Dion Espírito Santo da Cunha
Rosângela Silva dos Santos
Dayson Wesley Lima Castro
Fábio José da Costa Alves
Roberto Paulo Bibas Fialho
Eliza Souza da Silva

MODELAGEM MATEMÁTICA:
Uma proposta de ensino sobre objetos cilíndricos para a captação de água

BELÉM/PA
2022

Dion Espírito Santo da Cunha

Rosângela Silva dos Santos

Dayson Wesley Lima Castro

Fábio José da Costa Alves

Roberto Paulo Bibas Fialho

Eliza Souza da Silva

MODELAGEM MATEMÁTICA: Uma proposta de ensino sobre objetos cilíndricos para captação de água

BELÉM/PA
2022

Universidade do Estado do Pará - UEPA
Centro de Ciências Sociais e Educação - CCSE
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - PPGEM
Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Autores
Dion Espírito Santo da Cunha
Rosângela Silva dos Santos
Dayson Wesley Lima Castro

Coautores
Fábio José da Costa Alves
Roberto Paulo Bibas Fialho
Eliza Souza da Silva

CUNHA, Dion Espírito Santo da; SANTOS, Rosângela Silva dos; CASTRO, Dayson Wesley Lima; ALVES, Fábio José da Costa; FIALHO, Roberto Paulo Bibas; SILVA, Eliza Souza da. **Modelagem Matemática: Uma proposta de ensino sobre objetos cilíndricos para captação de água**. Belém: PPGEM/UEPA, 2022.

ISBN: 978-65-997741-2-6

Modelagem Matemática; Volume; Cilindro.

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO

A água é imprescindível à vida e o seu manejo no dia-a-dia torna-se fundamental para a garantia da vida, assim como a assepsia e a higiene dos usuários. O uso racional do 'líquido da vida' é uma prioridade em nossa sociedade, pois dele depende o bem estar e a saúde humana, os cuidados com a alimentação saudável, assim como a geração e a produção de todo e qualquer produto feito pelo homem.

Este zelo com a água precisa ser ensinado a todos, dentro e fora da escola, desde a guarda e o uso apropriado, assim como os cuidados com a conservação da natureza, pois disso depende o futuro do mundo e da humanidade. Particularmente vivemos na região Amazônica, rica em mananciais hidrícos, onde toda a vida do ecossistema está baseada nas vias fluviais da grande bacia do rio Amazonas, considerando ainda os recursos hídrológicos que fazem parte do seu subsolo. Dependem do mesmo não só o habitat nativo, como os meios de produção relacionados a ele, como as atividades econômicas de plantio e criação. E, tudo deve estar em equilíbrio, para que não haja impacto significativo das ações humanas neste complexo ambiente.

Aqui trazemos um trabalho educacional que propõe um estudo científico baseado na **Modelagem Matemática**, sob o **ponto de vista didático**, aplicar o uso consciente e o manejo salutar da água, com proposições de estudo para qualquer professor, aprendiz ou educador, voltado ao ensino de matemática, mas aplicável de modo mais amplo, segundo foco de estudo em outras disciplinas, como ciências naturais, biologia, física e química. Pode ser pensado o rendimento e consumo adequado da água, bem como a associação da mesma a sistemas de captação de distribuição, assim como estudos sociais e culturais de hábitos relacionados ao uso da água.

Que este estudo desenvolvido pelo Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, da Universidade do Estado do Pará, seja proveitosamente utlizado por professores, alunos e pelo público em geral, na expectativa de contribuir para a popularização do conhecimento científico

Belém, 28 de abril de 2022

Fábio José da Costa Alves
Roberto Paulo Bibas Fialho
Eliza Souza da Silva
Professores da Disciplina Modelagem Matemática
do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática -
PPGEM, da Universidade do Estado do Pará – UEPA.

2. INTRODUÇÃO

A água é um recurso natural indispensável para o ser humano, desde a preparação dos alimentos, higiene corporal até a própria ingestão, é essencial à vida. O uso inadequado da água acarreta em transmissão de doenças, desnutrição e até mesmo a morte. Uma das formas de se obter esse recurso é a água de chuva. Porém nem sempre é apropriada ao consumo, por haver contaminação:

> A contaminação da água da chuva, geralmente, ocorre quando lava o ar das camadas baixas da atmosfera e, sobretudo, na superfície de captação, ou quando está armazenada de forma não protegida. Quando atravessa a camada da atmosfera mais perto do solo, que contém partículas em suspensão, inclusive microrganismos, e escoa sobre a superfície de captação, a água da chuva lava esta superfície carregando a sujeira acumulada um intervalo entre uma chuva e outra. Mas o primeiro milímetro de chuva é, geralmente, suficiente para "lavar" a atmosfera e a superfície de captação, e a qualidade da água do restante da chuva fica preservada. (ANDRADE NETO, 2013, p. 74)

O uso de água contaminada, sem o devido tratamento pode gerar problemas de saúde na polução em geral, especificamente em áreas isoladas da região amazônica que fazem uso da água dos rios sem os devidos cuidados. Essas localidades sofrem com a ausência de um sistema de abastecimento de água potável e precisam implementar soluções por si mesmas.

Com isso, percebe-se que algumas populações ribeirinhas, apesar de estarem cercadas por águas, nem sempre esse recurso está adequado ao consumo. Uma alternativa sócio-economicamente viável seria o uso de cisternas para o armazenamento da água de chuva que requer um processo simples para tratamento. Segundo Andrade Neto (2013), embora o uso de cisternas seja uma prática mundial milenar, nos dias atuais mostra-se uma alternativa moderna e ecologicamente sustentável.

