamento da bateria do celular, por exemplo: se eu deixar meu celular carregando por uma hora, qual será o percentual de carga no celular? Quanto tempo é necessário para que meu celular atinja a carga total?

*Quais outras
questões podemos
pensar sobre o
carregamento da
bateria do celular?
Anote-as.*



Carregamento de celular

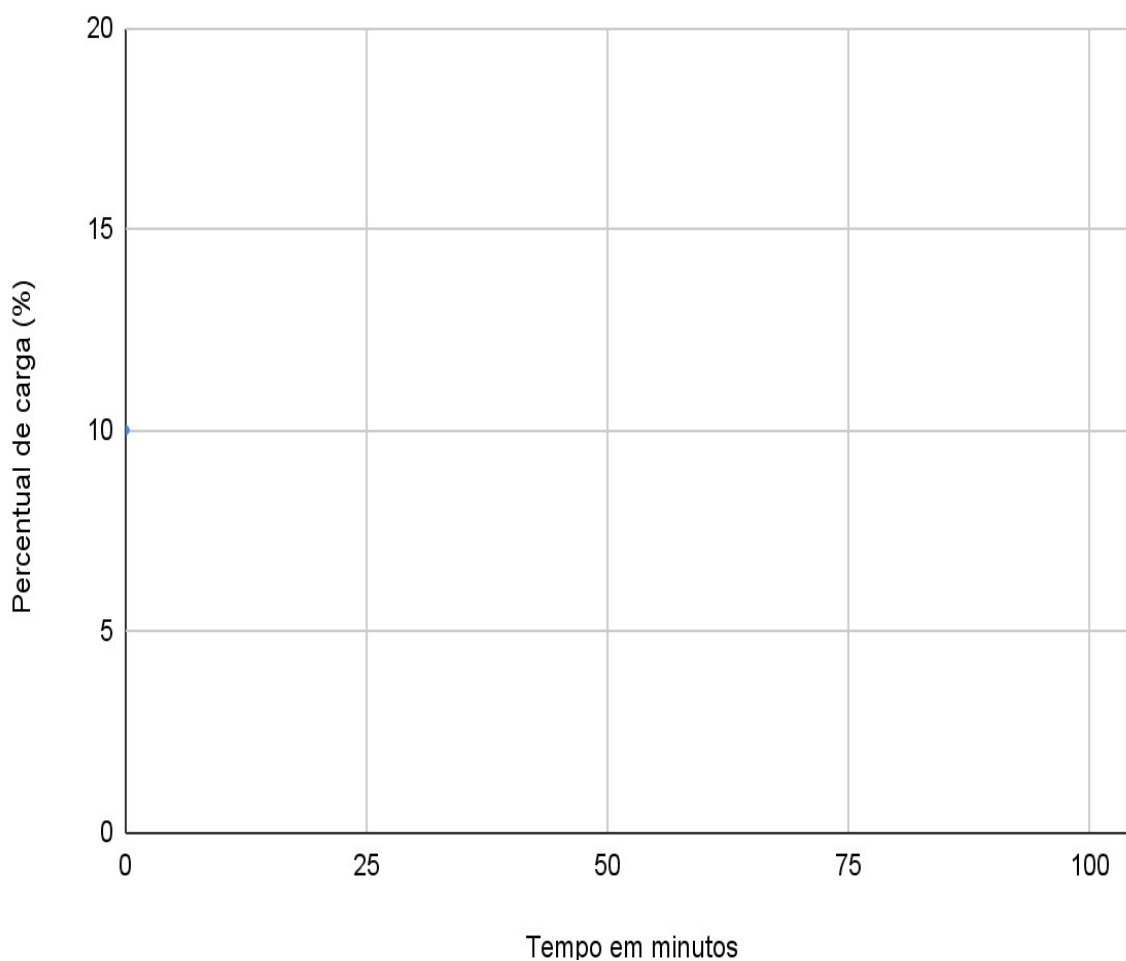
Aplicação

Para realizar a coleta de dados você deverá esperar a bateria de seu telefone celular alcançar os 10% de carga. Inicie então o carregamento e anote a porcentagem de capacidade total que a bateria alcança conforme o tempo t passa, em minutos, completando a tabela.

Tempo em minutos	0	15	30	45	60	75	90	105
Percentual de carga (%)	10	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Agora, marque os pontos correspondentes para desenhar o gráfico, clicando no plano cartesiano (ao abrir a planilha, siga as instruções para fazer o *download* do arquivo e desenhar o gráfico utilizando uma planilha eletrônica como o *MSEXcel*, por exemplo):

Percentual de carga (%) versus Tempo em minutos



NAS PRÓXIMAS PÁGINAS...

APLICANDO CONHECIMENTOS!

ALGUMAS ATIVIDADES PARA
DESENVOLVER E VER O SEU
CONHECIMENTO SOBRE FUNÇÕES
LINEARES!

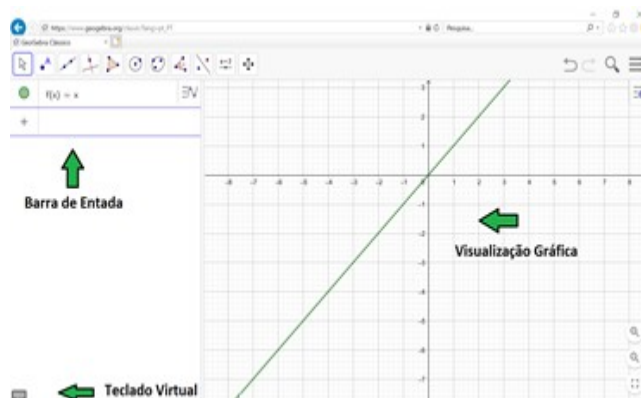
A large, bold, black Greek letter pi symbol (π) is centered on the page. The symbol is rendered in a classic serif font, with a thick, curved top bar and a vertical stem that curves slightly to the right at the bottom.