A partir disso é importante que os alunos tenham ciência dos problemas sociais que os cercam e tomem conhecimento do que já foi feito sobre os projetos envolvendo cisternas e que assim possam também pensar em outras soluções ou mesmo melhorar as que já foram desenvolvidas. Com isso, é necessário criar situações didáticas em que objetos matemáticos, como cáculo de áreas e volumes, por exemplo, sejam ressignifacados para esses estudantes no contexto social em que eles se encontram.

Desta maneira o objetivo deste trabalho é explanar os objetos matemáticos envolvidos no cálculo do volume de água de chuva capatada e armazenada em reservatórios cilíndricos por meio da metodologia da Modelagem para o ensino da

Matemática seguindo com o referencial teórico metodológico Burak (2010).

3. JUSTIFICATIVA

O processo de aprendizagem vem caminhando junto aos desafios exigidos na contemporaneidade, com o passar do tempo observa-se que a finalidade da educação matemática não se preocupa somente com a construção do conhecimento, dos conceitos e propriedades de determinados objetos de conhecimento, mas também com a significância desses objetos à formação humana. Com isso, o desenvolvimento do domínio cognitivo dos educandos durante a construção do saber está vinculado a ações viáveis ao crescimento do raciocínio e conduta do ser humano, como por exemplo, refletir, analisar, avaliar, sugestionar, transformar, e outros. Assim,

> os currículos transcenderam à mera seleção dos conteúdos a serem ensinados para instituir princípios que orientassem a intencionalidade do tratamento pedagógico e promovessem a formação de um sujeito capaz de intervir em seu meio social. Para tanto foi preciso, também, conceber metodologias coerentes com tais proposições, isto é, que superassem a transmissão mecânica de conhecimentos e a formação tecnicista em direção à práxis pedagógica, com vistas à formação de um sujeito ético, reflexivo e humanizado (BRASIL, s.d.).

Uma das tendências educacionais em Matemática que proporciona uma metodologia propícia ao desenvolvimento do raciocínio crítico, reflexivo e humanizado é a Modelagem Matemática pois conforme Barbosa (2010, p. 74), "Modelagem pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática".

Pesquisas revelam aplicações e resultados promissores da Modelagem Matemática em sala de aula. Almeida et al (2012) em sua pesquisa intitulada Modelagem Matemática na Educação Básica, cujo objetivo é apresentar a Modelagem Matemática e partilhar atividades já desenvolvidas em alguma instância de ensino e de aprendizagem, mostra em uma das aplicações desta tendência a medição da quantidade da água de chuva de uma determinada região com auxílio de um pluviômetro experimental, o que resultou no modelo matemático de um função racional que relacionava a altura (nível da água), h, com os raios, r_1e r_2, segundo a expressão $h = 0{,}1(r_1/r_2)^2$. Nesse experimento houve a participação ativa dos alunos com o professor obedecendo as três etapas seguintes da Modelagem Matemática: Inteiração, Matematização e resolução e Interpretação e validação.

Também, Fantinel et al (2015), em sua pesquisa denominada "Modelagem

Matemática: aproveitamento de água de chuva", propõe uma atividade de modelagem matemática na qual os alunos descobrem o volume de água de chuva com auxílio de uma tabela de precipitação desse recurso natural na cidade de São Paulo em 2010 e com a informação da área do telhado de uma residência segundo o modelo $F(a) = m \times a$, onde a é a área do telhado e m é o valor tabelado que corresponde a quantidade de chuva que precipita por m^2. Segundo esses autores, com a captação da água, os alunos aprenderam os conteúdos matemáticos (medidas de área e volume), perceberam onde estes podem ser utilizados e perceberam a importância da água e uma maneira de preservação da mesma.

Portanto, a Modelagem Matemática é um instrumento importante para aquisição dos conhecimentos matemáticos. Com isso, apresentamos uma proposta para o ensino do volume do cilindro por meio do uso da Modelagem Matemática segundo o referencial teórico metodológico de Burak (2010) por se tratar de uma referência desta tendência para a Educação Básica.

Diferentemente de Fantinel et al (2015) e Almeida et al (2012), nessa proposta não será enfatizado o pluviômetro, mas, um material a ser confeccionado pelos alunos com material de isopor tipo la pluma para o desenvolvimento da ideia intuitiva do cálculo do volume do cilindro por meio de um experimento de coleta de água de chuva.

4. MODELAGEM MATEMÁTICA

Para compreender o que é uma Modelagem Matemática temos que entender primeiramente o que é um modelo. Conforme Bassanezi (2011, apud MAGNAGO e OLIVEIRA, 2015, p. 310) "modelo é um sistema artificial formalizado a partir da seleção de elementos essenciais do sistema real". Ainda, a partir das teorias idealizadas e estruturadas em Matemática

> [...] pode-se trabalhar outros fatos e fenômenos propostos pela realidade, elaborando modelos do mundo real. Mais ou menos precisos, esses modelos, devidamente calibrados e convalidados, permitem entender e explicar, com diferentes graus de precisão e detalhamento, esses fatos e fenômenos. Modelagem é, portanto, matemática por excelência. (BASSANEZI, 2002, p. 11).

Agora, um modelo matemático, de acordo com Bassanezi (2002, p. 20) é "um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma um objeto estudado". Para McLone apud Bassanezi (2002, p. 20) "um modelo matemático é um construto matemático abstrato, simplificado que representa uma parte da realidade com algum objetivo particular" . Além dessas difinições existem outros autores que expõe seus ideais de modelagem matemática.

Segundo Bassanezi (2002, p.16), a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, resolvê-los e, então, interpretar suas soluções na linguagem do mundo real.

Alguns autores buscam explicar o processo de aplicação da Modelagem Matemática na sala de aula.

Bassanezi (2011, p. 26 - 32), apud Nascimento (2014, p. 3-4), propõe quatro etapas para modelar uma situação ou problema real: a experimentação, a abstração, a resolução, a validação e modificação.

Etapa 1: Experimentação, onde as informações relativas ao experimento serão compiladas. Nessa etapa, o conhecimento e a experiência do modelador são fundamentais para direcionar as etapas posteriores. A aplicação de técnicas e métodos estatísticos favorece a confiabilidade dos dados obtidos na experimentação.

Etapa 2: Abstração, cuja finalidade é obter modelos matemáticos para a situação ou problema abordado no experimento. Portanto, a seleção de variáveis e as relações entre elas descrevem a evolução do sistema. A problematização ou formulação de problemas é executada de forma compreensível e operacional, portanto, o problema é constituído através de uma pergunta científica quando específica à relação entres as variáveis ou acontecimentos envolvidos no fenômeno. A formulação de hipóteses direciona a investigação, referindo a inter-relação entre as variáveis analisadas nos experimentos, porém formulada de maneira universal para generalizar os resultados. As hipóteses poderão ser trabalhadas através de observação dos fatos, comparando com outros estudos, dedução lógica, experiência pessoal, etc. A simplificação consiste exatamente em restringir e isolar o campo de estudo apropriadamente de tal modo que o problema seja tratável e, ao mesmo tempo, mantenha a sua importância.

Etapa 3: Resolução, que consiste na manipulação do modelo matemático que está sempre vinculado com o grau de complexidade contido na formulação. Muitas vezes só será possível viabilizar através de recursos computacionais, operando com resultados aproximados. A resolução é uma atividade da Matemática que pode ser completamente desvinculada da realidade modelada.

Etapa 4: Validação, é a etapa que verifica a aceitação ou rejeição do modelo proposto. Os modelos e as hipóteses serão testados com os dados experimentais, confrontando as soluções e previsões com os dados obtidos no sistema real. O grau de aproximação definido na previsão será fundamental para sua validação. O problema de aceitação ou não de um modelo depende dos fatores que o modelador condiciona com seus objetivos e recursos disponíveis.

Etapa 5: Modificação, os modelos podem ser melhorados, se necessário, e sua reformulação se torna fundamental no processo.

Já para Biembengut e Hein (2005) apud Miguel (2009), o processo da Modelagem Matemática consiste na divisão em três etapas, as quais são subdivididas em seis sub-etapas, como seguem no quadro abaixo:

Quadro 1: Etapas da Modelagem Matemática

ETAPAS	SUB-ETAPAS	CARACTERIZAÇÃO
Interação com o assunto	Reconhecimento da situação problema. Familiarização com o assunto a ser modelo-pesquisa.	A situação a ser estudada será delineada e para torná-la mais clara deverá ser feita uma pesquisa sobre o assunto escolhido por meio de livros, revistas, entrevistas, internet, etc.
Matematização	Formulação do problema – hipótese Resolução do problema em termos do modelo.	Etapa que se dará a tradução da situação problema para a linguagem matemática. Para formular e validar as hipóteses é necessário: -**classificar** as informações relevantes e não relevantes, identificando os fatos envolvidos; -**decidir** quais os fatores que devem ser perseguidos, levantando hipóteses; **-selecionar** variações relevantes e constantes envolvidas; -**selecionar** símbolos apropriados para essas variações e -**descrever** essas relações em termos matemáticos. Ao final desta etapa, deve-se obter um conjunto de expressões e fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficas, ou representações, ou programa computacional que levem a solução ou permitam a dedução de uma solução.
Modelo	Interpretação da	Para a conclusão e utilização do modelo será necessária uma checagem para verificar em que nível este se aproxima da situação-problema apresentada. Assim, a interpretação do modelo deve ser feita por meio de análise

Matemático	solução e	das implicações da solução, derivada do modelo que está sendo investigado, para então, verificar se está adequado, retornando à situação problema investigada. Para finalizar, é necessário verificar até que ponto o modelo encontrado satisfaz a situação problematizada. Caso o modelo não atenda às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado a partir da segunda etapa, reorganizando-a.
	Validação do modelo-avaliação	

Fonte: Adaptado de Biembengut e Hein (2005) apud Miguel (2009)

Barbosa (2004, p.76-77), apresenta três regiões de possibilidades para se trabalhar a Modelagem Matemática na sala de aula, as quais prefere chamar de casos:

Primeiro caso: O professor apresenta um problema devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Neste caso, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa.

Segundo caso: Os alunos têm contato com o problema a investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas.

Terceiro caso: Trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas "não matemáticos", que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos.

Almeida et al (2012, p.15-16), enfatizam o desenvolvimento da atividade matemática, o qual ocorre meio da busca da compreensão de fenômenos ou de respostas para problemas da realidade física, social e cultural que envolve o homem. Para estes autores, uma atividade Matemática envolve 4 fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação, as quais começam com uma situação inicial (problemática) e terminam com a situação final (solução para a situação inicial). O Quadro abaixo identifica cada uma dessas fases.