BONS ESTUDOS!

Atividades

Definição: Uma função $f: R - R$, chama-se função afim quando existem dois números reais a e b , tais que $f(x) = ax+b$, para todo x que pertence aos Reais.

Para realizar a atividade acesse o link: https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT. Digite as funções indicadas na barra de entrada do GeoGebra e tecla enter.



01) Utilizando o GeoGebra, construa as seguintes funções afins:

- a) $f(x) = x$
- b) $f(x) = x + 1$
- c) $f(x) = x - 1$

Compare cada uma das funções e escreva as semelhanças e diferenças entre as funções e seus gráficos.

Atividades

02) Agora considere as seguintes funções:

a) $f(x) = 2x$

b) $f(x) = -2x$

O que você pode afirmar com relação ao crescimento e decréscimo das funções? Justifique sua resposta.

03) Investigue o que acontece se fizermos os gráficos de funções afins com os mesmos valores de a e diferentes valores de b . Depois faça o contrário. Observe as inclinações das retas. Com base nas experiências anteriores, estabeleça uma conjectura que se refira aos valores de a e b em funções afins.

Considerações finais

Diante da importância da compreensão dos temas que envolvem a Função Afim nos diversos ramos da Matemática, na resolução de problemas do cotidiano e na aplicação em outras ciências, é fundamental que seu conceito seja aprendido de forma efetiva pelos alunos. Com base nisso, este *e-book* teve como objetivo a elaboração de um material de apoio, composto pela Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem, mediada pelas Tecnologias Digitais. Para atingir este objetivo, percebeu-se que, o conteúdo de Funções deve ser trabalhado de maneira contextualizada, destacando suas aplicações no cotidiano dos alunos. Assim, a Modelagem Matemática, embora fazendo uso de situações simples, como carregamento da bateria do celular, pode ser uma importante ferramenta para que o aluno desenvolva e compreenda conceitos da matemática, como funções, gráficos, tabelas, fórmulas, etc. Sendo desta forma estimulados a realizar pesquisas, questionamentos sobre o tema em destaque, estabelecendo comparações com outros problemas semelhantes, levantando hipóteses, construindo estimativas e validando os resultados obtidos.

Além disso, as Tecnologias Digitais podem trazer contribuições significativas ao processo de ensino e aprendizagem da matemática à medida que atividades de exploração sejam parte fundamental de sua aprendizagem, possibilitando a associação entre a parte algébrica e a representação gráfica, permitindo realizar manipulações entre os diferentes registros (algébrico, tabular e gráfico), além de permitir um ambiente interativo e dinâmico.

Por fim, espera-se que este *e-book* seja utilizado no ensino da Função Linear e que sirva de apoio aos professores, contribuindo na inserção de novas abordagens que despertem o interesse dos alunos, além de promover um processo de ensino e aprendizagem mais significativo para os alunos que de forma autônoma buscam aprender este conteúdo. Ressalta-se que o conteúdo deste *e-book* é voltado para a Educação Básica, mas oferece subsídios para que os professores e estudantes de graduação ampliem seus conhecimentos sobre o assunto, uma vez que o conceito de Função é fundamental, por exemplo, à compreensão do Cálculo Diferencial Integral no Ensino Superior.

Referências

ALMEIDA, L. M.; SILVA, K. A. A ação dos signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 201-219, abr. 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0202.pdf>. Acesso em: 01 jun. 2022.

BASANEZI, R. *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002. 389 p.

MIT. Massachusetts Institute of Technology (Org.), *Scratch*, 2007. Disponível em: <https://scratch.mit.edu/>. Acesso em: 01 jun. 2022.

MELO, M., SILVA, C. R., MARTINS, L. P. Quanto custa a energia. *Série de problemas e soluções*. UNICAMP, São Paulo, SP. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1307>. Acesso em: 01 jun. 2022.

Sobre os autores

Emanuelli Pereira

Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática na Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Mestrado em Educação pela Universidade Estadual de Ponta Grossa. Possui licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Centro-Oeste. Integrante do Grupo de Pesquisa de Formação de Professores de Ciências e Matemática – Unioeste. Atualmente é professora assistente na Universidade Estadual do Centro-Oeste, campus de Guarapuava.

Geovane Duarte Pinheiro

Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Especialista em Educação Híbrida, Metodologias Ativas e Gestão da Aprendizagem pela Uniamérica. Especialista em Docência do Ensino Superior pelo Centro Universitário Assis Gurgacz. Bacharel em Engenharia de Controle e Automação pelo Centro Universitário Assis Gurgacz. Integrante do Grupo de Pesquisa em Tecnologia, Inovação e Ensino (GTIE/Unioeste). Professor dos cursos de Engenharia Civil e Mecânica do Centro Universitário Assis Gurgacz, campus de Cascavel.

Leonardo Guillermo Felipe

Mestre em Ciências da Computação e Matemática Computacional pela Universidade de São Paulo e graduado em Matemática pela Universidad Nacional de Trujillo. Tem experiência na área de Matemática, atuando principalmente nos temas: Equações diferenciais, equações integrais e equações integro-diferenciais. Professor Assistente na Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

Clodis Boscaroli

Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo, Mestre em Informática pela Universidade Federal do Paraná e Bacharel em Informática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa. Líder do Grupo de Pesquisa em Tecnologia, Inovação e Ensino (GTIE/Unioeste). É professor associado na Universidade Estadual do Oeste do Paraná, campus de Cascavel.