Quadro 2: Fase da Modelagem Matemática

Fases	Definição	Finalidade
Inteiração	Corresponde à fase inicial, onde há o primeiro contato com uma situação-problema a	Implica buscar informações sobre essa situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos,

	ser estudada. É a fase que conduz à formulação do problema e a definição de metas para sua resolução.	seja mediante contatos diretos ou indiretos.
Matematização	É a fase onde ocorre a transformação da linguagem natural para a linguagem Matemática. Nesta etapa a busca e elaboração de uma representação matemática é mediada por relações entre características da situação, conceitos, técnicas e procedimetos adequados para representar matematicamente essas características. Nessa fase ocorre o processo de transição de linguagem, visualização e uso de símbolos para as descrições matemáticas	Realizar as descrições matemáticas a partir da formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na Inteiração.
Resolução	É a fase que consiste na construção de um modelo matemático.	Descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação.
Interpretação dos resultados e validação	É a fase que ocorre a análise para o problema, a qual constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema considerando os procedimentos matemáticos e a adequação da representação para a situação.	Visa o desenvolvimento da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações.

Fonte: Adaptado de Almeida et al (2012).

Já Burak (2010) procura descrever a Modelagem Matemática em cinco etapas: De modo geral, como sugestão didática para o encaminhamento das atividades as etapas sugeridas são: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento do(s) problema(s); resolução do(s) problema(s) e trabalho com os conteúdos matemáticos no contexto do tema; e análise crítica da(s) solução(ões). O quadro abaixo mostra a caracterização de cada uma dessas etapas.

Etapas	Caracterização
Escolha do tema	É o momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema. Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a matemática ou com conteúdos matemáticos, e sim com o que os alunos querem pesquisar.
Pesquisa exploratória	Escolhido o tema a ser pesquisado, encaminham-se os alunos para a procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta.
Levantamento do(s) problema(s)	De posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a conjecturarem sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos, isso com a ajuda do professor, que não se isenta do processo, mas se torna o "mediador" das atividades.

Quadro 3: Etapas da Modelagem

Resolução do(s) problema(s) e trabalho com os conteúdos matemáticos no contexto do tema	Nessa etapa, busca-se responder os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser abordado de uma maneira extremamente acessível, para, posteriormente, ser sistematizado, fazendo um caminho inverso do usual, pois se ensina o conteúdo para responder às necessidades surgidas na pesquisa e no levantamento dos problemas concomitantemente.
Análise crítica da(s) solução(ões)	Etapa marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É a etapa em que se reflete acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que participam.

Fonte: Adaptado de Burak (2010).

Assim, cada autor procura descrever o desenvolvimento da Modelagem Matemática em sala de aula de maneira ordenada no qual algumas etapas são semelhantes e outras não.

Desta maneira pretendemos seguir as etapas especificadas por Burak (2010) conforme as concepções para a caracterização da Modelagem Matemática em sala de aula.

5. CONTEÚDO MATEMÁTICO A SER TRABALHADO

O objeto do conhecimento a ser explorado neste trabalho corresponde a Geometria espacial, especificamente, o cálculo do volume do cilindro. Este objeto condiz com a competência específica 3 inclusa na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), na qual compete ao aluno:

> "Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente" (BRASIL, 2018, p. 535).

Observe que a modelagem matemática é uma das tendências de ensino que torna possível não só o desenvolvimento desta competência mas também o da habilidade EM13MAT309 que a BNCC propõe:

> "Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais" (BRASIL, 2018, p. 537).

No que se refere ao processo ensino-aprendizagem desse objeto matemático, destacamos as dificuldades apontadas por Chaquiam et al (2020, p. 3) como sendo aquelas relacionadas a desenhos, imaginação de sólidos, interpretação de textos com dados numéricos, realização de cálculos algébricos vinculados à geometria etc.

Julgamos importante colaborar com o ensino desse objeto a fim de amenizar as dificuldades enfrentadas pelos alunos, mais uma vez indicamos o uso da Modelagem Matemática com objetivo de contextualizar e ressignificar o cálculo de volume de cilindro no contexto real do aluno.

6. APRESENTAÇÃO DA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Nessa seção, vamos ressaltar uma proposta de modelagem, para o cálculo do volume de um reservatório de captação de água de chuva, cujo desenvolvimento seguirá as etapas de Burak (2010), a fim de estudar o cálculo do volume do cilindro que consta no currículo da educação básica.

Um sistema de captação de água de chuva envolve o escoamento por calhas e tubulações até um reservatório que podem estar em estruturas elevadas, enterradas ou semienterradas e podem ser de diversos materiais. A água armazenada pode então ser usada para diversos fins e até mesmo para ingestão após tratamento.

Entre os diversos tipos de materiais nos quais se pode encontrar um reservatório, o mais comum é o reservatório em concreto armado e além disso a forma mais comum é a cilíndrica.

Para se obter a capacidade de um reservatório é preciso calcular seu volume, por isso torna-se importante conduzir os alunos a compreenderem como se calcula o volume de um reservatório, em formato cilíndrico.

7. ETAPAS DA MODELAGEM

Escolha do tema:

Nessa fase o professor apresentará o seguinte tema: Calculando o volume da água de chuva . Note que o tema será disponibilizado pelo professor pois, o objetivo é calcular o volume do cilindro, caso contrário, surgiriam outros objetos do conhecimento, ou seja, se ficasse à escolha do aluno, poderíamos ter uma fuga do objetivo do central.

Pesquisa exploratória:

Parte I

Os alunos devem realizar pesquisa (em grupo) sobre:

- Captação de água da chuva,
- Imagens de formas de Captação de água da chuva,
- Arquitetura de um projeto de captação de água da chuva

Após as pesquisas é importante promover os debates sobre as mesmas, levando em consideração o motivo de se armazenar a água da chuva, as formas de uso da água da chuva, a importância da possibilidade de tornar a água da chuva apropriada ao consumo etc.

Após as discursões, os educandos irão analisar as formas geométricas espaciais presentes na arquitetura de um projeto de captação de água da chuva, as formas de captação da água de chuva.

Certamente que os objetos relacionados ao formato de um cilindro estarão presentes como, por exemplo, o reservatório, a calha do telhado e a tubulação, caso nenhum aluno tenha comentado sobre o cilindro o professor deverá conduzir perguntas sobre os objetos no formato do cilindro.

Parte II

O aluno deverá fazer pesquisas sobre o cilindro, tais como:

- conceito de cilindro;
- quais são os elementos do cilindro.

Levantamento do(s) problema(s):

- Como calcular a capacidade máxima de um reservatório cilíndrico sabendo o raio da base e a altura?

Resolução do(s) problema(s) e trabalho com os conteúdos matemáticos no contexto do tema:

A atividade que segue não foi aplicada em sala de aula, pois o intuito da mesma é ser aplicada futuramente em turmas da Educação Básica a fim de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. Porém o processo de construção em cada momento foi desenvolvido pelos autores desta pesquisa para ilustração de cada etapa, com o objetivo de estabelecer a ideia intuitiva do cálculo do volume do cilindro.

Os materiais envolvidos nesta fase serão: isopor tipo la pluma, fita adesiva colorida, garrafa pet de formato cilíndrico, tesoura, lápis, papel, ficha para o preenchimento das informações.

Antes de iniciar o experimento, os alunos devem construir discos usando o isopor e contorná-los com a fita adesiva colorida. Em seguida cortar a parte superior e inferior da garrafa deixando apenas a parte cilíndrica conforme figura abaixo.

Figura1: Materias do experimento

Fonte: Os autores (2022).

Segue uma sugestão da ficha de dados.

Quadro 4: Ficha para preenchimento de dados

AÇÕES	ALTURA	ÁREA DA BASE	Nº DE DISCOS	VOLUME
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	h			

Fonte: Autores (2022).

Vamos calcular o volume de um cilindro. Para isso vamos usar os seguintes elementos

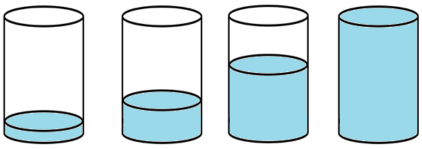
Área da Base = A_b e Altura = h.

Como a área da base é a área de um círculo, então usaremos $A_b = \pi r^2$.

Observe a ideia:

Dado um reservatório no formato de um cilindro, aos poucos se adiciona água até ficar completamente cheio, como mostra a figura abaixo.

Figura2: Materias do experimento



Fonte: Os autores (2022).

Observe que a região que a água ocupa abrange dois elementos: área da base mais uma determinada altura. Suponhamos que cada adição de água formará um disco de volume πr^2, cuja altura equivale a 1 unidade e a área da base é igual a área da base do reservatório. Esse disco deve ser confeccionado com material citado anteriormente (isopor tipo la pluma).

Procedimentos a serem seguidos para o preenchimento da ficha:

Quadro 5: Detalhamento das ações do procedimento

<table>
<tr>
<td>Ação A

Adicione o primeiro disco, ou seja, o acréscimo da 1ª água de chuva. Em seguida, preencha a tabela.
Obs.: Nesta fase o professor deve orientar o aluno no preenchimento da ficha.</td>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><th>AÇÕES</th><th>ALTURA</th><th>ÁREA DA BASE</th><th>Nº DE DISCOS</th><th>VOLUME</th></tr>
<tr><td>A</td><td>1</td><td>$\pi \times r^2$</td><td>1</td><td>$\pi \cdot r^2 = \pi \cdot r^2 \cdot 1$</td></tr>
<tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>C</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>D</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>E</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>F</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>G</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>H</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Ação B

Adicione o segundo disco acima do 1º, ou seja, o acréscimo da 2ª água de chuva.</td>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><th>AÇÕES</th><th>ALTURA</th><th>ÁREA DA BASE</th><th>Nº DE DISCOS</th><th>VOLUME</th></tr>
<tr><td>A</td><td>1</td><td>$\pi \times r^2$</td><td>1</td><td>$\pi \cdot r^2 = \pi \cdot r^2 \cdot 1$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>2</td><td>$\pi \times r^2$</td><td>2</td><td>$\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r^2 = \pi r^2 \cdot 2$</td></tr>
<tr><td>C</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>D</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>E</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>F</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>G</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>H</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Ação C

Adicione o terceiro disco acima do 2º, ou seja, o acréscimo da 3ª água de chuva.</td>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><th>AÇÕES</th><th>ALTURA</th><th>ÁREA DA BASE</th><th>Nº DE DISCOS</th><th>VOLUME</th></tr>
<tr><td>A</td><td>1</td><td>$\pi \times r^2$</td><td>1</td><td>$\pi \cdot r^2 = \pi \cdot r^2 \cdot 1$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>2</td><td>$\pi \times r^2$</td><td>2</td><td>$\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r^2 = \pi r^2 \cdot 2$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>3</td><td>$\pi \times r^2$</td><td>3</td><td>$\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r^2 = \pi r^2 \cdot 3$</td></tr>
<tr><td>D</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>E</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>F</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>G</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>H</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Ação D

Adicione o terceiro disco acima do 2º, ou seja, o acréscimo da 3ª água de chuva.</td>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><th>AÇÕES</th><th>ALTURA</th><th>ÁREA DA BASE</th><th>Nº DE DISCOS</th><th>VOLUME</th></tr>
<tr><td>A</td><td>1</td><td>$\pi \times r^2$</td><td>1</td><td>$\pi \cdot r^2 = \pi \cdot r^2 \cdot 1$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>2</td><td>$\pi \times r^2$</td><td>2</td><td>$\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r^2 = \pi r^2 \cdot 2$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>3</td><td>$\pi \times r^2$</td><td>3</td><td>$\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r^2 = \pi r^2 \cdot 3$</td></tr>
<tr><td colspan="5">Proceda como nas ações A, B e C</td></tr>
<tr><td>D</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>E</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>F</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>G</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>H</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

Fonte: Os autores (2022).

Seguindo o mesmo raciocínio com a adição dos discos restantes das ações E, F, G, H, I, J, K e L teremos as seguintes ilustrações

Figura3: Imagens das ações restantes

Fonte: Os autores (2022)

Ao término das ações, espera-se que a ficha tenha o seguinte preenchimento:

Quadro 6: Ficha preenchida com resultados esperados

AÇÕES	ALTURA	ÁREA DA BASE	VOLUME
A	1	πr^2	$\pi r^2 = \pi r^2 \cdot 1$
B	2	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 2$
C	3	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 3$
D	4	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 4$
E	5	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 5$
F	6	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 6$
G	7	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 7$
H	8	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 8$
I	9	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 9$
J	10	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 10$
K	11	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 11$
L	12	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot 12$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	h	πr^2	$\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 + \cdots + \pi r^2 = \pi r^2 \cdot h$

Fonte: Os autores (2022).

Observe que ao final do preenchimento da ficha, o resultado que se espera obter é a lei de formação do volume do cilindro, ou seja, intuitivamente queremos que o aluno perceba que o volume do cilindro é calculado pelo produto da área da base pela altura. Isso é uma forma de conduzir o aluno a chegar por si só à lei de formação, ao invés do professor fornecer diretamente como vem ocorrendo nas aulas e até mesmo nos livros didáticos.

O professor deve atentar para o fato de que alguns alunos possam ter alguma dificuldade na converção entre unidades de volumes(converter cm^3 em dm^3, ou m^3 em dm^3, por exemplo) e relação entre volume e capacidade(converter m^3 em litros ou cm^3 em litros, por exemplo). Seria bom reservar um tempo para uma revisão sobre esse conteúdo. A importante relação que estabelece a equivalência $1dm^3 = 1l$ deve ser discutida e aplicada em exercícios de sala aula.

Análise crítica da(s) solução(ões):

Após o desenvolvimento da ideia intuitiva do cálculo do volume do cilindro é importante discutir a validação do resultado e a variação dos parâmetros envolvidos, por exemplo, que resultado esperar quando variamos a altura de um determinado reservatório?

Para responder a essas indagações, propõe-se que o aluno realize o seguinte experimento com coleta de água de chuva:

- Selecione um reservatório cilíndrico, por exemplo, um balde de tinta de

16, 18 ou 20 litros, um lata de manteiga, um tambor etc.

- Após a seleção do reservatório, com o auxílio de um instrumento de medição, determinar a medida do raio da base e fazer algumas marcações de alturas (por exemplo três alturas de 10cm cada) no r ecipiente (interna ou externamente) como sugere a figura.

Figura 4: Ilustração de objeto cilíndrico com marcações

Fonte: Os autores (2022)

- Em um dia de chuva, colete a água no reservatório e calcule o volume cada vez que a água de chuva atingir o nível marcado.
- Some os volumes calculados para obter o volume total.
- Pegue uma vasilha com a capacidade de 1 litro e veja quantos vezes o volume de água de chuva coletado contém essa medida de 1 litro.
- Compare essa medida com o volume total calculado para validar o modelo matemático.

Portanto, ao final dessa experiência o aluno compreenderá que o volume de água de chuva coletado no recipiente confirmará o cálculo desenvolvido pela expressão $\pi r^2 h$ onde h é a altura total marcada no recipiente e r é o raio da base do reservatório.

Note que tal experiência deve ser feita em locais com períodos chuvosos, caso contrário, utilizar a água disponível.

8. SUGESTÕES DE ATIVIDADES APÓS AS ETAPAS DA MODELAGEM

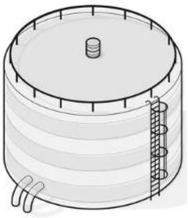
Atividade 1: Volume de um reservatório cilíndrico.

Objetivo: Calcular o volume de um reservatório cilíndrico.

Materiais: Atividade impressa, lápis, papel e calculadora.

Conteúdo matemático a ser trabalhado: Volume do cilindro.

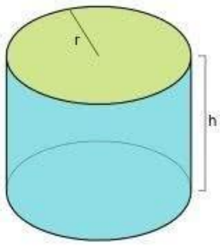
Atividade 1: Suponha que você precise aproveitar a água de chuva em sua residência. Considere que o reservatório que armazenará a água seja modelado em formato cilíndrico reto como ilustrado na figura ao lado. Se o raio do círculo da base desse cilindro é de 50cm e sua altura é de 80cm, determine a capacidade de água, em litros, que esse reservatório poderá armazenar.



Fonte: https://br.depositphotos.com/vector-images/reservat%C3%B3rio-de-%C3%A1gua.html?qview=167647400

Sugestão de resolução:

Sabemos que o reservatório tem o formato de um cilindro reto como mostra a figura ao lado. O volume do cilindro, V_c, é calculado pela relação $V_c = \pi r^2 h$, onde r é o raio da base do cilindro e h é a altura. Conforme os dados do problema temos que $r = 50cm$ e $h = 80cm$. Substituindo esses valores em $V_c = \pi r^2 h$, obtemos



$$V_c = \pi \times\ 50^2 \times 80$$
$$V_c = \pi \times\ 2500 \times 80$$
$$V_c = 200000 \times \pi$$
$$V_c = 628.318{,}53\ cm^3$$

Como $1l = 1dm^3$, precisamos converter $628318{,}53\ cm^3$ para dm³. Sabemos que $1dm^3 = 1000cm^3$, usando uma regra de três simples, obtemos $628{,}32\ dm^3$. Portanto, $628{,}32\ dm^3$=$628{,}32\ l$.

Resposta: A capacidade de água, em litros, que o reservatório poderá armazenar é de 628,32 litros.

Atividade 2: Volume de um reservatório cilíndrico de captação de água de chuva.

Objetivo: Calcular o volume de um reservatório cilíndrico.

Materiais: Atividade impressa, lápis, papel e calculadora.

Conteúdo matemático a ser trabalhado: Volume do cilindro.

Atividade 2: A ideia de armazenamento de água de chuva não é um tema contemporâneo, desde o ano 850 a.C já havia registro dessa prática. A Pedra Moabita - encontrada no Oriente Médio, na qual o rei sugere que seja feita um reservatório em cada casa para aproveitamento de água de chuva é uma prova disso.

Disponível em: https://www.pecpoli.com.br/login/adm/material_disciplina/fotos/Aula_SAU_Capta%C3%A7%C3%A3o_%C3%A1guas_pluviais_2019.pdf. Acesso em 04 abr. 2022. (adaptado)

Supondo que outras comunidades tenham atendido à sugestão real e um dos reservatórios tenha as seguintes características:

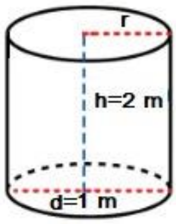
-Formato cilíndrico

-Diâmetro do círculo da base: 1m

-Altura do cilindro: 2m

Qual o volume em m^3 desse reservatório? Considere a constante π aproximadamente igual a 3,14.

Sugestão de resolução:
De acordo com os dados do problema temos o seguinte desenho:



O volume do cilindro, V_c, é calculado pela relação $V_c = \pi r^2 h$, onde r é o raio da base do cilindro e h é a altura. Conforme os dados do problema temos $\pi = 3{,}14$, $D = 1m$ e $h = 2m$.

Como o diâmetro é o dobro do raio, ou seja, $D = 2r$, o que implica em $1 = 2r$, logo, $r = 0{,}5m$. Portanto, o raio é igual a $0{,}5m$. Substituindo esses valores em $V_c = \pi r^2 h$, obtemos

$$V_c = 3{,}14 \times\ 0{,}5^2 \times 2$$

$$V_c = 1{,}57m^3$$

Resposta: Logo, o volume, em m^3, do reservatório é 1,57.

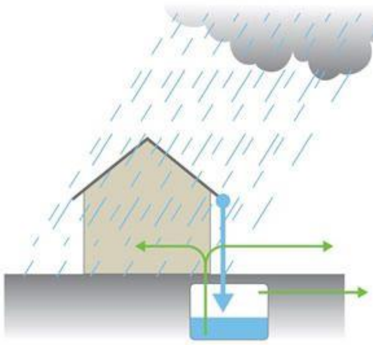
Atividade 3: Nível da água de um reservatório cilíndrico.

Objetivo: Calcular a altura parcial de um reservatório cilíndrico.

Materiais: Atividade impressa, lápis e papel.

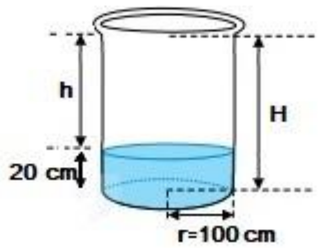
Conteúdo matemático a ser trabalhado: Volume do cilindro.

Atividade 3: Num determinado dia de chuva, o reservatório cilíndrico, de uma casa, cuja capacidade máxima é de 3.000.000 cm^3, atingiu uma altura de 20 cm. Para que este reservatório fique completamente cheio é necessário que o nível da água suba quantos centímetros? Considere o raio da base do cilindro igual a 100cm e considere $\pi = 3$.



Sugestão de resolução:

Um desenho esquemático para ilustrar as características desse reservatório é apresentada a seguir:



Tendo sido dados: o valor de $\pi = 3{,}14$, o raio $r = 100cm$, o nível inicial da água no reservatório $=20cm$, o volume do cilindro $V_c = 3.000.000cm^3$ e considerando que o deslocamento que o nível da água sofrerá será $h = H - 20$, teremos:

$$V_c = \pi r^2 H$$

$$3000000 = 3 \times 100^2 \times (h + 20)$$

$$h + 20 = \frac{3000000}{3 \times 100^2}$$

$$h = \frac{3000000}{3 \times 100^2} - 20 = 80$$

Resposta: Portanto, para que este reservatório fique completamente cheio é necessário que o nível da água suba 80 centímetros.

Atividade 4: Uma família de 5 pessoas, decide comprar um reservatório cilíndrico a fim de coletar água de chuva para uso exclusivo de banho, com diâmetro da base medindo 4 dm e altura 25 dm. Se cada membro da família consome diariamente 40 litros de água para o banho. Verifique se esse reservatório comprado atenderá a necessidade diária da família.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ainda hoje não é pouco comum que professores de Matemática ministrem suas aulas sem promover um momento de discussão e contrução do conhecimento com a participação ativa dos alunos. A Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que favorece tais momentos, visando proporcionar o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo dos alunos, pois tem como principais marcas, segundo Burack, a ênfase pelo interesse do participante nas atividades de modelagem e o envolvimento na busca por informações do próprio ambiente no qual se encontra.

Assim, este trabalho objetivou o aprendizado do cálculo do volume do cilindro, envolvendo o a captação de água de chuva por meio da metodologia da Modelagem para o ensino da Matemática que seguiu o referencial teórico metodológico de Burak (2010).

O principal resultado deste trabalho foi o desenvolvimento da ideia intuitiva para o cálculo do volume do cilindro por meio de uma sequência de ações experimentais descritas numa das etapas da Modelagem Matemática de Burack (2010) e desenvolvidas pelos próprios autores.

A ideia desta pesquisa pode ser aplicada para generalisar o cálculo do volume de outros sólidos geométricos, como por exemplo, prisma de base quadrangular, e assim equipar os alunos com ferramentas de análise que lhes permitam, entre outras coisas, analisar e escolher, diante de uma tomada de decisão, qual a melhor opção de reservatórios (cúbicos, paralelepípedos e cilíndrico), de mesma altura, para o armazenamento de água de chuva.

Também, como toda pesquisa tem o objetivo de abrir caminhos para muitas outras, espera-se que este trabalho possa ser fonte de informações para pesquisas futuras e intervenção no planejamento de outros educadores.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BRASIL. Aprendizagem Significativa – Breve discussão a cerca do conceito. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/191-aprendizagem-significativa-breve-discussao-acerca-do-conceito#:~:text=Nessa%20dire%C3%A7%C3%A3o%2C%20os%20curr%C3%ADculos%20transcenderam,intervir%20em%20seu%20meio%20social>. Acesso em: 10/04/2022.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf>. Acesso em: 09/02/2022.

BASSANEZI, Rodney. **Ensino - aprendizagem com Modelagem matemática.** 2002. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_ matematica>. Acesso em Março/2022.

BRANT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (organizadores). **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase>. Acesso em março/ 2021.

CHAQUIAM, M.; MAUÉS, D. de D. N.; CABRAL, N. F.; DIAS, G. N.; RODRIGUES , A. E.; MAYARA SOUZA PAMPLONA , V. **The perception of students and teachers about the teaching and learning of the straight circular cylinder**. Research, Society and Development, [S. l.], v. 9, n. 9, p. e973998110, 2020. DOI: 10.33448/rsd-v9i9.8110. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/8110. Acesso em: 27 mar. 2022.

DE ANDRADE NETO, Cícero Onofre. Aproveitamento imediato da água de chuva. **Revista Eletrônica de Gestão e Tecnologias Ambientais**, v. 1, n. 1, p. 73-86, 2013.

FANTINEL, P. A.; BUZINARO, F. V.; MERLI, R. F. **Modelagem Matemática: Aproveitamento da água de chuva**. In 3ª SEMANA DA MATEMÁTICA DA UTFPR, 2015, Toledo. Anais [...] Toledo, 2015. p. 94 - 101. Disponível em: < http://www2.td.utfpr.edu.br/semat/III_semat/Anais.pdf>. Acesso em: 09/04/2022.

MAGNAGO, Karine Faverzani; DE OLIVEIRA, Luciano. Uma proposta de ensino por meio da modelagem matemática: cálculo do volume e da área superficial de um reservatório de água. **Ciência e Natura**, v. 37, n. 3, p. 308-317, 2015. Disponível em:< https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/view/14647/pdf >. Acesso em: 10/04/2022.

MIGUEL, Ivania Célia. **Uma Proposta de Modelagem Matemática Aplicada á Produção da Farinha de Trigo.** Disponível em: < www.diaadiaeducacao.pr. gov.br/portals/pde/

arquivos/1498-8.pdf>. Acesso em: 09/02/2022.

NASCIMENTO, Monique Silva. **Análise do Processo de Modelagem Matemática na Educação Matemática.** Disponível em:<file:///C:/Users/ROSANGELA/Downloads/Artigo LAVIM(2).pdf>. Acesso em: 09/02/2022.

DION ESPÍRITO SANTO DA CUNHA

Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela UEPA. Especialista em Matemática do Ensino Básico pela UFPA. Mestrando em Ensino de Matemática pela UEPA.

ROSÂNGELA SILVA DOS SANTOS

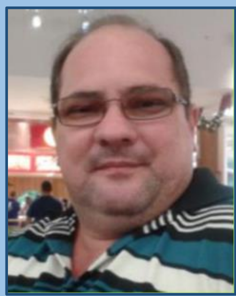
Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela UFPA. Especialista em Educação, Pobreza e Desigualdade Social pela UFPA e em Metodologia do Ensino da Matemática no Ensino Médio pela UEPA. Mestranda em Ensino de Matemática pela UEPA.

DAYSON WESLEY LIMA CASTRO

Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela UEPA. Professor da rede pública municipal de São Miguel do Guamá/PA. Mestrando em Ensino de Matemática pela UEPA.

FÁBIO JOSÉ DA COSTA ALVES

Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela UNESPA e em Engenharia Civil pela UFPA. Mestre e Doutor em Geofísica pela UFPA. Pós-Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Professor Adjunto da UEPA.



ROBERTO PAULO BIBAS FIALHO

Graduado em Arquitetura e Urbanismo pela UNESPA e em Educação Artística pela UFPA. Especialista em Educação pela UNAMA. Mestre em Desenvolvimento Sustentável do Trópico Úmido pela UFPA. Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela UFPA. Professor Adjunto da UEPA.

ELIZA SOUZA DA SILVA

Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela UFPA. Mestre em Matemática pela UFSCAR. Doutora em Educação Matemática pela PUC-SP. Professora da UEPA.